

**PARTE IV**  
**APROXIMACIÓN A LAS CONCEPCIONES**  
**DE LOS PROFESORES**  
**SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA RESTA**

---



### **13. APROXIMACIÓN A PARTIR DEL ANÁLISIS DE LOS CUESTIONARIOS**

En este apartado presentamos una primera aproximación a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta a partir del análisis de los Cuestionarios y del Curso de Formación Profesional. Este primer nivel de análisis de resultados proporciona una visión general sobre las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de la resta y constituye la base que nos ha permitido caracterizar, posteriormente y en términos más generales, sus posicionamientos sobre el tema.

En el caso de los cuestionarios, relacionaremos los resultados cuantitativos obtenidos por el grupo de profesores que participaron en este estudio con los resultados obtenidos durante la primera fase del estudio (Martínez, 2001), y en el que los cuestionarios fueron aplicados a una población mucho más amplia de profesores. Aunque el tamaño de los grupos en ambas fases de la investigación fue muy diferente, hemos encontrado muchas similitudes en los resultados.

#### **El Cuestionario Abierto**

Como se recordará, este instrumento es un cuestionario escrito en donde se solicita a los profesores que escriban algunos ejemplos de ejercicios, problemas o situaciones que utilizarían o utilizan en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta.

A través de este instrumento se pretendía obtener información relacionada con los siguientes aspectos de la enseñanza de la resta:

- ¿Qué situaciones, problemas o ejercicios son pensados de manera espontánea por los profesores para enseñar el tema de la resta?
- ¿En qué piensan los profesores cuando se les pregunta sobre la enseñanza de la resta?

- ¿Qué tipo de problemas son propuestos por los profesores para enseñar la resta?

Por medio de este cuestionario se generaron un total de 29 situaciones/problemas/ejercicios, que corresponden a seis de los ocho profesores participantes. (Dos de los profesores no pudieron o no quisieron responder a este cuestionario)

Las respuestas de los profesores fueron analizadas en función de las siguientes categorías, retomadas del estudio preliminar (Martínez 2001).

a) Situación planteada:

- Problema.
- Ejercicio numérico.

b) Presentación de la información del problema:

- Enunciado escrito.
- Enunciado oral.
- Dibujo.
- Tabla o Gráfica.
- Material concreto.

c) Contenido o contexto del problema.

d) Tipo de problema aditivo (Vergnaud, 1991).

e) Lugar de la incógnita.

f) Palabras “clave” utilizadas.

g) Clase de números involucrados en el problema.

Las respuestas de los profesores se transcribieron en un cuadro de doble entrada (Anexo. Cuestionario Abierto)

A continuación se hace un análisis de los resultados obtenidos para cada uno de los aspectos anteriormente mencionados.

### **Situaciones planteadas**

Como señalamos anteriormente, en el estudio se recogieron un total de 29 problemas/situaciones/ejercicios, de los cuales casi la totalidad (26) fueron

del tipo “problemas razonados” que tradicionalmente son planteados en la escuela y el resto (3), son operaciones numéricas de resta.

Resultados análogos en este aspecto se obtuvieron durante el estudio preliminar (Martínez, 2001), en el que se recogieron un total de 214 situaciones de resta de las cuales el 72.4% fueron problemas, el 19% ejercicios de tipo numérico y el 6.5% otro tipo de situaciones muy generales no relacionadas directamente con la operación de resta.

### **Representación de los problemas**

En este apartado se analizó qué tipo de representación tienen los problemas, situaciones o ejercicios numéricos propuestos por los profesores.

Para el análisis del tipo de representación de los problemas retomamos las siguientes categorías construidas previamente en el estudio preliminar (Martínez, 2001).

- Problemas de enunciado escrito.
- Problemas de enunciado oral.
- Problemas presentados a través de dibujos.
- Ejercicios de cálculo numérico escrito.
- Cálculo mental.

Teníamos la idea de que la representación de los problemas/situaciones propuestos por los profesores corresponderían a varias de estas categorías.

Sin embargo, encontramos que veintiséis de las veintinueve situaciones propuestas por los profesores pueden ser ubicados en la categoría “problemas de enunciado escrito”, lo que equivale al 89% de las situaciones planteadas. Las tres situaciones restantes son ejercicios de cálculo numérico escrito (11%).

Es interesante observar que todas las situaciones propuestas por los profesores son referidas a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos; y cómo el planteamiento de problemas y de ejercicios a través de otras vías de representación, sea oral, gráfica, con dibujos, o de manera concreta, están ausentes.

Los resultados anteriores son análogos a los encontrados en Martínez (2001), en donde la mayoría de los problemas propuestos fueron problemas de enunciado escrito (85.5%), en tanto que los presentados oralmente, a través de dibujo, tablas, gráficas o material concreto fueron muy pocos.

Los datos recogidos ahora, junto con los encontrados en Martínez (2001), ponen de manifiesto la concepción que tienen los profesores sobre los problemas de resta en la escuela, que podríamos formularlo en los términos: “narración escrita de una situación matemática” .

Esta aparente ausencia en la clase de matemáticas de situaciones o problemas con una variedad de formas de representación de la información, tiene consecuencias didácticas importantes.

De acuerdo a Verschafel y Decorte (1997), la representación juega un papel fundamental en el proceso de resolución de los problemas; aunque ellos se refieren principalmente al uso de la representación por parte del aprendiz, como mediación en el proceso de resolución de problemas.

Por ello, es de esperar que los niños sean expuestos en la clase de matemáticas a situaciones o problemas representados a modo de narración oral, escrita, gráfica, con dibujos o de manera concreta y por el otro; que sean estimulados a utilizar diferentes formas de representación en el proceso de resolución de los problemas.

Consideramos que estos dos aspectos se complementan y permiten a los niños aprender a enfrentar situaciones o problema muy diversos y a desarrollar estrategias más flexibles de resolución de problemas.

### **Contenido de los problemas**

Los problemas propuestos por los profesores evocan diferentes contextos o contenidos.

Partimos de una clasificación de los problemas previamente elaborada (Martínez, 2001), en base al contenido al que hacen referencia, en la que establecíamos tres amplias categorías:

- Problemas relacionados con juegos.

- Problemas relacionados con situaciones no escolares.
- Problemas relacionados con situaciones escolares.

La clasificación de los problemas en base a las tres categorías anteriores, nos dio los siguientes resultados cuantitativos:

Contexto/ Contenido de los problemas		
Contenido	No. de Problemas	Porcentaje
Juegos	4	15.4%
Situaciones escolares	3	11.5%
Situaciones no escolares	19	73%

Cuadro 14. Contexto/contenido de los problemas.

Los resultados anteriores son similares a los obtenidos en Martínez (2001), en donde el 79.2% de los problemas propuestos por los profesores evocan contextos no escolares; el 16.3% refieren a situaciones escolares; mientras que los relacionados con juegos fueron un 6.9%

Los problemas relacionados con juegos se refieren a contextos en los que se evoca de manera escrita una situación de juego en donde se pierde o se gana. Hacen referencia casi en su totalidad al tradicional juego de canicas. Algunos ejemplos de problemas propuestos por los profesores, relacionados con esta categoría son:

[...] Luis tiene 185 canicas y perdió en el juego 62. ¿Cuántas canicas le quedaron?

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos.  
¿Cuántas canicas les quedaron en total?

En estos dos ejemplos podemos observar cómo la redacción del problema evoca una situación de juego de canicas a través del cual se pretende contextualizar la enseñanza de la operación de resta.

La gran mayoría de los problemas propuestos por los profesores evocan contextos no escolares. Refieren principalmente a: situaciones de compra-venta de productos, comparación de edades, animales, coleccionar estampas, etc.

Los problemas que evocan actividades de compra-venta son los más usuales. A continuación se presentan algunos de los problemas propuestos:

[...] Rubén quiere comprar un balón de 30 pesos y tiene ahorrados \$20.

¿Cuánto le falta?

[...] Una TV cuesta \$1,520, ¿Cuánto más necesito si sólo tengo \$850?

[...] Mi mamá fue al mercado y compró un kilo de plátanos, éste le costó \$6.00, si pagó con una moneda de \$10.00 ¿Cuánto le sobró?

### **Tipo de problemas**

Los problemas propuestos por los profesores pueden clasificarse en diferentes tipos.

En el estudio preliminar (Martínez, 2001), habíamos utilizado la clasificación dada por Riley y otros (1983), quienes hacen una clasificación de los problema aditivos (de suma y resta) en tres grandes categorías: problemas de cambio, problemas de combinación y problemas de comparación.

Sin embargo, para esta segunda etapa del estudio, hemos retomado la clasificación de problemas aditivos (de suma y resta), propuesta por Vergnaud (1991).

Consideramos que las categorías de Riley están incluidas en la clasificación que hace Vergnaud, quien establece una categorización más amplia de los problemas aditivos y, en consecuencia, nos permite ubicar casi todos los problemas propuestos por los profesores.

Si recordamos, las seis grandes categorías de problemas aditivos propuestas por Vergnaud (1991), son:

- Primera categoría: se componen dos medidas para dar lugar a una medida.
- Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.
- Tercera categoría: una relación une dos medidas.
- Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.
- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.



- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Aunque éstas son las seis grandes categorías básicas, Vergnaud también postula la existencia de problemas más complejos compuestos por dos o más categorías.

En el siguiente cuadro se presenta una cuantificación del tipo de problemas propuestos por los profesores en el Cuestionario Abierto de acuerdo a las categorías anteriores.

Tipo de problemas aditivos					
1º Categoría	2ª Categoría	3ª Categoría	4ª Categoría	5ª Categoría	6ª Categoría
0 +1	12 +1	13	0	0	0

Cuadro 15. Tipo de problemas aditivos

Como se puede apreciar en el cuadro, casi la totalidad de los problemas propuestos por los profesores corresponden a la segunda y tercera categoría, es decir, problemas en donde una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida y problemas en donde una relación une dos medidas

En un solo caso aparece la primera categoría, pero como parte de un problema complejo, en el que se requiere utilizar dos o más operaciones.

Problemas pertenecientes a la cuarta, quinta y sexta categoría, no están presentes.

Por otra parte, en dos casos los profesores proponen problemas complejos en donde aparecen relaciones del tipo 1ª, 2ª categoría (estos problemas están cuantificados en la tabla con el signo +).

Resultados parecidos fueron encontrados en Martínez (2001), en donde los problemas de cambio son los que tienen el porcentaje más elevado (61%) seguidos de los problemas de comparación (24%).

Llama la atención la ausencia, tanto aquí como en Martínez (2001), de problemas de resta pertenecientes a la primera categoría (se componen dos medidas para dar lugar a otra medida). Si bien este tipo de problemas suelen ser muy usuales en el primer ciclo de educación primaria para iniciar a los niños en el proceso de aprendizaje de la adición; en el caso de la resta tienen un poco más de complejidad ya que exige de los niños que dada una de las medidas y la medida compuesta, encontrar la otra medida.

Por lo tanto, los profesores utilizan de manera más recurrente problemas aditivos de la segunda categoría; en donde dada una medida inicial y una transformación sobre esa medida, se le pide a los niños que encuentren la medida final.

Algunos ejemplos de problemas pertenecientes a la 2ª Categoría son los siguientes:

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] Luis tenía 20 estampas. Si regaló 8 ¿ Cuántas le quedan?

[...] En un bote hay 25 canicas y sacaron 15 ¿ Cuántas canicas quedan en el bote?

Estas situaciones pueden ser fácilmente representadas a través de una acción directa sobre una medida y por lo tanto son más simples de resolver.

Sin embargo no ocurre lo mismo cuando se varía la incógnita del problema en la búsqueda de la transformación o de la medida inicial. Esta variante complica la comprensión de las relaciones entre los datos del problema y requiere de un cálculo relacional más elaborado. Por ello, y como veremos en el siguiente apartado, los profesores no proponen problema de este último tipo.

Al igual que los problemas de transformación de medidas, otro amplio grupo de problemas propuestos por los profesores son de la 3ª categoría; en los que una relación une dos medidas. La ubicación de algunos de los problemas en esta categoría no es tan sencilla, ya que en algunos casos exige una reformulación del problema. A continuación presentamos algunos ejemplos que ubicamos en esta categoría de problemas:

[...] Rubén quiere comprar un balón de 30 pesos y tiene ahorrados \$20.

¿Cuánto le falta?

[...] Pepe colecciona cajetillas de cerillos. Tiene 12 y quiere tener 25. ¿Cuántas le faltan?

[...] Juan tiene 8 canicas y Pepe 3. ¿Cuántas le faltan para tener las mismas que Juan?

[...] Hugo tiene 18 años y Sergio tiene 6 años menos que Hugo. ¿Cuántos años tiene Sergio?

En la clasificación que hace Vergnaud (1991), el prototipo de problema perteneciente a esta categoría está definido por la relación de comparación (tener más o tener menos) entre dos medidas.

En los problemas propuestos por los profesores, la expresión que relaciona dos medidas “cuánto le falta para tener”, es una relación de igualación. En otros casos la relación entre los datos numéricos del problema es una relación de comparación.

Como hemos constatado en el análisis del tipo de problemas de resta propuestos por los profesores, los niños son “enseñados” a resolver problemas de resta pertenecientes a la 2ª y 3ª categoría.

### Lugar de la incógnita

Otra de las categorías utilizadas para analizar los problemas propuestos por los profesores es el lugar que ocupa la incógnita en el problema. Nos parece que este análisis es importante en tanto que permitirá hacer algunas inferencias sobre el tipo de cálculo relacional que los profesores están estimulando en los aprendices.

En el cuadro siguiente se presenta una cuantificación de los problemas propuestos por los profesores en función del lugar que ocupa la incógnita en el problema.

Lugar de la incógnita								
Primera categoría Se componen dos medidas para dar lugar a una medida			Segunda categoría Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida			Tercera categoría Una relación une dos medidas		
Medida (a)	Medida (b)	Medida compuesta	Medida inicial	Transformación	Medida Final	Medida (a)	Relación	Medida (b)
0	0	1	0	1	12	0	12	1

Cuadro 16. Lugar de la incógnita.

En el cuadro anterior podemos ubicar el lugar de la incógnita en los problemas propuestos por los profesores.

En el caso de la primera categoría, la incógnita se ubica en la búsqueda de la medida compuesta; sin embargo no se trata de un problema de resta, sino de suma; y forma parte de un problema complejo.

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos.  
¿Cuántas canicas les quedaron en total?.

El problema anterior, tal y como está planteado originalmente (Ver Anexo. Cuestionario Abierto), tiene dos partes: un problema de aditivo de la primera categoría que se resuelve a través de una adición, y un problema de la segunda categoría que se resuelve a través de una substracción.

En casi todos los problemas pertenecientes a la segunda categoría la incógnita se ubica en la búsqueda de la medida final, dada la medida inicial y la transformación.

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] Si en la escuela hay 520 lugares para el curso y se inscribieron 425 alumnos ¿Cuántos más pueden inscribirse?

[...] Al camión de sodas le caben 300 cajas de refrescos, si se venden 273 ¿Cuántas faltan de vender?

Sólo aparece un caso en donde dada una medida inicial y una medida final, se plante la búsqueda de la transformación.

[...] Mary tenía en total 9 pajaritos. Si en la Jaula sólo hay 5 ¿Cuántos se le escaparon?

Sobre la tercera categoría de problemas aditivos, en todos ellos se plantea encontrar la relación entre las dos medidas.

[...] En el salón de 2º A hay 36 niños, y en el salón de 2º B hay 32 ¿Cuántos le faltan a 2º B para tener el mismo número de alumnos que 2º A?

[...] Quiero comprar un juguete que cuesta \$48.00, si tengo ahorrados \$25.00 ¿Cuánto me falta para completarlo?

[...] Mi hermano mayor tiene 14 años, yo tengo 7 ¿Cuántos años es mayor que yo mi hermano?

Resultados análogos a los anteriores fueron encontrados durante el estudio preliminar (Martínez, 2001):

- En los problemas de cambio planteados por los profesores la incógnita se propone en la búsqueda del conjunto resultado en un 90.7% de los problemas de esta categoría. Sólo un 9.3% de los problemas plantean como incógnita el conjunto cambio, y en ninguno el conjunto inicial.
- En el caso de los problemas de comparación, un 96.8% tienen como incógnita el conjunto diferencia; sólo un 3.2% el conjunto referencia y el 0% el conjunto comparado.
- Para el caso de los problemas de combinación, el 69.2% plantea la incógnita en la búsqueda del subconjunto, y el 30.7% el conjunto global (este tipo de incógnita aparece en aquellos problemas que se resuelven a través de una adición y no de una sustracción).

Estos datos son bastante interesantes para los propósitos de nuestra investigación ya que como podemos observar, persiste en los profesores una preocupación por presentar a los niños un mismo tipo de esquema o estructura en los problemas; evitando plantear problemas más complejos en donde la incógnita no sea la búsqueda de la medida final. La inexistencia de problemas pertenecientes a la cuarta, quinta y sexta categorías, nos dicen mucho sobre el tipo de problemas que generalmente son propuestos por los profesores, así como en manuales y libros de texto para la enseñanza del tema de la resta.

### **Palabras “ clave”**

En la mayoría de los problemas propuestos por los profesores son utilizadas palabras que inducen a los niños a pensar en la operación que deben de utilizar. En el cuadro 17 se presentan las palabras “clave” utilizadas:

Como podemos observar, las palabras más recurrentes en el texto del problema que inducen al alumno a utilizar la operación de sustracción son la palabra “faltan” (¿cuánto le falta?), para el caso de los problemas de la tercera categoría; y la palabra “perdió”, para el caso de los problemas de la segunda categoría.

Palabras "clave"	Frecuencia
Falta	9
Perdió	4
Sacaron	1
Regaló	1
Escaparon	1
Menos	1
Diferencia	1
Sobró	1

Cuadro 17. Palabras "clave".

Palabras como *perdió*, *sacaron*, *regaló*, *escaparon*, *venden*, *sobró*, *menos*, y *diferencia*; también proporcionan índices que relacionan el problema con la operación que lo resuelve. Por otra parte, hubo seis casos en los que no hay una palabra que funcione directamente como clave entre el problema y la operación.

Algunos ejemplos del uso de palabras "clave" en los problemas de enunciado escrito son:

[...] Luis tiene 185 canicas y *perdió* en el juego 62. ¿Cuántas canicas le quedaron?

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero *perdieron* 24 canicas entre los dos. ¿Cuántas canicas les quedaron en total?

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar *perdió* 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] En un florero hay 15 flores, en otro hay 7 ¿Cuántas flores le faltan al segundo para tener igual número?

[...] Quiero comprar un juguete que cuesta \$48.00, si tengo ahorrados \$25.00 ¿Cuánto me falta para completarlo?

La palabra "clave" más utilizada fue "faltan" (presente en los cuestionamientos ¿Cuánto le falta, ¿Cuántos le faltan?). Aunque esta palabra por sí misma no induce directamente a utilizar una resta para resolver el problema, el uso didáctico de esta expresión si "mecaniza" o "automatiza" la relación palabra-operación.

Los resultados anteriores son parecidos a los encontrados en Martínez (2001), en donde palabras como "regaló", "gastó", "se comieron", "perdió", "volaron"; son también colocados por los profesores como índices en el texto de

los problemas para inducir a los aprendices a utilizar la operación de sustracción.

### **Clase de números**

Originalmente habíamos anticipado los siguientes dos categorías de análisis en relación a los números utilizados en los problemas propuestos por los profesores.

- Tipo de números utilizados (naturales, decimales, fraccionarios).
- Magnitudes a las que se aplican los números: discontinuas y continuas.

En los problemas planteados por los profesores, hay un predominio total del uso de magnitudes discontinuas sobre las continuas, y en consecuencia de los números naturales.

Todos los problemas propuestos por los profesores están en el campo de los números naturales. El uso de números fraccionario o decimales está ausente. Probablemente, lo anterior este relacionado con los grados escolares en que los profesores participantes trabajan actualmente (2º y 3º).

De la misma manera que en los apartados anteriores, estos resultados confirman los obtenidos en Martínez (2001), en el que hay un amplio predominio en el uso de magnitudes discontinuas sobre las continuas, así como de los números naturales sobre los fraccionarios y decimales. En la inmensa mayoría de los problemas, situaciones y ejercicios propuestos por los profesores se utilizan números naturales (93.4%). Los números decimales aparecen con un porcentaje mucho menor (5.5%); mientras que la presencia de números fraccionarios es prácticamente inexistente. Por otra parte, el porcentaje de cantidades discontinuas en los problemas o situaciones propuestas por los profesores (91.1%), es muy superior al de las cantidades continuas (8.9%), éstas últimas relacionadas con medidas de tiempo, longitud, peso y capacidad.





## El Cuestionario de Ponderación

Como hemos mencionado anteriormente, el Cuestionario de Ponderación está conformado por 40 proposiciones que enuncian algunas concepciones que existen sobre el aprendizaje y la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Los profesores han de tomar postura en relación a cada una de las proposiciones (si están totalmente de acuerdo, moderadamente de acuerdo, moderadamente en desacuerdo, totalmente en desacuerdo o indecisos).

Las proposiciones evalúan la postura de los profesores en relación a los siguientes aspectos de la enseñanza de la resta:

- Los objetivos o fines de la enseñanza de la resta.
- La construcción del significado de la operación en el proceso instruccional.
- El papel que tiene la contextualización en el proceso de enseñanza.
- Las explicaciones a las dificultades de aprendizaje del alumnado.
- La importancia de los conocimientos previos de los niños en el aprendizaje.
- Las características de un proceso instruccional relevante.
- Los procedimientos para restar.

Las respuestas de los profesores a este cuestionario se registraron en un cuadro en el que se representaron las respuestas en función del contenido al que hacen referencia, y la ponderación dada a cada ítem. (Anexo. Cuestionario de Ponderación)

A continuación presentaremos un análisis global de la información obtenida en la aplicación del instrumento. El análisis se realizó en función de las categorías en que fue clasificado el contenido de cada uno de los ítems del cuestionario: a) Objetivos de la enseñanza de la resta, b) El significado de la resta, c) El papel de la contextualización en la enseñanza de la resta, d) Dificultades de aprendizaje, e) Conocimientos previos, f) Proceso instruccional, g) Procedimientos para restar.

Consideramos las ponderaciones 1-2 como un sólo bloque de respuesta, (estar de acuerdo) y la ponderaciones 4-5 como otro bloque (estar en desacuerdo). Dejamos de lado el bloque puntuado con 3 (indeciso), ya que esta opción se planteó sólo como una salida para aquellos profesores que no tuvieran un posicionamiento en relación a las demás opciones.

### Objetivos de la enseñanza de la resta

En este grupo de ítems aparecen distintos objetivos sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria:

- El aprendizaje de una técnica eficaz para restar
- Identificar problemas o situaciones que se resuelven a través de esta operación
- Desarrollar la habilidad para el cálculo numérico.
- Resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana

En el siguiente cuadro se presenta un análisis cuantitativo de las respuestas de los profesores a este grupo de cuestiones.

ASPECTO	ITEMS	PONDERACIÓN				
		1	2	3	4	5
Objetivos de la enseñanza de la resta	16. El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares.		2		3	3
		25%			75%	
	23 .Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación.	4	4			
		100%				
	33. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.	1	4		2	1
		62.5%			37.5%	
29. El objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.	7				1	
	87.5			12.5		

Cuadro 18. Objetivos de la enseñanza de la resta.

Como podemos observar en el cuadro anterior, el 87.5% (7) de los profesores consideran que el objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.

El punto de vista anterior es confirmado luego cuando el 100% de los profesores está totalmente de acuerdo en que el objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación.

Vemos a través de las respuestas a este par de ítems que los profesores atribuyen objetivos utilitarios o pragmáticos a la enseñanza de la resta en la escuela primaria, relacionando éstos con el desarrollo en los niños de la capacidad para resolver problemas y usar las matemáticas en la vida diaria.

Para ellos, lo más importante de la enseñanza de la resta en la escuela primaria es que los niños reconozcan aquellas situaciones o problemas que se resuelven con esta operación y que aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.

Pareciera ser que los profesores tienen muy claro que los objetivos de la enseñanza de la resta en la escuela primaria son fundamentalmente de carácter funcional: su aplicación a situaciones de uso social de la resta.

Sin embargo, el 62.5% (5) de los profesores dicen estar de acuerdo en que lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.

Hasta aquí, parece ser que junto con la capacidad de resolución de problemas, los profesores también consideran como objetivo importante, pero en menor grado, que lo niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico. La resolución de problemas y la habilidad para el cálculo numérico forman un binomio que define los fines u objetivos a alcanzar. Pareciera que los profesores están de acuerdo en la importancia de desarrollar el cálculo numérico, pero que este sea aplicado a situaciones de la vida cotidiana y no sólo como una mera actividad escolar. Sin embargo, el 75% de los profesores (6) expresan estar en desacuerdo con la idea de que el objetivo principal de la

enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares. Es posible, que lo que estén rechazando los profesores es la secuencia didáctica cálculo numérico-resolución de problemas.

Estos resultados son similares a los obtenidos en Martínez (2001), en donde el 91% los profesores atribuyen objetivos más utilitarios o pragmáticos a la enseñanza de la resta en la escuela primaria, relacionados con la capacidad de resolver problemas, usar las matemáticas en la vida diaria, así como en la comprensión del significado de la operación. A la vez, un 56.5% de profesores consideran que el objetivo principal de la enseñanza de la resta está relacionado con el aprendizaje de objetivos procedimentales, particularmente el del dominio de una técnica eficaz para restar.

### **El significado de la resta**

En este apartado se presentan una serie de proposiciones en torno a la manera en que los niños pueden construir el significado de la operación de resta y a la manera en que los profesores podrían estimular este proceso de construcción en los aprendices.

En el cuadro 19 se presenta un análisis cuantitativo de los resultados. Con base en éstos podemos señalar que el 75% de los profesores (6) está totalmente de acuerdo en que para que los niños comprendan el significado de la resta hay que proponerles una variedad de problemas que se resuelvan con esta operación.; mientras que un 25% está en desacuerdo con la postura anterior.

El 87.5% de los profesores (7) están de acuerdo en que una forma de lograr que los niños comprendan el significado de la resta es pedirles que ellos mismos propongan situaciones o problemas que se puedan resolver con esta operación.

El 75% de los profesores (6) están en desacuerdo en que no debemos variar el tipo de situaciones o problemas de resta que les proponemos a los niños porque se confunden, se equivocan; y eso no es bueno para el

aprendizaje; aunque hay un 25% que señala estar de acuerdo con la afirmación anterior.

ASPECTO	ITEMS	PONDERACIÓN				
		1	2	3	4	5
Significado de la operación	5. Para que los niños comprendan el significado de la resta debemos proponerles una variedad de problemas que se resuelvan con esta operación.	6			2	
		75%		25%		
	8. Una forma de lograr que los niños comprendan el significado de la resta es pedirles que ellos mismos propongan situaciones o problemas que se puedan resolver con esta operación.	4	3			1
		87.5		12.5%		
	12. No debemos variar el tipo de situaciones o problemas de resta que les proponemos a los niños porque se confunden, se equivocan; y eso no es bueno para el aprendizaje		2			6
		25%		75%		
	24. Si los niños aprenden a resolver restas, podrán resolver problemas de resta.	1	2	1	3	1
		37.5%		50%		
	35. Para que los niños comprendan la resta, deben resolver de manera sistemática una amplia colección de operaciones numéricas escritas	1			4	3
		12.5%		87.5%		
	38. Los problemas de resta más apropiados para estimular el razonamiento matemático de los niños son los problemas con enunciado escrito.	2	3			3
		62.5%		37.5%		
39. Los problemas con enunciado que proponamos a los niños deben de contener siempre palabras "clave" que les sirvan de pistas a los niños para saber qué operación han de utilizar.		5		1	2	
	62.5%		37.5%			
40. Debemos variar la forma de presentar la información de los problemas de resta que les ponemos a los niños ( enunciado escrito, oral, gráfica, concreta), para estimular su razonamiento matemático.	8					
	100%					

Cuadro 19. Significado de la operación.

Hay un 37.5% de los profesores (3) que están de acuerdo en que si los niños aprenden a resolver restas, podrán resolver problemas de resta. Otro 50% está en desacuerdo con la afirmación anterior.

En este sentido persiste, en algunos de los profesores, la idea tradicionalmente manejada en la escuela de una progresión didáctica que

comienza por enseñar a los niños a operar numéricamente y después a aplicar este aprendizaje de cálculo numérico a la resolución de problemas.

El 85% de los profesores (7) están en desacuerdo en que los niños deben resolver de manera sistemática una amplia colección de operaciones numéricas escritas para comprender la resta.

Para el 62.5% de los profesores (5) los problemas de resta más apropiados para estimular el razonamiento matemático de los niños son los problemas con enunciado escrito. Sin embargo, hay un porcentaje significativo de profesores (37.5%) que están totalmente en desacuerdo con la posición anterior.

De alguna manera este resultado se ve confirmado con el tipo de problemas que los profesores han propuesto en el Cuestionario Abierto y en donde casi todos los problemas son del tipo “enunciado escrito”.

Un 62.5% (5) están de acuerdo en que los problemas con enunciado que proponamos a los niños deben de contener siempre palabras “clave” que les sirvan de pistas a los niños para saber qué operación han de utilizar; aunque hay un porcentaje significativo (37.5%) que señala estar en desacuerdo con esta idea.

Los resultados anteriores son confirmados durante la discusión y análisis de casos e incidentes críticos y en donde los profesores se pronuncian por ofrecer “pistas” en el enunciado escrito, que ayuden a los niños a vincular el problema, con la operación que lo resuelve.

Finalmente, el 100% de los profesores está totalmente de acuerdo en que se debe variar la forma de presentar la información de los problemas de resta que les ponemos a los niños (enunciado escrito, oral, gráfica, concreta), para estimular su razonamiento matemático; lo cual no es confirmado por el tipo de problemas propuestos por los profesores en el Cuestionario Abierto en donde sobresalen los problemas de enunciado escrito.

Resumiendo los resultados anteriores señalaríamos que un alto porcentaje de profesores consideran que:

- Es necesario el uso constante de palabras “clave” en los problemas, que sirvan a los niños como señales para saber qué operación han de utilizar.
- Hay un continuo entre aprender a restar y aprender a resolver problemas de resta.
- La construcción del significado de la operación de resta está vinculada a las posibilidades que tengan los niños de enfrentarse a una amplia variedad de problemas de resta.

En este mismo sentido consideran que es necesario darle a los niños la oportunidad de plantear o proponer problemas.

- Los problemas con enunciado escrito son el tipo de situaciones más apropiadas para estimular el razonamiento matemático de los niños. Esta postura no se corresponde con el tipo de problemas propuestos por los profesores en el cuestionario abierto, en donde todos son problemas de enunciado escrito.
- El uso de diferentes formas de representación de los problemas de resta estimulan el razonamiento matemático de los niños. No obstante esta última postura no se corresponde con el tipo de problemas o situaciones sugeridas por los profesores en el Cuestionario Abierto en donde en ninguno de ellos aparece alguna situación o problema representado en forma gráfica, con dibujo o incluso sugerir alguna representación concreta.

En relación a los resultados obtenidos en Martínez (2001), sobre cómo conciben los profesores la construcción del significado de la resta por sus alumnos, podemos señalar algunos aspectos comunes con el presente estudio: un alto porcentaje de profesores consideran necesario el uso constante de palabras “clave” en los problemas que sirvan a los niños como señales para saber qué operación han de utilizar; consideran que hay un continuo entre aprender a restar y aprender a resolver problemas de resta; están de acuerdo en que plantear a los niños una amplia variedad de problemas de resta favorece

su aprendizaje; piensan que el uso de diferentes formas de representación de los problemas de resta estimula el razonamiento matemático de los niños. No obstante, esta última postura tampoco se corresponde con el tipo de problemas o situaciones sugeridas por los profesores en el Cuestionario Abierto.

### El papel de la contextualización en la enseñanza de la resta

En este apartado se presentan una serie de proposiciones sobre el papel de la contextualización en la enseñanza y aprendizaje escolar de la resta y de la manera en que los profesores pueden favorecer dicha contextualización. El análisis cuantitativo se presenta en el siguiente cuadro.

ASPECTO	ÍTEMS	PONDERACIÓN				
		1	2	3	4	5
Contextualización	10. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender.	5	3			
		100%				
	15. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para desarrollar en lo niños el concepto de la operación.	4	1	1	2	
		62.5%			25%	
	20. Proponer problemas de resta en el aula sirve principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido.	2	3			3
		62.5%			37.5%	
	30. Debemos evitar plantear a los niños las operaciones numéricas de manera aislada; tratando de relacionarlas con alguna situación o problema.	4	1		1	2
		62.5%			37.5%	
	25. Es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas.	4	3	1		
	87.5%					
31. Cuando enseñamos a los niños la resta, deberíamos mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria.	7	1				
	100%					
21. Los niños aprenden algunos aspectos sobre la resta fuera de la escuela, pero la resta real se aprende en la escuela.	1	2		3	2	
	37.5%			62.5%		

Cuadro 20. Contextualización.



Del análisis de la información del cuadro anterior podemos hacer los siguientes planteamientos.

El 100% de los profesores (8) están de acuerdo en que la enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender y mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria.

El 87.5% de los profesores (7) están de acuerdo en que es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas. Esta postura no aparece reflejada en el tipo de situaciones o problemas planteados por los profesores tanto en el Cuestionario Abierto, como en las recomendaciones didácticas dadas para cada uno de los Casos analizados durante el desarrollo del Curso de Formación Profesional.

El 62.5% de los profesores (5) está de acuerdo en que la enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para desarrollar en los niños el concepto de la operación y para que éstos apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido en la escuela.

Vemos que más de la mitad de los profesores están de acuerdo en que los problemas escolares sirven principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido.

Aquí parece haber una aparente inconsistencia en las concepciones de los profesores en cuanto al papel de la resolución de problemas en el aprendizaje y enseñanza de la resta.

De igual manera, podemos suponer, la coexistencia de ambos posicionamientos en cuanto a que ellos consideran que a través de los problemas los niños construyen el significado de la operación, al mismo tiempo que permiten cubrir otros contenidos de tipo procedimental.

En el mismo porcentaje, están de acuerdo en que se debe evitar plantear a los niños las operaciones numéricas de manera aislada tratando de relacionarlas con alguna situación o problema.

Finalmente, el 62.5% de los profesores (5) está en desacuerdo con la idea de que los niños aprenden algunos aspectos sobre la resta fuera de la escuela, pero la resta real se aprende en la escuela. Es decir, consideran que la vida fuera de la escuela proporciona muchas oportunidades que le permiten al niño aprender la resta. En general, los profesores consideran que la enseñanza de la resta debe estar vinculada a algún contexto de uso o aplicación.

En el estudio preliminar (Martínez, 2001), se obtuvieron resultados semejantes relacionados con el papel de la contextualización en la enseñanza de la resta:

- Un alto porcentaje de profesores están de acuerdo en que la enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve para motivar a los niños a aprender (96.1%) y para desarrollar el concepto de la operación (81.3%), pero también para aplicar el procedimiento o técnica para restar que han aprendido (67.1%).
- El 40% de los profesores consideran que la resta se aprende en la escuela.
- La mayor parte de los profesores están de acuerdo en que la enseñanza de la resta debe estar vinculada a algún contexto de uso o aplicación (97.3%).
- La importancia dada por los profesores a vincular la enseñanza de la resta con el contenido de otras asignaturas (90.9%), entra en contradicción con el tipo de situaciones o problemas planteados por los profesores para enseñar el tema de la resta, y en donde dicha vinculación está ausente.

### **Dificultades de aprendizaje**

Las dificultades de aprendizaje de la resta en la escuela son abordadas a través de un par de proposiciones como una disyuntiva entre factores

individuales inherentes al aprendiz y factores relacionados con el proceso de enseñanza.

ASPECTO	ITEMS	PONDERACIÓN				
		1	2	3	4	5
Dificultades de aprendizaje	1. La mayoría de las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de la resta se deben a problemas cognitivos, de atención, o a que definitivamente a algunos niños no se les da el aprendizaje de las matemáticas.	2	3		1	2
		62.5%			37.5%	
	17. La mayoría de las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de la resta se deben a formas de enseñanza inadecuadas.	2	2		4	
		50%			50%	

Cuadro 21. Dificultades de aprendizaje

El 62.5% de los profesores (5) consideran que la mayoría de las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de la resta se deben a problemas cognitivos, de atención, o a que definitivamente a algunos niños no se les da el aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido vemos cómo los profesores consideran que las dificultades de aprendizaje de los niños en el aprendizaje de la resta tienen que ver con aspectos endógenos al alumno, como problemas cognitivos, de atención, o de otra índole.

Por otra parte, el 50% de los profesores también se pronuncian por señalar que las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de la resta se deben a formas de enseñanza inadecuadas.

El hecho de considerar tanto factores endógenos como exógenos al aprendiz, como causas explicativas de las dificultades de los niños en el aprendizaje escolar de la resta, es importante de resaltar y significa, al menos en este primer nivel de acercamiento, que hay una toma de conciencia por parte de los profesores respecto al papel que juegan los factores instruccionales en las dificultades de aprendizaje de los estudiantes.

Los resultados anteriores confirman los obtenidos en Martínez (2001), en donde la mayor parte de los profesores están de acuerdo en que las dificultades de aprendizaje tienen que ver tanto con aspectos endógenos al alumno (76%) como aspectos exógenos relacionados con formas de enseñanza inadecuadas (64%).

### Conocimientos previos

Los conocimientos previos que tienen los niños sobre la resta cumplen un papel fundamental en el proceso de aprendizaje y enseñanza de este tema en la escuela.

En el siguiente cuadro se ofrece un análisis cuantitativo sobre el posicionamiento general de los profesores en torno a este aspecto.

ASPECTO	ITEMS	PONDERACIÓN				
		1	2	3	4	5
Conoci- mientos previos	36. La enseñanza de la resta debe partir de los conocimientos previos de los niños sobre esta operación.	5	1		2	
		75%		25%		
	7. Los conocimientos previos que los niños tienen sobre la resta son un obstáculo para aprender esta operación en la escuela.		1		1	6
		12.5%		87,5%		

Cuadro 22. Conocimientos previos.

Como podemos observar en el cuadro anterior el 75% de los profesores (6) considera que la enseñanza de la resta debe partir de los conocimientos previos de los niños sobre esta operación; mientras que un 87.5% (7) no está en de acuerdo en que los conocimientos previos que los niños tienen sobre la resta sean un obstáculo para aprender esta operación en la escuela.

Por lo tanto podemos señalar que para la mayoría de los profesores, los conocimientos previos que los niños tienen sobre el tema de la resta son considerados como recursos importantes para un aprendizaje eficaz de esta operación.

Aún así, hay algunos profesores que consideran que los aprendizajes previos no tienen un papel fundamental en la enseñanza de la resta y que éstos pueden constituir un obstáculo en el aprendizaje de este tema.

Este mismo posicionamiento fue asumido por los profesores que participaron en la primera fase del estudio (Martínez, 2001), para quienes los conocimientos previos que tienen los estudiantes son importantes para un aprendizaje más eficaz de la resta en la escuela primaria; aunque un porcentaje significativo (25.6%) considera que los aprendizajes previos que tienen los niños sobre la resta constituyen un obstáculo en el aprendizaje escolar de esta operación.

### **Proceso instruccional**

En este apartado se valora el posicionamiento de los profesores sobre algunos aspectos fundamentales del proceso didáctico y cómo éstos influyen en el aprendizaje y enseñanza escolar de la resta.

Los aspectos del proceso didáctico que son considerados son:

- Interacción social.
- Representación.
- El juego.
- Relación suma-resta.
- Lugar de los problemas.
- Comprensión-mecanización.
- Procedimiento convencional-procedimiento informal.

En el cuadro 21 se presentan los resultados del análisis de las respuestas de los profesores.

APROXIMACIÓN A LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES

ASPECTO		ITEMS	PONDERACIÓN					
			1	2	3	4	5	
Proceso Instruc- cional	Interacción social	6. Los niños aprenderán mejor el tema de la resta si les damos la oportunidad de que intercambien ideas y opiniones sobre cómo resuelven los problemas que se les proponen.	8					
			100%					
	Interacción social	34. Los niños aprenderán mejor el tema de la resta si trabajan de manera individual, ya que si se comunican entre ellos, se distraen o copian los resultados de sus compañeros.				1	7	
					100%			
	Representación	11. El profesor debe estimular a los niños para que utilicen diferentes formas de representación de los problemas de resta (concreta, gráfica, simbólica); ya que esto les ayuda a comprenderlos y resolverlos.	7	1				
			100%					
	Representación	32. El profesor debe privilegiar en el aula el uso de la representación simbólica o matemática en la resolución de problemas de resta, y evitar que los niños usen representaciones concretas o gráficas.		4			4	
			50%		50%			
	El juego	14. Deberíamos usar más los juegos como recurso para que los niños aprendan y ejerciten el tema de la resta.	7	1				
			100%					
	El juego	26. Utilizar los juegos en la enseñanza de la resta puede ser divertido, pero se pierde mucho tiempo y son poco útiles para el aprendizaje.		1			7	
			12.5		87.5%			
	Relación suma-resta	28. El significado de la suma y la resta debe de enseñarse de manera independiente. Es necesario que los niños dominen primero la suma antes de iniciar el aprendizaje de la resta.	2	1		2	3	
			37.5%		62.5%			
Relación suma-resta	19. La suma y la resta debe de enseñarse de manera simultánea, esto facilita que los niños distingan en qué situaciones utilizar una u otra operación.	4	1	1	2			
		62.5%		25%				
Lugar de los problemas o situaciones	2. La enseñanza de la resta debe partir del planteamiento de problemas o situaciones de la vida cotidiana.	6	2					
		100%						
Lugar de los problemas o situaciones	3. En el aprendizaje de la resta los niños deben aprender primero a hacer restas y después a aplicar este conocimiento para resolver problemas.			1	2	5		
					87.5%			

Cuadro 23. Proceso instruccional.

