UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA IV

Ph.D. Thesis

MODELING AND NUMERICAL STUDY OF NONSMOOTH DYNAMICAL SYSTEMS.

Applications to Mechanical and Power Electronics Systems.

Ph.D. Student

Iván Merillas Santos

Supervisors

Carles Batlle Arnau **Gerard Olivar Tost**

Barcelona, December 2006

UPC Doctorate programme in Applied Mathematics
FACULTY OF MATHEMATICS AND STATISTICS

MODELING AND NUMERICAL STUDY OF NONSMOOTH DYNAMICAL SYSTEMS.

Applications to Mechanical and Power Electronics Systems.

Iván Merillas Santos

Submitted to the Department of
Applied Mathematics IV
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of

Doctor of Philosophy
in Mathematics
at the
Technical University of Catalonia.

December,2006

Resumen

Esta tesis trata sobre el modelado y el estudio numérico de sistemas dinámicos no suaves (SDNS). La primera parte de esta tesis consiste en el modelado de algunos convertidores de potencia dc-dc usando el formalismo complementario. Este marco teórico matemático permite asegurar existencia y unicidad de soluciones de una manera natural y sintética. Específicamente funciona muy bien para convertidores electrónicos de potencia porque incorporan modos generalizados de conducción discontinua, caracterizados por una reducción de la dimensión de la dinámica efectiva. Para sistemas con un sólo diodo, se han presentado condiciones analíticas para las variables de estado para la presencia de modos generalizados de conducción discontinua y resultados de simulaciones mostrando una variedad de comportamientos como persistencia o reentrada de modos generalizados de conducción discontinua. Además se ha modelado, analizado y simulado un convertidor de potencia en paralelo, el cual tiene cuatro diodos e ilustra la conveniencia del formalismo complementario para simular sistemas eléctricos con un gran número de diodos ideales. Para terminar esta primera parte se ha presentado la simulación de un convertidor boost usando un control modo deslizante a pesar de que no se ha desarrollado todavía una teoría general de control para sistemas complementarios.

La segunda parte de la tesis se centra en el análisis de bifurcaciones en SDNS, y concretamente en sistemas mecánicos con impactos o fricción. Es conocido que sistemas no suaves o discontinuos pueden exhibir las bifurcaciones exhibidas en sistemas suaves tales como bifurcaciones de doblamiento de periodo, silla-nodo, etc. Además de estas, hay también algunas nuevas transiciones llamadas bifurcaciones inducidas por discontinuidades que son únicas de estos sistemas. En el Capítulo 3 de esta tesis se ha estudiado el comportamiento complejo de un sistema "cam-follower", el cual es una clase de sistema mecánico con impactos. Bajo variaciones de la velocidad rotacional del "cam" se han analizado diferentes bifurcaciones inducidas por dicontinuidades, tales como bifurcaciones de impacto con esquinas y transiciones de "chattering" completo a incompleto. Además se han expuesto condiciones necesarias para órbitas periódicas con un sólo impacto y se ha continuado diferentes órbitas periódicas. Para concluir este captulo se han analizado regiones de coexistencia de soluciones usando diagramas de dominio de atracción con un método de mapeado de celda a celda.

Otro tipo de bifurcaciones inducidas por discontinuidades, recientemente clasificadas, son las llamadas bifurcaciones de deslizamiento. Dichas bifurcaciones son un comportamiento característico de los llamados sistemas de Filippov. Se pueden identificar cuatro posibles casos: "crossing-sliding", "grazing-sliding", "switching-sliding" y "adding-sliding". En el Capítulo 4 se ha presentado detallados ejemplos de todos los posibles escenarios en un oscilador con fricción seca usando una característica de fricción medida experimentalmente e introducida por Popp [124]. Además, se ha presentado una "switching-sliding" bifurcación degenerada de codimensión dos. En este caso dos curvas de bifurcación de deslizamiento de codimensión una, una "crossing-sliding" y una "adding-sliding", nacen del punto de codimensión dos. Por otro lado se ha mostrado una bifurcación suave de codimensión dos llamada cúspide y se ha estudiado la coexistencia de órbitas periódicas en la región comprendida entre ambas bifurcaciones silla-nodo.

