## UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# CONTRIBUCION AL DESARROLLO DE SISTEMAS DE CONTROL DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACION MEDIANTE CABLES ACTIVOS

Autor: Francisco López Almansa Director: José Julián Rodellar Benedé

Barcelona, Enero de 1988

### CAPITULO 7

### CONTROL DIGITAL PREDICTIVO DE UN MODELO EXPERIMENTAL DE EDIFICIO

En el presente capítulo se aplica la estrategia de control predictivo formulada en el capítulo 4 a un modelo experimental de una estructura de edificación que dispone de un mecanismo actuador formado por cables activos similares a los descritos en el capítulo 5. Dicho modelo se encuentra en la State University of New York (SUNY) en Buffalo (New York) [1,2].

Se muestran resultados experimentales [3] y se efectúan simulaciones numéricas de acuerdo con el esquema expuesto en el capítulo 6. Mediante la comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente y los resultados numéricos se pretende poner de manifiesto la utilidad del algoritmo de simulación descrito en el capítulo 6 para representar con fidelidad el comportamiento dinámico del sistema. Mediante el análisis de los resultados numéricos y experimentales se pretende evaluar la utilidad de los cables activos y de la estrategia de control predictivo para constituir un sistema de control capaz de reducir la respuesta dinámica de la estructura.

En el apartado 7.1 se describen las características físicas del modelo experimental considerado en el presente capítulo.

En el apartado 7.2 se describe el algoritmo de control predictivo utilizado en los ensayos descritos en el presente capítulo.

En el apartado 7.3 se describe la aplicación del esquema descrito en el capítulo 6 a la simulación del comportamiento dinámico del modelo experimental.

En el apartado 7.4 se muestran los resultados de diversas experiencias numéricas realizadas de acuerdo con el método descrito en el apartado 7.3 para distintos casos del algoritmo predictivo definido en el apartado 7.2. Mediante la consideración de distintas formulaciones del algoritmo de control predictivo se analiza su utilidad para generar una acción de control robusta y eficaz aún en presencia de retardos incorrectamente estimados en el modelo predictivo.

En el apartado 7.5 se describen los ensayos experimentales.

En el apartado 7.6 se simulan numéricamente los ensayos experimentales y se comparan los resultados obtenidos por ambos procedimientos.

En el apartado 7.7 se simula numéricamente el comportamiento del sistema cuando actúan sobre él excitaciones de intensidad superior a la esperada y, consecuentemente, se exige de los actuadores un rendimiento para el que no han sido dimensionados. El análisis de los resultados obtenidos es una muestra importante de la robustez del control predictivo.

### INDICE

7.1	Descripción del modelo
7.2	Implementación del control predictivo
7.3	Simulación en ordenador digital del comportamiento del modelo
7.4	Resultados obtenidos mediante simulación numérica
	7.4.1 Experiencias numéricas sísmicas.
	7.4.2 Espectros de respuesta.
7.5	Resultados experimentales
	7.5.1 Excitación con ruido blanco.
	7.5.2 Excitación sísmica.
7.6	Comparación entre resultados experimentales y simulados
7.7	Simulación del comportamiento del modelo en condiciones de saturación del actuador
7.8	Conclusiones
	Referencias

### 7.1 DESCRIPCION DEL MODELO.

El modelo experimental sobre el que se han realizado los ensayos descritos en este capítulo está constituido por una estructura metálica reticular de 2.54 m. de altura y forma exterior paralelepipédica representando, a escala geométrica 1:4, a un edificio de 3 plantas.

En el figura 7.1 se representa un esquema de la estructura general del modelo experimental. Tal como muestra dicha figura, las dos plantas superiores están arriostradas mediante barras rígidas de triangularización de forma que se impiden los desplazamientos horizontales relativos entre ellas en cualquier dirección. La planta inferior está únicamente arriostrada en una dirección y se permite su movimiento horizontal en la dirección ortogonal, la cual coincide con la mayor dimensión en planta del modelo (1.22 m). De esta forma, el único movimiento horizontal posible es el desplazamiento relativo (en una sola dirección) entre la primera planta y la base, y por ello el modelo se comporta en lo referente a las oscilaciones horizontales como un sistema con un sólo grado de libertad.

El modelo está empotrado por su parte inferior en un bloque rígido de hormigón que hace las funciones de cimentación. Dicho bloque está rígidamente anclado a una plataforma vibrante capaz de simular excitaciones sísmicas. Las fuerzas de control activo se aplican sobre la estructura mediante cables de arriostramiento dispuestos según indica la figura 7.2. Los mecanismos representados en dicha figura pueden considerarse como una reproducción a escala reducida de dispositivos de control de edificios mediante cables activos descritos en la figura 5.1a.

En la figura 7.2 se representan 4 cables instalados en forma de aspa en dos planos paralelos coincidentes con dos fachadas exteriores del modelo. Cada cable se ancla rígidamente a una esquina superior del marco correspondiente a la primera planta (la única cuyo desplazamiento horizontal no se encuentra impedido por barras de arriostramiento) y se desliza sobre una polea fijada a la base de cimentación en la esquina opuesta. Después de deslizar sobre dicha polea, los cables transcurren horizontalmente y se anclan a dos perfiles metálicos rígidamente unidos entre sí según indica la figura 7.2. Entre ambos perfiles solidarios se encuentra un cilindro hidráulico de doble efecto cuyo





émbolo se fija por cada uno de sus extremos a un perfil y cuya carcasa está rígidamente unida a la base de cimentación, de forma que el movimiento del pistón se traduce en un despazamiento de los cables de la misma magnitud. El movimiento del cilindro se gobierna con una servoválvula alimentada por un circuito hidráulico cuya presión se mantiene constante. Ambos vástagos del pistón son solidarios con el movimiento de los cables y su movimiento rápido convierte a éstos en activos, es decir, capaces de modificar con rapidez su tensión y, consecuentemente, la fuerza que ejercen sobre la estructura.



Figura 7.2 Cables activos de arriostramiento.

Tal como se describe en el capítulo 5, se proporciona a los cables una tensión inicial, de forma que la evolución dinámica de la estructura y del cilindro hidráulico no produzcan nunca una situación en que su tensión se anule, lo que destruiría la linealidad del proceso y sería causa de sacudidas y fenómenos de difícil previsión.

En la figura 7.3 se muestran las fuerzas resultantes ejercidas sobre la estructura por los 4 cables de arriostramiento cuando existe un desplazamiento horizontal relativo  $d_0(t)$ entre las plantas superiores y la base y el cilindro hidráulico se encuentra desplazado de su posición inicial central una distancia  $z_0(t)$ .



Figura 7.3 Fuerzas de control ejercidas por los cables activos.

A causa de las rigidizaciones introducidas en el modelo, el desplazamiento horizontal es necesariamente el mismo en las dos fachadas exteriores que contienen cables y puesto que el movimiento del cilindro hidráulico se produce también en una sola dirección, puede concluirse que el alargamiento de los cables en ambas fachadas es el mismo. Por dicho motivo son también iguales sus tensiones, es decir:

$$f_{izq} = f'_{izq} \qquad f_{der} = f'_{der} \tag{7.1}$$

- 7.7 -

La fuerza resultante horizontal  $u_0$  que actúa sobre el modelo al nivel de la primera planta es, de acuerdo con (7.1) y con la figura 7.3:

$$u_0 = 2\left(f_{izq} - f_{der}\right)\cos\alpha\tag{7.2}$$

Las componentes verticales de  $f_{izq}$ ,  $f'_{izq}$ ,  $f_{der}$  y  $f'_{izq}$  producen únicamente esfuerzos axiles de compresión sobre los pilares de la primera planta; sus componentes horizontales producen una compresión del forjado y además la fuerza horizontal  $u_0$  cuyo valor se muestra en (7.2). En la figura 7.4 se representan las acciones que influyen en el comportamiento dinámico del modelo.



Figura 7.4 Excitación y fuerza de control sobre el modelo experimental.

Los valores de  $f_{izq}$ ,  $f'_{izq}$ ,  $f_{der}$  y  $f'_{izq}$  (y por tanto de  $u_0$ ) pueden calcularse, en cada instante, a partir de los desplazamientos horizontales  $d_0(t)$  del modelo y  $z_0(t)$  del cilindro hidráulico. En la figura 7.5 se muestra un esquema general de las fuerzas actuantes sobre la estructura, el cual permite deducir la relación de  $u_0$  con los desplazamientos  $d_0(t)$  y  $z_0(t)$ .



**Figura 7.5** Relación entre las fuerzas en los cables y los desplazamientos del modelo y del cilindro hidráulico.

A partir del diagrama de fuerzas de la figura 7.5, mediante un cálculo elástico de primer orden (despreciando las deformaciones por esfuerzo axil) se deduce la relación

$$u_0(t) = 4 K_t \cos \alpha \left[ d_0(t) \cos \alpha + z_0(t) \right]$$
(7.3)

en donde

$$K_t = \frac{EA}{L} \tag{7.3a}$$

Siendo E, A, y L, respectivamente, el módulo de elasticidad, la sección y la longitud de cada cable.

El término  $4 K_t (\cos \alpha)^2 d_0(t)$  corresponde a la acción de control pasivo que se produce cuando el émbolo permanece inmóvil, mientras que el sumando  $4 K_t (\cos \alpha) z_0(t)$ supone la acción de control activo producida por el movimiento del émbolo del cilindro.

La figura 7.6 representa un esquema del lazo cerrado de control. El desplazamiento y la velocidad  $d_0(t)$  y  $\dot{d}_0(t)$  se miden en forma continua mediante sensores. Las señales analógicas resultantes  $d_1(t)$  y  $\dot{d}_1(t)$  son muestreadas y transformadas en dos secuencias discretas de valores d(kT) y  $\dot{d}(kT)$  por un convertidor analógico-digital siendo T el período de muestreo que gobierna el lazo cerrado de control y k un número entero. Un ordenador digital genera la secuencia de control u(kT), la cual se transforma en una señal continua  $u_1(t)$  mediante un convertidor digital-analógico. La servoválvula interpreta la señal  $u_1$  y controla la evolución del émbolo del cilindro hidráulico de forma que la fuerza de control ejercida sobre la estructura se mantenga igual al valor  $u_0$  entre instantes de muestreo.

Las operaciones implicadas en el lazo descrito en la figura 7.6 no se desarrolllan de forma instantánea, sino que desde el instante en que se mide la respuesta hasta que se ejerce la fuerza de control deseada transcurre un intervalo de tiempo no nulo. Dicho retardo se debe básicamente al tiempo invertido por los sensores en la medida de la respuesta, al tiempo de ejecución del algoritmo de control por el ordenador y, en mayor medida, a la inercia del sistema servoválvula-cilindro hidráulico, no pudiéndose dar un valor único que caracterize su magnitud. El tiempo de retardo introduce un desfase



Figura 7.6 Esquema de control en lazo cerrado del modelo.

entre medición y actuación que puede desestabilizar el lazo de control o, cuando menos, deteriorar significativamente su rendimiento si no se dispone de un algoritmo de control adecuado.

Mediante ensayos de identificación previos [1] se han obtenido los valores de las constantes elásticas y dinámicas del sistema ideal de un grado de libertad cuyo comportamiento dinámico representa las vibraciones horizontales del modelo. Dichos valores son:

$$Masa \ M = 2922.7 \ Kg$$
 (7.4a)

$$Rigidez \ K = 1389387.1 \ N/m \tag{7.4b}$$

Fracción del amortiguamiento crítico 
$$\nu = 0.0124$$
 (7.4c)

$$Rigidez \ de \ los \ cables \ K_t = 185975.4 \ N/m \tag{7.4d}$$

$$Tiempo \ de \ respuesta \ \tau_r = 0.03 - 0.04 \ s \tag{7.4e}$$

A partir de los valores de K y de M puede hallarse la frecuencia natural de vibración sin amortiguamiento:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} = 21.79 \ rad./s \qquad (f_0 = 3.468 \ Hz)$$
 (7.4f)

El valor del coeficiente de amortiguamiento C es el siguiente:

$$C = 2M \nu \omega_0 = 1579.40 \ Ns/m \tag{7.4q}$$

El modelo estructural descrito en el presente apartado es similar en geometría, material y condiciones de contorno a un modelo utilizado en distintos laboratorios y es una réplica a escala reducida de una estructura real utilizada habitualmente en ensayos de Ingeniería Sísmica.

### 7.2 IMPLEMENTACION DEL CONTROL PREDICTIVO.

En el presente apartado se describen las características del algoritmo de control predictivo considerado en los ensayos simulados y experimentales descritos, respectivamente, en los apartados 7.4 y 7.5.

Tal como es habitual en el contexto del control de estructura, en todos los casos la consigna es la salida nula de equilibrio.

El vector de estado  $\boldsymbol{x}$  introducido en (4.1) es un vector columna  $2 \times 1$  cuyas componentes son el desplazamiento d y la velocidad  $\dot{d}$  horizontales del modelo experimental:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} d \\ \dot{d} \end{pmatrix} \tag{7.5}$$

El período de muestreo T se considera en todos los ensayos numéricos y experimentales descritos en el presente capítulo igual a 0.01 segundos:

$$T = 0.01 \ s.$$
 (7.6)

El valor anterior se elige preferentemente por razones de la instrumentación disponible en la SUNY.

