

## Capítulo III

# Regulación Dinámica Adaptativa Controlando la Fase No-mínima en Convertidores DC-DC.

El capítulo II, permitio aportar el modelo promedio Euler-Lagrange de los convertidores DC-DC, y verificar sus características dinámicas, entre ellas la de respuesta de fase no-mínima. Ahora a lo largo de este capítulo se describe el método propuesto de análisis y diseño del control retroalimentado inestable a tramos, para estabilizar la respuesta de fase no-mínima, que se presenta en los convertidores de potencia DC-DC, del tipo “boost” y “buck-boost”, y quien permitirá regular en forma directa la variable del voltaje en el capacitor de salida. El esquema resultante se constituye al asociar una versión adaptativa de la razón de trabajo retroalimentada, inestable, generada dinámicamente a partir de su linealización nominalmente exacta [62], con una combinación de necesarios y útiles reinicios, sobre la trayectoria de salida del compensador. La heurística a seguir en la realización de estos reinicios en el controlador se determina y desarrolla sobre un modo de ajuste “seudo-deslizante” entorno a una pequeña vecindad, del valor de equilibrio de la función de razón de trabajo. De esta forma el método propuesto combina dos características útiles e importantes: Primero, una compensación dinámica realizada en base a una retroalimentación linealizada de entrada-salida, la cual es inestable, y quien estará fuertemente acotada, por medio de los reinicios en el estado controlado, hacia una pequeña vecindad, del control de entrada requerido para obtener el punto de equilibrio. Segundo, el esquema es adaptativo, por lo cual se asumen desconocidos los valores constantes de los parámetros del convertidor.

Los controladores retroalimentados no-lineales, en base a la linealización nominalmente exacta en los modelos promedios de los convertidores de potencia DC-DC en la literatura actual requiere un conocimiento perfecto de todos los parámetros (ver Sira-Ramírez et al [53] [54]). Este requerimiento es difícil de satisfacer debido a la impresión natural existente en los valores de los parámetros de los componentes del circuito convertidor. Además los valores nominales de estos componentes pueden diferir significativamente de sus valores actuales, debido a los efectos de envejecimiento, temperatura, etc. Alternativamente, a estas características típicas de

los parámetros del convertidor, esta la frecuencia de trabajo del circuito, la constante de salida del circuito y el valor de la fuente de entrada de voltaje, variables las cuales pueden ser determinadas gracias a mediciones físicas efectivas, sin embargo en general, no sería justificable por su costo, y de ser factible no se salvarían de errores inescapables. Por otra parte, estas limitaciones descritas también se verán reflejadas cuando al regular en forma indirecta, la variable del voltaje de salida, a través de la trayectoria linealizada de entrada de la corriente en el inductor, se presenten inciertas en el comportamiento de las características transitorias del voltaje de salida, y las cuales son difíciles, o engorrosas, para evaluarse de antemano debido a las no-linealidades involucradas.

La solución al planteamiento del problema, se describirá de la siguiente manera, en la sección [III.1] explicaremos brevemente, en dos subtemas dentro del contexto de sistemas no-lineales de segundo orden, el método de regulación dinámica, e inestable a tramos, para la estabilización directa de las salidas de respuesta de fase no-mínima, y la cual esta desarrollada en base a una técnica de linealización exacta. En el tercer subtema de la misma sección se presenta la versión adaptativa a estos compensadores dinámicos discontinuos. En la siguiente sección [III.2] se dedica el trabajo a la aplicación de los resultados teóricos anteriores via simulaciones con computadora de los convertidores de potencia DC-DC. Dando como resultado un esquema de regulación PWM, adaptativa dinámica, inestable a tramos, que realiza y de acuerdo a la teoría, la estabilización directa de la respuesta de fase no-mínima en el voltaje de salida en el capacitor de los convertidores DC-DC, del tipo "boost" y "buck-boost".

□ □ □

## 1 Regulación de Sistemas Inciertos de Fase No-mínima vía una Compensación Dinámica, Inestable a tramos.

En esta sección se propone en primera instancia un método de regulación inestable a tramos para la estabilización de sistemas de respuesta de fase no-mínima con el *conocimiento perfecto* de los valores de los parámetros y posteriormente con el desconocimiento de estos valores. Dado que el sistema de aplicación es de segundo orden las consideraciones se restringirán a sistemas de este orden, el método es generalizable, con pequeños esfuerzos para sistemas no-lineales observables de orden superior con una dinámica de los ceros inestable más complejo. Esto podría ubicarse en algunos otros esquemas de regulación puntuales para la estabilización asintótica de sistemas de fase no-mínima.

La estabilización de la retroalimentación de fase no-mínima, por medio de una adecuada reespecificación de las variables de salida, ha sido recientemente propuesta por Benvenuti en [66] y también por Slotine y Hedrick [79]. En el caso lineal, el mismo método ha sido enteramente justificado, desde el punto de vista de la teoría

de modulos, por Fliess y Sira-Ramírez [67]. Un método de control retroalimentado adaptativo para el problema de la ubicación de polos robusto en plantas lineales inciertas de fase no-mínima fué propuesta por Bartolini y Ferrara [80]. Esta metodología utiliza una combinación de control de estructura variable (discontinua) para el ajuste directo de los parámetros del controlador en combinación con una compensación paralela de la planta dada.

## 1.1 Diseño de Compensadores Inestables No-lineales.

Considerese el siguiente espacio de estados "SISO", una-entrada una-salida para un sistema no-lineal de dimensión dos.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \theta) + g(x, \theta)u \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^2 \quad ; \quad u, y \in \mathbb{R} \quad \theta \in \mathbb{R}^p \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde  $x$  es el estado de la planta, el cual se asume perfectamente medible,  $u$  es la entrada de control escalar,  $\theta$  es un vector  $p$ -dimensional de parámetros constantes, asumiendo el conocimiento perfecto del valor de los parámetros constantes.  $y$  es la salida escalar del sistema regulado. Las funciones  $f : \mathbb{R}^{p+1} \rightarrow \mathbb{R}^2$  y  $g : \mathbb{R}^{p+1} \rightarrow \mathbb{R}^2$  son, fijas para  $\theta$  en  $\mathbb{R}^p$ ,  $C^\infty$  vectores de campo globalmente definidos sobre  $\mathbb{R}^2$ . La función  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  también se asume como una función escalar suave.

Se toman como válidas las siguientes suposiciones:

1. La salida  $y$  es de grado relativo igual a 1, es decir, la primera derivada temporal  $\dot{y}$ , de la función explícita de salida  $y$ , depende de la entrada de la función de control  $u$  para cualquier punto  $x$  en  $\mathbb{R}^2$  (ver Isidori [68]).
2. Para algún valor constante de la entrada de control  $u = U$ , existe una única constante nominal del vector de equilibrio de estados con componentes,

$$x_1 = X_1(U, \theta) \quad ; \quad x_2 = X_2(U, \theta)$$

(o simplemente  $x = X(U, \theta)$ ).

El valor de equilibrio correspondiente de la variable de salida  $y$ , está dado por  $y = Y(U, \theta)$ .

3. El vector de funciones no-lineales  $f(x, \theta)$  y  $g(x, \theta)$  son *afines* con respecto a las componentes del vector  $\theta$ , es decir, son de la siguiente forma,

$$f(x, \theta) = f_0(x) + \sum_{i=1}^p \theta_i f^i(x) \quad ; \quad g(x, \theta) = g_0(x) + \sum_{j=1}^p \theta_j g^j(x) \quad (1.2)$$

## 4. La siguiente "matriz de observabilidad"

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} h(x) \\ \frac{\partial}{\partial x} \dot{h}(x, \theta, u) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

es de rango completo igual a 2 para cualquier región abierta, acotada, del espacio de estados conteniendo el punto de equilibrio,  $X(U, \theta)$ , y para todos los valores constantes del vector de parámetros,  $\theta$  in  $\mathbb{R}^p$ .

A continuación describimos la siguiente definición quien será de gran utilidad en la posterior observación ha plantear.

