

Capítulo IV

Adaptación Dinámica vía PWM en convertidores de potencia DC-DC, Método Backstepping

Después de darle solución a la respuesta de fase no-mínima en el capítulo [III], en esta parte del trabajo se describe una aportación a la regulación indirecta del modelo promedio obtenido via PWM de los convertidores DC-DC, con una nueva metodología que efectúa el análisis y diseño del control retroalimentado, con la característica de contemplar un esquema adaptativo [59], sobre la discrepancia (tolerancia) en los parámetros constantes pero desconocidos del circuito. Esta estrategia, la cual envuelve esencialmente un “cambio de la salida” evita efectivamente el problema de fase no-mínima en la regulación directa de la variable de salida de voltaje promedio en el capacitor.

Si se asume que los componentes del circuito convertidor son conocidos nominalmente y sus discrepancias (tolerancias) de los valores nominales son totalmente desconocidos. Podremos asociar el valor nominal de cada uno de los componentes del circuito convertidor mediante un difeomorfismo de coordenadas de estado dependiente del control, y por consiguiente es posible obtener la linealización de entrada-salida del sistema. Así se establece el sistema descrito en *variables de fase generalizadas* (Fliess [67]), cuyos controladores se describen posteriormente en detalle.

Alternativamente, al realizar una transformación de coordenadas de estado dependiente del control, sobre la base de los valores nominales de los parámetros, se obtiene una *Forma Canónica de Realimentación Paramétrica Pura*, presentada por Kanellakopoulos [22, 23], la cual, en su estructura se asemeja fuertemente con la *Forma Canónica Generalizada de Observabilidad de Fliess* [19, 20], excepto por la presencia de la variable de control en algunas de las componentes del denominado “vector regresor”, así como de derivadas temporales de orden superior de tales variables de control.

La similitud anterior de las formas canónicas particularizadas para los convertidores de corriente continua, nos permite **aportar** un procedimiento de diseño para sintetizar la relación de trabajo y las leyes de actualización de los parámetros del controlador diseñado para los convertidores. Logrando asociar la Forma Generali-

zada de Fliess, con el esquema de regulación adaptativa estabilizante, constituido por la estrategia conocida como la técnica del “paso atrás” [22, 23] (o “backstepping” en inglés), fundamentada y desarrollada a partir de la Forma Canónica de Realimentación Paramétrica Pura. La idea básica y variaciones útiles razonables del procedimiento diseño “un paso atrás” adaptativo pueden ser encontrados en excelentes artículos de investigación publicados por Kanellakopoulos (1991, 1991b y 1991c) [76] [50] [51] y por Krstic [72] en 1992 donde existen los detalles perfectamente delineados.

El esquema de control resultante realiza satisfactoriamente, via simulaciones de computadora en el modelo del convertidor DC-DC, la regulación indirecta del voltaje de salida en el capacitor, por medio de la regulación de la corriente de entrada en el inductor, ajustando correctamente la incertidumbre remanente de los parámetros por sobre los valores nominales del circuito. A continuación para su estudio se describirá, en primera instancia vía el ejemplo del convertidor “Boost” y posteriormente para el convertidor “Buck-Boost”, el desglose del trabajo en tres secciones: Primero, los fundamentos de la linealización entrada-salida del convertidor, controlado vía PWM. Segundo el circuito y el sintetizador de la razón de trabajo dinámico, donde se asume que todos los parámetros en el sistema son conocidos perfectamente. Tercero, se aplicará la estrategia de control adaptativa dinámica, vía PWM, al convertidor de potencia DC-DC, con los valores de los parámetros incrementales desconocidos.

□ □ □

1 Linealización entrada-salida para convertidores de potencia DC-DC

En esta parte se describen los desarrollos que conllevan a los sintetizadores dinámicos de la razón de trabajo para la estabilización de los modelos nominales promedios de los convertidores de potencia DC-DC. El esquema explorado por Sira-Ramírez (1991) [51], se presenta en la figura 4.1, la idea fundamental es obtener una generalidad en la representación de la variable de fase no-lineal del comportamiento de entrada-salida del circuito promedio para el cual el problema de la síntesis del control es directa.

Debido a los problemas de fase no-mínima asociadas con la variable de salida del voltaje en el capacitor (ver capítulo II), la variable a regular se selecciona como la corriente de entrada en el inductor. Así se ejecuta la regulación en forma indirecta del voltaje de salida.

□ □ □

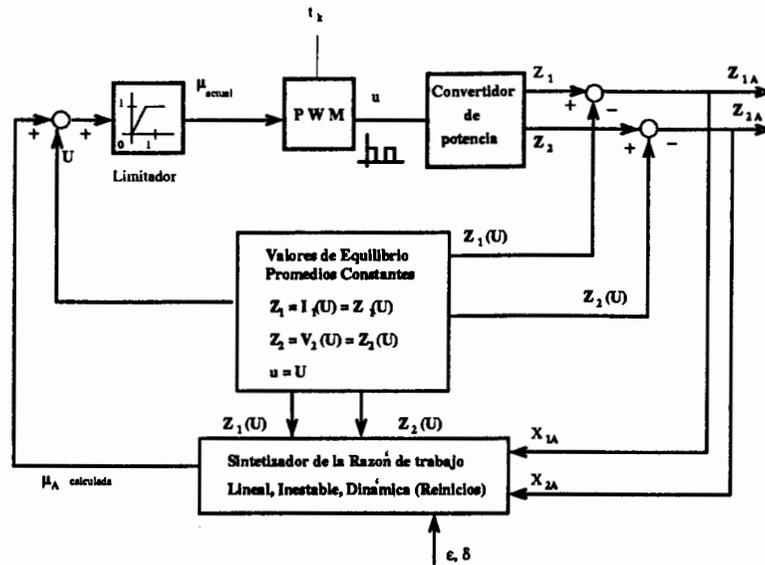


Figura 4.1: Esquema de Linealización entrada-salida.