El vector de salida  $\boldsymbol{y}$  introducido en (4.3) se toma igual al vector de estado  $\boldsymbol{x}$  eligiendo una matriz de salida  $\boldsymbol{H}$  igual a la identidad:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{I} \qquad \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} \tag{7.7}$$

El modelo predictivo definido en (4.4) se genera a partir de unas matrices  $\hat{A}, \hat{B}$  y

- 7.13 -

 $\hat{H}$  iguales a las consideradas en (4.1) y (4.2) para el sistema:

$$\hat{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{A} \qquad \hat{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{B} \qquad \hat{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{H} \tag{7.8}$$

La matriz de peso  ${\pmb Q}$  que interviene en (4.11) en la expresión de la función de coste J es

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{7.9}$$

Los valores de la matriz Q mostrados en (7.9) corresponden a una función de coste J que minimiza el desplazamiento d del sistema sin limitar los valores de la velocidad  $\dot{d}$  por ser nulo el elemento de dicha matriz que pertenece a su segunda fila y a su segunda columna.

La trayectoria de referencia se elige nula considerando una matriz de referencia  $A_r$  también nula:

$$A_r = 0$$
  $y_r(k+j | k) = 0$   $j = 1, ..., \lambda$  (7.10)

Las restantes magnitudes que definen el algoritmo de control predictivo toman valores distintos en cada experiencia de control. Dichas magnitudes son: el número de retardos del sistema  $n_r$ , el número de retardos del modelo predictivo  $\hat{n}_r$ , la longitud del horizonte de predicción  $\lambda$  y la matriz  $1 \times 1 R$  que pondera la influencia de las fuerzas de control en la función de coste J.

Los valores de los números de retardos del sistema  $n_r$  y del modelo predictivo  $\hat{n}_r$ varían entre 0 y 4 de acuerdo con las caracterícas del sistema de control implementado en la SUNY.

- 7.14 -

La longitud  $\lambda$  del horizonte de predicción toma distintos valores, de forma que el valor de  $\mu$  (introducido en (4.5)) pertenece al rango 0 - 10.

El coeficiente escalar R adopta distintos valores en cada ensayo de forma que se produzca una significativa limitación del valor de la fuerza de control  $u_0$ .

### 7.3 SIMULACION EN ORDENADOR DIGITAL DEL COMPORTAMIENTO DEL MODELO.

El proceso de control activo digital descrito en la figura 7.6 puede ser simulado en un ordenador digital sustituyendo la medición de la respuesta de la estructura por el cálculo numérico de la misma a partir de un modelo en tiempo discreto que represente el comportamiento dinámico del modelo experimental. En el capítulo 6 se indica un procedimiento en el que la estructura es modelizada mediante el algoritmo SSP descrito en el capítulo 4.

La ecuación diferencial que gobierna el movimiento del sistema es:

$$M\ddot{d}_0(t) + C\dot{d}_0(t) + Kd_0(t) = u_0(t) - Ma(t)$$
(7.11)

M, C y K son magnitudes escalares que representan la masa, amortiguamiento y rigidez del sistema y cuyo valor se indica en las expresiones (7.4). Los valores de  $d_0$ ,  $\dot{d}_0$  y  $\ddot{d}_0$  corresponden, respectivamente al desplazamiento, la velocidad y la aceleración relativos respecto de la base de cimentación,  $u_0$  es la fuerza de control ejercida por los cables y a(t) es la aceleración transmitida por la mesa vibratoria.

La simulación se desarrolla según el esquema mostrado en el capítulo 6 considerando el vector de estado x definido en (7.5) y el valor de T dado en (7.6).  $C_s$  es una matriz diagonal  $2 \times 2$  que contiene los factores de calibración de los sensores,  $C_a$  es una magnitud escalar que representa el factor de calibración del actuador y el valor del tiempo de respuesta  $\tau_r$  viene dado de forma aproximada en (7.4e).

Los valores de los parámetros que definen las características de implementación

del algoritmo SSP (descrito en el capítulo 3) para generar un cálculo preciso y estable se describen en cada experiencia numérica de acuerdo con las características de la excitación.

### 7.4 RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE SIMULACION NUMERICA.

El lazo cerrado de control descrito en el apartado 7.2 ha sido simulado en ordenador digital (de acuerdo con el esquema mostrado en el apartado 7.3) para realizar experiencias numéricas que permitan evaluar el rendimiento del algoritmo de control predictivo previamente a su implementación en tiempo real con el modelo experimental.

Los ensayos numéricos realizados han consistido en:

- a) Control de la estructura sometida a una excitación sísmica generada a partir del terremoto de EL CENTRO (California 1940).
- b) Control de la estructura sometida a acelerogramas sinusoidales de diferentes frecuencias para obtener espectros de la respuesta controlada.

En el subapartado 7.4.1 se detallan las experiencias numéricas con excitación sísmica y en el subapartado 7.4.2 se detallan las experiencias con acelerogramas sinusoidales.

Para analizar la efectividad del control, se determinan en cada ensayo con excitación por acelerograma sísmico o sinusoidal los valores de seis índices que resumen las características de la experiencia. En la relación que se muestra a continuación se describen dichos seis índices, el proceso que se sigue para determinar su valor a partir del esquema de simulación descrito en el apartado 7.3 y su significado en el análisis de la respuesta controlada:

- Desplazamiento máximo del sistema  $d_{0_{MAX}}$ . Puesto que al implementar la ecuación (7.11) se obtienen el desplazamiento y la velocidad en cada instante, es sencillo conocer el valor máximo del desplazamiento,  $d_{0_{MAX}}$ . Dicho valor es un índice fiable del daño producido a la estructura por la excitación puesto que las

tensiones internas máximas son proporcionales a  $d_{0_{MAX}}$ .

- Fuerza de control máxima  $u_{0_{MAX}}$ . Su valor se obtiene calculando la señal de control u(k) en cada instante a partir de la igualdad (5.6). Es importante conocer el valor de  $u_{0_{MAX}}$  para evaluar de forma aproximada la energía utilizada en el proceso de control. Por otra parte, la fuerza máxima  $u_{0_{MAX}}$  es un parámetro que limita la capacidad de control del sistema ya que el conjunto servoválvula-actuador es capaz de producir una diferencia máxima de tensión entre los cables (que corresponde, según (7.2) a un determinado valor de la fuerza de control) y no es capaz de superar dicho valor.
- Desplazamiento máximo del cilindro hidraúlico  $z_{0_{MAX}}$ . Conociendo en cada instante a partir de (7.3) el desplazamiento  $z_0$  del actuador respecto de su posición de equilibrio puede hallarse su desplazamiento máximo  $z_{0_{MAX}}$ . El valor de  $z_{0_{MAX}}$ representa un límite a las posibilidades de control del sistema puesto que si se supera el tope de recorrido libre del actuador, éste no puede continuar, coartando la acción de control deseada. En el apartado 7.7 se desarrolla este aspecto con mayor profundidad.
- Velocidad máxima del cilindro hidráulico  $\dot{z}_{0_{MAX}}$ . A partir del desplazamiento  $z_0$  del actuador puede hallarse en cada instante su velocidad  $\dot{z}_0$  por derivación numérica y conocer así su valor máximo  $\dot{z}_{0_{MAX}}$ . El valor de  $\dot{z}_{0_{MAX}}$  es también un parámetro que condiciona la capacidad de control de sistema puesto que el cilindro hidráulico (gobernado por una servoválvula y alimentado por un circuito a presión) es capaz de desarrollar una determinada velocidad lineal máxima y no puede superar dicha limitación. En el apartado 7.7 se analiza nuevamente esta limitación.
- Frecuencia propia de vibración del sistema controlado  $\omega'_0$ . En el apartado 4.3 se muestra como el comportamiento del sistema sometido a una excitación y a unas fuerzas de control calculadas según un algoritmo predictivo sin retardos se aproxima, cuando el período de muestreo T se hace cada vez más pequeño, a una evolución dinámica regida por las ecuaciones (4.27). A partir del valor de K' dado en (4.27b) se tiene el resultado

$$K' = K + D_1 \tag{7.12a}$$

y puede hallarse la frecuencia propia de vibración sin amortiguamiento del sistema controlado:

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{K'}{M}} = \sqrt{\frac{K+\hat{D}_1}{M}} \tag{7.12b}$$

El valor de  $\omega'_0$  (en comparación con  $\omega_0$ ) mide la rigidez de un sistema equivalente al que se asimila el sistema controlado de acuerdo con las especificaciones contenidas en el apartado 4.3.

- Fracción del amortiguamiento crítico del sistema controlado  $\nu'$ . En la expresión (4.27a) del apartado 4.3 se muestra el cálculo del amortiguamiento equivalente C' y, en el caso particular analizado en el presente capítulo, dicha expresión se convierte en

$$C' = C + \hat{D}_2 \tag{7.13a}$$

El valor de C' dado en (7.12a) permite obtener la fracción del amortiguamiento crítico  $\nu'$ :

$$\nu' = \frac{C'}{2 M \,\omega_0'} \tag{7.13b}$$

El valor de  $\nu'$  representa una medida del amortiguamiento artificial introducido en el sistema por efecto del control.

Los seis valores mencionados  $(d_{0_{MAX}}, u_{0_{MAX}}, z_{0_{MAX}}, \dot{z}_{0_{MAX}}, \omega'_0 y \nu')$  representan las magnitudes que caracterizan, en líneas generales, la respuesta de la estructura a una excitación cuando actúa el sistema de control.

Los valores de  $\omega'_0$  y  $\nu'$  no dependen de la excitación sino únicamente del algoritmo de control utilizado y la exactitud de su significado físico desciende notablemente cuando existe un tiempo de retardo en el lazo de control. Por estos motivos únicamente se calculan sus valores en las experiencias numéricas en las que no se consideran retardos.

### 7.4.1 Experiencias numéricas sísmicas.

Se describen en el presente subapartado experiencias de control en las que la excitación está producida por el acelerograma sísmico obtenido dividiendo por 4 las aceleraciones correspondientes a la componente N–S del terremoto de EL CENTRO (California 1940). En dicho acelerograma se considera una duración total de 20 segundos. En la figura 7.7 se muestra una representación gráfica de dicho acelerograma.

Para conocer las principales frecuencias contenidas en el acelerograma anterior se efectúa sobre el mismo una transformación discreta de Fourier que proporciona valores significativos en la semi-banda de Nyquist entre 0 y  $\pi/T = 25 Hz$ . En la figura 7.8 se representan los resultados en la parte de dicha banda comprendida entre 0 y 10 Hz en que las frecuencias tienen un peso apreciable.

La figura 7.8 muestra que las frecuencias contenidas en mayor proporción se encuentran en la banda comprendida entre 1 Hz y 2.5 Hz, quedando fuera de dicha banda la frecuencia natural  $f_0 = 3.468 Hz$  del sistema y no apareciendo fenómenos de resonancia especialmente graves. La figura 7.8 pone de manifiesto también que el contenido en frecuencias es suficientemente homogéneo. Por este motivo, y por la gran cantidad de ensayos efectuados con esta excitación sobre modelos equivalentes al aquí considerado, se utiliza esta excitación en las experiencias numéricas descritas en este subapartado.

El valor del período de muestreo T dado en (7.6) permite implementar de forma estable y precisa la simulación del proceso real mediante el algoritmo SSP. En la





aplicación de dicho procedimiento se toma un valor  $\varepsilon = 0.01$  del máximo error admisible en la norma de la matriz **A**. Eligiendo dicha cota máxima de error resultan los siguientes valores de los parámetros  $p \neq q$  introducidos en (3.29):

$$p = 3$$
  $q = 3$   $(m = 8 = 2^3)$  (7.14)

Los valores anteriores generan una matriz A con valores propios de módulo menor que la unidad ya que en la figura 3.4a el valor del cociente  $T/mT_0 = 0.004$  (siendo  $T_0 = 0.288 \ s$  el período natural del sistema) corresponde a un tramo horizontal de la curva perteneciente al caso definido por los valores de p y q considerados. Ello implica que el análisis es estable de forma externa y asintótica y grobal si no se considera la existencia de las fuerzas de control.

Una vez asegurado un análisis estable, se estudia la precisión del mismo en los dos



Figura 7.8 Transformada de Fourier del acelerograma de EL CENTRO(/4).

puntos en que pueden aparecer errores intrínsecos al algoritmo: cálculo aproximado de la matriz A e interpolación de la excitación. La figura 3.5g indica que para p = 3 y q = 3 el error en la amplitud al cabo de un ciclo completo de evolución libre a partir de un desplazamiento inicial unidad es totalmente inapreciable cuando  $T/T_0 = 0.035$ , lo cual se interpreta como un índice de la precisión en el cálculo de la matriz A. La figura 3.6 muestra que para el valor del cociente  $T/T_s = 0.015$  (siendo  $T_s = 0.667$  segundos, período predominante de la excitación) el error en la interpolación de la excitación (independiente de los valores de p y q) es prácticamente nulo.

Las experiencias numéricas descritas en el presente subapartado se diferencian entre sí por los valores de los siguientes parámetros:  $\lambda = longitud del horizonte de predicción.$ 

 $n_r = n$ úmero de retardos del sistema.

 $\hat{n}_r = n$ úmero de retardos considerados en el modelo predictivo.

R = factor de peso de la fuerza de control.

En las experiencias numéricas que se muestran a continuación se pretende analizar exhaustivamente la influencia de los parámetros anteriores en la calidad del control.