De la información anterior podemos señalar las siguientes observaciones sobre cada uno de los aspectos estudiados del proceso instruccional.

### Interacción social

El 100% de los profesores están totalmente de acuerdo en que los niños aprenderán mejor el tema de la resta si les damos la oportunidad de que intercambien ideas y opiniones sobre cómo resuelven los problemas que se les proponen.

En este mismo porcentaje muestran desacuerdo en que los niños aprenderán mejor el tema de la resta si trabajan de manera individual, ya que si se comunican entre ellos, se distraen o copian los resultados de sus compañeros.

Por lo tanto vemos como se resalta la importancia que atribuyen los profesores en el aprendizaje de la resta al trabajo interactivo entre los alumnos por sobre el trabajo individual. Todos los profesores consideran que los niños aprenderán mejor el tema de la resta si les damos la oportunidad de que intercambien ideas y opiniones sobre cómo resuelven los problemas que se les proponen.

En este mismo sentido, los profesores se muestran en desacuerdo con la idea de que el trabajo individual sea más adecuado para el aprendizaje escolar.

Si bien todos los profesores muestran preferencia por el trabajo cooperativo entre los niños, en la realidad escolar hay un predominio del trabajo individual con los aprendices.

Por un lado los profesores coinciden en la importancia de la interacción social en el aprendizaje, pero por otro lado, expresan diferentes obstáculos (particularmente el factor tiempo y amplitud de contenidos en los programas de matemáticas), para incorporar este elemento a la enseñanza de las matemáticas; como luego veremos en el análisis de su discurso durante el desarrollo del Curso de Formación Profesional.

### Representación

El 100% de los profesores están de acuerdo en que se debe estimular a los niños para que utilicen diferentes formas de representación de los problemas de resta (concreta, gráfica, simbólica); ya que esto les ayuda a comprenderlos y resolverlos.

El 50% de los profesores está de acuerdo en que el profesor debe privilegiar en el aula el uso de la representación simbólica o matemática en la resolución de problemas de resta, y evitar que los niños usen representaciones concretas o gráficas.

Como vemos, si bien todos los profesores consideran importante estimular a los aprendices a que utilicen diferentes formas de representación como estrategia de mediación en el proceso de resolución de los problemas; encontramos, por otra parte, que la mitad de estos mismos profesores consideran que en el aula se debe de privilegiar la representación matemática convencional y evitar el uso de otras formas de representación.

Este es un aspecto que nos parece importante revisar con mayor detalle ya que ejemplifica claramente las inconsistencias de los maestros cuando tratan de implementar una serie de orientaciones psicopedagógicas y didácticas del actual enfoque de los programas de matemáticas para la educación primaria.

Los dos aspectos anteriores no se corresponden con el tipo de situaciones o problemas propuestos por los profesores, tanto en el curso como en el cuestionario abierto en donde dejan de lado representaciones de tipo figurativo, gráfico, tablas y concreta en los problemas que proponen.

Aunque los profesores consideran importante dar a los niños oportunidades para utilizar diferentes formas de representación en la resolución de problemas, subsiste la idea de trabajar fundamentalmente a nivel simbólico convencional.



### El juego

El 100% de los profesores están de acuerdo en que deberíamos usar más los juegos como recurso para que los niños aprendan y ejerciten el tema de la resta.

Este posicionamiento en relación al uso del juego en la clase de matemáticas es confirmado por las respuestas que se generaron en el ítem complementario en donde el 87.5% de los profesores está en desacuerdo en que utilizar los juegos en la enseñanza de la resta puede ser divertido, pero se pierde mucho tiempo y son poco útiles para el aprendizaje.

Sin embargo, el uso de los juegos en la clase de matemáticas es una recomendación que no es mencionada en alguna de las actividades desarrolladas en el Curso de Formación Profesional.

### Relación entre la enseñanza de la suma y la resta

Uno de los aspectos que abordamos a través del Cuestionario de Ponderación fue identificar las ideas de los profesores sobre la relación entre la enseñanza de la suma y la resta.

En principio nos interesaba saber si los profesores veían alguna dependencia didáctica entre una y otra operación.

El 62.5% de los profesores (5) se muestran en desacuerdo con la idea de que el significado de la suma y la resta deba de enseñarse de manera independiente; y en que sea necesario que los niños dominen primero la suma antes de iniciar el aprendizaje de la resta.

Sin embargo, un porcentaje significativo (37.5%) están de acuerdo con la afirmación anterior.

En este mismo sentido el 62.5% de los profesores (5) están de acuerdo en que la suma y la resta deba de enseñarse de manera simultánea, ya que esto facilita que los niños distingan en qué situaciones utilizar una u otra operación.

Podemos señalar entonces que la mayoría de los profesores se pronuncian por una aprendizaje simultáneo de estas operaciones, aunque

algunos de ellos consideran que primero debe enseñarse la operación de suma y posteriormente la de resta.

#### Lugar de los problemas o situaciones

El 100% de los profesores están de acuerdo en que la enseñanza de la resta debe partir del planteamiento de problemas o situaciones de la vida cotidiana; mientras que el 87.5% (7) se muestra en desacuerdo en que niños deben aprender primero a hacer restas y después a aplicar este conocimiento para resolver problemas.

Es decir, casi todos los profesores coinciden en señalar que la enseñanza de la resta debe de partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana y no sólo servir como contexto donde los niños apliquen los procedimientos para restar aprendidos.

En términos generales, los resultados anteriores, en relación a las características de un proceso instruccional relevante para la enseñanza de la resta, son similares a los obtenidos en Martínez (2001), y del cual se pueden señalar las siguientes conclusiones:

- Resalta la importancia que atribuyen los profesores en el aprendizaje de la resta al trabajo interactivo entre los alumnos (93.5%), por sobre el individual.
- Los profesores valoran positivamente el uso de diferentes formas de representación de la información en el proceso de resolución de los problemas escolares (98.7%).
- Consideran que el juego es un buen recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas (92.1%).

Sin embargo, los dos aspectos anteriores no se corresponden con el tipo de situaciones o problemas propuestos por los profesores, tanto en las entrevistas como en el cuestionario abierto en donde los profesores dejan de lado representaciones de tipo figurativo, gráfico, tablas y concreta en los problemas que proponen.

- En relación a la pertinencia de enseñar la suma y resta de manera independiente o simultánea, no hay un consenso sobre este aspecto. Los profesores se pronuncian en general en un porcentaje similar.
- La enseñanza de la resta debe de partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana (97.4%), pero un porcentaje significativo considera, a su vez, que los niños deben de aprender primero a restar y después aplicar este conocimiento a la resolución de problemas.

### **Procedimientos para restar**

En este apartado los profesores toman postura sobre un aspecto importante de la enseñanza de la resta en la escuela como es el aprendizaje y enseñanza del algoritmo convencional para restar.

Los profesores han de pronunciarse sobre dos parejas de elementos que forman parte de la preocupación que suelen tener como docentes cuando enseñan a sus alumnos un procedimiento convencional para restar:

Un primer aspecto es el binomio comprensión-mecanización que nos lleva a identificar si los profesores consideran que la comprensión es importante en el aprendizaje de una técnica convencional para restar. El segundo aspecto estudiado es la relación entre los procedimientos convencionales enseñados en la escuela y los procedimientos informales utilizados por los aprendices.

En el cuadro 22 se presenta un análisis cuantitativo de las respuestas de los profesores en relación a este aspecto de la enseñanza de la resta.

El análisis de la información presentada en el cuadro nos permite señalar que el 100% de los profesores está en desacuerdo en que sea importante que los niños aprendan una técnica para restar, aunque no la comprendan inicialmente. En este mismo sentido hay un 75% (6) que está en desacuerdo en enseñar a los niños una técnica para restar que comprendan.

En esta primera categoría comprensión-mecanización aparece una inconsistencia en la postura de los profesores. Mientras que por un lado señalan un desacuerdo total en que los niños aprendan un procedimiento para

restar, aunque no lo comprendan inicialmente; por el otro, la mayoría de estos mismos profesores están en desacuerdo en que los niños deben de aprender un procedimiento convencional que comprendan.

ASPECTO		ITEMS	PONDERACIÓN				
			1	2	3	4	5
Procedimientos para restar	Comprensión-mecanización	13. Es importante que los niños aprendan una técnica para restar, aunque no la comprendan inicialmente.				1	7
					100%		
		18. Debemos enseñar a los niños una técnica para restar que comprendan.		1	1	3	3
			12.5%		75%		
	Procedimiento convencional-procedimiento informal	22. Deberíamos dejar que los niños resuelvan los problemas de resta como ellos puedan, estimulándolos para que desarrollen sus propios procedimientos de resolución.	4	4			
			100%				
		9. Debemos exigir a los niños que resuelvan los problemas de resta utilizando un algoritmo convencional.				3	5
					100%		
		4. Debemos enseñar a los niños una sola técnica para restar porque si no se confunden y cometen muchos errores.					8
					100%		
37. El cálculo mental y oral es más para situaciones de la vida cotidiana. En la escuela hay que poner énfasis en el cálculo escrito.		1		1	6		
	12.5%		87.5%				
27. Es bueno que los niños anticipen o hagan una aproximación del resultado de una operación antes de realizarla.	2	6					
	100%						

Cuadro 24. Procedimientos para restar.

Respecto a los procedimientos formales e informales de cálculo numérico, el 100% de los profesores está de acuerdo en que deberíamos dejar que los niños resuelvan los problemas de resta como ellos puedan, estimulándolos para que desarrollen sus propios procedimientos de resolución.

Por otra parte, también el 100% de los profesores muestran un total desacuerdo en exigir a los niños que resuelvan los problemas de resta utilizando un algoritmo convencional.

Es decir que mientras todos los profesores coinciden en que deberíamos dejar que los niños resuelvan los problemas de resta como ellos puedan, estimulándolos para que desarrollen sus propios procedimientos de resolución; también están de acuerdo en exigir a los niños que resuelvan los problemas de resta utilizando un algoritmo convencional.

La mayoría de los profesores consideran que se debe de estimular en los niños el uso de procedimientos no convencionales.

Un porcentaje igual al anterior se muestra en desacuerdo en que el cálculo mental y oral sea más para situaciones de la vida cotidiana y que en la escuela haya que poner énfasis en el cálculo escrito.

Un 87.5% de los profesores (7) está en desacuerdo en que el cálculo mental y oral sea más para situaciones de la vida cotidiana y que por lo tanto en la escuela haya que poner énfasis en el cálculo escrito. No sabemos si consideran lo opuesto; es decir que el cálculo mental y oral sea más útil en la escuela.

Finalmente el 100% de los profesores está de acuerdo en que es bueno que los niños anticipen o hagan una aproximación del resultado de una operación antes de realizarla. En consecuencia, los profesores se pronuncian por estimular en los niños la utilización de procedimientos informales para restar.

En Martínez (2001), se obtuvieron resultados similares en relación al posicionamiento de los profesores sobre la enseñanza de los procedimientos para restar. En este estudio preliminar la mayoría de los profesores consideran que se debe de enseñar a los niños una técnica para restar que puedan

comprender (72.7%). Sin embargo, un porcentaje significativo de profesores también está de acuerdo en que los niños aprendan una sola técnica para restar aunque no la comprendan en un primer momento (39.7%). La mayoría de los profesores consideran que se debe de estimular en los niños el uso de procedimientos no convencionales (90.7%). Aún así hay un grupo también significativo de profesores que se pronuncian por poner el énfasis en la enseñanza de una técnica convencional para restar (21.7%).

## El Cuestionario de Ordenación

El Cuestionario de Ordenación está conformado por siete proposiciones incompletas, cada una de las cuales puede completarse con cinco frases que se ofrecen como opciones.

El profesor ha de enumerar del 1 al 5 cada grupo de proposiciones formadas, asignando el 1 a la de mayor preferencia.

A través del Cuestionario de Ordenación se pretendía recabar información sobre las concepciones de los profesores en relación a los siguientes aspectos de la enseñanza de la resta en la escuela primaria:

- Contenidos fundamentales de la enseñanza de la resta.
- Importancia de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- Objetivo fundamental de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- Fuentes de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- Situaciones propuestas para la contextualización de la enseñanza de la resta.
- Factores que determinan el éxito o fracaso en el aprendizaje de la resta.
- Momentos en que aparece la contextualización.

Como se puede observar, los aspectos anteriores ponen el énfasis en el papel que para el profesor tiene la contextualización en el proceso de enseñanza de la resta.

Las respuestas del cuestionario fueron concentradas en un cuadro en donde se registró la ponderación dada por los profesores a las frases que cumplimentan cada proposición. (Anexo. Cuestionario de Ordenación A) Posteriormente nos dimos a la tarea de cuantificar la frecuencia con la que cada una de las proposiciones fue ponderada con un mismo número por el grupo de profesores.

Un primer nivel de análisis de la información fue ubicar para cada uno de los ítems que se presentan, el orden asignado a las proposiciones por los

profesores e identificar qué proposición o proposiciones ubican como de mayor preferencia y a cuál o cuáles como de menor preferencia.

A continuación se presenta un análisis de la información obtenida. Para ello haremos una revisión de los resultados obtenidos para cada uno de los ítems del cuestionario.

En la columna de la izquierda se presentan las opciones que el profesor debe de ordenar. En la columna de la derecha se representa la frecuencia y el porcentaje (cuántas veces) los profesores asignaron el 1º, 2º, 3º, 4º, 5º lugar (ponderación) a cada una de las proposiciones.

Así por ejemplo, en el cuadro que se presenta a continuación observamos que para el ítem 1, los profesores en conjunto pusieron la opción 1ª dos veces en el lugar 1 (Mayor preferencia), dos veces en el lugar 2, y dos veces en el lugar 3. Para determinar la proposición de mayor o menor preferencia sumamos los porcentajes obtenidos con ponderación 1 y 2, en el primer caso, y 4 y 5, en el segundo caso.

En los cuadros presentados encontraremos que algunos números y porcentajes asignados no coinciden porque los profesores o bien asignaron un mismo número a varias proposiciones (como si las hubieran considerado en el mismo lugar de importancia), o bien no ordenaron las proposiciones, sino que solo ponderaron la proposición de mayor preferencia.

En el cuadro 25 se presentan los resultados obtenidos para el primer ítem del cuestionario.

De acuerdo a la información proporcionada en el cuadro, para los profesores el aspecto más importante que los niños deben de aprender en relación a la resta es en primer lugar, el significado de la operación y, en segundo lugar, la representación simbólica de la resta.

Los aspectos menos importantes son la resolución de operaciones con rapidez y exactitud y el algoritmo convencional para restar.

Estos resultados coinciden, de manera general, con los observados en Martínez (2001). Para los profesores que participaron en este estudio previo, el aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es el



significado de la operación (84.4%), mientras que el de menor importancia está resolver problemas con rapidez y exactitud.

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
1. El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es:					
1a. La representación simbólica de la resta.	2 25%	2 25%	2 25%		
1b. El algoritmo convencional para restar.		1 12.5%	2 25%	4 50%	
1c. El significado de la operación.	3 37.5%	3 37.5%			1 12.5%
1d. La resolución de problemas de resta.	2 25%	1 12.5%	1 12.5%	3 37.5%	
1e. Resolver restas con rapidez y exactitud.	1 12.5%				6 75%

Cuadro 25. Contenidos fundamentales de la enseñanza de la resta.

Cabe mencionar cómo los profesores dejan en tercer lugar de preferencia, la resolución de problemas de resta, siendo que es precisamente a través de la resolución de problemas que los niños construyen el significado de la operación.

Pudiera ser que los profesores ven la resolución de problemas como el objetivo último de la enseñanza de la resta y no lo ven también como un contenido de aprendizaje /enseñanza escolar.

Para el segundo de los ítem, relacionado con identificar el papel de los problemas o situaciones en la enseñanza de la resta, obtuvimos la siguiente información:

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
2.Utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para:					
2a. Enseñar a los niños a aplicar la resta a situaciones de la vida cotidiana.	3 37.5%	1 12.5%	3 37.5%		
2b. Motivar a los alumnos para el aprendizaje de la resta.	2 25%	4 50%			1 12.5%
2c. Desarrollar el razonamiento matemático de los niños.	3 37.5%	3 37.5%			2 25%
2d. Entrenar a los niños en la práctica del cálculo numérico.	2 25%	1 12.5%	1 12.5%	3 37.5%	
2e.Promover una comprensión más profunda de la operación de resta.	1 12.5%				6 75%

Cuadro 26. Objetivo fundamental de la contextualización en la enseñanza de la resta.

Para los profesores, utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para motivar a los alumnos para el aprendizaje de la resta, y desarrollar el razonamiento matemático de los niños.

La opción de menor preferencia fue que los problemas permiten promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

Resultados parecidos fueron encontrados en Martínez (2001), en donde el 60.2% de los profesores consideran que utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para desarrollar el razonamiento matemático del alumnado, el 50% está de acuerdo en que sirve para motivar a los alumnos para el aprendizaje.

Es probable que subsista en los profesores la idea de que el planteamiento de problemas en la enseñanza de la resta y de las matemáticas en general sirve principalmente para motivar, en el sentido conductista de captar la atención de los aprendices. La motivación, vista desde esta

perspectiva no está relacionada con el desarrollo de ciertos valores en torno a la importancia social o personal del aprendizaje de las matemáticas escolares.

De igual manera, pareciera ser que los profesores no establecieran una relación entre la resolución de los problemas y el desarrollo del concepto de la operación.

Sobre las fuentes que los profesores utilizan para seleccionar problemas o situaciones para la enseñanza de la resta encontramos los siguientes resultados:

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
3.Regularmente las situaciones o problemas que propones para enseñar la resta a los niños las escoges de:					
3a. Temas de interés propuestos por los propios niños.	5	1	1	1	
	50%	12.5%	12.5%	12.5%	
3b. Problemas planteados en cuadernos de ejercicios.		2	1	1	3
		25%	12.5%	12.5%	37.5%
3c. Situaciones propuestas en los libros de texto.	2	2		2	1
	25%	25%		25%	12.5%
3d. Situaciones vinculadas a otras áreas del currículum.			3	1	3
			37.5%	12.5%	37.5%
3e. Información proveniente de revistas, periódicos, propaganda comercial impresa, etc.	1	2	2	2	
	12.5%	25%	25%	25%	

Cuadro 27. Fuentes de la contextualización en la enseñanza de la resta.

Como podemos observar en el cuadro, los profesores escogen los problemas que proponen a los niños, principalmente de temas de interés propuestos por los propios niños, en segunda instancia de los libros de texto, y

en tercera instancia de la información proveniente de revistas, periódicos, y propaganda comercial impresa.

Como fuentes menos utilizadas están problemas planteados en cuadernos de ejercicios, así como situaciones vinculadas a otras áreas del currículum.

Estos resultados coinciden con los obtenidos en Martínez (2001). De acuerdo con tal estudio, las situaciones o problemas que los profesores proponen para enseñar la resta a los niños las escogen fundamentalmente de temas de interés propuestos por los propios niños (79.2%) y de situaciones propuestas en los libros de texto (60.7%). En cambio, situaciones vinculadas a otras áreas del currículum y la información proveniente de revistas, periódicos, propaganda comercial impresa, etc. son fuentes menos utilizadas por los profesores en la enseñanza de la resta.

Sobre el momento más apropiado del proceso didáctico para plantear a los niños problemas o situaciones de resta, encontramos los resultados que se presentan en el cuadro 28.

En relación al momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta, encontramos como opciones de mayor preferencia: durante todo el proceso de enseñanza; luego, en la parte inicial del proceso como motivación para los niños; y en tercer lugar, al empezar el tema, para desarrollar el significado de la operación.

Las opciones de menor preferencia fueron: cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación; y cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.

Haber seleccionado las opciones a ) y e) de alguna manera, como las opciones de menor preferencia, nos hace pensar en la probabilidad de que los profesores estén rompiendo con el modelo tradicional de la enseñanza de las operaciones aritméticas en donde primero se enseña a los niños la operatoria y después a utilizar ese conocimiento en la resolución de los problemas.

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
4. El momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta es:					
4a. Cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación.			1	5	1
			12.5%	62,5%	12.5%
4b. Al empezar a trabajar el tema, para desarrollar el significado de la operación.		4	3		
		50%	37.5%		
4c. En la parte inicial del proceso, como motivación para los niños.	4	1	2		
	50%	12.5%	25%		
4d. Durante todo el proceso de enseñanza de la resta.	4	2	1	1	
	50%	25%	12.5%	12.5%	
4e. Cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.	1	2	2	2	
	12.5%	25%	25%	25%	

Cuadro 28. Momentos en que aparece la contextualización.

En Martínez (2001), el momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta es al inicio del proceso de enseñanza, tanto para motivar a los niños a aprender, como para desarrollar el significado de la operación.

Cuando los profesores plantean problemas resta están preocupados o interesados en que los niños aprendan o desarrollen ciertos aspectos matemáticos. En el cuadro 29 se presenta la información obtenida en este rubro.

A los profesores les preocupa fundamentalmente que los niños analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo. En segunda instancia, les interesa que los niños se familiaricen con una gran variedad de situaciones que se puedan resolver con una resta. Esta última preocupación es inconsistente con el Cuestionario Abierto, en donde el tipo de problemas que se sugieren para trabajar el tema de la resta son muy estereotipados.

APROXIMACIÓN A LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES

---

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
5. Cuando planteas un problema o situación de resta lo que más te preocupa es que los niños:					
5a. Encuentren la respuesta correcta al problema.			4	2	1
			50%	25%	12.5%
5b. Apliquen correctamente el procedimiento convencional para restar.		2	1	3	1
		25%	12.5%	37.5%	12.5%
5c. Analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo.	8				
	100%				
5d. Resuelvan el problema aplicando el modelo: datos-operación-resultado.			3		5
			37.5%		62.5%
5e. Se familiaricen con una variedad de situaciones que se pueden resolver con una resta.		5	1	1	
		62.5%	12.5%	12.5%	

Cuadro 29. Objetivo fundamental de la contextualización.

De acuerdo a los datos del cuadro anterior, lo que menos preocupa a los profesores es que los niños resuelvan problemas aplicando el modelo: datos, operación, resultado; así como aplicar el procedimiento convencional para restar.

Los resultados anteriores coinciden con los obtenidos en el estudio preliminar (Martínez,2001). En tal estudio, lo que más preocupa a los profesores cuando plantean un problema o situación de resta es que los niños analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo. En cambio lo que menos preocupa es que los niños encuentren la respuesta correcta al problema o resuelvan el problema aplicando el modelo: datos-operación-resultado.

Sobre los factores que determinan el éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta, encontramos la siguiente información.

APROXIMACIÓN A LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES

---

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
6. El éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta depende principalmente de:					
6a. El conocimiento del vocabulario utilizado en el problema.		3	3	1	
		37.5%	37.5%	12.5%	
6b. El nivel de dominio del cálculo numérico.	1	1	1	3	2
	12.5%	12,5%	12.5%	37.5%	25%
6c. Relacionar adecuadamente los datos del problema.	3	1	3		
	37.5%	12.5%	37.5%		
6d. La experiencia en la resolución de problemas de resta similares	1	2			4
	12.5%	25%			50%
6e. La confianza en los propios procedimientos para resolver problemas.	3		1	3	
	37.5%		12.5%	37.5%	

Cuadro 30. Factores que determinan el éxito o fracaso en el aprendizaje de la resta.

Para los profesores, el éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta está relacionado en primera instancia con la capacidad del niño para relacionar adecuadamente los datos del problema; y en segunda instancia, con la confianza del niño en los propios procedimientos para restar, así como con el conocimiento del vocabulario utilizado en el problema. Estos datos coinciden con los obtenidos en Martínez (2001).

Este dato, como lo veremos posteriormente, es inconsistente con las ideas expresadas por los profesores durante el desarrollo del curso de formación, en donde atribuyen mucho peso a la competencia lingüística de los niños, así como en la capacidad del niño para ubicar la palabra clave como condición para una resolución correcta del problema.

Llama la atención que los profesores consideren que la experiencia con problemas similares no es un factor que este presente cuando los niños resuelven los problemas de resta.

Finalmente, en relación al tipo de situaciones de resta que se deberían proponer a los niños, encontramos los siguientes datos.

ÍTEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
7. Las situaciones de resta que propongamos a los niños deben de ser principalmente:					
7a. Ejercicios de cálculo numérico escrito.			1	2	4
			12.5%	25%	50%
7b. Problemas de enunciado escrito.		2	2	3	
		25%	25%	37.5%	
7c. Problemas presentados a través de dibujos.		5		1	1
		62.5%		12.5%	12.5%
7d. Problemas con la información presentada en tablas, gráficos, etc		2	4		1
		25%	50%		12.5%
7e. Problemas o situaciones reales representados con material concreto.	8				
	100%				

Cuadro 31. Situaciones propuestas para la contextualización de la enseñanza de la resta.

Como podemos observar en el cuadro, los profesores consideran que a los niños hay que presentarles fundamentalmente problemas o situaciones reales representados con material concreto.

Curiosamente, esta preferencia no se corresponde con el tipo de situaciones que ellos sugieren en el Cuestionario Abierto, aunque de alguna manera esta idea es replanteada durante sus intervenciones en el Curso de Formación Profesional sobre la enseñanza de la resta.

Problemas presentados a través de dibujos tiene el segundo lugar en la preferencia de los profesores; mientras que los problemas con enunciado



escrito y ejercicios de cálculo numérico escrito, aparecen como situaciones de menor preferencia de los profesores. Sin embargo, son precisamente últimos dos tipos de situaciones los que los profesores han propuesto en el Cuestionario Abierto.

Los resultados anteriores son análogos a los obtenidos en Martínez (2001). En dicho estudio, la mayoría de los profesores encuestados consideran que las situaciones de resta que se deben de proponer a los niños deben ser principalmente problemas o situaciones reales representados con material concreto, así como problemas presentados a través de dibujos. En contraparte, los maestros consideran las situaciones que menos deben de utilizarse son los ejercicios de cálculo numérico escrito y los problemas de enunciado escrito. Los problemas propuestos por la inmensa mayoría de los profesores en el Cuestionario Abierto, fueron precisamente los problemas con enunciado escrito, en tanto que los problemas apoyados en material concreto o a través del dibujo están casi ausentes.

### **Segundo nivel de análisis**

Un segundo tipo de análisis que se hizo de la información recabada a través del Cuestionario de Ordenación fue estudiar, para cada uno de los ítems del cuestionario, las secuencias que se formaban una vez que los profesores habían ordenado el grupo de proposiciones planteadas.

En primera instancia, se codificaron las frases de cada ítem asignándoles una letra (a,b,c,d,e), correspondiente a las ponderaciones 1,2,3,4 y 5 respectivamente.

Posteriormente se elaboró un cuadro en el que se representó, a través de la secuencia de las letras, el ordenamiento que hicieron los profesores de cada grupo de proposiciones. (Anexo. Cuestionario de Ordenación B)

En otro momento nos dimos a la tarea de analizar estas series de letras centrándonos en las secuencias que más se repiten.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los ítems del cuestionario.

*Ítem 1: El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es.*

Las secuencia que más se repiten son *dcabe* y *cabde* en dos ocasiones cada una.

*dcabe:*

- d) La resolución de problemas de resta.
- c) El significado de la operación.
- a) La representación simbólica de la resta.
- b) El algoritmo convencional para restar.
- e) Resolver restas con rapidez y exactitud.

Esta primera secuencia está muy vinculada con las orientaciones didácticas del actual enfoque de los programas de matemáticas para la escuela primaria.

La secuencia didáctica va de la resolución de problemas y construcción del significado de la operación, al aprendizaje de los procedimientos para resolver los problemas.

*cabde*

- c) El significado de la operación.
- a) La representación simbólica de la resta.
- b) El algoritmo convencional para restar.
- d) La resolución de problemas de resta.
- e) Resolver restas con rapidez y exactitud.

En el estudio previo (Martínez, 2001), esta segunda secuencia de proposiciones es la que más se repite(17.7%).

En este caso llama la atención la ubicación de la opción d) la resolución de problemas de resta en un tercer momento, cuando los niños han aprendido el significado de la resta y el algoritmo convencional.

Pareciera ser que aquí los profesores ubican la resolución de problemas como una etapa de aplicación de la operatoria; en cuanto que es precisamente a través de este medio el que les permite construir el significado de la operación.

Los resultados anteriores entran en contradicción con nuestra experiencia con la práctica escolar en la enseñanza de las matemáticas, en donde hemos observado precisamente la orientación inversa; es decir, una preocupación de los profesores por el dominio de los procedimientos o técnicas para restar, en detrimento de la construcción del significado de la operación.

*Ítem 2. Utilizar problemas o situaciones para la enseñanza de la resta sirve principalmente para.*

La secuencia de proposiciones que se repite es *abcde*:

- a) Enseñar a los niños a aplicar la resta a situaciones de la vida cotidiana.
- b) Motivar a los alumnos para el aprendizaje de la resta.
- c) Desarrollar el razonamiento matemático de los niños.
- d) Entrenar a los niños en la práctica del cálculo numérico.
- e) Promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

La ubicación de la opción e), como de menor preferencia, confirma de alguna manera la observación realizada anteriormente en el sentido de cómo en el pensamiento del profesor, la resolución de problemas aparece desvinculada, en ciertos momentos, de la construcción del significado de la operación.

En el estudio preliminar Martínez (2001), la secuencia anterior no aparece. En su lugar la secuencia de proposiciones que más se repite en este ítem es *abcd* con un 8.8%.

*Ítem 3. Regularmente las situaciones o problemas que propones para enseñar la resta a los niños las escoges de.*

En este caso en particular, no aparece alguna secuencia que se repita. Sin embargo, podemos resaltar la presencia de los libros de texto como una fuente importante de los problemas propuestos en el aula; así como de la pobre presencia de problemas vinculados con las demás áreas del currículum y de los problemas basados en información proveniente de revistas, periódicos, etc.

En el estudio previo (Martínez, 2001), la secuencia que aparece de manera más frecuente es *cabed*, con un 10.1%. Otras secuencias que aparecen con un con un porcentaje significativo son: *acdbe* (6.3%) y *acebd* (6.3%).

*Ítem 4. El momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta es.*

Las secuencias que se repiten son *cdbae* y *dbcae*.

*cdbae*

- c) En la parte inicial del proceso, como motivación para los niños.
- d) Durante todo el proceso de enseñanza de la resta.
- b) Al empezar a trabajar el tema, para desarrollar el significado de la operación.
- a) Cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación.
- e) Cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.

*dbcae*

- d) Durante todo el proceso de enseñanza de la resta.
- b) Al empezar a trabajar el tema, para desarrollar el significado de la operación.
- c) En la parte inicial del proceso, como motivación para los niños.
- a) Cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación.
- e) Cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.

En la primera secuencia podemos observar cómo el planteamiento de problemas en la etapa inicial del proceso es pensada por algunos profesores

más como una estrategia para captar la atención de los niños, es decir como un factor de motivación para aprender.

En ambas secuencias podemos observar la idea de trabajar los problemas de resta en la etapa inicial del proceso y durante todo el proceso de enseñanza.

Las secuencias anteriores no aparecen de manera significativa en (Martínez, 2001). En ese estudio la secuencia que más se repite es *bcdae* con 16.4%. Otras secuencias que se repiten con porcentajes significativos son *cbdae* (11%), *bcdea* (7.5%) y *cbdea* (7.5%). Llama la atención la ubicación de la opción (d) en las secuencias anteriores, ya que, de alguna manera, esta opción engloba al resto; además de ser una de las orientaciones didácticas más importantes presente en la mayor parte de los documentos en que se basan los actuales programas de matemáticas para la educación primaria.

*Ítem 5. Cuando planteas un problema o situación de resta lo que más te preocupa es que los niños.*

La opción que se repite, es *caebd* en dos ocasiones:

- c) Analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo.
- a) Encuentren la respuesta correcta al problema.
- e) Se familiaricen con una variedad de situaciones que se pueden resolver con una resta.
- b) Apliquen correctamente el procedimiento convencional para restar.
- d) Resuelvan el problema aplicando el modelo: datos-operación-resultado.

En este caso observamos una preocupación central de los profesores porque los niños resuelvan el problema utilizando un procedimiento adecuado

Esta preocupación se mantendrá constante durante las intervenciones en el curso de formación de profesores en donde por un lado están de acuerdo en que los niños resuelvan los problemas utilizando sus propias estrategias para resolverlo, siempre y cuando obtengan el resultado correcto.

La secuencia anterior tampoco apareció de manera significativa en la primera fase del estudio (Martínez, 2001). En éste la secuencia con mayor frecuencia fue *cebad* con 8.8%. Otras secuencias con porcentajes similares fueron *cabed* (6.3%) y *ecabd* (6.3%).

*Ítem 6. El éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta depende principalmente de.*

Las secuencia que se repite es *eachd*.

e) La confianza en los propios procedimientos para resolver problemas.

a) El conocimiento del vocabulario utilizado en el problema.

c) Relacionar adecuadamente los datos del problema.

b) El nivel de dominio del cálculo numérico.

d) La experiencia en la resolución de problemas de resta similares.

En Martínez (2001), esta misma secuencia es la que más se repite. Nos llama la atención, la ubicación de la opción c) en tercer término, ya que es un aspecto fundamental en el desarrollo del cálculo relacional.

Lo mismo aplica a la opción d) ya que la experiencia con problemas similares es fundamental en la resolución de nuevos problemas aparentemente diferentes, pero con una estructura relacional similar.

*Ítem 7. Las situaciones de resta que proponamos a los niños deben de ser principalmente.*

La secuencia más frecuente fue *ecdba*, que se repite en tres ocasiones.

e) Problemas o situaciones reales representados con material concreto.

c) Problemas presentados a través de dibujos.

d) Problemas con la información presentada en tablas, gráficos, etc.

b) Problemas de enunciado escrito.

a) Ejercicios de cálculo numérico escrito.

Resultados semejantes para este ítem fueron obtenidos en Martínez (2001), en donde la secuencia más frecuente fue también *ecdba*, con 21.5%.

En esta secuencia se puede observar una progresión didáctica en cuanto a la forma de presentar los problemas o situaciones que va de lo real y concreto, a los estrictamente simbólico.

Sobre estos resultados podemos señalar algunas inconsistencias entre lo que expresan los profesores a través de este instrumento y lo que expresan ante situaciones donde ellos tienen que proponer alternativas didácticas.

Así, casi todas las situaciones propuestas en el Cuestionario Abierto fueron del tipo problemas de enunciado escrito y operaciones numéricas escritas, mientras que en el Cuestionario de Ordenación aparece como una de las opciones de menor preferencia.

De la misma manera, los problemas o situaciones reales, representados con material concreto, que en el presente instrumento aparecen como la opción de mayor preferencia, en el Cuestionario Abierto no están presentes.





## 14. APROXIMACIÓN A PARTIR DEL ANÁLISIS DEL CURSO DE FORMACIÓN PROFESIONAL

De la misma manera que se hizo en el capítulo anterior de este informe, trataremos ahora de hacer una primera aproximación a las concepciones del grupo de profesores sobre la enseñanza de la resta a partir del análisis de los registros verbales generados durante el proceso de discusión en el Curso de Formación Profesional.

El curso, como ya se ha mencionado, estuvo conformado por siete actividades centradas en el análisis de casos e incidentes críticos en la clase de matemáticas.

Además de presentar un análisis de los resultados de cada una de las actividades, también trataremos de identificar aquellos posicionamientos de los profesores que se reafirman o cambian a través de las diferentes actividades.

Las primeras dos actividades fueron analizadas en bloque por estar referidas a aspectos similares de la enseñanza y el aprendizaje de la resta.

### Primera y segunda actividad

Las actividades 1 y 2 estuvieron dedicadas a la reflexión en torno al concepto de la operación de resta y al proceso de construcción del significado de la operación por parte de los aprendices.

En el siguiente cuadro se presenta el contenido de estas dos actividades.

<b>ACTIVIDAD</b>
<p>1. Discusión grupal sobre las siguientes cuestiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué es la resta?</li> <li>- ¿A qué nos referimos cuando hablamos de enseñar a los niños a restar?</li> <li>- ¿Qué han de aprender los niños en relación al tema de la resta en la escuela primaria?</li> </ul>

2. Análisis por equipo de la Situación "A" del "Caso Abel" en base al siguiente guión de preguntas:

- a) ¿Te has encontrado alguna vez con alguna situación semejante?
- b) ¿Consideras que lo que está ocurriendo en esta situación podría corresponder a un problema de enseñanza?, ¿Por qué?
- c) ¿A qué crees se deba la dificultad de Ana?
- d) ¿Qué recomendaciones le darías al profesor Abel para ayudar a Ana ante esta situación?
- e) ¿Qué te parece el problema propuesto por el profesor del Caso Abel (el problema de los dulces)?

**SITUACIÓN A**

Enfrentada a un problema de resta, Ana lo resuelve de la siguiente manera.

*Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$125  
¿Cuánto dinero le ha quedado?*

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 + \\
 125 \\
 \hline
 325
 \end{array}$$

Cuadro 32. CFP. Primera y segunda actividad.

En una primera etapa se resumieron y clasificaron las intervenciones de los profesores en las siguientes categorías generales: (Anexo. Actividades 1 y 2 A)

- Significado de la resta.
- Aspectos o contenidos de enseñanza.
- ¿Qué deben de aprender los niños sobre la resta?
- Dificultades de aprendizaje.
- Representación del problema.
- Conocimientos previos.
- Alternativas didácticas para el desarrollo del significado de la operación.
- Cambio en el profesorado.

Posteriormente, un estudio más profundo de la intervención de los participantes en el desarrollo de estas primeras dos actividades nos llevó a elaborar las siguientes categorías y subcategorías de análisis y reorganizar las ideas de los profesores en función de estas nuevas categorías: (Anexo. Actividades 1 y 2 B)

a) El significado de la resta:

- El concepto de resta
- Construcción del concepto de resta

b) Contenidos de enseñanza:

- Procedimientos
- Resolución de problemas

c) Representación:

- Significados de representación
- Papel de la representación

d) Dificultades de aprendizaje:

- Relacionadas con el aprendiz.
- Relacionadas con el proceso didáctico
- Relacionadas con aspectos contextuales de la práctica

e) El contexto del problema

f) Alternativas de intervención

g) Profesores e innovación

A continuación se presentan las ideas expresadas por los profesores en relación a cada una de las categorías anteriores.

### **El significado de la resta**

En este apartado se utilizaron las siguientes dos categorías de análisis: concepto de resta y construcción del concepto de resta.

La primera categoría refiere a qué es para los profesores la resta como operación aritmética y la segunda a cómo conciben la construcción del significado de la operación por parte de los aprendices.

Para los profesores restar tiene diferentes significados:

- Quitar objetos de una colección.

[...] C-DG1.1: Quitar objetos de una colección.

[...] Ma-DG1.8: Yo creo que al niño se le hace más fácil cuando le decimos quitar, porque está más relacionado con...

Es cierto que puede ser encontrar la diferencia, que puede ser sustraer, pero el está más relacionado con me dan, me quitan, te doy, te quito.

O sea, es más sencillo para los niños.

- Encontrar la diferencia entre dos cantidades

[...] N-DG1.5: Yo digo que es encontrar la diferencia entre una cantidad y otra.

- Separar

[...] J-DG1.6: Substraer, separar, hacer la diferencia.

- Completar

[...] I-DG1.7: Una resta también puede ser completar, no siempre es nada más quitar; si yo quiero tener tanto, ¿Cuánto me falta?

En general, los profesores asocian la resta a una acción sobre objetos: restar es quitar, sustraer, separar. En otros casos, la resta hace referencia a la comparación e igualación de cantidades.

En esta primera aproximación, no hay una referencia a situaciones contextuales en las que se usa dicha operación. En palabras de Maza (2001), la operación aritmética es entendida como descripción de una acción dentro de una situación determinada.

La construcción del significado de resta se ve como un proceso complejo, evolutivo, que se va elaborando a lo largo de la escolaridad y en donde juegan un papel fundamental el planteamiento y la resolución de problemas. Para los profesores, la construcción del significado de la resta por los aprendices está fuertemente vinculada al planteamiento y resolución de problemas. Las afirmaciones anteriores pueden ser ejemplificadas a partir del siguiente fragmento de la discusión durante el curso:

[...]