**Definición 1.1** Dado el vector  $\theta^{[2]}$ , quien denota el vector compuesto de todos los productos ordenados de las componentes de  $\theta$ , tomándolos de dos en dos,

$$\theta^{[2]} = [\theta_1^2, \theta_1\theta_2, \dots, \theta_2^2, \dots, \theta_{p-1}\theta_p, \theta_p^2]^T \quad (1.4)$$

El vector  $\Theta$  es la composición ordenada en fila de  $\theta$  y  $\theta^{[2]}$ .

$$\Theta = [\theta^T, (\theta^{[2]})^T]^T \quad (1.5)$$

Las derivadas temporales de la función de salida  $y$  en (1.1) pueden entonces ser escritas como:

$$\begin{aligned} y &= b_0(x) = h(x) \\ \dot{y} &= b_1(x, \theta) + a(x, \theta)u \\ \ddot{y} &= b_2(x, \theta, u) + a(x, \theta)\dot{u} \end{aligned} \quad (1.6)$$

□ □ □

**Observación 1.2** Se ve claramente de las respectivas suposiciones y de la última definición que las funciones no-lineales  $a(x, \theta)$  y  $b_1(x, \theta)$  son funciones afines a las componentes del vector  $\theta$ , mientras la función  $b_2(x, \theta, u)$  es afín no únicamente a las componentes de  $\theta$  si no también a las componentes  $\theta^{[2]}$ , es decir,  $b_2(x, \theta, u)$  es afín a las componentes de  $\Theta$ . Uno puede entonces reescribir las derivadas temporales de la salida  $y$ , como,

$$\begin{aligned} y &= b_0(x) = h(x) \\ \dot{y} &= b_1(x, \theta) + a(x, \theta)u = b_{11}(x) + \theta^T W_{b1}(x) + [a_0(x) + \theta^T W_a(x)] u \\ \ddot{y} &= b_2(x, \theta, u) + a(x, \theta)\dot{u} = b_{21}(x, u) + \Theta^T W_{b2}(x, u) \\ &\quad + [a_0(x) + \theta^T W_a(x)] \dot{u} \end{aligned} \quad (1.7)$$

La suposición de observabilidad local, y el Teorema de la Función Implícita, implica la transformación dependiente de la entrada,

$$\begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0(x) \\ b_1(x, \theta) + a(x, \theta)u \end{bmatrix}$$

en un difeomorfismo parametrizado en el espacio de estados, tal que permite localmente reemplazar el vector de componentes de estado en  $x$  por las funciones del conjunto de datos  $\{y, \dot{y}, \theta, u\}$ . En otras palabras, el vector de estado  $x$  puede ser eliminado de (1.1) y una representación de entrada-salida no-lineal puede ser obtenida para el sistema dinámico dado, como: (ver Conte [81] y, también, Diop [82]),

$$\ddot{y} = c_1(y, \dot{y}, \theta, u) + c_2(y, \dot{y}, \theta, u)\dot{u} \tag{1.8}$$

la *dinámica de los ceros* asociada al sistema (1.8), se obtiene como la siguiente ecuación diferencial no-lineal para la señal de control  $u$ ,

$$\dot{u} = -\frac{c_1(Y(U, \theta), 0, \theta, u)}{c_2(Y(U, \theta), 0, \theta, u)} \tag{1.9}$$

El carácter de fase no-mínima del sistema dado en (1.1), se debe al hecho que el punto de equilibrio constante  $u = U$  de (1.9) es *inestable*.

El controlador inestable no-lineal, cuyo resultado del comportamiento en lazo cerrado es asintóticamente estable, respecto del sistema de segundo orden no-lineal (1.1), puede ser obtenido de la ecuación (1.8), usando una retroalimentación dinámica en base a una linealización exacta. En concreto, supongase que el comportamiento en lazo cerrado deseada la salida del sistema está dado, por la siguiente dinámica lineal asintóticamente estable,

$$\ddot{y} = -2\xi\omega_n\dot{y} - \omega_n^2(y - Y(U, \theta)) \tag{1.10}$$

donde  $\xi$  es el *factor de amortiguamiento* deseado ( $0 < \xi < 1$ ) y  $\omega_n$  es la *frecuencia de oscilación natural* deseada (positiva), de la dinámica lineal de segundo orden. El punto de equilibrio deseado del sistema de lazo cerrado (1.10) es, evidentemente,  $\dot{y} = 0, y = Y(U, \theta)$ . Cuando el regulador retroalimentado dinámico, obtenido por la imposición de la dinámica de segundo orden deseada sobre la salida del sistema dado en (1.10), es representado por la siguiente ecuación diferencial de primer orden no-lineal, variante en el tiempo, para  $u$ ,

$$\dot{u} = -\frac{2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y(U, \theta)) + c_1(y, \dot{y}, \theta, u)}{c_2(y, \dot{y}, \theta, u)} \tag{1.11}$$

En términos del vector de estado original  $x$ , la expresión para el controlador dinámico (1.11) es obtenida de (1.6) y (1.10) como,

$$\dot{u} = -\frac{2\xi\omega_n [b_1(x, \theta) + a(x, \theta)u] + \omega_n^2(b_0(x) - Y(U, \theta)) + b_2(x, \theta, u)}{a(x, \theta)} \tag{1.12}$$

Evidentemente, cuando  $y \rightarrow Y(U, \theta)$  y  $\dot{y} \rightarrow 0$ , y debido a la suposición de fase no-mínima, la entrada de control  $u$ , generada dinámicamente por el regulador (1.12), converge asintóticamente alcanzando la respuesta inestable de la dinámica de los ceros, caracterizada por (1.9).

## 1.2 Estrategia de Reinicios para la Compensación Dinámica.

La siguiente sección aporta a partir de la dinámica de los ceros asociada (1.9), y de su comportamiento asintótico, la heurística para predecir el comportamiento inestable del controlador linealizado (1.12). Sea el diagrama de fase,  $\dot{u}$  vs  $u$  alrededor del punto de equilibrio  $u = U$ ;  $\dot{u} = 0$  representando un sistema inestable, este se describe únicamente, a través de una de las tres formas mostradas en la figura 3.1.

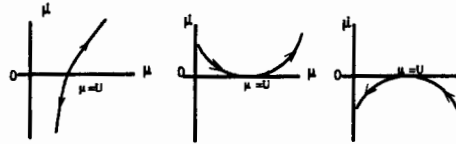


Figura 3.1: Diagrama de Fase local para una posible dinámica de los ceros de primer orden inestable.

Aunque la estrategia de reinicios presentada en esta sección se aplica igualmente a las tres posibles clases de comportamiento inestable de primer orden de la dinámica de los ceros, se asume para abreviar que (1.9) exhibe un diagrama de fase de la forma mostrada en la figura 3.1(a).

Sean  $\epsilon$  y  $\delta$  dos pequeños números reales positivos, tal que  $\delta < \epsilon$ . Definamos dos conjuntos cerrados, o vecindades cerradas, alrededor del valor constante de equilibrio  $u = U$  dentro del espacio en el control de entrada,

$$S_\delta = \{u \in \mathbb{R} \mid |u - U| \leq \delta\} \quad (1.13)$$

y

$$S_\epsilon = \{u \in \mathbb{R} \mid |u - U| \leq \epsilon\}. \quad (1.14)$$

Evidentemente,  $S_\delta \subset S_\epsilon$ .

Respecto a la solución de la condición inicial,  $u(t_0)$ , del controlador  $u$ , (1.12), uno siempre puede escoger un valor inicial para la salida del controlador,  $u$ , tal que, se satisface  $u(t_0) \in S_\delta$ . Debido al comportamiento inestable del controlador, cualquier trayectoria de  $u(t)$ , gobernada por (1.12) y con condición inicial  $u(t_0) \in S_\delta$  tal que  $u(t_0) \neq U$ , debería siempre satisfacer la condición  $|u(t_1) - U| = \epsilon$ , para cualquier tiempo finito  $t_1 > t_0$ . Note que durante el intervalo de tiempo,  $[t_0, t_1]$ , sea tan pequeño como se quiera, la salida del controlador  $u(t)$  se dirige a ejercer un intento efectivo de retroalimentación estabilizante en el sistema controlado. La idea fundamental es, entonces, reiniciar el valor de  $u$  en algún punto dentro del conjunto "interior"  $S_\delta$ , o en cualquiera de sus fronteras, inmediatamente después que la trayectoria de la entrada del control alcanza alguna de las fronteras del conjunto "exterior"  $S_\epsilon$ . El reinicio se lleva a cabo, tal que la respuesta inestable de la salida

del controlador  $u$ , se desenvuelve libremente dentro del conjunto  $S_\epsilon$  hasta que una de las fronteras de  $S_\epsilon$  es alcanzada posteriormente, ejerciendo un nuevo reinicio. La acción de control retroalimentada se constituye, por pequeños períodos de acciones efectivas (inestables) de control estabilizante retroalimentado, seguido de reinicios instantáneos del controlador  $u$ .