2 Circuito Boost

Considerese el circuito convertidor “boost” mostrado en la figura 4.2. Este circuito es descrito por el siguiente modelo de la ecuación de estado,

$$\begin{aligned} \dot{I}(t) &= -\frac{1}{L}(1-u)V(t) + \frac{E}{L} \\ \dot{V}(t) &= \frac{1}{C}(1-u)I(t) - \frac{1}{RC}V(t) \\ y(t) &= I(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde I y V representan las variables de la entrada de corriente en el inductor y el voltaje de salida en el capacitor, respectivamente. La cantidad positiva E es una entrada de voltaje externo. La variable u denota la función del interruptor, actuando como la entrada de control tomando valores en el conjunto discreto $\{0,1\}$. La salida y del sistema está representada por la corriente de entrada en el inductor I .

Sea,

$$\Theta_1 = \frac{1}{L} \quad ; \quad \Theta_2 = \frac{1}{C} \quad ; \quad \Theta_3 = \frac{1}{RC} \quad ; \quad \Theta_4 = \frac{E}{L} \quad (2.2)$$

el conjunto de parámetros nominales conocidos.

Considerese entonces el siguiente modelo promedio nominal PWM del circuito convertidor boost, obtenido vía PWM,

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= -\Theta_1(1-\mu)\zeta_2 + \Theta_4 \\ \dot{\zeta}_2 &= \Theta_2(1-\mu)\zeta_1 - \Theta_3\zeta_2 \\ \eta &= \zeta_1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

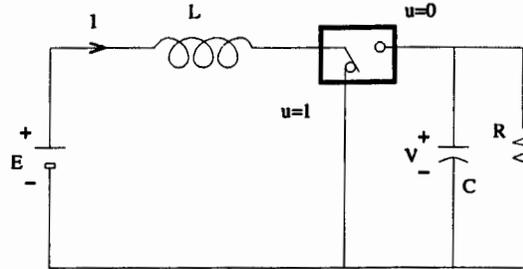


Figura 4.2: Circuito Convertidor "Boost".

donde ζ_1 y ζ_2 representan las variables promedios de las variables de estado originales I y V . La variables η denota la variables de salida promedio ζ_1 .

Para un valor constante dado, $\mu = u$, en la función de razón de trabajo, los correspondientes valores de equilibrio de las variables de estado del circuito estan dados por,

$$\zeta_1(U) = \frac{\Theta_3 \Theta_4}{\Theta_1 \Theta_2 (1-U)^2} \quad ; \quad \zeta_2(U) = \frac{\Theta_4}{\Theta_1 (1-U)} \quad (2.4)$$

Note la eliminación del parámetro constante U , en el conjunto formado por la relación de los valores de equilibrio ζ_1 y ζ_2

$$\zeta_1(U) = \frac{\theta_3 \theta_1}{\theta_2 \theta_4} \zeta_2^2(U)$$

De esta forma el valor deseado en estado estable predefinido del voltaje de salida en el capacitor $\zeta_2(U)$, determina un único valor, en ambos valores requeridos constantes de la función de razón de trabajo, U y su correspondiente valor promedio para la entrada de corriente en el inductor $\zeta_1(U)$.

Este simple hecho permite la *regulación indirecta* del voltaje promedio en el capacitor del convertidor a través de la regulación de la corriente promedio de entrada en el inductor. Por esta razón el problema de control puede ser formulado en términos de ejecutar un valor de equilibrio en estado estable, denotado por Y , para la entrada de corriente en el inductor.

Considerese la siguiente transformación localmente invertible de las coordenadas de estado de entrada dependiente *nominal* del modelo promedio no-lineal (2.3)

$$x_1 = \zeta_1 \quad ; \quad x_2 = -\Theta_1 (1 - \mu) \zeta_2 + \Theta_4 \quad (2.5)$$

y su transformación inversa asociada,

$$\zeta_1 = x_1 \quad ; \quad \zeta_2 = \frac{\Theta_4 - x_2}{\Theta_1 (1 - \mu)} \quad (2.6)$$

Usando la respectiva transformación de coordenadas de estado (2.5) (2.6), sobre el circuito promedio (2.3) uno obtiene la siguiente *Forma Canónica Generalizada de Observabilidad de Fliess* del modelo promedio del convertidor boost

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\theta_1\theta_2(1-\mu)^2x_1 - \theta_3(x_2 - \theta_4) - \frac{\dot{\mu}}{1-\mu}(x_2 - \theta_4) \\ \eta &= x_1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

La *dinámica de los ceros* asociada con el punto de equilibrio $x_1 = \zeta_1(U)$, $x_2 = 0$, está dada por la dinámica de 1er orden,

$$\dot{\mu} = -\frac{\theta_3}{(1-U)^2} (1-\mu)(\mu-U)(2-\mu-U) \quad (2.8)$$

La dinámica de los ceros exhibe dos puntos de equilibrio inestables $\mu = U-2 < 0$ y $\mu = 1$. El único punto de equilibrio estable $\mu = U$ hace al modelo promediado un sistema de fase mínima en la región de interés.

El sistema transformado (2.7), deseamos imponerle un comportamiento preestablecido como la siguiente dinámica, asintóticamente estable de segundo orden lineal e invariante en el tiempo

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2\xi\omega_n x_2 - \omega_n^2(x_1 - Y) \\ \eta &= x_1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde ξ y ω_n son parámetros de diseño reflejan la particular necesidad de características transitorias ha imponerse sobre la salida promedio regulada $\eta = x_1$. La constante Y representa un valor de equilibrio deseado en lazo cerrado en estado estable de la variable de salida promediada η . En este caso los valores de parámetros son conocidos y así también el valor deseado de salida, representada por la corriente, $Y = \zeta_1(U) = \Theta_3\Theta_4/\Theta_1\Theta_2(1-U)^2$.