M: ¿Cuando diríamos nosotros que el niño ha construido el significado de la resta?

J-DG2.31: Es muy complicado y lo va comprendiendo en grados superiores.

- M: Entonces no es que el significado uno lo adquiera de golpe y porrazo. Uno lo construye en diferentes momentos, pero mi pregunta es ¿Cuándo diríamos que el niño ha internalizado el significado de la resta?, ¿Qué evidencias me da el niño como para decir, este niño ha construido el significado de la resta.
- Ma-DG2.32: Pues cuando puede resolver los problemas que se le presentan.
- M: Cuando puede resolver los problemas, entonces diríamos que la construcción del significado de la resta ¿Cómo se da, a partir de qué?
- Ro-DG2.33: Del planteamiento de los problemas.
- I-DG1.13: Ese es el problema, que generalmente primero les enseñamos el algoritmo y después les planteamos problemas. O sea lo hacemos a la inversa.

### **Contenidos de aprendizaje**

Un aspecto que nos pareció interesante estudiar fue identificar qué aspectos o contenidos los profesores consideran que los niños deben de aprender en la escuela en relación al tema de la resta. Encontramos algunas expresiones alusivas a los siguientes aspectos:

- Significado de la resta.
- Algoritmo convencional.
- Resolución de problemas.

Inicialmente, hubo bastante dificultad por parte de los profesores para identificar los aspectos o contenidos de aprendizaje y enseñanza escolar que conforman el tema de la resta y que son expresados en el currículum de matemáticas para la educación primaria.

Sobre los aspectos que deben de enseñarse en la escuela sobre el tema de la resta los profesores señalan principalmente, el algoritmo y la resolución de problemas.

El algoritmo convencional para restar es visto como la parte mecánica de los contenidos. Así lo muestra el siguiente fragmento de la discusión cuando se plantea la pregunta sobre qué aspectos deben de aprender los niños en relación al tema de la resta en la escuela.

[...] J-DG1.9: Una mecanización, pero no solo eso. Porque el niño aún no tiene la capacidad de abstracción para comprender.

M: Usted dice que aparte de la mecanización hay que enseñarles a los niños algo más sobre la resta.

J-DG1.10: Sí, pero es muy difícil, ese es el problema, todos los niños tienen un grado de comprensión, para tener la abstracción matemática...

La resolución de problemas de resta es el otro aspecto identificado como importante en la enseñanza de la resta. Así lo podemos ver en la intervención hecha por la maestra N sobre este tópico:

[...] N-DG1.11: Yo digo que el niño debe de aprender a resolver una situación que se le presente, que el sepa cómo lo va a resolver, a buscar las alternativas de cómo va el a resolver un problema.

Debemos plantearle a los niños un problema, por ejemplo de resta, y que el lo resuelva con los conocimientos que el trae.

Si bien el desarrollo de procedimientos informales o no convencionales para resolver problemas es señalado por los profesores como un aspecto que deben de aprender los estudiantes en relación al tema de la resta, este no está claramente identificado. De hecho, y como lo veremos posteriormente, el desarrollo de procedimientos informales para resolver una problema no es percibido por los profesores como un objetivo de enseñanza, sino, en el mejor de los casos, como un medio para resolver problemas.

Por otra parte, se reconoce que el proceso didáctico utilizado para enseñar la resta no es el adecuado. Se debería de comenzar planteando a los niños problemas para su resolución a través de procedimientos informales y posteriormente enseñar el procedimiento convencional para restar. Así es expresado por la maestra I en una de sus intervenciones:

[...] I-DG1.13: Generalmente primero les enseñamos el algoritmo y después les planteamos problemas. O sea, lo hacemos a la inversa.

Este tipo de concepciones se verán luego confrontadas con las ideas que los profesores tienen sobre otros aspectos de la enseñanza de la resta.

### La representación del problema

Los maestros expresan diferentes ideas en torno al tema de la representación en la enseñanza de la resta.

Aquí identificamos algunas frases relacionadas con las siguientes dos categorías:

- Significado de la representación
- Papel de la representación

La primera categoría trata de identificar lo que es para el profesor una representación en matemáticas y la segunda cuál es el papel asignado a la representación en el aprendizaje y enseñanza de la resta.

La representación del problema juega un papel fundamental en el proceso de resolución de los problemas.

En este sentido los profesores entienden por representación la construcción de un modelo concreto, pictórico, gráfico, o simbólico del problema con el fin hacerlo objetivo; para comprenderlo y resolverlo.

[...]

M: ... Cuando escuchan representación del problema, ¿Qué es lo que viene a su mente con la palabra representación?.

N-DG2.34: Generalmente al algoritmo.

Ca-DG2.35: Hacer una gráfica, dibujar el problema.

N-DG2.36: Una operación escrita.

D-DG2.37: Con fichas, con palitos.

No está claro que la representación sea un mediador o intermediario entre el problema y su resolución. Más bien pareciera ser que se percibe la representación como algo ya dado, no construido, que permite saber qué operación utilizar para resolver el problema. En algunos casos la representación se identifica con el algoritmo.

[...]

M: ¿Para qué sirve la representación de un problema?

J-DG2.39: Para hacerlo más objetivo, más concreto, más objetivo pienso yo.

Porque vamos a suponer en grados más arriba, por ejemplo el cuadrado de un binomio, lo hago gráfico, con una operación matemática

o lo hago con una ley. Entonces una de esas tres formas es más fácil para mí y las tres es lo mismo. ¿Si me explico?

N-DG2.40: La representación de un problema, por ejemplo, con un dibujo me permite saber qué es lo que voy a hacer.

Los profesores consideran que para favorecer el aprendizaje de la resta se deben de utilizar diferentes formas de representación de los problemas: de manera concreta y a través de dibujos, principalmente. Ellos consideran que la representación concreta del problema se debiera utilizar en los primeros dos grados de educación primaria, pero a partir del segundo ciclo se debería de prescindir de ésta como apoyo en la comprensión y resolución de problemas.

[...]

Ma-DE2.20: En primer año y en segundo, se hace con objetos que ellos puedan manipular...

C-DE2.21: Pero ya en tercero tu tienes que quitarles eso porque los niños comienzan a llenar la libreta de rayitas y eso ya no se vale en tercero... tu tienes que quitarles esa costumbre.

C-DE2.33: Y que utilice material concreto....al principio.

N-DE2.61: Para los niños más pequeños el material concreto es indispensable para que adquiera el conocimiento.

I-DG2.43: Y respecto a lo que dice al finalizar el artículo respecto a la motivación, dice se requiere que los profesores utilicemos diferentes formas de representación de un problema, que estimulemos a los niños a utilizar diferentes formas de representación, pidiéndoles que pasen de una forma de representación a otra.

Animándoles, dice ahí, a que construyan y socialicen sus estrategias personales de resolución de problemas.

Ahí dice estimular, animar, y nosotros por ejemplo les enseñamos el algoritmo, se los explicamos y si el niño se quedó ahí sin entender cómo se hacía, el niño se queda con los brazos cruzados, y no lo hace y no lo termina y no lo entendió.

C-DG2.46: El profesor debe motivar a la niña a que use diferentes formas para resolver el problema de resta, que construya sus propias estrategias, que utilice diferentes procedimientos y formas de plantear los problemas.

También que al principio utilice material concreto, o representaciones con dibujos y también que comente con sus compañeros la forma cómo



ha resuelto los problemas, tanto de la niña como de sus otros compañeritos. Que lo comenten y ya después que pasó por todo esto, entonces si que resuelvan los problema utilizando el algoritmo convencional.

Yo creo que después de todo esto la niña se daría cuenta que hay una forma más directa o más sencilla de realizarlo, pero primero tendría que pasar por todo lo anterior.

### **Las dificultades de aprendizaje**

En este apartado identificamos diferentes factores que los profesores utilizan como explicación a las dificultades de aprendizaje que los niños tienen para relacionar los datos de un problema e identificar la resta como la operación que lo resuelve.

Organizamos las explicaciones de los profesores sobre las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en los siguientes apartados:

- Relacionadas con el aprendiz:
  - Atención
  - Lectura
  - Razonamiento
  - Falta de conocimientos previos
- Relacionadas con el proceso didáctico:
  - Enseñanza inadecuada
  - Redacción del problema
  - Cantidades utilizadas
- Relacionadas con aspectos contextuales de la práctica

Como vemos, los factores asociados a la dificultad de los aprendices para resolver problemas de resta son de distinta naturaleza.

Algunos factores aparecen asociados a aspectos cognitivos del aprendiz (atencionales, de comprensión lectora, razonamiento, de la capacidad para activar conocimientos previos, etc.). Otras explicaciones están asociadas a aspectos del proceso didáctico (enseñanza, redacción del problema, tamaño de las cantidades utilizadas, etc.). Finalmente, circunstancias adversas en las que

se desarrolla la práctica profesional del docente también son señaladas como elementos que repercuten en el aprendizaje de los estudiantes y determinan la eficacia de los procesos didácticos.

### **Dificultades de aprendizaje y características de aprendiz**

Cuando los profesores señalan que la dificultad para resolver el problema de resta está vinculada con factores relacionados con el aprendiz, el niño es el responsable del problema; mientras que en los otros dos, la explicación de la dificultad está puesta en factores exógenos al aprendiz, procesos de enseñanza inadecuados, obstáculos de la práctica, o formación deficiente del profesorado).

La atención es un factor que aparece muy vinculado a la comprensión, razonamiento y resolución de problemas.

La dificultad del niño es ubicada en la incapacidad de este para abstraerse de otros estímulos y concentrarse en la tarea, como si esto bastara para comprender y resolver el problema, como puede apreciarse en el siguiente extracto de la discusión.

[...]

C-DE2.1: El problema pudo ser que el niño no leyó el problema con atención. No le puso atención al problema.

Ma-DE2.5: Aquí es un problema de atención o de razonamiento. El niño sabe el procedimiento, acomoda las unidades debajo de las unidades y las decenas debajo de las decenas, pero lo único es que lo hizo sumando en lugar de restando.

Muy vinculado al aspecto atencional, está la no lectura del problema, como factor explicativo del fracaso del aprendiz en la resolución del problema. Para los profesores, el niño no entendió el problema porque no lo leyó con atención.

[...]

C-DE2.1: El problema pudo ser que el niño no leyó el problema con atención. No le puso atención al problema.

C-DE2.29: El niño no lo entendió, no lo leyó correctamente.

M-DG2.7: Pero en ese caso, ¿Ustedes por qué piensan que la niña en lugar de utilizar una resta utiliza una suma para resolver el problema?

Ma-DG2.8: Porque no leyó el problema, porque no comprendió el problema. Muchos niños antes de leer el problema ya los están resolviendo; oralmente sacan los números.

La falta de comprensión o razonamiento del problema es otra de las explicaciones utilizadas por los profesores sobre las dificultades de los aprendices para resolver problemas.

[...]

N-DE2.42: Yo digo que no es un problema de enseñanza, a los niños no se les va a enseñar que aquí tienes que restar o sumar, el niño tiene que saber por lógica, qué es lo que debe hacer.

N-DE2.46: Yo insisto en que no es un problema de enseñanza, sino un problema de razonamiento. Yo estoy viendo que el niño no comprendió.

La falta de conocimientos previos de los alumnos, así como la incapacidad del maestro para reactivar los conocimientos previos de éstos, es mencionada también como causa explicativa de las dificultades de aprendizaje:

[...]

I-DG2.2: Decíamos que era eso, que el maestro no estaba utilizando los conocimientos previos del alumno, que no permite que el alumno plantee y resuelva problemas de resta, y no utiliza material concreto, y la recomendación es esa verdad, que utilice material concreto y que se base en el para la enseñanza de las matemáticas. Ahí está la base para que el alumno aprenda a resolver problemas

J-DG2.11: Yo digo que es un problema porque es un problema de un conocimiento que no trae el muchacho o que no trae y se presenta en lo lingüístico cuando no puede interpretar el texto y entonces aplica otro procedimiento y ¿A qué te obliga?. A que te vas a regresar, te vas a detener en tu programación, y cuando llegas a los grados superiores es todavía mayor el problema, podemos ir a quinto y sexto y vemos que están batallando mucho.

En otros casos, el fracaso en la resolución de problemas está asociado a un proceso inadecuado de enseñanza

A los aprendices no se les da oportunidad de que reflexionen o analicen el problema, la enseñanza se centra en aspectos mecánicos del aprendizaje, se omiten etapas fundamentales del aprendizaje al enfocarse desde un inicio en el

dominio de un procedimiento convencional para restar, no se parte de los conocimientos previos del aprendiz sobre el tema, el maestro no plantea problemas de contexto que den sentido al aprendizaje de la resta centrándose en el aprendizaje del algoritmo para restar, ni utiliza apoyos concretos en el proceso didáctico.

[...]

D-DE2.39: Yo pienso que sí porque no le permitimos al alumno que reflexione, que haga reflexiones sobre que operación va a hacer cuando le planteamos problemas razonados.

N-DE2.54: Les enseñás mecánicamente y cuando les das un problema, un problema razonado, no saben ni que hacer.

N-DG1.14: Yo he trabajado con alumnos de los grados superiores y he llegado a la conclusión de que no dejamos que los niños construyan las matemáticas. Nos centramos en que ellos memoricen, por ejemplo una de las ideas que vienen aquí (en el material de apoyo al curso), dice que... no dejamos que los niños construyan las matemáticas, dejamos que los niños se memoricen las resta, las multiplicaciones... y el niño a veces no entiende porque no le dimos la libertad de que construyeran los algoritmos y el niño después se queda atorado porque no dejamos que construyera su conocimiento matemático.

Los niños que ahora yo tengo en quinto grado, batallan mucho para la resta porque como dice el compañero yo creo que no se les dieron los conocimientos básicos de unidades y decenas. No se les dio cómo debe de ser y es un problema muy fuerte cuando los niños llegan a grados superiores.

J-DG1.15: Yo creo que a los niños los hacemos rutinarios. Los niños llegan a quinto año o en cuarto, muchos niños decían tengo diez y le quito cinco, en la división y cuando querían seguir el proceso batallaban cada vez más en lugar de ...

En lugar de decir tengo cinco para llegar a diez y llevo esto, yo veía que más se complicaba y les explicaba y no me entendían.

Es por eso, por esa mecanización que hacemos siempre, en donde a los niños no los hicimos reflexionar.

Nosotros también nos hicimos rutinarios, y no cambiamos seguimos igual.

Muchas veces en matemáticas hay muchos procesos para llegar a un resultado. A veces, el maestro no tiene el conocimiento, sobre todo en grados más superiores.

Yo lo viví con uno de mis hijos que resolvía un problema y la maestra se los ponía mal porque quería un solo proceso.

La manera como está redactado el problema es fuente de dificultades para su resolución. Los profesores consideran que la utilización de algunas palabras importantes en el texto del problema se convierten en índices que pueden ayudar u obstaculizar su comprensión.

[...]

Ri-DE2.23: Yo pienso que en la redacción el niño se confunde un poco...

Ri-DE2.7: Pero también depende de la redacción del problema...

C-DE2.26: Entonces el problema sí está bien planteado, como dice el maestro, aquí a lo mejor el niño se acostumbró a que había una palabrita clave y una forma de redactar del maestro anterior.

En este caso consideran la necesidad de introducir en el texto del problema palabras claves que sean utilizadas por los niños como indicadores del tipo de operación aritmética que han de utilizar para resolverlo. Por lo tanto el hecho de que aparezcan palabras en el texto que tengan significado ambiguo para el niño es considerado como una anomalía del proceso didáctico, en lugar de ser considerado como un objetivo de aprendizaje.

El tamaño de los números utilizados en el problema, así como el uso de números con ceros son considerados elementos explicativos de las dificultades de los niños para resolver problemas de resta.

[...]

Ca-DE2.24: Pero aquí en este problema, a lo mejor era mucha cantidad.

Ca-DE2.25: Yo pienso que cuando el niño aquí ve dos ceros es cuando más dificultades tiene. Aunque el niño sepa que hay que restar, por el hecho de estar dos ceros, no saben cómo descomponerlo. Por eso para esta niña se le hizo más fácil hacer la suma, aunque aquí diga cuánto dinero le ha quedado.

Los aspectos contextuales en que se desarrolla la práctica profesional aparece como una explicación alternativa a las dificultades de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular.

Factores inherentes a las condiciones en que se enseña, son señalados por los profesores como elementos que obstaculizan el desarrollo de una enseñanza adecuada de las matemáticas en la escuela y en consecuencia de un aprendizaje más comprensivo o significativo por parte de los aprendices.

Esta idea es propuesta principalmente por el profesor J, quien de manera reiterada a lo largo de la discusión va señalando cómo la práctica está fuertemente condicionada por factores que están muchas veces fuera del control del profesor: lineamientos de la política educativa, la sobrecarga académica, falta de tiempo, etc.

[...]

J-DE2.44: A lo mejor también tiene que ver con la política (educativa), que lo promueve aunque no tenga afianzado el conocimiento.

J-DE2.62: Pero al hacerle la recomendación a Abel para que se regrese a enseñar a este muchacho ¿Qué va a pasar?

J-DE2.67: Yo pienso que la carga académica que hay que te obliga a ir ¡órale!, y ¡avánzale! y ¡avánzale! y ¡avánzale!

J-DE2.87: Ahí está el problema de la cuestión. De que el programa está muy extenso, y no puedes detenerte, te atrasas.

Como vemos en los fragmentos de discusión presentados, el profesor señala que las políticas educativas que obligan a la promoción automática de los aprendices de un grado a otro, la excesiva cantidad de disciplinas y contenidos que se han de enseñar en la escuela son factores que limitan el desarrollo de una enseñanza constructivista de las matemáticas en la escuela que considere partir de los conocimientos previos de los niños y respetar su proceso de aprendizaje.

El dilema que plantea el profesor J es fundamental: ¿Qué podemos hacer los profesores para conciliar un currículum de matemáticas de corte constructivista con una serie de normas contrarias que rigen el desarrollo de la práctica docente?

Las limitaciones que se identifican en la práctica son realmente importantes, lo que por otra parte refuerza la justificación de nuestro estudio ya que una de las motivaciones que nos llevó a éste fue la cantidad de esfuerzo

invertido en la formación del profesorado en relación al tema de la resta y los pobres resultados de cambio en la enseñanza de este contenido.

### **Contextualización del problema**

En este apartado identificamos algunas ideas de los profesores sobre la relación contexto del problema-resolución.

Para los profesores el contexto o contextos a los que hace referencia el problema planteado a los niños, interviene como factor que facilita u obstaculiza la interpretación y posterior resolución de los problema

En el primer caso, el contexto puede funcionar como facilitador para comprender y resolver el problema. En el siguiente extracto de la discusión que los profesores hacen durante el desarrollo del CFP queda reflejado este posicionamiento:

[...]

Ca-DE2.8: Si, pero aquí le dice compró y tu ya sabes que no te vas a traer el mismo dinero que llevabas, vas a dar algo por lo que te están dando.

I-DE2.45: Pero yo pienso que el niño si tiene el conocimiento, porque si tu le das el dinero o el papá y lo mandas a que el vaya y compre el balón, yo te aseguro que el niño va y compra el balón y el checa que le den la feria correctamente...

I-DE2.76: Es un proceso y es un nivel. Los niños pueden resolverlo con billetes y estar cuenta y cuenta.

Se alude a la necesidad de utilizar contextos simulados para enseñar a los niños a resolver problemas. Problemas en donde los niños puedan hacer uso de billetes, y monedas reales como mediación para comprender y resolver el problema. El contexto evocado facilita la construcción del significado del problema: comprar, regresar con menos dinero, por tanto restar.

En el segundo caso, se considera que el tipo de contextos evocados, a través de las palabras utilizadas en la redacción del problema, constituyen un elemento que dificulta la comprensión del mismo por parte de los aprendices. El contexto evocado vía las palabras del enunciado, pueden confundir.

[...]

Ca-DE2.8: Si, pero aquí le dice compró y tu ya sabes que no te vas a traer el mismo dinero que llevabas, vas a dar algo por lo que te están dando.

Ri-DE2.9: Si, por eso te digo que también está complicado eso que compró; porque hay niños que dicen y gastó en un balón, o sea unos lo manejan de otra manera.

Ca-DE2.10: No tienen la idea de lo que es compró.

En el siguiente ejemplo se observa cómo I, una de las profesoras, plantea la relación entre el contexto del problema y la construcción del significado de la operación de resta.

[...] I-DE2.58: Yo pienso que se puede reiniciar a que el alumno resuelva problemas de su vida cotidiana, y que el pueda establecer cuándo utilizar una resta y cuándo no. Que el maestro se vaya a que los niños planteen sus propios problemas, los resuelvan y luego ya que los mismos niños vayan construyendo hasta que lleguen al algoritmo.

La maestra plantea reiniciar, volver a iniciar el proceso de aprendizaje y enseñanza de la resta. Significa que debería comenzarse buscando significado, y el significado lo encontrarían en la vida cotidiana. En el contexto el niño responde, tiene significado. Esto es nuevamente señalado por la profesora I:

[...] I-DE2.75: No nos basamos a cómo el niño puede entender.

El niño tiene la noción.

Un niño de cinco años si te pregunta ¿ Cuánto cuesta esto? Le dices: doce pesos. El niño te dice tengo seis, el solo te saca la operación.

En otros casos pareciera que los niños se quedan atrapados en el contexto del problema. Les interesa más saber más si hay cupo, o si van a venir más niños, y no resolver el problema. Parece ser que esto es lo que dice el Profesor J cuando narra un incidente ocurrido con sus aprendices:

[...] J-DE2.77: Ayer pasó un detalle, les puse a los niños un problema razonado: hay cupo en la escuela para 500 alumnos, se inscriben el lunes doscientas veinte personas en la escuela y el martes ciento setenta.

Te dicen: ¿Hay cupo en la escuela?, ¿Cuántos faltan?.

Ahí son dos operaciones. No restan, sólo uno lo sacó bien.



En otro momento, se alude al planteamiento de problemas por parte de los niños como parte inicial de un proceso que vinculará los procedimientos informales para resolverlo con los procedimientos convencionales.

[...] I-DE2.58: Que el maestro se vaya a que los niños planteen sus propios problemas, los resuelvan y luego ya que los mismos niños vayan construyendo hasta que lleguen al algoritmo.

### **Alternativas de intervención**

Los profesores proponen diversas alternativas de intervención pedagógica para el caso de los niños que tienen dificultades para relacionar un problema con la operación que lo resuelve. Estas ideas las agrupamos en las siguientes categorías:

- Partir de los conocimientos previos de los niños

[...]

N-DG1.11: Yo digo que el niño debe de aprender a resolver una situación que se le presente, que el sepa cómo lo va a resolver, a buscar las alternativas de cómo va el a resolver un problema.

Debemos plantearle a los niños un problema, por ejemplo de resta, y que el lo resuelva con los conocimientos que el trae.

D-DG1.12: Yo pienso que a partir de los conocimientos previos...debemos proporcionarles los materiales manipulables necesarios para que el pueda asimilar lo que nosotros queremos que comprendan. Puede ser con fichas, con canicas, con cosas que a ellos les llama la atención.

- Utilizar diferentes formas de representación del problema.

[...]

Ma-DE2.20: En primer año y en segundo, se hace con objetos que ellos puedan manipular...

C-DE2.33: Y que utilice material concreto....al principio.

C-DE2.34: Material concreto o representaciones con dibujos también.

I-DG2.43: Y respecto a lo que dice al finalizar el artículo respecto a la motivación, dice se requiere que los profesores utilicemos diferentes formas de representación de un problemas, que estimulemos a los niños a utilizar diferentes formas de representación, pidiéndoles que pasen de una forma de representación a otra.

Animándoles, dice ahí, a que construyan y socialicen sus estrategias personales de resolución de problemas.

Ahí dice estimular, animar, y nosotros por ejemplo les enseñamos el algoritmo, se los explicamos y si el niño se quedó ahí sin entender cómo se hacía, el niño se queda con los brazos cruzados, y no lo hace y no lo termina y no lo entendió.

- Estimular el desarrollo de diferentes estrategias de resolución.

[...]

C-DE2.30: El profesor debe motivar a los niños a que utilicen diferentes formas de resolver el problema de resta.

Ma-DE2.31: Que construyan diferentes estrategias.

C-DE2.32: Utilizando diferentes procedimientos y diferentes formas de plantear los problemas.

- Plantear problemas de la vida cotidiana, plantear sus propios problemas

[...] I-DE2.58: Yo pienso que se puede reiniciar a que el alumno resuelva problemas de su vida cotidiana, y que el pueda establecer cuándo utilizar una resta y cuándo no. Que el maestro se vaya a que los niños planteen sus propios problemas, los resuelvan y luego ya que los mismos niños vayan construyendo hasta que lleguen al algoritmo.

- Hacer más dinámica/divertida la enseñanza de las matemáticas

[...]

Ro-DE2.59: Hacer más divertidas las matemáticas, de hecho a no irse a números tan grandes.

Si el niño no tiene el conocimiento, que haga los problemas con material concreto.

I-DE2.69: Depende de qué tan atractivas les hagamos las matemáticas.

I-DE2.70: Las matemáticas deben de ser bien dinámicas, recuerdo que yo les decía a los niños: no le tengan miedo a las matemáticas, es un juego, ustedes aprenden reglas para jugar a las canicas, aprenden reglas para jugar a ...

Lo mismo es con las matemática, pero primero nos ponemos a jugar para hacer los problemas.

- **Compartir sus conocimientos**

[...] C-DG2.46: El profesor debe motivar a la niña a que use diferentes formas para resolver el problema de resta, que construya sus propias estrategias, que utilice diferentes procedimientos y formas de plantear los problemas. También que al principio utilice material concreto, o representaciones con dibujos y también que comente con sus compañeros la forma cómo ha resuelto los problemas, tanto de la niña como de sus otros compañeritos. Que lo comenten y ya después que pasó por todo esto, entonces si que resuelvan los problema utilizando el algoritmo convencional.

Yo creo que después de todo esto la niña se daría cuenta que hay una forma más directa o más sencilla de realizarlo, pero primero tendría que pasar por todo lo anterior.

- **Leer y resolver con el niño los problemas**

[...]

Ma-DG2.4: Que hay que hacer una operación, a lo mejor la niña solo sacó los números y dijo hay que hacer una suma.

A lo mejor ella no comprendió el planteamiento del problema y también es que ella no sabe lo que es el valor posicional de los números.

Aquí nosotras lo que decíamos que sobre todo en segundo y en tercero, el maestro tiene que leer junto con los niños el problema varias veces hasta que la mayor parte de los niños comprendan qué operación, suma o resta, debe de resolver el problema.

Vamos a resolver todos juntos el problema, lo vamos a leer todos juntos y lo vamos a resolver .

El maestro tiene que ir junto con el niño haciendo las cosas.

- **Formación del profesorado**

[...]J-DE2.89: Yo creo que todo el magisterio tenemos que volver a hacer los estudios de Normal.

- **Poner en práctica el actual enfoque de la enseñanza de las matemáticas**

[...]

I-DG2.15: Pero no es el programa maestro; somos nosotros que a veces nos desesperamos. El programa es flexible.

Yo les digo a los maestros de qué nos sirve ir aprisa con el programa y terminarlo en junio si el muchacho se quedó en septiembre.

O sea, nos estamos haciendo tontos nosotros mismos.

El programa es flexible, tenemos que ir conforme el alumno va avanzando.

Ri-DG2.16: Yo pienso que aquí lo más fácil es lo siguiente tenemos dos palabras clave, una es la enseñanza.

Tenemos que hacer al niño razonar, ¿Por qué se pasa de unidad a decena?, ¿Por qué se pasa la que llevamos, o la que pedimos prestado? ....

### **Profesores e innovación**

En este apartado ubicamos diversas ideas de los profesores en donde se hacen algunos señalamientos en torno a cómo ven la relación entre el profesorado y la innovación pedagógica.

Los profesores ven en la formación profesional del docente un elemento que está presente en la manera en cómo se vienen enseñando las matemáticas en la escuela.

[...] N-DG2.49: Si es cierto, como dice el compañero, nosotros estamos cambiando en cómo trabajar las matemáticas. Ahora que tuve una junta con padres de familia. A estas alturas de quinto grado no dominan las tablas. Los padres te dicen encárguelas que se las memoricen, yo lo pongo a que se las memoricen y no se las saben.

Yo le digo mire señora, en este año escolar y en todos lo demás las matemáticas se están viendo de otra forma.

En este grado ni en el otro no se va a memorizar las tablas. Se tienen que plantear problemas y resolviendo problemas de la realidad es como el niño va ir aprendiendo matemáticas. El niño va a ir aprendiendo, descubriendo las matemáticas y no por el hecho de que se memoricen las tablas el niño va a aprender matemáticas.

I-DG2.50: Y si se está dando el cambio en algunos maestros, yo digo que no y tampoco le estoy echando a nadie en particular. ¿Pero cuántos años tenemos con eso?

Pero me ha tocado platicar con una maestra de primer año que me dice: ya a estas alturas, no sé esa maestra tiene veinticinco o veintiséis años de servicio, ¿Yo a estas alturas poner en práctica otra manera de enseñar al alumno?, yo no.

O sea que a veces es el miedo, a veces no es el yo no quiero hacerlo sino que a veces es el miedo, a que si lo hago y no me da resultado o pierdo tiempo qué. A veces no es tanto el no querer hacerlo sino el temor al cambio.

D-DG2.51: La resistencia.

Por un lado se considera que hay un cambio gradual del profesorado a adoptar un enfoque constructivista en la enseñanza de las matemáticas en la escuela; por el otro, se señalan indicios de inmovilismo de la práctica en la enseñanza de las matemáticas con la permanencia de un enfoque tradicional.

Se aluden factores afectivo-sociales como elementos explicativos de esta última situación: miedo y resistencia al cambio.

### Tercera actividad

La tercera actividad del Curso de Formación Profesional se centró en el análisis de la Situación B del “Caso Abel”.

En el siguiente cuadro se presenta el contenido de dicha actividad.

<b>ACTIVIDAD</b>
<p>3. Análisis en equipos de trabajo de la Situación B del “Caso Abel” en base al siguiente guión de preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) ¿Consideras problemática esta situación?, ¿Por qué?</li> <li>b) ¿En qué crees que estará pensando Carlos (el niño del caso), para resolver el problema de la manera en que lo ha hecho?</li> <li>c) ¿Consideras adecuado que los niños utilicen estrategias informales o no convencionales para resolver los problemas de resta?, ¿Por qué?</li> <li>d) ¿Qué harías ante esta situación?</li> </ul> <p><b>SITUACIÓN B</b></p> <p>Enfrentado al problema, Carlos lo resuelve oralmente siguiendo los siguientes pasos:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p><i>Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$125 ¿Cuánto dinero le ha quedado?</i></p> <p style="text-align: center;"><i>200-125=</i></p> <p style="text-align: center;"><i>“Doscientos menos cien, son cien”</i></p> <p style="text-align: center;"><i>“Cien menos veinticinco, son setenta y cinco”</i></p> <p style="text-align: center;"><i>“ Ahora tiene setenta y cinco pesos”.</i></p> </div>

Cuadro 33. CFP. Tercera actividad.

La intervención de los participantes durante esta actividad fue resumida y clasificada en un primer momento en las siguientes categorías generales:

(Anexo. Actividad 3 A)

- a) Importancia de las estrategias informales.
- b) Conceptualización de la situación.

c) Origen de la(s) estrategia(s) utilizada(s).

d) Recomendaciones didácticas.

Posteriormente, la información fue organizada en base a las siguientes categorías y subcategorías: (Anexo. Actividad 3 B)

a) Importancia de las estrategias informales.

- Utilidad vida cotidiana.
- Facilidad.
- Conocimiento previo.

b) Conceptualización de la situación

- Problemática.
- No problemática.

c) Origen de la estrategia de cálculo

- Conocimiento del valor del dinero.
- Conocimiento de la composición y descomposición de centenas.
- La práctica cotidiana.
- Experiencia con materiales manipulables y juegos

d) Recomendaciones didácticas

- Plantear situaciones similares.
- Intervención del maestro.
- Comunicar y socializar estrategias.
- Contextualizar y concretizar.
- Diagnosticar.
- Promoción de nivel educativo.

A continuación, se presenta la información relacionada con cada una de las categorías y subcategorías anteriores.

### **Importancia de las estrategias informales**

En este apartado ubicamos las ideas en las que los profesores señalan por qué es importante el uso de estrategias informales por parte de los aprendices para resolver problemas.

Encontramos diferentes justificaciones en base a las cuales clasificamos sus argumentaciones.

De manera general se puede inferir que para los profesores el hecho de que los niños utilicen estrategias informales en la resolución de problemas es importante porque:

- Este conocimiento lo van a utilizar en su vida diaria.
- Es un procedimiento más fácil para el aprendiz .
- Sirve de conocimiento previo en el aprendizaje de otros contenidos matemáticos escolares, como los procedimientos convencionales para restar.

La utilidad que tienen los procedimientos informales en la vida cotidiana de los aprendices es utilizada por los profesores para justificar por qué es importante estimular su desarrollo.

[...]

Ca-DE3.15: Aparte el niño en su vida real va a utilizar estas...

C-DE3.16: Sí, en su vida diaria.

Ca-DE3.17: En su vida diaria es lo que más va a utilizar, cuando lo mande su mamá a la tienda con el billete.

C-DE3.18: Sí, porque no va tener ahí la libreta y el lápiz, todo lo va a tener que hacer mentalmente.

Otro de los argumentos que los profesores utilizan para justificar la importancia del desarrollo de los procedimientos informales para restar por parte de los niños es que éstos son más fáciles de aprender que los procedimientos convencionales y a los cuales el niño no puede acceder si no es a través de la escuela.

[...]

Ma-DE3.12: Es lo que yo he planteado ¿verdad?. Si el niño sabe resolver problemas más fácil, oralmente.

Si se lo escribe uno, como que ya le cambia el panorama y ya no haya qué hacer

Ma-DE3.14: La estrategia mejor para el, es la oral.



Para los profesores el cálculo de tipo oral, prototipo de los procedimientos informales de cálculo, es una estrategia más accesible para los niños, que los procedimientos de cálculo que se apoyan en la escritura.

Los profesores también consideran que los procedimientos informales de cálculo que los niños utilizan para resolver problemas de resta sirven de conocimientos previos para el aprendizaje de otros contenidos matemáticos, principalmente de los procedimientos convencionales para restar.

[...]

Ro-DE3.70: Saber de donde vas a partir, de las necesidades que tienen los demás niños.

J-DE3.87: Cada uno tiene su manera de interpretar.

N-DE3.88: A la mejor es resta y el la hace suma. Eso le va a llevar a comprender la forma convencional de las matemáticas.

Ro-DE3.89: Aparte también se dice, por los niños verdad, que no debe de ser un resultado preciso, puede ser una aproximación, y está bien, porque está resolviéndolo...

Ro-DE3.90: ¿Qué pusiste Doris?

D-DE3.91: Mira, sí consideramos adecuado que cada quien tiene su forma de pensar, hasta llegar a la forma convencional de la sustracción. Además de que si pueden hacer una aproximación, consideramos que llegar a una aproximación ya es ¿cómo se diría?-ganancia ¿no?.... que cuando los niños ya llegan a una abstracción... a una...

Como vemos en los ejemplos anteriores los procedimientos convencionales mencionados por los profesores hacen referencia especialmente a los procedimientos de tipo oral o mental. No se mencionan otras estrategias de cálculo informal.

Es como si los profesores no consideran que los niños pueden desarrollar procedimientos informales de cálculo con apoyo en la escritura. Esto se vincula a otras ideas surgidas en el proceso de discusión y en donde los profesores manifiestan las dificultad casi insalvable que tienen para identificar y sobre todo comprender los procedimientos informales que los niños utilizan en la resolución de problemas.

En este marco, resulta todavía más complejo que los profesores puedan establecer un vínculo didáctico entre el desarrollo de los procedimientos informales para restar y la enseñanza de los procedimientos convencionales.

### Conceptualización de la situación

Los profesores perciben la Situación B del caso Abel sobre el uso de estrategias informales de cálculo numérico de diferente manera.

Algunos ven problemática la situación, mientras que para otros no sólo no es problemática, sino que por el contrario, el uso de procedimientos informales de cálculo por los aprendices debiera ser estimulado por el profesor.

Se considera que no es problemática la situación porque:

- Se cumple con el objetivo, que es llegar a un resultado correcto.

[...]

Ma-DE3.34: Entonces, en conclusión. ¿Consideras problemática esta situación?  
No, porque llegó al resultado.

C-DE3.35: O sea, sí es adecuado.

Ca-DE3.37: Sí es adecuado. Cada niño debe de plantear sus propias estrategias, pero si acaso un niño no llega, no llega al resultado, entonces el maestro tiene que enseñarle un procedimiento convencional.

RiDE3.13: El niño debe de desarrollar sus propias estrategias, dejarlo a el hacer, mientras el resultado sea el correcto

Ma-DE3.27: Nada más con que saque el resultado correcto...

Ma-DE3.28: Eso es lo importante.

C-DG3.1: ¿Consideras problemática esta situación? No.  
¿Por qué? Porque llegó al resultado correcto.

D-DG3.3: Realmente es como dice Caro, no se considera un problema, sino que por el contrario, que bueno que el alumno pueda tener sus propia forma de resolver la situación.

Ma-DG3.5: Si el objetivo es llegar a un resultado correcto, pues entonces no, que los resuelvan con sus propias estrategias, pero que lleguen al resultado.

D-DG3.10: Nosotros decimos que no es problemática. Estas situaciones nos pueden servir para que los niños observen las diferentes formas en

que se pueden agrupar y resolver un problema. Casi por lo general les decimos ¿Cómo los resolviste? o ¿Qué hiciste?.Y ya explicándolo los niños, los demás escuchan y así se pueden ver diferentes formas de resolver un problema.

C-DG3.14: No es problemático porque el resultado es correcto.

Ma-DG3.15: Si no llega al resultado si sería un problema.

El uso de estrategias informales en la resolución de problemas se justifica siempre y cuando el niño obtenga el resultado correcto.

Si el resultado es incorrecto hay una aparente desvalorización del uso de estrategias informales y por lo tanto, el profesor debe de enseñar directamente el procedimiento convencional.

- Es una oportunidad para que los demás niños aprendan otros procedimientos utilizados por sus compañeritos para resolver problemas. Es un punto inicial para partir en el proceso de enseñanza de la resta.

[...]

N-DE3.68: Para mí no es problema porque haz de cuenta yo aprovecho todas estas situaciones, las diferentes formas como las presenta cada niño. Ahora pasa tu ¿Cómo le hiciste?

Explicamos cada uno de la manera en cómo lo hizo, y ya los demás niños van viendo. No pues aquel lo hizo así, o van entendiendo no nada más su forma de que lo hizo.

Por eso yo digo que eso no sería un problema.

Al contrario, sería un punto de donde partir, también de todas las diferentes formas que...

D-DG3.10: Nosotros decimos que no es problemática. Estas situaciones nos pueden servir para que los niños observen las diferentes formas en que se pueden agrupar y resolver un problema. Casi por lo general les decimos ¿Cómo los resolviste? o ¿Qué hiciste?.Y ya explicándolo los niños, los demás escuchan y así se pueden ver diferentes formas de resolver un problema.

- Los procedimientos informales sirven de antecedente para comprender los procedimientos convencionales.

[...] N-DE3.57: Yo opino que no es complicada porque...el niño, de una manera u otra, se enseña a quitar desagrupando, quitando, y es la manera

como el se enseña a restar. Yo digo que todos son válidos, porque esos conocimientos después lo van a ayudar a entender los agrupamientos en nuestro sistema decimal.

La vinculación didáctica entre los procedimientos informales y convencionales de cálculo numérico es mencionada en otros temas de discusión. Sin embargo, lo que se aprecia es que hay un desconocimiento por parte de los profesores sobre cómo establecer esta relación.

La problematización de la situación está determinada por:

- El hecho de que no todos los niños tienen la capacidad de resolver el problema utilizando esa estrategia en particular.

[...]

- J-DE3.55: ¿Repetimos el problema?  
Luis tiene doscientos pesos y compró un balón en 125. ¿Cuánto tiene?  
Entonces el niño lo hizo así.  
Puso doscientos menos cientoveinticinco, y dijo: doscientos menos cien, son cien. Cien, menos veinticinco. Son setenta y cinco. Quedan setenta y cinco.  
Entonces sí es problemático esa forma como lo hizo el ¿no?
- Ro-DE3.56: Pues para el niño no, porque es una forma, a lo mejor un poco complicada.  
Es un poco complicada porque los niños de tercero a lo mejor no todos tienen la misma capacidad para desarrollarla. Sin embargo el la hizo. Pero sí es complicada porque lleva dos o tres pasos a seguir.
- Ro-DE3.60: Si es complicada o no. Sí es complicada porque lleva más pasos a seguir.
- Ro-DE3.67: No todos los niños tienen la madurez para seguir todos estos pasos y resolver el problema. Habrá quienes sí, pero hay otros que no.  
Ya vez, si con las unidades y decenas a veces “le vas a pedir una decena mi hijito y se la vas a prestar aquí”. O sea todo se confunden los niños.