Los reinicios de  $u$  conllevan a discontinuidades en la derivada temporal del vector de estado controlado  $\dot{x}$  en los instantes de la acción de los reinicios. Sin embargo, estas discontinuidades en  $\dot{x}$  no influyen, evidentemente, en una evolución *continua* para el estado regulado  $x(t)$  (ver [83], [84]).

También, puede verse que una vez que la trayectoria del estado regulado converge asintóticamente, alcanzando el punto de equilibrio de estado  $X(U, \theta)$ ; la ecuación diferencial, eventualmente describiendo el comportamiento en estado estable del controlador dinámico (1.12) está dada, precisamente, por aquella dinámica de los ceros (1.9). El comportamiento inestable asumido de la dinámica de los ceros (ver Fig 3.1 (a)) implica que sí, por ejemplo, la entrada de control  $u$  es reinicializada, en el mismo tiempo  $t_k$ , en el valor  $u(t_k^+) = U + \delta$ , entonces las trayectorias de la entrada del control puedan subsecuentemente crecer hacia el valor de  $U + \epsilon$  y alcanzara este valor algún tiempo despues, sea éste  $t_{k+1}$ . Por lo que un reinicio de  $u(t_{k+1}^+)$  será necesario. Si en este tiempo, la entrada de control en el instante  $t_{k+1}^+$  es escogida como el valor  $U - \delta$ , entonces, de esta condición inicial, la trayectoria generada dinámicamente del control decrece hasta, la nueva condición inicial  $U - \epsilon$ . Si los reinicios son desarrollados en esta forma alternativa, se obtiene un comportamiento oscilatorio *quasi-periódico* para  $u(t)$ , alrededor del valor de equilibrio  $u = U$  (note que bajo estas condiciones ideales de estado estable, es decir, siempre que  $z_1 = Y(U, \theta)$ , y  $z_2 = 0$ , se obtiene una señal periódica verdadera  $u(t) - U$  por el procedimiento de reinicio descrito). Este hecho es importante, ya que el *valor promedio* de la señal incremental  $u(t) - U$  será llevada a cero y, además,  $|u(t) - U|$ , será uniformemente acotada por la pequeña constante positiva  $\epsilon$ . En otras palabras, para una pequeña  $\epsilon$  proporcionada, la generación de la señal de entrada del control dinámico  $u(t)$ , será igual al valor de equilibrio constante requerido  $u = U$ , en promedio. Estos hechos no solo motivan sino que justifican la siguiente estrategia de reinicios.

Sea  $u(t^+)$  denotando el valor de  $u(t)$  en un instante inmediatamente despues de  $t$ . Consideraremos, la siguiente estrategia de reinicio,

$$u(t) = \begin{cases} \text{si, para cualquier } t > t_0 ; |u(t) - U| = \epsilon, \\ \text{entonces, colocamos } u(t^+) = -\delta \text{ sign } [u(t)] \\ \text{en otro caso, si } |u(t) - U| < \epsilon, u(t) \text{ obedece a la formula (1.12)} \end{cases} \quad (1.15)$$

Notese, la gran semejanza con el comportamiento de "modo deslizante" (ver [85]), excepto que la "superficie deslizante" representada por  $u = U$  y definida en el espacio de estado del controlador, no es una variedad fuertemente "atractiva", por lo que la estrategia (1.15), puede ser denominada como un "régimen pseudo-deslizante". La naturaleza discontinua y las características asociadas de robustez, comprobadas más adelante, de esta acción de control retroalimentado justifican ésta denominación.

### 1.3 Adaptación Retroalimentada en Sistemas de Fase No-mínima.

En esta sección se describirá otra aportación más con el método para la obtención de una ley adaptativa del control retroalimentado linealizado, dinámico, inestable para la estabilización de sistemas no lineales de respuesta de fase no-mínima. En esencia los siguientes desarrollos adaptativos no difieren en gran medida a los utilizados para los sistemas de fase mínima, la única diferencia estriba al ligar la anterior definición de la estrategia de reinicio [III.1.2]. En otras palabras se realizará la implementación de la estrategia de reinicio sobre la respuesta de una versión adaptativa del controlador linealizado. Los aspectos del procedimiento de adaptación dinámica está generalizada en Sira-Ramírez [86].

Considerese una vez más el sistema (1.1) donde ahora, los componentes del vector de parámetros  $\theta$  se asumen constantes, pero sin embargo, completamente desconocidos.

Bajo las mismas suposiciones de la existencia de una observabilidad local del sistema dado, y mediante el uso de la representación de entrada-salida del sistema, sin grandes complicaciones conllevan a un controlador implementable de la forma (1.12), (1.15), con su debida necesidad de conocer el vector de parámetros  $\theta$ .

Sea la dinámica deseada para la salida  $y$  del sistema de parámetros desconocidos, especificados como

$$\ddot{y} = -2\xi\omega_n\dot{y} - \omega_n^2(y - Y) \quad (1.16)$$

donde  $Y$  es el punto de operación constante deseable para la salida  $y$ .

**Observación 1.3** Note que contrariamente al caso previo, la necesidad del conocimiento del vector de parámetros  $\theta$  puede impedir el cálculo real del valor de equilibrio  $Y(U, \theta)$ , correspondiente al valor constante de la señal de control,  $u = U$ . Se asume, que de la experimentación, o de alguna otra forma, el valor de la entrada de control fija y conocida  $u = U$  conlleva, dentro de una vecindad de operación del valor de equilibrio  $y = Y$  para la señal de salida. Evidentemente  $Y$  en general no coinciden con  $Y(U, \theta)$  el cual se calcula con el valor nominal supuesto de  $\theta$ .

□ □ □

Considerese entonces, por el virtual *principio de equivalencia de certidumbre* el siguiente controlador retroalimentado dinámico, calculado, en base al *estimado*  $\hat{\theta}$  del vector  $\theta$ ,

$$\dot{u} = - \frac{b_2(x, \hat{\theta}, u) + 2\xi\omega_n [b_1(x, \hat{\theta}) + a(x, \hat{\theta})u] + \omega_n^2(h(x) - Y)}{a(x, \hat{\theta})} \quad (1.17)$$

Es necesario enfatizar que el controlador dinámico (1.17) se asume *inestable* para cualquier valor fijo del parámetro del vector estimado  $\hat{\theta}$ . La inestabilidad del



controlador adaptativo será tratado exactamente en la misma forma propuesta en la sección anterior, es decir, por medio de *reinicios*.

