

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA

Programa de Doctorado:
AUTOMATIZACIÓN AVANZADA Y ROBÓTICA

Tesis Doctoral

**CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES
CONMUTADOS CC/CC: ANÁLISIS DE
PRESTACIONES Y VERIFICACIÓN
EXPERIMENTAL**

María Isabel Arteaga Orozco

Director: Ramon Leyva

Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales

Noviembre de 2006

Al Señor y a mi familia, por darme fe

Agradecimientos

En primer lugar a mi director de tesis, Ramon Leyva Grasa, por su paciencia, generosidad y dedicación para guiarme en cada uno de los procesos de este trabajo.

A la Universidad Rovira i Virgili, por su aporte financiero y logístico que me permitieron llevar a buen termino la investigación.

A mis compañeros y amigos, por todos sus aportes y por su interés constante en la evolución de mi trabajo.

A mi familia y en especial a Ricardo, por apoyarme, comprenderme y darme fuerzas para culminar con esta tesis.

Índice

Resumen

Capítulo 1: Antecedentes y objetivos	13	
1.1	Introducción	13
1.2	Antecedentes del control no lineal en convertidores CC/CC	15
1.3	Objetivo de la Tesis	16
1.4	Convertidores Conmutados CC/CC	17
1.4.1	Modelo matemático del convertidor CC/CC conmutado	17
1.4.2	Topologías básicas	19
1.4.2.1	Convertidor buck	19
1.4.2.2	Convertidor boost	20
1.4.2.3	Convertidor buck-boost	20
1.4.3	Modelo promediado en el espacio de estados	27
1.4.4	Modelo perturbado del sistema	31
1.5	Tipos de control en los convertidores conmutados CC/CC	32
1.6	Efectos no lineales en el funcionamiento del convertidor CC/CC	34
Capítulo 2: Reconstrucción integral	41	
2.1	Técnicas de sensado en convertidores conmutados CC/CC	41
2.2	Análisis teórico de la reconstrucción integral	47
2.3	Reconstrucción integral aplicada a convertidores conmutados CC/CC	51
2.4	Conclusiones de la reconstrucción integral	71
Capítulo 3: Control en modo deslizamiento	72	
3.1	Nociones teóricas del control en modo deslizante	72
3.1.1	Descripción vectorial del control en modo deslizante	74
3.1.2	Existencia del modo deslizante	75
3.1.3	Regiones de deslizamiento	77
3.1.4	Estudio de la estabilidad	78
3.1.5	Rechazo a las perturbaciones	79
3.1.6	Estrategia para la aplicación del control en modo deslizante	80

3.2	Aplicaciones del control en modo deslizante en convertidores conmutados CC/CC	81
3.2.1	Control en modo deslizante aplicado a un convertidor boost	81
3.2.1.1	Definición de la superficie de deslizamiento	82
3.2.1.2	Condición de transversalidad	82
3.2.1.3	Cálculo del control equivalente	83
3.2.1.4	Regiones de deslizamiento	83
3.2.1.5	Dinámica ideal de deslizamiento	83
3.2.1.6	Punto de equilibrio	84
3.2.1.7	Análisis de estabilidad del punto de equilibrio	84
3.2.1.8	Simulaciones del control modo deslizante en el convertidor boost	85
3.2.1.9	Análisis de perturbaciones	87
3.2.1.10	Prototipado de laboratorio	90
3.2.1.10.1	Acondicionamiento de la señal	91
3.2.1.10.2	Referencias	92
3.2.1.10.3	Implementación de la superficie de deslizamiento	93
3.2.2	Control en modo deslizante aplicado a un convertidor buck de dos inductores	94
3.3	Aplicación de los reconstructores integrales en el control modo deslizante	99
3.3.1	Aplicación de los reconstructores integrales en el control modo deslizante en el convertidor boost	100
3.3.2	Resultados	103
3.3.2.1	Implementación experimental	108
3.3.2.2	Resultados experimentales	111
3.3.2.3	Conclusiones	115
3.4	Aplicación del control modo deslizante utilizando superficies no lineales	117
3.4.1	Superficies no lineales basadas en linealización extendida para el convertidor boost	116
3.5	Conclusiones del control en modo deslizamiento	122
 Capítulo 4: Control basado en pasividad		 124
4.1	Pasividad	125
4.2	Control basado en pasividad	131
4.3	Aplicación del control por pasividad a los convertidores CC/CC conmutados	132

4.3.1	Aplicación del control por pasividad al convertidor boost	132
4.3.2	Control integral basado en la pasividad de un convertidor boost	139
4.3.3	Resultado experimental del control integral basado en la pasividad de un convertidor boost	143
4.4	Aplicación de los reconstructores integrales al control basado en pasividad	147
4.4.1	Simulaciones de la reconstrucción integral al control basado en pasividad	149
4.4.2	Resultados experimentales de la reconstrucción integral al control basado en pasividad	150
4.5	Conclusiones del control basado en pasividad	153
 Capítulo 5: Linealización entrada-salida por realimentación		 154
5.1	Linealización entrada-salida	154
5.2	Aplicación de la Linealización entrada-salida al convertidor boost	157
5.2.1	Aplicación de la linealización entrada-salida al convertidor boost cuando la salida es la corriente en el inductor	160
5.2.2	Linealización entrada-salida en el convertidor boost con factor integral del error	162
5.3	Aplicación del reconstructor integral a la linealización entrada-salida	168
5.4	Conclusiones de la linealización por realimentación	176
 Capítulo 6: Conclusiones de la tesis		 177
6.1	Aportaciones	177
6.2	Futuras líneas de investigación	179
 Referencias bibliográficas		 180
 Publicaciones		 185

Lista de figuras

Figura 1.1 Esquema general de un convertidor CC/CC controlado	14
Figura 1.2 Valor de la entrada de control u en un periodo T_s .	18
Figura 1.3 Convertidor básico CC/CC conmutado	18
Figura 1.4 Señal de salida del convertidor básico CC/CC	19
Figura 1.5 Convertidor buck	19
Figura 1.6 Convertidor boost	20
Figura 1.7 Convertidor buck-boost	20
Figura 1.8 Convertidor boost donde se indican valores promediados	22
Figura 1.9 Estados del convertidor boost	22
Figura 1.10 Formas de onda del convertidor boost en MCD	23
Figura 1.11 Estados del convertidor boost en MCD	25
Figura 1.12 Formas de onda del convertidor boost en MCD	25
Figura 1.13 Convertidor Çuk de dos inductores	28
Figura 1.14 Posición $u = 1$ del convertidor Çuk	28
Figura 1.15 Posición $u = 0$ del convertidor Çuk	29
Figura 1.16 Evolución de la corriente i_1 en el modelo exacto y promediado	30
Figura 1.17 Acercamiento a la evolución de la corriente i_1 en el modelo exacto y promediado	30
Figura 1.18 Control a frecuencia fija	33
Figura 1.19 Control a frecuencia variable: a) tiempo de conmutación fijo, b) tiempo de conmutación variable	33
Figura 1.20 Esquema de un PWM	34
Figura 1.21 Diagrama de Nyquist para el convertidor boost	37
Figura 1.22 Lugar de las raíces para el convertidor boost	37
Figura 1.23 Respuesta del convertidor boost a la ley PI (1.49)	39
Figura 1. 24 Respuesta frente a perturbaciones de entrada de 10 a 14 V	39
Figura 1.25 Respuesta frente a perturbaciones de entrada de 10 a 24 V	40
Figura 2.1 Filtrado de la corriente en el inductor	42
Figura 2.2 Configuración del SENSEFET	43
Figura 2.3 Técnica de sensado utilizando un observador de corriente	45
Figura 2.4 Convertidor boost	51
Figura 2.5 Esquema circuital del convertidor boost	56
Figura 2.6 Fotografía del prototipo del convertidor boost	57
Figura 2.7 Esquema del reconstructor integral	58
Figura 2.8 Esquema circuital del reconstructor integral en el convertidor boost	59

Figura 2.9 Simulación en PSPICE de la corriente x_1	59
Figura 2.10 Acercamiento de la corriente x_1 y \hat{x}_1 en PSPICE	60
Figura 2.11 Respuesta a variaciones de carga para x_1 y \hat{x}_1 en PSPICE	60
Figura 2.12 Placa circuital del reconstructor integral	61
Figura 2.13 Esquema circuital del INA139	61
Figura 2.14 Resultado experimental del reconstructor integral de corriente	62
Figura 2.15 Convertidor buck-boost	63
Figura 2.16 Respuesta del convertidor buck-boost	66
Figura 2.17 Comparación de la corriente en el convertidor buck-boost y la estimada	66
Figura 2.18 Acercamiento a la corriente en el convertidor buck-boost y la estimada	67
Figura 2.19 Convertidor Çuk	67
Figura 2.20 Reconstructor integral aplicado a un convertidor Çuk	70
Figura 2.21 Comparación de la corriente reconstruida y medida en L_1	70
Figura 3.1 Ejemplo con banda de histéresis finita en modo deslizante	74
Figura 3.2 Descripción vectorial de condición de transversalidad	75
Figura 3.3 Descripción vectorial del control equivalente	76
Figura 3.4 Convertidor boost	81
Figura 3.5 Respuesta del convertidor boost al aplicar la superficie (3.38)	86
Figura 3.6 Plano de estado y señal de control al aplicar la superficie (3.38)	86
Figura 3.7 Respuesta del boost al aplicar la superficie (3.38) con condiciones diferentes de cero	87
Figura 3.8 a) Respuesta del convertidor boost a la superficie (3.61) con perturbaciones a la entrada. b) Plano de estado	89
Figura 3.9 a) Respuesta del convertidor boost a la superficie (3.61) con perturbaciones en la carga. b) Plano de estado	90
Figura 3.10 Esquema del control modo deslizante en convertidores CC/CC	91
Figura 3.11 Conexión del INA139 al convertidor boost	92
Figura 3.12 Esquema circuital de la referencia de corriente	92
Figura 3.13 Regulador de tensión LM7808	93
Figura 3.14 Implementación de la superficie de deslizamiento	93
Figura 3.15 Respuesta experimental al aplicar la superficie (3.38)	94
Figura 3.16 Convertidor conmutado buck de dos inductores	95
Figura 3.17 Configuración ON para el buck de dos inductores	95
Figura 3.18 Configuración OFF para el buck de dos inductores	95
Figura 3.19 Forma de onda de i_1 y v_1 en lazo cerrado del buck	99
Figura 3.20 Forma de onda de i_2 y v_2 en lazo cerrado del buck	99

Figura 3.21 Diagrama en bloques de la ley de control (3.79).	103
Figura 3.22 Evolución de los polos al variar K_o	105
Figura 3.23 Evolución de la señal de salida al variar K_o	105
Figura 3.24 Respuesta de convertidor boost cuando $K_o = 1000$.	106
Figura 3.25 Factor integral del error en lazo cerrado	106
Figura 3.26 Respuesta frente a perturbaciones de entrada al aplicar (3.80)	107
Figura 3.27 Respuesta frente a perturbaciones de carga al aplicar (3.80)	107
Figura 3.28 Implementación del convertidor boost en PSPICE	109
Figura 3.29 Implementación factor integral del error al aplicar (3.80)	109
Figura 3.30 Circuito que genera al aplicar (3.80)	110
Figura 3.31 Implementación reconstructor integral (3.76)	110
Figura 3.32 Circuito sumador ξ y \hat{x}_1	111
Figura 3.33 Implementación comparador con histéresis	111
Figura 3.34 Señal experimental de la tensión de salida y de corriente en el boost al aplicar (3.80)	112
Figura 3.35 Entrada y salida del comparador con histéresis	113
Figura 3.36 Salida del comparador con histéresis vs. su señal de entrada	113
Figura 3.37 Respuesta cuando hay perturbaciones en la tensión de entrada al aplicar (3.80)	114
Figura 3.38 Respuesta frente a perturbaciones de carga al aplicar (3.80)	114
Figura 3.39 Respuesta frente a perturbaciones en la tensión de referencia al aplicar (3.80)	115
Figura 3.40 Respuesta del sistema a la superficie (3.124)	122
Figura 4.1 Circuito resistivo	126
Figura 4.2 Visión circuital del sistema	126
Figura 4.3 Circuito RC	127
Figura 4.4 Circuito RLC	128
Figura 4.5 Convertidor boost	133
Figura 4.6 Niveles de saturación del ciclo de trabajo	136
Figura 4. 7 Variación de α versus \tilde{y}	137
Figura 4.8 Lugar geométrico en función de α_{\max} para la ganancia de lazo (4.47)	138
Figura 4.9 Respuesta del sistema aplicando la ley de control (4.44). a) Evolución de la tensión y de la corriente, b) Evolución del ciclo de trabajo.	138
Figura 4. 10 Respuesta del sistema frente a perturbaciones a la entrada aplicando la ley de control (4.47)	139
Figura 4.11 Lugar geométrico de las raíces para la ganancia de lazo (4.34.)	141
Figura 4.12 Respuesta del sistema aplicando la ley de control (4.56). a) Evolución de la tensión y de la corriente, b) Evolución del ciclo de trabajo.	143
Figura 4.13 Respuesta del sistema aplicando la ley de control (4.56). a) con	

perturbaciones en la entrada, b) con perturbaciones en la carga.	138
Figura 4.14 Esquema del circuito realimentado.	143
Figura 4.15 Circuito ley de control integral (4.56) basado en pasividad.	144
Figura 4.16 Respuesta experimental del sistema aplicando la ley de control (4.56)	144
Figura 4.17 Evolución de la respuesta del boost al aplicar (4.56). a) con perturbaciones en la entrada, b) con perturbaciones en la carga	145
Figura 4.18 Detalle del circuito de la ley de control (4.56)	146
Figura 4.19 Respuesta del boost al aplicar la ley de control (4.63)	149
Figura 4.20 Evolución de con perturbaciones en la entrada aplicando (4.63)	150
Figura 4.21 Evolución con perturbaciones en la carga aplicando (4.63)	150
Figura 4.22 Respuesta experimental del sistema aplicando la ley de control (4.63)	151
Figura 4.23 Respuesta del boost al aplicar (4.63). a) con perturbaciones en la entrada, b) con perturbaciones en la carga.	151
Figura 4.24 Comparación de la corriente en el inductor sensada y la reconstrucción integral de la corriente.	152
Figura 5. 1 Convertidor boost	157
Figura 5. 2 Respuesta del convertidor boost al aplicar la ley (5.24)	161
Figura 5. 3 Esquema de diseño para realimentar el boost con la ley (5.36)	166
Figura 5. 4 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.36).	166
Figura 5. 5 Respuesta cuando existen perturbaciones de la tensión de entrada y se aplica la ley (5.36)	167
Figura 5. 6 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.36) y existen perturbaciones en la carga.	167
Figura 5.7 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52).	172
Figura 5.8 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones de la tensión de entrada	172
Figura 5.9 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga 10 a 12 Ω en $t = 7.5ms$	173
Figura 5.10 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga de 10 a 12 Ω en $t = 6ms$	173
Figura 5.11 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga de 10 a 18 Ω	174
Figura 5.12 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga de 10 a 20 Ω	175

Lista de tablas

Tabla 1.1 Matrices de transición de los convertidores CC/CC básicos	21
Tabla 1.2 Condiciones de diseño para las topologías básicas	26
Tabla 2.1 Aplicaciones del reconstructor integral en sistemas lineales y no lineales	50
Tabla 3.1 Polos del sistema realimentado al variar K_o	104
Tabla 3.2 Características elementos convertidor boost	108

Resumen

El desarrollo de esta tesis ha sido orientado al análisis, diseño e implementación de controles analógicos aplicados a los convertidores de potencia CC/CC. Para lograrlo se han aplicado técnicas de control no lineal, pudiendo así considerar la naturaleza bilineal de dicho tipo de plantas y garantizando estabilidad en gran señal. En particular, la tesis aborda el control en modo deslizamiento, la linealización entrada-salida por realimentación y el control basado en pasividad.

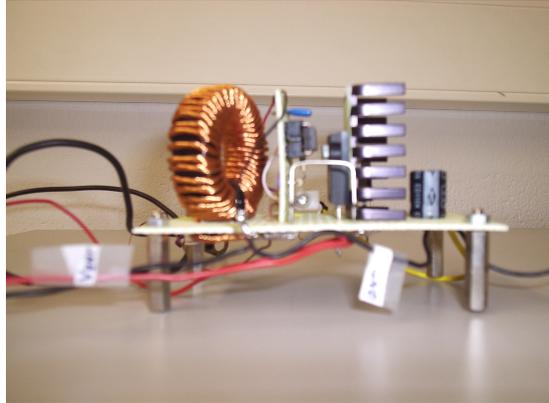
Estas técnicas de control, al igual que las lineales, requieren que una o varias variables de estado se realimenten para poder implementar la ley de control, para lograrlo se optó por omitir la necesidad de sensar las variables y se utilizó la técnica de reconstrucción integral planteada por Michael Fliess. Este reconstructor integral permite observar una variable no medible a partir de la integral de una cierta relación entre la entrada y la salida. Esta observación o reconstrucción no lineal sustituirá la variable no medible en el control. Además, se comprueban las prestaciones dinámicas con prototipos experimentales de tipo analógico, evitando así utilizar sistemas discretos que requieren convertidores analógicos-digitales de elevado ancho de banda.