Aquí la estrategia informal utilizada por el niño del caso para resolver el problema de resta es evaluada por los profesores como compleja (y no como fácil como aparece en las intervenciones de algunos de los profesores) en el sentido de que implica varios pasos a seguir y que requiere de un alto nivel de

abstracción (comprensión) de las cantidades en juego y que solo algunos niños están en condiciones de comprender.

Pareciera ser que para los profesores, el hecho de validar una estrategia utilizada por los alumnos implicaría elevarla al rango de contenido de aprendizaje escolar y por lo tanto, la desechan ya que no todos los niños están en condiciones de comprenderla.

Curiosamente, este argumento no se utiliza en el caso de la enseñanza del procedimiento convencional donde no se apela a la comprensión por parte del niño de la técnica, sino que se asume que no es necesario que el niño la comprenda totalmente.

- El problema no es que el aprendiz utilice un procedimiento informal, sino que no llegue al resultado correcto.

El uso de procedimientos informales para restar por parte de los aprendices es valorado en función del logro de la meta, que es encontrar el resultado correcto. Aquí pareciera que no vale una aproximación al resultado o la pertinencia de la estrategia de cálculo utilizada.

[...] Ma-DG3.15: Si no llega al resultado si sería un problema.

- La comprensión de esta estrategia informal para restar exige un alto nivel de abstracción matemática, coeficiente intelectual, etc. algo alejado del común de los alumnos de este grado escolar.

[...]

J-DE3.74: El problema es que te lo van a comprender dos o tres y el resto no va a tener la misma capacidad.

Y no es que los este descalificando, sino que la experiencia te demuestra que en el grupo nada más una parte...

Ro-DG3.12: Si planteas el problema al grupo, o sea no todos los niños tienen el mismo nivel de comprensión. A lo mejor unos sí lo van a resolver, otros se van a aproximar al resultado, siguiendo un procedimiento para llegar a.

Si estos niños que no dan la respuesta de los setenta y cinco pesos que nos quedan o sea nos dan a lo mejor sesenta y cinco, ya estás en una secuencia para llegar a o sea a un resultado. Pero no todos lo van a resolver de la misma manera

J-DG3.4: Yo aquí en la conclusión había dicho que si tenía problema, porque no todos los alumnos resolvían de esa manera, sino que sólo lo hace el alumno que tiene un nivel de abstracción matemática.

### Origen de la estrategia de cálculo

En este apartado ubicamos las explicaciones que dan los profesores sobre el origen de la estrategia informal de cálculo utilizada por el niño de la Situación B del Caso Abel.

Los profesores consideran que el origen de la estrategia utilizada por el niño del caso, es el conocimiento que tiene de las centenas y del valor del dinero, la experiencia con objetos manipulables y la práctica cotidiana.

- Conocimiento del valor del dinero

[...]

Ro-DE3.80: Pues piensa en los dineros en que si tiene doscientos y le quita cien.

J-DE3.81: En el valor del billete.

Ro-DE3.82: En el valor del dinero.

Porque a veces los niños como.. tengo a Edgar un niñito repetidor, no sabe los números, pero si sabe cambiar, contar. Sabe cuánto le sobra. Y le digo ¿Cómo sabes?

- Conocimiento de la composición y descomposición de centenas

[...]

Ri-DE3.3: Hizo una descomposición de centenas.

Ri-DE3.6: En que pensó en las centenas.

Ca-DE3.7: En que era más fácil.

Ca-DE3.8: Para el era más fácil descomponer en centenas....

C-DG3.23: ¿En qué crees que estará pensando Carlos, el niño del caso para resolver el problema en la forma en que lo hizo?

Pues está pensando que es más fácil descomponer en centenas y restar en centenas.

Para el se le facilita descomponer primero en centenas y luego restar igual también en centenas.

- La práctica cotidiana

Por otra parte, los profesores consideran que el desarrollo de estrategias informales está fuertemente vinculada a la resolución de problemas

de matemáticas en contextos reales, de uso social del conocimiento matemático.

Por lo tanto, los niños desarrollan estrategias informales de resolución de problemas porque tienen que ir a la tienda a comprar en múltiples ocasiones y no llevan papel y lápiz para hacer la cuentas, porque participan en juegos de canicas, de barajas, en donde se les exige contar y operar con cantidades de manera mental.

[...]

Ma-DG3.31: Ha practicado, ha practicado mucho. Por ejemplo en su casa ha hecho más mandados, ha manejado más lo que es el dinero.  
No sé, sabe cuánto va a gastar, cuánto le van a dar de cambio.  
La práctica es lo que hace que un niño pueda resolver más fácilmente los problemas.

M: ¿Los demás?. Aparte de la práctica....

J-DG3.32: Sí, es la práctica. Tengo yo un niño que su mamá vende tacos. El niño este ya está en tercer año y ha repetido. No sabe escribir, pero para las matemáticas si es bueno, si tiene un buen desempeño.  
Y el me dice...  
¿Cómo le haces cuando estás con tu papá ayudándole a tu papá en los tacos?  
No pues, hay una tabla. Trece tacos o tres órdenes es tanto.  
El lo que tiene es la práctica y lo llevan muy seguido.

- Experiencia con materiales manipulables y juegos

De manera más superficial se menciona que el uso de materiales manipulables permite al niño desarrollar estrategias informales.

[...]

M: ¿Cómo pensamos que se desarrolla esa capacidad para desarrollar problemas?. Aparte de la práctica, ¿Qué otro aspecto puede estar presente en el desarrollo de estos procedimientos informales para restar?

D-DG3.33: El material manipulable. Por ejemplo el ábaco, creo que también se llama ábaco. Es para las unidades decenas y centenas, es un platicar con ellos al mismo tiempo están aprendiendo, cuántos faltan, cuántos te quedan, cuánto cuesta tal ficha.

- Si vas a comprar ¿Cuánto te queda?. Y ellos van quitando el valor de lo que fueron a comprar.
- Yo pienso que aprenden con materiales manipulables.
- C-DG3.34: Ellos mismos con sus juegos, desde que están chiquitos, antes de ir a la primaria, juegan a las canicas por ejemplo.
- No conocerán los números; pero si están jugando a las canicas, sí saben cuántas llevan, cuántas canicas llevan, cuántas perdieron, cuántas ganaron.
- A las barajitas también. Ellos pueden hacer sus grupitos, de barajas, de canicas. No conocerán los números pero ellos ya van agrupando.
- Ro-DG3.35: Conocen el valor.
- Por ejemplo mi hijo está en preescolar y tiene un casset de Nintendo y sale que un dinosaurio vale mil puntos y que una tortuga vale cien, y dice, mira mamá voy a ganar cien puntos, ya maté la tortuga y voy a matar al dinosaurio.
- Y le digo y ¿Cómo sabes que valen eso?
- Pues porque donde los matas sale el número.
- Y no los conoce, o sea, está en preescolar. Sabe que cada animal que mate tiene un valor.
- C-DG3.36: Puede desarrollarlo. En el libro hay muchos materiales en donde los niños agrupan....

### Recomendaciones didácticas

Las recomendaciones didácticas dadas por los participantes para trabajar los procedimientos informales de cálculo fueron agrupadas en las siguientes categorías:

- Plantear situaciones similares

[...]

- D-DG3.10: Nosotros decimos que no es problemática. Estas situaciones nos pueden servir para que los niños observen las diferentes formas en que se pueden agrupar y resolver un problema. Casi por lo general les decimos ¿Cómo los resolviste? o ¿Qué hiciste?.Y ya explicándolo los niños, los demás escuchan y así se pueden ver diferentes formas de resolver un problema.
- C-DE3.38: ¿Pero no se le plantearían primero otras situaciones? Que se sigan trabajando otras situaciones, Que busque otra forma.



C-DG3.39: ¿Qué harías ante esta situación?  
Les plantearía diferentes problemas para que los siguiera resolviendo oralmente o buscara otras formas de resolverlo.

- Intervención del maestro

[...]

C-DG3.25: ¿Consideras adecuado que los niños utilicen estrategias informales para restar?

Si es adecuado porque cada uno de los niños debe plantear sus propias estrategias para resolver los problemas, pero si el niño no llega al resultado correcto, entonces el maestro interviene y los guía para que encuentren el resultado de manera convencional.

M: ¿Cómo ven ustedes esa conclusión de sus compañeros?

J-DG3.26: Si el niño no llega al resultado, hay que enseñarle la manea tradicional, pudiéramos decir.

C-DG3.27: Una forma más directa, más sencilla.

- Contextualizar y concretizar

[...]

C-DE3.49: Con los billetitos, en los recortables, que practiquen..... Entonces ya les ponemos la otra, la forma convencional.

N-DE3.75: Tu buscas siempre algo significativo para el niño, cualquier problema que tu le des que tenga mucho interés para el niño. Pero que se presente más o menos la misma situación, pues ni modo pero no sé, salen adelante.

Ro-DG3.37: De hecho hay billetes y monedas para hacer los cambios.  
Juegas a la tiendita y vas y compras “equis” producto o les encargas tablas para que ellos hagan los trueques, los cambios y que den la feria.

M: O sea, que ese tipo de cosas posibilitan el desarrollo de la capacidad del niño para el cálculo mental, oral.

Ro-DG3.38: O sea es más fácil si lo viven ellos o sea que vayan y compren ahí simulando la tiendita y que tu tengas diferentes materiales tanto los recortables como los billetes.

Doris ahora tiene una niña que yo tuve el año pasado que es sorda. Ahí manejamos mucho los billetes. De hecho tenía unos billetes enormes en una cartulina para ayudarle con ella para saber los cambios y cómo hacer las operaciones y aparte los billetitos chiquitos

para prestarle, que me cambiara y que me diera, o sea cuánto cuesta este.

Pero tenía que ver los billetes para saber los valores, manejar los números.

Y a los niños también les gustaba eso y me decían, Profe; a nosotros también denos billetitos y les repartía los billetitos. Aparte de los que traen los libros recortables.

- **Diagnosticar**

[...]

Ro-DG3.22: Profe, yo creo que estos niños que no pueden hay que partir de un diagnóstico, de un diagnóstico hasta dónde puedes o hasta dónde conoces tu para seguir más adelante; porque si tu no tienes la noción de que es resta, de lo que es la sustracción, pues a lo mejor puedes estar haciendo una suma o una división.

Entonces yo creo que con estos niños hay que partir de un diagnóstico, para ver qué es lo que sabes.

Ma-DG3.29: Podríamos platicar con el para ver qué es lo que el está intentando.

M: Podemos en principio tratar de entender lo que el niño ha hecho.

J-DG3.30: Tratar de ver dónde está el error. Dónde ....

Es lo que decía que cada quien tiene su forma de ver las cosas, su capacidad, entonces le explicas de otra manera y quizás encuentre un método mejor.

- **Promoción de los niños a otro nivel educativo**

[...]

J-DE3.94: Yo encausaría al alumno más preparado hasta otro nivel. O sería la solución.

J-DE3.96: ¿Cómo sacan a los doctores de trece años en Japón y en los Estados Unidos?

El sistema de nosotros los limita, porque los detenemos. No tenemos a dónde . ¿A dónde lo canalizas?

Para mí este niño tiene mucha reflexión abstracta para resolver las matemáticas que otros se tardarían mucho.

Por decir, el 95% del grupo no lo haría así, y el sí. Y ya lo comprendió.

Y siempre en cada grupo vemos niños que están más perceptibles para esto, Entonces lo limitas.

Y dice ¿Qué harías ante esta situación?

El niño lo resolvió así, pero los demás no. Yo digo, buscar el mecanismo de canalizarlo a otro nivel, que no existe en nuestro medio.

J-DE3.104: No, yo digo que yo lo pasaría a otro nivel para recuperación de él. Porque tú estás encasillado a un programa y en ese programa no puedes avanzar y que los demás no se desarrollen.

D-DG3.40: Bueno, ... hay quienes opinan que esos alumnos habría que pasarlos a otro nivel educativo, porque se considera que no se les está dando oportunidad de que se desarrollen.

Y hay otra opinión que sería preguntarle al niño cómo lo resolvió, por qué lo resolvió. O sea platicar, platicar con el alumno para aprovechar lo que él sabe o cómo llegó al resultado y así afianzar los agrupamientos y el sistema decimal. O sea, afianzar los agrupamientos, las centenas.

### Cuarta actividad

Esta actividad estuvo enfocada a la reflexión sobre el aprendizaje y enseñanza de los procedimientos convencionales para restar.

La actividad consistió fundamentalmente en el análisis y discusión de la situación C del “Caso Abel” que a continuación se presenta.

<b>ACTIVIDAD</b>
<p>4. Análisis en equipos de trabajo de la Situación C del “Caso Abel” en base al siguiente guión:</p> <p>a) ¿Cuál es el problema de Beatriz?                      b) ¿Qué le propondrías al profesor Abel para resolver esta situación?                      c) Describe el procedimiento para restar que te parece más adecuado que los niños aprendan en este nivel escolar.</p> <p><b>SITUACIÓN C</b>                      Finalmente está Beatriz, quien resuelve el problema de la siguiente manera.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%; text-align: center;"> <p><i>Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$125                              ¿Cuánto dinero le ha quedado?</i></p> <math display="block">  \begin{array}{r}  200 \\  - \quad 125 \\  \hline  185  \end{array}  </math> <p><i>“ Cinco para diez 5”                              “ Dos para diez 8 “                              “dos menos 1 uno “                              “ Ahora tiene 185 pesos”</i></p> </div>

Cuadro 34. CFP. Cuarta actividad.

En una primera etapa de análisis de la información de esta actividad se resumió en base a las siguientes categorías generales: (Anexo. Actividad 4A)

- Explicación de la dificultad en la comprensión del algoritmo.
- Recomendaciones didácticas
- Procedimientos convencionales para restar.

En una segunda etapa la información fue analizada en base a las siguientes categorías y subcategorías: (Anexo. Actividad 4 B)

a) Causas de las dificultades de aprendizaje

- Enseñanza mecánica.
- Comprensión del Sistema de Numeración Decimal (SND).
- Otras.

b) Recomendaciones didácticas

- Uso de material concreto.
- Consolidar Sistema de Numeración Decimal (SND).
- Contextualizar los problemas.
- Otras.

c) Procedimientos convencionales para restar

- “Tomar prestado”.
- “Llevadas”.
- “ La prueba”.
- “¿Quitar o adicionar?”.

d) Relación procedimiento informal-formal.

e) Contexto y procedimiento formal.

f) Artilugios verbales.

A continuación presentamos la información procesada para cada una de las categorías anteriores.

### **Causas de las dificultades de aprendizaje**

En este apartado ubicamos las explicaciones que los profesores participantes dan a las dificultades de cálculo numérico convencional que tiene la niña de la Situación C del Caso Abel.

Los profesores participantes identifican diferentes factores explicativos de las dificultades de la niña del caso, para resolver el problema de resta utilizando el algoritmo convencional para restar:

- Enseñanza mecánica
- Comprensión del SND.
- Otras.

La enseñanza mecánica del procedimiento convencional para restar es señalado aquí como un factor que determina las dificultades de aprendizaje de los aprendices:

[...]

C-DE4.23: Enseñamos como nos enseñaron a nosotros. Enseñamos el procedimiento mecánicamente, aunque no le encuentres solución.

D-DG7.9: Porque tal vez no comprendió bien a la hora de que se le explicó. Yo pienso que a veces nosotros también tenemos algo de culpa, porque no propiciamos el aprendizaje, que ellos realmente alcancen a comprender realmente las cosas. Nos concretamos a veces a dar la clase y ya. Y no nos detenemos para ver si realmente entendió.

Sobre este mismo aspecto aparecen una serie de reflexiones donde se compara la enseñanza mecánica del algoritmo en la etapa en que los profesores eran aprendices y la forma en que ahora lo enseñan.

[...]

Ca-DE4.24: Era mecánico todo, porque no comprendíamos porque la a, es igual a la a, y...

C-DE4.25: Bueno, nos bajamos al mismo nivel de la primaria. Si nos explicaban lo que estamos comentando ahorita, los problemas de resta. Pero sí los podíamos resolver.

Ca-DE4.26: Si, pero no nos explicaban como ahora que una decena tiene diez, o que una centena está formada por diez decenas.

Los profesores consideran que somos producto de una enseñanza mecánica de las matemáticas, que tendemos a reproducir como enseñantes. Hay una toma de conciencia de que la práctica continua siendo tradicional, centrada en aspectos mecánicos del aprendizaje.

Factores relacionados con el aprendiz también son nuevamente señalados como explicativos de las dificultades para aprender el procedimiento convencional para restar. Entre ellos se mencionan factores maduracionales y atencionales.

Por otra parte, dentro de los factores vinculados al aprendiz encontramos algunas explicaciones relacionadas con el contenido específico de aprendizaje y enseñanza; en este caso, del procedimiento convencional para restar.

Así, los profesores consideran que las dificultades de los niños en el aprendizaje del procedimiento convencional para restar está vinculado a: la falta de comprensión de las reglas de agrupamiento y desagrupamiento del Sistema de Numeración Decimal, así como del valor posicional de las cifras de los números.

Para el primero de los casos tomemos las siguientes intervenciones como ejemplo:

[...]

Ca-DE4.8: Pero a lo mejor no sabe qué son centenas...

Ma-DE4.54: ¿Cuál es el problema de Beatriz?

Ca-DE4.55: Que no entendió... (batería)

Que la niña no sabe hacer la transformación.

Ma-DE4.56: Que no sabe hacer la transformación, según como lo hacíamos.... es que es cierto, yo así le explico al niño, para que le sea más práctico a él.

Como podemos observar, la dificultad de los niños es ubicada en la falta de comprensión de las reglas de agrupamiento y desagrupamiento del Sistema de Numeración Decimal que permite comprender la descomposición o transformación de centenas a decenas, de decenas a unidades; y en sentido inverso, composición de unidades en decenas y de decenas en centenas.

En otros casos el problema es ubicado en la falta de comprensión del valor posicional de las cifras del número. Así es señalado por el profesor J en las siguientes intervenciones:

[...]

J-DE4.117: Pues que no comprende el valor posicional... este al llegar a las decenas se equivocó.

Es complicado el algoritmo.

Falta de comprensión.

¿Qué opinan?

J-DG4.2: No comprendió el valor posicional de los números

Muy vinculado con el aspecto anterior se señala la incomprensión general de los pasos del procedimiento convencional para restar: encolumnar los números, iniciar el cálculo por la columna de las unidades, etc.

A continuación se muestra un fragmento de la discusión donde se da esa argumentación:

[...] Ca-DE4.1: Porque aquí el niño no entendió la forma de descomponer desde las unidades o... o sea, porque aquí se supone que el niño no entendió el procedimiento. Desde el momento que le pusieron este problema es porque ya debería de saber resolverlo de manera convencional. Pero el no lo entendió por eso el lo está resolviendo de acuerdo como el lo entiende.

Podemos observar cómo en la intervención anterior se da por supuesto que saber resolver un problema es condición previa para plantear problemas a los aprendices.

La presencia de ceros en los números involucrados en el problema es considerada también como una de las causas de las dificultades que tiene el niño para hacer el cálculo numérico correctamente.

[...] C-DE4.61: O a la mejor se confundió porque vio dos ceros. A lo mejor si el número hubiera sido con números donde no tuviera ceros, por ejemplo doscientos treinta y seis. Yo digo ¿no?

Que a veces se confunden más cuando ven ceros.

Pareciera ser que hay una tendencia a postergar aquellos aspectos del aprendizaje que son fuente de eventuales obstáculos de comprensión, (en este caso el uso de los ceros).

No se visualiza esta dificultad como parte del proceso de aprendizaje del procedimiento convencional para restar, que hace crisis justamente cuando hay



una cifra con dos ceros y en donde se requiere descomponer desde la cifra del orden de las centenas.

En otro momento, el fracaso en el aprendizaje del procedimiento convencional para restar es explicado por la ausencia en el niño de una necesidad para aprender un contenido que ya no es socialmente importante. Así es señalado por la profesora Ma quien expresa la siguiente idea en una de sus intervenciones:

[...] Ma-DE4.28: Yo creo que para que alguien aprenda algo, necesita ese aprendizaje y a lo mejor ahorita los niños no quieren aprender, no necesitan aprender, porque se les facilita; porque todo es más fácil.

Que la calculadora, que la computadora. Muchos ya no están, no muestran interés en aprender a leer porque la televisión no es para leer.

Sin embargo, la observación anterior de la maestra se centra en explicar la falta de interés de los niños por aprender un procedimiento convencional para restar. Cuestión que no es retomada por ella, ni por el grupo de profesores, para discutir y analizar por qué entonces en la escuela le seguimos dando tanta importancia al aprendizaje y enseñanza de los procedimientos convencionales de cálculo numérico.

### **Recomendaciones didácticas**

Las recomendaciones didácticas que dan los profesores para actuar pedagógicamente cuando los niños tienen dificultades para comprender el algoritmo convencional para restar, fueron agrupadas en las siguientes subcategorías:

- **Uso de material concreto**

[...]

C-DE4.2: Entonces te tienes que regresar otra vez con ese niño desde el material concreto: que cuente fichitas, que cuente cartoncillos, que cuente moneditas de cartón o del material que tengas, porque a lo mejor ese es el problema, que el niño no...

C-DE4.35: Por ejemplo, en primer año, que recortan círculos azules que representan una unidad y los rojos representan la decena. Y aquí dice

que muchos niños espontáneamente discriminan pequeños números de objetos.

Pero eso sería antes de entrar a la primaria. Ya cuando entran a la primaria tu los puedes enseñar de esa manera. Haciendo agrupamientos en unidades y decenas.

La primera vez que tuve yo primer año, no había revisado yo el libro recortable. Entonces yo antes de que lo revisaran pinté un montón de fichas azules, un montón de fichas rojas, con pintura de aceite y me las traje a trabajar.

Ya después que comencé a hojear el libro me di cuenta de que venía material nuevo para recortar.

Igualmente en segundo año, vienen los cartoncitos de los mangos. Ya vienen las decenas.

Los cuadritos anaranjados, filitas de diez en diez, es una forma de estimularlos.

- Ca-DE4.38: Con el material que viene en los libros recortables.
- C-DE4.39: Material que ellos nos pueden proporcionar.
- Ma-DE4.75: (Dictando) Hacer las transformaciones necesarias para llegar a un resultado correcto o el maestro llevar material, billetitos o todo el material que pueda manipular.
- Ma-DE4.76: ¿Qué le propondrías al profesor Abel para resolver esta situación?
- C-DE4.77: A pues sí. Empezar la actividad con el niño que tiene problemas usando material concreto. Que el niño pueda manipular unidades, decenas, centenas.
- Ma-DE4.78: (Dictando) Empezar otra vez la explicación. ..
- C-DE4.79: En donde el niño manipule. Usar cartones, palitos, billetes.
- Ma-DE4.80: Específicamente, material recortable.

- Consolidar SND

[...]

- Ro-DE4.127: Empezar enseñándole el valor posicional de los números al niño.  
O hacer agrupamientos y desagrupamientos primero, para que pueda, para que pueda adquirir el valor de las cosas ¿no?
- CE4.6: Repasar el valor posicional, utilizar materiales de apoyo, repasar el algoritmo, practicar más problemas

- Contextualizar los problemas

[...]

C-DE4.35: ...O también les encargan precios de los anuncios de los folletos que dejan en las casas, por ejemplo del HEB, de Gigante, que viene que un melón 8 pesos, que un kilo de manzana 12 pesos.

Y luego, también eso te ayuda para jugar a la tiendita.

C-DE4.37: Pues yo creo ¿verdad?

Plantearle situaciones.

Que una bolsa de pañales, que 20 pesos. Como en el libro, en los ficheros, que vienen muchas actividades.

Pues yo digo que de esa forma estimulas a los niños a recuperar el conocimiento informal.

(Risas)

Es que Ma decía que cómo estimulábamos a los niños a recuperar el conocimiento informal

C-DE4.40: Yo en una ocasión me traje una maquinita registradora de juguete de esas que tienen los niños que le aplanas a un botoncito y pita como si fuera una registrador de una tienda y prende el foquito.

Entonces pasaba a un niño a comprar en la tiendita. Tenían en el escritorio unas barajitas con los precios de las que te di.

Y bueno, escoge qué es lo que vas a comprar en la tiendita.

Ya agarraba el niño una bolsa de pañales y la pasaba por la maquinita y claro no aparecía ¿verdad?, pitaba. Luego se lo pasaba a otro niño y lo escribía en el pizarrón.

Y luego escogía otro producto, lo volvía a pasar por la maquinita, se lo pasaba a otro niño, lo escribía en el pizarrón e iban formando la suma, y luego los niños la realizaban en el pizarrón, y era una actividad divertida y entretenida para los niños.

Las dificultades en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar son atribuidas principalmente a la falta de comprensión de las reglas de agrupamiento y desagrupamiento del SND, así como del valor posicional de las cifras de los números. Sin embargo, las recomendaciones didácticas están más en el sentido de explicar el procedimiento con el apoyo de material concreto.

Es evidente que no se alcanza a apreciar el papel que tiene la comprensión del sistema de numeración decimal en el aprendizaje posterior de

los procedimientos convencionales para restar; ya que los profesores están centrados más en la explicación que deben de dar a los niños sobre el procedimiento. No se visualiza que se requiere un trabajo mucho más sistemático y prolongado con los materiales manipulables para llevar a los niños a una comprensión más amplia de las reglas del sistema de numeración decimal. Es decir, que no es suficiente con la explicación del profesor.

Las recomendaciones didácticas que dan los profesores para actuar pedagógicamente ante las dificultades de los niños para comprender el algoritmo convencional para restar fueron agrupadas en las siguientes subcategorías:

- Uso de material concreto.
- Consolidar SND.
- Contextualizar los problemas.

En la enseñanza del procedimiento convencional, desaparece totalmente la necesidad de contextualizar. Lo mismo parece suceder con los procedimientos informales para restar. Éstos se visualizan totalmente ajenos a los procedimientos formales o convencionales. No aparece la aproximación como una estrategia autorreguladora del proceso de cálculo.

En general los procedimientos informales y los procedimientos formales para restar se ven como dos aspectos que los niños deben de aprender, pero no se explicita la vinculación didáctica que se puede hacer entre éstos. En las ideas expresadas por los profesores sobre la enseñanza de los procedimientos convencionales para restar, no se integran una serie de recomendaciones didácticas fundamentales, que contribuirían a que los niños manejaran de manera más “inteligente” los procedimientos de cálculo al resolver un problema. Por ejemplo, hacer una estimación, tanteo, o encuadre del resultado de la operación numérica antes de hacer el cálculo a través del procedimiento convencional; lo que daría a los aprendices la posibilidad de autorregular el proceso de cálculo numérico. La posibilidad del uso de la calculadora en el proceso de enseñanza del cálculo aritmético, es mencionado en una de las

actividades que se discutieron en la clase, como una herramienta que debe ser usada en la escuela pero no se explicita para qué y cómo debe de utilizarse.

### **Procedimientos convencionales para restar**

En este apartado se identificaron los procedimientos convencionales para restar que los profesores enseñan en la escuela.

Se encontraron tres procedimientos convencionales para restar: “tomar prestado”, el de “llevadas” y el de “la prueba”; además de una interesante discusión en cuanto a la pertinencia de uno de los pasos de los algoritmos anteriores (¿quitar o adicionar?).

#### El procedimiento de “Tomar prestado”

Uno de los procedimientos que los profesores describen se corresponde con el algoritmo de “tomar prestado” descrito por Maza (1991).

Este algoritmo se basa principalmente, en la comprensión de las reglas de agrupamiento y desagrupamiento del Sistema de Numeración Decimal.

En el se cambia una unidad del orden superior por diez unidades del orden inmediatamente inferior cuando hace falta. Es decir, dentro de lo que hay en cada cantidad, se cambian las cantidades parciales de un lado a otro. Para ello se utiliza el hecho de que un número admite una partición múltiple, paso esencial en el aprendizaje del sistema de numeración. Veamos y analicemos qué tipo de versiones –explicaciones hacen los profesores sobre la enseñanza de este procedimiento. Recordemos que la operación numérica que se discute es:

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 - \\
 125 \\
 \hline
 \end{array}$$

### “Desagrupar desde las decenas”

Una primera versión-explicación que dan los profesores del procedimiento convencional para restar está basado en la descomposición de una de las decenas del minuendo en unidades.

[...] Ma-DE4.90: A diez le quito cinco, me quedan cinco, y luego... cero que representa la decena es diez, pero le quitamos una y es nueve. Ahora, a nueve le quito dos... A dos de las centenas le quitamos uno, así que queda uno.

En la explicación anterior del algoritmo se observa cómo la maestra va explicando cada uno de los pasos del procedimiento de cálculo que tiene automatizado.

En su explicación-descripción va dejando vacíos en tanto que no se explicita con claridad el proceso de descomposición: por ejemplo cómo es que la cifra de las unidades se transforma en diez para decir “a diez le quito cinco”.

En el proceso, la profesora comete un “error” al restar las centenas, ya que “olvida” que ha quitado una centena para convertir las cero decenas que hay originalmente, en diez decenas. Por eso el resultado del cálculo es 175.

### “Desagrupar desde las centenas”

Los profesores evocan explicaciones del procedimiento convencional para restar aprendidas durante su etapa como estudiantes de educación primaria. En este caso el cálculo inicia con el proceso de desagrupamiento desde las centenas.

[...]

Ca-DE4.91: Yo recuerdo que cuando están así y todavía en la escuela la maestra siempre decía, como estos ceros son más chiquitos que los números que están abajo, nos vamos a ir directamente a la centena, y esta centena la vamos a descomponer.

De estas centenas, se va a pasar una centena aquí, y se va a formar un diez. Y este, como estamos desbaratando una centena, ahora nada más tenemos siete centenas.

Ahora ya tenemos aquí el diez, diez decenas. Esa le va a pasar aquí, se va a desbaratar una de las decenas, y ahora ya vamos a formar aquí la decena... entonces ya no va ser...

C-DE4.92: Ese sería otro procedimiento. Empezaría a desbaratar... a partir de las centenas y no desde las unidades.

Los profesores identifican el procedimiento “desagrupar desde las centenas” como diferente al que se había explicado previamente, cuando en realidad se trata del mismo procedimiento, solo que se hacen los desagrupamientos desde las centenas antes de comenzar a restar. Vemos el siguiente fragmento de la discusión:

[...]

Ma-DE4.97: Viene a ser casi igual, nada más que este tal vez se le hace más fácil de entender, porque el siempre empieza contando por las centenas, no por las unidades.

Ca-DE4.98: Aparte porque para ellos el cero no vale nada ahí.

Ma-DE4.105: Cuando tengamos ceros, comenzamos por las centenas y cuando no haya ceros podemos comenzar por la unidad.

Ca-DE4.106: Por la decena, por la que desbaratamos.

Ca-DE4.107: Porque es la que se desbarata. Aquí se desbarata la centena.

Ma-DE4.108: Sí.

Ca-DE4.109: Y acá se desbarata la decena nada más. Tengo dos decenas, eran veinte, le estoy pasando aquí un diez, ahora nada más tengo una aquí ¿Verdad?

Ca-DE4.110: Checas si la unidad de arriba es más pequeña que la unidad de abajo, tienes que desbaratar la decena. Yo así hago. Con ceros, les digo vamos a desbaratar la centena.

Ma-DE4.113: Tiene más lógica.

C-DE4.114: Y más facilidad para los niños, cuando vayan los dos ceros.

Ri-DE4.115: No, yo puse ésta. Que cuando por ejemplo la de arriba, que cuando sea menor, sea menor cualesquier número, se le agregará lo que es la decena, el uno, y así posteriormente.

Cuando sean menores el de arriba.

Observamos cómo los profesores generan una regla para operar cuando el minuendo es una cifra con ceros: desagrupar desde las decenas como primer paso. Los profesores identifican el procedimiento de desagrupar comenzando desde las centenas, como un procedimiento nuevo, más fácil de comprender y con más lógica. No se reconoce que se trata del mismo procedimiento que se

ha explicado antes, solo que en éste, se hace más transparente el proceso de transformación de las cifras del minuendo.

En otro momento del desarrollo del Curso de Formación Profesional se discute cómo resolver a través del procedimiento “pedir prestado” la siguiente operación numérica:

$$\begin{array}{r} 35 \\ - \\ 18 \\ \hline \end{array}$$

[...]

M: Tu tienes una cantidad, por ejemplo treinta y cinco menos dieciocho, ¿Cómo lo trabajaríamos?

Ro-DE4.149: Le vas a decir al niño que como el cinco es menor que el ocho, no le podemos quitar ocho.

Le vamos a pedir prestado una decena al tres. Entonces el tres se va a convertir en dos, y el cinco se convirtió en quince. Ahora sí podemos decir al quince le quitamos ocho .

Yo por ejemplo, en mi grupo desde un principio les pido la cajita de fichas, son las fichas como para lotería.

Tienen cien fichas, y cada color tiene diferente valor, pero eso se ve cuando vas a ver lo de el valor posicional.

Pero si tienes de uno y de diez, sí puedes formar quince fichas.

Entonces, a quince fichas le vas a quitar ocho, y ellos saben que te van a quedar siete. Y luego a dos le quitas uno, queda uno.

¿Por qué dos? Porque le habíamos quitado una decena, y ya se la vamos a regresar, o sea es más complicado que si decimos que se la pides al de abajo, que se la regresas, que no se qué.

Igual en tercero o en cuarto año.

Le puedes enseñar la otra forma, a mí se me hace más sencillo pedirle al vecino, como dice el compañero, que pedirle al de abajo.

También se observa en la explicación que hacen los profesores sobre el procedimiento convencional de “pedir prestado” cómo se incorporan términos que dan poca transparencia para la comprensión del proceso de descomposición: “le quitamos y se lo ponemos a este”, “se la prestamos”, “se



convierte”, etc. En el siguiente fragmento de la discusión puede apreciarse con mayor claridad el uso de estos términos:

[...]

M: ¿Cuál procedimiento convencional les parece más adecuado?

Ma-DG4.6: Este, en el que los ceros de arriba se convierten en diez.

Ma-DG4.7: Doscientos menos cientoveinticinco:

$$\begin{array}{r} 200 \\ - \\ 125 \\ \hline \end{array}$$

Si el número de la cifra de arriba tiene dos ceros vamos a empezar a descomponer a partir de las centenas.

Como los ceros para el niño no significan nada, entonces al dos le quitamos uno y se lo ponemos a este para que se convierta en diez decenas. Este, como ya le quitamos uno, queda uno.

A las diez decenas, a una de esas diez decenas, le quitamos también una y se la prestamos o se la ponemos a ésta para que se convierta en diez. Este ya, ahora sí podemos hacer, ahora sí podemos seguir con el proceso, empezar con la resta.

A diez le quito cinco, quedan cinco. A nueve le quito dos, quedan siete.

A dos le quito uno, queda uno.

$$\begin{array}{r} 200 \\ - \\ 125 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \ 10 \\ - \\ 12 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - \\ 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

Cuando la cifra de arriba tenga dos ceros como la unidad y la decena se debe de descomponer el número empezando por la centena. Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 2 \ 10 \ 10 \\
 - \\
 1 \ 2 \ 5 \\
 \hline
 \end{array}$$

El dos le pasa 1 a la decena y queda una centena y las cero decenas se convierten en 10 decenas y luego esas 10 decenas le pasan una decena a la unidades y se forman 10 unidades.

Entonces ya se puede realizar la resta.

### El procedimiento de “llevadas”

Este método consiste, como señala Maza (1991), en añadir diez unidades a la columna correspondiente del minuendo si no se puede realizar la resta. Ello tiene que venir compensando con un aumento equivalente del sustraendo y para ello se añade una unidad en la columna del orden inmediatamente superior del sustraendo.

Este método como ya se señalaba anteriormente, utiliza una propiedad que debe ser dominada antes por el niño: el hecho de que, sumada la misma cantidad al minuendo y sustraendo, la diferencia no varía.

Veamos cómo es que los profesores describen-explican este procedimiento:

[...]

M: Ustedes tenían una discusión acerca del procedimiento para restar más adecuado para este nivel escolar...¿Llegaron a algún acuerdo?

J-DG4.9: Yo decía. Bueno pero no era 28, era 25 menos dieciocho.

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 - \\
 18 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ocho para llegar a cinco, no se puede. Entonces pides prestado. Ocho para llegar a quince, siete.

Pero tienes que pagar lo que pediste prestado.

M: Pero, ¿A quien le pediste prestado?

- J-DG4.10: Se lo pediste prestado al de arriba y se lo vas a regresar al de abajo, a las decenas.  
Entonces esa decena se la vas a regresar al de abajo.  
Entonces se hace dos, para llegar a dos, cero. Porque en este caso enseñándoles así el algoritmo doscientos menos cientoveinticinco, cuando el niño dice le quito.  
Aquí dices cinco, pide prestado. A diez le quito cinco, quedan cinco. Pero si tu le quitas al cero, el niño batalla para saber que es nueve.
- N-DG4.11: Pero por eso le quitas a las centenas.
- J-DG4.12: Si, ese es el otro método, empezar por las centenas porque después cuando llegan a la división, vemos que batallan mucho para aplicarlo.

Como podemos observar en los párrafos anteriores, los profesores hacen una descripción del procedimiento convencional para restar pidiendo al minuendo y regresando al sustraendo.

El procedimiento se complementa con la variante encontrar cuánto falta a la cifra del minuendo para llegar a la cifra del sustraendo en lugar de tengo tanto y le quito. No entra a discusión si hay que tratar que los niños comprendan la equivalencia entre estos dos procedimientos y si son capaces de comprenderla.

Este procedimiento encuentra su justificación en que será de utilidad posteriormente al utilizar la resta en el aprendizaje del procedimiento convencional para dividir números naturales.

Por otra parte, no se aclara por qué se pide prestado a la cifra del minuendo y se devuelve a la cifra del sustraendo.

En general, hay una falta de comprensión, por parte de los profesores de la lógica de cada uno de los pasos del procedimiento “de llevadas”; en palabras de ellos mismos “pedir al de arriba y pagar al de abajo”.

También se puede observar cómo apoyan la explicación del algoritmo utilizando expresiones poco transparentes para comprender la lógica del procedimiento: “pedir prestado”, “pagar”, “hermanito” etc.

[...]

- M: Yo aquí para centrar un poco la discusión, sería preguntarle a Juan, y no sé quien más propuso este método.

- Cuando el dice se le pide prestado al de arriba y se le regresa al de abajo.
- Mi primera pregunta es ¿Por qué le pides al de arriba y se las regresas al de abajo?
- Mi pregunta es: ¿Qué explica, cuál es la lógica de este procedimiento? ¿Ricardo?
- Ri-DG4.13: Por lógica. Yo les aconsejaba hace rato lo que es la prueba. Diríamos aquí, ocho mas siete, entonces serían quince, cinco y llevamos una. Una y una serían dos. Pero para eso necesitaríamos hacerle así (cubrir el minuendo), para que el muchacho sepa o se fije que el de arriba coincide con el de abajo, es la prueba.
- M: Pero ¿Eso explica por qué le pido al de arriba y se lo regreso al de abajo?
- Ri-DG4.14: No, no se explica. La explicación aquí es ¿cómo se dice?, por comprobación. Pero se comprueba con fichas, este, con material.
- M: Yo siento que son dos cosas. Una es lo que tu dices de cómo se puede hacer la prueba de la operación. Como tu dices, para ver si el resultado es correcto; pero yo lo que quiero que pensemos un poco es ¿Por qué este procedimiento funciona?
- Cuando yo resuelvo restas con este procedimiento, salen correctas. Por qué le pido al de arriba y se la regreso al de abajo. Alguien sabe ¿Por qué este paso?, ¿Por qué funciona?
- J-DG4.15: Porque estamos trabajando con el sustraendo, esa es la base.
- M: ¿Sí?. Y si estás trabajando con el sustraendo ¿Por qué le quitas al de arriba? (minuendo)
- J-DG4.16: No, le estoy pidiendo a las decenas...le estoy pidiendo al vecino.
- M: Pero ¿A quien le pidió el cinco para convertirse en quince?
- J-DG4.17: A las decenas.
- M: ¿A cuáles?
- J-DG4.18: Al de arriba.
- M: ¿A cuáles?
- J-DG4.19: Pero se las voy a pagar al de abajo.
- M: ¿Por qué al de abajo?
- J-DG4.20: Porque es con las que estoy trabajando..
- Ro-DG4.21: Porque también son decenas.

M: ¿Porque también son decenas?. Entonces igual se la podríamos haber dado al de arriba.

J-DG4.22: No, se las regresas y va a ser un hermanito.

J-DG4.23: El problema es que cuando le quitas al dos, lo haces uno, y lo tachas.

M: Aquí, tu dices. le pido prestado al dos, ahora es uno.....

Ro-DG4.24: Ahí no pagas.