El uso del controlador (1.17) sobre el sistema de parámetros desconocidos conlleva a la siguiente ecuación para una salida dinámica de segundo orden,

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) = [b_2(x, u, \theta) + a(x, \theta)\dot{u}] + 2\xi\omega_n [b_1(x, \theta) + a(x, \theta)u] + \omega_n^2(b_0(x) - Y) \quad (1.18)$$

Manipulaciones algebraicas directas conlleva a la siguiente expresión, para la anterior salida dinámica,

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) &= b_2(x, u, \theta) - b_2(x, u, \hat{\theta}) + [a(x, \theta) - a(x, \hat{\theta})] \dot{u} \\ &+ 2\xi\omega_n \{ b_1(x, \theta) - b_1(x, \hat{\theta}) \\ &+ [a(x, \theta) - a(x, \hat{\theta})] u \} \end{aligned} \quad (1.19)$$

donde  $\dot{u}$  está dada por (1.17). Usando las definiciones y hechos, establecidos en las secciones previas, y viendo la naturaleza afin de las funciones  $b_1$ ,  $b_2$  y  $a$  con respecto al vector  $\Theta$ , uno obtiene para la salida dinámica real una expresión de la forma,

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) &= (\Theta - \hat{\Theta})^T W(x, \hat{\Theta}, u) \\ &= \tilde{\Theta}^T W(x, \hat{\Theta}, u) \end{aligned} \quad (1.20)$$

donde  $\tilde{\Theta} = \Theta - \hat{\Theta}$  se define como la *estimación del error sobreparametrizado* y el vector cuantificado  $W(x, \hat{\Theta}, u)$  se denomina *vector regresor*, dado por la siguiente composición de vectores,

$$W(x, \hat{\Theta}, u) = \begin{bmatrix} W_{b_2}^1(x, u) + 2\xi\omega_n W_{b_1}(x) + 2\xi\omega_n W_a(x)u + W_a(x)\dot{u} \\ W_{b_2}^2(x, u) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

con  $\dot{u}$  definido por (1.17).

Para el cálculo de una ley de adaptación real, los desarrollos en Sastry e Isidori [75] o en Sastry y Bodson [74], pueden ser claramente seguidos. Sin embargo resumiremos el desarrollo como sigue:

El valor estimado  $\hat{\Theta}$  de cada componente del vector  $\Theta$  tiene, como es usual en el control adaptativo, un caracter individual, visto como si la diferencia de componentes fuerán totalmente independientes, uno de cada uno de los otros, en contra posición de su definición en (1.5). Este proceso, conocido como *sobreparametrización* constituye una técnica bien conocida en el control adaptativo (ver [74], y también, Campion y Bastin [87])

Sea  $L(s)$  definido como:

$$L^{-1}(s) = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.22)$$

de (1.20), la variable de salida de error de estabilización,  $y - Y$ , puede ser escrita como la respuesta de un sistema, para la entrada escalar representada por la señal  $\tilde{\Theta}^T W(x, \hat{\Theta}, u)$ ,

$$y - Y = L^{-1}(s) * [\tilde{\Theta}^T W(x, \hat{\Theta}, u)] \quad (1.23)$$

donde “\*” establece la operación de convolución en una notación híbrida, pero sin embargo popular.

Observese que la señal de entrada respectiva no es medible, debido al desconocimiento del error de sobreparametrización  $\tilde{\Theta}$ , para lo cual uno necesita la siguiente versión del lema del “swapping” (ver [75]). Definase el error medible aumentado,  $e_1$  como,

$$e_1 = y - Y + \hat{\Theta}^T L^{-1}(s) * [W(x, \hat{\Theta}, u)] - L^{-1}(s) * [\hat{\Theta}^T W(x, \hat{\Theta}, u)] \quad (1.24)$$

Es fácil ver, que  $e_1$  converge en estado estable en el sistema de lazo cerrado al error de la salida en estado estable  $y - Y$ , el cual debería alcanzar el valor de cero. Manipulaciones directas de (1.24) y (1.23) implica que,

$$e_1 = \tilde{\Theta}^T [L^{-1}(s) * W(x, \hat{\Theta}, u)] = \tilde{\Theta}^T \vartheta \quad (1.25)$$

Representando  $\vartheta$  son las componentes del vector regresor filtrado. De esta forma  $e_1$  constituye una ecuación de error lineal en  $\tilde{\Theta}$ , para la cual diversas leyes de actualización de parámetros pueden ser propuestas. Una de estas posibilidades está dada por la siguiente ley de actualización del tipo gradiente ([74])

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -\dot{\hat{\Theta}} = \gamma e_1 W(x, \hat{\Theta}, u) \quad (1.26)$$

donde  $\gamma$  es una constante positiva conocida como la *ganancia de adaptación*. Una segunda posibilidad está representada por ley de actualización del *gradiente normalizado* (ver [75], [74]),

$$-\dot{\hat{\Theta}} = -\frac{e_1 \vartheta}{1 + \vartheta^T \vartheta} \quad (1.27)$$

Note que el error de estimación del parámetro sobreparametrizado  $\tilde{\Theta}$  converge a cero, mejorando las condiciones de *persistencia de excitación* dadas (ver [75], [74] (capítulo. 2), y Narendra y Annaswamy [88] (capítulo. 6)). En cuyo caso, la señal de error de salida  $y - Y$  es asintóticamente estable a cero.

El control adaptativo inestable (1.17), (1.26) se combina con la siguiente estrategia de reinicios, donde,  $0 < \delta < \epsilon$ , son constantes reales pequeñas.

$$u(t) = \begin{cases} \text{si, para cualquier } t > t_0 ; |u(t) - U| = \epsilon, \\ \text{entonces, colocamos } u(t^+) = -\delta \text{ sign } [u(t)] \\ \text{en otro caso, si } |u(t) - U| < \epsilon, u(t) \text{ obedece a la formula (1.17) y (1.26)} \end{cases} \quad (1.28)$$

Note que los reinicios propuestos en (1.28), desarrollados sobre la salida  $u$  del regulador inestable (1.17), no causa discontinuidades en las trayectorias de estimación de los componentes del vector de parámetros, obtenidos como la solución de la ecuación diferencial (1.26).

□ □ □

## 2 Adaptación Dinámica, estabilizante, inestable a tramos en Convertidores DC-DC.

En esta sección se aplican los resultados de las secciones previas para la estabilización de la salida de respuesta de fase no-mínima en el voltaje del capacitor en los bien conocidos convertidores de potencia DC-DC, regulados vía PWM.

### 2.1 Circuito Convertidor "Boost"

Considerese el circuito convertidor "boost" mostrado en la figura 3.2. Este circuito es descrito por el siguiente modelo de la ecuación de estado,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -(1-u)x_2/L + E/L \\ \dot{x}_2 &= (1-u)x_1/C - x_2/RC \\ y &= x_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde  $x_1$  y  $x_2$  representan las variables de la corriente de entrada en el inductor y el voltaje de salida en el capacitor, respectivamente. La cantidad positiva  $E$  es una entrada de voltaje externo. La variable  $u$  denota la función del interruptor, actuando como la entrada de control tomando valores en el conjunto discreto  $\{0,1\}$ . La salida  $y$  del sistema está representada por la corriente de entrada en el inductor  $x_1$ .

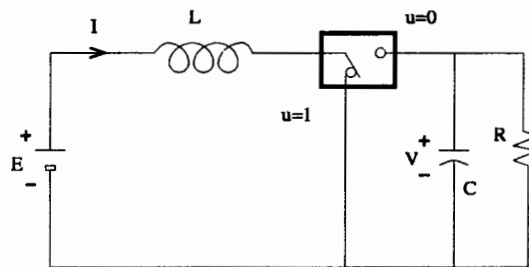


Figura 3.2: Circuito Convertidor "Boost".

Sea,

$$\theta_1 = 1/L \quad ; \quad \theta_2 = 1/C \quad ; \quad \theta_3 = 1/RC \quad ; \quad \theta_4 = E/L \quad (2.2)$$

### Política de Control PWM

La estrategia de control retroalimentado PWM para la regulación del circuito convertidor "boost", esta dada por la siguiente preinscripción de la función de posición del interruptor (ver [76]-[78]),

$$u = \begin{cases} 1 & \text{para } t_k \leq t < t_k + \mu[x(t_k)]T \\ 0 & \text{para } t_k + \mu[x(t_k)]T \leq t < t_k + T \end{cases} \\ k = 0, 1, \dots \quad (2.3)$$

donde  $t_k$  representa un instante de muestreo, el parámetro  $T$  es el período de muestreo fijo, también llamado *ciclo de trabajo*, los valores muestreados del vector de estado  $x(t)$  del convertidor se denotan por  $x(t_k)$ .