La primera prueba numérica consiste en someter a la estructura a la excitación sísmica en ausencia de control. En tal caso se permite que el actuador se mueva libremente sin ejercer ninguna acción de control sobre la estructura. Los resultados obtenidos pueden resumirse en los siguientes valores:

$$d_{0_{MAX}} = 0.00407 \ m \tag{7.15a}$$

$$z_{0_{MAX}} = 0.00329 \ m \tag{7.15b}$$

$$\dot{z}_{0_{MAX}} = 0.06789 \ m/s$$
 (7.15c)

 $u_{0_{MAX}}$  es nulo al no existir acción de control y  $\omega'_0$  y  $\nu'$  son iguales a los valores  $\omega_0$  y  $\nu$  correspondientes a la estructura no controlada y dados, respectivamente, en (7.4f) y (7.4c).

En la segunda prueba se impide totalmente el desplazamiento del actuador, creándose una situación de control pasivo idéntica a la que producirían los cables rígidamente fijados a la estructura en las poleas. Los resultados se resumen en:

$$d_{0_{MAX}} = 0.00263 \ m \tag{7.16a}$$
$$u_{0_{MAX}} = 2557. \ N \tag{7.16b}$$

- 7.22 -

En los primeros ensayos numéricos realizados con control activo, se toman nulos los valores de los parámetros  $n_r$ ,  $\hat{n}_r$  y R y se analizan las respuestas cuando  $\lambda$  varía entre 1 y 10. Se pretende poner de manifiesto la repercusión de  $\lambda$  en un caso en que no existen retardos y no se inhibe el valor de las fuerzas de control por ser R = 0. En la tabla 7.1 se representan los resultados obtenidos.

TABLA 7.1						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 0$ $R = 0$						
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$	$\omega_0'(rad/s)$	ν'
1	0.00004	2648.	0.00218	0.1246	141.83	0.703
<b>2</b>	0.00014	2704.	0.00218	0.0995	71.40	0.692
3	0.00030	2644.	0.00207	0.0781	48.12	0.672
4	0.00052	2503.	0.00191	0.0608	36.63	0.644
5	0.00077	2377.	0.00189	0.0487	29.87	0.608
6	0.00107	2238.	0.00192	0.0403	25.47	0.566
7	0.00139	2132.	0.00205	0.0444	22.44	0.517
8	0.00174	2064.	0.00234	0.0503	20.27	0.461
9	0.00210	2020.	0.00271	0.0580	18.69	0.401
10	0.00248	2037.	0.00321	0.0660	17.53	0.336

El análisis de los resultados incluidos en el tabla 7.1 muestra que el aumento del horizonte de predicción  $\lambda$  produce una acción de control menos enérgica con menor reducción de la respuesta y valores de las fuerzas de control ligeramente inferiores a los que aparecen para valores inferiores de  $\lambda$ . Este hecho puede interpretarse a partir de la función de coste J la cual, puesto que en todos los ensayos numéricos realizados en el presente subapartado se considera trayectoria de referencia nula, obedece a la siguiente expresión obtenida a partir de (4.11):

$$J = \frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{x}}(k+\lambda \mid k)^{t} \boldsymbol{Q} \,\hat{\boldsymbol{x}}(k+\lambda \mid k) + \frac{1}{2}\boldsymbol{u}(k)^{t} \,\boldsymbol{R} \,\boldsymbol{u}(k)$$
(7.17)

La minimización de J en cada instante de muestreo es el objetivo del control predictivo. El análisis de la expresión (7.17) pone de manifiesto el papel de  $\lambda$ : un

valor pequeño significa que se pretende minimizar la respuesta predicha (la cual se predice siempre de acuerdo con la evolución natural del sistema sin tener en cuenta la excitación ni el control) al cabo de un intervalo breve de tiempo, lo cual implica una acción de control enérgica. Por el contrario, un valor grande del horizonte de predicción  $\lambda$  representa un control más suave en el que se pretende la atenuación de la respuesta predicha al cabo de un horizonte más lejano.

El caso para  $\lambda = 1$  en la tabla 7.1 corresponde al control predictivo con período de muestreo  $T = 0.01 \ s$  más enérgico posible y, por dicho motivo se tiene la mayor reducción de la respuesta del sistema. Comparando el valor de los cocientes  $d_{0_{MAX}}/u_{0_{MAX}}$  entre el desplazamiento y la fuerza de control máximos para los 10 casos descritos en la tabla 7.1 se observa que la relación óptima se tiene para el caso  $\lambda = 1$ : ello puede interpretarse como un mejor rendimiento que se debe a un aprovechamiento más eficaz de las fuerzas de control gracias a que el cilindro hidráulico se desplaza con mayor amplitud y sobre todo con mayor velocidad tal como indican los valores de  $z_{0_{MAX}}$ y  $\dot{z}_{0_{MAX}}$ .

El análisis de las columnas de la tabla 7.1 correspondientes a  $\omega'_0$  y  $\nu'$  muestra que, al aumentar  $\lambda$ , el comportamiento del sistema controlado se asemeja al de un sistema natural (es decir, sin control) cada vez más flexible y menos amortiguado. Para valores de  $\lambda$  superiores a 7 la rigidez equivalente K' (definida en (7.12a)) es inferior a la rigidez K del sistema sin control, si bien el amortiguamiento C' definido en (7.13a) es muy superior al amortiguamiento del sistema sin control C. Puede afirmarse que, para los valores considerados en la tabla 7.1, los casos correspondientes a  $\lambda > 7$  representan un control excesivamente suave con un aprovechamiento poco eficaz de las fuerzas de control. En el caso  $\lambda = 10$  la reducción de la respuesta con respecto a la que se tiene con el control pasivo que ejercen los cables si se inmoviliza totalmente el actuador (respuesta máxima en (7.16a)) es prácticamente inapreciable.

El desplazamiento y la velocidad máximos del actuador  $(z_{0_{MAX}} \ y \ \dot{z}_{0_{MAX}})$ disminuyen cuando  $\lambda$  varía entre 6 y 10. Esta tendencia puede interpretarse como una consecuencia de la ineficacia del control para valores elevados de  $\lambda$  que hace que las evoluciones del actuador no se traduzcan en gran medida en una atenuación de la respuesta.

Los resultados de las experiencias descritas en la tabla 7.1 han permitido analizar algunas tendencias generales de la influencia de los valores de los parámetros (especialmente  $\lambda$ ) en las características del control, pero un análisis más realista debe considerar necesariamente el número de retardos existente y por ello las experiencias numéricas realizadas a partir de ahora incluyen un tiempo de retardo no nulo. Puesto que es difícil conocer con exactitud dicho intervalo de tiempo y por otras consideraciones similares incluidas en el apartado 7.1 se consideran diferentes valores de  $n_r$  y  $\hat{n}_r$ , contemplándose la posibilidad de que existan discrepancias entre el retardo real del sistema  $n_r$  y el valor  $\hat{n}_r$  asignado en el algoritmo de control.

En la tabla 7.2 se relacionan los resultados de una serie de experiencias numéricas similares a las contenidas en la tabla 7.1 pero considerándose ahora 2 retardos en el sistema experimental y en el algoritmo de control:

	TABLA 7.2						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 2$ $R = 0$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
1 2	0.00031 0.00053	4407.	0.00347 0.00268	$0.3051 \\ 0.1347 \\ 0.1347$			
3 4 5	0.00077 0.00106 0.00136	3208. 2836. 2541.	0.00233 0.00203 0.00189	0.0877 0.0594 0.0526			
6 7 8	$\begin{array}{c} 0.00167 \\ 0.00199 \\ 0.00232 \end{array}$	2300. 2132. 2017.	$0.00193 \\ 0.00227 \\ 0.00280$	$0.0527 \\ 0.0559 \\ 0.0614$			
9 10	$0.00263 \\ 0.00293$	1995. 2019.	$0.00334 \\ 0.00387$	$0.0678 \\ 0.0753$			

De acuerdo con las consideraciones expuestas en el apartado 4.3, el comportamiento del sistema controlado no puede asimilarse rigurosamente al de un sistema equivalente sin control cuando existen retardos y por dicha razón no se incluyen en la tabla 7.2 las dos columnas correspondientes a  $\omega'_0$  y  $\nu'$ .

El análisis de los datos contenidos en la tabla 7.2 permite elaborar conclusiones análogas a las ya expuestas a partir de la tabla 7.1 respecto de  $\lambda$  (o, equivalentemente de  $\mu$ ), lo cual puede comenzar a considerarse como una muestra de la generalizabilidad de las mismas. Los casos pertenecientes a  $\mu = 9$  y  $\mu = 10$  en la tabla 7.2, corresponden a un control absolutamente ineficaz puesto que el desplazamiento máximo del sistema es mayor incluso que el mostrado en (7.16a) en el caso del control pasivo ejercido por los cables inmóviles.

La comparación de las tablas 7.1 y 7.2 ilustra la influencia del tiempo de retardo: la aplicación a destiempo de las fuerzas de control convierte a éste en más ineficaz ofreciendo un menor rendimiento (mayor desplazamiento máximo) y obligando al actuador a desplazarse más y a mayor velocidad. Se puede interpretar esta observación con mayor profundidad si se analiza la expresión de la función de coste J dada en (7.17):

$$J = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{x}}(k+\mu+\hat{n}_r \,|\, k)^t \, \mathbf{Q}\,\hat{\mathbf{x}}(k+\mu+\hat{n}_r \,|\, k) + \frac{1}{2}\mathbf{u}(k)^t \, \mathbf{R}\,\mathbf{u}(k)$$
(7.18)

La minimización del funcional anterior es el objetivo del control predictivo. Si R = 0, (7.18) muestra que si el valor de la suma  $\mu + \hat{n}_r$  (igual a  $\lambda$  según (4.5)) se mantiene constante, la reducción de la respuesta controlada debe ser similar. La comparación de los valores de  $d_{0_{MAX}}$  en las tablas 7.1 y 7.2 confirma esta observación.

Por otra parte, a igualdad de  $\lambda = \mu + \hat{n}_r$  el aprovechamiento de las fuerzas de control es mejor en los casos en que  $\hat{n}_r$  es menor puesto que, de acuerdo con (4.10), en dicha situación la longitud del intervalo  $[k, k + \mu]$  en el que actúa la señal de control incógnita u(k) es mayor y ello permite una predicción de  $\hat{x}(k + \hat{n}_r + \mu | k)$  más fundamentada en dicho valor. Consecuencia de ello es que, a igualdad de  $\mu + \hat{n}_r$ aquellos casos en que  $\hat{n}_r$  es menor tienen menores fuerzas de control y menores valores del desplazamiento y velocidad del actuador. La comparación de dichos valores entre las tablas 7.1 y 7.2 confirma la anterior afirmación.

En las tablas 7.3 y 7.4 se presentan resultados numéricos semejantes a los mostrados en las tablas 7.1 y 7.2 aunque correspondientes ahora, respectivamente, a

TABLA 7.3						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 3$ $R = 0$						
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
1	0.00053	4986.	0.00378	0.3891		
2	0.00078	3848.	0.00277	0.1602		
3	0.00106	4179.	0.00227	0.0870		
4	0.00135	2855.	0.00192	0.0653		
5	0.00166	2502.	0.00178	0.0574		
6	0.00196	2235.	0.00214	0.0569		
7	0.00226	2068.	0.00266	0.0595		
8	0.00255	1979.	0.00317	0.0645		
9	0.00282	1966.	0.00366	0.0707		
10	0.00307	2089.	0.00410	0.0776		

	TABLA 7.4							
RES	<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 4$ $R = 0$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$				
1	0.00078	5326.	0.00387	0.4541				
$\begin{vmatrix} 2\\ 3 \end{vmatrix}$	0.00106 0.00135	4023. 3393.	0.00276 0.00205	0.1772 0.0960				
$\begin{vmatrix} 4\\5 \end{vmatrix}$	$0.00164 \\ 0.00193$	2841. 2430.	$0.00179 \\ 0.00204$	$\begin{array}{c} 0.0713 \\ 0.0624 \end{array}$				
$\begin{vmatrix} 6 \\ 7 \end{vmatrix}$	$0.00221 \\ 0.00248$	2158. 1980.	$0.00253 \\ 0.00303$	$0.0603 \\ 0:0625$				
8	0.00272	1924. 2010	0.00349	0.0667				
10	0.00313	2141.	0.00421	0.0783				
1 1								

retardos de 3 y 4 períodos de muestreo.

El análisis de las tablas 7.3 y 7.4 y la comparación entre ambas y las tablas 7.1 y 7.2 permiten confirmar todas las conclusiones ya enunciadas. Además, al aumentar el número de retardos, queda más evidente otra circunstancia que ya se apuntaba en las tablas 7.1 y 7.2: para valores elevados del horizonte de predicción  $\lambda$  los valores de  $z_{0_{MAX}}$  y  $\dot{z}_{0_{MAX}}$  invierten la tendencia a disminuir que parecían seguir al crecer  $\lambda$  y vuelven a

aumentar. La razón de este hecho parece radicar en la ineficacia de predecir respuestas al cabo de un horizonte excesivamente lejano, circunstancia agravada si las fuerzas se aplican a destiempo por existir retardos. Una consecuencia inmediata de esta conclusión es que carece de sentido tomar valores de  $\lambda$  tan grandes que produzcan aumentos del desplazamiento máximo  $z_{0_{MAX}}$  y de la velocidad máxima  $\dot{z}_{0_{MAX}}$  del actuador; por ejemplo, en la tabla 7.3 el control para  $\mu = 6$  puede afirmarse objetivamente que es mejor en todos los aspectos que el correspondiente a valores superiores de  $\mu$ .