En otro momento de la discusión una de las maestras es quien logra explicar la lógica de este procedimiento basada en agregar una decena a la cifra del minuendo (en la columna de las unidades) y una decena a la cifra del sustraendo (en la columna de las decenas).

[...]

M: ¿Ahí no pagas?... pero ¿por qué le pagas al de abajo?

Ma-DG4.25: Ahí la explicación sería que así como se le aumenta a la unidad uno, así se le debe de aumentar a la decena de abajo uno también.

Sin pedir prestado, yo te pago...

Arbitrariamente le estoy aumentando uno para poderle quitar, porque si no ,no le puedo quitar ¿sí?

Entonces como aquí arbitrariamente le estoy aumentando uno, se lo puedo regresar todavía a acá, a las decenas de abajo. Debo, debo de aumentarle uno al de abajo.

Sin embargo, aún en este caso parece que no se comprende que en realidad lo que se ha hecho es aumentar el minuendo y el sustraendo en diez unidades ( y no aumentar uno como señala la profesora Ma).

### La “prueba” como procedimiento de cálculo

En la discusión sobre los procedimientos convencionales para restar uno de los participantes propone “la prueba” de la resta utilizada comúnmente como estrategia para comprobar o si el resultado del cálculo numérico es correcto, como un procedimiento para restar que él enseña a sus alumnos.

Si recordamos la “prueba de la resta” consiste en comprobar si la suma del sustraendo y el resultado o resta, es igual al minuendo.

Veamos la descripción que hace el profesor R sobre este procedimiento:

[...] Ri-DE4.87: La resta como la división son operaciones que se les llama aproximadas. Primero tenemos que tener un número aproximado para obtener el resultado.

Por ejemplo aquí, esta cantidad, doscientos, en la parte de arriba ya habíamos acordado que este cero corresponde a decenas. Entonces decimos a diez le quitamos cinco, quedarían cinco.

Entonces tapando lo de arriba diríamos cinco y cinco, son diez . Esto es lo que nombramos como la prueba.

Ponemos diez y luego le ponemos una. Este uno va hacia atrás hacia acá. Diríamos, siete y dos o dos y una, tres, para diez, serían siete. Y entonces aquí sería lo que nombramos pedir prestado. O sea es el procedimiento que yo les doy a los niños, de aproximación, de aquí a la cantidad que nos vaya dando y luego ya... ¿Qué es lo que piensan? Ah ya lo tienen ya.

En el ejemplo anterior observamos la utilización de la “prueba de la resta” como procedimiento para restar: dado el minuendo y el sustraendo, calcular el número que sumado al sustraendo nos da el minuendo. No se hacen comentarios por el resto de los profesores sobre la pertinencia de trabajar esta procedimiento con los niños de tercer grado de primaria.

### ¿De quitar o de adicionar?

En el análisis de los procedimientos convencionales propuestos por los profesores para enseñar a los niños en los primeros años de la escuela primaria, surgió un interesante tema de discusión relacionado con uno de los pasos del algoritmo de “pedir prestado”.

La discusión de los profesores se centró en determinar qué es más adecuado enseñar a los niños dado  $a - b =$  ; si quitar al minuendo la cifra del sustraendo “a menos b”; o a partiendo del sustraendo calcular cuánto falta para igualar la cifra del minuendo “a para b”.

[...]

Ro-DE4.129: El procedimiento para restar más adecuado que los niños aprendan en este nivel es el de reparto pero con material concreto.

J-DE4.130: De quitar o de adicionar. Porque este niño está diciendo diez para cinco. Hay niños que dicen tengo diez y le quito cinco.

Ro-DE4.131: Es que es una confusión bien gruesa para los niños, porque les estamos diciendo que es de quitar, y que puedes decir tengo diez y le vas a quitar cinco o también puedes decir cinco para llegar a diez, el niño dice pues esta maestra qué, está enferma o qué tiene.

¿Cómo que cinco para allegar a diez, pues no me está diciendo que es de quitar?

O sea, el niño, yo pienso que no comprende eso.

Enseñarle al niño que el cero, como no tiene valor ahí, le tenemos que pedir una decena, pero igual, o sea ahí está bien grueso porque el niño tampoco no comprende que si el cero no tiene valor en las decenas, hay que pedirle a las centenas.

Hay que descomponer todo el número. Entonces en segundo año el niño no tiene la capacidad, ni comprende tampoco de que vamos a desbaratarlo en las centenas.

Para el profesor J enseñar a restar calculando cuánto falta a la cifra del minuendo para llegar a la cifra del sustraendo, se justifica por su utilidad posterior en el aprendizaje del algoritmo convencional de la división.

[...]

J-DE4.132: Yo digo que tiene para llegar. Porque en la división es el problema principal. Si les dices que quite se confunden mucho. Es más fácil que digan tengo tanto para llegar a tanto.

J-DE4.134: En la división la vas a usar. O sea para los grados superiores lo vas a usar.

Sin embargo, para los profesores, en los primeros grados es más fácil aprender a quitar a la cifra del minuendo, la cifra del sustraendo.

[...]

Ro-DE4.135: Nosotros en segundo lo manejamos, si tienes ocho y le quitas cinco ¿Cuánto te queda?

D-DE4.136: Pero es que aquí también se puede hacer igual, si tienes diez y le quitas cinco ¿Cuánto te queda?

Ro-DE4.137: Pero ¿De donde agarraste la decena si en la decena también tienes cero?, porque ahí no sabe descomponer las centenas.

Ro-DE4.143: Es más fácil en segundo para los niños, decir que a diez le quitamos seis ¿Cuántos nos quedan?

J-DE4.144: A mí me gusta explicarles más que ... para llegar.

Ro-DE4.145: Pero si tienen abajo un número mayor, ellos le quitan al número de abajo, pero ahí se confunden porque no les enseñan bien por ejemplo utilizamos el ábaco, y sabemos que le tienen que prestar, ya no vas a decir para llegar, sino que ya formaste un número. A diez, le quitamos cinco ¿Cuántas te quedan?, ya no hay para llegar. Le vamos a quitar.

D-DE4.146: Es más fácil con el ábaco. Es lo que yo le decía al Profe hace rato, que con el ábaco los niños captarían más bien la substracción. Porque con el ábaco se tiene palitos y se le va metiendo ahí aritos.

J-DE4.147: Yo soy de la idea de que para llegar a la división, tienes el problema de que el muchacho se va a confundir y va a hacer más tardado el procedimiento. Entonces por economía puedo decir, tengo tanto para llegar a tanto.  
Y la realizan más rápido.

Ro-DE4.148: A mí se me hace que es más confuso decir si tengo siete para llegara diez, a la mejor es más rápido, que decir a diez le quito siete; porque hay niños que si no saben van a hacer los diez palitos (rayitas), y luego van a tachar siete para llegar a...

Como hemos visto en los fragmentos de discusión presentados anteriormente, no hay mucha claridad en la argumentación de los profesores sobre cuando y por qué enseñar la resta numérica como “quitar”, o como “cuánto falta para llegar a “.

No se discute si la relación entre estos dos procedimientos es trabajada con los niños. Pareciera que se ven como dos estrategias de cálculo independientes una de otra.



## **Artifugios verbales para explicar el procedimiento**

### **Convencional para restar**

En este apartado ubicamos aquellas explicaciones o frases que utilizan los profesores como un recurso didáctico para que los niños aprendan los procedimientos convencionales para restar.

¿Qué artifugios verbales utilizan los profesores?, ¿Cuál es su función en el proceso didáctico?

A continuación presentamos dos artifugios verbales que identificamos en la discusión de los profesores sobre la enseñanza de los procedimientos convencionales para restar: “pedir prestado al vecino” y “pedir prestado, debo, tengo que pagar”.

Aunque muy parecidos, el primero sirve para apoyar la explicación del procedimiento “pedir prestado” y el segundo para apoyar la explicación del procedimiento de “llevadas”.

### Pedir prestado al vecino

Uno de los artifugios verbales que utilizan los profesores como apoyo a la enseñanza de la resta es “pedir prestado al vecino”.

Esta frase se utiliza para explicar la necesidad de cambiar una decena en unidades para poder restar la columna de las unidades.

[...] Ro-DE4.149:Le vas a decir al niño que como el cinco es menor que el ocho, no le podemos quitar ocho.

Le vamos a pedir prestado una decena al tres. Entonces el tres se va a convertir en dos, y el cinco se convirtió en quince. Ahora sí podemos decir al quince le quitamos dos .

Yo por ejemplo, en mi grupo desde un principio les pido la cajita de fichas, son las fichas como para lotería.

Tienen cien fichas, y cada color tiene diferente valor, pero eso se ve cuando vas a ver lo de el valor posicional.

Pero si tienes de uno y de diez, sí puedes formar quince fichas.

Entonces, a quince fichas le vas a quitar ocho, y ellos saben que te van a quedar siete. Y luego a dos le quitas uno, queda uno.

¿Por qué dos? Porque le habíamos quitado una decena, y ya se la vamos a regresar, o sea es más complicado que si decimos que se la pides al de abajo, que se la regresas, que no se qué. Igual en tercero o en cuarto año.

Le puedes enseñar la otra forma, a mí se me hace más sencillo pedirle al vecino, como dice el compañero, que pedirle al de abajo.

Los artilugios de tipo verbal utilizados, no son complementarios de otras explicaciones, por ejemplo las que se apoyan en representaciones concretas de las transformaciones.

Por el contrario, son excluyentes, sustituyen a éstas y su función es proporcionar un especie de andamiaje para que los niños mecanicen el procedimiento de cálculo numérico convencional. De hecho estos procedimientos pueden ser incompatibles, dependiendo de la forma en que sean utilizados.

“Pedir prestado al vecino” implica que tienes que regresar o devolver lo que se te ha prestado, lo cual no se ajusta a las reglas de desagrupamiento en que se basa el algoritmo de la resta al que se ha llamado “pedir prestado”.

#### “Pedir prestado, debo, tengo que pagar”

Muy parecida a la versión anterior, es la utilización del artilugio verbal “pedir prestado al vecino” para explicar el procedimiento de “llevadas”.

Aquí, se incorporan términos adicionales en la explicación: pedir prestado, debo, tengo que pagar, etc.

[...] J-DE4.150: Es que te encuentras con varias formas de enseñar de los maestros cuando llegan.

Yo por ejemplo les digo, en el mismo caso de treinta y cinco menos dieciocho.

Digo, ocho para llegar a cinco, no puede; entonces voy a pedir prestado a las decenas. Entonces le pido una, se hizo quince. Ocho para quince son siete, pero debo, tengo que pagar porque no me vuelven a prestar. Pero se lo voy a pagar al de abajo.....

Pero hay que dejar al niño libre, como lo traiga, que el resultado va a ser lo mismo.

En la explicación anterior también podemos observar cómo la serie de frases utilizadas por el profesor para explicar el procedimiento convencional para restar deja mucho más ocultas las reglas que justifican el procedimiento de “pedir al vecino de arriba” (minuyendo) y “pagar al vecino de abajo” (sustraendo).

A través del análisis de las actividades del Curso de Formación Profesional dedicadas al estudio y discusión de los procedimientos convencionales para restar encontramos un uso recurrente de estos artilugios verbales.

En los profesores, subsiste la idea de que el uso de estos términos facilita la comprensión de los procedimientos convencionales para restar.

Sin embargo, parece que estos términos son usados más para facilitar el aprendizaje mecánico del procedimiento, ocultando su lógica.

### **Relación procedimiento informal- procedimiento formal**

En este apartado tratamos de identificar si los profesores establecen alguna relación didáctica entre los procedimientos informales que usan los niños para restar y el aprendizaje/enseñanza de los procedimientos convencionales para restar. Encontramos pocas argumentaciones en este sentido.

Para la maestra Ma, por ejemplo, hay una relación entre el aprendizaje de los procedimientos informales y los procedimientos convencionales. Se da por hecho que los procedimientos informales preceden a los informales y que su coexistencia no fuera posible.

[...]

M: Finalmente, ¿Cuál es el procedimiento para restar que les parece más adecuado que los niños aprendan en este nivel escolar?

Ma-DG4.5: Pusimos, no convencional usando material concreto y que el niño comprenda el concepto de quitar y que luego aprenda el procedimiento convencional.

Parece que la profesora piensa en la necesidad de construir un proceso didáctico que va de los procedimientos informales al procedimiento convencional.

[...] Ma-DE4.21: Que resuelva diferentes problemas para que siga practicándolo oralmente. Luego pasaríamos a lo que es la manera convencional.

Por otra parte, los procedimientos no convencionales son para los profesores procedimientos orales o mentales. No mencionan estrategias informales que usen la escritura como mediación en el cálculo numérico.

### **Relación contexto-procedimiento formal**

En este apartado tratamos de identificar si los profesores establecen alguna relación sobre cómo el contexto influye en el aprendizaje/enseñanza de los procedimientos convencionales para restar. No encontramos argumentaciones en este sentido.

### **Enseñanza mecánica del algoritmo**

Hay una toma de conciencia de que la enseñanza de las matemáticas no ha cambiado demasiado. De hecho, se reconoce que en la práctica los profesores reproducen el modelo de enseñanza mecánica con el fueron educados.

[...] C-DE4.23: Enseñamos como nos enseñaron a nosotros. Enseñamos el procedimiento mecánicamente, aunque no le encuentres solución.

### **Las dificultades con los ceros**

La presencia de ceros en los números utilizados en el problema es fuente de eventuales dificultades en el aprendizaje de los procedimientos convencionales para restar.




[...] C-DE4.61: O a la mejor se confundió porque vio dos ceros. A lo mejor si el número hubiera sido con números donde no tuviera ceros, por ejemplo doscientos treinta y seis. Yo digo ¿no?  
Que a veces se confunden más cuando ven ceros.

Pareciera ser que hay una tendencia a postergar aquellos aspectos del aprendizaje que son fuente de eventuales obstáculos de comprensión (en este caso el uso de los ceros).

No se visualiza esta dificultad como parte del proceso de comprensión del procedimiento, que hace crisis justamente cuando hay una doble dificultad planteada por la necesidad de desagrupar centenas en decenas y decenas en unidades.

## Quinta actividad

La quinta actividad del CFP consistió en el análisis de una serie de opciones didácticas que se les propusieron a los profesores como alternativas de intervención didáctica para el Caso Abel. En el siguiente cuadro se presenta el contenido de esta actividad:

<b>ACTIVIDAD</b>		
<p>5. En equipos de trabajo analizar cada una de las alternativas de intervención propuestas en el caso Abel, en base al siguiente guión:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) De las opciones didáctica que se presentan ¿Cuál te parece más adecuada para enseñar el tema de la resta ?, ¿Por qué?</li> <li>b) ¿Qué opción didáctica te parece menos adecuada? ¿Por qué?</li> <li>c) ¿Qué sugerencia harías para enseñar el tema de la resta pero que por algún motivo en la escuela no se hace o no se puede hacer?</li> </ul>		
<b>ALTERNATIVAS DIDÁCTICAS</b>		
<p>Los compañeros de Abel le han sugerido las siguientes opciones de intervención pedagógica:</p>		
<b>Opción 1</b>		
<p>Utilizar monedas de diferente denominación como apoyo para que los niños resuelvan la operación.</p>		
<b>Opción 2</b>		
<p>Enseñar a los niños el procedimiento convencional para restar, mediante una secuencia de ejercicios numéricos, aumentando gradualmente la dificultad de la operación y el tamaño de los números involucrados.</p>		
<b>Opción 3</b>		
<p>Utilizar material multibase como apoyo para la comprensión de cada uno de los pasos del procedimiento convencional para restar.</p>		
 1	 10	 100

**Opción 4**

Partir del planteamiento de problemas relacionados con la vida cotidiana de los niños y dejar a los niños en libertad de resolverlo utilizando un procedimiento informal o el procedimiento convencional.

**Opción 5**

Reforzar el aprendizaje del procedimiento convencional para restar, explicando a los niños de manera más clara cada uno de los pasos y poniéndoles muchos ejercicios numéricos para que lo dominen.

Cuadro 35. CFP. Quinta actividad.

La información recabada en esta actividad se procesó en base a las siguientes categorías de análisis: (Anexo. Actividad 5)

- a) Opción didáctica más adecuada.
- b) Opción didáctica menos adecuada.
- c) Recomendación didáctica.

A continuación se presenta las ideas expresadas por los profesores en relación a cada una de las categorías anteriores.

**Opción didáctica más adecuada**

Cuando a los profesores se les ofrecen una serie de opciones de intervención para los problemas pedagógicos narrados en el Caso Abel ellos se pronuncian principalmente por la opción cuatro que recomienda: partir del planteamiento de problemas relacionados con la vida cotidiana de los niños y dejar a los niños en libertad de resolverlo utilizando un procedimiento informal o el procedimiento convencional.

[...]

- C-DE5.10: Pregunta número uno. De las opciones didácticas anteriores, ¿Cuál te parece más adecuada, para enseñar el tema de la resta? ¿Por qué?  
Ya dijimos que el cuatro. ¿Por qué?
- Ca-DE5.11: Porque el niño debe de encontrar primero una solución al problema. De la manera en que el crea conveniente.  
Que trabaje su mente. Que busque...

En los siguientes ejemplos se puede observar que la justificación de la opción elegida pone el énfasis en las estrategias informales de resolución de problemas, dejando de lado la contextualización.

[...]

Ro-DE5.37: La cuatro también está buena.

J-DE5.38: Está buena.

Ro-DE5.39: Puedes tomar más fácilmente cosas de la vida cotidiana, o vivencias,...

Ro-DE5.40: ¿Cuál te parece más adecuada para enseñar el tema de la resta y por qué?

J-DE5.41: Pues la cuatro, porque trata las dos cosas; convencional...

Ro-DE5.42: Y el informal...

Porque utiliza los procedimientos informales para llegar a lo convencional.

En otro momento de la discusión, en la fase grupal, la justificación de la opción cuatro se pone ahora en la contextualización.

[...] C-DG5.1: La cuatro. Partir del planteamiento de problemas relacionados con la vida cotidiana de los niños y dejar a los niños en libertad de resolverlo utilizando un procedimiento informal o el procedimiento convencional. Porque para los niños es más fácil de resolver un problema con el cual se identifiquen.

Las opciones didácticas son percibidas, en determinado momento, como componentes del proceso de enseñanza de la resta. Las opciones de intervención pedagógica para las situaciones planteadas en el Caso Abel, son vistas como complementarias y no como excluyentes.

Esto es lo que señala la profesora Ma cuando se discuten las diferentes opciones de intervención pedagógica para la enseñanza de la resta.

[...] Ma-DG5.2: Yo pienso que es un proceso. Primero eso y después con material concreto y después el algoritmo. Como que es un proceso. Tiene uno que ir paso por paso.

En resumen, podemos señalar que los profesores consideran que la alternativa de intervención más adecuada es la cuatro: partir del planteamiento de problemas relacionados con la vida cotidiana de los niños y dejar a los niños



en libertad de resolverlo utilizando un procedimiento informal o el procedimiento convencional.

Cuando se argumenta esta opción, el énfasis se pone en el uso de estrategias informales, dejando de lado el papel de la contextualización en este proceso. De la misma manera, la enseñanza de la resta es vista como un proceso, y por lo tanto se señala el carácter complementario de las diferentes opciones didácticas.

### **Opción didáctica menos adecuada**

La opción didáctica que se considera menos adecuada es la cinco, en la que se señala: reforzar el aprendizaje del procedimiento convencional para restar, explicando a los niños de manera más clara cada uno de los pasos y poniéndoles muchos ejercicios numéricos para que lo dominen.

Aquí el argumento es el rechazo a la mera mecanización en el aprendizaje de los procedimientos convencionales de cálculo numérico.

[...]

C-DE5.12: ¿Qué opción didáctica te parece menos adecuada y por qué?

Ma-DE5.13: ¿Menos?

Ri-DE5.14: Pues la última ¿no?

C-DE5.15: Haber, la dos dice enseñar a los niños el procedimiento convencional para restar mediante una secuencia de ejercicios numéricos, aumentando gradualmente la dificultad de la operación y el tamaño de los números involucrados.

Esa es una que no se parece....

¿Cuál otra?

C-DE5.16: ¿La cinco? Reforzar el aprendizaje del procedimiento convencional para restar, explicando a los niños de manera más clara cada uno de los pasos poniéndole a los niños muchos ejercicios...

Ro-DE5.43: ¿Qué opción didáctica te parece menos adecuada?

J-DE5.44: La cinco.

Ro-DE5.45: ¿Por qué?

J-DE5.46: Porque no ayudaría mucho.

D-DE5.47: Porque no comprenderían.

- J-DE5.48: No va a comprender, nada más está mecanizando, mecanizando mecanizando
- C-DG5.3: El número dos dice ¿Qué alternativa te parece la menos adecuada?  
La número dos que dice: enseñar a los niños el procedimiento convencional para restar, mediante una secuencia de ejercicios numéricos, aumentando gradualmente la dificultad de la operación y el tamaño de los números involucrados.  
Porque al niño hay que plantearle los problemas de acuerdo a su edad para que los pueda resolver porque es un niño de tercer año, de acuerdo a la edad donde está.
- Ro-DG5.4: Nosotros aquí pusimos que la cinco (reforzar el aprendizaje del procedimiento convencional para restar, explicando a los niños de manera más clara cada uno de los pasos y poniéndoles muchos ejercicios numéricos para que lo dominen.
- M: ¿Por qué la cinco?
- Ro-DG5.5: Porque solo mecaniza, porque eso no sería suficiente para resolver los problemas de resta.

### Recomendación didáctica

Una de las preguntas que se plantearon a los profesores para el análisis de las opciones didácticas fue ¿Qué sugerencia harían para enseñar el tema de la resta pero que por algún motivo en la escuela no se hace o no se puede hacer?

Las recomendaciones didácticas que se dan para la enseñanza de la resta, como respuesta a la cuestión anterior, es la de utilizar material de apoyo a la enseñanza, entre ellos el uso de la computadora, así como los materiales de apoyo para el maestro.

[...]

- C-DE5.29: En la escuela de allá si se hace, porque tienen el material. Pero no en todas.  
El uso de las computadoras. Sería una forma que motiva a los niños, que es algo diferente.
- N-DE5.50: Utilizar o elaborar material.
- D-DE5.51: Material de trasvase como un cubo y que los niños le quiten...

Los profesores dan a entender que la elaboración y el uso de materiales didácticos, así como la utilización de los materiales curriculares de apoyo al maestro es poco frecuente en la escuela.

Esta recomendación didáctica dada por los profesores (el uso de materiales concretos, manipulables), que es fundamental para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas elementales corrobora nuestra experiencia en torno a la disminución progresiva del uso de materiales didácticos en la clase de matemáticas en la escuela primaria pública.

## Sexta actividad

Esta actividad consistió en analizar el problema de resta propuesto en el caso Abel. A continuación presentamos el contenido general de esta actividad.

<b>ACTIVIDAD</b>
<p>6. Analizar el problema propuesto en el Caso Abel en base a los siguientes criterios:</p> <p>a) ¿Qué te parece el problema propuesto por el profesor Abel a sus alumnos?</p> <p>b) ¿Consideras que este problema es relevante o significativo para los niños?, ¿Por qué?</p> <p>c) ¿Qué adecuaciones le harías a este problema para que fuera más relevante o significativo?</p> <p>d) ¿Cómo trabajarías este problema en tu grupo?</p> <p><b>PROBLEMA</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$ 125. ¿Cuánto dinero tiene ahora?</p> </div>

Cuadro 36. CFP. Sexta actividad.

La intervención de los profesores en esta actividad fue organizada en un primer momento en base a las siguientes categorías: (Anexo. Actividad 6 A)

- Relevancia o significatividad del problema.
- El uso de palabras “clave”.
- Recomendaciones didácticas.

Posteriormente, la información fue clasificada en base a las siguiente categorías y subcategorías de análisis: (Anexo. Actividad 6 B)

- a) Relevancia o significatividad
- Contextualización.
  - Simplicidad.
- b) Recomendaciones didácticas
- Palabras clave.

- Apoyos concretos.
- Socializar procedimientos de cálculo
- Matemáticas lúdicas.
- Transformar el problema.

A continuación se presenta la información relacionada con cada una de las categorías anteriores.

### **La relevancia o significatividad del problema**

La significatividad o relevancia del problema está en el contexto evocado, en la cercanía de este contexto con los intereses de los niños.

Lo importante es que haya un vínculo afectivo con el contexto utilizado. Es irrelevante si los datos del problema se ajustan o no a la realidad.

[...]

Ro-DE6.46: Porque más que todo está relacionado con la vida cotidiana de ellos, que juegan fútbol. Les gusta más el fútbol.

Por eso podría ser significativo, porque por los números y el valor de las cosas él le da lo mismo lo que cueste; tú dame mamá para un balón.

N-DE6.47: Es cierto, es cierto, haz de cuenta porque como dice Rome es una situación de la vida cotidiana.

Haz de cuenta simplemente en el salón de clases.

Simplemente puedes decir, tenemos doscientos ahorrados entre todos.

Y les decimos, vamos a comprar un balón de doscientos pesos pero tenemos nada más ahorrados cientoveinticinco.

¿Completamos o no completamos? O falta, ¿Cuánto nos falta?

D-DE6.48: ¿Si se considera relevante verdad? Porque se trata de un juguete...

Ro-DE6.49: De la vida cotidiana.

D-DE6.50: O de interés para el niño

D-DG6.12: Sí es relevante.

Se considera relevante ya que se le está mencionando un juguete, que es algo de su interés. Algo que está dentro del contexto del niño.

M: Y ustedes, ¿Piensan que este problema es relevante o significativo para los niños?

Ma-DG6.13: Pues sí, como dice la maestra, porque está dentro del contexto del niño. Está hablando de balón y es lo que un niño siempre quiere comprar. Sabe cuanto cuesta un balón.

El problema es relevante porque evoca una situación de la vida cotidiana. Es aún más relevante si los propios niños son implicados como protagonistas en la situación propuesta.

Uno de los profesores, Ri, proporciona un ejemplo de por qué este problema puede no ser significativo para los niños.

[...] Ri-DG6.14: Yo digo que depende incluso del tipo de pregunta y creo que allí al muchacho o al niño, no se le ve muy interesado en ese tipo de redacción por lo siguiente.

Ahí dice Luis tiene ahorrados. Hay algunos niños, si nos vamos a la palabra ahorrados, algunos niños dicen: me costó tantos domingos juntar cierta cantidad de dinero como para gastar cierta cantidad de dinero en eso. No lo ven tan entusiasmado porque es retirar dinero de lo que le costó mucho juntar.

Viéndolo así de esa manera, para algunos niños no.

También estaba viendo el caso anterior, el problema de la niña que sumaba.

Dice: Luis tiene ahorrados doscientos pesos y compra.

Algunos niños interpretan y compra como que quiere decir agrega, y compra un balón de tanto, por eso la niña de la parte anterior suma.

Hay palabras claves que el niño no se ubica. Entonces, entonces y yo cambiaría la palabra ahorrados por, le ha dado su papá, o que el papá le va a dar tanto por su cumpleaños...

Para este profesor el contexto evocado a través de la redacción del problema puede constituirse en un obstáculo que inhibe el interés del niño al plantear una situación hipotética que contraviene los intereses personales del niño.

En otros casos, se plantea la necesidad de utilizar un contexto simulado a través del juego de la tiendita, para dar mayor significatividad a la situación planteada. Pasar de un contexto simulado a un contexto evocado, a través del planteamiento escrito de problemas.

[...] Ma-DG6.17: Como usted dice vamos a invertir tiempo verdad.

Las maestras comentan que viene mucho material recortable en el libro de tercero de matemáticas, también en el de segundo.

Entonces por qué primero no hacemos tipo tiendita ¿verdad?, que compren un balón de doscientos.

Invertirle tiempo para que el niño comprenda qué es lo que tiene que hacer. Y ahora sí redactarle el problema y yo creo que ahora sí será más fácil resolver el problema.

Por otra parte, el problema es considerado relevante o significativo en función de que se evoca un contexto familiar para el niño: fútbol, balón, juguete, etc.

También la relevancia o significatividad del problema pareciera estar en función de la simplicidad del problema y de las posibilidades del niño para resolverlo. El contexto evocado a través de la redacción del problema puede constituirse en un obstáculo que inhibe el interés del niño al plantear una situación hipotética que contraviene el interés afectivo del niño.

### **Recomendaciones didácticas**

Las recomendaciones didácticas dadas por los profesores sobre cómo trabajarían con su grupo de aprendices el mismo problema de resta propuesto por el profesor Abel, fueron organizadas en función de las siguientes subcategorías:

- Palabras clave.
- Apoyos concretos.
- Socializar procedimientos de cálculo.
- Matemáticas lúdicas.
- Transformar el problema.

La importancia del uso de palabras clave en el proceso de resolución de problemas de resta aparece ampliamente argumentada durante el análisis del problema de resta propuesto en el Caso Abel.

La palabra clave aparece formando parte de la pregunta en donde se plantea la incógnita del problema.

[...]

- C-DE6.13: Así como que le das una pista ¿Cuánto dinero le sobró?, de que va a ser una resta.
- Ma-DE6.14: Como que en la pregunta debe de estar la palabra clave, para que sepan qué es suma o resta ¿Verdad?
- Ma-DE6.15: Cambiar la pregunta ¿Verdad?, por ¿Cuánto dinero le sobra?, ¿Verdad?
- C-DE6.16: O ¿Cuánto dinero le queda?
- Ri-DE6.17: No, le sobra.
- Ca-DE6.18: Para que sepa que le van a dar.. que es feria ¿No?
- C-DE6.19: O ¿Cuánto dinero le regresan de feria?. Pero todavía quedaría más largo. Eso de le sobra es...

Es importante que el problema contenga una pista que permita al niño identificar la operación que resuelve el problema. Aquí ya no aparece la necesidad de utilizar procedimientos no convencionales para resolver problemas. El proceso de resolución del problema se ve simplificado a los pasos : problema-operación-resultado.

En los siguiente ejemplos está claramente ejemplificado el papel que asignan los profesores a la palabra clave en la resolución del problema.

[...]

- Ri-DE6.35: Mira... manejan la palabra faltar, quitar, quedan. Son palabras claves que el muchacho puede entender.
- Ma-DE6.36. Sí. Si entienden que le sobra. Yo me he fijado, al menos en mi grupo que ellos entienden mejor si les digo ¿Cuánto me sobra?. Ya sabe que es quitándole la feria, ¿Verdad?
- Ro-DG6.5: Es que para nosotros no, pero a lo mejor para los niños si, es más fácil ¿Cuánto te sobró?
- N-DG6.6: Yo digo que sí (es adecuada). Que en los grupos si se maneja así. Sí se manejan los dos conceptos con los niños. Simplemente en la casa les decimos ¿Cuánto te quedó? ¿Cuánto dinero te quedó?
- M: Aparte de estas dos preguntas, ¿Qué otra cosa podríamos preguntar? O más bien ¿Qué podríamos preguntar?
- Ma-DG6.7: ¿Cuánto le regresaron de feria?
- M: ¿Alguna otra forma de plantearlo?
- N-DG6.8: ¿Cuánto dinero le dieron de cambio?



Para los profesores hay palabras como “sobra”, que dan mayores indicios que la palabra “queda” sobre el tipo de operación que se ha de realizar.

Preguntas como: ¿Cuánto dinero le sobra?, ¿Cuánto dinero le queda?, ¿Cuánto dinero le regresan de feria?, ¿Cuánto dinero le dieron de cambio?, proporcionan al niño mayores indicios de que se trata de una problema de resta.

La relevancia o significatividad del problema es visto más en función de las posibilidades que tiene el niño de entenderlo y por tanto de resolverlo. Por ello se propone hacer al problema algunas modificaciones o adecuaciones como replantear la pregunta de tal manera que esta sea más comprensible para el niño; pero principalmente incorporar a la pregunta alguna palabra que de al niño un pista sobre la operación que ha de utilizar para resolver la situación propuesta. La palabra clave es fundamental en el proceso de enseñar a los niños a resolver problemas de resta .

Proporcionar a los niños materiales concretos, manipulables como apoyo en la resolución de los problemas es otra de las recomendaciones didácticas que dan los profesores. Los billetitos, las fichas de colores y el ábaco, son los principales materiales de apoyo que se sugiere utilizar en el proceso de enseñanza de la resta.

[...]

C-DE6.29: Trabajando con qué, con billetes de juguetes.

Ca-DE6.30: Billetes del material recortable. En tercero vienen muchos billetitos recortables.

D-DE6.54: ¿Cómo trabajarías este problema en tu grupo?

Ro-DE6.55. Yo con fichas.

N-DE6.56: Material concreto, billetes, material concreto, o con fichas de colores.

D-DE6.57: Con el ábaco también.

El uso de los materiales del libro de texto recortable, son citados de manera recurrente como un apoyo didáctico importante en el proceso de enseñanza de la resta.

Socializar los procedimientos de cálculo utilizados por el grupo de aprendices es una recomendación más que dan los profesores, para que los

niños aprendan a resolver problemas de resta. También se recomienda que los propios niños planteen y resuelvan problemas.

[...]

C-DG6.9: Pero también queda bien que el mismo niño plantee un problema con sus propias palabras.

J-DG6.18: Es como lo que dice la maestra, se necesita mucho tiempo, para...  
Hay una cosa que pasa siempre en los grupos.  
Pones un problema de éstos llamados razonados, y entonces alguien no te hace la operación. Entonces el maestro le pregunta ¿Cómo le hiciste?, no tienes la operación, está mal; pero el ya la sacó.  
No le damos la oportunidad de que se exprese cómo lo hizo. Para eso necesitas tiempo, porque cada quien, cada alumno, tiene su manera de resolverlo.

La necesidad de hacer de la enseñanza de las matemáticas una actividad más interesante y motivadora para el aprendiz, es señalada por uno de los profesores como una recomendación didáctica importante.

[...] Ro-DG6.11: Es que yo creo que también debemos de hacer las matemáticas más divertidas, para que el niño tenga un poco más de interés porque como que no, que no es que se nos dificulte, no que no las sepamos dar, pero si a los niños les transmitimos eso de que matemáticas ¡uf!. O sea, debemos de hacerlas más divertidas para que ellos tengan más interés.

Finalmente, otra de las recomendaciones que surgen en el proceso de discusión está en hacer más significativo el problema, transformándolo, cambiando la relación entre los datos numéricos del problema.

[...]

Ro-DE6.52: Invertir las cantidades. Tenemos cientoveinticinco pesos y el balón cuesta doscientos ¿Cuánto nos falta?

D-DG6.20: Puede ser invertir las cantidades, o sea tienes 125 pesos y cuesta 200 pesos el balón ¿ Cuánto le faltaría para poder comprarlo?

Otra manera de hacer significativo para los niños el problema analizado es transformándolo, cambiando la pregunta y proporcionando una palabra clave que le facilite al niño relacionarlo con la operación numérica respectiva.

[...] CE6.2: A lo mejor habrá que cambiar la pregunta por ¿Cuánto dinero le sobra?, para que Luis tenga una palabra clave para saber que va a restar.

La preocupación de los profesores, reflejada en esta cita, es que los niños resuelvan correctamente el problema que se les propone.

## Séptima actividad

En esta actividad se propusieron y analizaron tres “incidentes críticos” propuestos por los profesores participantes.

Los tres incidentes hacen referencia a las dificultades de aprendizaje y enseñanza del algoritmo convencional para restar.

Se retomó y analizó el primero de los incidentes críticos propuestos por los participantes en función de que fue el incidente al que se le dedicó mayor tiempo en la discusión y que nos dio más elementos para el análisis.

A continuación se describe la actividad general, así como el incidente crítico propuesto por la maestra D, una de las participantes del curso.

### ACTIVIDAD

7. Análisis y discusión a nivel de equipo de alguno de los incidentes críticos descritos por los participantes, considerando aspectos como los siguientes:
- ¿Por qué se considera un incidente crítico?
  - ¿A qué aspecto de la enseñanza de la resta está referido?
  - Identificación de posibles causas
  - Estudio de las soluciones que se adoptaron y de otras que se pudieron tomar.

#### INCIDENTE CRÍTICO: Profra. D

Les puse a los niños la siguiente operación de resta:

$$\begin{array}{r} 42 \\ - \\ 23 \\ \hline \end{array}$$

Uno de los niños, Roberto, contó con palitos para contestar; pero primero a tres le quitó dos:

$$\begin{array}{r} 42 \\ - \\ 23 \\ \hline 1 \end{array}$$

Luego le pregunté si estaba seguro de que el resultado era el correcto, por lo que inmediatamente lo borró y dijo que no le podía quitar tres al dos.

Entonces, convirtió el dos en doce y anotó el dos (unidades) abajo y el uno (decenas), arriba.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ - \\ 23 \\ \hline 2 \end{array}$$

Después, en la columna de las decenas sumó  $4+1=5$  y después restó  $5 - 2 = 3$ :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ - \\ 23 \\ \hline 32 \end{array}$$

Seguimos intercambiando ideas hasta que a base de preguntas y utilizando el material con fichas, se le hizo entender.

Cuadro 37. CFP. Séptima actividad.

En un primer momento, la información fue clasificada en base a los mismos apartados que se utilizaron como guía para la presentación y análisis de los incidentes críticos: (Anexo. Actividad 7 A)

- Por qué se considera un incidente crítico.
- Aspecto de la enseñanza de la resta al que está referido.
- Identificación de posibles causas .
- Soluciones que se adoptaron y de otras que se pudieron tomar.

Posteriormente, y a partir de la categorización anterior, se definieron subcategorías de análisis: (Anexo. Actividad 7B)

- a) ¿Por qué es un incidente crítico?
- b) Aspecto de la enseñanza de la resta al que está referido.
- c) Identificación de posibles causas.
  - Incomprensión del Sistema de Numeración Decimal.
  - Incomprensión del procedimiento convencional.
  - Confusión de signos/operaciones.

- Problema de enseñanza.
- Problema de atención.
- Maduración.
- Práctica.

d) Soluciones adoptadas

- Trabajar la distinción de signos.
- Cambios en la redacción del problema.
- Inventar y proponer problemas.
- Uso de materiales concretos.
- Vinculación con otras áreas del currículum.
- Explicación del algoritmo.

A continuación presentamos la información relacionada con cada una de las categorías y subcategorías anteriores.

### ¿Por qué se considera un incidente crítico?

En este apartado nos interesaba saber por qué los profesores consideraban el incidente narrado como incidente crítico. Queríamos recoger de entrada una valoración general del incidente que nos diera información sobre los aspectos a los que los profesores prestaban mayor interés, o que les preocupaban más.

De manera general, el incidente crítico analizado es percibido por los profesores como un problema grave de aprendizaje, en el cual el niño tiene una fuerte confusión en el aprendizaje de los algoritmos para sumar y restar.

[...]

C-DE7.1: ¿Por qué se considera un incidente crítico a este problema?

Ca-DE7.2: Porque no lo resolvió correctamente.

N-DE7.49: Porque es un problema que se presenta para resolver una resta.

Ro-DE7.54: Yo a este niño le veo un caos. No comprende.

J-DE7.55: Es una confusión que trae el niño tremenda.

El incidente narrado es percibido como crítico en tanto que el niño no es capaz de resolver la operación numérica correctamente.

[...]

D-DG7.1: Nosotros si lo consideramos un incidente crítico porque es una situación en donde se presenta un problemas para resolver la resta, el niño. Por eso se considera un incidente crítico.

M: ¿Ustedes no lo consideran un incidente crítico?

C-DG7.2: Si. Si es porque no lo resolvió correctamente.

M: Si lo hubiera resuelto correctamente ¿No sería un incidente crítico?

D-DG7.3: Depende de cómo lo resolviera, puede ser un incidente crítico. No tiene que ser un problema para que sea un incidente crítico.

### **Aspecto de la enseñanza a que está referido**

En este punto nos interesaba saber con qué aspectos o contenidos del aprendizaje y enseñanza de la resta los profesores relacionaban el incidente crítico narrado. El incidente crítico es interpretado como referido a las dificultades de los niños en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar, y específicamente con la comprensión del valor posicional del sistema numérico decimal.

[...]

Ma-DE7.7: Se refiere al valor posicional, ¿o qué?

D-DE7.57: ¿A qué aspecto de la resta...?

Ro-DE7.58: A los dos, al algoritmo y al concepto.

D-DE7.59: ¿Por qué al algoritmo?

Ro-DE7.60: El concepto de la resta si lo tiene, lo que no tiene son los pasos para llevar a cabo el algoritmo.

Aunque el incidente está totalmente centrado en el aprendizaje de un procedimiento convencional para restar, los profesores lo relacionan también con el aprendizaje del significado de la operación.

Se considera que el niño del incidente crítico tiene el concepto de la resta desde el momento que es capaz de reconocer la operación escrita como una resta; es decir, cuando distingue el signo de la operación numérica.

Como señalamos anteriormente, los tres incidentes críticos narrados por los profesores hacen referencia a las dificultades de los niños en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar.

Este hecho nos parece muy indicativo de las preocupaciones pedagógicas y didácticas de los profesores en relación a la enseñanza de la resta: el aprendizaje del algoritmo convencional para restar. El aprendizaje de los algoritmos convencionales continua siendo para los profesores el objetivo principal en la enseñanza de las operaciones aritméticas.