En el Capítulo 5 se ha investigado la dinámica del modelo Burridge-Knoppoff con dos bloques para la simulación de terremotos. Ciertos estudios numéricos previamente realizados por Nussbaum and Ruina [113] verificaron que, con una fuerza de fricción de tipo Coulomb (esto es que el coeficiente de fricción dinámica es constante), el sistema presenta sólo comportamiento periódico. Sin embargo, se ha mostrado que también pueden ser observadas regiones caóticas en una configuración simétrica, incluso si una fricción de Coulomb es utilizada, si uno de los supuestos usualmente utilizados en la literatura de sismología no es considerado. Por otro lado, se ha estudiado el comportamiento del sistema en una configuración asimétrica. Variando la asimetría del sistema se han observado diferentes soluciones periódicas y regiones de caos. Con respecto al punto de vista del análisis de bifurcaciones, se han analizado varias bifurcaciones suaves e inducidas por discontinuidades en este sistema.

En el Capítulo 6 se presenta la plataforma de "software" SICONOS dedicada a la simulación de SDNS. Primeramente se ha dado una visión general de este "software" y se ha explicado la manera en la que SDNS son modelados y simulados dentro de esta plataforma. Además se ha explicado en detalle las rutinas para análisis (estabilidad, bifurcaciones, variedades invariantes,...) de SDNS implementadas en la plataforma. Para concluir esta parte, varios ejemplos representativos han sido mostrados para ilustrar las posibilidades de la plataforma SICONOS.

Finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones de esta tesis y algunos problemas aún abiertos para futuras líneas de investigación.

Summary

This thesis is concerned with the modeling and numerical study of nonsmooth dynamical systems (NSDS). The first part of the thesis deals with the modeling of some DC-DC power converters using the complementarity formalism. This mathematical theoretical framework allows us to ensure existence and uniqueness of solutions in a "natural" and synthetic way. Specifically, it works pretty well in power electronic converters because it incorporates generalized discontinuous conduction modes (GDCM), characterized by a reduction of the dimension of the effective dynamics. For systems with a single diode, analytical state-space conditions for the presence of a GDCM are stated and simulation results, showing a variety of behaviours, such as persistent or re-entering GDCM, are also presented. Furthermore, the modeling, analysis and simulation of a parallel resonant converter (PRC) which has four diodes illustrate the convenience of the complementarity formalism to simulate electrical systems with a large number of ideal diodes. We also present the simulation of a boost converter with a sliding mode control, even though a general control theory for complementarity systems is not still developed.

In the second part of the thesis we focus on the study of changes of structural stability under parameter variations (bifurcation analysis) in NSDS. We have studied different mechanical systems which involve impacts and dry-friction. It is known that nonsmooth or discontinuous dynamical systems can exhibit most of the bifurcations also exhibited by smooth systems such as period-doublings, saddle-nodes, etc. In addition to these, there are also some novel transitions so-called discontinuity-induced bifurcations (DIBs) which are unique to these systems. We have investigated the complex behaviour occurring in a cam-follower system, which is a class of impacting mechanical system. DIBs such as corner impact bifurcations and transitions from complete to uncomplete chattering motions have been analysed under variations of the rotational speed of the cam. Furthermore, necessary conditions for single impact periodic orbits are stated and continuations of different periodic orbits are also presented. Regions of coexisting solutions have been also analysed by mean of domain of attraction diagrams using a cell-to-cell mapping method.

Another type of DIBs recently classified are the so-called sliding bifurcations. Such bifurcations are a characteristic feature of so-called Filippov systems. Basically, four distinct cases can be identified: crossing-

sliding, grazing-sliding, switching-sliding and adding-sliding. We present detailed examples of all these different bifurcation scenarios in a dry friction oscillator using a measured friction characteristic firstly introduced by Popp [124]. Furthermore, a codimension-two degenerate switching-sliding bifurcation is displayed. In this case of degenerate switching-sliding bifurcation two curves of codimension-one sliding bifurcations, crossing-sliding and adding-sliding, branch out from the codimension-two point. Also, a cusp smooth codimension-two bifurcation is shown and coexistence of periodic orbits in the region between both fold codimension-one curves is studied.

We have also investigated the dynamic behaviour of the two-block Burridge model for earthquake simulations. Previous numerical studies investigated by Ruina [113] verified that, with a friction force of Coulomb type (that is with a constant dynamic friction coefficient), the system presents only periodic behaviour. We show that chaotic regions can be observed in a symmetric configuration even if a Coulomb friction is considered with the relaxation of the assumption that the driving block does not move during the slipping events. Furthermore, we have studied the behaviour of the system with asymmetric configuration. Different periodic solutions and regions of chaos can be observed varying the asymmetry of the system. With respect to the bifurcation point of view, we have analysed several smooth and discontinuity-induced bifurcations observed in this system.

The next to last chapter of this thesis presents the SICONOS software platform dedicated to simulation of NSDS. We give an overview of the SICONOS software and the way NSDS are modeled and simulated within the platform. Routines for analysis (stability, bifurcations, invariant manifolds, ...) of NSDS implemented in the platform are explained in detail. To conclude this part, several representative samples are shown in order to illustrate the SICONOS platform abilities.