### Modelo Promedio.

Considerese entonces el siguiente modelo promedio nominal PWM del circuito convertidor boost obtenido por (2.1)-(2.3), resultado de reemplazar la función de posición del interruptor  $u$  en (2.1), por la función suave representando la función de razón de trabajo  $\mu$ ,

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= -\theta_1(1-\mu)\zeta_2 + \theta_4 \\ \dot{\zeta}_2 &= \theta_2(1-\mu)\zeta_1 - \theta_3\zeta_2 \\ y &= \zeta_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$  representan las variables promedios de las variables de estado originales  $x_1$  y  $x_2$ . Note el abuso de notación al denotar la variable de la salida promedio como  $y$ .

### Análisis del sistema

El punto de equilibrio de la dinámica del sistema promedio (2.4), correspondiente al valor constante  $U$ , ( $0 < U < 1$ ), de la razón de trabajo  $\mu$ , está dada por,

$$\mu = U \quad ; \quad Z_1(U) = \frac{\theta_3\theta_4}{\theta_2\theta_1(1-U)^2} \quad ; \quad Z_2(U) = \frac{\theta_4}{\theta_1(1-U)} \quad (2.5)$$

Los valores de equilibrio  $Z_1(U)$  and  $Z_2(U)$  son, cantidades positivas.

La matriz de Observabilidad, (1.2), asociada a la salida,  $y = \zeta_2$ , del sistema promedio (2.3), está dada por,

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \theta_2(1-\mu) & -\theta_3 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

El rango de la matriz es igual a 2, excepto cuando  $\mu$  es igual a 1. Esta condición corresponde físicamente a una *saturación* de la función de la razón de trabajo, ubicándose la posición del interruptor ( $u \equiv 1$ ), no existiendo la posibilidad de una regulación retroalimentada.

### **Dinámica de los ceros**

Considere la descripción, de entrada-salida del modelo promedio del circuito "boost" controlado vía PWM (ver [54]),

$$\ddot{y} = -\theta_1\theta_2(1-\mu)^2y + \theta_2\theta_4(1-\mu) - \theta_3\dot{y} - \dot{\mu} \left[ \frac{\dot{y} + \theta_3 y}{(1-\mu)} \right] \quad (2.7)$$

la *dinámica de los ceros*, asociada a la constante del punto de equilibrio del sistema,  $y = Z_2(U)$ ,  $\dot{y} = 0$ , está dada por,

$$\dot{\mu} = \frac{\theta_1\theta_2}{\theta_3} (\mu - U) (1 - \mu)^2 \quad (2.8)$$

Los puntos de equilibrio de la dinámica de los ceros están claramente dados por  $\mu = U$  y  $\mu = 1$ . Como lo indica el diagrama de fase (ver Figura 2.7) del sistema (2.8), y quien revela que ambos puntos de equilibrios son inestables.

Supongase que desea regular el voltaje de salida en el capacitor  $x_2$  hacia un valor deseado constante  $X_2(U) = Y$ , notese el pequeño módulo del "rizo" debido a las acciones de la regulación mediante pulsos vía el controlador retroalimentado PWM. Se ha mostrada rigurosamente en [50], que las trayectorias del estado regulado vía PWM pueden converger, en un entorno arbitrario, hacia el promedio en lazo cerrado de la respuesta de los estados controlados vía PWM, mejorándose mediante el aumento a un valor más grande de la frecuencia de muestreo  $1/T$ , asociada al esquema de regulación de PWM utilizado. En resumen el problema de estabilización es, por lo tanto, primero resuelto sobre el modelo promedio en (2.3), como si éste fuese un modelo precisamente representado por el sistema real controlado vía PWM (2.1),(2.3).

### **Adaptación**

Sea la dinámica lineal de lazo cerrado asintóticamente estable deseada para el convertidor controlado promedio PWM de la forma,

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) = 0 \quad (2.9)$$

El regulador retroalimentado inestable correspondiente, el cual sintetiza el valor *calculado* de la función de razón de trabajo  $\mu$ , reescrita sobre las variables transformadas, está dado como,

$$\dot{\mu} = \frac{\theta_2(1-\mu)}{\dot{y} + \theta_3y} \left[ (2\xi\omega_n - \theta_3)\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) - (1-\mu)^2 \theta_1\theta_2 y + \theta_2\theta_4 (1-\mu) \right] \quad (2.10)$$

En términos de las variables originales de estado promediadas  $\zeta_1, \zeta_2$ , el sintetizador de la razón de trabajo, dinámica es reescrita como:

$$\dot{\mu} = \frac{1}{\theta_2 \zeta_1} \left[ \omega_n^2 (\zeta_2 - Y) + 2\xi \omega_n \theta_2 \zeta_1 - 2\xi \omega_n \theta_3 \zeta_2 - \theta_1 \theta_2 \zeta_2 - \theta_2 \theta_3 \zeta_1 + \theta_2 \theta_4 + \theta_3^2 \zeta_2 \right. \\ \left. + \mu (-2\xi \omega_n \theta_2 \zeta_1 + 2\theta_1 \theta_2 \zeta_2 + \theta_2 \theta_3 \zeta_1 - \theta_2 \theta_4) - \theta_1 \theta_2 \mu^2 \zeta_2 \right] \quad (2.11)$$

Si los parámetros del circuito  $\theta_1, \dots, \theta_4$  son desconocidos, la versión adaptativa del controlador linealizado inestable (2.11) se obtiene como,

$$\dot{\mu} = \frac{1}{\hat{\theta}_2 \zeta_1} \left[ \omega_n^2 (\zeta_2 - Y) + 2\xi \omega_n \hat{\theta}_2 \zeta_1 - 2\xi \omega_n \hat{\theta}_3 \zeta_2 - \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2 \zeta_2 - \hat{\theta}_2 \hat{\theta}_3 \zeta_1 + \hat{\theta}_2 \hat{\theta}_4 + \hat{\theta}_3^2 \zeta_2 \right. \\ \left. + \mu (-2\xi \omega_n \hat{\theta}_2 \zeta_1 + 2\hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2 \zeta_2 + \hat{\theta}_2 \hat{\theta}_3 \zeta_1 - \hat{\theta}_2 \hat{\theta}_4) - \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2 \mu^2 \zeta_2 \right] \quad (2.12)$$

en términos del vector sobreparametrizado  $\hat{\Theta}$ , se define como,

$$\Theta = [\Theta_1, \dots, \Theta_{14}] = [\theta_1, \dots, \theta_4, \theta_1^2, \theta_1 \theta_2, \dots, \theta_2^2, \dots, \dots, \theta_3 \theta_4, \theta_4^2]^T \quad (2.13)$$

el controlador retroalimentado dinámico (2.12) por lo tanto, se define como,

$$\dot{\mu} = \frac{1}{\hat{\Theta}_2 \zeta_1} \left[ \omega_n^2 (\zeta_2 - Y) + 2\xi \omega_n \hat{\Theta}_2 \zeta_1 - 2\xi \omega_n \hat{\Theta}_3 \zeta_2 - \hat{\Theta}_6 \zeta_2 - \hat{\Theta}_{10} \zeta_1 + \hat{\Theta}_{11} + \hat{\Theta}_{12} \zeta_2 \right. \\ \left. + \mu (-2\xi \omega_n \hat{\Theta}_2 \zeta_1 + 2\hat{\Theta}_6 \zeta_2 + \hat{\Theta}_{10} \zeta_1 - \hat{\Theta}_{11}) - \hat{\Theta}_6 \mu^2 \zeta_2 \right] \quad (2.14)$$

Note que el controlador (2.13), o el equivalente (2.14), exhibe una singularidad en  $\zeta_1 = 0$ , la cual puede ser evitada considerandola alejada del punto de equilibrio. Las condiciones iniciales del sistema, y el controlador del estado, pueden ser siempre ubicadas apropiadamente lejos de estas singularidades evitandolas convenientemente.