No hay incidentes críticos que narrar que estén relacionados con el aprendizaje y enseñanza del significado de la operación, con la capacidad de resolución de problemas, etc.

### **Identificación de posibles causas**

En este apartado nos dimos a la tarea de identificar las explicaciones que los profesores daban al problema didáctico planteado a través del incidente crítico. Aquí, organizamos las causas señaladas por los profesores en base a las siguientes subcategorías:

- Incomprensión del Sistema de Numeración Decimal.
- Incomprensión del procedimiento convencional.
- Confusión de signos/operaciones.
- Problema de enseñanza.
- Problema de atención.
- Práctica.

Las dificultades de Roberto, el protagonista del incidente crítico, son atribuidas a diferentes causas. Una de ellas refiere a la falta de comprensión de algunas reglas básicas del Sistema de Numeración Decimal.

[...]

J-DE7.56: A lo mejor no está comprendiendo el concepto de decena.

D-DG7.16: Maestro, puede ser también que no ha comprendido aún el concepto de unidad, decena, centena, no lo tiene bien afianzado.

Para los profesores la construcción del concepto de agrupamiento en base diez (unidades, decenas, centenas, etc) es importante en el aprendizaje del algoritmo convencional.



En otros casos, la causa de la dificultad de aprendizaje es ubicada en la falta de comprensión no solo de las reglas básicas del Sistema de Numeración Decimal, sino de manera más general en la incompreensión del procedimiento convencional para restar.

Esta idea es expresada por la profesora Ma. en los siguiente fragmentos de su intervención:

[...]

Ma-DE7.12: Bueno, ahí el conocimiento ya está en proceso porque ya sabe de que hay que quitarle a la decena para ponerle a la unidad de ...  
La unidad se convierte en doce unidades ¿Verdad?  
Como que todavía le falta comprender un poquito que esa decena que le quitó, hay que restarla al número que tenemos.  
A lo mejor esta parte no la entendió, pero con una explicación... lo comprende.  
Es que uno no les explica una vez nada más a los niños ¿Verdad?  
Cada vez que le pone uno al niño el ejercicio hay que volverle a...

Ma-DE7.46: El niño no tiene bien reafirmado el procedimiento de la resta.

En este caso, aunque hay una explicación más amplia de las dificultades de aprendizaje de Roberto, no se valora la complejidad de la dificultad en tanto que la profesora considera que lo que el niño requiere es una explicación reiterada de los pasos del algoritmo convencional para restar.

Es posible que la profesora considere que el aprendizaje del algoritmo convencional para restar es cuestión de seguir una serie de pasos que el niño puede luego reproducir mecánicamente, y no como un procedimiento de cálculo que se basa en conceptos y reglas del Sistema de Numeración Decimal.

Otra de las razones explicativas que dan los profesores, sobre las dificultades en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar es que los niños no distinguen los signos de las operaciones aritméticas y por lo tanto no saben cuándo deben sumar o restar.

Así es señalado por algunos de los profesores participantes, como se muestra en los siguientes fragmentos de la discusión:

[...]

C-DE7.13: Como que se confundió, con la suma de llevar.

Ri-DE7.14: Una le prestó al dos para que fuera doce y no comprendió que cuatro decenas le prestó una ...y...

Ca-DE7.17: Porque aparte no identifica los signos. Si el niño fuera más observador, tendría que distinguir que cuando le pones este signo, es símbolo de que va a quitar.

Ri-DE7.28: A veces los niños no saben distinguir el signo, o las unidades y decenas.

Los señalamientos que hacen los profesores en los párrafos anteriores están centrados en la distinción del signo de restar (-); cuando en realidad el problema está a otro nivel que tiene que ver con el hecho de que el niño combina pasos tanto del algoritmo convencional de la resta como de la suma.

En este caso, volvemos nuevamente a percibir un posible desconocimiento por parte de los profesores de la complejidad del algoritmo convencional para restar, de las bases conceptuales que están detrás de su funcionamiento y sin las cuales es difícil acceder a su comprensión.

Los procesos de enseñanza inadecuados también son considerados por los profesores como factores explicativos de las dificultades en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar.

Hay una toma de conciencia de que los profesores reproducen formas mecánicas de enseñanza y de que cada profesor finalmente enseña como cree conveniente, sin que haya una continuidad en el proceso didáctico.

[...]

Ca-DE7.33: Pero por eso, o sea; también es error de nosotros porque siempre hacemos lo mismo no le cambiamos, no hay variación.

Ri-DE7.41: Yo creo que no es culpa de cada maestro si no que es problema de que no hay una continuidad.

D-DG7.9: Porque tal vez no comprendió bien a la hora de que se le explicó.  
Yo pienso que a veces nosotros también tenemos algo de culpa, porque no propiciamos el aprendizaje, que ellos realmente alcancen a comprender realmente las cosas.  
Nos concretamos a veces a dar la clase y ya. Y no nos detenemos para ver si realmente entendió.

La toma de conciencia por parte de algunos de los profesores sobre las prácticas en la enseñanza de la resta que prevalecen en la escuela y que afloran en los párrafos anteriores y el reconocer que se sigue enseñando de una manera tradicional entra en contradicción con otras ideas surgidas durante el desarrollo del curso y en las que los mismos profesores mencionan estar viviendo un proceso de cambio y transformación en las prácticas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

Problemas de atención y maduración también son mencionados por los profesores como factores causales de las dificultades de aprendizaje de los niños.

[...]

Ca-DE7.45: Que el niño no es observador

CE7.7: Falta de maduración para obtener resultados favorables.

Finalmente, los profesores señalan la falta de práctica en la resolución de operaciones numéricas por parte de los niños como un elemento explicativo de sus dificultades de aprendizaje.

[...]

Ri-DE7.28: A veces los niños no saben distinguir el signo, o las unidades y decenas.

C-DE7.29: Pero, ¿Por qué no saben?

Ca-DE7.30: Pues porque les falta práctica.

Si bien la repetición juega un papel importante en el proceso de mecanización de los procedimientos convencionales para restar; este es un análisis bastante simplista sobre el incidente crítico que nos ocupa.

Hay una tendencia a simplificar y trivializar el aprendizaje de los algoritmos convencionales de cálculo numérico, que es traducido luego a una enseñanza superficial y mecánica.

### **Soluciones adoptadas**

El análisis del incidente crítico nos llevó a realizar una serie de recomendaciones didácticas para dar respuesta/solución al problema pedagógico presentado. Así, los profesores propusieron una serie de

recomendaciones para resolver el problema, las cuales organizamos en las siguientes categorías:

- Trabajar la distinción de signos.
- Cambios en la redacción del problema.
- Inventar y proponer problemas.
- Uso de materiales concretos.
- Explicación del algoritmo.
- Vinculación con otras áreas del currículum.

Una recomendación que hacen los profesores para intervenir didácticamente en el incidente crítico narrado, es trabajar la distinción de los signos de las operaciones numéricas.

[...]

C-DE7.18: Hay qué decirles ¿De qué son?, ¿ De poner o de quitar?

Ca-DE7.19: ¿De más o de menos?

Como se puede observar en los fragmentos anteriores, la recomendación de los profesores va más en el sentido de distinguir previamente a través del cuestionamiento el tipo de operaciones que se van a resolver.

Por otra parte, el cuestionamiento parece estar más dirigido a la distinción de los signos y no tanto a la relación entre los datos de la operación.

En otros momentos se propone hacer cambios en la redacción del problema e inventar y proponer problemas para apoyar el aprendizaje de la resta en la escuela primaria.

[...]

Ca-DE7.40: También variarle la redacción. No siempre lo mismo ¿Cuánto te va a sobrar?.

Ro-DE7.65: Hay que enseñar a los niños a que reflexionen, a que analicen.

Como dice Mario no siempre va a ser con material concreto. Pero si no lo enseñamos así desde primero o segundo año. ¿Cómo le vas a hacer?

En otros casos, las recomendaciones didácticas de los profesores están referidas al uso de materiales concretos, como apoyo en la enseñanza y el aprendizaje del algoritmo convencional para restar.

[...]

Ro-DE7.69: Puedes trabajar con material concreto para que el niño se de cuenta del valor de las cosas.

Ma-DE7.47: Ya después dice soluciones ¿Verdad? Puede ser con piedritas, con fichas, puede ser con unidades, decenas y centenas.

Ca-DG7.34: En el libro de matemáticas de tercer año viene, pero viene feriendo el billete de diez pesos.

La vinculación de la enseñanza de las matemáticas con otras áreas del currículum escolar es mencionada por los profesores como una recomendación didáctica importante.

[...]

N-DE7.73: Simplemente, anteriormente se veía a lo mejor de manera independiente. Ahora en los libros de texto se ven las matemáticas. Y las matemáticas ya no nada más se ven en los libros de matemáticas. En los demás libros de texto también.

Sino en geografía, naturales, español; se manejan las matemáticas.

Y es una manera bien motivante para el alumno.

Ya no son aburridas las matemáticas. Para el niño, ya no son aburridas las matemáticas. Aparte deben ser significativas y que tengan un por qué de las cosas.

Ro-DE7.75: En los libros de texto te proponen actividades como hacer una encuesta...

Para los profesores, la vinculación entre la enseñanza de las matemáticas y las demás materias del currículum escolar permite motivar a los niños a aprender matemáticas, descubrir su sentido y en general hacer significativo su aprendizaje.

Finalmente, una de las recomendaciones que dan los profesores para la intervenir pedagógicamente en el incidente crítico analizado, es explicar al aprendiz, el algoritmo convencional para restar.

[...]

N-DG7.29: Dividiendo en unidades y decenas.

Yo dividiría en unidades y decenas.

Aquí, le explicaría al niño que aquí tenemos dos unidades y aquí tenemos tres.

Si vamos a restar, al dos no le podemos quitar tres unidades. Entonces al dos, tendría que pedirle prestado una a las decenas, para transformar el dos en doce.

Entonces aquí tenemos doce unidades. Entonces a doce unidades le quitamos tres ¿Cuántas nos quedan?

Pero ya el niño hizo, pero ya el niño vio la transformación del cuatro en tres.

Entonces a tres decenas le quitamos dos, queda una.

D-DG7.30: Así como le hizo Norita, que le explicó todo al niño, ya que le hayamos explicado todo, que el dos es doce, entonces le vamos a decir doce frijolitos, doce palitos, y ya el que quite tres para que sepa cuántas le quedan. Y luego a la que sigue también igual le vamos a dar la cantidad que tiene arriba de decenas, para que le quite el dos.

L-DG7.31: Yo lo que hago ahí, ya formó el doce y ahí mismo en el pizarrón le pongo las doce rayitas o x verdad, ahí ya le explico al niño cuántas le vas a quitar al doce, que son tres.

Esas tres del doce las tachamos, y las otras las encerramos. Haber cuéntale, ¿cuántas son as que quedaron?

En los párrafos anteriores se muestra cómo la enseñanza del algoritmo convencional para restar, aunque apoyado con el uso de algunos materiales concretos, se centra principalmente en la explicación verbal de cada uno de los pasos del algoritmo por parte del profesor.

Las condiciones reales de la práctica en la enseñanza de las matemáticas surgen en la discusión y análisis de la enseñanza de la resta. Éstas condicionan finalmente el cambio y transformación de las prácticas escolares.

[...]

Ro-DE7.65: Hay que enseñar a los niños a que reflexionen, a que analicen. Como dice Mario no siempre va a ser con material concreto. Pero si no lo enseñamos así desde primero o segundo año. ¿Cómo le vas a hacer?

N-DE7.66: Exactamente y a eso es a lo que voy, tu te puedes matar con ese grupo trabajando de esa manera, pero si el próximo año a la maestra no le gusta trabajar así, si trabaja con puras mecanizaciones...

Ro-DE7.67: ¿Y en dónde está tu trabajo?

Estas ideas explican mucho de la realidad de la enseñanza, así como de la preocupación de los profesores. Para los profesores son las condiciones institucionales reales las definen o determinan el sentido de implicación del profesor por mejorar la enseñanza.

En la escuela hay una simultaneidad de prácticas con enfoque diametralmente opuesto; de orientación constructivista-comprensiva por un lado y tradicional-mecánico por el otro. Entonces ¿Para qué preocuparse por enseñar mejor, de manera diferente, por la innovación pedagógica, si este proyecto no tiene continuidad?

**PARTE V**

**CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES SOBRE**

**LA ENSEÑANZA DE LA RESTA:**

**CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA**

---





En esta sección se presentan las conclusiones de la investigación relacionadas, por un lado, con las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta; y por el otro, con la metodología utilizada.

Además, se plantean nuevos interrogantes surgidos del proceso y resultados del estudio y, en consecuencia, se identifican algunas prospectivas de investigación.

## **15. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA RESTA**

El contenido de este capítulo está orientado por el objetivo y las preguntas de investigación de las cuales se ha partido.

### Objetivo

- Estudiar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

### Preguntas

- ¿Qué concepciones tienen los profesores sobre la enseñanza de la resta?
- ¿Qué concepciones tienen sobre el papel de la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta?
- ¿Qué situaciones/contextos utilizan los profesores para dar sentido/significado a la enseñanza de la resta?
- ¿Qué contenidos o aspectos sobre la resta enseñan los profesores?, ¿A qué aspectos le dan más importancia?, ¿Por qué?
- ¿Cómo se relacionan las concepciones de los profesores con los aspectos de la resta que enfatizan y con las situaciones didácticas que proponen?

A través de esta investigación se ha podido iniciar una respuesta a los interrogantes anteriores; teniendo como sustrato el amplio marco de referencia conceptual presentado anteriormente.

### **¿Qué concepciones tienen los profesores sobre la enseñanza de la resta?**

Los profesores tienen diversas concepciones sobre la enseñanza de la resta relacionadas con los siguientes aspectos: los objetivos de la enseñanza de la resta, las dificultades de aprendizaje de los estudiantes, el papel de los conocimientos previos y la interacción social, el lugar de los problemas en la enseñanza de la resta, el papel de las palabras “clave” en la resolución de problemas, o la relación entre las operaciones de suma y resta en el proceso instruccional.

Las ideas de los profesores respecto a cuáles son los objetivos fundamentales de la enseñanza de la resta en la escuela primaria parecen coincidir, en términos generales, con los actuales enfoques para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000; DCB, 1991; SEP, 1993).

En general, los profesores atribuyen objetivos utilitarios o pragmáticos a la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Para ellos, lo más importante es que los niños reconozcan aquellas situaciones o problemas que se resuelven con esta operación y que aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana. El desarrollo de la habilidad para el cálculo numérico es también considerado como un objetivo importante de la enseñanza de la resta, pero en un segundo nivel.

Este posicionamiento en relación a los objetivos de la enseñanza de la resta en la escuela primaria nos lleva a plantearnos las siguientes interrogantes: ¿Por qué los profesores terminan privilegiando en la práctica el aprendizaje de la habilidad para el cálculo numérico?, ¿Cuáles son las causas de la pérdida de los objetivos fundamentales en la enseñanza de la resta y de las matemáticas en general?

Tales interrogantes surgen por la inconsistencia que detectamos en las concepciones de los profesores identificadas a través de los diferentes

instrumentos utilizados en la investigación y, fundamentalmente, por la confrontación de tales concepciones con nuestro propio conocimiento sobre la práctica docente.

Las concepciones de los profesores sobre las dificultades de los niños en el aprendizaje de la resta son diversas. Algunas hacen referencia a la resta en general, mientras que otras, al aprendizaje de aspectos específicos de la resta como el significado de la operación o los procedimientos para restar.

En términos generales, las concepciones de los profesores sobre las dificultades en el aprendizaje de la resta coinciden con dos de las tres grandes concepciones señaladas por Carraher y otros (1995), que han sido utilizadas para explicar el fracaso escolar en el aprendizaje de las matemáticas.

Así, para los profesores las dificultades de aprendizaje de los estudiantes son de distinta naturaleza: dificultades relacionadas con el aprendiz, dificultades relacionadas con el proceso didáctico y aquellas que están vinculadas con aspectos contextuales de la práctica.

Las primeras, están relacionados con aspectos cognitivos del aprendiz (de atención, de comprensión lectora, razonamiento, de la capacidad para activar conocimientos previos, etc.). Las segundas, están asociadas a aspectos del proceso didáctico (enseñanza, redacción del problema, tamaño de las cantidades utilizadas, etc.). Finalmente, en las terceras, las circunstancias adversas en las que se desarrolla la práctica profesional del docente son señaladas como elementos que repercuten en el aprendizaje de los estudiantes y determinan la eficacia de los procesos didácticos.

En general, se observa una tendencia a explicar las dificultades de aprendizaje de los estudiantes para resolver los problemas de resta en función de factores relacionados con el aprendiz.

La atención es un factor que los profesores relacionan de manera recurrente con el éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta. La dificultad del niño es ubicada en la incapacidad de este para abstraerse de otros estímulos y concentrarse en la tarea. En estrecha relación con el factor atencional está la no lectura del problema como factor explicativo

del fracaso del aprendiz en la resolución de los problemas. Para los profesores, el niño no entiende los problemas porque no los lee con atención, porque no se esfuerza por comprender el texto.

La falta de comprensión del problema o razonamiento del aprendiz es otra de las explicaciones a las dificultades de aprendizaje para resolver problemas. En este caso, la dificultad reside en la incapacidad cognitiva del niño para comprender las relaciones entre los datos del problema. Así mismo, la falta de conocimientos previos de los alumnos y la incapacidad de los maestros para reactivarlos, es otro factor explicativo de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes.

En otros casos, el fracaso en la resolución de problemas está asociado a un proceso inadecuado de enseñanza: a los aprendices no se les da oportunidad de que reflexionen o analicen el problema, la enseñanza se centra en aspectos mecánicos del aprendizaje, se omiten etapas fundamentales del aprendizaje al enfocarse desde un inicio en el dominio de un procedimiento convencional para restar, no se parte de los conocimientos previos del aprendiz sobre el tema, el maestro no plantea problemas de contexto que den sentido al aprendizaje de la resta, no se utilizan apoyos concretos en el proceso didáctico, etc.

La enseñanza inadecuada de la resta es señalada como un factor que determina las dificultades de aprendizaje de los niños. Hay un cierto nivel de conciencia por parte de los profesores de que la enseñanza de las matemáticas continúa siendo tradicional, centrada en aspectos mecánicos del aprendizaje, como consecuencia de la reproducción de estilos de enseñanza que vivenciaron como aprendices durante sus primeros años de escolaridad.

La manera en cómo está redactado el problema es fuente de dificultades para su resolución. Los profesores consideran que el uso de algunas palabras en el texto del problema se convierten en índices que pueden ayudar u obstaculizar su comprensión. Consideran que es fundamental poner en el texto del problema “palabras clave” que sean utilizadas por los niños como indicadores del tipo de operación aritmética que han de utilizar para resolverlo.

El hecho de que aparezcan palabras en el texto que tengan significado ambiguo para el niño es considerado como una anomalía del proceso didáctico, en lugar de ser tomado como un objetivo de aprendizaje.

La dificultad de los niños en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar es ubicada en la falta de comprensión de las reglas de agrupamiento y desagrupamiento del Sistema de Numeración Decimal que permite comprender la descomposición o transformación de centenas a decenas, de decenas a unidades y el sentido inverso, composición de unidades en decenas y de decenas en centenas.

En otros casos, el problema es ubicado en la falta de comprensión del valor posicional de las cifras del número. Muy vinculado con este aspecto, se señala la incomprensión general de los pasos del procedimiento convencional para restar: encolumnar los números, iniciar el cálculo por la columna de las unidades, etc.

La presencia de ceros en los números involucrados en el problema es considerada también como una de las causas de las dificultades que tienen los aprendices para hacer el cálculo numérico correctamente.

Detectamos una tendencia de los profesores a postergar aquellos aspectos del aprendizaje que son fuente de eventuales obstáculos de comprensión. No se conciben las dificultades de los niños como parte del proceso de aprendizaje. Por esta razón las operaciones de números con ceros, en el caso de la resta, son evadidas durante el primer ciclo de educación primaria; o ante las dificultades de los aprendices para aplicar las reglas de composición y descomposición de cantidades, se renuncia a la posibilidad de comprensión del algoritmo y se enseña de manera mecánica.

Finalmente, los aspectos contextuales en que se desarrolla la práctica profesional aparecen como una explicación alternativa a las dificultades del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular. Factores inherentes a las condiciones en que se enseña, son señalados por los profesores como elementos que obstaculizan el desarrollo de una enseñanza adecuada de las matemáticas en la escuela y en consecuencia,

un aprendizaje más significativo. La práctica está fuertemente condicionada por factores que están fuera del control del profesor: los lineamientos de la política educativa que hay que cumplir en las instituciones, la sobrecarga académica, etc.

Para los profesores, las políticas de promoción automática de los aprendices de un grado a otro y la excesiva cantidad de contenidos que se han de enseñar en la escuela, son factores que limitan el desarrollo de una enseñanza constructivista de las matemáticas que considere partir de los conocimientos previos de los niños y respetar su proceso de aprendizaje. En este sentido, se plantea el siguiente dilema: ¿Qué pueden hacer los profesores para conciliar un currículum de matemáticas de corte constructivista con una serie de normas y condiciones que rigen y limitan el desarrollo de la práctica docente?

Las condiciones en que se desarrolla la práctica son señaladas de manera recurrente por los profesores para explicar el inmovilismo pedagógico en las escuelas; lo que por otra parte refuerza la justificación de nuestro estudio.

Los profesores confrontan su discurso pedagógico con su propia realidad y las limitaciones que ésta impone. Aparentemente seducidos por el discurso del constructivismo en la enseñanza de las matemáticas, en algunos casos, se incorpora un elemento de autocrítica. Para ellos, no es que el cambio o transformación de la práctica de la enseñanza de la matemática escolar no sea posible; se continúa enseñando de manera tradicional debido a la formación inadecuada del profesorado y las condiciones reales del desarrollo del currículum.

La interacción social en la clase de matemáticas es considerada por los profesores como una estrategia didáctica importante. Los niños aprenderán mejor el tema de la resta si se les da la oportunidad de que intercambien ideas y opiniones sobre cómo resuelven los problemas que se les proponen.

Si bien la socialización de los procedimientos personales de resolución de problemas es vista como un elemento que estimula el aprendizaje individual

y grupal, la oportunidad de socializar los procedimientos utilizados es selectiva. Es, fundamentalmente, oportunidad para aquellos aprendices que han descubierto un procedimiento que ha resultado eficaz. A estos niños hay que utilizarlos como tutores de los aprendices que tienen menos recursos cognitivos.

La reflexión sobre la importancia de la socialización de los procedimientos lleva a los profesores a la discusión sobre el papel de los aprendices más aventajados en el proceso didáctico. A veces, los profesores consideran positiva la heterogeneidad del grupo en términos de aprendizaje y los que “saben más” pueden ayudar a los que “saben menos”. En otros momentos se hace énfasis en el aspecto negativo o adverso de la heterogeneidad de niveles y estilos de aprendizaje en el aula.

Para algunos profesores los alumnos más aventajados se ven perjudicados cuando el grupo no puede seguir su ritmo, o cuando son utilizados como tutores de sus compañeros.

A pesar de valorar el trabajo interactivo, cooperativo, por sobre el trabajo individual, pareciera que éste es concebido en términos de “dar la palabra al niño”, como un turno de palabra que es otorgado por el profesor. En el fondo los profesores no tienen claridad sobre cuál es el papel que tiene la socialización y el intercambio de ideas en el aprendizaje y enseñanza.

Aunque los profesores muestran una mayor preferencia por el trabajo cooperativo con los niños, reconocen el predominio del trabajo individual en las aulas de matemáticas de educación primaria, señalando diferentes obstáculos (particularmente el factor tiempo y amplitud de contenidos en los programas de matemáticas) para incorporar este elemento a la enseñanza de las matemáticas.

Así, retomando las perspectivas que intentan explicar la construcción del conocimiento matemático descritas por Putnam y Borko (2000), y Billet (1998) observamos cómo, en el fondo, éste es visto por los profesores como un proceso cognitivo e individual, dejando de lado los aspectos socioculturales.



Para los profesores, los conocimientos previos que tienen los niños sobre la resta son importantes porque permiten enfrentar una situación nueva, para la cual no cuentan con un procedimiento convencional para resolverla. El proceso de enseñanza de la resta deber partir de los conocimientos previos que tienen los niños sobre el tema y, teniendo estos como base, ayudarles a construir nuevos aprendizajes.

La importancia que los profesores otorgan a identificar e integrar en el proceso de instrucción los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre los contenidos de aprendizaje escolar, es una idea presente tanto del enfoque cognitivo de la construcción del conocimiento, como del enfoque sociocultural; y en general, es un principio o recomendación didáctica en los actuales lineamientos para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000; SEP, 1993; DCB, 1991; Maza, 1991).

Aunque hay un consenso entre los profesores en el sentido de que los niños cuentan con conocimientos previos sobre la resta antes de empezar su aprendizaje formal y que identificar estos conocimientos es una tarea didáctica importante, queda poco claro de qué manera se acercan a descubrir los conocimientos previos que tienen los niños y, sobre todo, de qué manera se recuperan e incorporan en el proceso didáctico; es decir, cómo vincular los conocimientos previos de los niños con la enseñanza de los contenidos del currículum escolar. Estos resultados confirman la postura de Carraher y otros (1995), en el sentido de que si bien los profesores reconocen que los alumnos pueden aprender, sin que lo hagan en el salón de clases, tratan a sus alumnos como si nada supiesen sobre tópicos todavía no enseñados.

Los profesores consideran que es necesario utilizar juegos en el proceso instruccional para que los niños aprendan y ejerciten el tema de la resta. Sin embargo, el uso de éstos en la clase de matemáticas es una recomendación didáctica que no surge en el proceso de análisis de casos e incidentes críticos. La utilización del juego como recurso pedagógico en la clase de matemáticas es otro ejemplo muy claro sobre la distancia que suele haber entre las concepciones de los profesores y la práctica real. Aunque todos coinciden en la

importancia que tiene este elemento en el proceso didáctico, su utilización en la práctica es muy limitada. Por otra parte, hay un desconocimiento sobre el potencial didáctico del juego y lo que realmente aporta al proceso de aprendizaje de un contenido matemático más allá de estimular el interés del aprendiz por la tarea.

Uno de los aspectos que interesaba estudiar a través de la investigación era si los profesores veían alguna relación didáctica entre la suma y la resta. Aunque algunos de los profesores se pronuncian por un aprendizaje simultáneo de estas operaciones, otros consideran que primero debe enseñarse la operación de suma y, posteriormente, la resta. Los argumentos que sustentan este último posicionamiento están relacionados con la tradición didáctica y es contrario al posicionamiento de Vergnaud (1991), para quien las operaciones aritméticas de suma y resta responden a problemas que tienen un mismo tipo de estructura relacional, que aunque estrechamente vinculadas, deben ser trabajadas y mostradas a los alumnos con su carácter opuesto o recíproco; la resta, en estos términos, no supone la introducción previa de la adición. Cuando los profesores piensan sobre la enseñanza de la suma y la resta parece que en lo que realmente están pensando es en la operatoria numérica. En ese sentido y como dice Vergnaud (1991), los profesores confunden el concepto con su representación.

Los profesores consideran necesario el uso de palabras “clave” en los problemas que se proponen en el aula de matemáticas para que los niños aprendan a resolverlos. En la mayoría de los problemas propuestos por ellos, son utilizadas palabras que inducen a los niños a pensar en la operación que deben de utilizar. Las palabras “clave” deben de ser utilizadas, porque le permiten al aprendiz entender y resolver los problemas matemáticos escolares.

El posicionamiento anterior contradice el estudio realizado por Nesher (2000), sobre la relación entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático y quien argumenta que enseñar a solucionar problemas con la ayuda de palabras clave nos aleja del objetivo y que en lugar de centrarse en palabras aisladas se

debería de considerar el texto y encontrar las dependencias semánticas que se dan en él.

Los profesores manifiestan diversas posturas sobre el momento más adecuado para resolver problemas en el proceso de enseñanza de la resta. En general, consideran que los problemas deben de plantearse durante todo el proceso de enseñanza, especialmente durante la parte inicial de éste, para desarrollar el significado de la operación y para motivar a los niños a aprender.

En relación a este aspecto surgen los siguientes interrogantes desde nuestra experiencia en la formación permanente del profesorado de educación primaria: ¿Por qué los profesores, generalmente, suelen proponer a los niños problemas en la última etapa del proceso de enseñanza de la resta, como un medio para la aplicación de los procedimientos de cálculo que han aprendido previamente?, ¿Por qué se da esta separación entre las concepciones de los profesores expresadas a través de su discurso verbal y la propia práctica de la enseñanza de las matemáticas?, ¿Qué es lo que impide, limita, o determina que el discurso de los profesores vaya en un sentido y la práctica por otro?

Si bien los profesores tienen una concepción sobre el papel y el lugar de los problemas en la enseñanza de la resta más o menos coherente con el actual enfoque de la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000; Maza, 1991; DCB, 1991; SEP, 1993) existen una serie de condicionantes de la práctica, que dificultan el desarrollo de estas ideas constructivistas sobre la enseñanza, acercándolos a enfoques más tradicionales que les permitan trabajar en el aula la mayor parte de los contenidos del currículum de matemáticas.

Sin embargo, esta explicación es insuficiente para dar cuenta del inmovilismo en la enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular. Más bien, coincidimos con Thompson (1992), para quien las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas y las propias prácticas son producto de una compleja relación, con muchas fuentes de influencia.

Por otra parte, las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en general, y de la resta en particular, no

parecen contar con un sólido soporte conceptual. Dado el vacío que hay en la formación permanente del profesorado de educación primaria en el área de la didáctica de las matemáticas, el enfoque constructivista en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas ha sido incorporado a manera de principios psicopedagógicos o recomendaciones didácticas generales a través de los materiales de apoyo al profesorado y en algún curso de formación profesional que de manera esporádica han recibido.

Los resultados obtenidos también nos hacen pensar en la posibilidad de que los profesores estén rompiendo con el modelo tradicional de la enseñanza de la resta. En este sentido podría estarse gestando un cambio en las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje de la resta y que, retomando a Carraher y otros (1995b), parecen confrontar la noción implícita pero tácitamente aceptada en la escuela de que, en primer lugar debemos enseñar a los niños las operaciones aritméticas aisladas de cualquier contexto, para presentar después esas mismas operaciones en el contexto de problemas

En el discurso de los profesores aparece la idea de continuidad entre el aprendizaje de procedimientos informales y convencionales de resolución de problemas. Sin embargo, no hay una propuesta sobre cómo construir didácticamente esta relación de continuidad.

Los profesores desconocen la génesis y la lógica de los procedimientos informales que utilizan los niños para resolver problemas y ven problemático acceder a ese conocimiento. También hay una falta de comprensión de la lógica de algunos de los procedimientos convencionales para restar que ellos mismos enseñan en la escuela. Por lo tanto, la vinculación y continuidad en la enseñanza escolar de estos dos contenidos queda expresado solo en términos de principio didáctico, pero en realidad no se sabe cómo construirla en el proceso instruccional.

Los profesores en ningún momento se cuestionan el sentido del aprendizaje de los procedimientos convencionales para restar. El aprendizaje de los algoritmos o procedimientos convencionales para restar, es el objetivo

último de este proceso. Se pueden estimular los procedimientos informales, pero finalmente de lo que se trata, lo importante, es que el niño aprenda un procedimiento convencional para restar.

Para los profesores, la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria debe de ser dinámica y divertida. El aspecto lúdico de las matemáticas es concebido en función de hacer del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas un proceso accesible, fácil. Para ello, se requiere que en la clase de matemáticas se utilicen materiales concretos, y se contextualicen los contenidos de aprendizaje a partir de la simulación y evocación de situaciones o problemas de la vida cotidiana.

Aunque la necesidad del uso de material concreto como apoyo al proceso didáctico es mencionado de manera recurrente; parece que la elaboración y el uso en el aula de matemáticas de materiales didácticos de apoyo a la enseñanza es poco frecuente.

### **¿Qué concepciones tienen los profesores sobre el papel de la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta?**

Uno de los aspectos más importantes que interesaba estudiar a través de esta investigación era conocer las concepciones que tienen los profesores acerca del papel que juega la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria. Como se planteó en el marco de referencia conceptual de este estudio, la contextualización juega un papel fundamental en la construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos por los aprendices. Su importancia radica según diferentes investigadores Brousseau(1983,1987,1994), Vergnaud (1983), Charnay (1994), Carraher y otros (1995), en dotarlos de un significado, de un sentido.

Los resultados de esta investigación confirman la persistencia en la práctica de algunas características que Abreu (1995) y Nunes (1996), señalan sobre la enseñanza de las matemáticas en la escuela.

La contextualización de la enseñanza de la resta se hace, fundamentalmente, a través del planteamiento y resolución de problemas. Los

profesores asignan a los problemas algunas de las funciones mencionadas por Verschaffel y De Corte (1996). Así, los profesores ven en el planteamiento y resolución de problemas de resta un medio a través del cual motivar a los niños a aprender, construir el significado de la resta, o aplicar los procedimientos de cálculo aprendidos.

El planteamiento y resolución de problemas no es visto, como un objetivo en sí mismo, sino como un medio para el aprendizaje o consolidación de otros contenidos de aprendizaje. En este sentido, el posicionamiento de los profesores se distancia del enfoque del currículum vigente de matemáticas para la educación primaria en México (SEP, 1993) en el que se propone como fin más importante de la enseñanza de las matemáticas el planteamiento y la resolución de problemas.

Por otra parte, casi todos los profesores consideran la necesidad de vincular la enseñanza de la resta con el contenido de otras asignaturas. Sin embargo, el posicionamiento anterior no aparece reflejado en el tipo de situaciones o problemas planteados por ellos para trabajar el tema de la resta. Este posicionamiento es contrario a las orientaciones y principios didácticos señalados en el enfoque actual de la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000; SEP, 1993; DCB, 1991).

Para los profesores, el contexto evocado a través de la redacción del problema es lo que determina su significatividad o relevancia para los aprendices. Esta idea coincide con el posicionamiento de Vergnaud (1991) quien menciona este factor como elemento que determina la diversidad y la desigual dificultad de los problemas de tipo aditivo.

Desde la perspectiva de los profesores, la cercanía del contexto evocado a través de la redacción del problema con los intereses de los niños es lo que permite al niño construir el sentido del problema que se le plantea. No importa tanto si los datos numéricos se ajustan o no a una realidad. Lo importante es que haya un vínculo, entre el contexto evocado y los intereses del niño. En otros casos, la relevancia o significatividad del problema pareciera estar en

función de la simplicidad del problema y de las posibilidades del niño para resolverlo.

Para los profesores, el contexto simulado o evocado a través de la situación didáctica o problema interviene como factor que facilita u obstaculiza su interpretación y resolución por los aprendices.

En el primer caso, el contexto puede funcionar como facilitador para comprender y resolver el problema. El contexto evocado es el que da significado matemático al problema: comprar, regresar con menos dinero, por tanto restar. Por ello, es necesario utilizar contextos simulados o evocados para enseñar a los niños a resolver problemas. Problemas en donde los niños puedan hacer uso de billetes y monedas reales como mediación para comprenderlos y resolverlos.

En el segundo caso, se considera que el contexto evocado a través de las palabras utilizadas en la redacción del problema, constituyen un elemento que dificulta la comprensión del mismo por parte de los aprendices. A la vez, hay otro aspecto importante relacionado con el contexto evocado como obstáculo: el interés que el aprendiz podría llegar a manifestar hacia el contexto impedía o dificultaba la resolución de la situación problema. Por esta razón, por una parte, se deberán utilizar en el texto del problema palabras con un significado muy preciso para que el aprendiz pueda relacionar directamente una palabra con una operación aritmética. Por otra parte, deberán buscarse contextos familiares, en el sentido de conocidos por el niño, que no contengan un potencial de carga afectiva excesivo que impediría al niño centrarse en el problema debido a su interés por la situación.

Para los profesores, el desarrollo de estrategias informales para restar en la escuela está fundamentado en la utilidad que éstas tienen en la vida cotidiana. En ésta, suele ser más útil el uso de estrategias informales de cálculo que aplicar un procedimiento convencional. El contexto evocado en el problema planteado ofrece al niño un soporte para el desarrollo de estrategias informales para restar. Así, el origen de las estrategias informales de cálculo puede estar en el conocimiento que el niño tiene del valor de las monedas y billetes de

diferente denominación y la experiencia práctica que tiene en situaciones de uso social del dinero.

En otros casos es la experiencia con materiales manipulables y los juegos lo que ha permitido a los niños desarrollar los procedimientos informales. En consecuencia, desde la escuela se puede favorecer el desarrollo de estrategias informales para restar en la medida que se planteen situaciones contextualizadas en las que los niños tengan oportunidad de operar con materiales manipulables.

La enseñanza del algoritmo convencional para restar es pensado por los profesores independientemente del planteamiento de situaciones o problemas que contextualicen su aprendizaje. Este planteamiento es opuesto al de Carraher y otros (1995) quienes señalan que el análisis lógico implícito en la solución de un problema facilita la realización de la operación, por inscribirla en un sistema de significados bien comprendidos, en lugar de constituir una actividad aislada que se ejecuta en una secuencia de pasos, los cuales llevarían a la solución.

En general, la enseñanza del algoritmo convencional para restar parte de una operación numérica escrita. No se ve la necesidad de partir de un problema o de incorporar estrategias informales de cálculo como elementos autorreguladores del proceso de resolución de la operación numérica.

Las concepciones de los profesores sobre la enseñanza contextualizada de los procedimientos convencionales para restar, contradice el posicionamiento de Saiz (1994), para quien el aprendizaje de los algoritmos aritméticos debe de estar estrechamente vinculado con el contexto ya que se aprenden sin saber qué tipo de problemas permitirán resolver.

La necesidad e importancia de plantear a los niños problemas en los que éstos funcionen como situaciones que den significado al conocimiento matemático aprendido por los niños y que al mismo tiempo les permitan construir sus propios modelos matemáticos también es señalada por Carraher y otros (1995). Para estos autores la educación matemática a través de situaciones cuidadosamente estudiadas, puede apuntar a la construcción de



modelos matemáticos por los niños, quienes estarían empeñados en resolver problemas cuyo significado les orientase sobre los propios modelos. Los modelos matemáticos podrían ser, inicialmente, recreados por los niños como teoremas en acción, necesarios para solucionar problemas, y sólo posteriormente podrían pasar a la condición de objeto de análisis, cuando la condición de teoremas en acción fuese sólida.

**¿Qué situaciones/contextos utilizan los profesores para dar sentido/significado a la enseñanza de la resta?**

Según los profesores, los problemas que proponen en el aula de matemáticas tienen como fuente principal los temas de interés propuestos por los propios niños; en segunda instancia, los libros de texto; y en tercera instancia, la información proveniente de revistas, periódicos, propaganda comercial impresa, etc. Como fuentes menos utilizadas están problemas planteados en cuadernos de ejercicios, así como situaciones vinculadas a otras áreas del currículum.

La utilización de los libros de texto, como una de las fuentes principales de los profesores para el planteamiento de problemas, confirma los resultados de la investigación educativa sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria señaladas por Abreu (1995) y Nunes (1996), así como nuestra propia experiencia en la formación del profesorado en donde hemos observado que una de las debilidades fundamentales de la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria es que las tareas y actividades de enseñanza se retoman directamente de los libros de texto; que por otra parte, suelen ser de baja calidad educativa.

En relación al tipo de situaciones que se deben de plantear a los niños en el proceso de enseñanza de la resta, encontramos ciertas inconsistencias. En algunos instrumentos los profesores consideran que a los niños hay que plantearles, principalmente, problemas o situaciones reales representados con material concreto; en segunda instancia, problemas o situaciones representadas a través de dibujos. Hasta aquí, este posicionamiento coincide

con el punto de vista de Carraher y otros (1995), quienes señalan la importancia de proponer a los aprendices situaciones cotidianas como contexto para la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, todas las situaciones propuestas por los profesores para enseñar a los niños el tema de la resta son referidas a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos. El planteamiento de problemas y de ejercicios a través de otras vías de representación, sea oral, gráfica, con dibujos, o de manera concreta; está ausente.

La ausencia de situaciones matemáticas a resolver utilizando otras formas de representación, tiene consecuencias didácticas importantes ya que, como es señalado por Verschafel y Decorte (1997) y Vergnaud (1991), la representación juega un papel fundamental en el proceso de resolución de los problemas. Por ello, es necesario por un lado, que los niños sean expuestos a situaciones o problemas matemáticos representados a modo de narración oral, escrita, gráfica, con dibujos o de manera concreta y, por el otro, que sean estimulados a utilizar diferentes formas de representación en el proceso de resolución de los problemas. Estos dos aspectos se complementan y permiten a los niños aprender a enfrentar situaciones o problema muy diversos y a desarrollar estrategias más flexibles de resolución de problemas.