La tesis está organizada en 6 capítulos, de acuerdo a la siguiente distribución: En el capítulo 1 se precisa el tipo de sistemas a estudiar y se introducen los modelos matemáticos que se emplearon para el análisis y diseño de los lazos de control. También, se hace un recorrido por los antecedentes del control no lineal aplicado a los convertidores CC/CC y se establecen los objetivos de la tesis. En el capítulo 2 se abordará la técnica de reconstrucción integral como precedente teórico para la estimación de las variables en diferentes topologías. En el capítulo 3 se estudiará el control en modo deslizamiento, con el propósito de abordar diferentes superficies de deslizamiento aplicadas a los convertidores CC/CC y, se extiende su análisis a la implementación de dichas superficies sin utilizar sensores de corriente. En el capítulo 4 se estudia el control basado en la pasividad, el cual permite establecer dada una relación entrada-salida pasiva en un sistema, una realimentación que asegura la estabilidad en gran señal aún cuando la entrada de control esta limitada a un cierto rango. En el capítulo 5 se presentarán la linealización por realimentación donde se encuentran leyes de control utilizando la linealización entrada-salida.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentarán las conclusiones de la tesis y se sugerirán las tentativas de estudio relacionadas con el tema. Por último se anexan referencias bibliográficas y las publicaciones realizadas como resultado de la tesis.

Capítulo 1

ANTECEDENTES Y OBJETIVOS



En este capítulo se precisará el tipo de sistemas que serán estudiados a lo largo de la tesis y el tipo de control que se les aplicará para mejorar su respuesta dinámica. Para ello se introducirán los modelos matemáticos que se emplearán para el análisis y diseño de lazos de control. También, se hará un recorrido por los antecedentes del control no lineal aplicado a los convertidores CC/CC y se establecerán los objetivos de la tesis.

1.1 Introducción

Dentro del campo de los circuitos electrónicos, los convertidores de potencia juegan un papel de gran importancia, ya que son éstos los encargados de generar una tensión y/o corriente con determinadas características a partir de una fuente de energía primaria asegurando una correcta alimentación de las diferentes cargas útiles. Los convertidores CC/CC son un tipo particular de estos convertidores, los cuales se encargan de adaptar la señal de una fuente de energía continua a los requerimientos de una carga de tipo continuo. El esquema general del convertidor CC/CC se presenta en la figura 1.1, está formado por elementos de conmutación y elementos que almacenan energía como los inductores y condensadores.

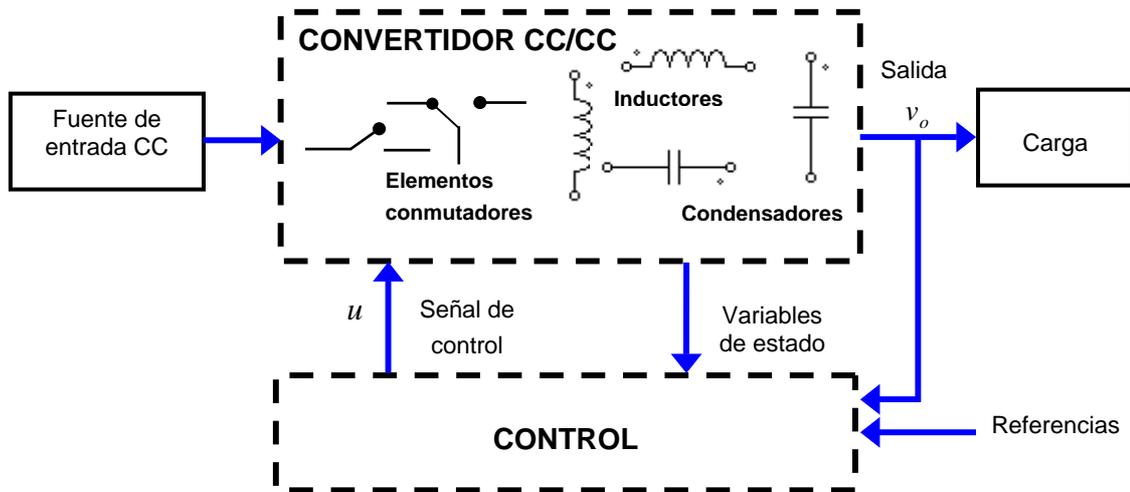


Figura 1.1 Esquema general de un convertidor CC/CC controlado

Dichos convertidores se ubican entre una fuente primaria y una carga, generalmente resistiva. Entre las fuentes de entrada a considerar se encuentran las baterías electrolíticas, las pilas de combustible, los paneles solares, los generadores eólicos y la red eléctrica rectificadora. Las cargas que se considerarán serán de tensión continua citando como aplicaciones desde la alimentación de tarjetas microprocesadoras y DSPs que se encuentran en equipos informáticos y de telecomunicación hasta buses de alimentación en sistemas embarcados (satélites de comunicaciones, automóviles, aviones). Para mejorar los requerimientos de la respuesta se adiciona en la mayoría de los casos un lazo de control, el cual actúa directamente sobre el elemento conmutador modificando su tiempo de conducción, logrando así mejorar el transitorio y consiguiendo mayor estabilidad frente a perturbaciones.

El análisis y diseño de este lazo de control puede llegar a presentar dificultades debido a la naturaleza no lineal de los convertidores CC/CC y a su estructura variable. Se puede optar por aproximar esta dinámica no lineal por un modelo lineal que permita diseñar reguladores con técnicas de control lineal ampliamente conocidas, como por ejemplo, los que se presentan en las referencias [ERI97]-[RED85]. Se debe tener en cuenta que el sistema realimentado sólo será válido para perturbaciones que mantengan las variables del regulador en un determinado rango.

Con objeto de subsanar la limitación anterior, a partir de los años 80 aparecen distintas propuestas alternativas que diseñan el control a partir de modelos no lineales. Por una parte en el contexto de reguladores PWM operando a frecuencia fija, autores como Sira-Ramírez entre otros, aplican técnicas de linealización por realimentación que

pretenden conseguir una dinámica lineal del conjunto controlador-planta a partir del modelo no lineal promediado del convertidor. También sobre modelos no lineales promediados se han aplicado técnicas basadas en el concepto de pasividad, como resultado, se obtiene la dinámica suficientemente amortiguada y por tanto estable, la estabilidad se consigue independientemente de la amplitud de las perturbaciones. Por otra parte, otra técnica a considerar es el control de estructura variable, en concreto nos centraremos en el control en modo deslizamiento. Su aplicación nos lleva a un sistema con frecuencia de conmutación variable. El uso de técnicas no lineales en el ámbito de la electrónica de potencia es todavía marginal, por lo que un análisis de las prestaciones dinámicas de este tipo de controles que permita compararlos con los que se utilizan mayoritariamente tiene un interés considerable.

En la presente tesis se revisarán las técnicas de control no lineal, particularmente, el control en modo deslizante, el control basado en la pasividad y la linealización por realimentación. A continuación, se revisarán los antecedentes del control no lineal aplicado a los convertidores conmutados CC/CC y las perspectivas de trabajo que se desarrollarán en este documento.

1.2 Antecedentes del control no lineal en convertidores CC/CC

En el ámbito de los convertidores CC/CC la estrategia de control en modo deslizamiento ha sido utilizada debido a las ventajas inherentes que ofrece como: robustez y respuesta dinámica rápida. En las referencias [LEO95], [SIR87], [VEN85], y [SIR02] se ha aplicado esta técnica y se puede observar que las superficies propuestas tienen forma lineal, por ejemplo, corriente en el inductor constante o una combinación lineal de la corriente en el inductor y tensión de salida. Estas superficies presentan la particularidad de que son fáciles de implementar y de análisis teórico sencillo. Sin embargo, dicha técnica está todavía abierta a la investigación en cuanto a la incursión de superficies no lineales.

Los problemas más importantes para la implementación práctica del control en modo deslizamiento son la adquisición de las variables de estado y la operación del control a frecuencia de conmutación elevada. Por ejemplo, en algunas superficies que se han planteado se requiere la medida de la corriente [LEO95]-[SIR87], dicha adquisición perjudica la eficiencia debido al procedimiento de sensado que se utiliza. Una posible solución se ha planteado en [SIR02] donde se genera la corriente haciendo uso de reconstructores integrales. Este método se analizará en la tesis y se verificará experimentalmente su uso en el control de convertidores de potencia.

La técnica basada en la pasividad también se ha aplicado en el campo de los convertidores de potencia CC/CC, cabe mencionar el trabajo de Sanders [SAN92] el cual analiza la propiedad de pasividad y demuestra mediante simulaciones la eficacia de esta técnica en un convertidor buck-boost. En el diseño utiliza la energía incremental para derivar una función de almacenamiento y aplicar el concepto de pasividad para deducir la ley de control. Se puede considerar el trabajo de Sira [SIR95], en el cual los convertidores se encuentran descritos como sistemas Euler-Lagrange. Entre los trabajos más recientes, se encuentra el de Leyva [LEY00], el cual adiciona el uso de un factor integral en la dinámica del sistema para eliminar el error en estado estacionario.

También se recurrirá a la realimentación no lineal para transformar la dinámica no lineal de los convertidores CC/CC en un sistema realimentado lineal. Se utilizará la linealización entrada-salida, siguiendo los conceptos básicos de geometría diferencial [KHA02], a saber, grado relativo, derivadas de Lie y el corchete de Lie.

La linealización por realimentación se ha aplicado en muy pocas ocasiones en los convertidores conmutados CC/CC. En [SIR89] se aplicó la linealización entrada-salida y el “backstepping adaptativo” para encontrar un regulador para el convertidor boost. Mientras que en [LIE93] se compara la ley de control obtenida por linealización entrada-salida y por aproximación Lyapunov cuando la planta es un buck-boost, se presentan resultados de simulación. En Leyva [LEY00], se aplicó tanto la linealización entrada-salida como entrada-estado en convertidores de fase mínima y no mínima además, se adicionó un factor integral para lograr error cero en estado estacionario.

1.3 Objetivo de la Tesis

El principal objetivo de la tesis es analizar, diseñar e implementar controles no lineales analógicos que mejoran las prestaciones dinámicas de los convertidores de potencia CC/CC. Particularmente, cuando incluyen un reconstructor integral de corriente para suprimir el uso de dispositivos sensores en la corriente del inductor. El comportamiento de los sistemas realimentados se validará, tanto a nivel de simulación, como mediante la realización de diversas implementaciones físicas del controlador-reconstructor, obteniéndose una verificación experimental donde la presencia de ruidos o perturbaciones no afectan las formas de onda sustancialmente.

A continuación, se hace una revisión de los conceptos generales de los convertidores CC/CC, los modelos matemáticos y los tipos de control que servirán de base teórica

para los diferentes capítulos. Además, se ilustrarán con algunos ejemplos los conceptos más relevantes.

1.4 Convertidores Conmutados CC/CC

1.4.1 Modelo matemático del convertidor CC/CC conmutado

La descripción de los convertidores CC/CC se realiza a partir de la interconexión de los elementos de energía para cada una de las posiciones de los conmutadores. Por ejemplo, para un convertidor de un solo conmutador el comportamiento dinámico para la configuración ON ($u = 1$) es:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 \text{ para } 0 \leq t \leq t_{ON} \quad (1.1)$$

y para la configuración OFF ($u = 0$) pueden escribirse de la forma:

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 \text{ para } t_{ON} \leq t \leq T_S \quad (1.2)$$

donde x es el vector de las n variables de estado, A_1 y A_2 son matrices constantes $n \times n$ y, B_1 , B_2 son vectores $n \times 1$. La salida única v_o , se puede expresar en términos de las variables de estado como:

$$v_o = C_1 x \text{ para } 0 \leq t \leq t_{ON} \quad (1.3)$$

$$v_o = C_2 x \text{ para } t_{ON} \leq t \leq T_S \quad (1.4)$$

donde C_1 y C_2 son vectores transpuestos $1 \times n$.

Los conmutadores pasan de ON a OFF y de nuevo a ON en un tiempo T_S , o período de conmutación. Se define el ciclo de trabajo del conmutador, d , como la relación entre el tiempo que está en la posición ON y el período T_S , es decir:

$$d = \frac{T_{ON}}{T_S} \quad (1.5)$$

La figura 1.2 nos ilustra la relación entre la señal de control y el tiempo de conducción ON y de bloqueo OFF.

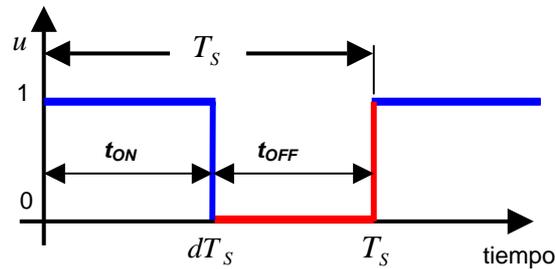


Figura 1.2 Valor de la entrada de control u en un periodo T_s .

El nivel de la señal de salida dependerá directamente del ciclo de trabajo, por tanto, a fin de mantener constante el nivel de dicha señal, el valor del ciclo de trabajo ha de variar según las condiciones instantáneas de potencia requeridas por la carga.

Ejemplo 1. 1: *Convertidor conmutado básico*

Si suponemos que el interruptor de la figura 1.3 es ideal, la salida es igual a la entrada cuando el interruptor está cerrado y es cero cuando está abierto. La apertura o cierre periódico producen la señal de la figura 1.4. La media o componente continua es:

$$V_o = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_o(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_{ON}} V_g dt = \frac{1}{T_s} V_g dT_s = V_g d \quad (1.6)$$

La componente continua de la salida se controla ajustando el ciclo de trabajo d que es la fracción del periodo en la que el interruptor está cerrado.

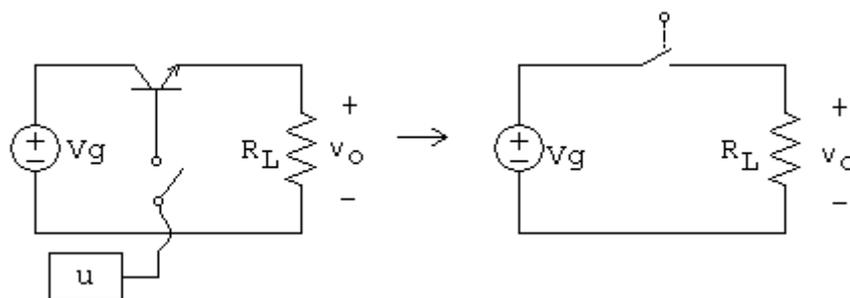


Figura 1.3 Convertidor básico CC/CC conmutado

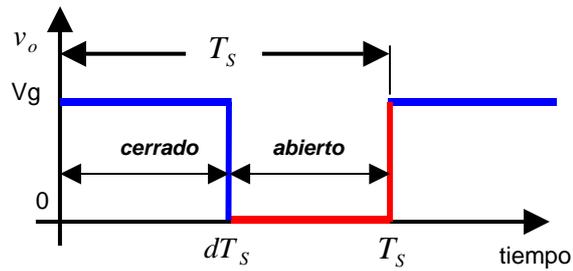


Figura 1.4 Señal de salida del convertidor básico CC/CC

1.4.2 Topologías básicas

Las topologías básicas de los convertidores CC/CC son el buck, boost y buck-boost. Estos tres reguladores se caracterizan por tener un sólo transistor (interruptor controlado) y tienen conversión en una etapa. La potencia de salida suele ser pequeña, del orden de las decenas de watts.

1.4.2.1 Convertidor buck

En la figura 1.5 se muestra un filtro pasa-bajos con una bobina y un condensador (L-C) añadido al convertidor básico. El diodo proporciona un camino a la corriente cuando el interruptor está abierto, y se polariza en inversa cuando el interruptor está cerrado. La tensión de salida es menor a la tensión de entrada. El convertidor buck es un convertidor reductor, en el sentido de que su tensión de salida nunca puede ser mayor que la entrada.