Continuando los desarrollos de las secciones previas, se obtiene la siguiente expresión para el comportamiento de lazo cerrado, de la variable de salida.

$$\ddot{y} + 2\xi \omega_n \dot{y} + \omega_n^2 (y - Y) = [\tilde{\Theta}_1, \dots, \tilde{\Theta}_{14}] \begin{bmatrix} W_1(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \\ \vdots \\ W_{14}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Las ecuaciones de las leyes de actualización de la estimación de los parámetros se pueden resumir de la siguiente forma:

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = -\hat{\Theta}_i = \gamma e_1 W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \quad ; \quad i = 1, \dots, 14 \quad (2.16)$$

donde,

$$\begin{aligned} W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= 0 \quad ; \quad i = 1, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 14 \\ W_2(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= 2\xi \omega_n (1 - \mu) \zeta_1 - \zeta_1 \mu \\ W_3(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -2\xi \omega_n \zeta_2 \\ W_6(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -\zeta_2 (1 - \mu)^2 \\ W_{10}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -\zeta_1 (1 - \mu) \\ W_{11}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= 1 - \mu \\ W_{12}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= \zeta_2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

y,

$$e_1 = \sum_{i=1}^{14} \tilde{\Theta}_i \vartheta_i = y - Y + \sum_{i=1}^{14} \hat{\Theta}_i \vartheta_i - \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} * \left[ \sum_{i=1}^{14} \hat{\Theta}_i W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \right] \quad (2.18)$$

Las componentes del vector regresor filtrado  $\vartheta_i$  se obtienen como las soluciones de las siguientes ecuaciones diferenciales, con condiciones iniciales iguales a cero,

$$\begin{aligned} \ddot{\vartheta}_i &= -2\xi\omega_n \dot{\vartheta}_i - \omega_n^2 \vartheta_i + W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \\ i &= 2, 3, 6, \dots, 11, 12. \end{aligned} \quad (2.19)$$

evidentemente,

$$\vartheta_i = 0 \quad \text{for } i = 1, 4, 5, \dots, 9, 13, 14 \quad (2.20)$$

### **Estrategia de reinicios**

Una estrategia de reinicio puede ser propuesta para la síntesis de la razón de trabajo (2.14), (2.16) la cual ejecuta efectivamente la estabilización del sistema incierto al forzar la trayectoria de la salida del controlador generado dinámicamente  $\mu(t)$ ;  $t > t_0$ , a desenvolverse dentro de una pequeña vecindad del valor de equilibrio del controlador requerido  $\mu = U$ .

$$\mu(t) = \begin{cases} \text{si, para cualquier } t > t_0 ; |\mu(t) - U| = \epsilon, \\ \text{entonces, colocamos } \mu(t^+) = -\delta \text{ sign } [\mu(t)] \\ \text{en otro caso, si } |\mu(t) - U| < \epsilon, \mu(t) \text{ obedece a la formula (2.14), (2.16)} \end{cases} \quad (2.21)$$

La síntesis de la función de razón de trabajo adaptativa dinámica, (2.14), (2.16) hasta (2.21), es fácilmente transportada dentro del esquema de regulación vía PWM real de la forma (2.3), por medio de una frecuencia alta de muestreo en la síntesis de la trayectoria de la función de razón de trabajo calculada en línea  $\mu(t)$ .

La figura 3.3 delinea el esquema de regulación retroalimentada PWM adaptativa, inestable a tramos. Notese que en este esquema de retroalimentación, se prefiere usar las variables promedio del vector de estado  $\zeta_1, \zeta_2$ , como se indica en las expresiones (2.14), a los valores efectivos del vector de componentes,  $x_1, x_2$ . El esquema del control retroalimentado ha sido completamente justificado en [62]- [53], para un gran variedad de estrategias de controles retroalimentados no-lineales.

**3 .1 Simulación.** Las simulaciones se desarrollan, para la estrategia de reinicio en el controlador retroalimentado dinámico adaptativo no-lineal propuesto y especificado por (2.14), (2.16) hasta (2.20), sobre el convertidor del tipo "boost". Los valores de parámetros utilizados en el modelo del convertidor, pero tan solo en el modelo, en cualquier otro caso son parámetros desconocidos, fueron seleccionados como:  $L = 0.020$  H,  $C = 20$   $\mu$ F  $R = 30$   $\Omega$  y  $E = 15$ V. El valor de equilibrio deseado para la función de razón de trabajo, generada por el controlador fué ubicado en  $\mu = U = 0.6$ . El correspondiente punto de equilibrio, para la corriente promedio de entrada en el inductor y el voltaje promedio en el capacitor, fueron ubicados, respectivamente, en  $Z_1(0.6) = 0.4419$ Amp,  $Y = Z_2(0.6) = 0.1677$  Volts.

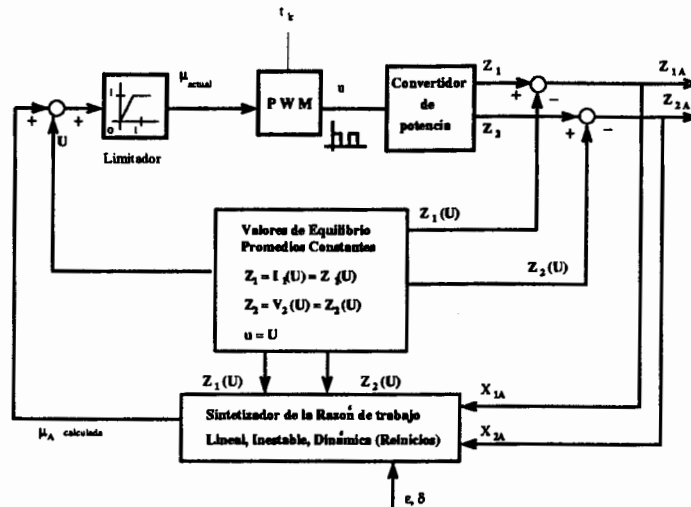


Figura 3.3: Esquema de Control retroalimentado PWM, adaptativo, dinámico, inestable para convertidores DC-DC.

Para la prueba de robustez del esquema de control adaptativo propuesto, se empleó el controlador dinámico diseñado sobre una versión del circuito convertidor "boost" perturbado. Una señal estocástica de promedio cero, acotada, generada por la computadora,  $\eta$  fué inyectada a l conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el modelo del circuito "boost" (2.1). La perturbación estocástica externa  $\eta$  fué ubicada en la fuente de voltaje, representando una fuente de voltaje externa incierta, dada de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\theta_1(1-u)x_2 + \theta_4(1+\eta) \\ \dot{x}_2 &= \theta_2(1-u)x_1 - \theta_3 x_2 \\ y &= x_2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

El valor pico a pico de la perturbación estocástica externa,  $\eta$ , se seleccionó con un valor aproximado de 7.5% de la magnitud del parámetro  $E/L$ .

Las simulaciones mostradas en la figura 3.4, delinear el comportamiento de las trayectorias de estado reguladas  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  vía PWM, no-lineal inestable a tramos, para el modelo del convertidor (2.22). La función de razón de trabajo generada dinámicamente  $\mu$  fué utilizada sobre un controlador PWM de la forma (2.3), con una frecuencia de muestreo de 100 KHz.

La dinámica lineal asintóticamente estable deseada de segundo orden para la regulación en el voltaje salida del capacitor se caracteriza por los siguientes parámetros de diseño  $\xi = 0.85$   $\omega_n = 700$ .



La actividad de reinicio ejercida en la trayectoria de salida del controlador  $\mu(t)$ , para el sistema perturbado, se muestra también en la figura 3.4. Los conjuntos cercanos asociados a la estrategia  $S_\epsilon$  and  $S_\delta$ , definidos en (1.13)–(1.14), son caracterizados por  $\epsilon = 0.003$  y  $\delta = 0.001$ . Una pequeña porción de la señal de entrada de perturbación estocástica externa, generada en la computadora,  $\eta$  se muestra en esta figura a la vez con algunas de las trayectorias de los componentes del vector de parámetros estimados,  $\hat{\Theta}(t)$ . La ganancia de adaptación  $\gamma$  fué ubicada en el valor  $\gamma = 0.859$ .

Se pueden ver que las variables  $x_1$  and  $x_2$ , convergen asintóticamente hacia los valores de equilibrio requeridos con la ausencia de oscilaciones. En deprimiento de la natural entrada "acoplada" de perturbación aplicada al sistema, las variables de estado se exhiben robustas con respecto a esta perturbación estocástica externa. El objetivo del control de conducir el voltaje de salida en el capacitor del convertidor a un valor de equilibrio especificado con unas características de estabilización deseadas, como se ve fuerón perfeccionadas de manera satisfactoria.