En las tablas 7.5 y 7.6 se incluyen experiencias numéricas paralelas a las contenidas en la tabla 7.2, para dos valores distintos no nulos del factor de peso R. El objetivo de dichas experiencias es analizar la influencia que en el rendimiento del control predictivo tiene el dar un peso a la acción de control. El análisis de la expresión de la función de coste J en (7.17) muestra que un aumento del factor R se traduce en una disminución de u y, consecuentemente, en una acción de control menos enérgica con menor reducción de la respuesta.

TABLA 7.5							
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 2$ $R = 0.5 \ 10^{-13}$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
1	0.00486	1531.	0.00268	0.0609			
2	0.00195	1970.	0.00085	0.0239			
3	0.00155	2493.	0.00122	0.0401			
4	0.00144	2414.	0.00146	0.0447			
5	0.00152	2259.	0.00157	0.0474			
6	0.00169	2109.	0.00180	0.0503			
		TUND	11 10 17 1 8	11115/15			
7	0.00196	1001	0.00210	0.0040			
8	0.00198	1891.	0.00210	0.0602			

Los resultados contenidos en las tablas 7.5 y 7.6 justifican todas las afirmaciones anteriores si se exceptuan en la tabla 7.5 los casos correspondientes a  $\mu = 1, 2 \text{ y } 3 \text{ y}$ en la tabla 7.6 los correspondientes a  $\mu = 1 \text{ y } 2$  ya que en dichos casos al disminuir  $\mu$ ,  $d_{0_{MAX}}$  no disminuye sino que, por el contrario, aumenta. Además la fuerza de

	TABLA 7.6						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 2$ $R = 0.25 \ 10^{-13}$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
$     \begin{array}{c}       1 \\       2 \\       3 \\       4 \\       5 \\       6 \\       7 \\       8 \\       9 \\       10 \\     \end{array} $	$\begin{array}{c} 0.00361\\ 0.00156\\ 0.00122\\ 0.00124\\ 0.00140\\ 0.00168\\ 0.00199\\ 0.00230\\ 0.00260\\ 0.00293\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 2195.\\ 2822.\\ 2821.\\ 2629.\\ 2397.\\ 2202.\\ 2057.\\ 1952.\\ 1933.\\ 1999.\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00120\\ 0.00130\\ 0.00169\\ 0.00171\\ 0.00172\\ 0.00184\\ 0.00223\\ 0.00275\\ 0.00328\\ 0.00379\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.0263\\ 0.0481\\ 0.0510\\ 0.0501\\ 0.0499\\ 0.0514\\ 0.0552\\ 0.0607\\ 0.0673\\ 0.0748\end{array}$			

control disminuye en vez de aumentar. La interpretación de las situaciones anómalas anteriores puede obtenerse a partir de la expresión de la función de coste J en (7.17): si  $\lambda$  disminuye, la respuesta predicha  $\hat{x}(k + \hat{n}_r + \lambda | k)$  se parece más a la respuesta calculada x(k) (ya que se predice al cabo de un horizonte más próximo) y puesto que ésta es menor (el control es más estricto) el primer sumando de J tiene menos importancia relativa respecto del segundo. Ello significa que un valor de R que supone un control aceptable cuando  $\mu$  es mayor que 3, ejerce ahora un impedimento excesivo sobre las fuerzas de control, reduciendo en demasía su valor e impidiendo una acción efectiva de control. Para valores pequeños de  $\mu$  deben utilizarse valores de R también menores. En la tabla 7.7 se muestran experiencias numéricas en este sentido.

Las experiencias numéricas de la tabla 7.7 confirman que, para un determinado valor de  $\mu$ , una disminución de R permite un aumento de la fuerza de control, lo que corresponde a una acción de control más enérgica con una respuesta menor. El aumento de la fuerza  $u_0$  suele ir acompañado de un incremento del desplazamiento  $z_0$  y de la velocidad  $\dot{z}_0$  del actuador.

La tabla 7.7 también pone de manifiesto como, al disminuir  $\mu$ , el control es más sensible a las variaciones de R. Esta propiedad también puede constatarse al comparar las tablas 7.5 y 7.6.

	TABLA 7.7						
	<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_{\tau} = \hat{n}_{\tau} = 2$						
μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
$     1 \\     1 \\     1 \\     2 \\     2 \\     3 \\     3 \\     3     3     $	$\begin{array}{c} 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-14} \\ 0.50 \ 10^{-15} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-14} \end{array}$	0.00185 0.00120 0.00054 0.00098 0.00076 0.00057 0.00094 0.00094 0.00086 0.00078	2784. 3232. 3985. 4374. 3365. 3432. 3668. 3069. 3093. 3183.	$\begin{array}{c} 0.00096\\ 0.00190\\ 0.00299\\ 0.00330\\ 0.00212\\ 0.00241\\ 0.00269\\ 0.00206\\ 0.00220\\ 0.00230\\ \end{array}$	0.0358 0.0712 0.1689 0.2156 0.0729 0.0962 0.1248 0.0707 0.0787 0.0858		

Teniendo en cuenta los datos contenidos en las tablas 7.6 y 7.7 puede modificarse la tabla 7.5 utilizando para  $\mu = 1, \ldots, 4$  otros valores del parámetro R de forma que en las diez experiencias numéricas descritas en dicha tabla se mantenga un nivel parecido de atenuación de la acción de control con respecto a los casos mostrados en la tabla 7.2. Los valores de  $\mu$  y R elegidos son los siguientes:

 $\mu = 1 \qquad R = 0.10 \ 10^{-14}$  $\mu = 2 \qquad R = 0.50 \ 10^{-14}$  $\mu = 3 \qquad R = 0.10 \ 10^{-13}$  $\mu = 4 \qquad R = 0.25 \ 10^{-13}$  $\mu > 4 \qquad R = 0.50 \ 10^{-13}$ 

En las tablas 7.8 y 7.9 se muestran diferentes experiencias numéricas con 3 y 4 retardos, respectivamente, en las cuales se han considerado valores de R que atenúan la intensidad del control sin impedir en demasía el crecimiento de las fuerzas de control.

	TABLA 7.8						
	<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_{\tau} = \hat{n}_{\tau} = 3$						
μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
$1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10$	$\begin{array}{c} 0.10 \ 10^{-14} \\ 0.50 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00076\\ 0.00102\\ 0.00122\\ 0.00169\\ 0.00177\\ 0.00194\\ 0.00222\\ 0.00249\\ 0.00275\\ 0.00307\end{array}$	$\begin{array}{c} 4585.\\ 3706.\\ 3121.\\ 2411.\\ 2227.\\ 2042.\\ 1909.\\ 1843.\\ 1838.\\ 2054.\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00340\\ 0.00242\\ 0.00199\\ 0.00160\\ 0.00181\\ 0.00209\\ 0.00255\\ 0.00305\\ 0.00352\\ 0.00394 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.2200\\ 0.1013\\ 0.0711\\ 0.0491\\ 0.0509\\ 0.0544\\ 0.0583\\ 0.0628\\ 0.0704\\ 0.0762 \end{array}$		

	TABLA 7.9							
	<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 4$							
μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
$     \begin{array}{c}       1 \\       2 \\       3 \\       4 \\       5 \\       6 \\       7 \\       8 \\       9 \\       10 \\     \end{array} $	$\begin{array}{c} 0.10 \ 10^{-14} \\ 0.50 \ 10^{-14} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00101\\ 0.00129\\ 0.00147\\ 0.00193\\ 0.00199\\ 0.00217\\ 0.00242\\ 0.00266\\ 0.00287\\ 0.00312\\ \end{array}$	5024. 3804. 3157. 2313. 2098. 1943. 1820. 1785. 1883. 2087.	$\begin{array}{c} 0.00363\\ 0.00226\\ 0.00178\\ 0.00189\\ 0.00209\\ 0.00241\\ 0.00289\\ 0.00334\\ 0.00373\\ 0.00404 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.2600\\ 0.1076\\ 0.0780\\ 0.0510\\ 0.0538\\ 0.0565\\ \cdot & 0.0604\\ 0.0651\\ 0.0707\\ 0.0771\end{array}$			

Las tablas 7.8 y 7.9 justifican también todas las conclusiones enunciadas anteriormente.

En las tablas 7.10, 7.11 y 7.12 se muestran resultados de experiencias numéricas en las que se considera en el algoritmo de control un número de retardos  $\hat{n}_r$  distinto al que se considera en el modelo numérico del sistema,  $n_r$ . En las experiencias correspondientes a dichas tablas se considera un valor nulo del coeficiente R en la función de coste J.

	TABLA 7.10						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = 3$ $\hat{n}_r = 2$ $R = 0$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
1		respuesta	inestable				
2		respuesta	inestable				
3	0.00107	respuesta	inestable	0.0000			
4	0.00127	3383.	0.00224	0.0863			
5	0.00145	2822.	0.00195	0.0659			
6	0.00163	2437.	0.00192	0.0597			
7	0.00193	2170.	0.00219	0.0595			
8	0.00222	1994.	0.00268	0.0626			
9	0.00251	1932.	0.00317	0.0672			
10	0.00278	1935.	0.00364	0.0728			

	TABLA 7.11						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = 4$ $\hat{n}_r = 2$ $R = 0$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
$\frac{1}{2}$	respuesta inestable						
$\frac{1}{3}$		respuesta respuesta	inestable inestable				
5	0.00183	3671.	0.00263	0.1014			
6	0.00189	2655.	0.00238	0.0684			
7	0.00194	2207.	0.00237	0.0622 .			
8	0.00212	1964.	0.00255	0.0634			
9	0.00238	1867.	0.00300	0.0669			
10	0.00262	1848.	0.00338	0.0711			

Las respuestas inestables contenidas en las tablas 7.10, 7.11 y 7.12 se deben, evidentemente, a la diferencia entre el número de retardos real  $n_r$  y el supuesto  $\hat{n}_r$ . Queda de manifiesto además un aspecto ya analizado en el apartado 4.4: al aumentar el valor del horizonte de predicción  $\lambda$  disminuye la repercusión de la diferencia  $n_r - \hat{n}_r$ en el rendimiento del control. A ello se debe que las respuestas inestables aparezcan siempre para valores pequeños de  $\mu$  y que los valores contenidos en las tablas 7.2, 7.10 y 7.11 (las cuales difieren únicamente en el valor de  $n_r$ ) correspondientes al mismo valor

	TABLA 7.12						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = 4$ $\hat{n}_r = 3$ $R = 0$							
μ	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
1		respuesta inestable					
2		respuesta inestable					
3		respuesta inestable					
4	0.00154	3072.	0.00211	0.0771			
5	0.00171	2656. $0.00208$ $0.062$		0.0621			
6	0.00189	2280.	0.00217	0.0580			
7	0.00216	2040.	0.00253	0.0603			
8	0.00242	1916.	0.00301	0.0633			
9	0.00266	1880.	0.00345	0.0685			
10	0.00289	1962.	0.00384	0.0741			

de  $\mu$  difieran poco entre sí si éste es grande. Análoga afirmación puede hacerse cuando se comparan las tablas 7.3 y 7.12.

En las tablas 7.13, 7.14 y 7.15 se describen experiencias numéricas similares a las contenidas en las tablas 7.10, 7.11 y 7.12 pero con un valor no nulo de R para generar una acción de control menos enérgica en la que los valores de la fuerza de control están limitados por la influencia de R en J.

TABLA 7.13						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = 3$ $\hat{n}_r = 2$						
μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$	
$\frac{1}{2}$	$\begin{array}{c} 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \end{array}$	respuesta inestable				
$\overline{3}$	$0.10\ 10^{-13}$	0.00134	4601.	0.00307	0.1474	
4	$0.25 \ 10^{-13}$	0.00148	3024.	0.00184	0.0652	
<b>5</b>	$0.50 \ 10^{-13}$	0.00172	2509.	0.00183	0.0551	
6	$0.50 \ 10^{-13}$	0.00180	2215.	0.00199	0.0552	
7	$0.50 \ 10^{-13}$	0.00194	2019.	0.00222	0.0575	
8	$0.50 \ 10^{-13}$	0.00219	1874.	0.00259	0.0614	
0	$0.50 \ 10^{-13}$	0.00246	1824.	0.00307	0.0664	
9						

TABLA 7.14						
	<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = 4$ $\hat{n}_r = 2$					
μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	$\begin{array}{c} 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.25 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \\ 0.50 \ 10^{-13} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00193\\ 0.00197\\ 0.00205\\ 0.00214\\ 0.00236\\ 0.00259\end{array}$	respuesta respuesta respuesta 3653. 2532. 2035. 1847. 1769. 1755.	a inestable inestable inestable 0.00270 0.00237 0.00239 0.00255 0.00293 0.00334	0.1002 0.0648 0.0590 0.0621 0.0663 0.0704	

TABLA 7.15						
<b>RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA CONTROLADO</b> Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = 4$ $\hat{n}_r = 3$						
μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$	
$     \begin{array}{c}       1 \\       2 \\       3 \\       4 \\       5 \\       6 \\       7 \\       8 \\       9 \\       10 \\     \end{array} $	$\begin{array}{c} 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.10 \ 10^{-13} \\ 0.25 \ 10^{-13} \\ 0.50 $	$\begin{array}{c} 0.00149\\ 0.00178\\ 0.00197\\ 0.00202\\ 0.00213\\ 0.00238\\ 0.00262\\ 0.00282\end{array}$	respuesta respuesta 3330. 2910. 2343. 2073. 1886. 1794. 1769. 1857.	a inestable 0.00226 0.00208 0.00207 0.00221 0.00245 0.00291 0.00333 0.00271	$\begin{array}{c} 0.1112\\ 0.0662\\ 0.0529\\ 0.0546\\ 0.0576\\ 0.0623\\ 0.0677\\ 0.0722\end{array}$	

Los resultados de las tablas 7.13, 7.14 y 7.15 permiten ratificar las afirmaciones realizadas a partir de las tablas 7.10, 7.11 y 7.12. Además, en las tres tablas anteriores el número de respuestas inestables (para valores pequeños de  $\mu$ ) es menor que en las tablas 7.10, 7.11 y 7.12. Ello se debe a que el parámetro R no es nulo y por tanto las fuerzas de control  $u_0$  no evolucionan libremente y su valor disminuye (de forma más acusada si R es mayor) dificultando la aparición de una respuesta inestable ya que, en dicha situación, la fuerza de control crece sin límite. Incluso pueden lograrse

respuestas estables en alguna de las situaciones consignadas como inestables en las tres tablas anteriores si se aumentan los valores de R, aunque en dichos casos la restricción impuesta a la señal de control  $u_0$  es excesiva y la acción de control es demasiado suave llegando a la ineficacia.