La obtención del controlador dinámico es inmediata a partir de las ecuaciones (2.7) y (2.9) con la característica de ser una función de razón de trabajo linealizada, estabilizante. En términos de las variables transformadas x_1 y x_2 , la función de razón de trabajo, μ , se obtiene como la solución de la ecuación diferencial variante en el tiempo,

$$\dot{\mu} = \frac{1-\mu}{x_2 - \theta_4} \left[2\xi\omega_n x_2 + \omega_n^2(x_1 - Y) - \theta_1\theta_2(1-\mu)^2x_1 - \theta_3(x_2 - \theta_4) \right] \quad (2.10)$$

En términos de las variables de estado promedio ζ_1 y ζ_2 , el sintetizador dinámico de la razón de trabajo se obtiene como la siguiente expresión equivalente,

$$\dot{\mu} = \frac{1}{\theta_1\zeta_2} \left[\left(\theta_1\theta_2(1-\mu)^2 - \omega_n^2 \right) \zeta_1 + (2\xi\omega_n\theta_1 - \theta_1\theta_3)(1-\mu)\zeta_2 - 2\xi\omega_n\theta_4 + \omega_n^2 Y \right] \quad (2.11)$$

Los valores de μ , obtenidos de la solución en línea de la ecuación (2.10), representa la función de razón de trabajo efectiva, al implementarla sobre el convertidor representa una regulación discontinua, los valores de μ deben ser necesariamente limitados al intervalo $[0, 1]$. Denotando por μ_a la *función de razón de trabajo efectiva* como

$$\mu_a(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mu(t) \geq 1 \\ \mu(t) & \text{for } 0 < \mu(t) < 1 \\ 0 & \text{for } \mu(t) \leq 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Es necesario el hacer notar que cuando el periodo de muestreo T es lo suficientemente pequeño, se prefiere trabajar con las variables de estado V y I , en lugar de las variables de promedio ζ_1 , y ζ_2 , para el cálculo en línea de la solución de la función de razón trabajo μ .

Este procedimiento precisa la parte medular para diseños en base a los modelos de estados promedios vía PWM. La justificación teórica de este procedimiento ha sido dado en Sira-Ramírez, 1993 [77].

Resumiendo, el controlador dinámico PWM ejecuta la estabilización asintóticamente de la corriente promedio de entrada en el inductor del circuito convertidor boost 2.1 hacia un valor de equilibrio constante deseado de valor $y = Y$, y esta dado por,

$$u = \begin{cases} 1 & \text{for } t_k \leq t < t_k + \mu_a(t_k)T \\ 0 & \text{for } t_k + \mu_a(t_k)T \leq t < t_k + T \end{cases} \\ t_{k+1} = t_k + T \quad ; \quad k = 0, 1, \dots \quad (2.13)$$

donde $\mu_a(t_k)$ representan los valores muestreados de la función de la razón de trabajo real en el tiempo t_k , dado por (2.12). Mientras el cálculo y solución, de la función representada por la razón de trabajo $\mu(t)$ se obtiene en línea de,

$$\dot{\mu} = \frac{1}{\theta_1 V(t)} \left[(\theta_1 \theta_2 (1 - \mu)^2 - \omega_n^2) I(t) + (2\xi \omega_n \theta_1 - \theta_1 \theta_3) (1 - \mu) V(t) - 2\xi \omega_n \theta_4 + \omega_n^2 Y \right] \quad (2.14)$$

□ □ □

3 Estrategia de Control retroalimentado adaptativo para la regulación Indirecta de la Salida de Voltaje en Convertidores DC-DC

A continuación se describe la aportación paso a paso para obtener el control adaptativo mediante la técnica "Backstepping", en la *Forma Canónica Retroalimentada Incremental*, generada para el convertidor DC-DC, del tipo "Boost".

3.1 Circuito Convertidor Boost

Refierase al circuito convertidor boost figura 4.3, considerando la siguiente versión de modelo promedio del mismo convertidor, dado por,

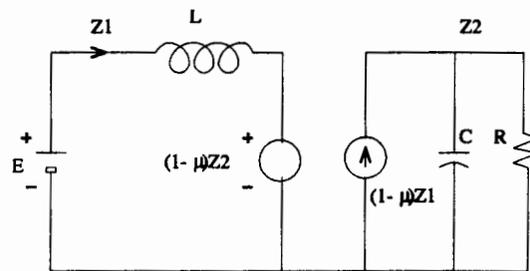


Figura 4.3: Convertidor "Boost", promedio.

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= -\theta_1(1 - \mu)\zeta_2 + \theta_4 \\ \dot{\zeta}_2 &= \theta_2(1 - \mu)\zeta_1 - \theta_3\zeta_2 \\ y &= \zeta_1\end{aligned}\quad (3.1)$$

donde θ_i , $i = 1, 2, 3, 4$, representan los *valores de los parámetros efectivos* modelados por,

$$\theta_i = \Theta_i + \Delta\theta_i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.2)$$

con Θ_i , $i = 1, 2, 3, 4$, representando los *valores de los parámetros nominales*, asumiendo el conocimiento perfecto de ellos. Las cantidades, $\Delta\theta_i$; $i = 1, 2, 3, 4$ denotan las cantidades de los valores incrementales, de sus parámetros nominales, los cuales se asumen desconocidos. Considerese entonces, la transformación de coordenadas de estado del parámetro nominal usado para la linealización de entrada-salida del modelo promedio del convertidor boost en la sección anterior,

$$\begin{aligned}x_1 &= \zeta_1 \\ x_2 &= -\Theta_1(1 - \mu)\zeta_2 + \Theta_4\end{aligned}\quad (3.3)$$

Claramente esta transformación del control parametrizado es invertible excepto cuando la función de razón de trabajo μ es idéntica a cero. La transformación inversa asociada tiene la siguiente forma,

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= x_1 \\ \zeta_2 &= \frac{\Theta_4 - x_2}{\Theta_1(1 - \mu)}\end{aligned}\quad (3.4)$$

Cuando la transformación de coordenadas de estado (3.3)-(3.4) se aplican al modelo real del convertidor boost (3.1)-(3.2), el sistema transformado no es efectivamente una forma Canónica de Observabilidad Generalizada de Fliess, sin embargo si un esquema denominado por nosotros *Forma Canónica Retroalimentada Incremental Generalizada Pura*[59]. El Sistema transformado se alcanza fácilmente y esta dado por,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + \Delta\theta^T \gamma_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= \dot{\mu} \left(\frac{-x_2 + \Theta_4}{(1 - \mu)} \right) - \Theta_1 \Theta_2 (1 - \mu)^2 x_1 - \Theta_3 (x_2 - \Theta_4) + \Delta\theta^T \gamma_2(x_1, x_2, \mu) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (3.5)$$

donde

$$\begin{aligned}\gamma_1^T(x_1, x_2) &= \left[\frac{x_2 - \Theta_4}{\Theta_1} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \right] \\ \gamma_2^T(x_1, x_2, \mu) &= \left[0 \quad -\Theta_1(1 - \mu)^2 x_1 \quad -x_2 + \Theta_4 \quad 0 \right]\end{aligned}\quad (3.6)$$

$$\Delta\theta^T = \left[\Delta\theta_1 \quad \Delta\theta_2 \quad \Delta\theta_3 \quad \Delta\theta_4 \right]$$