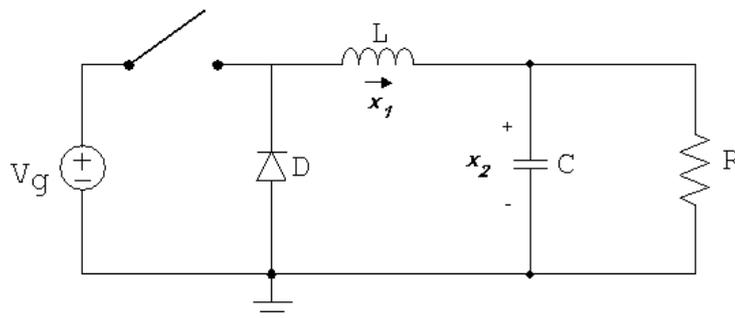


Figura 1.5 Convertidor buck

1.4.2.2 Convertidor boost

Cuando el interruptor de la figura 1.6 está cerrado, el diodo está polarizado en inversa y cuando está abierto el diodo se polariza en directa. El convertidor boost es un convertidor elevador, en el sentido de que su tensión de salida nunca puede ser menor que la de la entrada.

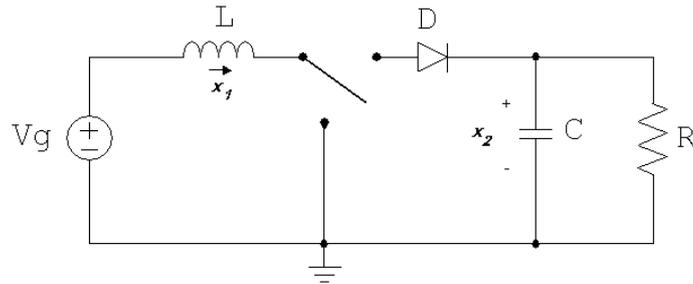


Figura 1.6 Convertidor boost

1.4.2.3 Convertidor buck-boost

El convertidor buck-boost es un convertidor utilizado para la inversión de la polaridad de tensión de salida respecto a la entrada. Su tensión de salida puede ser tanto reductora como elevadora, dependiendo del ciclo de trabajo. La topología de este convertidor se muestra a continuación:

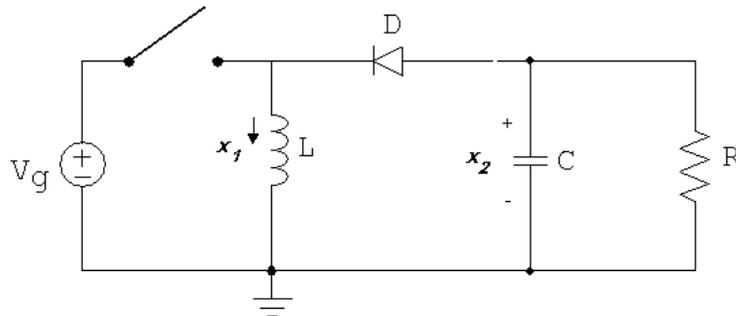


Figura 1.7 Convertidor buck-boost

Los convertidores CC/CC que se presentaron anteriormente se caracterizan por que tienen una conexión eléctrica directa entre la entrada y la salida, además poseen un inductor y un condensador. Las matrices de transición de las topologías básicas se resumen en la tabla 1.1.

	A_1	A_2	B_1	B_2	x	Relación salida-entrada
BUCK	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$	$v_o = dV_g$
BOOST	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$	$v_o = \frac{V_g}{1-d}$
BUCK-BOOST	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$	$v_o = -V_g \frac{d}{1-d}$

Tabla 1.1 Matrices de transición de los convertidores CC/CC básicos

Existe otra gran variedad de convertidores conmutados CC/CC [ERI97], por ejemplo, están los que utilizan un transformador (aislamiento galvánico) para aislar la entrada de la salida, como es el caso del flyback, forward, push-pull, medio puente y puente completo. También, están aquellos que tienen dos inductores como el Çuk, SEPIC, inversor del SEPIC y el buck con filtro de entrada. De manera análoga, a los convertidores CC/CC básicos, en este tipo de convertidores se debe analizar el circuito para cada una de las posiciones de sus conmutadores y a partir de esto obtener un modelo que los describa.

Por otro lado, los convertidores conmutados CC/CC también se pueden clasificar acorde a su modo de funcionamiento, dependiendo de la continuidad o no de la corriente que circula por el inductor. De esta manera cuando la corriente sea siempre mayor que cero durante todo el periodo de conmutación, el convertidor trabajará en modo continuo, y en modo discontinuo si durante algún instante la corriente en el inductor se anula. Veamos como funciona el convertidor boost en cada uno de estos modos:

Ejemplo 1. 2: Análisis y diseño del convertidor boost

Si se considera el convertidor boost, figura 1.8, donde su tensión y corriente de salida promedio son V_o e I_o respectivamente y, la corriente media en el inductor es I_L .

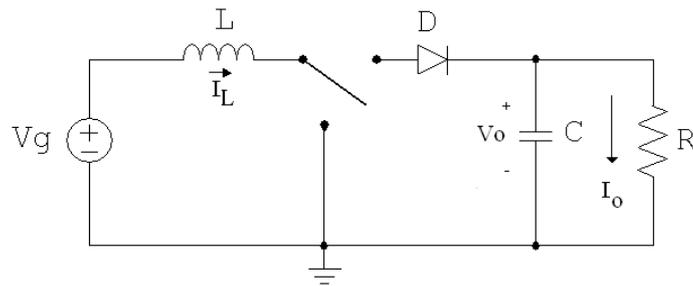


Figura 1.8 Convertidor boost donde se indican valores promediados

Se dice que el convertidor tiene dos estados de funcionamiento, como se observa en la figura 1.9, de acuerdo a la posición del conmutador: En el estado I, conmutador en la posición ON, el inductor L se carga con la tensión V_g y en el estado II, conmutador en la posición OFF, el inductor se carga con la tensión $V_g - V_o$.

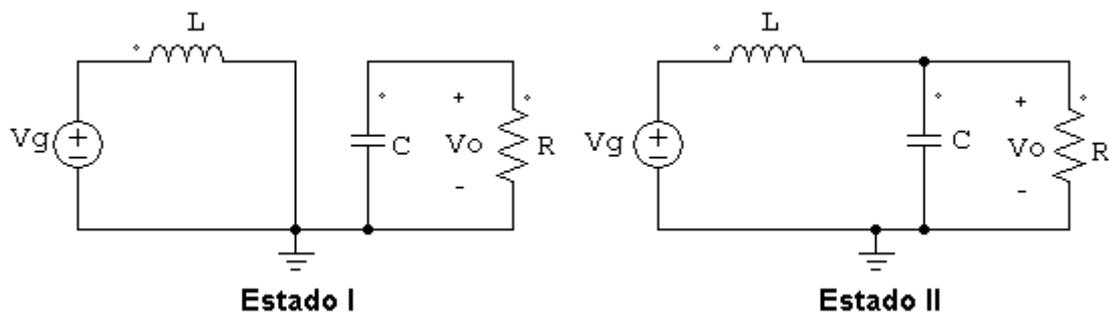


Figura 1.9 Estados del convertidor boost

De acuerdo con la ley de Faraday, la tensión en los bornes de un inductor durante un período completo será cero. Esto significa que los voltios-segundo aplicados serán iguales a los voltios-segundo entregados. De forma que, el total de voltios-segundo aplicados al inductor en un periodo de conmutación es:

$$\int_0^{T_s} v_L dt = V_g dT_s + (V_g - V_o)(1-d)T_s \quad (1.7)$$

Igualando ésta expresión a cero y factorizando términos, se obtiene:

$$V_g - V_o(1-d) = 0 \quad (1.8)$$

y solucionando para V_o , es decir, para la tensión de salida resulta que:

$$V_o = \frac{V_g}{(1-d)} \quad (1.9)$$

Suponiendo que la corriente en el inductor aumenta en forma lineal de I_1 hasta I_2 en el tiempo dT_s , como se observa en la figura 1.10, resulta que:

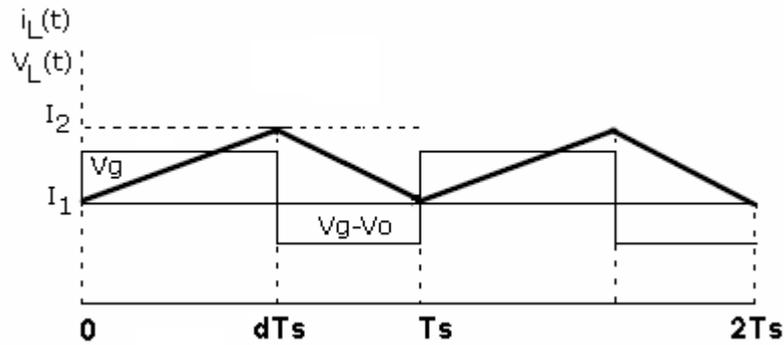


Figura 1.10 Formas de onda del convertidor boost en MCD

$$V_g = L \frac{I_2 - I_1}{dT_s} = L \frac{\Delta I}{dT_s} \quad (1.10)$$

es decir,

$$dT_s = L \frac{\Delta I}{V_g} \quad (1.11)$$

Y la corriente por el inductor baja en forma lineal de I_2 hasta I_1 en el tiempo $(1-d)T_s$,

$$V_g - V_o = -L \frac{I_2 - I_1}{(1-d)T_s} = -L \frac{\Delta I}{(1-d)T_s} \quad (1.12)$$

es decir,

$$(1-d)T_s = -L \frac{\Delta I}{V_g - V_o} \quad (1.13)$$

En donde $\Delta I = I_2 - I_1$ es el rizado de la corriente pico a pico en el inductor L . De las ecuaciones (1.10) y (1.12), se obtiene

$$\Delta I = \frac{V_g dT_s}{L} = -\frac{V_g - V_o}{L} (1-d)T_s \quad (1.14)$$

Suponiendo que el circuito no tiene pérdidas, $V_g I_L = V_o I_o = V_g I_o / (1 - d)$, se tiene que la corriente promedio en el inductor es

$$I_L = \frac{I_o}{(1 - d)} \quad (1.15)$$

y el periodo de conmutación se puede calcular como sigue:

$$T_S = dT_S + (1 - d)T_S = L \frac{\Delta I}{V_g} - L \frac{\Delta I}{V_g - V_o} = \frac{V_o L \Delta I}{V_g (V_g - V_o)} \quad (1.16)$$

De aquí se deduce que el rizado de corriente en el inductor pico a pico es:

$$\Delta I = \frac{V_g (V_g - V_o)}{f_S L V_o} = \frac{V_g d}{f_S L} \quad (1.17)$$

Mientras que en el condensador se observa que cuando el interruptor está cerrado, el capacitor suministra corriente de carga durante el tiempo dT_S . La corriente promedio en el capacitor durante el tiempo dT_S es $I_C = I_o$, y el rizado de tensión pico a pico del capacitor es:

$$\Delta v_c = v_c - v_c(t = 0) = \frac{1}{C} \int_0^{dT_S} I_C dt = \frac{1}{C} \int_0^{dT_S} I_o dt = \frac{I_o d T_S}{C} \quad (1.18)$$

Si se sustituye $d = (V_o - V_g) / V_o f_S$ resulta que

$$\Delta v_c = \frac{I_o (V_o - V_g)}{V_o f_S C} \quad (1.19)$$

O bien,

$$\Delta v_c = \frac{I_o d}{f_S C} \quad (1.20)$$

De este análisis se pueden extraer las siguientes observaciones: De la ecuación (1.15) se ve que al variar I_o varía el valor promedio I_L y de (1.17) se nota que al variar I_o no varían las pendientes de la corriente en el inductor, dado que dependen de V_g y V_o .

Si en régimen de funcionamiento estacionario aumentamos la carga R , disminuirá la corriente promedio en el inductor, permaneciendo constante el rizado de la corriente y la tensión de salida, con lo cual llegará el momento en que $I_L = 0$ durante algún instante del intervalo T_s . A esta condición, se le conoce como modo de conducción discontinua (MCD). Otra situación en las que se puede presentar el MCD es cuando el valor de la bobina baja, dado que las pendientes de la señal de corriente aumentan, o en aquellos casos en los que el valor de la frecuencia se disminuye, puesto que aumentan los tiempos en los que la corriente sube o baja.

En este modo de conducción (MCD) se presentan tres etapas de operación, como se observa en la figura 1.11, se detalla que en el estado III la corriente en el inductor es cero.

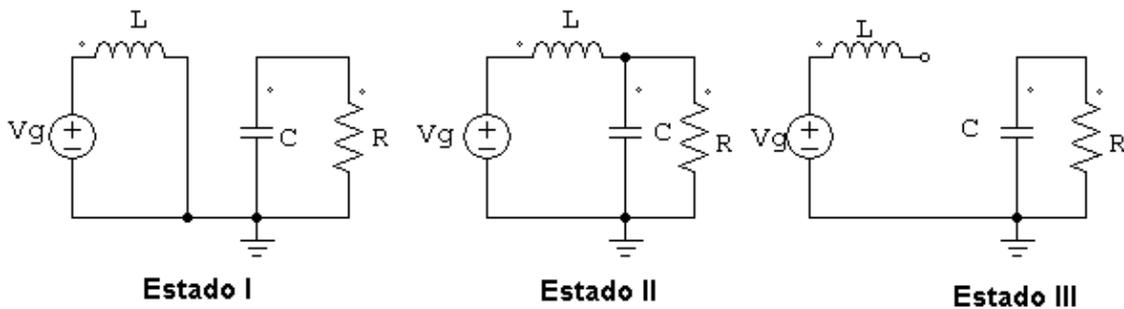


Figura 1.11 Estados del convertidor boost en MCD

Las formas de onda relevantes para cada uno de los estados se presentan a continuación, donde el estado I se presenta de $0 \leq t \leq dT_s$, el estado II de $dT_s < t \leq \delta T_s$ y el estado III de $\delta T_s < t \leq T_s$.

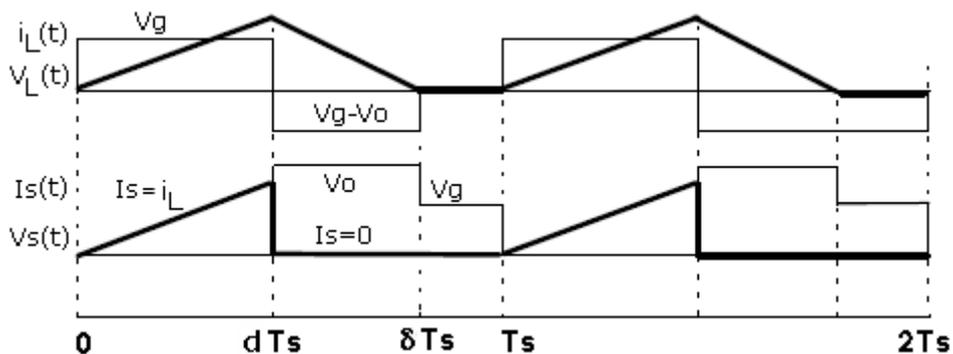


Figura 1.12 Formas de onda del convertidor boost en MCD

Si I_L es la corriente promedio en el inductor, el rizado de corriente es $\Delta I = 2I_L$. Con las ecuaciones (1.17) y (1.9) se obtiene:

$$\frac{dV_g}{f_s L} = 2I_L = 2I_o = \frac{2V_g}{(1-d)R} \quad (1.21)$$

que determina el valor crítico L_c del inductor, como sigue:

$$L_c = \frac{d(1-d)R}{2f_s} \quad (1.22)$$

Y si V_C es la tensión promedio del capacitor, el rizado de tensión del mismo es $\Delta V_C = \Delta V_o = 2V_o$, donde ΔV_o es el rizado de la tensión de salida. Se usa la ecuación (1.20) para obtener:

$$\frac{I_o d}{C f_s} = 2V_o = 2I_o R \quad (1.23)$$

que da como resultado el valor crítico del capacitor C_c :

$$C_c = \frac{d}{2f_s R} \quad (1.24)$$

Realizando un análisis similar se pueden encontrar los parámetros de diseño para los otros convertidores básicos. En la tabla 1.2 se indica la relación salida-entrada en condiciones de régimen estacionario, el rizado de la tensión de salida y la condición mínima que debe cumplir la inductancia para que exista modo de conducción continua.

	Inductancia mínima	Rizado de la tensión de salida
BUCK	$L_{\min} = \frac{(1-d)R}{2f_s}$	$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1-d}{8LCf_s^2}$
BOOST	$L_{\min} = \frac{(1-d)^2 dR}{2f_s}$	$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{d}{RCf_s}$
BUCK-BOOST	$L_{\min} = \frac{(1-d)R}{2f_s}$	$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{d}{RCf_s}$

Tabla 1.2 Condiciones de diseño para las topologías básicas

Se remarcará que en este documento nos centraremos en el estudio de estas topologías considerando que trabajan en modo de conducción continua. A continuación, se estudiará el modelado de este tipo de convertidores conmutados y se expondrán algunos ejemplos.