Conclusion and some open problems are presented in the last chapter.

Dedication

A mis padres,
por su amor, cariño e infinito apoyo.
Gracias por enseñarme a tomar siempre mis propias decisiones.

A mi hermano,
por su desparpajo, vitalidad y alegría.
Siempre asomas una sonrisa en mi boca. No cambies nunca tato.

A mis abuelos,
por su cariño, dulzura y sencillez.
Los veranos de mi infancia a su lado me traen recuerdos inolvidables.

A Bibiana,
por sus consejos, amor y compresión.
Gracias por regalarme maravillosos momentos a tu lado.

♣ ♠ ♣ ♠ ♣ ♠ ♣

One day Alice came to a fork in the road and
saw a Cheshire cat in a tree.
"Would you tell me, please, which way I ought to go from here?",
she asked.
"That depends a good deal on where you want to get to",
replied the Cat.
"I don't much care where", said Alice.
"Then", said the Cat, "it doesn't matter which way you go."
"As long as I get somewhere", Alice added as an explanation.
"Oh, you're sure to do that", said the Cat,"if you only walk long enough".

Alice's Adventures in Wonderland.

Lewis Carroll (1832-1898)

Acknowledgements

The pages that contain this Ph.D. thesis are the fruit of four years of learning and work. Now it is the moment to look backwards and to thank to everybody who has helped me to reach this goal. First, I want to express my infinite gratitude to my advisor and supervisor, Gerard Olivar, for trusting in me and giving me the opportunity to came to Barcelona in order to do this thesis. Thanks to him, I have been able to enjoy the nonsmooth dynamical systems and without his collaboration nothing would have been possible. Thanks of all heart!

Secondly, and not for this less important, I want to thank to my supervisor Carles Batlle for picking up the baton left by Gerard and his guidance until the end of this thesis. He has been always an example to follow due to his capacity of work and he is the main contributor of my interest in complementarity systems. Recently, he has been father and I did not want to waste this opportunity to congratulate him for his daughter Marta.

Also, I have to thank in a special way to Enric Fossas for the role that he has had in this thesis. Basically, he helped me a lot in the moment to focus my ideas and he has always given me his support to carry out with motivation this work. He is an admirable person due to his enthusiasm and energy devoted to the many different things that he is able to do at the same time.

I would like to thank the SICONOS European project, that under its framework this thesis has been developed, not only for the financial support but for the possibility to meet different researchers around Europe. Therefore, I would like to thank all the participants of this project and specially, Mario di Bernardo, Bernard Brogliato, Alan Champneys, John Hogan, Martin Homer, Arne Nordmark, Ugo Galvanetto, Stefania Santini, Vicent Acary, Frederic Dubois, Christoph Glocker and Natan van de Wouw for sharing their knowledge.

Moreover, I am very grateful to Mario di Bernardo and Ugo Galvanetto for their collaboration in the development of chapters 3 and 4 respectively. Thanks for the time dedicated to me and for their suggestions about bifurcations in nonsmooth dynamical systems.

In the same way I would like to thank my colleagues and friends of the SICONOS project, Petri Piiroinen and Gustavo Osorio, for the uncountable hours dedicated to discuss simulation results and for working things easier during my stage in Bristol and Naples. Also, I am grateful to my colleagues Luigi Ianelli, Piotr Kowalczyk, Apostolos Doris, Frank Perignon, Sara Nimeb and Ricardo Alzate for sharing moments in the different meetings of the SICONOS project.

As a member of the DANCE network I have to thank in a special way all the participants for sharing their knowledge about dynamical systems and specially, I want to thank Emilio Freire, Enrique Ponce, Francisco Torres, Fernando Fernández and Victoriano Carmona of the University of Seville, and Amadeu Delshams and Maria Teresa Seara of the Technical University of Catalonia.

I want also express my gratitude to Alicia Miralles for the time dedicated to teach me the Lemke's method to solve LCPs and to Luis Bernadero, Abdelali El Aroudi and Eliezer Toribio for teaching me how power converters work and to Antonio Susin for his lessons in simulating dynamical systems.

To all the department of Applied Mathematics IV that have created an ideal environment to work from the beginning. Thanks to all my office colleagues, from the first to the last person that has been in it, for sharing so many hours of work in the "underground".

I am also very grateful to Begoña Cano and Isaias Alonso of the University of Valladolid. To Begoña for showing me the fantastic world of Applied Mathematics and for encouraging me to apply for the scholarship to come to Barcelona. To Isaias for teaching me all I knew about dynamical systems before coming to Barcelona.