Para facilitar la notación,

$$f(x, \mu, \dot{\mu}, \Theta) = \dot{\mu} \left(\frac{-x_2 + \Theta_4}{1 - \mu} \right) - \Theta_1 \Theta_2 (1 - \mu)^2 x_1 - \Theta_3 (x_2 - \Theta_4) \quad (3.7)$$

El sistema transformado (3.5) se asemeja bastante a la *Forma Canónica Retroalimentada del Parámetro Puro* desarrollada por Kanellakopoulos (1991) [69], excepto por la presencia de la entrada de control (razón de trabajo), μ , en el vector regresor γ_2 y en la presencia de la primera derivada temporal $\dot{\mu}$, de la entrada de control en la segunda ecuación diferencial. Esta entrada de control derivada actúa como la entrada de control, mientras la entrada de control μ puede ser vista como una variable de estado adicional. A continuación aplicamos el algoritmo adaptativo "un paso atrás", desarrollado por Kanellakopoulos [71], al modelo transformado (3.5)-(3.6), retomando la definición (3.2), y la definición de Lyapunov.

Paso 0

Sea Y el valor de equilibrio deseado en estado estable de la variable de salida x_1 y z_1 , el error de estabilización esta dado por,

$$z_1 = x_1 - Y \quad (3.8)$$

Paso 1

Considerese la ecuación del error de estabilización

$$\dot{z}_1 = x_2 + \Delta\theta^T \gamma_1(x_1, x_2) \quad (3.9)$$

Supongase que la variable trasformada x_2 puede ser usada como un "pseudo-control" en (3.9), obteniendose mediante el cálculo del valor requerido x_2 el cual estabiliza la variable del error z_1 a cero. Obteniendo el vector $\Delta\theta$ desconocido de x_2 . usando el "principio de equivalencia" remplazamos el vector $\Delta\theta$ y por un valor estimado en la "Ley de control" estabilizante ficticia. Posteriormente veamos también la ley de actualización del parámetro para la estimación del vector del parámetro incremental $\Delta\theta$, denotado por $\widehat{\Delta\theta}^1$. Esta especificación resulta en una adaptación estable y convergente a cero de la variable del error z_1 . El superíndice "1" denota una primera estimación de $\Delta\theta$. Sea c_1 una constante de diseño estrictamente positiva. Cuando se realiza la acción del "pseudo-control" se tiene la siguiente expresión para x_2 ,

$$x_2 = -c_1 z_1 - \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} (x_2 - \Theta_4) - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \quad ; \quad c_1 > 0 \quad (3.10)$$

donde $\widehat{\Delta\theta}_i^1$, $i = 1, 4$, denota una primera estimación de $\Delta\theta_i$, $i = 1, 4$. Una simple función de estabilidad de Lyapunov muestra que el argumento del "pseudo-controlador" y la ley de actualización

$$\dot{\widehat{\Delta\theta}}^1 = z_1 \gamma_1(x_1, x_2) \quad (3.11)$$

conllevan a un sistema de lazo cerrado estable para la cual z_1 garantiza su convergencia a cero. Sin embargo x_2 no es realmente la entrada de control, definamos una variable de error del "pseudo control", z_2 , como la diferencia entre x_2 y su valor requerido, calculada en (3.10). Sea

$$z_2 = x_2 - \left[-c_1 z_1 - \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} (x_2 - \Theta_4) - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \right] \quad (3.12)$$

Resolviendo para x_2 de (3.12) y usando (3.8) uno obtiene un nuevo estado, definiendo una transformación de coordenadas, para las variables de estabilización del error "pseudo-control", respectivamente,

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - Y \\ z_2 &= c_1 z_1 + x_2 \left(1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} \right) - \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} \Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^1 \end{aligned} \quad (3.13)$$

La correspondiente transformación inversa obtenida es la siguiente,

$$\begin{aligned} x_1 &= z_1 + Y \\ x_2 &= \frac{\Theta_1}{\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1} \left[z_2 - c_1 z_1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} \Theta_4 - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

La primera ecuación del Sistema muestreado puede ser reescrita como

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - c_1 z_1 + \\ &+ \left(\Delta\theta_1 - \widehat{\Delta\theta}_1^1 \right) \left[\left(\frac{1}{\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1} \left[z_2 - c_1 z_1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} \Theta_4 - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \right] - \frac{\Theta_4}{\Theta_1} \right) + \right. \\ &+ \left. \left(\Delta\theta_4 - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \right) \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

La cual puede ser brevemente expresada como,

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 + (\Delta\theta - \widehat{\Delta\theta}^1)^T w_1(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) \quad (3.16)$$

donde

$$w_1^T(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) = \left[\left(\frac{1}{\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1} \left[z_2 - c_1 z_1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1} \Theta_4 - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \right] - \frac{\Theta_4}{\Theta_1} \right) \ 0 \ 0 \ 1 \right] \quad (3.17)$$

Note que las leyes de actualización correspondientes a $\widehat{\Delta\theta}_2^1$ y $\widehat{\Delta\theta}_3^1$ conllevan a valores constantes para estas estimaciones. Obsérvese que estos dos parámetros estimados no se necesitan en este primer paso del algoritmo. Sea W_1^1 el primer componente del vector regresor $w_1(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1)$. La primera ley de actualización (3.11) puede ser reescrita, en términos de las nuevas variables del error z_1, z_2 , como

$$\dot{\widehat{\Delta\theta}}^1 = z_1 w_1(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) \quad (3.18)$$