Si se efectuan ensayos numéricos similares a los contenidos en las tablas 7.10, 7.11, 7.12, 7.13, 7.14 y 7.15 pero permutando los valores de  $n_r$  y  $\hat{n}_r$  (ello equivale, evidentemente, a considerar en el algoritmo de control un número de retardos  $\hat{n}_r$  superior al valor  $n_r$  considerado en el modelo numérico de la estructura), se obtienen resultados similares a los contenidos en dichas tablas aunque con dos rasgos distintivos importantes: el desplazamiento máximo es mayor y la fuerza de control es menor, de forma que la estabilidad es mayor ya que, modificando adecuadamente los valores de R, se logra que no exista ningún caso con respuesta inestable.

Una vez examinados los resultados de todos los ensayos numéricos mostrados en el presente subapartado se enuncian a título de resumen general las principales conclusiones que pueden deducirse de los mismos:

- Un aumento del horizonte de predicción  $\lambda$  supone una acción de control menos enérgica con menores fuerzas de control y mayor respuesta. Al aumentar  $\lambda$ , los valores de  $z_{0_{MAX}}$  y  $\dot{z}_{0_{MAX}}$  disminuyen inicialmente para volver a crecer cuando  $\mu$ se aproxima a 10.
- Para valores pequeños de  $\lambda$  (control intenso), el algoritmo es muy sensible a los valores de  $n_r$  y  $\hat{n}_r$  y a la diferencia entre ambos. Pueden aparecer inestabilidades a veces evitables tomando valores no nulos de R.
- Para diferentes valores de  $\lambda$  y  $\hat{n}_r$  tales que  $\mu$  +  $\hat{n}_r$  se mantiene constante, la respuesta máxima es similar. No obstante las fuerzas de control crecen al aumentar  $\hat{n}_r$  (siendo constante  $\mu$  +  $\hat{n}_r$ ). Un aumento de  $n_r$  o  $\hat{n}_r$  (manteniéndose invariables  $\mu$  y R) provoca un control más ineficaz con menor atenuación de la respuesta y mayores  $u_{0_{MAX}}$ ,  $z_{0_{MAX}}$  y  $\dot{z}_{0_{MAX}}$ .

- Un aumento de R supone una disminución de las fuerzas de control y por ello
un control menos enérgico con una respuesta mayor. Al disminuir  $\lambda$  debe hacerlo también R para mantener un mismo nivel de atenuación del control. Para valores muy pequeños de  $\mu$  el resultado del control es muy sensible a pequeñas variaciones de R.

Los aspectos más esenciales de las conclusiones anteriores son dos: un aumento del valor de los parámetros  $\lambda$  y R implica una acción de control más suave y, para evitar fenómenos de inestabilidad en el control, es conveniente no elegir unos valores de  $\lambda$  y R que generen un control excesivamente enérgico.

## 7.4.2 Espectros de respuesta.

Las conclusiones formuladas en el subapartado anterior han sido elaboradas a partir de una única excitación: el acelerograma EL CENTRO/4 descrito en la figura 7.7. Ello supone una notable limitación puesto que, si bien el espectro de frecuencias contenido en dicho acelerograma es bastante amplio tal como muestra la figura 7.8, no abarca de forma uniforme una gama completa de frecuencias y, por otra parte, en las repuestas dinámicas obtenidas no es posible discriminar la influencia de cada frecuencia por separado.

Por dichos motivos se analiza en el presente subapartado la respuesta del sistema controlado frente a excitaciones sinusoidales de amplitud constante y cuya frecuencia varía de forma continua entre límites fijos para generar espectros de respuesta de la estructura controlada.

Las primeras experiencias numéricas realizadas comparan la respuesta del sistema sin control y la del sistema controlado de forma pasiva por los cables inmóviles (cuando se impide cualquier movimiento del cilindro hidráulico) si se somete a ambos a varios acelerogramas sinusoidales de frecuencias comprendidas entre 1 rad/s y 41 rad/s(0.15 Hz y 6.53 Hz). La amplitud de los acelerograms es siempre constante e igual a 0.981 m/s, es decir 0.1 veces la aceleración de la gravedad g. La duración de la excitación se elige de forma que abarque en cada caso 10 ciclos completos del acelerograma sinusoidal.

En la figura 7.9 se comparan los espectros de respuesta máxima (en desplazamientos  $d_{0_{MAX}}$ ) del sistema sin control y con el control pasivo ejercido por los cables inmóviles.

En las expresiones (7.15a) y (7.16a) se muestra el desplazamiento máximo del sistema cuando se le somete a la excitación del acelerograma EL CENTRO/4 en los casos en que no existe control y en que éste es ejercido de forma pasiva por los cables inmóviles. Teniendo en cuenta el contenido en frecuencias de la excitación mostrado en la figura 7.8, las curvas representadas en la figura 7.9 permiten confirmar (y aún generalizar) las conclusiones derivadas de la comparación entre los resultados contenidos en (7.15a) y



Figura 7.9 Espectros de respuesta máxima  $(d_{0_{MAX}})$ .

(7.16a): en la banda de frecuencias predominante en la excitación (limitada de forma aproximada entre 6.25 y 15.75 rad/s) la curva de respuesta máxima correspondiente al control pasivo es constantemente inferior a la correspondiente al caso sin control; la proporción entre ambos es sensiblemente igual a la existente entre los valores contenidos en (7.15a) y (7.16a) lo cual configura un cuadro general coherente.

La comparación global entre las curvas de la figura 7.9 muestra dos rasgos fundamentales: aumento de la frecuencia natural de resonancia en el control pasivo y disminución en dicha situación de la respuesta máxima. Ello obedece a las características generales del control pasivo ya mencionadas en el capítulo 1. Es evidente que la eficacia del control pasivo depende de la frecuencia máxima esperada de la excitación ya que para excitaciones con amplio contenido de frecuencias en torno a 28 rad/s la respuesta puede ser mayor con control pasivo que sin él. En un intento de obviar este tipo de inconvenientes ha sido propuesto el control activo de estructuras tal como se comenta en el apartado 1.1.

- 7.38 -

### Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio

Las experiencias numéricas cuyos resultados se resumen en las figuras 7.10 se refieren al control del sistema en los casos comtemplados en la tabla 7.1 correspondientes a  $n_r = \hat{n}_r = 0$ , R = 0 y distintos valores de  $\lambda$ . En las figuras 7.10 se muestran diversas características de la respuesta al mismo tipo de excitación sinusoidal considerada en la figura 7.9.

En la figura 7.10a se representan los espectros de respuesta máxima en desplazamientos. Es decir, para cada excitación sinusoidal de una determinada frecuencia, se indican los máximos desplazamientos  $d_{0_{MAX}}$  sufridos por el sistema en cada caso de control, correspondiendo cada uno de dichos casos a un valor de  $\lambda$ .

Las gráficas contenidas en la figura 7.10a confirman las conclusiones elaboradas a partir de los datos de la tabla 7.1 e incluso permiten generalizarlas fuera de la banda de frecuencias predominante en el acelerograma EL CENTRO/4.

Los "picos" que aparecen en las curvas pertenecientes a valores elevados del horizonte de predicción  $\lambda$  corresponden a las frecuencias de resonancia representadas en la tabla 7.1. Por ejemplo, la frecuencia de resonancia en el caso  $\lambda = 10$  es:

$$\omega_c' = \omega_0' \sqrt{1 - \nu'^2} = 17.53 \sqrt{1 - 0.336^2} = 16.51 \ rad/s$$

El valor anterior coincide sensiblemente con la frecuencia correspondiente al valor máximo de la curva perteneciente al caso  $\lambda = 10$ .

A pesar de los picos que aparecen en la figura 7.10a, el desplazamiento máximo es notablemente inferior al que corresponde al caso sin control tal como muestra la figura 7.10b en la que se comparan las curvas de las figuras 7.9 y 7.10a; se observa que únicamente en un margen de frecuencias muy estrecho y para valores muy elevados de  $\lambda$ el control puede ser desfavorable por proporcionar una respuesta mayor que en el caso sin control.

En la figura 7.10c se dibujan las curvas que representan la fuerza máxima de control  $u_{0_{MAX}}$  para cada excitación sinusoidal y cada valor de  $\lambda$ .



Figura 7.10a Espectros de respuesta máxima  $(d_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 0$ y R = 0.



Figura 7.10b Espectros de respuesta máxima con y sin control  $(d_{0_{MAX}})$ para  $n_r = \hat{n}_r = 0$  y R = 0.

### Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio

Del análisis de las gráficas contenidas en la figura 7.10c surge inmediatamente la confirmación de todas las conclusiones enunciadas a partir de la tabla 7.1.

Es remarcable que la reducción de las fuerzas de control al aumentar  $\lambda$  no es tan importante como el aumento de la respuesta. En las curvas correspondientes a valores elevados de  $\lambda$ , aparecen picos semejantes a los detectados en la figura 7.10a, lo cual llega a invertir (en las proximidades de la frecuencia de resonancia) la tendencia de las fuerzas de control a disminuir al aumentar el horizonte de predicción  $\lambda$ .

En la figura 7.10d se dibujan las curvas de desplazamiento máximo  $z_{0_{MAX}}$  del actuador (cilindro hidráulico) para cada frecuencia sinusoidal de excitación y para cada valor de  $\lambda$ . Las gráficas de la figura 7.10d tienen un aspecto similar a las representadas en la figura 7.10c aunque con una mayor acusación de los rasgos extremos, en particular el crecimiento para valores elevados de  $\lambda$  especialmente en las proximidades de las frecuencias de resonancia. Ello se interpreta como una consecuencia del efecto de arrastre producido por el mayor desplazamiento horizontal del modelo (tal como ilustra la figura 7.5).

En la figura 7.10e se muestran las velocidades máximas del actuador para cada frecuencia y cada valor de  $\lambda$ . Puesto que la velocidad  $\dot{z}_{0_{MAX}}$  del cilindro hidráulico se obtiene por derivación numérica a partir de su desplazamiento, las curvas de la figura 7.10e se asemejan a las de la figura 7.10d aunque se observan ampliaciones de algunas irregularidades.

En la figura 7.10f se incluyen las mismas curvas que en 7.11e suprimiendo el caso  $\lambda = 1$  para permitir una mayor discriminación al modificarse la escala vertical.

En las figuras 7.11a hasta 7.11f se dibujan curvas análogas a las contenidas en las figuras 7.10 aunque correspondientes ahora a los casos descritos en la tabla 7.2 con la existencia de retados:  $n_r = \hat{n}_r = 2$  períodos de muestreo.

Las figuras 7.11 confirman y generalizan las conclusiones derivadas de las tablas 7.1 y 7.2 y de las figuras 7.10. En la figura 7.11g se compara la respuesta del sistema sin control y sometido al control más intenso posible cuando existen 2 retardos (caso



Figura 7.10c Fuerzas de control máximas  $(u_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 0$  y R = 0.



Figura 7.10d Desplazamientos máximos del actuador  $(z_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 0$  y R = 0.

- 7.44 -



Figura 7.10e Velocidades máximas del actuador  $(\dot{z}_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 0 \ y \ R = 0.$ 



Figura 7.10f Velocidades máximas del actuador (ampliación)  $(\dot{z}_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 0$  y R = 0.

- 7.46 -



Figura 7.11a Espectro de respuesta máxima  $(d_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2$ y R = 0.

- 7.47 -



Figura 7.11b Espectros de respuesta máxima con control y sin control  $(d_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2$  y R = 0.

- 7.48 -



Figura 7.11c Fuerzas de control máximas  $(u_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 y$ R = 0.



Figura 7.11d Desplazamientos máximos del actuador  $(z_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 \ y \ R = 0.$ 

- 7.50 -



Figura 7.11e Velocidades máximas del actuador  $(\dot{z}_{0MAX})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 \ y \ R = 0.$ 



Figura 7.11f Velocidades máximas del actuador (ampliación)  $(\dot{z}_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 \ y \ R = 0.$ 

- 7.52 -

#### Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio

correspondiente a  $\mu = 1$  en la tabla 7.2) ampliando el intervalo de frecuencias consideradas hasta abarcar entre 1 y 151 rad/s (0.15 – 24 Hz). De esta forma se comprueba la ausencia de picos de resonancia en la respuesta controlada dentro de un rango de frecuencias que abarca ampliamente el que presenta interés en ingeniería sísmica. Es remarcable el hecho de que para frecuencias superiores a 15 Hz el control no supone una reducción apreciable de la respuesta.