Los problemas propuestos por los profesores evocan diferentes contextos o contenidos: juegos, situaciones no escolares, situaciones escolares. Los problemas relacionados con juegos se refieren a contextos en donde se evoca de manera escrita una situación de juego en donde se pierde o se gana. Hacen referencia casi en su totalidad al tradicional juego de canicas. La gran mayoría de los problemas propuestos evocan contextos no escolares. Refieren principalmente a situaciones de compra-venta de productos, comparación de edades, a animales, colección de estampas, cerillos, canicas.

El prototipo de problemas de resta que los profesores plantean a los aprendices se ubican dentro de la segunda categoría propuesta por Vergnaud (1991), en la que dada una medida inicial y una transformación sobre esa medida, se le pide a los niños que encuentren la medida final. Estos problemas pueden ser fácilmente representados a través de una acción directa sobre una

medida y por lo tanto son más fáciles de resolver. Sin embargo no ocurre lo mismo cuando se varía la incógnita del problema en la búsqueda de la transformación o de la medida inicial. Esta variante complica la comprensión de las relaciones entre los datos del problema y requiere de un cálculo relacional más elaborado. Por ello, los profesores no proponen problemas con esta variante.

Al igual que los problemas de transformación de medidas, otro amplio grupo de problemas propuestos por los profesores son de la tercera de las categorías propuestas por Vergnaud (1991), en la que una relación une dos medidas.

El estudio del lugar que ocupa la incógnita en los problemas propuestos por los profesores proporcionó resultados interesantes. En los problemas pertenecientes a la segunda categoría, la incógnita se ubica, principalmente, en la búsqueda de la medida final dada la medida inicial y la transformación. Sobre la tercera categoría de problemas aditivos, en todos ellos se plantea encontrar la relación entre las dos medidas.

Subyace en los resultados anteriores la preocupación por presentar a los aprendices un mismo tipo de esquema o estructura en los problemas; evitando plantear problemas más complejos en donde la incógnita no sea la búsqueda de la medida final.

La información obtenida en relación al tipo de problemas que son sugeridos por los profesores para enseñar a los niños a restar tiene repercusiones didácticas importantes, dado el papel fundamental que tiene el planteamiento de problemas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

Es evidente que hay poca diversidad en cuanto al orden y presentación de la información de los problemas, así como en el tipo de cálculo relacional implicado. Los profesores proponen un estereotipo de problemas ignorando, como dice Vergnaud (1991), que la complejidad de éstos varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en

función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría.

El hecho de que los aprendices sean expuestos sólo a una o dos de las categorías de problemas descritas por Vergnaud (1991), y que el lugar de la incógnita sea generalmente la búsqueda de la mitad final en el caso de los problemas de transformación, limita el desarrollo del cálculo relacional de los aprendices y los centra en el aprendizaje del cálculo numérico.

**¿Qué contenidos o aspectos sobre la resta enseñan los profesores?, ¿A qué aspectos les dan más importancia?, ¿Por qué?**

Para los profesores, el significado de la operación, la representación simbólica de la operación y la resolución de problemas son los aspectos más importantes que los niños deben de aprender en relación al tema de la resta. Los aspectos menos importantes son la resolución de operaciones con rapidez y exactitud y el algoritmo convencional para restar.

En concordancia con los resultados obtenidos en relación a los objetivos fundamentales de la enseñanza de la resta, vemos que se considera en un segundo plano de importancia el aprendizaje de los procedimientos de cálculo numérico. Se da prioridad a la resolución de problemas y la construcción del significado de la resta por sobre el aprendizaje de contenidos procedimentales como el algoritmo convencional para restar o la resolución de problemas con rapidez y exactitud.

Según algunos profesores, la resolución de problemas como elemento del proceso didáctico debe plantearse en un segundo momento, cuando los niños ya han aprendido a hacer cálculo numérico. La resolución de problemas es una etapa para la aplicación de la operatoria numérica.

Los profesores tuvieron cierta dificultad para identificar los aspectos o contenidos de aprendizaje que conforman el tema de la resta y que son expresados en el currículum de matemáticas para la educación primaria (SEP, 1992; DCB,1991). Esta dificultad nos lleva a pensar en la existencia de un conocimiento profesional restringido en el grupo de profesores en relación a

éste y otros temas del currículum de matemáticas. Al no tener un conocimiento claro de los diversos aspectos que conforman el aprendizaje de la resta en la escuela primaria, hay una tendencia a confundir problemas didácticos que son de distinta naturaleza.

Una idea es constante en el discurso de los profesores: la ubicación en un segundo plano de importancia del aprendizaje de los procedimientos de cálculo numérico. En este sentido su posicionamiento es coherente con la priorización que según el NCTM (1991, 2000), debe hacerse en relación al currículum de matemáticas para la educación primaria.

Cabe entonces plantearse las siguientes preguntas: ¿Por qué el discurso de los profesores va por un lado y la práctica por otro?. Si consideran que la enseñanza de la resta debe estar fundamentalmente ligada a la resolución de problemas de la vida cotidiana, ¿Por qué la práctica se centra en la enseñanza “mecánica” de los procedimientos convencionales para restar?

Parece que los profesores están atrapados por concepciones y prácticas aprendidas a través de un proceso de socialización institucionalizada que tienden a reproducir. A lo largo de su experiencia escolar, los profesores han desarrollado hábitos que han incorporado a su quehacer como docentes y con los cuales es complejo romper.

Además de lo anterior, las concepciones y la práctica en la enseñanza de las matemáticas de los profesores están fuertemente influidas por las condiciones del desarrollo del currículum. La falta de tiempo, la sobrecarga curricular, las presiones y exigencias administrativas de las autoridades educativas, etc; hacen que los profesores se alejen de los objetivos más generales de la enseñanza de las matemáticas y se centren en objetivos específicos a corto plazo, objetivos medibles, identificables; objetivos que dejen evidencia de que el niño “ha aprendido”, aunque en este caso solo sea la operatoria numérica.

El estudio de las concepciones de los profesores sobre el significado de la resta se hizo en dos niveles: en primera instancia, identificando el concepto que tienen los profesores sobre la resta; y en segunda instancia, cómo piensan

que puede estimularse la construcción del significado de esta operación por parte de los aprendices. En ambos casos encontramos algunas concepciones interesantes.

Para los profesores restar tiene diferentes significados: quitar objetos de una colección, encontrar la diferencia entre dos cantidades, separar, completar. Como vemos uno de estos significados coincide con el posicionamiento de Freudenthal (1983), quien señala que en el dominio de los objetos la sustracción significa separar, mientras que la adición anexar.

Los profesores asocian la resta principalmente a una acción sobre objetos. Restar es quitar, substraer, separar. En otros casos, la resta hace referencia a la comparación e igualación de cantidades.

En estas concepciones no hay una referencia a situaciones contextuales en las que se usa dicha operación. En palabras de Maza (2001), la operación aritmética es entendida como descripción de una acción dentro de una situación determinada. No se tienen en cuenta los aspectos que autores como Puig y Cerdán (1988), Vergnaud (1991), Dickson y otros (1991), señalan como diferentes significados de una operación relacionados con el tipo de situaciones o problemas en las que este concepto funciona o se aplica.

La construcción del significado de resta es considerado por los profesores de nuestro estudio como un proceso complejo, evolutivo, que se va elaborando a lo largo de la escolaridad y en donde juegan un papel fundamental el planteamiento y la resolución de problemas. Sin embargo, parece que aprender a restar, al menos en la escuela, es un asunto didáctico de los primeros dos o tres grados de escolaridad.

La resta está referida a operaciones con números naturales. La ampliación del estudio de la resta es visto más bien como una ampliación del tamaño de los números naturales con los que se opera, más que una complejización gradual del cálculo relacional implicado en los problemas o de operar con otro tipo de números como los decimales o fraccionarios.

Se considera que para favorecer el aprendizaje de la resta se deben de utilizar diferentes formas de representación del problema; principalmente, de

manera concreta y a través de dibujos. La representación concreta del problema se debe utilizar en los primeros dos grados de educación primaria, pero a partir del segundo ciclo se debe prescindir de este recurso como apoyo para el cálculo relacional y numérico. Es interesante volver a señalar que, contrariamente, todas las situaciones o problemas propuestos por los profesores para enseñar a los niños el tema de la resta son referidos a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos; mientras que el planteamiento de problemas y de ejercicios a través de otras vías de representación, sea oral, gráfica, con dibujos, o de manera concreta; están ausentes.

Aunque se piensa en la necesidad de dar a los niños oportunidades para utilizar diferentes formas de representación en la resolución de problemas, subsiste la preocupación porque los niños trabajen, fundamentalmente, a nivel simbólico convencional.

Las concepciones de los profesores en relación al papel que tiene la representación en la resolución de problemas parece distanciarse del posicionamiento sobre el tema de autores como Vergnaud (1991) y Verschafel y Decorte (1997); quienes subrayan la importancia que tiene una adecuada representación de la situación problema en el proceso de su resolución y, en consecuencia, la necesidad de trabajar con los aprendices la elaboración de una representación de un sistema a partir de una representación en otro sistema (expresiones lingüísticas o enunciados del lenguaje natural, esquemas espaciales en el plano, expresiones algebraicas).

Las ideas de los profesores parecen reflejar un doble posicionamiento en relación a la enseñanza de los procedimientos para restar: una concepción que reproduce el discurso pedagógico oficial otorgando importancia a la comprensión en el aprendizaje de los procedimientos de cálculo numérico y, por otra parte, una concepción pragmática en donde lo que cuenta es que los niños aprendan un procedimiento para restar que les permita resolver operaciones numéricas de manera eficaz, aunque en un primer momento no comprendan la lógica del procedimiento.

Por otra parte, aunque todos los profesores coinciden en que se debería dejar que los niños resuelvan los problemas de resta como ellos puedan, estimulándolos para que desarrollen sus propios procedimientos de resolución, también están de acuerdo en exigir a los niños que resuelvan los problemas de resta utilizando un algoritmo convencional. En general, surge de manera recurrente la preocupación fundamental de los profesores en relación a la enseñanza de los procedimientos para restar: que los niños aprendan el procedimiento convencional, quedando relegado a un segundo plano el aprendizaje o desarrollo de procedimientos informales de cálculo numérico.

El desarrollo de procedimientos informales para resolver problemas es concebido más un medio para resolver los problemas, que como objetivo o contenido de aprendizaje. Para los profesores, el hecho de que los niños utilicen estrategias informales en la resolución de problemas es importante porque es un conocimiento útil en su vida diaria y porque es un procedimiento de cálculo más fácil para el aprendiz.

Los procedimientos no convencionales descritos por los profesores hacen referencia, especialmente, a los procedimientos de tipo oral o mental. No se mencionan otras estrategias de cálculo informal. Por otra parte, para algunos de los profesores de nuestro estudio, el uso de estrategias informales por parte de los niños es problemático; mientras que para otros debiera de ser estimulado en el proceso de aprendizaje y enseñanza escolar de las operaciones aritméticas.

Que los niños utilicen estrategias informales de cálculo numérico no es problemático porque: se cumple con el objetivo que es llegar a un resultado correcto; es una oportunidad para que los demás niños aprendan otros procedimientos utilizados por sus compañeros para resolver problemas; es un punto de partida en el proceso de enseñanza de la resta y, porque estos procedimientos les permitirán, posteriormente, comprender los procedimientos convencionales.



El uso de estrategias informales para restar es concebido como problemático por el hecho de que no todos los niños tienen la capacidad de resolver los problemas utilizando estos procedimientos.

Para los profesores, el uso de estrategias informales en la resolución de problemas se justifica siempre y cuando el niño obtenga el resultado correcto. Si el resultado es incorrecto, las estrategias informales utilizadas por los niños son desvalorizadas y por lo tanto, el profesor debe enseñar directamente el procedimiento convencional.

Para los profesores lo primordial es que ante una situación o problema matemático los niños encuentren el resultado correcto. En principio no importa si es a través de un procedimiento informal o convencional, lo que importa es la eficacia de dicho procedimiento. Por lo tanto, el uso de estrategias informales de cálculo en la resolución de problemas es privativo de los aprendices más avanzados; de aquellos que han desarrollado estrategias eficaces de resolución de problemas.

Lo que se ha dicho anteriormente es coherente con la idea que tienen los profesores en relación a la génesis de los procedimientos informales de cálculo numérico. El uso de procedimientos informales para restar eficaces es visto por algunos profesores como una conquista del pensamiento matemático de los niños más competentes o inteligentes del grupo.

Estos aprendices, son sujetos atípicos, con capacidades y aptitudes sobresalientes que están por encima del grupo de compañeros y que ven perjudicado su desarrollo académico por su permanencia en el grupo. Por ello se plantea la necesidad de promocionar a estos niños a otros niveles educativos.

Las estrategias informales “eficaces” de resolución de problemas son concebidas como complejas: implican varios pasos a seguir, requieren de un alto nivel de abstracción de las cantidades en juego que sólo algunos niños están en condiciones de comprender. Por ello, el hecho de validar una estrategia utilizada por los alumnos implicaría elevarla al rango de contenido de aprendizaje escolar y, por lo tanto, la descartan ya que no todos los niños están

en condiciones de comprenderla. El problema, según los profesores, no es que los aprendices utilicen procedimientos informales, sino que no encuentren el resultado correcto. En el fondo parece que algunos profesores piensan que si se socializan los procedimientos informales para restar que los niños utilizan, esto obliga a elevar este contenido al rango de contenido de aprendizaje curricular. Por lo tanto los niños tendrían que aprender estos “nuevos contenidos” y no hay tiempo para ello. Además, algunos de estos procedimientos serían difíciles de entender para la mayoría de los aprendices.

Para los profesores, identificar y comprender las estrategias informales que los niños utilizan en la resolución de problemas de resta, es una tarea compleja, casi imposible. Aparentemente, hay un desconocimiento por parte de los profesores acerca de las estrategias informales que utilizan los niños en la resolución de problemas, y en consecuencia de cómo éstas se generan. La descripción que hacen de los procedimientos informales de cálculo utilizados por sus aprendices se limitan a reproducir las palabras de los niños (lo hice pensando, lo hice con la mente).

Nos encontramos entonces con una limitación en el uso didáctico de los conocimientos previos que tienen los niños sobre los procedimientos informales para restar. Si se desconoce la génesis de esos procedimientos, ¿Cómo se puede luego integrar este elemento al proceso didáctico?

El uso de estrategias informales en la resolución de problemas es considerado por los profesores como un medio para la resolución de los problema y no como un fin en sí mismo. El objetivo es que el niño encuentre el resultado correcto del problema. Que los niños desarrollen estrategias informales de resolución de problemas, no se ve como un objetivo de enseñanza.

Inicialmente, los profesores tuvieron dificultad para explicar el origen y la lógica de los procedimientos informales que utilizan sus aprendices para restar. Como ya se mencionó en párrafos anteriores, se limitaban a reproducir la “explicación-descripción” que hacen sus aprendices en términos de “lo hice pensando”, “lo hice con la cabeza”, etc. Una vez que se discutió y reflexionó

sobre este aspecto, dieron diferentes explicaciones acerca del origen de las estrategias informales utilizadas por los niños en la resolución de problemas de resta.

Los profesores consideran que el origen de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los aprendices está en el conocimiento que tienen de las centenas y del valor del dinero, la experiencia con objetos manipulables y la práctica cotidiana. El conocimiento del valor del dinero y su manejo en la vida cotidiana permiten, de acuerdo con los profesores, el desarrollo de estrategias informales para resolver problemas que evocan contextos de compra-venta. Cuando los aprendices son enfrentados a este tipo de problemas reactivan su conocimiento sobre el uso del dinero, lo que facilita a los niños comprender y resolver los problemas.

El conocimiento que tienen los niños acerca de la composición y descomposición de centenas, es utilizado también como argumento para explicar el origen de las estrategias informales que los niños utilizan para restar.

La práctica cotidiana que demanda de los niños el manejo de situaciones de cálculo mental, es visto también como una fuente del origen de las estrategias informales que los niños desarrollan para resolver problemas de cálculo. Es decir, se considera que el desarrollo de estrategias informales de cálculo numérico por los niños está fuertemente vinculado a la resolución de problemas de matemáticas en contextos reales, de uso social del conocimiento matemático. También, aunque de una manera menos enfática, los profesores relacionan el uso de materiales manipulables con el desarrollo de estrategias informales para restar. Sin embargo, la relación entre las estrategias informales y actividad matemática escolar es poco mencionada.

El estudio de las concepciones de los profesores en torno al aprendizaje y enseñanza del algoritmo convencional para restar nos ha permitido evidenciar cómo en el fondo, continúa siendo éste el aspecto más importante de la enseñanza de la resta que preocupa a los profesores, más allá de la resolución de problemas o del desarrollo del razonamiento matemático de los aprendices.

Los profesores no se cuestionan si tiene sentido dedicarle tanto tiempo a la enseñanza de un algoritmo convencional, si es necesario darle prioridad a la exploración y descubrimiento de procedimientos alternativos para restar, o si la popularización de la calculadora de bolsillo modifica de alguna manera el énfasis e importancia que se le sigue dando en la escuela al aprendizaje de una técnica convencional para restar.

Para los profesores participantes en este estudio, es importante que los niños aprendan una técnica para restar, aunque no la comprendan inicialmente. Consideran el aprendizaje del algoritmo como el aspecto mecánico de la resta que los niños deben de aprender; y como tal aspecto mecánico, no requiere ser comprendido por el aprendiz.

La determinación de cuál procedimiento de cálculo es más conveniente de enseñar a los niños es un tema de discusión entre los profesores. Los procedimientos convencionales para restar sugeridos como los más adecuados para los niños son los procedimientos de “tomar prestado” y “llevadas”, descritos por Maza (1991), y el procedimiento de “la prueba”. Contrario a lo expresado por Maza (1991) y Vergnaud (1991), quienes señalan las dificultades implicadas en el aprendizaje del procedimiento “de llevadas”, los profesores consideran importante que los niños aprendan este procedimiento para restar.

En la explicación-descripción que los profesores hacen sobre cómo enseñan el procedimiento de “tomar prestado” van dejando vacíos en tanto que no se explicita con claridad el proceso de desagrupamiento, evocando explicaciones del procedimiento convencional para restar aprendidas durante su etapa como estudiantes. También se observa cómo en la explicación que se hace sobre el procedimiento convencional de “tomar prestado” se incorporan términos poco transparentes para la comprensión del proceso de descomposición: “le quitamos y se lo ponemos a este”, “se la prestamos”, “se convierte”, etc.

En general, hay una falta de comprensión, por parte de los profesores de la lógica de cada uno de los pasos del procedimiento de “llevadas”; en palabras de ellos mismos “pedir al minuendo y pagar en el sustraendo”.

Por otra parte, poco se cuestiona el sentido de aprender uno u otro algoritmo. De hecho aparece una relación de continuidad didáctica: el procedimiento “tomar prestado” debe de enseñarse en el primer ciclo de educación primaria, mientras que el procedimiento de “llevadas” posteriormente, como antecedente para la enseñanza del algoritmo de la división que justifica su aprendizaje.

Aunque se plantea la necesidad de que haya una continuidad en cuanto a contenidos y metodología de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, hay una tendencia a “aceptar” o “respetar” lo que enseña el colega; como si lo que un profesor enseñara en su grupo no tuviera relación o impacto con lo que se trabaja en las demás aulas.

Detrás de este posicionamiento podemos inferir la persistencia en la escuela de formas de organización escolar centradas en el trabajo individual, aislado de los demás colegas. En el fondo pareciera que cada profesor enseña como sabe y como puede. Por lo tanto, es aceptada cualquier práctica de enseñanza. La comunicación, socialización y puesta en común de los profesores sobre aspectos esenciales del currículum de matemáticas (objetivos, contenidos, enfoque didáctico, etc.) es muy limitada o inexistente.

Los profesores apoyan la explicación de los algoritmos utilizando artilugios verbales poco transparentes para comprender la lógica de los procedimientos. Dos artilugios verbales que identificamos en la discusión de los profesores sobre la enseñanza de los procedimientos convencionales para restar son: “pedir prestado al vecino” y “pedir prestado, debo, tengo que pagar”. Aunque muy parecidos, el primero sirve para apoyar la explicación del procedimiento “tomar prestado” y el segundo para apoyar la explicación del procedimiento de “llevadas”.

Los artilugios de tipo verbal utilizados, no son complementarios de otras explicaciones; por ejemplo, las que se apoyan en representaciones concretas de las transformaciones. Por el contrario, son excluyentes; sustituyen a éstas, y su función es el de proporcionar un especie de andamiaje o soporte para que los niños “comprendan” el procedimiento de cálculo numérico convencional. De

hecho estos procedimientos pueden ser incompatibles dependiendo de la forma en que sean utilizados. “Pedir prestado al vecino” implica que tienes que regresar o devolver lo que se te ha prestado, lo cual no se ajusta a las reglas de desagrupamiento en que se basa el algoritmo de la resta al que se ha llamado “pedir prestado”.

De la misma manera, las frases utilizadas para explicar el procedimiento convencional “de llevadas” obstaculizan la comprensión de los pasos y reglas que explican este procedimiento; en palabras de los profesores “pedir al vecino de arriba” (minuendo) y “pagar al vecino de abajo” (sustraendo).

Entre los profesores, subsiste la idea de que el uso de estos artilugios verbales facilita la comprensión de los procedimientos convencionales para restar. Sin embargo, parece que estos términos son usados más para facilitar el aprendizaje mecánico del procedimiento, ocultando su lógica.

En general, los profesores se pronuncian por una continuidad didáctica entre los procedimientos informales que los niños han desarrollado para resolver problemas y los procedimientos convencionales de cálculo numérico que se enseñan en la escuela. Es decir, habría que permitir que los niños resolvieran problemas de resta utilizando sus propios procedimientos y, posteriormente, enseñarles a utilizar un procedimiento convencional. Sin embargo, en el fondo, tanto los procedimientos informales como los procedimientos convencionales para restar son pensados por los profesores de manera independiente, aislada, sin alguna relación. Se desconoce la manera de establecer una vinculación didáctica entre dichos procedimientos.

Por otra parte, para los profesores los procedimientos no convencionales son fundamentalmente a través de una vía oral o mental, hay un desconocimiento de procedimientos informales utilizados por los aprendices en los que se use la escritura como mediación en el cálculo numérico.

Como ya fue señalado anteriormente, la enseñanza de los algoritmos convencionales para restar es pensada independientemente del planteamiento de situaciones o problemas que contextualicen su aprendizaje. En general, la enseñanza del algoritmo convencional para restar parte de una operación

numérica escrita. No se ve la necesidad de partir de un problema o de incorporar estrategias informales de cálculo como elementos autorreguladores del proceso de resolución de la operación numérica.

Es evidente que no se alcanza a apreciar el papel que tiene la comprensión del sistema de numeración decimal en el aprendizaje posterior de los procedimientos convencionales para restar; ya que los profesores están centrados en la explicación verbal de los procedimientos. No se alcanza a visualizar que se requiere un trabajo mucho más sistemático y prolongado con los materiales manipulables para llevar a los niños a una comprensión más amplia de las reglas del sistema de numeración decimal. Es decir, que no basta con la explicación del profesor.

En general los procedimientos convencionales y no convencionales para restar se ven como dos aspectos que los niños deben de aprender, pero no se explicita la vinculación didáctica que se puede hacer entre éstos.

En las ideas expresadas por los profesores sobre la enseñanza de los procedimientos convencionales para restar, no integran una serie de recomendaciones didácticas fundamentales, que contribuirían a que los niños manejaran de manera más “inteligente” los procedimientos de cálculo al resolver un problema; por ejemplo, hacer una estimación, tanteo, o encuadre del resultado de la operación numérica, antes de hacer el cálculo a través del procedimiento convencional lo que daría a los aprendices la posibilidad de autorregular el proceso de cálculo numérico.

Parece que los profesores han incorporado o internalizado un discurso pedagógico o un enfoque sobre la enseñanza de las matemáticas con el cual se han identificado (en este caso, dar a los aprendices la oportunidad de utilizar diferentes representaciones del problema en el proceso de resolución) que, sin embargo, entra en conflicto con sus concepciones más tradicionales en relación a otros aspectos de la enseñanza de la resta (la representación simbólica convencional es más importante que otras representaciones), y todo esto mediado por los aspectos contextuales de la práctica que limitan la posibilidad de desarrollar una enseñanza comprensiva de la resta.

Como hemos señalado antes, detrás del discurso constructivista sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta que los profesores utilizan hay una toma de conciencia de que la enseñanza de la matemática escolar no ha cambiado demasiado. Se reconoce que en la práctica reproducen el modelo mecánico con el que fueron enseñados en su época de aprendices.

**¿Cómo se relacionan las concepciones de los profesores con los aspectos de la resta que enfatizan y con las situaciones didácticas que proponen?**

Después de más de una década de la reforma del currículum de matemáticas para la educación primaria en México, los profesores mantienen muchas concepciones tradicionales sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta y, en consecuencia, prácticas poco significativas que considerábamos en proceso de extinción. Encontramos en el discurso de los profesores la coexistencia de concepciones constructivistas y tradicionales sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular.

Aparentemente, el discurso pedagógico de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria está en la línea del discurso pedagógico oficial. Éste es difundido a través de los programas de matemáticas para la educación primaria, materiales de apoyo editados por la SEP, y en los propios libros de texto gratuitos y en los cursos de formación permanente. Sin embargo, un análisis más profundo del discurso de los profesores ha permitido desvelar que el discurso oficial es interpretado por los profesores y acomodado a sus propios esquemas conceptuales y a las condiciones reales en que desarrollan su práctica. El discurso del profesor es una combinación entre el discurso oficial y sus propias concepciones mediada por las limitaciones contextuales.

En el aparente discurso constructivista de los profesores, encontramos muchas veces una manera tradicional de concebir el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela. Encontramos un discurso constructivista que



gradualmente va perdiendo consistencia en la medida en que son puestos ante un problema pedagógico hipotético relacionado con su propia práctica y que demanda unas alternativas de intervención concretas, puntuales.

Las concepciones constructivistas de los profesores participantes en este estudio, tienen una base conceptual muy frágil que descansa sobre una serie de principios pedagógicos y didácticos generales sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria que han aprendido en los pocos espacios de formación permanente a los que han tenido acceso y, sobre todo, a través de los materiales de apoyo al maestro y de los libros de texto gratuitos utilizados en la clase de matemática. Por ello, estas ideas constructivistas se ven rápidamente confrontadas con las condiciones reales del desarrollo del currículum de matemáticas y con los hábitos y tradiciones didácticas tanto personales como de la comunidad escolar.

De esta manera, algunas de las inconsistencias que se han encontrado en las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta identificadas a través de los diferentes instrumentos de recogida de información, parecen confirmar la postura de Thompson (1992), en el sentido de que éstas son una manifestación de ideales de enseñanza a los que se adherirían y que no pueden ser alcanzados porque los profesores no poseen las destrezas y el conocimiento necesario para implementarlos. Coincidiendo también con Clark (1988), las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta tienden a estar eclécticamente agrupadas y parecen ser más el resultado de sus años de experiencia en el salón de clase que de algún tipo de estudio formal o informal.

Encontramos como en un mismo profesor o entre profesores de una misma institución escolar, hay posicionamientos opuestos en relación a la enseñanza de la resta y, en general, a la enseñanza de las matemáticas. La situación anterior, coincide con el punto de vista de Thompson (1992), quien señala que los efectos de la socialización del contexto es tan potente que a pesar de tener diferentes creencias sobre las matemáticas y su enseñanza,

profesores en la misma escuela son a menudo observados adoptando prácticas similares en el aula.

Las inconsistencias encontradas en las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta, pueden ser interpretadas desde la óptica de Thompson (1992), en el sentido de que no pueden ser explicadas con una simple relación de causa-efecto; sino por el contrario, son producto de una compleja relación, con muchas fuentes de influencia en el trabajo; una de estas fuentes es el contexto social en el cual la enseñanza de las matemáticas toma lugar, con todas las restricciones impuestas y las oportunidades que ofrece. Enclavados en este contexto estarían los valores, creencias, y expectativas de los estudiantes, padres, compañeros maestros, y administradores, el currículum adoptado, la valoración práctica, y los fines y filosofía del aprendizaje del sistema educativo en general.

Por un lado se considera que hay un cambio gradual del profesorado a adoptar un enfoque constructivista en la enseñanza de las matemáticas en la escuela; por el otro, se señalan indicios de inmovilismo de la práctica en la enseñanza de las matemáticas con la permanencia de un enfoque tradicional. Los profesores aluden, por un lado, a factores afectivo-sociales como elementos explicativos de la inercia e inmovilismo pedagógico: miedo y resistencia al cambio; por el otro, se alude a la falta de una adecuada formación profesional, y a las condiciones en que se desarrolla la práctica como elementos que dificultan el cambio e innovación pedagógica.

La manera en que se concibe el papel que debe desempeñar el maestro en el proceso de enseñanza de las matemáticas es difuso y variado. En algunos casos, tiene una función directiva, interviniendo directamente sobre el aprendiz, enseñándole cuando éste no comprende el contenido; en otros, es un guía o acompañante, casi un animador del proceso didáctico, que estimula el aprendizaje individual y colectivo. Así, el profesor se ve en los dos planos que tanto el enfoque tradicional sobre la enseñanza de las matemáticas, como el enfoque constructivista le vienen asignando.

Aunque pareciera que los profesores se identifican con el modelo de enseñanza de las matemáticas centrado en el aprendiz, señalado por Kuhs y Ball (1986), citados en Thompson (1992), en el que la enseñanza de las matemáticas se centra en la construcción personal del conocimiento matemático por el aprendiz, vemos como, finalmente, se superpone un modelo de enseñanza centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual en el que la enseñanza es conducida por el contenido en sí.

Resumiendo, a través del estudio realizado, hemos corroborado la persistencia en los profesores de concepciones “tradicionales” sobre la enseñanza de la resta y la confluencia de concepciones de tipo “constructivista”; a pesar de los esfuerzos realizados desde diferentes instancias por transformar el sentido de la enseñanza de las matemáticas en la escuela.

Hemos constatado, a través del análisis de la información obtenida, cómo aparecen inconsistencias en las concepciones de los profesores sobre diversos aspectos de la enseñanza de la resta; fundamentalmente, entre la importancia que otorgan, a nivel verbal, a la necesidad de contextualizar la enseñanza de este tema y el tipo de propuestas o alternativas de intervención didáctica que se proponen ante una situación pedagógica, ya sea hipotética o real.

De alguna manera, tenemos la idea de que la identificación y reflexión sobre las propias concepciones sobre aspectos muy puntuales o específicos de la enseñanza de las matemáticas (en este caso el tema de la resta), permite a los profesores transformar gradualmente sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas en general a partir de una toma de conciencia y reflexión inicial.

Como se ha apuntado en diferentes partes de este informe de investigación, creemos que el cambio en las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de las matemáticas puede traducirse en un cambio en la manera en cómo se gestiona la clase de matemáticas en la escuela. Creemos, como señala Thompson (1992), que la tarea de modificar las raíces de las largas y profundas concepciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza, permanece como principal problema en la educación matemática

de los profesores. Aún así, consideramos que es precisamente a través de la reflexión compartida, a través de la discusión con los colegas y con los textos que apoyan conceptual y metodológicamente el desarrollo del conocimiento profesional del profesor como sus concepciones y prácticas en la enseñanza de las matemáticas pueden evolucionar.



## **16. CONCLUSIONES RELACIONADAS CON LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN**

Aunque este estudio ha sido de carácter interpretativo, hemos combinado el uso de instrumentos cuantitativos y cualitativos de recogida de información. Creemos, como señala Schmelkes (2001), que la manera como cada investigador recoge los datos para obtener la información que requieren sus interrogantes de investigación, debe ser juzgada en función de su pertinencia al tipo de preguntas y considerando las posibilidades materiales que en ocasiones limitan sus opciones.

En el estudio preliminar (Martínez, 2001), el uso de los Cuestionarios fue pensado para recoger información acerca de las concepciones sobre la enseñanza de la resta de una amplia muestra de profesores. Se pretendía integrar la información obtenida a través de la aplicación masiva de los Cuestionarios, y profundizar posteriormente en las concepciones de un subgrupo de profesores a través de la entrevista semiestructurada que también fue validada en esta primera parte de la investigación. Posteriormente, se sustituyó la entrevista semiestructurada por el Curso de Formación Profesional y, en este contexto, se estudiaron las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta; información que fue completada con la aplicación de los Cuestionarios.

De esta manera, tanto en el estudio preliminar (Martínez, 2001), como en esta segunda etapa, hemos combinado técnicas de recogida de información de corte cuantitativo y cualitativo. El uso de ambas técnicas ha tenido una finalidad complementaria.

En la presente investigación, los Cuestionarios nos dieron una visión general sobre las concepciones de los profesores en relación a aspectos muy puntuales sobre la enseñanza de la resta (objetivos, contenidos, dificultades de aprendizaje de los estudiantes, el papel de los problemas, el papel de la contextualización, etc.). A través de éstos construimos una especie de

radiografía de las concepciones de los profesores y anticipamos una serie de categorías que fueron de mucha utilidad para el análisis de la información recogida en el Curso de Formación Profesional.

Ha sido el análisis del discurso de los profesores en el CFP lo que nos ha permitido aproximarnos de manera más profunda a sus concepciones sobre la enseñanza de la resta, mientras que los Cuestionarios han tenido un papel de complementariedad. Dicho de otra manera, los Cuestionarios nos han permitido describir las concepciones de los profesores, mientras que el análisis del discurso del profesor durante el desarrollo del CFP ha posibilitado comprender y explicar tales concepciones.

La utilización en esta investigación de estrategias e instrumentos de recogida de datos de distinta naturaleza, el CFP y el Cuestionario Abierto por una parte y los Cuestionarios de Ponderación y Ordenación por la otra, han permitido identificar consistencias e inconsistencias en los puntos de vista de los profesores. De hecho, desde la primera parte de la investigación (Martínez, 2001) se observó cómo el posicionamiento de los profesores sobre algunos aspectos de la enseñanza de la resta se mantenía o modificaba a través de los diferentes instrumentos utilizados. Las inconsistencias entre las respuestas dadas en los Cuestionarios de Ponderación y Ordenación, por un lado, y en el Cuestionario Abierto, y la Entrevista Semiestructurada por el otro, evidenciaron la distancia entre lo que los profesores piensan y aquello que hacen.

El análisis de casos e incidentes críticos durante el desarrollo del CFP y el análisis de los datos aportados por el Cuestionario Abierto, han permitido una mayor aproximación al “pensamiento real” del profesor en tanto que lo pone en una situación particular que le exige realizar un razonamiento pedagógico y una propuesta de intervención didáctica.

El estudio de las concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta en el contexto del desarrollo de un Curso de Formación Profesional ha resultado ser una estrategia muy potente de recogida de información.

Una aportación de la presente investigación es que se ha avanzado en el estudio “contextualizado” de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular. A través del análisis de casos e incidentes críticos cercanos a la realidad de sus aulas se ha podido acceder a las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta. Enfrentados a una situación pedagógica que les resulta familiar, los profesores expresan sus ideas con mayor espontaneidad y amplitud, obteniendo a través de esta metodología una descripción más cercana de sus concepciones. En este sentido consideramos que este estudio aporta una metodología “innovadora” en cuanto a que estudia las concepciones del profesorado en el contexto de un CFP, permitiendo una aproximación más natural a las concepciones “reales” de éstos sobre la enseñanza de la resta.

De la misma manera, el Cuestionario Abierto se nos ha revelado como un instrumento muy potente para recoger las ideas más espontáneas del profesor. Como se había señalado anteriormente, las respuestas que los profesores dan a través de este tipo de instrumento se corresponden más con lo que ellos piensan que deben de hacer en el aula, o con lo que hacen en el aula.

El cuestionario Abierto ha permitido recoger información muy variada en relación al tipo de problemas, situaciones o ejercicios que los profesores piensan que deben de utilizarse en el aula para enseñar el tema de la resta. Los Cuestionarios de Ponderación y de Ordenación han sido útiles para identificar concepciones de los profesores sobre aspectos muy específicos del aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria, además de ser instrumentos muy económicos en cuanto al tiempo que se requiere para contestarlos.

A través del presente estudio hemos confirmado la doble utilidad señalada por Llinares (1994, 1999) del estudio de casos: como metodología para el estudio de las concepciones sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y, como metodología para la formación del profesorado.

Como metodología de investigación, la experiencia desarrollada con los profesores confirma el posicionamiento de Llinares (1994), de que el estudio de



casos es una manera de evaluar el conocimiento y razonamiento pedagógico de los profesores ya que es una tarea en donde se contextualizan e integran las creencias y conocimientos de los profesores, y se crean oportunidades para que desarrollen procesos de razonamiento a través de la proyección de sus concepciones y experiencias en el debate que los casos generaron.

Aunque nuestra investigación se centró en el análisis de casos e incidentes críticos como medio para estudiar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas y no se pretendía observar si se daría un cambio en las concepciones de los profesores, desde el marco teórico asumíamos ya un posicionamiento respecto a la formación permanente del profesorado de educación primaria y, principalmente, sobre el papel de la reflexión en este proceso.

Partiendo de la necesidad de explorar diversas alternativas para promover cambios o movimientos en las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas a través del presente estudio se ha corroborado el potencial de la metodología de estudio de casos propuesta por Llinares (1994,1999); García (2000); y el análisis de incidentes críticos propuesta por Rosales (2000), para la formación del profesorado.

A través de esta investigación se ha confirmado la apreciación de Llinares (1999), de que el estudio de casos en los programas de formación permanente del profesorado crea oportunidades para: cuestionar sus creencias epistemológicas previas; ampliar su comprensión de las nociones matemáticas escolares; desarrollar su comprensión del conocimiento de contenido pedagógico vinculándolo con las nociones matemáticas escolares; comenzar a generar destrezas cognitivas y procesos de razonamiento pedagógico e incrementar procesos de reflexión y destrezas metacognitivas.

Otra de las aportaciones de esta investigación ha sido la utilización del análisis de casos e incidentes críticos en la formación permanente del profesorado en contraposición con la mayor parte de los estudios previos que lo utilizan principalmente en la formación inicial.

Aunque la participación de los profesores durante el CFP proponiendo incidentes críticos para analizarlos en clase fue limitada, a través de esta experiencia hemos podido corroborar algunas de las ventajas del uso de los incidentes críticos en la formación del profesorado señaladas por Rosales (2000): permiten conocer cuáles son a juicio del profesor las situaciones especialmente significativas; sirven de punto de partida para el debate intelectual y la reflexión y, constituyen un instrumento para la estimulación de la capacidad de decisión del profesor.

Como vimos en la Parte IV de este documento, el tipo de incidentes propuestos por los profesores están vinculados a problemas en el aprendizaje y enseñanza del algoritmo convencional para restar. Este hecho dice mucho sobre las preocupaciones de los profesores respecto a la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

De la misma manera, a través de la presente investigación hemos confirmado el potencial de las perspectivas reflexivas de formación del profesorado (Gimeno y Pérez 1997) y la importancia de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional del profesor (Schön, 1983, 1998; Kemmis, 1999; Elliot, 1999; Zeichner y Liston, 1999). Perspectivas desde las que desarrollamos el CFP otorgando una importancia fundamental a la reflexión de los profesores sobre la propia práctica.

El CFP brindó una oportunidad para que los profesores reflexionaran sobre problemas muy cercanos a su propia práctica. La reflexión y el intercambio de ideas que se ha dado a través del curso “La enseñanza de la resta en la escuela primaria” ha permitido estimular lo que Pérez (1985), llama “el pensamiento práctico del profesor”.

Nuestra preocupación en relación al CFP, consistió en construir una propuesta metodológica alternativa que partiendo de una visión del aprendizaje del profesor como aprendizaje constructivo, social, y situado; del planteamiento de actividades “auténticas”; y el diseño de entornos de aprendizaje adecuados, estimulara la reflexión sobre la propia práctica.

Lo que hemos corroborado en este estudio es que el desarrollo de un curso bajo este enfoque no es un tarea fácil y requiere investigación. Inicialmente, hay una implicación del profesorado en el análisis de los casos e incidentes críticos presentados que les resultan familiares, cotidianos, y en donde se sienten “copartícipes” de las situaciones pedagógicas narradas. A partir de estos casos e incidentes críticos es estimulada la participación de los profesores quienes muestran sus “verdaderas” concepciones en relación al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares. La aparición de diferentes concepciones estimula la confrontación de ideas y permite poner en tela de juicio las propias concepciones y las de los demás. Sin embargo, también aparece una tendencia a anexarse a las ideas de los otros. Aún así, la necesidad de argumentar las ideas que van surgiendo durante la discusión obliga a los profesores a construir un discurso pedagógico que refleja más las propias concepciones.

Como se ha apuntado en diferentes partes de este informe de investigación, creemos que el cambio en las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de las matemáticas puede traducirse en un cambio en la manera en cómo se gestiona la clase de matemáticas en la escuela. Como fue señalado en párrafos previos, coincidimos con Thompson (1992), en que la tarea de modificar las raíces de las largas y profundas concepciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza en un periodo corto de un CFP, permanece como principal problema en la educación matemática de los profesores.