1.4.3 Modelo promediado en el espacio de estados

El comportamiento real conmutado de los convertidores CC/CC se puede aproximar por un modelo promediado en el espacio de estados [MIDD76] cuando el periodo de conmutación es constante y mucho menor que las constantes de tiempo en cada modo de operación. Dicha promediación, permite encontrar un modelo continuo que aproxima la evolución de las variables en cada uno de los intervalos de conmutación. En el caso de la dinámica descrita por las ecuaciones (1.1) y (1.2), si el interruptor está abierto durante el tiempo, dT_s y cerrado durante el tiempo $(1-d)T_s$, la dinámica promediada será:

$$\dot{x} = [A_1d + A_2(1-d)]x + [B_1d + B_2(1-d)] \quad (1.25)$$

Por tanto, de manera más compacta se puede expresar la dinámica del sistema como:

$$\dot{x} = Ax + B \quad (1.26)$$

siendo las matrices del sistema promediado:

$$A = A_1d + A_2(1-d) \quad B = B_1d + B_2(1-d) \quad (1.27)$$

y la señal de salida promediada corresponderá a:

$$y = [C_1d + C_2(1-d)]x \quad (1.28)$$

A continuación, como ejemplo, se presenta el modelo promediado en el espacio de estados de un convertidor Çuk.

Ejemplo 1.3: *Modelo promediado convertidor Çuk*

El convertidor Çuk es un convertidor conmutado que funciona abriendo y cerrando periódicamente un interruptor electrónico y posee cuatro elementos de

almacenamiento: dos inductores L_1 y L_2 y, dos condensadores C_1 y C_2 . Este convertidor representa las características más deseables de la conexión en cascada de los convertidores buck-boost: la corriente de entrada y salida continua. La conexión se observa en la figura 1.13. Su tensión de salida puede ser tanto reductora como elevadora, dependiendo del ciclo de trabajo, además invierte la polaridad de la tensión de entrada. La bobina de la entrada actúa como un filtro para la fuente e impide la existencia de un gran contenido de armónicos.

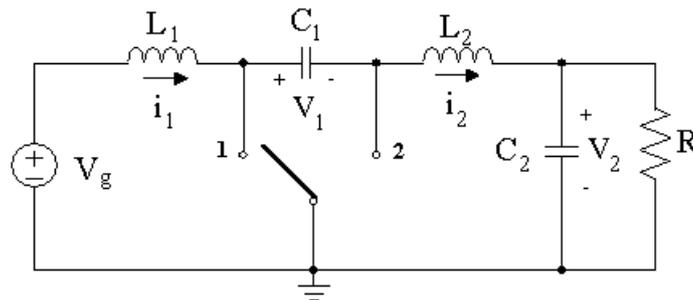
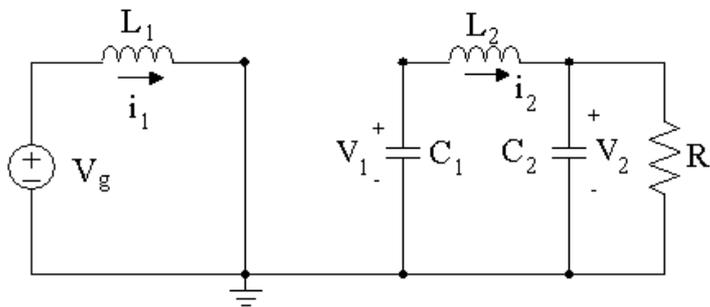


Figura 1.13 Convertidor Ćuk de dos inductores

Analizando el circuito en la configuración ON ($u = 1$), figura 1.14, se obtiene:



$$L_1 \frac{di_1}{dt} = V_g$$

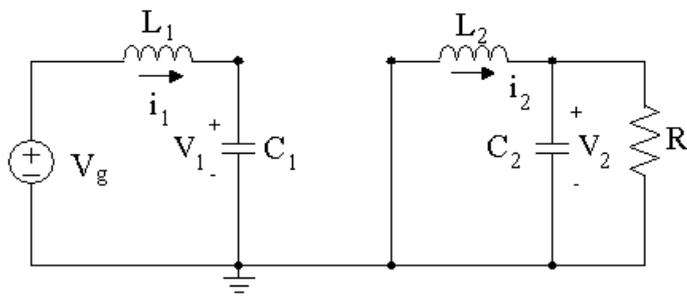
$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -v_1 - v_2$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = i_2$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 - \frac{v_2}{R}$$

Figura 1.14 Posición $u = 1$ del convertidor Ćuk

En la figura 1.15, se presenta la configuración OFF ($u = 0$):



$$L_1 \frac{di_1}{dt} = -v_1 + V_g$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -v_2$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = i_1$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 - \frac{v_2}{R}$$

Figura 1.15 Posición $u = 0$ del convertidor Çuk

Las ecuaciones de estado en modo ON y OFF pueden escribirse de la forma:

$$\dot{x} = A_i x + B_i \text{ para } i = 1, 2 \quad (1.29)$$

Por lo tanto las matrices A_1 , A_2 , B_1 y B_2 y el vector de estados x corresponden a:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y } x = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

A partir de las ecuaciones (1.29) se puede obtener el modelo promediado que tiene la forma de la ecuación (1.26):

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(1-d)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{d}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{(1-d)}{C_1} & \frac{d}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

A continuación, en la figura 1.16 se compara la simulación del arranque del convertidor en el modelo exacto y el promediado. Las simulaciones se realizaron con SIMULINK cuando los parámetros del convertidor son: $R = 5\Omega$, $V_g = 40V$, $L_1 = 1.5mH$, $L_2 = 1.5mH$, $C_1 = 100\mu F$, $C_2 = 100\mu F$, $T_s = 4\mu s$. El ciclo de trabajo considerando es $d = D$ siendo D una constante de valor 0.5. La figura 1.17 muestra en detalle las dos señales entre 4.15 s y 4.3 s, la línea azul corresponde a la señal promediada.

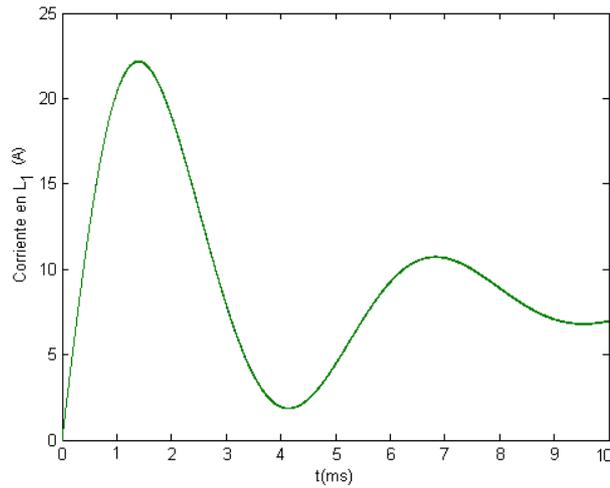


Figura 1.16 Evolución de la corriente i_1 en el modelo exacto y promediado

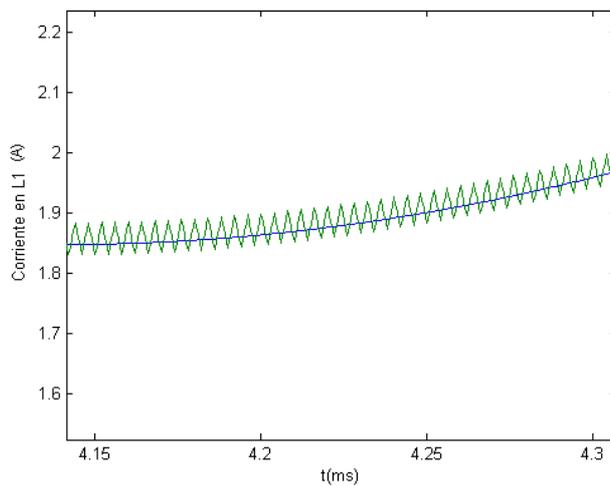


Figura 1.17 Acercamiento a la evolución de la corriente i_1 en el modelo exacto y promediado

Es de recordar que este modelo, sólo será aplicable cuando el período de conmutación es constante. Por lo tanto, no se podrá usar en todas las técnicas que se utilizarán en la presente tesis, en concreto en la técnica de control en modo deslizante. En el siguiente apartado, se analizará esta dinámica promediada en presencia de perturbaciones, particularmente, las existentes en las variables de estado y en la señal de control.

1.4.4 Modelo perturbado del sistema

Para obtener el modelo perturbado de la dinámica promediada (1.26) se considera que las variables de estado x y el ciclo de trabajo d varían alrededor de sus respectivos valores en estado estacionario, es decir:

$$x(t) = X_e + \tilde{x}(t) \quad (1.31)$$

$$d(t) = D + \tilde{d}(t) \quad (1.32)$$

donde X_e y D_e representan los valores en estado estacionario de las variables de estado y del ciclo de trabajo respectivamente. Las variables \tilde{x} y \tilde{d} representan los valores de la perturbación.

La representación bilineal del modelo promediado (1.26) en términos de las señales de perturbación se puede escribir de la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{x}} = \{(A_2 + (A_1 - A_2)D)\tilde{x} + ((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2))\tilde{d}\} + \{(A_1 - A_2)\tilde{x}\tilde{d}\} \quad (1.33)$$

En estado estacionario, $\dot{\tilde{x}} = 0$ y los valores de las perturbaciones son cero. Por tanto, el vector de los puntos de equilibrio del sistema estará representado por

$$X = -[DA_1 + (1 - D)A_2]^{-1}[DB_1 + (1 - D)B_2] \quad (1.34)$$

Cabe notar que la dinámica será lineal para entrada constante ($\tilde{d}(t) = 0$) o para estado constante ($\tilde{x}(t) = 0$), puesto que el término no lineal $((A_1 - A_2)\tilde{x}\tilde{d})$ es nulo en estos casos. Al producto del estado y del control, $\tilde{x}\tilde{d}$, se le denomina término bilineal. Este factor puede ser ignorado si las perturbaciones son mucho más pequeñas que los correspondientes valores en estado estacionario. Además, con el propósito de estudiar

la estabilidad del sistema, así como el error en estado estacionario, se suele aproximar el modelo promediado por un modelo que prescinda de los términos $\tilde{x}\tilde{d}$:

$$\dot{\tilde{x}} = \{(A_2 + (A_1 - A_2)D)\tilde{x} + ((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2))\tilde{d}\} \quad (1.35)$$

Si se aplica la transformada de Laplace a (1.35) suponiendo condiciones iniciales nulas, la ecuación de $\tilde{x}(s)$ puede ser calculada explícitamente de la siguiente forma:

$$s\tilde{x}(s) = (A_2 + (A_1 - A_2)D)\tilde{x}(s) + ((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2))\tilde{d}(s) \quad (1.36)$$

$$(sI - (A_2 + (A_1 - A_2)D))\tilde{x}(s) = ((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2))\tilde{d}(s) \quad (1.37)$$

Hasta el momento, se han expuesto las nociones básicas del tipo de plantas que se van a emplear y la forma de modelarlas. En el apartado siguiente, se plantean los métodos para controlar los convertidores CC/CC y las técnicas que se emplearán para mejorar la respuesta de estos sistemas.

1.5 Tipos de control en los convertidores conmutados CC/CC

El sistema de control de un convertidor CC/CC pretende básicamente regular la tensión de salida y mejorar la respuesta dinámica. Para lograrlo se cambia el ciclo de trabajo y se mantiene la señal de salida regulada.

El control que se realiza a esta señal de salida puede efectuarse de dos formas, en la primera la señal de control es de frecuencia fija, por ejemplo, en la figura 1.18 se observan posibles señales de control cuando el t_{ON} varía y la frecuencia se mantiene constante. Como segunda opción, se tienen los sistemas de control a frecuencia variable, donde el control puede hacerse ya sea con t_{ON} fijo o variable. En la figura 1.19 se muestran los dos casos.

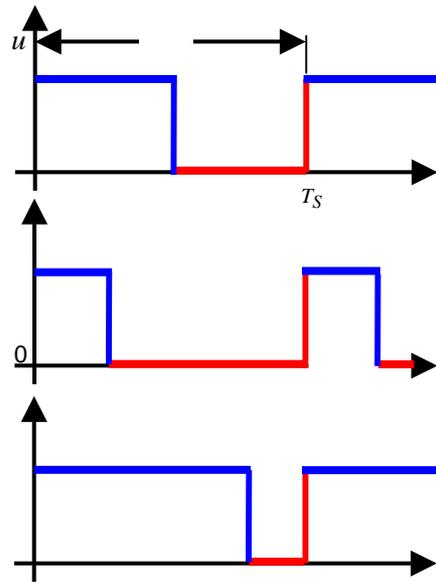


Figura 1.18 Control a frecuencia fija

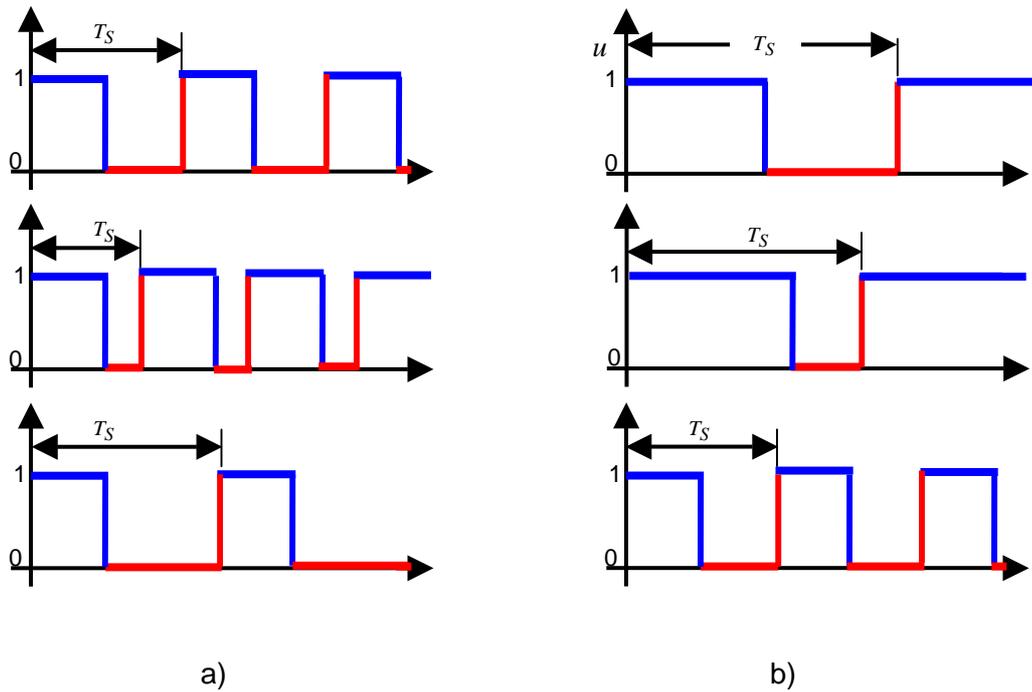


Figura 1.19 Control a frecuencia variable: a) tiempo de conmutación fijo, b) tiempo de conmutación variable

En los últimos años el diseño de los convertidores conmutados CC/CC se ha orientado hacia el uso de modulado de ancho de pulso (PWMs) para poder obtener el valor la tensión deseada a la salida. El sistema de modulación se puede dividir en dos etapas,

una primera etapa encargada de generar una señal triangular, y una segunda encargada de generar la onda cuadrada modulada. En conjunto se debe entregar un valor promedio a la salida durante un periodo. En la figura 1.20 se muestra el diagrama de operación del PWM.

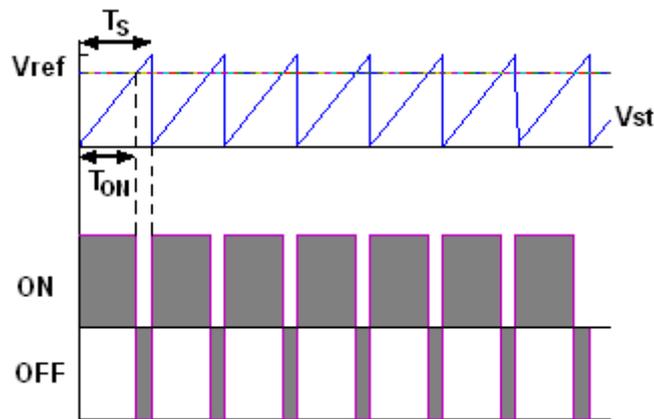


Figura 1.20 Esquema de un PWM

Por ejemplo en [SIR95] y [PROD00] se plantean leyes de control utilizando PWM a frecuencia fija. En [SIR95] la consigna de control se genera al modificar la energía potencial y la energía disipada en un convertidor boost. Por otra parte, en [PROD00] se utilizan un controlador PID digital y un estimador de corriente para modificar el ciclo de trabajo y el modo de conmutación (continua o discontinua) de los convertidores boost y buck-boost. Por otra parte, en artículos como [SIR87] se plantea una estrategia de control a frecuencia variable.