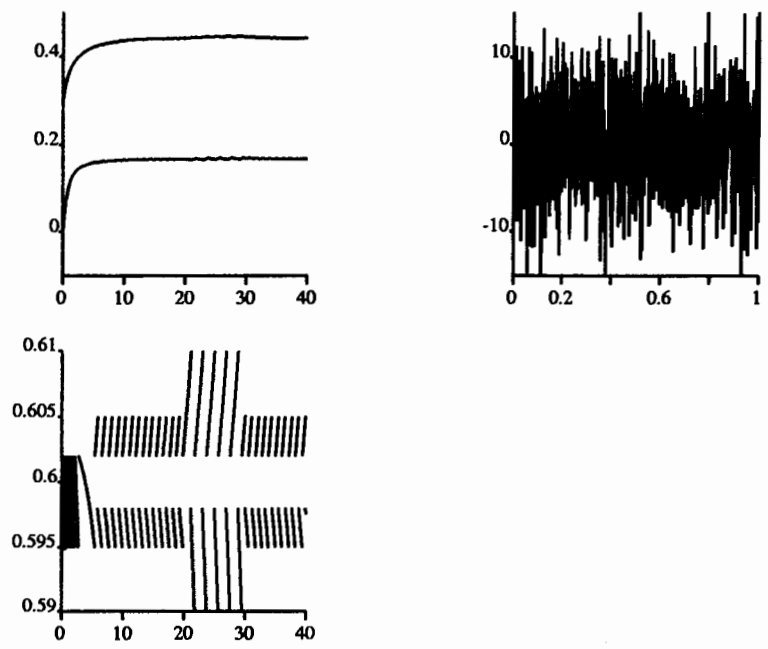


Figura 3.4: Trayectorias del estado controladas adaptativas no-lineales, reinicios de la entrada de la razón de trabajo inestable, y perturbación estocástica externa, para el ejemplo del convertidor "boost".

□ □ □

## 2.2 Convertidor "Buck-Boost".

En esta sección se resumiran los pasos más importantes para la obtención del sintetizador de la razón de trabajo adaptativa, no-lineal, inestable para la estabilización de la respuesta de fase no-mínima en la salida de voltaje en el capacitor del convertidor "buck-boost" de parámetros inciertos.

Modelo del convertidor "buck-boost" (Ver Figura 3.5).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (1-u)x_2/L + uE/L \\ \dot{x}_2 &= -(1-u)x_1/C - x_2/RC \\ y &= x_2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

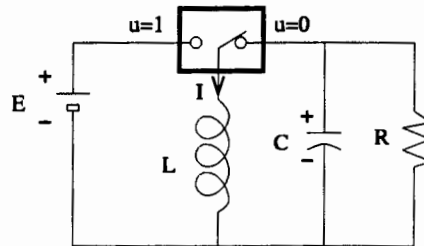


Figura 3.5: Convertidor "Buck-Boost".

Definición de parámetros desconocidos.

$$\theta_1 = 1/L \quad ; \quad \theta_2 = 1/C \quad ; \quad \theta_3 = 1/RC \quad ; \quad \theta_4 = E/L \quad (2.24)$$

Modelo Promedio del Convertidor "buck-boost" vía PWM.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= \theta_1(1-\mu)\zeta_2 + \mu\theta_4 \\ \dot{\zeta}_2 &= -\theta_2(1-\mu)\zeta_1 - \theta_3\zeta_2 \\ y &= \zeta_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Puntos de Equilibrio para el modelo promedio.

$$\mu = U \quad ; \quad Z_1(U) = \frac{U\theta_3\theta_4}{\theta_2\theta_1(1-U)^2} \quad ; \quad Z_2(U) = -\frac{U\theta_4}{\theta_1(1-U)} \quad (2.26)$$

Matriz de Observabilidad

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\theta_2(1-\mu) & -\theta_3 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

El rango de la matriz de observabilidad es siempre igual a 2, excepto cuando  $\mu$  es idéntica a 1.

**Descripción de Entrada-Salida del controlador, vía PWM, del convertidor promedio "Buck-Boost" [54]**

$$\ddot{y} = -\theta_1\theta_2(1-\mu)^2y - \theta_2\theta_4\mu(1-\mu) - \theta_3\dot{y} - \dot{\mu} \left[ \frac{\dot{y} + \theta_3 y}{(1-\mu)} \right] \quad (2.28)$$

**Dinámica de los Ceros para el convertidor promedio "buck-boost".**

$$\dot{\mu} = \frac{\theta_1\theta_2}{U\theta_3} (\mu - U) (1 - \mu)^2 \quad (2.29)$$

Los puntos de equilibrio de la dinámica de los ceros están dados por  $\mu = U$  y  $\mu = 1$ . Como revela el diagrama de fase del sistema (2.29) (ver Figura 2.8), ambos puntos de equilibrio son inestables.

**La Dinámica Lineal de Lazo Cerrado Asintóticamente Estable para el Control del Modelo Promedio del Convertidor "buck-boost".**

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) = 0 \quad (2.30)$$

**Sintetizador de Razón de Trabajo Retroalimentado Dinámico, No-lineal Inestable**

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = & \frac{1}{\theta_2\zeta_1} \left[ -\omega_n^2(\zeta_2 - Y) + 2\xi\omega_n\theta_2\zeta_1 + 2\xi\omega_n\theta_3\zeta_2 + \theta_1\theta_2\zeta_2 - \theta_2\theta_3\zeta_1 - \theta_3^2\zeta_2 \right. \\ & \left. + \mu(-2\xi\omega_n\theta_2\zeta_1 - 2\theta_1\theta_2\zeta_2 + \theta_2\theta_3\zeta_1 + \theta_2\theta_4) + \mu^2(\theta_1\theta_2\zeta_2 + \theta_2\theta_4) \right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

**Sintetizador de Razón de Trabajo Adaptativo No-lineal Inestable**

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = & \frac{1}{\hat{\theta}_2\hat{\zeta}_1} \left[ -\omega_n^2(\hat{\zeta}_2 - Y) + 2\xi\omega_n\hat{\theta}_2\hat{\zeta}_1 + 2\xi\omega_n\hat{\theta}_3\hat{\zeta}_2 + \hat{\theta}_1\hat{\theta}_2\hat{\zeta}_2 - \hat{\theta}_2\hat{\theta}_3\hat{\zeta}_1 - \hat{\theta}_3^2\hat{\zeta}_2 \right. \\ & \left. + \mu(-2\xi\omega_n\hat{\theta}_2\hat{\zeta}_1 - 2\hat{\theta}_1\hat{\theta}_2\hat{\zeta}_2 + \hat{\theta}_2\hat{\theta}_3\hat{\zeta}_1 + \hat{\theta}_2\hat{\theta}_4) + \mu^2(\hat{\theta}_1\hat{\theta}_2\hat{\zeta}_2 + \hat{\theta}_2\hat{\theta}_4) \right] \end{aligned} \quad (2.32)$$

**Controlador Adaptativo Sobreparametrizado.**

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = & \frac{1}{\hat{\Theta}_2\hat{\zeta}_1} \left[ -\omega_n^2(\hat{\zeta}_2 - Y) + 2\xi\omega_n\hat{\zeta}_1(1-\mu)\hat{\Theta}_2 + 2\xi\omega_n\hat{\zeta}_2\hat{\Theta}_3 + \hat{\zeta}_2(1-\mu)^2\hat{\Theta}_6 \right. \\ & \left. - \hat{\zeta}_1(1-\mu)\hat{\Theta}_{10} + \mu(1-\mu)\hat{\Theta}_{11} - \hat{\zeta}_2\hat{\Theta}_{12} \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

**Comportamiento en Lazo Cerrado Inestable a tramos de la Salida del Voltaje Promedio en el Capacitor.**

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2(y - Y) = [\tilde{\Theta}_1, \dots, \tilde{\Theta}_{14}] \begin{bmatrix} W_1(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \\ \vdots \\ W_{14}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