Paso 2

Procedamos a completar la transformación de coordenadas de estado (3.13)-(3.14) de las originales de fase por la consideración de la nueva ecuación diferencial para el error z_2 y "pseudo-controlador". Usando la definición de z_2 , y z_1 además

la primera ley de actualización del parámetro incremental involucrando los componentes del vector $\Delta\theta$, uno obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = & \left(1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1}\right) \left[-\frac{\dot{\mu}}{1-\mu} \left(x_2(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) - \Theta_4\right) - \Theta_1\Theta_2(1-\mu)^2(z_1 + Y) \right. \\ & - \Theta_3 \left(x_2(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) - \Theta_4\right) \\ & \left. - \Delta\theta_2\Theta_1(1-\mu)^2(z_1 + Y) - \Delta\theta_3 \left(x_2(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) - \Theta_4\right) \right] + \\ & + c_1 \left[z_2 - c_1 z_1 - \widehat{\Delta\theta}_1^1 W_1^1 - \widehat{\Delta\theta}_4^1 \right] + z_1 \left(1 + (W_1^1)^2\right) \\ & + c_1 \left(\Delta\theta_1 W_1^1 + \Delta\theta_4\right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde $x_2(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1)$ esta dado por la segunda ecuación de (3.14), la sustitución se indica solamente así como en las consecuentes ecuaciones, para facilitar la visualización de las mismas.

Ahora si la dinámica obtenida en (3.19) para z_2 , la dinámica de un comportamiento asintóticamente estable para z_2 , está dado por,

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 \quad ; \quad c_2 > 0 \quad (3.20)$$

uno puede inmediatamente resolver para la entrada de control derivada requerida $\dot{\mu}$, una vez más, con ayuda del principio de equivalencia. En este instante el valor desconocido del vector $\Delta\Theta$ puede ser reemplazado por un nuevo vector de parámetros estimados, denotado por $\widehat{\Delta\theta}^2$. Entonces, obtenemos:

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = & \frac{(1-\mu)\Theta_1}{\left(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1\right)(x_2 - \Theta_4)} \left\{ c_2 z_2 + c_1 \left[z_2 - c_1 z_1 - (\widehat{\Delta\theta}^1)^T w_1(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) \right] \right. \\ & + z_1 [1 + (W_1^1)^2] + c_1 (\widehat{\Delta\theta}^2)^T w_1(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta}^1) - \left(1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1}\right) \left[\Theta_1\Theta_2(1-\mu)^2(z_1 + Y) \right. \\ & \left. \left. + \Theta_3(x_2 - \Theta_4) + \widehat{\Delta\theta}_2^2 \Theta_1(1-\mu)^2(z_1 + Y) + \widehat{\Delta\theta}_3^2 (x_2 - \Theta_4) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde $\widehat{\Delta\theta}_j^2$, $j = 2, 3$, representan las nuevas estimaciones de los componentes del vector de parámetros nominales $\Delta\theta_j$; $j = 2, 3$, y x_2 esta dada por (3.14). La expresión de la variables del error z_2 , controlada dinámicamente (así como el comportamiento en lazo cerrado z_2) es calculada como,

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 + \left(1 + \frac{\widehat{\Delta\theta}_1^1}{\Theta_1}\right) \left[-(\Delta\theta_2 - \widehat{\Delta\theta}_2^2) \Theta_1 (1-\mu)^2 (z_1 + Y) \right]$$

$$- (\Delta\theta_3 - \widehat{\Delta\theta_3^2})(x_2 - \Theta_4)] + c_1 \left[(\Delta\theta_1 - \widehat{\Delta\theta_1^2}) W_1^1 + (\Delta\theta_4 - \widehat{\Delta\theta_4^2}) \right] \quad (3.22)$$

La cual puede ser expresada brevemente

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 + (\Delta\theta - \widehat{\Delta\theta^2})^T w_2(z_1, z_2, \mu, \widehat{\Delta\theta^1}, \widehat{\Delta\theta^2}) \quad (3.23)$$

El vector regresor para la nueva estimación del proceso está dada por

$$w_2(z_1, z_2, \mu, \widehat{\Delta\theta^1}, \widehat{\Delta\theta^2}) = \left(1 + \frac{\widehat{\Delta\theta^1}}{\Theta_1} \right) \gamma_2(z_1, z_2, \mu, \widehat{\Delta\theta^1}, \widehat{\Delta\theta^2}) + c_1 w_1(z_1, z_2, \widehat{\Delta\theta^1}) \quad (3.24)$$

Note que la dependencia implícita de w_2 sobre $\widehat{\Delta\theta^2}$ a través de μ , la solución es como la ecuación (3.21).

Como en el paso previo, la ley de adaptación del vector del parámetro incremental de la nueva estimación $\widehat{\Delta\theta^2}$, puede ser visto simultáneamente como la ejecución de un proceso de adaptación estable y una convergencia asintóticamente a cero de la variable del error z_2 . del "pseudo-control". Así la nueva ley de actualización del parámetro incremental está dada por

$$\dot{\widehat{\Delta\theta^2}} = z_2 w_2(z_1, z_2, \mu, \widehat{\Delta\theta^1}, \widehat{\Delta\theta^2}) \quad (3.25)$$

3.2 Resumen de las expresiones del controlador adaptativo

A continuación se resume el controlador adaptativo PWM diseñado en términos de las variables originales de estado del sistema.

La constante Y establece el valor deseado o consigna de la entrada de corriente en el inductor $I(t)$. Las constantes c_1, c_2 son seleccionadas en el diseño satisfaciendo $c_1, c_2 > 2$.