1.6 Efectos no lineales en el funcionamiento del convertidor CC/CC

A nivel práctico se puede observar que los convertidores CC/CC poseen dispositivos con diferente naturaleza, clasificados en dos grupos:

- **Componentes de conmutación como el transistor y los diodos.** En un conmutador ideal el voltaje en la posición ON es $v=0$ y la corriente en OFF es $i=0$. Por tanto idealmente, nunca disipa energía porque el producto $v \cdot i$ es siempre cero. Los conmutadores activos tales como el transistor se encienden o apagan en respuesta a una señal aplicada y los conmutadores pasivos (diodos) tienen una función característica $v-i$ no lineal. La caída de tensión en los interruptores pueden afectar cuando las tensiones de entrada y salida del convertidor son bajas.

- **Componentes reactivos, tales como los inductores y los condensadores.** Los inductores y condensadores funcionan como elementos de almacenamiento de energía en los convertidores, y como elementos de filtro para alisar las componentes armónicas de corriente.

Estos componentes en general presentan una dinámica no lineal que sumada a efectos parásitos o indeseables, como:

- Saturación de los inductores;
- La característica no lineal intrínseca de los dispositivos semiconductores de conmutación;
- Capacitancias no lineales;
- Inductancias no lineales como en el caso de los transformadores y amplificadores magnéticos;

dan como resultado un modelo meramente no lineal en los convertidores conmutados. Este modelo se puede linealizar para facilitar su análisis y el diseño de controladores. Si bien ha resultado provechoso este método para un gran número de aplicaciones, la linealización presenta algunos inconvenientes y puede llegar a responder no satisfactoriamente (llegando incluso a la inestabilidad) cuando:

- Se ve sometido a perturbaciones que pongan de manifiesto la no linealidad del convertidor conmutado (perturbaciones de gran señal), como en el caso del transitorio de arranque.
- Se cambia el punto de operación del convertidor mediante un cambio de la señal de referencia. Se restringe así la posibilidad de que el controlador opere con las mismas prestaciones dinámicas para distintas tensiones de salida reguladas.

Para ilustrar los efectos de la linealización se muestra el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1.4: *Diseño de un controlador PI para un modelo linealizado de un convertidor boost CC/CC.*

Si se tiene en cuenta el convertidor elevador de la figura 1.6 donde la salida es la tensión del condensador x_2 se pueden calcular los puntos de equilibrio a partir de las matrices de transición presentadas en la tabla 1.1 y la ecuación (1.34):

$$X_1^* = \frac{V_g}{1-D} \quad X_2^* = \frac{V_g}{R(1-D)^2} \quad (1.38)$$

donde D , X_1^* y X_2^* son los valores nominales del ciclo de trabajo, la corriente en el inductor y la tensión de salida respectivamente. Considerando estos valores y la representación linealizada en el espacio de estados de la ecuación (1.37) se obtiene la aproximación lineal del convertidor boost:

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{1-D}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} \frac{X_2^*}{L} \\ -\frac{X_1^*}{C} \end{bmatrix} \tilde{d} \quad (1.39)$$

donde $\tilde{x} = x - X$ y $\tilde{d} = d - D$ representan las variables incrementales. La función de transferencia de la señal de salida respecto a la entrada corresponde a:

$$G(s) = \frac{\tilde{x}_2(s)}{\tilde{d}(s)} = -\frac{V_g}{RC(1-D)^3} \frac{s - \frac{R(1-D)^3}{L}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{(1-D)^2}{LC}} \quad (1.40)$$

El gráfico de Nyquist de la función de transferencia se presenta en la figura 1.21, teniendo en cuenta que los parámetros del convertidor son: $R=10\Omega$, $V_g=40V$, $L=100\mu F$, $C=100\mu F$, $T_s=4\mu s$, $D=0.5$ y los puntos de equilibrio son $X_1^*=4A$ y $X_2^*=20V$. La forma del gráfico nos indica que se puede aplicar el método de Ziegler-Nichols, dado que existe una frecuencia finita para la cual la parte imaginaria de $G(jw)$ se hace cero. En este caso, en particular se diseñará un controlador PI basándose en la respuesta en frecuencia.

Sustituyendo $s = jw$ en la función de transferencia se obtiene la expresión que permite calcular la parte imaginaria y la parte real de $G(jw)$, resulta que:

$$\text{Re}(G(jw)) = \frac{R(1-D)X_2^* (-w^2 RLC + (1-D)^2 R) - w^2 RL^2 X_1^*}{(-w^2 RLC + (1-D)^2 R)^2 + w^2 L^2} \quad (1.41)$$

$$\text{Im}(G(jw)) = \frac{-wRLX_1^* (-w^2 RLC + (1-D)^2 R) - wRLX_2^* (1-D)}{(-w^2 RLC + (1-D)^2 R)^2 + w^2 L^2} \quad (1.42)$$

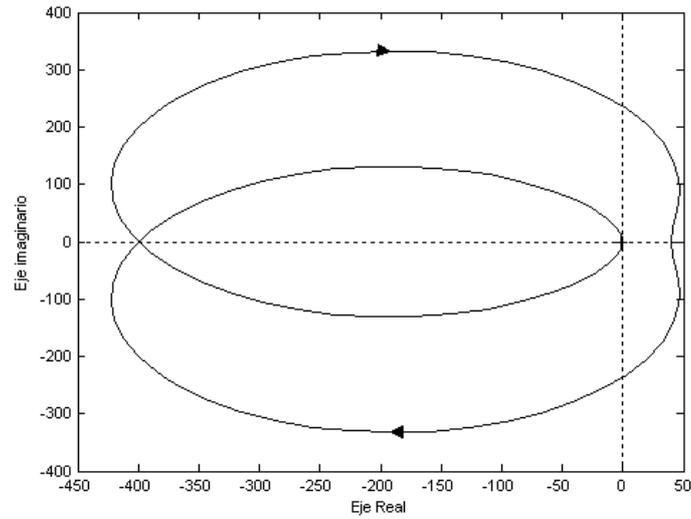


Figura 1.21 Diagrama de Nyquist para el convertidor boost

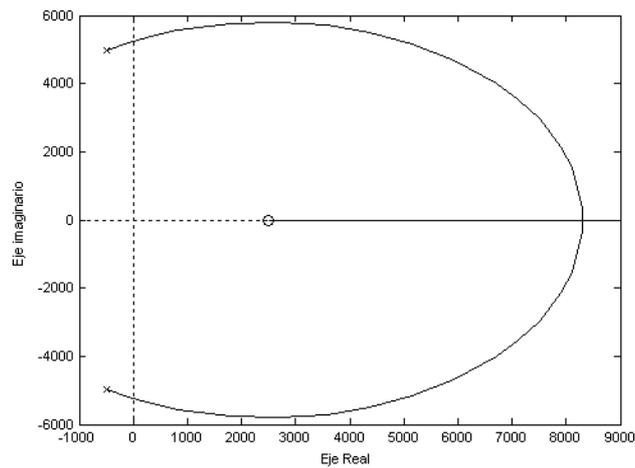


Figura 1.22 Lugar de las raíces para el convertidor boost

En la figura 1.21 se observa que la parte imaginaria se hace cero en $w=0$, $w=\infty$, los cuales son valores que no se pueden emplear. La frecuencia de cruce con el eje imaginario que interesa está dada por:

$$w_c = \frac{\sqrt{LC(2-D)(1-D)}}{LC} \quad (1.43)$$

Y al reemplazar los valores de los parámetros resulta que $w_c = 6123.72 \text{ rad}$ y la magnitud de la función de transferencia $G(jw)$ para el valor w_c está dada por:

$$\left| G(jw_c) \right| = \frac{X_2^*}{(1-D)^2} \quad (1.44)$$

De esta expresión se obtiene el período último:

$$P_0(D) = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi LC}{\sqrt{LC(2-D)(1-D)}} \quad (1.45)$$

y la ganancia última

$$K_0(D) = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} = \frac{(1-D)^2}{X_2^*} \quad (1.46)$$

De acuerdo a los valores dados por la regla de Ziegler-Nichols [OGA97], las ganancias del controlador PI para el sistema (1.39) son:

$$K_1 = 0.45 * K_0(D) = 0.45 * \frac{(1-D)^2}{X_2^*} \quad (1.47)$$

$$K_2 = 0.54 * \frac{K_0(D)}{P_0(D)} = 0.54 * \frac{(1-D)^2}{X_2^*} \frac{\sqrt{LC(2-D)(1-D)}}{2\pi LC} \quad (1.48)$$

La representación del control PI resulta en:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_\delta &= K_2 x_{2\delta} \\ u_\delta &= \xi_\delta + K_1 x_{2\delta} \end{aligned} \quad (1.49)$$

donde $x_{2\delta} = -(x_2 - X_2)$. Reemplazando los valores de los parámetros en (1.46)-(1.47) los valores de las constantes corresponden a $K_1 = 0.0056$ y $K_2 = 6.578$. En la figura 1.23 se presentan los resultados de la simulación en MATLAB para el convertidor con los datos suministrados y con condiciones iniciales nulas. Se puede observar que la señal de salida es sobre-amortiguada con un tiempo de establecimiento aproximado de 18 ms. Los puntos de operación se ven claramente 4 A para la corriente en el inductor y 20 V en el condensador.

Se realizaron simulaciones en SIMULINK cuando existen perturbaciones en la entrada, la tensión cambia de 10 a 14V cada 30 ms. La respuesta se muestra en la figura 1. 24, su transitorio sigue siendo sobre-amortiguado, mientras que el punto de operación varía. La señal de tensión de salida sigue siendo regulada, es decir llega a los 20V.

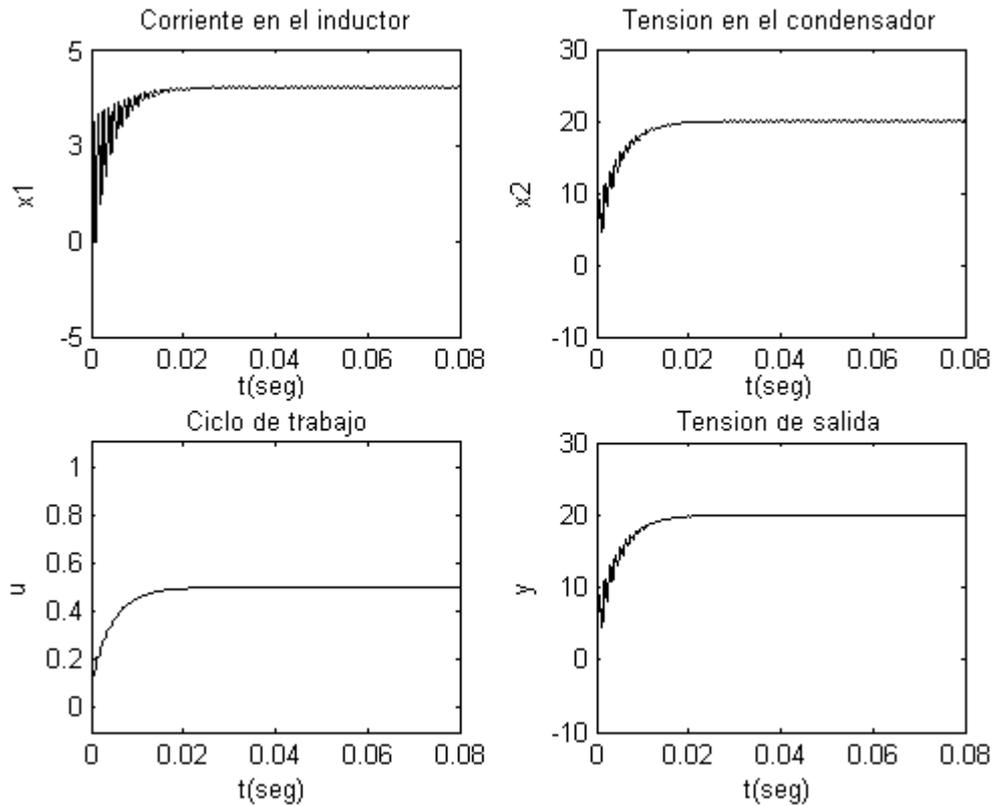


Figura 1.23 Respuesta del convertidor boost a la ley PI (1.49)

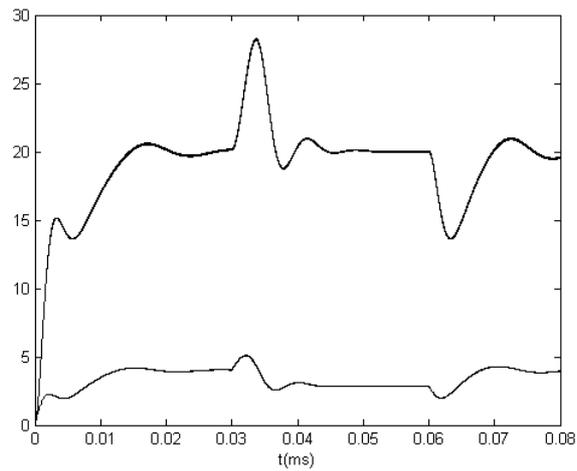


Figura 1. 24 Respuesta frente a perturbaciones de entrada de 10 a 14 V

Mientras que al introducir perturbaciones a la entrada de 10 a 24V, el error en estado no es cero como se observa en la figura 1.25. La tensión de salida sube a 25 Voltios cuando la tensión de entrada corresponde a 24 Voltios.

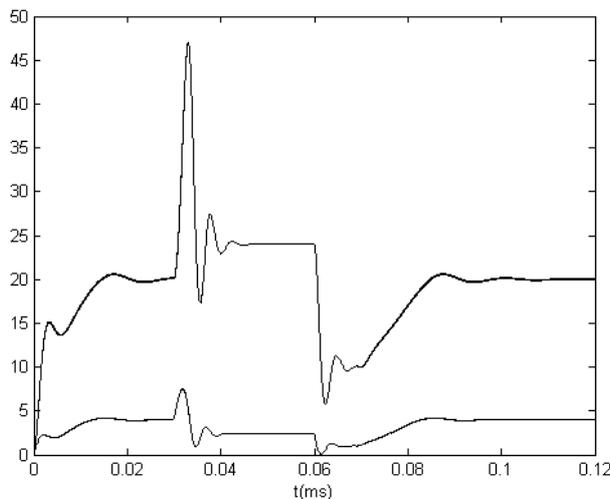


Figura 1.25 Respuesta frente a perturbaciones de entrada de 10 a 24 V

Las conclusiones que se pueden extraer de la anterior simulación son las siguientes: el controlador que se obtiene a partir del modelo lineal es estable y cumple con las características deseadas en el convertidor cuando existen perturbaciones cercanas al punto de equilibrio. Por otro lado, en este tipo de control es necesario el uso de un limitador para garantizar que la señal de control se encuentre entre $[0, 1]$, por lo tanto presenta problemas de saturación.

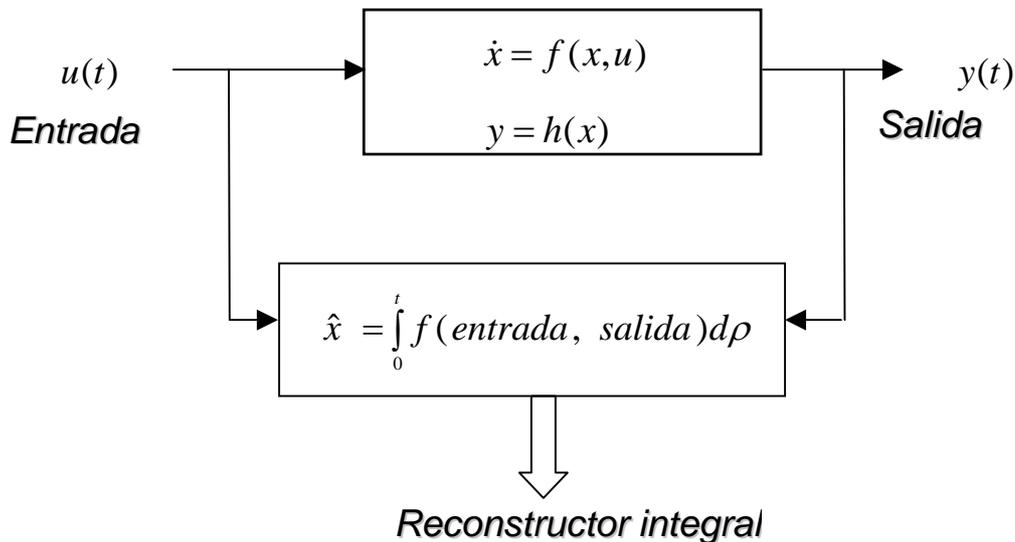
Por último, cabe recalcar que para el análisis teórico de cada una de las técnicas de control se supondrán las siguientes hipótesis:

- Los dispositivos semiconductores serán considerados como interruptores ideales.
- Las pérdidas en los elementos inductivos y capacitivos serán despreciadas.
- La alimentación continua se supondrá constante en el tiempo.
- La etapa de salida del convertidor estará compuesta por un filtro paso bajo y la carga (R).
- Se considera que el valor de los elementos de los convertidores es tal que le permite trabajar en modo de conducción continua.