En el presente estudio se ha podido corroborar que no es suficiente el análisis grupal de casos e incidentes críticos para promover una reflexión profunda sobre la propia práctica y mucho menos promover un cambio en las concepciones del profesorado en relación al aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria. Parece fundamental incorporar de manera más amplia otros elementos al proceso didáctico como el estudio de textos escritos como apoyo conceptual para el análisis de los casos e incidentes críticos. Esta actividad, que consideramos fundamental en la formación del profesorado, en

nuestro estudio estuvo condicionada por la poca implicación de éstos en la lectura previa de los textos fuera del horario del curso. Por lo tanto un elemento que debe ser considerado en los programas de formación permanente del profesorado que pretendan partir de la reflexión de los profesores sobre problemas de la práctica es cómo incorporar a esta reflexión elementos conceptuales y metodológicos derivados de la investigación en didáctica de las matemáticas. Por otra parte, es necesario producir textos de difusión que acerquen los resultados de la investigación educativa a la formación del profesorado de educación primaria, como se ha intentado en este estudio.

La lectura individual de los artículos o textos sobre la enseñanza de la resta elaborados por el propio investigador como apoyo para el desarrollo del CFP, fue una actividad complicada. Los profesores hacían solo una lectura superficial de los textos, dificultándose la actividad de análisis de los textos y la elaboración de conclusiones a nivel de los equipos de trabajo. La lectura de textos, así como el análisis y discusión de casos e incidentes críticos, son actividades a las cuales los profesores no están habituados y que raramente esperan de un curso sobre la enseñanza de las matemáticas. Los profesores tenían otras expectativas del curso, esperaban que el instructor les dijera o mostrara cómo enseñar el tema de la resta en la escuela.

Por otra parte, al inicio del curso los profesores se mostraron sorprendidos sobre las características del CFP: la grabación de las sesiones y formar parte de una investigación. El hecho de que el grupo no hubiese sido informado previamente sobre su participación "voluntaria" en el proyecto de investigación pudo ser un obstáculo grande para el desarrollo de la misma. Aunque en un primer momento los profesores se sintieron desconcertados por la incorporación de las grabadora y la cámara de video, posteriormente se mostraron con mucha naturalidad ante la presencia de estos aparatos.

Debido a que la mayoría de los profesores participantes en el CFP trabajan doble jornada, en la primera parte de cada sesión se mostraban un poco fatigados. La situación anterior se complicaba por el tipo de actividades que se proponían en el curso como es la discusión grupal y en pequeños

grupos, así como la lectura comentada de textos. Aún así, el interés por las actividades propuestas fue aumentando progresivamente.

Por otra parte, es necesario hacer una reflexión en torno al doble papel desempeñado por el investigador en este estudio: el papel de investigador-formador de profesores. En principio, la experiencia de desempeñar este doble rol ha sido ampliamente formativa. La interacción entre el grupo de profesores y el investigador-formador da a éste la posibilidad de conocer de manera más viva, más cercana, las ideas de los profesores. En este contexto de interacción formador-profesores y profesores-profesores, “afloran” con mayor naturalidad las preocupaciones didácticas de los participantes; al mismo tiempo que al investigador se le presenta la oportunidad “en el momento” de explorar con mayor profundidad aquellos aspectos relevantes que surgen en el proceso de discusión. Por lo tanto, uno de los retos que se presentan al desarrollar el papel de investigador-formador tiene que ver con manejar de manera equilibrada este doble rol.

Así, un aspecto interesante que detectamos en el presente estudio es la influencia que ejerce este doble rol del investigador en el proceso de interacción y participación del grupo. Los profesores saben que su discurso, sus ideas, serán objeto de estudio en otro momento; conocimiento que los lleva, al menos en un primer momento, a ser menos espontáneos, a ser más cuidadosos con lo que expresan. Al investigador le pasa algo similar que a los profesores, continuamente está pensando en lo que esperan ellos de él como formador. Por lo tanto, el investigador-formador, está continuamente bajo la disyuntiva de intervenir y dar una orientación sobre el asunto que se discute en el grupo, o dejar que fluyan las ideas de los profesores, lo que conviene a los objetivos de la investigación.

La estrategia didáctica de combinar la discusión en pequeños equipos con la discusión a nivel grupal tuvo importantes consecuencias para los objetivos, tanto de formación del profesorado como para la propia investigación. En principio, algunos profesores cuya participación a nivel grupal fue muy

limitada tuvieron, sin embargo, un nivel de participación muchísimo más alto en la discusión en pequeño equipo e incluso dirigían el rumbo de la discusión.

A nivel de equipo se dio la confrontación de concepciones antagónicas sobre la enseñanza de la resta, situación que se extendía luego a nivel de la discusión grupal. Al analizar las grabaciones se encontraron diferencias cualitativas entre la discusión a nivel de equipo y la discusión a nivel grupal. No siempre la discusión a nivel grupal fue más rica en términos de ideas expresadas por los profesores. Por otra parte, fue principalmente en la discusión a nivel grupal donde el investigador-formador tuvo una intervención más amplia.

Es interesante observar el proceso de construcción de una idea por el grupo. A través de la transcripción del discurso de los profesores es evidente la construcción social del conocimiento, en donde uno de los participante inicia una idea que es completada por otro, que a su vez es retomada y reconstruida por un tercero y así sucesivamente. Este hecho, respaldado por una concepción teórica sobre la construcción social del conocimiento, nos llevó a considerar las concepciones de los profesores como concepciones del grupo, más que individuales.

Finalmente, nos queda hacer una consideración sobre el tipo de investigación que se ha realizado. Aunque nuestro trabajo puede ser ubicado dentro de los estudios sobre el pensamiento del profesor, coincidimos con algunas de las críticas realizadas por Pérez (1989) y Contreras (1999) a las investigaciones basadas en este paradigma de investigación.

Aunque esta investigación representa una aportación importante al “contextualizar” el estudio sobre las concepciones de los profesores a través del análisis de casos, a la vez corrobora la necesidad de considerar las condiciones en que se desarrolla la práctica profesional de los profesores para explicar dichas concepciones.

En este sentido, reconocemos que si bien el conocimiento profesional, concepciones y creencias de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas median entre la actividad de enseñanza y el aprendizaje del

alumno, no son las únicas determinantes ni del comportamiento del profesor en el aula, ni del rendimiento escolar de los alumnos.

A través de esta investigación se han promovido valores educativos en tanto que se ha intentado desarrollar el conocimiento profesional de los participantes a través de la reflexión sobre la propia práctica. Los profesores participantes se han beneficiado de algunos subproductos del proceso de investigación.

El desarrollo de esta investigación ha permitido dar una respuesta tentativa a las preguntas de las cuales partimos, ha servido para ampliar nuestras dudas sobre el tema, para aprender a cuestionar y cuestionarnos, y para formarnos e introducirnos de manera sistemática en el apasionante campo de la investigación en educación matemática.

## 17. PROSPECTIVA DE INVESTIGACIÓN

Como consecuencia del proceso y resultados de la investigación, han surgido nuevas preguntas relacionadas con la génesis de las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación primaria; sobre las posibilidades de cambio y transformación de las concepciones de los profesores a partir de la utilización de entornos de aprendizaje alternativos en la formación del profesorado; sobre las relaciones entre concepciones y la práctica en la enseñanza de las matemáticas. Así mismo, han surgido preguntas más específicas relacionadas con la enseñanza de algunos contenidos del currículum de matemáticas para la educación primaria.

Si como señala Thompson (1992), la tarea de modificar las raíces de las largas y profundas concepciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza en un periodo corto de un CFP, permanece como principal problema en la educación matemática de los profesores, surgen una serie de preguntas, relacionadas con las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y con las posibilidades del cambio de estas concepciones.

- ¿Qué relación hay entre las concepciones de los profesores expresadas verbalmente y las concepciones expresadas a través de su actuación en la práctica?
- ¿Qué repercusiones tienen los programas de formación permanente del profesorado sobre el cambio en sus concepciones en relación al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas?
- ¿Qué tipos de entornos de aprendizaje favorecen los cambios en las concepciones del profesorado sobre la enseñanza de la matemáticas?



Así mismo, es importante profundizar en la investigación sobre el impacto del estudio de casos e incidentes críticos en la formación inicial y permanente del profesorado en el área de la educación matemática.

Por otra parte, el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria nos ha llevado a considerar la pertinencia de investigar aspectos relacionados con el aprendizaje de los niños, y a recuperar las siguientes preguntas formuladas por Vergnaud (1997), como objeto para posteriores investigaciones:

- ¿Qué categorías de situaciones ofrecen oportunidades a los niños y estudiantes para formar los conceptos matemáticos en la escuela y fuera de la escuela?
- ¿Qué procedimientos son usados por los estudiantes para enfrentar estas situaciones?, ¿Cuáles son útiles o inútiles?, ¿Bajo qué condiciones?, ¿En qué conceptos implícitos y teoremas se basan?
- ¿Qué procedimientos se utilizan?, ¿Cuáles se desarrollan espontáneamente?, ¿Qué hacen los profesores, padres y compañeros para ayudar a los estudiantes?
- ¿Qué tipos de situaciones, encontradas fuera de la escuela, debemos introducir en el aula para hacer significativos ciertos conceptos matemáticos?

En relación al papel de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas, nos parece importante estudiar la manera en que se aborda didácticamente en el aula la actividad de resolución de problemas. Por otra parte, nos preguntamos:

- ¿Hasta qué punto el contexto evocado en un problema o el contexto simulado de una situación resultan una ayuda o un obstáculo para la construcción de significado?
- ¿Qué factores del contexto simulado o evocado intervienen o median en la construcción de significado?

- ¿Cómo se relacionan los significados que pueden ser construidos en un contexto real y los que pueden ser construidos en un contexto evocado o simulado?

Otro aspecto de interés para la investigación es el estudio de los diferentes tipos de representación de los problemas propuestos en el aula para tratar de dar respuesta a algunos de los siguientes interrogantes:

- ¿Qué función cumplen las diferentes formas de representación de los problemas?
- ¿Cómo se ayuda a los niños a hacer una representación adecuada de las relaciones entre los datos del problema?
- ¿Cómo se pasa de un tipo de representación a otro?

Sobre los procedimientos para restar que son enseñados en la escuela, han surgido los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo se estimula en la práctica el uso de estrategias informales en la resolución de los problemas?
- ¿Cómo se integra didácticamente el uso de estrategias informales con los procedimientos convencionales que se enseñan?

Éstas son sólo algunas de las preguntas más relevantes que se desprenden del presente trabajo. Nos parece fundamental estudiar los procesos de cambio en las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas e investigar qué tipos de entornos de aprendizaje permiten a los profesores de primaria generar el conocimiento profesional necesario para enseñar matemáticas.

Esencialmente, creemos que una perspectiva importante de investigación en el campo que nos ocupa es explorar modelos alternativos de formación del profesorado de educación primaria que incidan en un cambio en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; investigación que debe integrar factores contextuales del desarrollo del currículum de matemáticas en la escuela.

## **BIBLIOGRAFÍA**



ABREU, G. (2000): "El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos" en N. Gorgorió; J. Deulofeu; A. Bishop,. (coords.): *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona. Graó, pp. 137-149.

ABREU, G. (1995): "Mathematics in everyday life versus mathematics in school: A question of situated cognition or a question of social identities?" *Sicología: Teoría e Pesquisa*, no. 11(2), pp.85-93.

ABREU, G.; BISHOP A. J.; POMPEU, G. (1997): "What children and teachers count as mathematics" en T. Nunes; P. Bryant: *Learning and Teaching mathematics. An International perspective*. Psychology Press, pp. 233-264.

AINSCOW, M. (1995): *Necesidades especiales en el aula*. Madrid. Narcea.

ANTINORI, D. (1989): "Docencia, investigación y cambio educativo". Ponencia presentada en el Segundo Congreso Internacional de Educación. UDEM. México.

ARNAL, J. (1997): *Metodologies de la investigació educativa*. Barcelona. Universidad Oberta de Catalunya.

ARTIGUE, M.; DOUADY, A. (1995): *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México. Editorial Iberoamérica.

ASOCIACIÓN INTERNACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DEL LOGRO EDUCATIVO. (1995): "Tercer estudio internacional de matemáticas y ciencias".

AZCÁRATE, C.; DEULOFEU, J. (1993): "Didáctica de las matemáticas y psicología" . *Infancia y aprendizaje*. Barcelona.

AZCÁRATE, C. (1998): "Seminario I. Metodología de la investigación: la entrevista". Segundo Simposio de la Sociedad Española en Educación Matemática. Pamplona.

AZCÁRATE, P. (1996): *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada. Comares.

BALBAS, J. (1994): *La formación permanente del profesorado ante la integración*. Barcelona. PPU.

- BALBAS, J. (1995): *Proyecto docente de educación especial*. Universidad de Sevilla.
- BIGAS, M.; RIBAS, T.; GUASCH, O. (1999): *Proposta de convencions de transcripció*. Barcelona: DGES.
- BILLET, S. (1998): "Transfer and social practice". Australia & New Zealand Journal of Vocational Education Research, no. 6(1), pp.1-25.
- BISHOP, A. (1998): "Equilibrando las necesidades matemáticas de la educación general con las de la instrucción matemática de los especialistas". *Suma*, no. 27, pp. 25-37.
- BISHOP, A. (1988): "Aspectos sociales y culturales de la educación matemática". *Revista Enseñanza de las Ciencias*, no. 6 (12).
- BISHOP, A. (1999 ): *Enculturación matemática*. Barcelona. Paidós.
- BLANCO, L. (1996): "Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento", en J. Jiménez; S. Linares; V. Sánchez (eds): *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada. Comares.
- BLANCO, L. (1996): "Aprender a enseñar geometría. Una experiencia en la formación inicial del profesorado de primaria". *Revista Epsilon*, no. 34, pp.47-58.
- BLANCO, L.; RUIZ, J. (1999): "Conocimiento didáctico del contenido y formación del profesorado", en L. Contreras; N. Climent (eds.): *La formación de profesores de matemáticas estado de la cuestión y líneas de actuación*. Universidad de Huelva.
- BLAXTER, L.; HUGHES, CH.; TIGHT, M. (2000): *Cómo hacer una investigación*. España. Gedisa.
- BLISS, J.; OGBORN, J. (1979): "L'anàlisi de dades qualitatives". *European Journal of Sciences Education*, no.4 , (1), pp. 427- 440.
- BORK, H.; SHAVELSON, R. (1998): "Especulaciones sobre la formación del profesorado: recomendaciones de la investigación sobre los procesos cognitivos de los profesores", en A. L. Villar (director): *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores. Implicaciones para el currículum y la formación del profesorado*. España. Marfil.

- BROUSSEAU, G. (1994): "Los diferentes roles del profesor", en C. Parra; I. Saiz (eds) : *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Argentina. Paidós, pp. 65-94.
- BROWN, C.; COONEY, T. (1982): "Research on teacher education: A philosophical orientation". *Journal of research and development in education*, 15(4), 13-18. [44].
- BROWN, H.; BORKO, C. (1992): "Becoming a mathematics teacher", en Grouws, D. (eds.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York. Mc. Millan, pp. 209-242.
- BROWN, L. (1992): "The influence of teachers on children's image of mathematics". *For the learning of mathematics*.12 (2), 29-33. [ 42].
- CALDERHEAD, J. (1988): "Conceptualización e investigación del conocimiento profesional de los profesores", en A. L. Villar (director): *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores. Implicaciones para el currículum y la formación del profesorado*. España. Marfil.
- CALLEJO, M.; CAÑÓN, C. (1996): "Cambios epistemológicos en educación primaria en España desde 1970", en J. Jiménez; S. Linares; V. Sánchez (eds): *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada. Comares, pp. 63-91.
- CAÑÓN, C. (1993): *La matemática creación y descubrimiento*. Madrid. UPCO.
- CARR, W.; KEMMIS, S. (1988): *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona. Martínez Roca.
- CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. (1995). *En la vida diez, en la escuela cero*. México. Siglo XXI.
- CARRAHER, T.;CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. (1995b): "En la vida diez, en la escuela cero: los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas", en T: Carraher; D. Carraher; A. Schliemann: *En la vida diez, en la escuela cero*. México. Siglo XXI, pp.25-47.
- CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. (1995c): "Matemáticas escritas versus matemáticas orales", en T. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann: *En la vida diez, en la escuela cero*. México. Siglo XXI, pp. 48-71.

- CARRILLO, J. (1998): *Modos de resolver problemas y concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza. Metodología de investigación y relaciones*. Huelva. Universidad de Huelva.
- CARRILLO, J. (1999): "Orientaciones para la formación de profesores desde la perspectiva de la vinculación con la investigación didáctica", en L. Contreras; N. Climent (eds.): *La formación de profesores de matemáticas estado de la cuestión y líneas de actuación*. Universidad de Huelva.
- CARPENTER, T; MOSER, M.; ROMBERG, T. (1982): "The Development of Addition and Subtraction. Problem-Solving Skills", en T. Carpenter; M. Moser; M. James: *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*. Laurence Erlbaum Associates Publishers.
- CASTRO, E.; RICO, L.; CASTRO, E. (1992): *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid. Editorial Síntesis.
- CHAIKLIN, S.; LAVE, J. (2001). (Comps). *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Argentina. Amorrortu.
- CHAIKLIN, S. (2001): "La comprensión de la práctica científico-social de estudiar las prácticas", en Seth Chaiklin y Jean Lave (comps): *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Argentina. Amorrortu, pp. 403-427.
- CHARNAY, R. (1994): "Aprender (por medio) de la resolución de problemas", en C. Parra; I. Saiz (eds): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Argentina. Paidós Educador, pp. 51-63.
- CLEMENTS, M. (1999): "Planteamiento y resolución de problemas: ¿Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI?". *Suma*, no. 30, pp. 27-36.
- COBUILD (1987): *English language dictionary*. London.
- COHEN, L.; MANION, L. (1990): *Métodos de investigación educativa*. Madrid. La Muralla.
- COHEN, L.; MANION, L.; MORRISON, K. (2000): *Research methods in education*. Fifth Edition. London and New York: Routledge-Falmer.
- COLL, C. (1987): *Psicología y currículum. Una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar*. Barcelona. Editorial Laia.



- CONTRERAS, J. (1990): *Enseñanza, currículum y profesorado*. Madrid. Akal.
- CONTRERAS, J. (1997): *La autonomía del profesorado*. Madrid. Morata.
- CONTRERAS, J. (1999): "El sentido educativo de la investigación", en A. Pérez, J. Barquín y J. F. Angulo (editores): *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*. Madrid. Akal, pp.448-462.
- CONTRERAS, L. (1999): "Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas". España. Publicaciones Universidad de Huelva.
- D'AMORE, B.; MARTÍN, B. (1999): "El "contexto natural". Influencia de la lengua natural en las respuestas a las pruebas de matemáticas". *Suma*, no. 3, pp. 77-87.
- DAVIS, P. ; HERSH, R. (1988): *La experiencia matemática*. Madrid. Labor.
- DE GUZMÁN, M. (2003): Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Consultado el 14 de Enero de 2003 en <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm>
- DICCIONARIO DEL ESPAÑOL ACTUAL (1999). Madrid. Aguilar.
- DICCIONARIO DEL ESPAÑOL ACTUAL (1988). Barcelona. Grijalbo.
- DICCIONARIO OXFORD (1998). New York. Oxford University Press.
- DICKSON, L. (1991): *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona. Labor.
- DIENES, Z. P.(1986): *Las matemáticas modernas en la enseñanza primaria*. España. Teide.
- DORSCH, F. (1985): *Diccionario de psicología*. Barcelona. Heder.
- DOUADY, R.; ANTIQUÉ, M. (1986): "La didáctica de las matemáticas en Francia. Emergencia de un campo científico" . *Revista de Pedagogía*, no. 76.
- ELBAZ, F. (1988): "Cuestiones en el estudio del conocimiento de los profesores", en L. Villar,. (director): *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores. Implicaciones para el currículum y la formación del profesorado*. España. Marfil.
- ELLIOT, J. (1999): "La relación entre "comprender" y "desarrollar" el pensamiento de los docentes", en A. Pérez, J. Barquín y J. F. Angulo (editores): *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*. Madrid. Akal, pp.364-378.

- ELLIOT, J. (1993): *El Cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid. Morata.
- ERIKSON, F. "Métodos cualitativos en investigación educativa", en C. Wittrock, (ed.): *La investigación en la enseñanza III*. Barcelona. Paidós.
- ERNEST, P. (1989): "The knowledge, beliefs and attitudes of mathematics teacher: a model". *Journal of education for teaching*, 15, 13-34. [19].
- ERNEST, P. (2000): "Los valores y la imagen de las matemáticas: una perspectiva filosófica". *Uno*, no. 23, pp 9-28.
- FENNEMA, E.; LOEF, F. (1992): "Teacher's knowledge and its impact". *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. NCTM. E.Grows, pp. 147-164.
- FLORES, P. (1998): *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada. Comares.
- FREUDENTHAL, H. (1981): *Problemas mayores de la educación matemática*. Berkeley.
- FREUDENTHAL, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holland. Reidel Publishing Company.
- FUENLABRADA, I.; et al. (1992): *El sistema numérico decimal y las operaciones aritméticas*. México. DIE-CEPPSTUNAM.
- FULLAN, M. (1990): "Staff Development, innovation and institutional development", en B. Joyce (ed.): *Changing School Culture Through Staff Development*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development Yearbook.
- FURINGHETTI, F.; PEHKONEN, E. (1999): "A virtual panel evaluating characterizations of beliefs", en Pehkonen, E.; Torver, G. (eds): *Mathematical, Beliefs and their impact on Teaching and Learning of mathematics. Provedings of the workshop in Overwolfach*, pp. 24-30.
- GABINET DE LLENGUA CATALANA (1994): *Les refèrencies i les citacions bibliogràfiques, les notes i els índexs*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- GALVEZ, G. (1994): "La didáctica de las matemáticas", en C. Parra; I. Saiz (eds): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Argentina. Paidós Educador, pp. 39-50.

- GARCÍA, J. (1988): "Las teorías implícitas sobre la evaluación en el proceso de pensamiento de los profesores", en L. Villar (director): *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores. Implicaciones para el currículum y la formación del profesorado*. España. Marfil.
- GARCÍA, M. (2000): "El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: implicaciones para la formación inicial de maestros". *IV. Simposio propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de las matemáticas*. Universidad de Oviedo.
- GARCÍA, M. (1997): *Conocimiento profesional del profesor. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla. Giem-Kronos.
- GERDES, P. (1988): "On culture, geometrical thinking and mathematics education", en Bishop A. (ed.): *Mathematics education and culture. Educational Studies in Mathematics*, no.19, pp. 137-162.
- GIMENO, J.; PÉREZ, A. (1997): *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid. Morata.
- GIROUX, H. (1990): *Los profesores como intelectuales. Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje*. Barcelona. Paidós.
- GODINO, J. (1991): *Área de conocimiento: didáctica de las matemáticas*. España. Síntesis.
- GOETZ, P.; LECOMPTE, D. (1988): *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid. Morata.
- GOFFREE, F. (2000): "Principios y paradigmas de una educación matemática realista", en N. Gorgorió; J. Deulofeu; A. Bishop (coords.): *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona. Graó, pp. 151-167.
- GÓMEZ, C. (1991): "Cognición, contexto y enseñanza de las matemáticas". *Comunicación, Lenguaje y educación*, pp.11-13.
- GÓMEZ, C.; FAILE, J. (1993 ). "Psicología y didáctica de las matemáticas". *Revista Infancia*, pp. 62-63.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. (1998): "Matemáticas y contexto. Enfoques y estrategias para el aula". Apuntes I.E.P.S. no. 64.

- GÓMEZ-CHACÓN, I. (2000): *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid. Narcea.
- GONZÁLEZ, M. (1995): *Formación docente: perspectivas desde el desarrollo del conocimiento y la socialización profesional*. Barcelona. PPU.
- GORGORIÓ, N.; DEULOFEU, J.; BISHOP, A. (coords.) (2000): *Matemáticas y Educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona. Graó.
- GUEVARA, G. (1993): *La catástrofe silenciosa*. México. FCE.
- HAHN, C. (1999): "Relacionar la enseñanza de las matemáticas con el mundo extraescolar. El caso de una formación profesional para la venta". *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, no.19, pp. 105-114.
- HERNÁNDEZ, M. (2000): "Los textos como contextos culturales matemáticos". *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, no. 23, pp. 71-84.
- HOWSON, G; NEBRES, B.; NILSON, B. (1991): "Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90". *Comunicación, lenguaje y educación*. España
- HOWSON, G; NEBRES, B.; NILSON, BRIAN. (1991): "Qué clase y profesores tendremos para los 90 en la enseñanza de las matemáticas? Posibilidades y alternativas". *Comunicación, Lenguaje y Educación*. España.
- HUGHES, M. (1986): *Los niños y los números*. Barcelona. Planeta.
- IMBERNÓN, F. (1994): *La formación y el desarrollo profesional del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional*. Barcelona. Graó.
- IMBERNÓN, F. (1994): *La formación del profesorado*. Barcelona. Paidós.
- JIMÉNEZ, P.; VILÁ, M. (1999): *De la educación especial a la educación en la diversidad*. Málaga. Aljibe.
- KAMMI, C. (1993): *El niño reinventa la aritmética*. España. Aprendizaje-Visor.
- KEITEL, C. (1997): "Matemáticas y realidad en la clase". *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, no.12. pp. 49-66.
- KEMMIS, S. (1999): "La investigación acción y la política de reflexión" en A. Pérez, J. Barquín y J. F. Angulo (editores): *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*. Madrid. Akal, pp.506-532.

- LATORRE, A.; RINCÓN, D.; ARNAL, J. (1986): *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona. GR92.
- LAVE, J. (1991): *La cognición en la práctica*. Barcelona. Paidós.
- LAVE J. (2001): "La práctica del aprendizaje" en Seth Chaiklin y Jean Lave (comps): *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Argentina. Amorrortu, pp.15-46.
- LEINHARDT, G. (1989): "Math lessons: a contrast of novice and expert competence". *Journal for Research in Mathematics Education*, no. 1 (20), pp. 52-75.
- LEINHARDT, G.; GREENO, J. (1986): "The cognitive skill of teaching". *Journal of educational psychology*, no. 78 (2), pp.75-95.
- LEINHARDT, G.; PUTNAM, R. (1986): "Profile of expertise in elementary school mathematics teaching", in *Arithmetic teacher*, no. 34 (4), 28-29.
- LEINHARDT, G.; SMITH, D. (1985): "Expertise in mathematics instruction: subject matter knowledge". *Journal of educational psychology*, n. 3,(77), pp 247-271.
- LERNER, D. (1995): *La matemática en la escuela. Aquí y ahora*. Buenos Aires. Aique.
- LEUNG, S.; SILVER, E. (1977): "The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problems posing of prospective elementary school teachers". *Mathematics education research journal*, no. 1 (9), pp. 5-24
- LLADÓ, C.; JORBA, J. (2000): "La actividad matemática y las habilidades cognitivolingüísticas", en J. Jorba; I. Gómez; A. Prat (eds.): *Hablar y escribir para aprender*. Madrid. Síntesis, pp. 219-242.
- LLINARES, S. (1999): "Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: implicaciones en la formación de profesores de matemáticas", en L. Contreras; N. Climent, (eds): *La formación de profesores de matemáticas estado de la cuestión y líneas de actuación*. Universidad de Huelva.
- LLINARES, S. (1998): "Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación". *Uno*, no. 17, pp. 51-6 .

LLINARES, S. (1998): "Preservice elementary teachers and learning to teach mathematics. Relationship among context, task and cognitive activity", en *Mathematics Teachers Development: International Perspectives*. Australia. West Perth. Meridian Press, pp. 107-119.

LLINARES, S. (1996): "Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso de los estudiantes para profesores de primaria", en J. Jiménez; S. Llinares; S. Sánchez: *El proceso de ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada. Comares, pp.13-36.

LLINARES, S. (1995): "Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: Implicaciones en la formación de profesores de matemáticas", en L. Blanco; V. Mellado (coords): *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. Badajoz. Universidad de Extremadura, pp.153-172.

LLINARES, S. (1995b): "Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función", en J. Ponte; C. Monteiro (eds): *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. ¿Qué formação?.* Lisboa. Sociedade portuguesa de ciencias da educação, secção de educação matemática, pp. 47-82.

LLINARES, S. (1994): "The development of prospective elementary. Teachers' pedagogical. Knowledge and reasoning. The school mathematical culture as reference", en N. Malara; L. Rico (eds): *First Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education*, Italia. Universidad de Modena.

LLINARES, S. (1994b): "El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de aprender a enseñar", en L. Blanco; y L. Casa (coords.) *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Badajoz. Sociedad extremeña de educación matemática, pp. 252-278.

LLINARES, S. (1992). "Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores", en C. Marcelo (ed.): *La investigación sobre la formación del profesorado: métodos de investigación y análisis de datos*. Buenos Aires. Cincel.

- LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V. (1990): "El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas", en S. Llinares; V. Sánchez (eds.): *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla. Alfar, pp. 63-116.
- LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V. (1989): "Las creencias epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y el proceso de llegar a ser un profesor". *Revista de educación*, no. 290, pp. 389-406.
- MARCELO, C. (1994): *Formación del profesorado para el cambio educativo*. Barcelona. CEAC.
- MARCELO, C. (1994): "La investigación sobre la formación del profesorado: el conocimiento sobre aprender a enseñar", en L. Blanco; V. Mellado (eds): *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. Bajadoz . Eds. Universidad de Extremadura.
- MARCELO, C. (1989): *Introducción a la formación del profesorado. Teorías y métodos*. Sevilla.
- MARCELO, C. (1987): *El pensamiento del profesor*. Barcelona. CEAC.
- MARTÍNEZ, M. (1994): *Aprendizaje de las matemáticas y formación docente*. Tesis para obtener el grado de maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León. México.
- MARTÍNEZ, M. (2001): *Concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta. Construcción y validación de instrumentos*. Tesina . Universidad Autónoma de Barcelona.
- MASINGILA, J.; DAVIDENKO, S. (1996): "Mathematics Learning and practice in and out of school. A framework for connecting these experiences". *Educational Studies in Mathematics*, no.31, pp.175-200.
- MAZA, C. (1991): *Enseñanza de la suma y de la resta*. Madrid. Editorial Síntesis.
- MAZA, C. (1995): *Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona. Paidós.
- MAZA, C. (2001). "Adición y sustracción", en E. Castro (ed.): *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid. Síntesis, pp. 177-202.
- MCDERMOTT, R. (2001): "La adquisición de un niño por una discapacidad de aprendizaje", en Seth Chaiklin y Jean Lave (comps): *Estudiar las*

*prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Argentina. Amorrortu, pp. 291-330.

MEIRA, L. (2000): "Lo real, lo cotidiano y el contexto en la enseñanza de las matemáticas". *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, no. 25, pp. 59-74.

MERRIAM, S. (1998): *Qualitative research and case study. Applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

MIALARET, G. (1984): *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid. Visor-aprendizaje.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA. (1989). *Diseño curricular base. Educación primaria*. España. MEC.

MOLINER, MA. (1966): *Diccionario de usos del español*. Madrid. Gredos.

MORENO, M.; SASTRE, G. (1983): *La pedagogía operatoria*. España. Laia.

MORENO, M. (2000): *El profesor universitario de matemáticas. Estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Estudio de casos*. Tesis doctoral. UAB.

NCTM (1989): *Currículum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

NCTM (1991): *Estándares Curriculares para la educación Matemática*. Sevilla.

NCTM (2000): *Principles and Standars for School Mathematics*. Versión electrónica: <http://standars.nctm.org/document/index.htm>

NESHER, P. (1982): "Levels of description in the análisis of addition and subtraction word problems", en T. Carpenter; P. Moser; M. James. *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*. New Jersey. Laurence Erlbaum Associates Publishers, pp. 25-38.

NESHER, P. (2000). "Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático", en N. Gorgorió; J. Deulofeu; Bishop. A. (coords.): *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona. Graó, pp. 109-123.

NUNES T. (1996): "Systems of signs and Mathematical Reasoning", en T. Nunes; P. Bryant (eds.): *Learning and Teaching Mathematics. An International Perspectives*. UK . Psicologi Press Ltd; Publishers, pp. 29-68.



NUNES, T.; BRYANT, P. (1996): *Children Doing Mathematics*. Blackwell Publishers.

NÚÑEZ, M.; FONT, V. (1995): "Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: una aproximación histórica". *Revista Educación*, no. 306, pp. 293-314.

ORTON, A. (1990): *Didáctica de las matemáticas*. Madrid. Morata.

PAJARES, M. (1992): "Teacher's beliefs and educational research: cleaning up a messy construct". *Review of educational research*, 3 (62), pp. 307-332.

PEHKONEN, E. (1994). "On Teacher's beliefs and changing mathematics". *Journal für mathematik-didaktik*. 15 (3/4), 177-109. [34].

PEREZ, Á. (1985): "El Pensamiento práctico del profesor: implicaciones en la formación del profesorado", en *Perspectivas y problemas de la función docente. Segundo Congreso Mundial Vasco*. Madrid. Narcea.

PÉREZ, A. (1989): "La investigación didáctica, modelos y perspectivas", en J. Gimeno; A. Pérez: *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid. Akal, pp. 87-138.

PLANAS, N.; GORGORIÓ, N.; VILELLA, X.; FONTDEVILA, M. (1999): "Fiajaz en la clase de matemáticas: ambiente de resolución de problemas en un aula multicultural". *Suma*, no. 30.

PLANAS, N.; VILELLA, X.; GORGORIÓ, N. (1999): "La tasca educativa en centres públics marcadament multiculturals: presentació d' un cas". V. Jornadas de dirección escolar. Cataluña.

PONTE, J. (1995): "Saberes profesionales, renovación y práctica lectiva", en L. Blanco; V. Mellado (coords): *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. Badajoz. Universidad de Extremadura, pp. 153-172.

PONTE, J. (1994a): "Mathematics teacher's professional knowledge", en J. Ponte; P. Matos (eds.): *Proceedings of the eighteenth international conference for PME*. Lisboa. pp. 195-210.

PONTE, J. (1994b): "Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning", in L. Bazzini (ed.): *Theory and practice in mathematics education. Proceeding of the fifth international conference on*

*systematic cooperation between theory and practice in mathematics education*. Italia. Grado.

PONTE, J. (1992): "Concepções dos professores de matemática e processos de formação", en M. Bown: *Educação matemática*. Lisboa. Instituto de Inovação educativa, pp. 187-242.

PORLÁN, R.; RIVERO, A. (1998): *El conocimiento de los profesores*. Sevilla. Díada.

PUIG, L.; CERDÁN, F. (1988): *Problemas aritméticos escolares*. Madrid. Síntesis.

PUTNAM, R.; BORKO, H. (2000): "El aprendizaje del profesor: implicaciones de las nuevas perspectivas de la cognición", en Bruce, J.; Thomas, L; Ivor, G.: *La enseñanza y los profesores I. La profesión de enseñar*. Barcelona. Paidós, pp. 219-299.

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA (1984): *Diccionario de la Lengua española*. Madrid. Espasa-calpe.

REEUWIJK, V. (1997): "Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas". *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, no. 12, pp. 9-16.

RESNICK, L.; FORD, W. (1991): *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona. Paidós.

RICO, L. (2001): "Matemáticas en educación primaria", en Enrique Castro (ed.): *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid. Editorial Síntesis, 23-40.

RICO, L. (1997): "Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para la educación secundaria", en L. Rico (coord.): *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona. Horsori, pp. 15-38.

RICO, L. (1997): "Los organizadores del currículo de matemáticas", en Rico L. (coord.): *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori, pp. 39-55

RICO, L.; SIERRA, M. (1996): "Contexto y evolución histórica del currículum de matemáticas en la formación de los profesores de primaria", en J. Jiménez; S. Llinares; V. Sánchez (eds): *El proceso de ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada. Comares.

- RINCÓN, D.; LATORRE, A. (1995): *Técnicas de Investigación en ciencias sociales*. Madrid. Dykinson.
- ROMBERG, T. (1991): "Características problemáticas del currículum de matemáticas". *Revista de educación matemática*, no. 294, pp. 323-406.
- ROSALES, C. (2000). *Evaluar es reflexionar sobre la enseñanza*. Madrid. Narcea.
- SAIZ, I. (1994): "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir", en C. Parra; I. Saiz (eds.): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Argentina. Paidós, pp. 185-227.
- SALKIND, N. (1990): *Métodos de investigación*. México. Prentice Hall.
- SÄLÓ, R.; WYNDHAMN, J. (2001): "La resolución de problemas cotidianos en un ambiente formal: un estudio empírico de la escuela como contexto para el pensamiento", en Seth Chaiklin y Jean Lave (comps): *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Argentina. Amorrortu, pp.353-36.
- SAMPIERI, R. (1998): *Metodología de la investigación*. México. Mc Graw Hill.
- SÁNCHEZ, V. (2000): "Las representaciones de los profesores del contenido matemático". *IV Simposio SEIEM*. Huelva.
- SANTOYO, V. (1994): *Contexto e interacción social. Bases conceptuales y metodológicas*. Barcelona. PPU. S. A., no. 112.
- SCHMELKES, S. (2001): "La combinación de estrategias cuantitativas y cualitativas en la investigación educativa: Reflexiones a partir de tres estudios de casos", en *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 3(2). Consultado el 11 de Enero de 2003 en el World Wide Web: <http://redie.ens.uabc.mx/vol3no2/contenido-schmelkes.html>.
- SCHÓN, D. (1998): *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Barcelona. Paidós.
- SECO, M. (1999): *Diccionario del Español Actual*. España. Aguilar
- SEP (1993): *Plan y programas de estudios para la educación primaria*. México. SEP.

- SERRANO, T. (1992): "Una metodología cualitativa para el estudio del desarrollo conceptual en el aprendizaje de las ciencias. Análisis con redes sistémicas" . *Revista investigación educativa*, no. 20, pp. 37-69.
- SERVEI DE ORDENACIÓ CURRICULAR. (1993): *Currículum de educació primària*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Catalunya.
- SHULMAN, L. (1986): "Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspectives", en M. Wittrock (ed.): *Handbook of research on teaching*. New York . McMillan.
- SHULMAN, L. (1986b): "Those who understand: knowledge growth in teaching". *Educational researcher*, February, pp. 4-14.
- SHULMAN, L. (1987): "Knowledge and teaching: foundations of the new reform". *Harvard Educational Review*, 57 (19), 1-22.
- SIERRA, M. (1999): "La formación inicial de los profesores de primaria en matemáticas y su didáctica en España: antecedentes y situación actual", en L. Contreras; N. Climent (eds.): *La formación de profesores de matemáticas estado de la cuestión y líneas de actuación*. Universidad de Huelva.
- SOCAS, M. (1997): "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria", en Rico, L. (coord.): *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona. Horsori, pp. 125-154.
- SOLA M. (1999): "El análisis de las creencias del profesorado como requisito de desarrollo profesional", en A. Pérez; J. Barquín; J. F. Angulo (eds.): *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*. Madrid. Akal, pp 661-683.
- STAKE, R. (1999): *La investigación con estudio de casos*. Madrid. Morata.
- STENHOUSE, L. (1984): *Investigación y desarrollo del currículum*. Madrid. Morata.
- THOMPSON, A. (1992): "Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of research". *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. NCTM. New York. Grows, pp. 127-146.
- VERGNAUD, G. (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México. Trillas.

- VERGNAUD, G. (1996): "The nature of mathematical concepts", en T. Nunes; P. Bryant (eds.): *Learning and teaching mathematics. An international perspective*. UK. Psychology press ltd; Publisher, pp. 5-28.
- VERSCHAFFEL, L.; DECORTE, E. (1996): "Word problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school?" en T. Nunes; P. Bryant (eds.): *Learning and teaching mathematics. An international perspective*. UK. Psychology press ltd; Publisher, pp. 69-97.
- VILLAR, L. (1988): *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores. Implicaciones para el currículum y la formación del profesorado*. España. Marfil.
- WALKER, M. (2000): *Cómo escribir trabajos de investigación*. España. Gedisa.
- ZEICHNER, K. (1985): "Estrategias alternativas para mejorar la calidad de la enseñanza por medio de la reforma de la formación del profesor: tendencias actuales en Estados Unidos", en *Perspectivas y problemas de la función docente*. Segundo Congreso Mundial Vasco. Madrid.
- ZEICHNER, K. (1993): *El maestro como profesional reflexivo*. Cuadernos de pedagogía no. 220, pp. 44-49.
- ZEICHNER, K. ; LISTON, P. (1999): "Enseñar a reflexionar a los futuros docentes", en A. Pérez; J. Barquín; J. F. Angulo (eds.): *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*. Madrid. Akal, pp.506-532.
- ZORRILLA, M. (2002): "Diez años después del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica en México: Retos, tensiones y perspectivas", en *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(2). Consultado el 17 de Enero de 2003 en el World Wide Web: <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no2/contenido-zorrilla.html>.