La ley de retroalimentación adaptativa regulando la función de posición del interruptor se obtiene como

$$u = \begin{cases} 1 & \text{for } t_k \leq t < t_k + \mu_a(t_k)T \\ 0 & \text{for } t_k + \mu_a(t_k)T \leq t < t_k + T \end{cases} \quad (3.26)$$

$$t_k + T = t_{k+1} ; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

donde $\mu_a(t)$ se obtiene de la operación de acotamiento llevada a cabo sobre la razón de trabajo calculada μ de la siguiente manera

$$\mu_a(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu(t) \leq 1 \\ \mu(t) & \text{if } 0 < \mu(t) < 1 \\ 0 & \text{if } \mu(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

La función de razón de trabajo μ se obtiene como solución de la siguiente ecuación diferencial variante en el tiempo a partir de una condición inicial, la cual no cause una saturación permanente en la razón de trabajo efectiva $\mu_a(t)$,

$$\dot{\mu} = \frac{1}{V(t) (\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)} \left\{ - (I(t) - Y)(1 - \mu)^2 V^2(t) + (\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu) \times \right. \\ \left. \left[(\Theta_2 + \widehat{\Delta\theta}_2^2)(1 - \mu)I(t) - (\Theta_3 + \widehat{\Delta\theta}_3^2)V(t) \right] - (I(t) - Y) \right. \\ \left. - c_1 \left[-(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^2)(1 - \mu)V(t) + (\Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^2) \right] \right. \\ \left. + c_2 \left[(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)V(t) - (\Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^1) - c_1(I(t) - Y) \right] \right\} \quad (3.28)$$

los valores estimados de los parámetros del controlador se obtienen como la solución en línea del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{\Delta\theta}}_1^1 &= -(I(t) - Y)(1 - \mu)V(t) \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_2^1 &= 0 \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_3^1 &= 0 \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_4^1 &= -(I(t) - Y) \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_1^2 &= \left[-(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)V(t) + (\Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^1) + c_1(I(t) - Y) \right] [-c_1(1 - \mu)V(t)] \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_2^2 &= \left[-(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)V(t) + (\Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^1) + c_1(I(t) - Y) \right] \left[-(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)^2 I(t) \right] \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_3^2 &= \left[-(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)V(t) + (\Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^1) + c_1(I(t) - Y) \right] \left[(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)V(t) \right] \\ \dot{\widehat{\Delta\theta}}_4^2 &= \left[-(\Theta_1 + \widehat{\Delta\theta}_1^1)(1 - \mu)V(t) + (\Theta_4 + \widehat{\Delta\theta}_4^1) + c_1(I(t) - Y) \right] c_1 \end{aligned} \quad (3.29)$$

4.3 Simulación. Se evaluó mediante simulaciones el modelo del circuito convertidor boost perturbado en conjunción con el control adaptativo descrito por las ecuaciones (3.26)-(3.29). Sea $\nu(t)$ una señal incierta no modelada, estocástica acotada, y acoplada, hipotéticamente sobre el circuito a través de la fuente externa de voltaje E . El controlador adaptativo vía PWM diseñado dinámicamente (3.26)-(3.29) fué utilizado para la regulación indirecta en la variable de la entrada de corriente en el inductor $I(t)$ del convertidor, utilizándose de preferencia las variables de estado reguladas discontinuamente $I(t)$ y $V(t)$ en vez de las promedio ζ_1, ζ_2 .

La siguiente ecuación corresponde al modelo del circuito perturbado usado en las simulaciones en la computadora.

$$\begin{aligned}
 \dot{I}(t) &= -\frac{1}{L}(1-u)V(t) + \left(\frac{E + \nu(t)}{L}\right) \\
 \dot{V}(t) &= \frac{1}{C}(1-u)I(t) - \frac{1}{RC}V(t) \\
 y &= I(t)
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

El resultado de la simulación se muestra en la figura 4.4, delineandose el comportamiento del circuito controlado. Los valores nominales de los parámetros del convertidor fueron seleccionados como $L = 20$ mH, $C = 20$ mF, $R = 30 \Omega$ y $E = 15$. Estos valores proporcionan los datos redondeados $\Theta_1 = 50$; $\Theta_2 = 5.0 \times 10^4$; $\Theta_3 = 1.667 \times 10^3$ and $\Theta_4 = 750$. Los valores de parámetros efectivos usados en la simulaciones se ubicaron en $\theta_1 = 55$, $\theta_2 = 4.5 \times 10^3$, $\theta_3 = 1.5 \times 10^3$ y $\theta_4 = 825$.

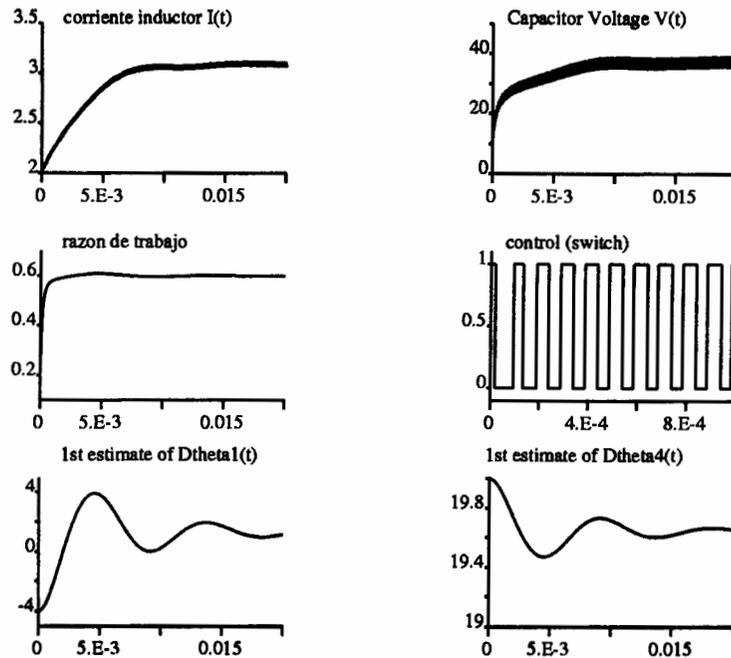


Figura 4.4: Resultado de las Simulaciones, Trayectorias Adaptativas de los Estado.

Estos valores, fueron considerados completamente desconocidos en la implementación del controlador. En la figura 4.4, la respuesta descrita por la entrada de la corriente en el inductor $I(t)$ alcanza el valor de equilibrio (nominal) preasignado $I(t) = Y = 3.125$, la cual corresponde a la salida del voltaje nominal en el capacitor $V(t) = 37.5$ y una razón de trabajo $U = 0.6$. la frecuencia de muestreo PWM fue ubicado en 10KHz, la evolución asintóticamente estable de la razón de trabajo $\mu(t)$ alcanza el valor de equilibrio $\mu = U = 0.6$, también se muestra las acciones de conmutación debidas al PWM en un lapso de 0.1ms. Las trayectorias de los valores de los parámetros incrementales estimados $\widehat{\Delta\theta}_1(t)$, $\widehat{\Delta\theta}_4(t)$, $\widehat{\Delta\theta}_1^2$, $\widehat{\Delta\theta}_2^2$, $\widehat{\Delta\theta}_3^2$ y $\widehat{\Delta\theta}_4^2$, se muestra también en esta figura, al final se observa la entrada de perturbación estocástica $\nu(t)$.