A continuación, se hablará acerca de los métodos de sensado de las variables de estado en los convertidores CC/CC y se extenderá el estudio de la técnica de reconstrucción integral como alternativa para la estimación de estas variables y poder así mejorar sus prestaciones dinámicas.

Capítulo 2

RECONSTRUCCION INTEGRAL



Este capítulo se considera una alternativa para el sensado de corriente y la forma de aplicarla en el caso de los convertidores CC/CC. A modo de introducción, se resumen las técnicas de sensado más utilizadas en estos convertidores y posteriormente se enfatiza en el análisis matemático de la técnica de reconstrucción integral, donde se expone una parametrización integral de la entrada y la salida para poder obtener la corriente del inductor en un convertidor CC/CC.

2.1 Técnicas de sensado en convertidores conmutados CC/CC

Los convertidores conmutados de potencia requieren el sensado de corriente en los siguientes casos: cuando se implementa el control en modo corriente, en la regulación de la tensión de salida cuando se está realimentando el estado completamente, y/o en la protección de dichos circuitos frente a sobre-cargas. En los convertidores, donde la frecuencia de conmutación es del orden de centenares de Khz, es muy común usar los siguientes métodos de sensado, como se indica en las referencias [KELL91] y [HASS02]:

- **Resistencia de sensado serie:** Esta técnica es la forma convencional de sensar corriente. Simplemente se inserta una resistencia de sensado (R_{sensado}) en serie con el inductor. Si el valor de la resistencia es conocido, la corriente que fluye a través del inductor es determinada midiendo la tensión diferencial en sus bornes. La precisión de este método depende del tipo de resistor usado. En la mayoría de los casos se utiliza un resistor metálico de constantan o manganin con coeficiente de temperatura cero. Por ejemplo, la resistencia que se ha utilizado en los prototipos durante la realización de la tesis es una resistencia al aire libre (OAR-3) de 0.025Ω , con una inductancia inferior a $10nH$, ignífuga, cuya potencia máxima es de $3W$ y la tolerancia es $\pm 1\%$.
- **Sensando R_{DS} :** Puesto que los MOSFETS actúan como resistores cuando están en "ON", otro método de sensado de corriente es medir la tensión entre drenador-surtidor del MOSFET durante el tiempo en que está en ON. La principal desventaja de esta técnica es su baja precisión porque R_{DS} depende de la temperatura y de la tensión entre drenador-surtidor, la cual a su vez varía con la frecuencia de conmutación.
- **Filtro de sensado.** Esta técnica usa una red RC para filtrar la tensión en el inductor y sensar la corriente a través de la resistencia serie equivalente (ESR) del inductor, denotada por R_E .

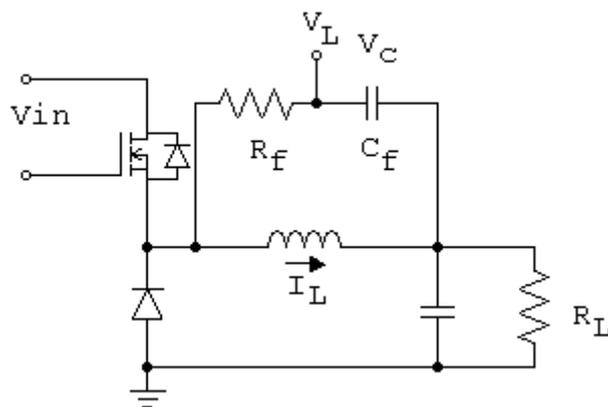


Figura 2.1 Filtrado de la corriente en el inductor

La tensión en el inductor es:

$$v_L = (R_E + sL)I_L \quad (2.1)$$

donde L es la inductancia. La tensión en el condensador C_f es:

$$v_c = \frac{v_L}{1 + sR_f C_f} = \frac{(R_E + sL)I_L}{1 + sR_f C_f} = R_E \frac{1 + sT}{1 + sT_1} I_L \quad (2.2)$$

donde $T = L/R_E$ y $T_1 = R_f C_f$. Forzando $T = T_1$ da $v_c = R_E i_L$ y, de ahí, v_c sería directamente proporcional a i_L . Para usar esta técnica, se necesita conocer el valor de L y R_E , y luego R_f y C_f se seleccionan acorde a estos valores.

- **Transformadores de Corriente:** El uso de transformadores para el sensado de corriente es común en sistemas de alta potencia. La idea es sensar una fracción de la corriente en el inductor usando las propiedades de inductancia mutua de un transformador. Las desventajas más importantes de este método son: su elevado costo, gran tamaño y además, no permite obtener el valor de continua de la corriente.
- **SENSEFETs:** Este es un método práctico para el sensado de corriente en aplicaciones con MOSFET de potencia utilizando SENSEFET. El principio del sensado de corriente en un MOSFET se basa en el espejo de corriente empleado en la fabricación de circuitos integrados.

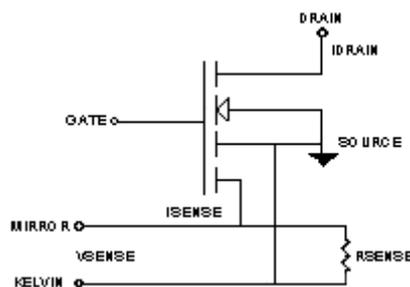


Figura 2.2 Configuración del SENSEFET

En la figura 2.2 se presenta el diagrama de un SENSEFET. Cuando la carga del circuito esta completa, la corriente principal en el drenador, I_D , fluye del drenador (drain) a la fuente (source). La corriente sensada la cual es proporcional a I_D se obtiene conectando una carga apropiada entre los terminales Mirror (M) y Kelvin (K). La corriente sensada es del orden de 1/1000 de la corriente en el drenador.

El método de sensado que se escoge depende de los requerimientos de la aplicación. Por ejemplo, el método de resistencia serie es común en aplicaciones de corrección de potencia por su precisión y simplicidad. Sin embargo, en aplicaciones de alta corriente y baja tensión los métodos más utilizados son los de sensado de R_{DS} y filtro RC porque no inducen pérdidas de potencia apreciables y no se requieren componentes costosos. Entre estas técnicas de sensado, solamente el método SENSEFET es independiente de los valores externos de los componentes (R_{DS} , R_L , L , R o C del filtro, entre otros).

De las referencias [KELL91] y [HASS02] también se extraen las características relevantes que deben cumplir los dispositivos sensores. Entre estos requisitos están:

- El grado de influencia en el circuito debe ser mínimo;
- El ancho de banda debe ser extenso (mayor que la frecuencia de conmutación);
- Precisión con respecto a la tolerancia en los parámetros y variaciones en la temperatura;
- Poca sensibilidad al ruido de conmutación;
- Grado de complejidad razonable y bajo costo; y debe estar protegido contra corrientes elevadas.

Para eliminar la necesidad de sensar la corriente, también se tienen varias alternativas. Por ejemplo, con los observadores de estado se pueden estimar las variables de estado. Estos observadores se implementan mediante técnicas de tipo discreto o continuo y, deben ser diseñados de tal forma que sean más rápidos que la respuesta del sistema. Es importante remarcar que debido a la naturaleza del convertidor, se ha reportado la utilización tanto de observadores lineales como no lineales [KAM93]. Actualmente, la utilización de observadores para el control de

convertidores es un área de interés relevante, como lo demuestran entre otros los recientes artículos [FEN04]-[MAT04]. También se ha reportado en [WAN97], la estimación de la corriente de carga a partir del modelo DC del convertidor buck y de esta manera poder determinar cuando conmutar entre modo de conducción continua (CCM) y modo de conducción discontinua (DCM).

Otra técnica basada en observadores de estado la propone Midya [MIDY01]. La propuesta permite estimar la corriente a partir de la tensión en el inductor, como se puede observar en la figura 2.3, a partir de la relación tensión-corriente del inductor $v = L di / dt$, se obtiene la corriente en el inductor integrando su valor de tensión. Se debe tener en cuenta que el valor de L debe ser conocido para poder aplicar esta técnica. El valor de corriente estimado se utiliza para implementar un lazo de control lineal y se realiza un prototipo experimental. Esta técnica es muy similar a la que utilizará en el desarrollo de mi tesis, claro que a diferencia de [MIDY01] se aplicará a técnicas no lineales de control y se realizarán pruebas para garantizar la estabilidad en gran señal. En [ARB98] se puede observar una aplicación de este método al estimar la corriente de salida en un convertidor buck.

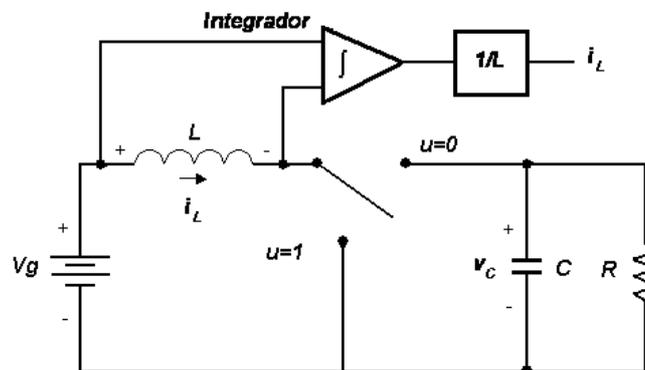


Figura 2.3 Técnica de sensado utilizando un observador de corriente

Otra opción para observar las variables de estado se presenta en [FLI00] y [FLI02]. En estas referencias se plantea una técnica denominada reconstrucción integral, la cual permite estimar las variables de estado utilizando solamente una relación integral de la señal de entrada y salida del sistema. Como se expone en [SIR02], en el ámbito de los convertidores conmutados CC/CC, esta técnica se ha utilizado para estimar la variable

no medible en un control en modo deslizante aplicada a un convertidor boost. La superficie de deslizamiento modificada utiliza un reconstructor integral para reemplazar la corriente del inductor y además, adiciona un término integral para compensar el desconocimiento de las condiciones iniciales del estimador. Se presentan resultados de simulación cuando se ha utilizado un modelo normalizado del convertidor boost.

En cuanto a la realización práctica de este artículo, en [SPI04] se encuentra someramente plasmada la implementación digital del lazo control-reconstructor. Inicialmente, en este artículo se comparan las propiedades en lazo cerrado del modelo ideal con las del modelo en gran señal, que incluye los elementos de conmutación, es decir, el transistor y el diodo. Para confrontarlos se presentan simulaciones en Matlab y Orcad, deduciendo que la estabilidad del modelo en gran señal depende directamente de la amplificación del factor integral del error de tensión. El modelo en Orcad que se ilustra utiliza elementos como amplificadores operacionales y multiplicadores de tipo analógico para manipular las señales de la ley de control. En este sentido, este modelo es parecido al que se presentará en la sección 2.3 de esta tesis. También se observa en el modelo Orcad de [SPI04] que utiliza un integrador de realimentación RC con reset, condición inicial para la corriente en el inductor y, valores de resistencias y tensiones de referencia imposibles de llevar a la práctica por su carácter decimal. De este modelo no se presentan resultados experimentales pero, a cambio de ello, se implementa digitalmente el modelo ideal utilizando un DSP. El algoritmo empleado en su ejecución no se indica, únicamente se nombran los dispositivos utilizados y las frecuencias de muestreo y conmutación alcanzadas. Se presenta la respuesta de la señal de tensión de salida, de la superficie de deslizamiento y de la señal de conmutación, pero no se consideran perturbaciones en la señal de entrada o en la carga.

A continuación, se describen los conceptos que explican la reconstrucción integral como precedente teórico para la estimación de las variables de estado en los lazos de control propuestos en el resto de la tesis, además, se detallan algunos ejemplos para ilustrar la teoría. En particular, se presentará la realización experimental de un reconstructor integral de corriente aplicado a un convertidor boost y se comparará con el modelo Orcad de [SPI04].

2.2 Análisis teórico de la reconstrucción integral

Suponiendo un sistema lineal invariante en el tiempo de la forma:

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (2.3)$$

$$Y(s) = CX(s) \quad (2.4)$$

donde $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$

De (2.3) se puede escribir $X(s)$ como:

$$X(s) = A \frac{X(s)}{s} + B \frac{U(s)}{s} \quad (2.5)$$

Para la segunda derivada de $x(t)$ se tiene que:

$$X(s) = \frac{A^2}{s^2} X(s) + \left(\frac{AB}{s^2} + \frac{B}{s} \right) U(s) \quad (2.6)$$

De forma análoga para un sistema de orden 3, se cumple que:

$$X(s) = \frac{A^3}{s^3} X(s) + \left(\frac{A^2 B}{s^3} + \frac{AB}{s^2} + \frac{B}{s} \right) U(s) \quad (2.7)$$

y por recurrencia, para un sistema de orden $\mu > 1$ se cumple,

$$X(s) = A^\mu s^{-\mu} X(s) + \sum_{i=1}^{\mu} A^{i-1} B s^{-i} U(s) \quad (2.8)$$

Mientras que la salida (2.4) y sus $\mu - 1$ derivadas se pueden escribir como:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \\ s^3 \\ s^4 \\ \vdots \\ s^{\mu-1} \end{bmatrix} Y(s) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ \vdots \\ CA^{\mu-1} \end{bmatrix} X(s) + \begin{bmatrix} 0 \\ CB \\ sCB + CAB \\ s^2 CB + CABs + CA^2 B \\ s^3 CB + CABs^2 + CA^2 Bs + CA^3 B \\ \vdots \\ s^{\mu-2} CB + CABs^{\mu-3} + CA^2 Bs^{\mu-4} + \dots + CA^{\mu-3} Bs + CA^{\mu-2} B \end{bmatrix} U(s) \quad (2.9)$$

Suponiendo que el sistema (2.3)-(2.4) es observable, es decir, la matriz $[C \ CA \ CA^2 \ CA^3 \ CA^4 \dots \ CA^{\mu-1}]^T$ tiene rango μ se puede despejar $X(s)$ de la ecuación (2.9), y el resultado es el siguiente:

$$X(s) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ \vdots \\ CA^{\mu-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \\ s^3 \\ s^4 \\ \vdots \\ s^{\mu-1} \end{bmatrix} Y(s) - \begin{bmatrix} 0 \\ CB \\ sCB + CAB \\ s^2CB + CABs + CA^2B \\ s^3CB + CABs^2 + CA^2Bs + CA^3B \\ \vdots \\ s^{\mu-2}CB + CABs^{\mu-3} + CA^2Bs^{\mu-4} + \dots + CA^{\mu-3}Bs + CA^{\mu-2}B \end{bmatrix} U(s) \quad (2.10)$$

Al reemplazar (2.10) en el lado derecho de (2.8) y considerando μ lo suficientemente grande, se obtiene un sistema de la forma:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix} = P(s^{-1}) \begin{pmatrix} Y_1 \\ \cdot \\ Y_p \end{pmatrix} + Q(s^{-1}) \begin{pmatrix} U_1 \\ \cdot \\ U_m \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

donde P y Q son matrices $n \times p$ y $n \times m$ respectivamente y son los coeficientes reales de la variable s^{-1} . Estas matrices se pueden expresar como:

$$P(s^{-1}) = A^\mu s^{-\mu} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ \vdots \\ CA^{\mu-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \\ s^3 \\ s^4 \\ \vdots \\ s^{\mu-1} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

y

$$Q(s^{-1}) = -A^\mu s^{-\mu} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ \vdots \\ CA^{\mu-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ CB \\ sCB + CAB \\ s^2CB + CABs + CA^2B \\ s^3CB + CABs^2 + CA^2Bs + CA^3B \\ \vdots \\ s^{\mu-2}CB + CABs^{\mu-3} + CA^2Bs^{\mu-4} + \dots + CA^{\mu-3}Bs + CA^{\mu-2}B \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{\mu} A^{i-1} B s^{-i} \quad (2.13)$$

De acuerdo con la teoría de la transformación de Laplace el término $\frac{f}{s}$ nos indica la

integral $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$. Por lo tanto, la expresión (2.11) se denotará como *reconstructor integral* u *observador integral*.