En las figuras 7.12 se incluyen diferentes características de la respuesta del sistema a excitaciones sinusoidales en los casos de control incluidos en la tabla 7.5 para  $n_r = \hat{n}_r = 2$  y un factor de peso  $R = 0.5 \ 10^{-13}$ .

Las figuras 7.12 confirman los resultados contenidos en la tabla 7.5. En particular se observan las peculiaridades de los casos correspondientes a  $\mu = 1, 2, 3$  puesto que aparecen tres picos de resonancia, el primero de los cuales ( $\mu = 1$ ) tiene una altura importante tal como señalan las figuras 7.12a y 7.12c.

La comparación de las figuras 7.10, 7.11 y 7.12 con las tablas 7.1, 7.2 y 7.5, permite extraer una importante conclusión no formulada en el subapartado 7.4.1 a partir de los resultados allí contenidos. Dicha conclusión afirma que los casos de control aparentemente ineficaz por proporcionar respuestas máximas mayores que la correspondiente al control pasivo dada en (7.16a) (casos para  $\mu = 9$  y  $\mu = 10$  en la tabla 7.5), no son ineficaces sino que son perfectamente útiles para reducir notablemente la respuesta de la estructura en las proximidades de las frecuencias de resonancia sin control o con control pasivo (mostradas ambas en la figura 7.9) puesto que en dichos casos las curvas de desplazamiento máximo no presentan (en las figuras 7.11a, 7.11b, 7.12a, 7.12b y 7.12c) picos de intensidad comparable a la del caso sin control o con control pasivo.

Si se dibujan gráficas similares a las anteriores para todos los casos de control analizados en las tablas contenidas en el subapartado 7.4.1, se dispone de un conjunto exhaustivo de curvas que permiten el diseño de un algoritmo de control capaz de reducir la respuesta de un sistema ubicado en una zona sísmica concreta de la que se espera una excitación conteniendo frecuencias comprendidas en determinado rango. Conociendo las frecuencias extremas de la excitación se determina la respuesta en dicho intervalo a



Figura 7.11g Comparación de espectros de respuesta  $d_{0_{MAX}}$  para  $n_{\tau} = \hat{n}_{\tau} = 2 \ y \ R = 0$  con intervalo amplio de frecuencias.



Capítulo 7

Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio

Figura 7.12a Espectro de respuesta máxima  $(d_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2$ y  $R = 0.535 \ 10^{-13}$ .



Figura 7.12b Espectros de respuesta máxima (ampliación)  $(z_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 \ y \ R = 0.535 \ 10^{-13}$ .

- 7.56 -



Figura 7.12c Espectros de respuesta máxima con control y sin control  $(d_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2$  y  $R = 0.535 \ 10^{-13}$ .



Figura 7.12d Fuerzas de control máximas  $(u_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 y$  $R = 0.535 \ 10^{-13}$ .



Figura 7.12e Desplazamientos máximos del actuador  $(z_{0_{MAX}})$  para  $n_{\tau} = \hat{n}_{\tau} = 2 \ y \ R = 0.535 \ 10^{-13}.$ 



Figura 7.12f Velocidades máximas del actuador  $(\dot{z}_{0_{MAX}})$  para  $n_r = \hat{n}_r = 2 \ y \ R = 0.535 \ 10^{-13}$ .

- 7.60 -



# Figura 7.12g Velocidades máximas del actuador (ampliación) $(\dot{z}_{0_{MAX}})$ para $n_r = \hat{n}_r = 2 \ y \ R = 0.535 \ 10^{-13}$ .

- 7.61 -

partir de la figuras correspondientes a los parámetros elegidos para definir el algoritmo de control predictivo.

# 7.5 RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al implementar el algoritmo de control predictivo (descrito en el capítulo 4 y en el apartado 2 del presente capítulo) en el sistema de control activo de la estructura experimental descrita en el apartado 7.1 [3]. El período de muestreo que gobierna el lazo de control digital es T = 0.01 s.

Los ensayos se ordenan en dos grupos, de acuerdo con la excitación utilizada: acelerograma en forma de ruido blanco y acelerograma sísmico EL CENTRO/4. Los resultados de las experiencias del primer tipo se describen y analizan en el subapartado 7.5.1 y las del segundo tipo en el 7.5.2.

### 7.5.1 Excitación con ruido blanco.

Se somete la base rígida del modelo experimental a una aceleración horizontal (suministrada por la mesa de vibraciones) en forma de ruido blanco conteniendo frecuencias en la banda limitada entre 0 y 10 Hz. Se efectúan un total de 17 ensayos de control predictivo con dicha excitación. El algoritmo de control predictivo difiere en cada caso por los valores del horizonte de predicción  $\lambda$  y del factor de peso en la fuerza de control R.

Dado que el ruido blanco contiene todas las frecuencias en igual proporción, dicha excitación es útil para analizar el efecto del control en el campo de la frecuencia. Para ello se determina el cociente entre las transformadas de Fourier de las aceleraciones de respuesta y de excitación que define la función de transferencia entre ambas y representa el factor de amplificación o reducción en la aceleración controlada en función de la frecuencia.

En cada caso, la gráfica que representa la función de transferencia mencionada en el párrafo anterior presenta un máximo más o menos acusado. En la tabla 7.16 se muestran,

en funci'on de los valores de los parámetros  $\mu$  y R que definen cada experiencia, la frecuencia  $f_{0_{MAX}}$  correspondiente al máximo de la función de transferencia y el valor de dicho máximo,  $H_{0_{MAX}}$ .

TABLA 7.16 EXPERIENCIAS DE CONTROL CON RUIDO BLANCO						
1	sin control		3.52	154.0		
2	1	$0.185 \ 10^{-13}$	4.08	38.5		
3	2	$0.739 \ 10^{-13}$	4.08	20.3		
4	3	$0.924 \ 10^{-13}$	4.32	6.1		
5	3	$1.848 \ 10^{-13}$	3.92	13.4		
6	4	$1.294 \ 10^{-13}$	4.32	4.5		
7	4	$1.848 \ 10^{-13}$	3.92	6.2		
8	5	$3.696 \ 10^{-13}$	3.76	8.1		
9	6	$0.924 \ 10^{-13}$	5.12	7.2		
10	6	$3.696 \ 10^{-13}$	3.76	5.9		
11	7	0	3.76	2.7		
12	7	$1.848 \ 10^{-13}$	3.76	3.4		
13	7	$3.696 \ 10^{-13}$	3.68	4.6		
14	7	$7.392 \ 10^{-13}$	3.60	8.4		
15	7	$11.088 \ 10^{-13}$	3.60	10.0		
16	8	0	3.68	3.2		
17	9	0	3.68	4.2		

Los resultados de la tabla 7.16 indican una notable reducción de la respuesta mediante el control predictivo, ya que los factores de amplificación  $H_{0_{MAX}}$  son notablemente inferiores en los ensayos con control. Esta circunstancia justifica ampliamente la eficacia del algoritmo de control predictivo y del sistema de control mediante cables activos. Esta constatación es doblemente importante al hacerse a partir de datos experimentales.

En la figura 7.13 se muestra la función de transferencia en el ensayo 1 (sin control) para las frecuencias de excitación contenidas en el ruido blanco.

En las figuras 7.14 y 7.15 se representan gráficamente funciones de transferencia correspondientes a los ensayos con control predictivo contenidos en la tabla 7.16.



Figura 7.13 Función de transferencia de la aceleración en ausencia de control.

Un análisis comparativo de las figuras 7.14 y 7.15 confirma, a partir de resultados experimentales, todas las afirmaciones realizadas en el apartado 7.4.1 sobre la influencia de los valores de  $\lambda$  y R en las características del control: a igualdad de  $\lambda$ , un incremento de R produce una aceleración de respuesta mayor (es decir, una acción de control menos enérgica) y, a igualdad de R, un valor mayor de  $\lambda$  corresponde a una aceleración también



Figura 7.14 Función de transferencia de la aceleración en presencia de control. Ensayos 2 a 9.



Figura 7.15 Función de transferencia de la aceleración en presencia de control. Ensayos 10 a 17.

mayor. La comparación entre las gráficas de la figura 7.13 por un lado (correspondiente a un ensayo sin control) y las figuras 7.14 y 7.15 por otro (correspondientes a ensayos con control predictivo) muestran que la reducción de la respuesta es muy importante, especialmente en las proximidades de la frecuencia de resonancia.

# 7.5.2 Excitación sísmica.

Con cada una de las formulaciones del algoritmo de control predictivo correspondientes a los ensayos experimentales descritos en el subapartado 7.5.1 se han realizado nuevas experiencias de determinación de la respuesta sustituyendo la excitación aleatoria del ruido blanco por la acción sísmica del acelerograma EL CENTRO/4 (figuras 7.7 y 7.8). En los casos en que la acción de control es más enérgica se han exigido al actuador unas prestaciones que exceden su capacidad de respuesta y dichas experiencias no han podido ser llevadas a cabo debido a las características de las instalaciones disponibles en la SUNY.

Se dispone de un total de 10 ensayos que difieren entre sí por los valores de los parámetros  $\mu$  y R que definen el algoritmo de control predictivo. Además, si bien el acelerograma de excitación introducido al ordenador es siempre el mismo, la aceleración que excita efectivamente al sistema no es exactamente la misma en todos los casos y ello introduce otra diferenciación entre los 10 ensayos cuya influencia no es despreciable.

En la tabla 7.17 se numeran las experiencias y se muestran los valores de  $\mu$ , R,  $a_{0_{MAX}}$  y  $a_{0_{RMS}}$  que los caracterizan. En dicha tabla  $a_{0_{MAX}}$  es el valor máximo de la aceleración máxima de excitación y  $a_{0_{RMS}}$  es el valor medio cuadrático de dicha aceleración.

En el diseño del algoritmo de control se ha considerado un número de retardos igual a dos períodos de muestreo, es decir:

 $\hat{n}_r = 2$ 

TABLA 7.17 EXPERIENCIAS DE CONTROL CON EXCITACION SISMICA						
$     \begin{array}{c}       1 \\       2 \\       3 \\       4 \\       5 \\       6 \\       7 \\       8 \\       9 \\       10 \\       10 \\       \end{array} $	1 2 3 5 6 7 7 7 9	in control $0.185 \ 10^{-13}$ $0.739 \ 10^{-13}$ $1.848 \ 10^{-13}$ $3.696 \ 10^{-13}$ $3.696 \ 10^{-13}$ $3.696 \ 10^{-13}$ $7.392 \ 10^{-13}$ $11.088 \ 10^{-13}$ 0	$\begin{array}{c} 0.715\\ 0.764\\ 0.715\\ 0.735\\ 0.735\\ 0.725\\ 0.693\\ 0.755\\ 0.764\\ 0.735\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.163\\ 0.164\\ 0.163\\ 0.164\\ 0.164\\ 0.163\\ 0.163\\ 0.163\\ 0.163\\ 0.163\\ 0.162\\ \end{array}$		

En las figuras desde 7.16 hasta 7.25 se muestran gráficos completos de la historia temporal de la respuesta en desplazamientos y aceleraciones para los 10 ensayos experimentales de la tabla 7.16. En los casos en que existe control (ensayos  $2, \ldots, 10$ ) se muestra también la historia de la fuerza de control.

Aunque los diez casos anteriores corresponden a acciones de control poco enérgicas, en todos ellos se observa una significativa reducción de la respuesta con respecto al caso sin control (ensayo 1). Ello constituye una nueva prueba de la eficiencia del control predictivo y de la utilidad del tipo de actuador considerado para aplicar las fuerzas de control sobre la estructura.



Figura 7.16 Respuesta experimental en ausencia de control (caso 1).

# 7.6 COMPARACION ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULADOS.

Una propiedad importante que debe verificarse al hacer ensayos experimentales es la reproducibilidad de los resultados. Dicha reproducibilidad es la que permite validar las conclusiones que puedan extraerse de dichos resultados y extrapolarlas a diferentes



Figure 7.17 Respuesta experimental para  $\mu = 1$  y  $R = 0.1848 \ 10^{-13}$  (caso 2).

Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio



Figura 7.18 Respuesta experimental para  $\mu = 2 y R = 0.7392 \ 10^{-13}$  (caso 3).


Figura 7.19 Respuesta experimental para  $\mu = 3 \ y \ R = 1.848 \ 10^{-13}$ . (caso 4).

- 7.72 -



Figura 7.20 Respuesta experimental para  $\mu = 5 y R = 3.696 \ 10^{-13}$  (caso 5).





(seg)

. と

.



Figura 7.22 Respuesta experimental para  $\mu = 7 \ y \ R = 3.696 \ 10^{-13}$  (caso 7).



Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio

Figura 7.23 7.392 10-13 Respuesta experimental para  $\mu$  = 7 y R= (caso 8).

10 12 t(seg)

14

16

18

20

22

24 -

O

2

4

6

8

Capítulo 7



Figura 7.24 Respuesta experimental para  $\mu = 7 \ y \ R = 11.088 \ 10^{-13}$  (caso 9).



Figura 7.25 Respuesta experimental para  $\mu = 9 y R = 0$  (caso 10).

situaciones experimentales. Con este fin se han intentado simular en el ordenador las 10 experiencias de control predictivo con excitación sísmica descritas en la tabla 7.17 para comparar los resultados numéricos con los obtenidos en el laboratorio.