3.3 Convertidor buck-boost

En esta sección resumiremos brevemente las expresiones del controlador obtenidas del procedimiento de cálculo mediante la técnica “un paso atrás” aplicado a los parámetros inciertos transformados nominalmente del modelo del convertidor buck-boost promedio vía PWM.

Considere el circuito convertidor buck-boost mostrado en la figura 4.5.

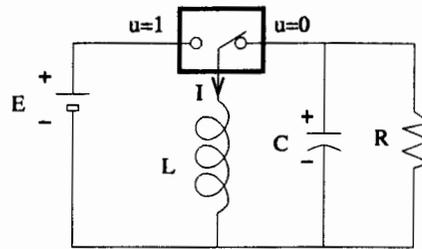


Figura 4.5: Circuito Convertidor “Buck-Boost”.

Convertidor buck-boost, modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned} \dot{I}(t) &= \frac{1}{L}(1-u)V(t) + \frac{E}{L}u \\ \dot{V}(t) &= -\frac{1}{C}(1-u)I(t) - \frac{1}{RC}V(t) \\ y(t) &= I(t) \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde $I(t)$ y $V(t)$, representan las variables de entrada de corriente en el inductor y salida de voltaje en el capacitor, respectivamente. La cantidad positiva E es una entrada de voltaje externa constante. La variable u denota la función de posición del interruptor tomando valores en el conjunto discreto $\{0, 1\}$. La salida, $y(t)$, del sistema está representado por la entrada de corriente en el inductor $I(t)$.

Definición de parámetros nominales

$$\Theta_1 = \frac{1}{L} \quad ; \quad \Theta_2 = \frac{1}{C} \quad ; \quad \Theta_3 = \frac{1}{RC} \quad ; \quad \Theta_4 = \frac{E}{L} \quad (3.32)$$

Parámetros del modelo incierto

$$\theta_i = \Theta_i + \Delta\theta_i \quad ; \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.33)$$

Modelo promedio vía PWM del convertidor buck-boost

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= \theta_1(1-\mu)\zeta_2 + \theta_4\mu \\ \dot{\zeta}_2 &= -\theta_2(1-\mu)\zeta_1 - \theta_3\zeta_2 \\ \eta &= \zeta_1 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Transformación nominal del Modelo buck-boost vía PWM para la Forma Canónica de Observabilidad Generalizada de Fliess

$$\begin{aligned} x_1 &= \zeta_1 \quad ; \quad x_2 = \Theta_1(1-\mu)\zeta_2 + \Theta_4\mu \\ \zeta_1 &= x_1 \quad ; \quad \zeta_2 = \frac{x_2 - \Theta_4\mu}{\Theta_1(1-\mu)} \end{aligned} \quad (3.35)$$

VARIABLES DE FASE GENERALIZADAS DEL MODELO INCIERTO TRANSFORMADO DEL CONVERTIDOR BUCK-BOOST

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \Delta\theta^T \gamma_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2, \mu, \dot{\mu}) + \Delta\theta^T \gamma_2(x_1, x_2, \mu) \end{aligned} \quad (3.36)$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta\theta^T &= [\Delta\theta_1 \quad \Delta\theta_2 \quad \Delta\theta_3 \quad \Delta\theta_4] \\ \gamma_1^T(x_1, x_2) &= \left[\frac{x_2 - \Theta_4\mu}{\Theta_1} \quad 0 \quad 0 \quad \mu \right] \\ \gamma_2^T(x_1, x_2, \mu) &= \left[0 \quad -\Theta_1(1-\mu)^2 x_1 \quad -x_2 + \Theta_4\mu \quad 0 \right] \\ f(x_1, x_2, \mu, \dot{\mu}) &= \dot{\mu} \left(\Theta_4 - \frac{x_2 - \Theta_4\mu}{1-\mu} \right) - \Theta_1\Theta_2(1-\mu)^2 x_1 - \\ &\quad - \Theta_3(x_2 - \Theta_4\mu) \end{aligned} \quad (3.37)$$

3.4 Resumen de expresiones

Control retroalimentado adaptativo

$$u = \begin{cases} 1 & \text{for } t_k \leq t < t_k + \mu_a(t_k)T \\ 0 & \text{for } t_k + \mu_a(t_k)T \leq t < t_k + T \end{cases} \quad (3.38)$$

$t_k + T = t_{k+1} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \dots$

donde $\mu_a(t)$ se obtiene de la operación de limitación.

$$\mu_a(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu(t) \leq 1 \\ \mu(t) & \text{if } 0 < \mu(t) < 1 \\ 0 & \text{if } \mu(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

Nosotros definimos $\hat{\theta}_i^j$, $i = 1, \dots, 4$; $j = 1, 2$ en lugar de $\Theta_i + \Delta\theta_i^j$, en las siguientes expresiones.

$$\dot{\mu} = \frac{1}{(\widehat{\theta}_4^1 - \widehat{\theta}_1^1 V(t))} \left\{ \begin{aligned} & - (I(t) - Y)(1 - \mu)^2 V^2(t) + \widehat{\theta}_1^1 \widehat{\theta}_2^2 (1 - \mu)^2 I(t) \\ & + \widehat{\theta}_1^1 \widehat{\theta}_3^2 (1 - \mu) V(t) - (I(t) - Y)\mu - c_1 \left(\widehat{\theta}_1^2 (1 - \mu) V(t) + \widehat{\theta}_4^2 \mu \right) \\ & + c_2 \left[\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu) V(t) + \widehat{\theta}_4^1 + c_1 (I(t) - Y) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{\theta}}_1^1 &= (I(t) - Y)(1 - \mu)V(t) \\ \dot{\widehat{\theta}}_2^1 &= 0 \\ \dot{\widehat{\theta}}_3^1 &= 0 \\ \dot{\widehat{\theta}}_4^1 &= (I(t) - Y)\mu \\ \dot{\widehat{\theta}}_1^2 &= \left[\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu)V(t) + \widehat{\theta}_4^1 \mu + c_1 (I(t) - Y) \right] [c_1 (1 - \mu)V(t)] \\ \dot{\widehat{\theta}}_2^2 &= \left[\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu)V(t) + \widehat{\theta}_4^1 \mu + c_1 (I(t) - Y) \right] \left[-\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu)^2 I(t) \right] \\ \dot{\widehat{\theta}}_3^2 &= \left[\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu)V(t) + \widehat{\theta}_4^1 \mu + c_1 (I(t) - Y) \right] \left[-\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu)V(t) \right] \\ \dot{\widehat{\theta}}_4^2 &= \left[\widehat{\theta}_1^1 (1 - \mu)V(t) + \widehat{\theta}_4^1 \mu + c_1 (I(t) - Y) \right] c_1 \mu \end{aligned} \quad (3.41)$$