Se define la propiedad de reconstructibilidad, que es equivalente a la de observabilidad, cuando toda componente de estado $x = (x_1, \dots, x_n)$ se puede expresar

como una combinación lineal de las variables de control $u = (u_1, \dots, u_m)$, de la salida $y = (y_1, \dots, y_p)$, y de sus derivadas.

Esta técnica también se ha aplicado en diferentes áreas, en la tabla 2.1 se resumen las aplicaciones y el procedimiento para poder generar leyes de control en diversos sistemas lineales y no lineales. Estos artículos nos permiten establecer las pautas para reconstruir las variables de estado. Los pasos a seguir, extraídos del conjunto de artículos son los siguientes:

1. Obtener el modelo dinámico del sistema real, aplicando por ejemplo las leyes de Kirchhoff en los circuitos eléctricos o sumatorio de fuerzas en los sistemas mecánicos, etc.
2. Realizar un cambio de variables para obtener la dinámica normalizada y comprobar que sea controlable y observable.
3. Determinar cual es la variable de fácil medición.
4. Obtener la variable útil para el control en términos de la integral de la entrada y la salida del sistema (señal medida).
5. Calcular el valor estimado de la variable anterior, es decir se elimina la condición inicial.
6. Obtener la ley de control con los valores estimados.

De manera particular en nuestro estudio no se considerará el punto 2, es decir, el modelo normalizado de la planta, debido a que para realizar el cambio de variables es necesario conocer los parámetros del sistema. De este modo, al aplicar la reconstrucción sobre las variables físicas lo podría hacer menos dependiente del conocimiento exacto de los parámetros.

A continuación, se desarrollan tres ejemplos donde se aplica esta técnica a escala teórica y experimental.

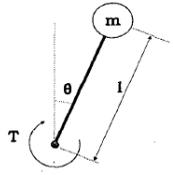
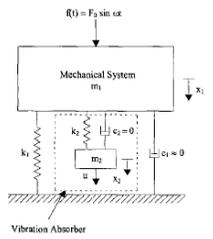
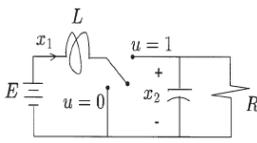
ARTICULO	APLICACIÓN	OBJETIVO	CONCLUSIONES
<p>On the Generalized PI control of some nonlinear mechanical systems [SIRA02]</p> <p>H. Sira Ramirez, Proceedings of the American Control Conference Anchorage, AK May 8-10-2002</p>	<p>Sistema manipulador mecánico</p> 	<p>Se presenta un control generalizado proporcional integral (GPI) para la regulación, y seguimiento de la trayectoria de un eslabón de un manipulador mecánico. Se utiliza la medida de la posición del eslabón (θ) y la entrada de control para poder estimar su velocidad.</p> $\hat{\theta} = \int_0^{\rho} [Sen(\theta(\rho)) + u(\rho)] d\rho$ <p>Esta variable se utiliza para poder obtener el control equivalente basado en linealización exacta.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El esquema de control prescinde del uso de observadores de estado y de discretización en el espacio del tiempo. • El offset del error incurre al uso de un factor integral en la ley de control. • La estabilidad se garantiza escogiendo los parámetros del control de tal forma que el polinomio característico del sistema en lazo cerrado sea Hurwitz.
<p>Active vibration Absorbers using Generalized PI and Sliding mode Control techniques [BEL03]</p> <p>F. Beltrán, G. Silva, H. Sira Ramírez, Proceedings of the American Control Conference Denver, Colorado June 4-6-2003</p>	<p>Sistema mecánico</p> 	<p>Se presenta el control de vibración en un sistema mecánico. Se aplica <i>differential flatness</i>, control modo deslizamiento y un PI generalizado para atenuar las vibraciones. Se tienen dos esquemas de control: el primero utiliza la medida de la posición de la masa m_1 y el otro emplea tanto la posición de esta masa como la frecuencia de excitación del sistema. Se pretende reconstruir las derivadas de la señal de salida (posición de m_1) para poder construir la superficie de deslizamiento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aprovecha la propiedad estructural (diferencial flatness) para analizar y diseñar el controlador. • Se logra un control robusto ya que se utiliza un control en modo deslizamiento que aprovecha las ventajas inherentes del PI generalizado. • La estabilidad se garantiza escogiendo los parámetros del control de tal forma que el polinomio característico del sistema en lazo cerrado sea Hurwitz.
<p>Generalized PI control for Global Position Regulation of flexible Joint Robot Manipulators [HER03], V. Hernández y H. Sira Ramirez, Proc. of the American Control Conference Denver, Colorado June 4-6-2003</p>	<p>Aplicación en robots de articulación flexible</p>	<p>Presenta dos esquemas de control para robots de articulación flexible los cuales combinan un control generalizado PI y control con inyección de amortiguamiento y moldeado de energía.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se utiliza la medida de la posición de la articulación para poder reconstruir su velocidad angular y utilizarla en la ley de control que sigue la estrategia energy shaping y damping injection.
<p>Sliding mode control of DC- to DC power converters using integral reconstructors[SIR02]</p> <p>H. Sira Ramirez, R. Marquez and M. Fliess, Int. J. Of robust and Nonlinear control, 2002; 23:1173-1186.</p>	<p>Convertidores de potencia DC a DC</p> 	<p>Se presenta un control en modo deslizamiento aplicado a un boost, basado en reconstructores integrales. Se reconstruye la corriente en la bobina utilizando la medida de la tensión y la señal de control. Se adiciona un término integral del error en la superficie para corregir las variaciones generadas por perturbaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La reconstrucción de la corriente evita el uso de observadores de estado y del sensado de la corriente. • Se demuestra la estabilidad asintótica aplicando las condiciones de invarianza

Tabla 2.1 Aplicaciones del reconstructor integral en sistemas lineales y no lineales

2.3 Reconstrucción integral aplicada a convertidores conmutados CC/CC

En esta sección se van a desarrollar ejemplos donde se aplica la técnica de reconstrucción integral de variables de estado a tres tipos de convertidores, el boost, buck-boost y el Çuk. En el primer caso, se explica el análisis teórico para reconstruir la corriente en el inductor y posteriormente se ilustra el diseño experimental de tipo analógico que se realizó. En cuanto al análisis realizado al buck-boost y al Çuk, se aplica el método de reconstrucción integral para estimar la corriente en uno de sus inductores.

Ejemplo 2.1: Aplicación experimental del reconstructor integral al convertidor boost

El convertidor boost, figura 2.4, es capaz de producir una tensión de salida mayor en magnitud que la tensión de entrada. Este convertidor conmutado funciona abriendo y cerrando periódicamente un interruptor electrónico y posee dos elementos de almacenamiento: un inductor L y un condensador C . Analizando los circuitos resultantes tanto en la configuración ON ($u = 1$) como en la configuración OFF ($u = 0$) se obtienen las ecuaciones que definen el sistema

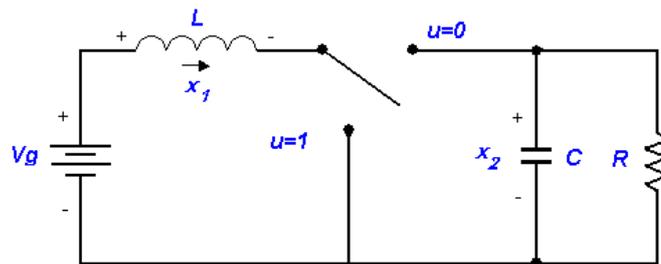


Figura 2.4 Convertidor boost

$$L \frac{dx_1}{dt} = V_g - x_2(1-u) \quad (2.14)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (2.15)$$

Siendo x_1 y x_2 las variables de estado, corriente en el inductor y tensión en el condensador respectivamente, y las constantes V_g y R los valores de tensión de alimentación y el valor de la carga resistiva.

Como salida se va a considerar la tensión en el condensador, por lo tanto:

$$y = x_2 \quad (2.16)$$

De acuerdo a (1.15) el sistema (2.14) y (2.15) se puede representar con un modelo incremental de la forma:

$$\dot{\tilde{x}} = \{(A_2 + (A_1 - A_2)D_e)\tilde{x} + ((A_1 - A_2)X_e + (B_1 - B_2))\tilde{u}\} + \{(A_1 - A_2)\tilde{x}\tilde{u}\} \quad (2.17)$$

Cuando las variables de estado y la entrada de control se expresan como:

$$x(t) = X_e + \tilde{x}(t) \quad (2.18)$$

$$u(t) = D_e + \tilde{u}(t) \quad (2.19)$$

En el caso del boost, las matrices de transición corresponden a:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

y el punto de equilibrio es:

$$X_e = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R(1-D_e)^2} \\ \frac{V_g}{1-D_e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_e \\ V_e \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

siendo D_e es el ciclo de trabajo en estado estacionario.

Para poder aplicar (2.11) se va a aproximar la dinámica incremental a un modelo lineal en el cual se desprecia el término bilineal $\tilde{u}\tilde{x}$ de (2.17). El modelo lineal corresponde a la dinámica:

$$L \frac{d\tilde{x}_1}{dt} = -\tilde{x}_2(1 - D_e) + V_e \tilde{u} \quad (2.21)$$

$$C \frac{d\tilde{x}_2}{dt} = \tilde{x}_1(1 - D_e) - \frac{\tilde{x}_2}{R} - i_e \tilde{u} \quad (2.22)$$

y en términos de la transformada de Laplace se representa como:

$$s\tilde{X}(s) = A\tilde{X}(s) + B\tilde{U}(s) \quad (2.23)$$

$$\tilde{Y}(s) = C\tilde{X}(s) \quad (2.24)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D_e}{L} \\ \frac{1-D_e}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{V_e}{L} \\ -\frac{i_e}{C} \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1] \quad \text{y} \quad \tilde{X}(s) = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1(s) \\ \tilde{X}_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Considerando que el sistema (2.18) y (2.19) es observable, lo que se puede verificar con la matriz de observabilidad (2.26) cuyo rango es 2.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1-D_e}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Se va a buscar una parametrización que permita relacionar las variables de estado con la señal de entrada \tilde{u} y la salida \tilde{y} . Para lograrlo primero se deriva la expresión (2.23) y se despeja $\tilde{X}(s)$

$$\tilde{X}(s) = \frac{A^2}{s^2} \tilde{X}(s) + \left(\frac{AB}{s^2} + \frac{B}{s} \right) \tilde{U}(s) \quad (2.27)$$

Mientras que la señal de salida y su primera derivada se pueden expresar como:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \tilde{X}(s) + \begin{bmatrix} 0 \\ CB \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \quad (2.28)$$

Si se despeja de (2.28) la transformada de la Laplace de la variable $\tilde{x}(t)$, se obtiene que:

$$\tilde{X}(s) = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) - \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ CB \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \quad (2.29)$$

y sustituyendo (2.29) en el lado derecho de (2.27) resulta que:

$$\tilde{X}(s) = \frac{A^2}{s^2} \left\{ \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) - \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ CB \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \right\} + \left(\frac{AB}{s^2} + \frac{B}{s} \right) \tilde{U}(s) \quad (2.30)$$

Como se puede observar en esta última ecuación, la variable de estado se puede adquirir a partir de una expresión que incluye la señal de salida y la señal de entrada.

Evaluando cada uno de los términos de (2.30) resulta que $\tilde{X}(s)$ es:

$$\tilde{X}(s) = \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{1-D_e}{Ls} \\ -\frac{(1-D_e)^2 R + Ls}{RLCs^2} \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) - \begin{bmatrix} \frac{(1-D_e)i_e}{CLs^2} \\ \frac{i_e}{C^2Rs^2} \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \right\} + \begin{bmatrix} \frac{(1-D_e)i_e + \frac{V_e}{sL}}{LCs^2} \\ \frac{(1-D_e)V_e + \frac{i_e}{RC^2}}{s^2} - \frac{i_e}{sC} \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \quad (2.31)$$

Se factorizan los términos que dependen de $\tilde{Y}(s)$ y de $\tilde{U}(s)$:

$$\tilde{X}(s) = \begin{bmatrix} -\frac{1-D_e}{Ls} \\ -\frac{(1-D_e)^2 R + Ls}{RLCs^2} \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) + \begin{bmatrix} \frac{V_e}{sL} \\ -\frac{i_e Ls + V_e(1-D_e)}{CLs^2} \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \quad (2.32)$$

La señal de corriente reconstruida del inductor se extrae directamente de la primera fila de esta ecuación matricial y se expresa como:

$$\tilde{X}_1(s) = -\frac{1-D_e}{sL} \tilde{Y}(s) + \frac{V_e}{sL} \tilde{U}(s) \quad (2.33)$$

Al reemplazar $\tilde{Y}(s) = \tilde{X}_2(s)$ resulta que:

$$\tilde{X}_1(s) = -\frac{1-D_e}{sL} \tilde{X}_2(s) + \frac{V_e}{sL} \tilde{U}(s) \quad (2.34)$$

Dado que el término $\frac{f}{s}$ nos indica la integral $\int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau$ se obtiene directamente de la ecuación (2.34) que

$$\tilde{x}_1(t) = \int_0^t \left(-\frac{1-D_e}{L} \tilde{x}_2(\rho) + \frac{V_e}{L} \tilde{u} \right) d\rho \quad (2.35)$$

Si se compara (2.35) con la primera fila del modelo lineal del convertidor boost, (2.21), se puede ver que las dos expresiones coinciden. Por lo tanto, se puede representar (2.35) como una expresión no lineal que no incluya el término V_e . De (2.14) se extrae que el valor estimado de la corriente se puede escribir como:

$$\hat{x}_1(t) = \int_0^t \left(\frac{V_g}{L} - \frac{x_2(\rho)}{L} (1-u) \right) d\rho \quad (2.36)$$

Ahora la idea es demostrar que (2.36) es análoga a la expresión (2.35). Si se considera la representación incremental de las variables $u = \tilde{u} + D_e$ y $x_2 = \tilde{x}_2 + V_e$ y, si la tensión de entrada en el boost se escribe como $V_g = V_e(1 - D_e)$ resulta que (2.36) se describe como:

$$\hat{x}_1(t) = \int_0^t \left(\frac{V_e(1-D_e)}{L} - \frac{\tilde{x}_2(\rho) + V_e}{L} (1 - D_e - \tilde{u}) \right) d\rho \quad (2.37)$$

Simplificando términos se tiene que:

$$\hat{x}_1(t) = \int_0^t \left(-\frac{\tilde{x}_2(\rho)}{L} (1 - D_e) + \frac{\tilde{x}_2(\rho)\tilde{u}}{L} + \frac{V_e}{L} \tilde{u} \right) d\rho \quad (2.38)$$

Si se desprecia el término $\frac{\tilde{x}_2(\rho)\tilde{u}}{L}$ la resultante es idéntica a (2.35) y puede ser considerada como el valor estimado en lazo abierto de la corriente del inductor. Es claro que la relación entre el valor estimado de $\hat{x}_1(t)$ y x_1 , esta justamente dado por:

$$x_1(t) = \hat{x}_1(t) + x_1(0) \quad (2.39)$$

donde $x_1(0)$ denota la condición inicial de la corriente.

Una vez analizada la viabilidad de encontrar la corriente en el inductor a partir de la señal de entrada y de salida del convertidor, a continuación se describe como se realizó su verificación experimental. Para entender la implementación de la ecuación

(2.36) se tendrá en cuenta el diseño circuital que se observa en la figura 2.5. En él aparece el convertidor boost, el integrado encargado de la modulación por anchura de pulsos (PWM) y el driver.