La simulación numérica se ha llevado a cabo utilizando el procedimiento descrito en el apartado 7.4 para representar el comportamiento del lazo de control completo. La respuesta se ha calculado mediante el algoritmo de simulación definido por la ecuación (6.10). Para el cálculo de las matrices que aparecen en (6.10) se han utilizado los parámetros identificados de la estructura definidos en (7.4). En dicho cálculo se han utilizado valores de los parámetros  $\varepsilon$ ,  $p \ge q$  del algoritmo SSP que permiten un cálculo estable y preciso.

Se ha considerado un número de retardos en el lazo de control  $n_r = 3$  períodos de muestreo. La razón de fijar este valor está en que 3 es el número entero que mejor se aproxima al tiempo total de retardo entre la señal de medida de la respuesta y la acción de control. En efecto, según estimaciones realizadas en trabajos previos [2], existe un retardo de aproximadamente 0.02 s debido al sistema servoválvula-actuador; además un retardo adicional de 0.01 s que es el tiempo invertido por el sistema ordenadorconvertidores para el muestreo de la señal de la medida, el cálculo de la acción de control y su conversión en una señal analógica. Existe un desfase más, correspondiente al tiempo invertido por los sensores, concretamente en la determinación de la velocidad de respuesta que se hace por derivación analógica. Este desfase extra no se incluye en el valor  $n_r = 3$ .

En la tabla 7.18 se muestran los resultados de las experiencias numéricas que simulan los ensayos reales de la tabla 7.17.

En cada caso se utiliza el mismo acelerograma de excitación que actuó realmente en la experiencia, de acuerdo con los datos contenidos en la citada tabla 7.17.

En las figuras 7.26 a 7.33 se comparan los resultados experimentales descritos en el apartado 7.5 con los numéricos contenidos en la tabla 7.17 superponiéndose las correspondientes gráficas de la historia temporal de la respuesta en un solo dibujo.

TABLA 7.18						
SIMU	ULACIO	N NUMERICA	DE LOS EN $r = 3$ $\hat{n}_r =$	SAYOS EX	(PERIME)	NTALES
Ensayo	μ	R	$d_{0_{MAX}}(m)$	$f_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	s 1 2 3 5 6 7 7 7 9	in control $0.185 \ 10^{-13}$ $0.739 \ 10^{-13}$ $1.848 \ 10^{-13}$ $3.696 \ 10^{-13}$ $3.696 \ 10^{-13}$ $3.696 \ 10^{-13}$ $7.392 \ 10^{-13}$ $11.088 \ 10^{-13}$ 0	$\begin{array}{c} 0.00428\\ 0.00280\\ 0.00286\\ 0.00248\\ 0.00239\\ 0.00233\\ 0.00273\\ 0.00273\\ 0.00289\\ 0.00251\end{array}$	respuesta 2198. 1887. 1472. 1447. 1409. 1183. 1001. 1918.	- inestable 0.00105 0.00147 0.00187 0.00210 0.00228 0.00246 0.00252 0.00318	$\begin{array}{c} -\\ 0.0283\\ 0.0358\\ 0.0397\\ 0.0443\\ 0.0493\\ 0.0480\\ 0.0501\\ 0.0660\end{array}$

La concordancia entre los datos medidos y calculados es, en general, muy buena. Las mayores discrepancias se dan en los casos 2 y 3 y pueden explicarse por la mayor sensibilidad del algoritmo de control a los errores en la estimación del número de retardos cuando  $\mu$  es pequeño (tal como se indica en el apartado 7.4). Al aumentar  $\mu$  la coincidencia es cada vez mayor. Para un mismo ensayo siempre se observan las mayores diferencias entre las curvas que corresponden a la aceleración, lo cual se debe a que en la simulación mediante el algoritmo SSP la aceleración de respuesta se determina por derivación numérica según (3.9).

Las respuestas medidas y calculadas nunca coinciden exactamente y existen diferentes motivos que justifican las diferencias (además de las ya comentadas en el párrafo anterior); entre ellas pueden considerarse las siguientes:

- La modelización del sistema no es exacta, es decir, el comportamiento dinámico no es perfectamente lineal ni elástico y el valor de los parámetros M, C y Kobtenidos mediante ensayos de identificación puede contener imprecisiones.
- Los sensores que registran las diferentes magnitudes que intervienen en el proceso introducen en el mismo errores de medida y un tiempo de retardo.
- Los cálculos realizados en ordenador digital no son absolutamente exactos.

Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio





Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio Capítulo 7

Mms Mms Mms Mms 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.0 13.5 14.0 14.5 15.0 15.5 16.0 16.5 17.0 17.5 18.0 18.5 19.0 19.5 20.0 (seq) Ang Margan Margan Margan 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.0 13.5 14.0 14.5 15.0 15.5 16.0 16.5 17.0 17.5 18.0 18.5 19.0 19.5 20.0 (seg) ManManman 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.0 13.5 14.0 14.5 15.0 15.5 16.0 16.5 17.0 17.5 18.0 18.5 19.0 19.5 20.0 seg)

Figura 7.27 Comparación de respuestas experimental y simulada para  $\mu = 3 \ y R = 1.848 \ 10^{-13} \ (caso 4).$ 

- 7.82 -







Figura 7.29 Comparación de respuestas experimental y simulada para  $\mu = 6 \ y R = 3.696 \ 10^{-13}$  (caso 6).





Figura 7.30 Comparación de respuestas experimental y simulada para  $\mu = 7 \ y R = 3.696 \ 10^{-13}$  (caso 7).

Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio







c isel

Figura 7.32 Comparación de respuestas experimental y simulada para  $\mu = 7 \ y R = 11.088 \ 10^{-13} \ (caso \ 9).$ 

Capítulo 7 Control digital predictivo de un modelo experimental de edificio ( cm) splazamiento -0.2 -0.1 -0.0 0.1 MMM V  $\mathcal{M}$ de. 10.0 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.0 13.5 14.0 14.5 15.0 15.5 16.0 16.5 17.0 17.5 18.0 18.5 19.0 19.5 20.0 8.5 9.0 9.5 2.5 3.0 3.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 6.5 7.0 7.5 8.0 (seg) t aceleracion(g) -0.15 -0.05 0.05 0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 6.5 7.0 7.5 8.0 8.5 9.0 9.5 10.0 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.0 13.5 14.0 14.5 15.0 15.5 16.0 16.5 17.0 17.5 18.0 18.5 19.0 19.5 20.0 t (seq) 240 Fuerza de control(N) \*10<sup>1</sup> -240 -160 -80 0 80 160 2 Man Man Marian Mm) 7.5 8.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 6.5 7.0 8.5 9.0 9.5 1.0 10.0 0.0 0.5 10-5 11-0 11-5 12-0 12-5 13-0 13-5 14-0 14-5 15-0 15-5 16-0 16-5 17-0 17-5 18-0 18-5 19-0 19-5 20-0 t seg) Figura 7.33 Comparación de respuestas experimental y simulada para  $\mu = 9 y R = 0$  (caso 10). - 7.88 -

 La dinámica del sistema servoválvula-cilindro hidraúlico esta simulada mediante la asignación de un tiempo de retardo. Un modelo de primer orden representaría más fielmente dicha dinámica.

A pesar de las razones anteriores, la respuesta calculada numéricamente guarda una gran similitud con la respuesta real medida a partir de los sensores.

## 7.7 SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO DEL MODELO EN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADOR.

Cualquier sistema de control de estructuras presupone la existencia de un dispositivo mecánico (actuador) diseñado para ser capaz de aplicar a la estructura las fuerzas calculadas a partir del algoritmo de control. En consecuencia, dicho mecanismo debe ser dimensionado para poder cumplir su cometido cuando actúa sobre el sistema determinada excitación base de diseño, la cual se desea que no cause la ruina de la estructura. Sin embargo, si el sistema se ve sometido a una excitación más violenta, las fuerzas calculadas a partir del algoritmo de control son mayores y se exigen al actuador prestaciones de las que no es capaz, por lo que éste responde únicamente en la medida de sus posibilidades y no se ejercen sobre la estructura las fuerzas de control necesarias para reducir la respuesta de la misma. En este caso la acción de control es únicamente parcial y se dice que el actuador trabaja en condiciones de saturación.

Si se utiliza una estrategia de control predictivo, aunque las fuerzas de control ejercidas realmente sobre la estructura sean menores que las calculadas a partir del algoritmo de control, en el instante siguiente se determinan nuevamente las fuerzas de control a partir de la respuesta real y no a partir de la respuesta que hubiese proporcionado la estructura si se hubiera podido ejercer sobre la misma las fuerzas exigidas por el algoritmo predictivo. Ello significa que los errores no se acumulan en los instantes sucesivos y así, aún en condiciones de saturación de los actuadores, es posible ejercer una acción de control, aunque su eficacia se vea disminuida, generando una menor atenuación de la respuesta.

Si el actuador es un dispositivo similar al utilizado en el modelo experimental de la SUNY, es decir, unos cables cuya tensión se modifica por el movimiento de un cilindro hidráulico comandado por una servoválvula y alimentado por un circuito a presión, existen tres restricciones generales, las cuales corresponden a limitaciones del actuador descritas en el apartado 4 del capítulo 5. Dichas tres condiciones restrictivas son:

- La diferencia de presión a ambos lados del émbolo del cilindro hidráulico no puede ser mayor que la presión del circuito de alimentación. Ello significa que la diferencia de tensión entre ambos cables (es decir, los valores  $f_{der}$  y  $f_{izq}$  en la figura 7.3) está limitada, lo cual implica que también lo está la máxima **fuerza de control**  $u_{0_{LIM}}$  que los cables son capaces de ejercer sobre la estructura. En la figura 5 del capítulo 5 se muestra la relación entre las tensiones de los cables y las presiones en el cilindro hidráulico en una situación similar a la aquí considerada.
- El desplazamiento lineal del cilindro hidraúlico está limitado físicamente por dos topes que condicionan el máximo **desplazamiento del actuador**  $z_{0_{LIM}}$ .
- El movimiento del émbolo del cilindro se efectúa a una velocidad lineal de desplazamiento que, independientemente de las otras circunstancias, no puede superar un determinado valor que limita la máxima velocidad del actuador  $\dot{z}_{0_{LIM}}$ .

Si en el modelo experimental de la SUNY en algún instante se le exige al actuador que ejerza más fuerza de la que es capaz, que se desplace más alla de los topes de su recorrido o que lo haga en menos tiempo del posible, se está trabajando en condiciones de saturación. En el presente apartado se muestran los resultados de diversas experiencias numéricas que pretenden analizar el comportamiento del algoritmo de control predictivo cuando se da alguna de las condiciones de saturación mencionadas.

Se han realizado dos tipos de ensayos: aquellos en que se mantiene constante la excitación y se limitan de forma variable los valores anteriormente indicados (fuerza de control, desplazamiento y velocidad del actuador) y aquellos en que se incrementa la cuantía de la excitación manteniendo fijos los valores de los límites anteriores. En las tablas 7.19, 7.20 y 7.21 se indican los resultados de ensayos del primer tipo en los que la excitación es en todos los casos el acelerograma EL CENTRO/4 ya considerado previamente. En la tabla 7.19 se va limitando progresivamente el valor máximo de

la fuerza de control  $(u_{0_{LIM}})$  y en las tablas 7.20 y 7.21 se limitan respectivamente, el desplazamiento máximo del actuador  $(z_{0_{LIM}})$  y su velocidad máxima  $(\dot{z}_{0_{LIM}})$ . En todos los casos, para el diseño del algoritmo de control se parte de los valores correspondientes al caso para  $\mu = 6$  mostrado en la tabla 7.2 como ejemplo de acción de control suficientemente satisfactoria. En las tres tablas siguientes, la primera experiencia numérica equivale siempre al caso descrito en la tabla 7.2 en el que no se limitan las posibilidades del actuador mediante ninguno de los tres topes  $u_{0_{LIM}}$ ,  $z_{0_{LIM}}$  y  $\dot{z}_{0_{LIM}}$ .

TABLA 7.19RESPUESTA DINAMICAEN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADORAcelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$					
_	0.00167	2300.	0.00193	0.0527	
2200.	0.00167	2200.	0.00193	0.0509	
2100.	0.00167	2100.	0.00193	0.0504	
2000.	0.00167	2000.	0.00193	0.0515	
1900.	0.00167	1900.	0.00193	0.0516	
1800.	0.00168	1800.	0.00193	0.0514	
1700.	0.00175	1700.	0.00198	0.0525	
1600.	0.00182	1600.	0.00207	0.0530	
1500.	0.00190	1500.	0.00216	0.0535	
1400.	0.00198	1400.	0.00226	0.0545	
1300.	0.00206	1300.	0.00230	0.0555	
1200.	0.00216	1200.	0.00240	0.0517	
1100.	0.00226	1100.	0.00248	0.0531	
1000.	0.00236	1000.	0.00248	0.0544	
900.	0.00247	900.	0.00249	0.0560	
800.	0.00260	800.	0.00251	0.0543	
700.	0.00272	700.	0.00253	0.0621	
600.	0.00285	600.	0.00261	0.0552	
500.	0.00306	500.	0.00274	0.0632	
400.	0.00340	400.	0.00292	0.0607	
300.	0.00374	300.	0.00316	0.0660	
200.	0.00411	200.	0.00339	0.0714	
100.	0.00442	100.	0.00358	0.0755	
50.	0.00436	50.	0.00352	0.0738	
25.	0.00424	25.	0.00341	0.0714	
0	0.00407	0	0.00320	0.0679	

La tabla 7.19 muestra como el algoritmo de control predictivo posee una gran robustez frente a la restricción del valor máximo de la fuerza de control: hasta que la fuerza no se limita al 75% del valor calculado a partir del algoritmo de control (2300. N), la respuesta del sistema no aumenta de forma apreciable. Al limitar de forma progresiva la fuerza máxima, el desplazamiento y la velocidad máximos del actuador tienen tendencia a aumentar aunque sin alcanzar valores excesivos. El caso final de la tabla 7.19 en el que no existe fuerza de control por ser  $u_{0_{LIM}} = 0$  corresponde, evidentemente, a la evolución del sistema sin control, cuyos datos básicos se contienen en las expresiones (7.15) concordantes con los aquí expuestos.