□ □ □

4.4 Simulación. Las simulaciones en computadora se realizarán en base al modelo perturbado del circuito convertidor “buck–boost”,

$$\begin{aligned} \dot{I}(t) &= \frac{1}{L}(1-u)V(t) + \left(\frac{E + v(t)}{L}\right)u \\ \dot{V}(t) &= -\frac{1}{C}(1-u)I(t) - \frac{1}{RC}V(t) \\ y &= I(t) \end{aligned} \quad (3.42)$$

aplicando el controlador adaptativo descrito (3.38)-(3.41).

El resultado de la simulación se muestra en la figura 4.6 delineandose el comportamiento del convertidor controlado.

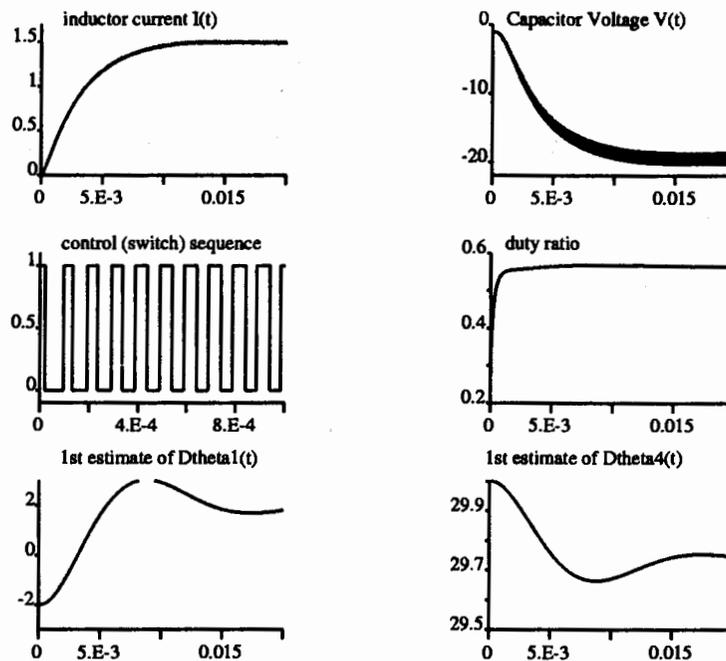


Figura 4.6: Resultados de la Simulación en el Circuito “Buck–Boost”.

Los valores nominales de los parámetros del convertidor fueron seleccionados iguales al caso del convertidor “boost” $L = 20$ mH, $C = 20$ mF, $R = 30 \Omega$, y $E = 15$. Los valores de parámetros efectivos usados en las simulaciones fueron también los mismos de antes.

En la figura 4.6 la trayectoria de la respuesta de la entrada de corriente en el inductor $I(t)$ alcanza el valor de equilibrio nominal preasignado $I(t) = Y = 1.5$, amp., y corresponde a la salida de voltaje en el capacitor $V(t) = -21.38$ volts. La frecuencia de muestreo PWM fue seleccionada y ubicada en 10KHz. A la vez se observa en la figura la evolución asintóticamente estable de la función de razón de trabajo $\mu(t)$ alcanzando su valor de equilibrio $\mu = U = 0.55$, así como una porción (1ms) de la

acción del interruptor también vease las trayectorias de los valores de parámetros incrementales estimados, $\widehat{\Delta\theta}_1^1(t)$, $\widehat{\Delta\theta}_4^2(t)$, $\widehat{\Delta\theta}_1^2$, $\widehat{\Delta\theta}_2^2$, $\widehat{\Delta\theta}_3^2$ y $\widehat{\Delta\theta}_4^2$. Finalmente la entrada de señal de perturbación estocástica generada por la computadora

En resumen se propuso y aportó una nueva estructura que permite generar mediante el algoritmo de la técnica "un paso atrás" y en base a una linealización dinámica de entrada-salida, el control retroalimentado adaptativo para la regulación indirecta del modelo promedio vía PWM de convertidores DC-DC. El método propuesto ejecuta la regulación indirecta del voltaje de salida en el capacitor considerando la corriente en el inductor como la variable controlada, haciendo a un lado el problema de fase no-mínima asociada con la regulación directa del voltaje de salida. La simulación del sistema en lazo cerrado exhibe una gran robustez con respecto a la perturbación estocástica externa acoplada y no modelada.

La sobreparametrización es implícita en el procedimiento de "un paso atrás" cuando se aplica a sistemas de la Forma Canónica de Kanellakopoulos de la Retroalimentación del Parámetro Puro. Esta característica contribuye al incremento substancialmente de la complejidad del controlador. Un método alternativo al presentado aquí constituye la posibilidad de evitar la sobreparametrización asociada con la actualización del proceso de estimación del parámetro incremental. Los desarrollos de fundamentos a estas técnicas vistas pueden ser encontradas en Krstić (1992) [72], y un método alternativo en Sira-Ramírez (1995b) [50].

Cabe aclarar con respecto a la robustez del esquema propuesto, a la perturbación externa del tipo acoplado, el comportamiento es inherente al i) delineada desde el punto de vista entrada-salida presentada en la Forma Canónica de Observabilidad Generalizada, utilizada en la obtención del controlador, y ii) las características de robustez asociada con las políticas de control retroalimentado discontinuamente vía modulación de ancho de pulso.

□ □ □