**Ley de Actualización para la estimación del Parámetro.**

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = -\dot{\tilde{\Theta}}_i = \gamma e_1 W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \quad ; \quad i = 1, \dots, 14 \quad (2.35)$$

donde,

$$\begin{aligned} W_1(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= 0 \quad ; \quad i = 1, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 14 \\ W_2(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -2\xi\omega_n(1 - \mu)\zeta_1 + \zeta_1\dot{\mu} \\ W_3(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -2\xi\omega_n\zeta_2 \\ W_6(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -\zeta_2(1 - \mu)^2 \\ W_{10}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= \zeta_1(1 - \mu) \\ W_{11}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= -\mu(1 - \mu) \\ W_{12}(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) &= \zeta_2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

y,

$$e_1 = \sum_{i=1}^{14} \tilde{\Theta}_i \vartheta_i = y - Y + \sum_{i=1}^{14} \hat{\Theta}_i \vartheta_i - \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} * \left[ \sum_{i=1}^{14} \hat{\Theta}_i W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \right] \quad (2.37)$$

**Componentes del Vector Regresor (con Condiciones Iniciales Cero)**

$$\ddot{\vartheta}_i = -2\xi\omega_n\dot{\vartheta}_i - \omega_n^2\vartheta_i + W_i(\zeta, \hat{\Theta}, \mu) \quad ; \quad i = 2, 3, 6, \dots, 11, 12. \quad (2.38)$$

$$\vartheta_i = 0 \quad \text{for } i = 1, 4, 5, \dots, 9, 13, 14 \quad (2.39)$$

**Sintetizador de la Razón de Trabajo Adaptativa Inestable, para una Estrategía de Reinicios.**

$$\mu(t) = \begin{cases} \text{si, para cualquier } t > t_0 \quad ; \quad |\mu(t) - U| = \epsilon, \\ \text{entonces, colocamos } \mu(t^+) = -\delta \text{ sign } [\mu(t)] \\ \text{en otro caso, si } |\mu(t) - U| < \epsilon, \quad \mu(t) \text{ obedece a la formula (2.33), (2.35)} \end{cases} \quad (2.40)$$

La función de razón de trabajo adaptativa dinámica, (2.33),(2.35)–(2.40), se lleva a cabo dentro del esquema de regulación PWM de la forma (2.3), como el ejemplo previo.

**3.2 Simulación.** Las simulaciones fueron desarrolladas para la estrategia del reinicios y controlador retroalimentado adaptativo dinámico no-lineal propuesto, especificado por (2.33), (2.35)-(2.40), sobre el convertidor del tipo "buck-boost". Los valores de parámetro utilizados únicamente en el modelo, para la simulación fueron seleccionados similares al del ejemplo del convertidor "boost". El valor de equilibrio para  $\mu$  fué ubicado en  $\mu = U = 0.556$ . Los puntos de equilibrios correspondientes, para la entrada de la corriente promedio en el inductor y la salida de voltaje promedio en el capacitor se ubicaron respectivamente  $Z_1(0.556) = 0.2$  Amp,  $Z_2(0.556) = -0.084$  Volts.

La robustez del esquema de control retroalimentado adaptativo fué puesto a prueba con el sistema perturbado,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \theta_1(1-u)x_2 + \theta_4(1+\eta) \\ \dot{x}_2 &= -\theta_2(1-u)x_1 - \theta_3 x_2 \\ y &= x_2\end{aligned}\tag{2.41}$$

El valor pico a pico de la señal de perturbación "acoplada"  $\eta$ , fué seleccionado en 7.5% del valor del parámetro  $E/L$ .

Las simulaciones, se muestran en la figura 3.6, delineando el comportamiento de las trayectorias de estado  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  reguladas inestable a tramos no-lineales vía PWM, para el modelo del convertidor perturbado (2.22). La frecuencia de muestreo para el controlador PWM (2.3) fué puesta en 100 KHz.

Para la dinámica de lazo cerrado linealizada deseada, se seleccionaron los siguientes parámetros de diseño:

$$\xi = 0.85 \quad \omega_n = 700.0.$$

La actividad de reinicio en la salida de la trayectoria del controlador  $\mu(t)$ , para el sistema perturbado, se muestra también en la figura 3.6. Los conjuntos vecinos  $S_\epsilon$  y  $S_\delta$ , fueron caracterizados por  $\epsilon = 0.004$  y  $\delta = 0.002$ . Además se muestra una pequeña porción de la señal de perturbación estocástica externa  $\eta$ , en esta figura se acompaña de las trayectorias de los componentes del vector de parámetros estimados  $\hat{\Theta}(t)$ . La ganancia de adaptación  $\gamma$  fué seleccionada como  $\gamma = 0.655$ .

Las variables de estado  $x_1$  y  $x_2$ , convergen asintóticamente hacia los valores de equilibrio, sin oscilaciones observadas.

□ □ □

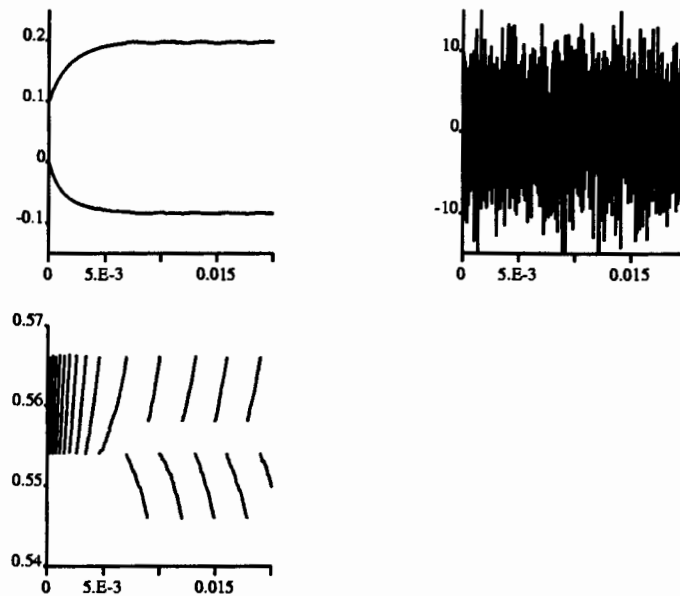


Figura 3.6: Trayectorias del estado controladas adaptativas no-lineales, y reinicios de la entrada de la razón, de trabajo inestable, perturbación estocástica externa, para el ejemplo del convertidor "Buck-boost".

En resumen presentamos un nuevo esquema de control retroalimentado adaptativo inestable para la estabilización dinámica directa de la salida de fase no-mínima en sistemas no-lineales inciertos. El controlador de reinicios se desarrollo mediante "regimenes pseudo-deslizantes" robustos, útilmente empleados sobre el espacio de estados del cotrolador. El esquema de control retroalimentado adaptativo conlleva a una trayectoria de la entrada del control linealizada, inestable a tramos, acotada para el sistema de lazo cerrado. Los resultados teóricos fueron aplicados a la regulación directa del voltaje de salida en el capacitor de las fuentes de potencia, via simulaciones en computadora con las aplicaciones de MATLAB y SIMNON, para los convertidores DC-DC del tipo "boost" y "buck-boost".

Aunque los resultados presentados corresponden a sistemas no-lineales de segundo orden, con dinámica de ceros inestable de primer orden, ellos pueden ser extendidos a sistemas de orden superior coincidiendo una dinámica de ceros de fase no-mínima asociada más compleja. La idea para estos casos consiste en un diseño directo del controlador linealizado, dinamicamente, inestable seguido, por reinicios de estado del cotrolador de dimención superior. Uno generaliza los resultados aqui presentados al definir utiles acotados "hipercajas" o "hiperparalopípedos", para los reinicios de las trayectorias del estado del cotrolador inestable alrededor del punto de equilibrio constante requerido. En promedio la salida del controlador dinámico es fuertemente colocado en el valor de el equilibrio requerido mientras sus derivadas temporales sucesivas son ubicadas individualmente sobre una pequeña vecindad del cero. Limitadas por "esferas y elipsoides" para las tareas de reinicio.

□ □ □