And finally, I would like to thank all my friends spread by all over the world. Thanks to them, to my family and to Bibiana for trying that I enjoy life and forget the work.

Agradecimientos

Las páginas que comprenden esta tesis son el fruto de cuatro años de aprendizaje y trabajo. Ahora es el momento de echar la vista atrás y dar las gracias a toda la gente que me ha ayudado a cumplir este objetivo. En primer lugar deseo expresar mi infinita gratitud a mi tutor y co-director de tesis, Gerard Olivar, por confiar en mi y darme la oportunidad de venir a Barcelona a realizar esta tesis. Gracias a él, he podido disfrutar de los sistemas no suaves y sin su inestimable colaboración nada hubiera sido posible. Gracias de todo corazón.

En segundo lugar, y no por ello menos importante, quiero agradecer a mi co-director de tesis Carles Batlle por recoger el testigo dejado por Gerard y guiarme hasta el fin de esta tesis. Él siempre ha sido un ejemplo a seguir por su capacidad de trabajo y es el principal artífice de mi interés por los sistemas complementarios. Y como recientemente ha sido padre, no quería desaprovechar este momento para felicitarle por su hija Marta.

Debo agradecer también de una manera especial a Enric Fossas por el papel que ha tenido en esta tesis. Él me ayudó fundamentalmente en el momento de centrar las ideas y siempre me ha prestado su apoyo para realizar con motivación este trabajo. Su entusiasmo y la energía empleada para las diferentes tareas que realiza a la vez hacen de él una persona admirable.

Quisiera también agradecer al proyecto europeo SICONOS, bajo cuyo marco se ha desarrollado esta tesis, no sólo por la financiación recibida sino por la oportunidad que me ha dado de conocer a diferentes investigadores de toda Europa. Por lo tanto, quiero agradecer a todos los participantes de este proyecto y especialmente a M. di Bernardo, B. Brogliato, A. Champneys, J. Hogan, M. Homer, A. Nordmark, U. Galvanetto, S. Santini, V. Acary, F. Dubois, C. Glocker y Natan van de Wouw por compartir sus conocimientos.

Me gustaría tener un agradecimiento especial para Mario y Ugo por su colaboración en la elaboración de los capítulos 3 y 4 respectivamente. Gracias por el tiempo que me han dedicado y por sus conocimientos sobre bifurcaciones en sistemas no suaves.

Igualmente quisiera agradecer a mis compañeros y amigos del proyecto SICONOS, Petri Piiroinen y Gustavo Osorio, por las horas dedicadas a discutir los resultados de las simulaciones y por hacer más fácil mis estancias en Bristol y Napoles. También quisiera agradecer a mis compañeros Luigi Ianelli, Piotr Kowalczyk, Apostolos Doris, Frank Perignon, Sara Nimeb y Ricardo Alzate por los momentos compartidos en las diferentes reuniones del proyecto SICONOS.

Como miembro de la red temática DANCE debo agradecer de una manera muy especial a todos sus participantes por compartir sus conocimientos sobre sistemas dinámicos y en especial quisiera agradecer a los profesores Emilio Freire, Enrique Ponce, Francisco Fernández y Victoriano Carmona de la Universidad de Sevilla, y Amadeu Delshams y Maria Teresa Seara de la Universidad Politécnica de Cataluña.

No quisiera olvidarme tampoco de agradecer a Alicia Miralles por el tiempo dedicado a enseñarme el método de Lemke para resolver LCPs , a Luis Bernadero, Abdelali El Aroudi y Eliezer Toribio por enseñarme como funcionan los convertidores de potencia y Antonio Susin por sus lecciones para simular sistemas dinámicos.

Gracias al departamento de Matemática Aplicada IV que me abrió los brazos desde un principio creando un ambiente ideal para trabajar, y en particular a todos mis compañeros de despacho, desde el primero al último que ha pasado, por compartir tantas horas de trabajo en el “subterráneo”.

Agradezco también a los profesores Begoña Cano e Isaias Alonso de la Universidad de Valladolid. A Begoña por descubrirme el maravilloso mundo de la Matemática Aplicada y animarme a solicitar la beca para venirme a Barcelona. A Isaias por enseñarme todo lo que sabía sobre sistemas dinámicos antes de llegar a Barcelona.

Y finalmente deseo darle las gracias a todos mis amigos que están repartidos por todo el mundo. Gracias a ellos, a mi familia y a Bibiana por enseñarme que hay que disfrutar la vida y desconectar del trabajo.

Table of Contents

List of Figures