TABLA 7.20						
<b>RESPUESTA DINAMICA</b> EN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADOR Acelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$						
$z_{0_{LIM}}(m)$	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
$\begin{array}{c} -\\ 0.00175\\ 0.00150\\ 0.00125\\ 0.00100\\ 0.00075\\ 0.00050\\ 0.00025\\ 0.\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00175\\ 0.00194\\ 0.00203\\ 0.00209\\ 0.00225\\ 0.00267\\ 0.00263\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 2300.\\ 2344.\\ 2471.\\ 2548.\\ 2436.\\ 2244.\\ 2336.\\ 2518.\\ 2557.\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00193\\ 0.00175\\ 0.00150\\ 0.00125\\ 0.00100\\ 0.00075\\ 0.00050\\ 0.00025\\ 0.\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.0527\\ 0.0573\\ 0.0626\\ 0.0684\\ 0.0670\\ 0.0645\\ 0.0709\\ 0.0500\\ 0.\end{array}$		

Los resultados de la tabla 7.20 demuestran la robustez del algoritmo de control frente a limitaciones del recorrido libre del actuador: una limitación del.25% supone únicamente un aumento del 14% en la respuesta máxima del sistema. Cuando (en la tabla 7.20) el límite máximo del desplazamiento del actuador disminuye progresivamente hasta anularse, el control tiende a parecerse al caso de control pasivo (cables y actuador inmóviles) cuyos resultados se indican an (7.10).

La robustez del control predictivo es aún mayor cuando se limita la velocidad máxima del actuador. Tal como indica la tabla 7.21, si se restringe dicha magnitud a un 38% del valor exigido por el algoritmo de control, la respuesta del sistema no aumenta de forma apreciable. En el último caso mostrado en la tabla 7.21 se obliga al cilindro hidráulico a permanecer inmóvil (por ser  $\dot{z}_{0_{LIM}} = 0$ ) y dicha situación corresponde (al

TABLA 7.21						
EN COND Acelerogran	RESPUESTA DINAMICAEN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADORAcelerograma: EL CENTRO/4 $n_r = \hat{n}_r = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$					
$\dot{z}_{0_{LIM}}(m/s)$	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
$\begin{array}{c} -\\ 0.0500\\ 0.0450\\ 0.0400\\ 0.0350\\ 0.0300\\ 0.0250\\ 0.0200\\ 0.0150\\ 0.0100\\ 0.\\ 0.\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00167\\ 0.00168\\ 0.00243\\ 0.00363\\ 0.00263\end{array}$	$\begin{array}{c} 2300.\\ 2300.\\ 2300.\\ 2300.\\ 2300.\\ 2305.\\ 2375.\\ 2517.\\ 2880.\\ 4234.\\ 2557. \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00162\\ 0.\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.0527\\ 0.0500\\ 0.0450\\ 0.0400\\ 0.0350\\ 0.0300\\ 0.0250\\ 0.0200\\ 0.0150\\ 0.0100\\ 0.\end{array}$		

igual que el caso final de la tabla 7.20) al control pasivo ejercido por los cables cuando el cilindro hidráulico no se mueve y, por tanto, no modifica la tensión de los mismos.

En las experiencias numéricas contenidas en las tablas 7.19, 7.20 y 7.21 se ha aplicado el mismo acelerograma de excitación sobre un sistema controlado por un dispositivo en el que se han considerado diferentes valores de sus limitaciones. Por otra parte, en los ensayos que se describen a continuación se analiza la respuesta del sistema a distintos acelerogramas de excitación cuyos valores son proporcionales (según un coeficiente multiplicativo  $\beta$ ) a la aceleración contenida en el acelerograma EL CENTRO/4. El factor de proporcionalidad  $\beta$  se toma mayor que la unidad para simular una excitación más violenta. En la tabla 7.22 se incluyen los resultados de varios ensayos numéricos para diferentes valores de  $\beta$  en el caso de que los tres límites  $u_{0_{LIM}}$ ,  $z_{0_{LIM}}$  y  $\dot{z}_{0_{LIM}}$  se toman iguales a los valores resultantes de  $u_{0_{MAX}}$ ,  $z_{0_{MAX}}$  y  $\dot{z}_{0_{MAX}}$ cuando la excitación es el acelerograma EL CENTRO/4 es decir,  $\beta = 1$ . Ello equivale a suponer que EL CENTRO/4 pone al límite de sus posibilidades al actuador en todos los sentidos (fuerza de control, desplazamiento y velocidad del cilindro hidráulico) lo cual es una hipótesis excesivamente conservadora.

El incremento de la respuesta que se observa en la tabla 7.22 al aumentar el

TABLA 7.22						
<b>RESPUESTA DINAMICA</b> <b>EN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADOR</b> Acelerograma: EL CENTRO/ $4 \times \beta$ $n_r = \hat{n}_r = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$ $u_{0_{LIM}} = 2300.$ $N$ $z_{0_{LIM}} = 0.00193$ $m$ $\dot{z}_{0_{LIM}} = 0.05269$ $m/s$						
β	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
$1 \\ 1.1 \\ 1.2 \\ 1.3 \\ 1.4 \\ 1.5$	$\begin{array}{c} 0.00167\\ 0.00188\\ 0.00221\\ 0.00261\\ 0.00301\\ 0.00336\end{array}$	2300. 2300. 2300. 2300. 2300. 2300. 2300.	$\begin{array}{c} 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.0527\\ 0.0527\\ 0.0527\\ 0.0527\\ 0.0527\\ 0.0527\\ 0.0527\end{array}$		

valor de  $\beta$ , no es excesivo; por ejemplo, cuando  $\beta = 1.5$ , el valor del desplazamiento máximo  $d_{0_{MAX}}$  en un caso sin limitaciones en el actuador puede hallarse, por linealidad, multiplicando por 1.5 el valor 0.00167 *m* correspondiente a  $\beta = 1$ :

 $0.00167 \times 1.5 = 0.00251 \ m$ 

El aumento en la respuesta cuando  $\beta = 1.5$  es, pues, del 34%.

En las tablas 7.23, 7.24 y 7.25 se muestran ensayos numéricos para diferentes valores de  $\beta$  cuando  $u_{0_{LIM}}$ ,  $z_{0_{LIM}}$  y  $\dot{z}_{0_{LIM}}$  se toman respectivamente iguales a  $u_{0_{MAX}}$ ,  $z_{0_{MAX}}$  y  $\dot{z}_{0_{MAX}}$  para  $\beta = 1$ . La diferencia con las experiencias de la tabla 7.22 consiste en que ahora en cada tabla se considera una sola limitación y no las tres simultáneamente como se hacia allí.

La respuesta máxima para  $\beta = 2.5$  (cuando no se consideran limitaciones en el actuador) es 0.00427, y el incremento debido a la restricción de la fuerza de control es del 47%. Los correspondientes porcentajes para el desplazamiento y la velocidad máximos del actuador son 31% y 8%, respectivamente.

El porcentaje de aumento en la respuesta (cuando  $\beta = 3$ ) a causa de la limitación del desplazamiento es del 28%. El valor máximo de la fuerza de control es inferior al

TABLA 7.23						
<b>RESPUESTA DINAMICA</b> EN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADOR Acelerograma: EL CENTRO/ $4 \times \beta$ $n_r = \hat{n}_r = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$ $u_{0_{LIM}} = 2300.$ N						
β	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$		
$\begin{array}{c}1\\1.5\\2\\2.5\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.00167 \\ 0.00290 \\ 0.00455 \\ 0.00629 \end{array}$	2300. 2300. 2300. 2300.	$\begin{array}{c} 0.00193 \\ 0.00329 \\ 0.00502 \\ 0.00634 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.0527 \\ 0.0818 \\ 0.1074 \\ 0.1425 \end{array}$		

	TABLA 7.24						
<b>RESPUESTA DINAMICA</b> EN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADOR Acelerograma: EL CENTRO/ $4 \times \beta$ $n_r = \hat{n}_r = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$ $z_{0_{LIM}} = 0.00193 m$							
β	$d_{0_{MAX}}(m)$	$u_{0_{MAX}}(N)$	$z_{0_{MAX}}(m)$	$\dot{z}_{0_{MAX}}(m/s)$			
$     \begin{array}{c}       1 \\       1.5 \\       2 \\       2.5 \\       3     \end{array} $	$\begin{array}{c} 0.00167\\ 0.00295\\ 0.00417\\ 0.00533\\ 0.00641\end{array}$	2300. 3896. 4893. 5736. 6832.	$\begin{array}{c} 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\\ 0.00193\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.0527 \\ 0.1044 \\ 0.1355 \\ 0.1647 \\ 0.1929 \end{array}$			

correspondiente al caso sin restricciones en el actuador. El incremento de la velocidad de los actuadores es del 22%.

La respuesta cuando  $\beta = 3$  se incrementa en un 2.4% con respecto del caso en que no se limita la velocidad del actuador. El aumento de las fuerzas de control es del 16.5% y el del desplazamiento del actuador del 1.9%.

Las tablas 7.22, 7.23, 7.24 y 7.25 ponen de manifiesto la robustez del algoritmo de control predictivo respecto de solicitaciones más violentas que la esperada. La limitación cuya transgresión es más peligrosa es la de la fuerza de control mientras que por el contrario, la imposición de limites a la velocidad del actuador es la prohibición cuya

TABLA 7.25RESPUESTA DINAMICAEN CONDICIONES DE SATURACION DEL ACTUADORAcelerograma: EL CENTRO/ $4 \times \beta$ $n_{\tau} = \hat{n}_{\tau} = 2$ $\mu = 6$ $R = 0$ $\dot{z}_{0_{LIM}} = 0.05269 \ m/s$					
$     \begin{array}{c}       1 \\       1.5 \\       2 \\       2.5 \\       3     \end{array} $	0.00167 0.00256 0.00341 0.00427 0.00513	$2300. \\ 3517. \\ 4802. \\ 6353. \\ 8043.$	$\begin{array}{c} 0.00193 \\ 0.00295 \\ 0.00394 \\ 0.00492 \\ 0.00590 \end{array}$	0.0527 0.0527 0.0527 0.0527 0.0527 0.0527	

superación provoca menor aumento de la respuesta.

## 7.8 CONCLUSIONES.

En el presente capítulo se han descrito los resultados de distintos ensayos experimentales y simulados realizados sobre un modelo experimental que incorpora un sistema de control activo en el que el mecanismo actuador está formado por cables activos. Del análisis de los resultados de los ensayos pueden deducirse las siguientes conclusiones:

- La correlación entre los resultados experimentales y los resultados numéricos es óptima, lo cual indica que el esquema de simulación descrito en el capítulo 6 describe con suficiente fidelidad el comportamiento dinámico de la estructura controlada. Consecuentemente, las conclusiones formuladas a partir de resultados numéricos son generalizables a los casos reales de control.
- En la mayor parte de los ensayos con control activo se observa una notable reducción de la respuesta, lo cual muestra la utilidad del sistema de control considerado. En particular, el algoritmo de control predictivo y los cables activos han mostrado plenamente su eficacia para generar una acción de control eficaz.
- Considerando en los ensayos numéricos errores en la estimación del número de retardos del sistema y simulando experiencias en condiciones de saturación de los actuadores se observa la notable robustez del sistema de control. En efecto, éste conserva su eficacia aún en presencia de errores y restricciones importantes.

Analizando exhaustivamente los resultados de todos los ensayos puede ponerse de manifiesto la evolución de las características de la acción de control según los valores de los parámetros  $\lambda$  (o  $\mu$ ) y R considerados en la implementación del algoritmo predictivo de control: valores pequeños de  $\lambda$  y R generan una acción de control enérgica y valores elevados de dichos parámetros producen un control menos intenso. En presencia de errores de estimación de los parámetros del sistema pueden aparecer inestabilidades en el algoritmo de control si se consideran valores pequeños de  $\lambda$  y R aunque dichas inestabilidades desaparecen tomando valores mayores de  $\lambda$  y R.

## REFERENCIAS.

- 1 Chung L.L., Reinhorn A.M. y Soong T.T., "Experiments on active control of seismic structures", pendiente de publicación en J. Engrg. Mech. Div., ASCE.
- 2 Chung L.L., "An experimental study of active structural control", Tesis de Master, SUNY-Buffalo (NY-USA), (1985).
- 3 Rodellar J., Barbat A.H. y López Almansa F., "Experiencias de control antisísmico de estructuras", Trobades científiques de la Mediterrània. Xarxes sísmiques: Instrumentació i aplicació a la sismotectònica, Mahón, (1986).