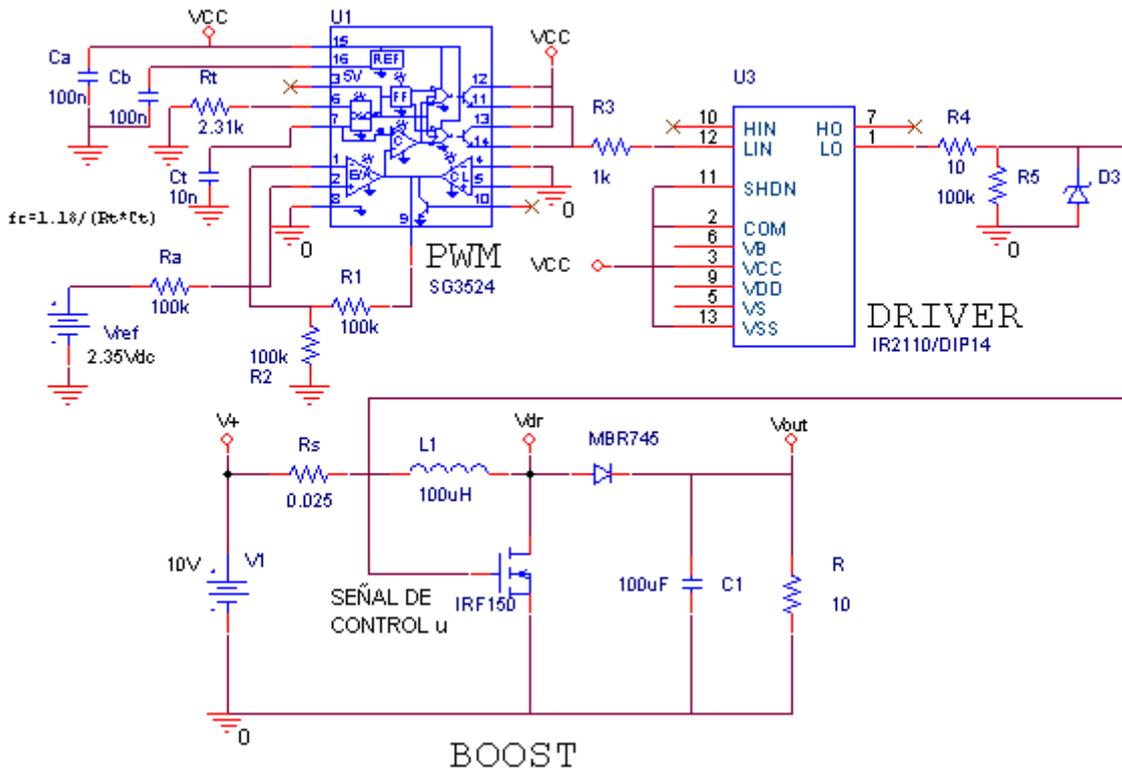


Figura 2.5 Esquema circuital del convertidor boost

En cuanto al convertidor boost, se tiene que sus parámetros de diseño son: $L=100\mu H$, $C=100\mu F$, $R=10\Omega$, $D_e=0.5$ y $V_g=10V$. Se controla a través del terminal Puerta (Gate) del transistor (IRF150) y posee una resistencia de sensado de 0.025Ω que permite incluir un sensor de corriente y comparar esta señal con la del reconstructor de corriente.

El PWM genera la señal de control, es decir, un tren de pulsos (Pin 14 del SG3524) que se traslada a la base del transistor de potencia IRF150 a través del driver IR2110 en configuración de lado bajo (Low Side). La frecuencia de conmutación del PWM se ajustó con R_t y C_t y aproximadamente es de $50KHz$. En cuanto al ancho de pulso de la señal de control es del 50% y se precisó con la tensión de referencia de pin 2 del SG3524. La fotografía del prototipo del esquema se presenta en la figura 2.6.

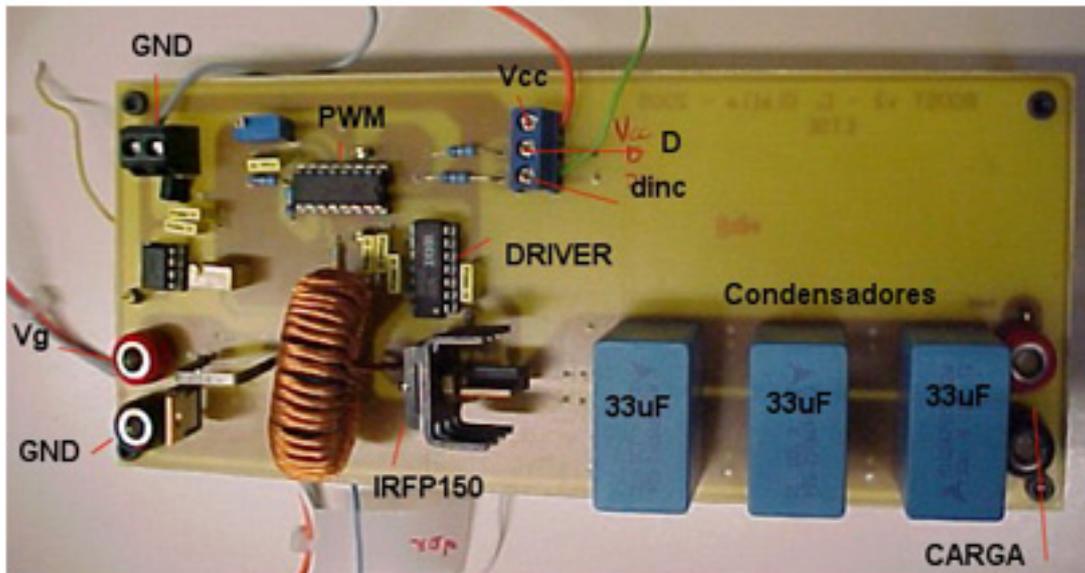


Figura 2.6 Fotografía del prototipo del convertidor boost

Apoyándonos en este esquema circuital se va a explicar como se implementó cada uno de los términos de la función a integrar de la ecuación (2.36):

$$\hat{x}_1(t) = \int_0^t \left(\frac{V_g}{L} - \frac{x_2(\rho)}{L} (1-u) \right) d\rho \quad (2.40)$$

Término $x_2(\rho)(1-u)$: recordando que u es la señal de control y x_2 es la tensión en el condensador de salida, esta expresión se puede interpretar como la señal de salida conmutada, donde el chopeado es de sentido contrario al de la señal de control u . Por lo tanto, para evitar el uso de multiplicadores se utilizó la salida del drenador para poder obtener una señal similar a la del término $x_2(\rho)(1-u)$. La diferencia está en el valor de caída de tensión del diodo schottky (MBR745) que en este caso corresponde a 0.57V en polarización directa. En la figura 2.5 esta tensión corresponde al terminal Vdr.

Término V_g : Este valor representa la tensión de entrada del convertidor boost que tiene un valor de 10V. En la figura 2.5 es el terminal V+.

Integral $\frac{1}{L} \int_0^t (V_g - x_2(\rho)(1-u)) d\rho$: Para poder realizar experimentalmente la ecuación (2.36), se puede optar por utilizar un integrador puro o por utilizar un circuito RC

que realice la misma función. Se escogió la segunda alternativa debido a que al implementar el integrador con un amplificador operacional presentaba problemas de saturación.

El circuito RC dado en la figura 2.7 es un filtro pasa-bajos que tiene la siguiente función de transferencia:

$$T(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC}$$

Los valores seleccionados para los elementos son: $C = 540nF$ y $R = 1K\Omega$

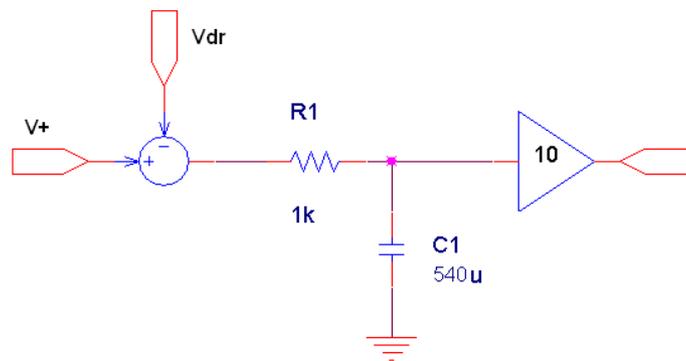


Figura 2.7 Esquema del reconstructor integral

En la figura 2.8 se ilustra el diagrama total del circuito del reconstructor. La resta de los términos $V+$ y Vdr se realizó con el amplificador operacional OPA-4131 con ganancia unidad. Este operacional se caracteriza por ser de entrada FET, ancho de banda (4Mhz) y un slew rate ($10\mu s/V$), características acordes a nuestras necesidades ya que tienen que tratar con señales con frecuencias superiores a 50Khz en régimen permanente. Mientras que la ganancia de la integral se ajustó con un segundo operacional (operacional 4 del OPA-4131) en configuración no inversora, además se utilizó un potenciómetro para precisar la ganancia.

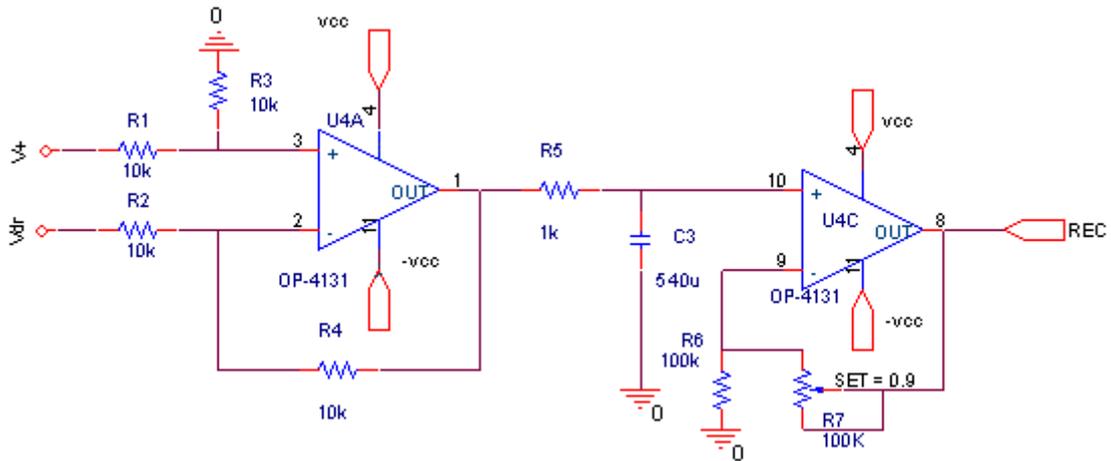


Figura 2.8 Esquema circuital del reconstructor integral en el convertidor boost

Primero se realizaron las simulaciones del circuito en PSPICE para verificar el comportamiento del circuito. En la figura 2.9 se ilustra la corriente en el inductor y la señal estimada con la expresión (2.36). Como puede verse el arranque de las dos señales difiere pero al final convergen a una señal con igual frecuencia de conmutación e igual amplitud pico-pico como se puede observar en la figura 2.10.

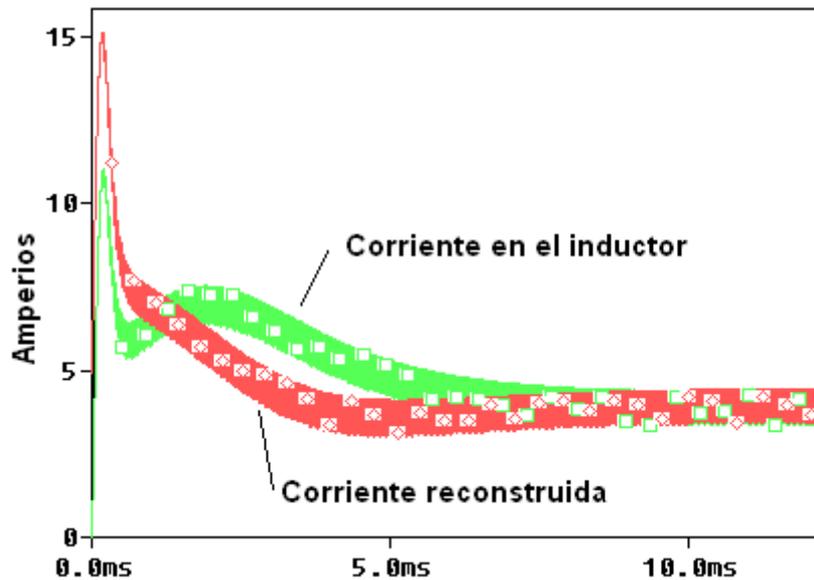


Figura 2.9 Simulación en PSPICE de la corriente \hat{x}_1

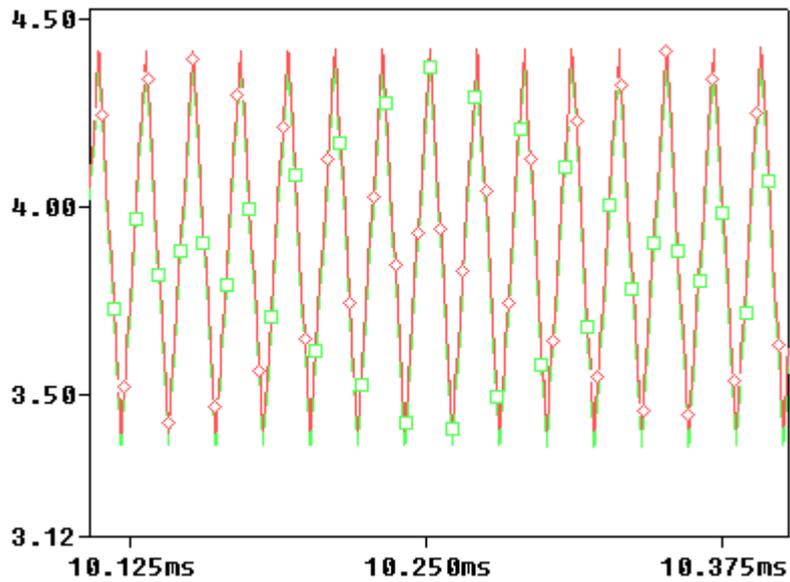


Figura 2.10 Acercamiento de la corriente x_1 y \hat{x}_1 en PSPICE

Por otra parte, se realizaron pruebas de carga para determinar si el reconstructor integral era capaz de responder a variaciones en la resistencia de carga. Por lo tanto, se varió R de 10Ω a 16Ω cada 20ms y como puede observarse en la figura 2.11 la señal reconstruida sigue a la señal medida en el inductor L a pesar de que difiere en su valor DC.

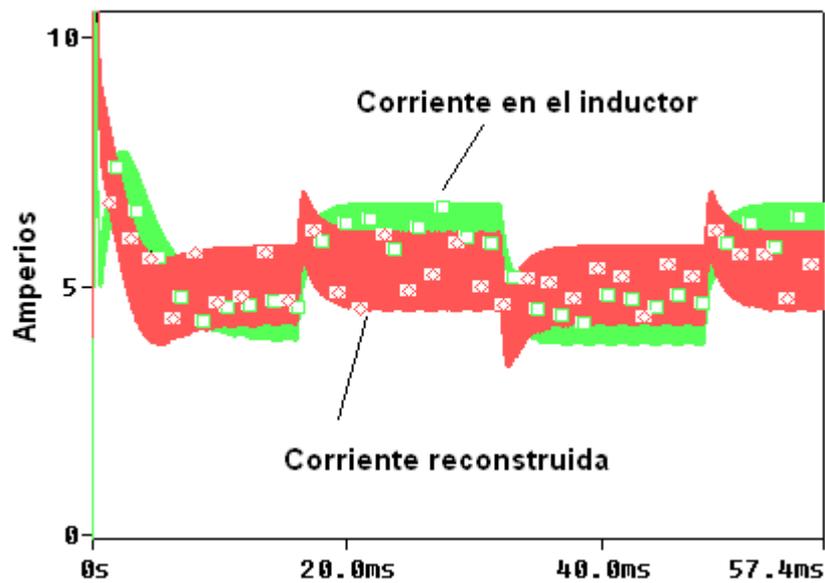


Figura 2.11 Respuesta a variaciones de carga para x_1 y \hat{x}_1 en PSPICE

A partir de estos resultados se realizó el prototipo que se observa en la figura 2.8, la alimentación de los circuitos integrados es de ± 15 voltios.

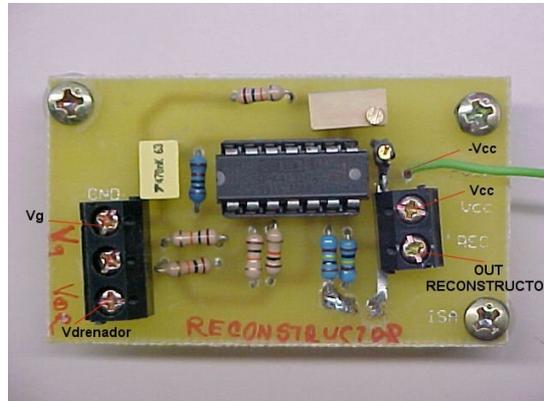


Figura 2.12 Placa circuital del reconstructor integral

Para la evaluación del correcto funcionamiento del circuito se realizó la comparación con la corriente real y se optó por sensar la señal de corriente utilizando el INA139. Este dispositivo convierte una entrada de tensión diferencial en una salida de corriente que a su vez se reconvierte en un valor de tensión cuya ganancia depende la resistencia de carga externa. La ganancia del INA esta entre 1 y 100. En el diagrama de la figura 2.13 se puede observar la resistencia R_s utilizada para sensar y R_L utilizada para amplificar la salida.

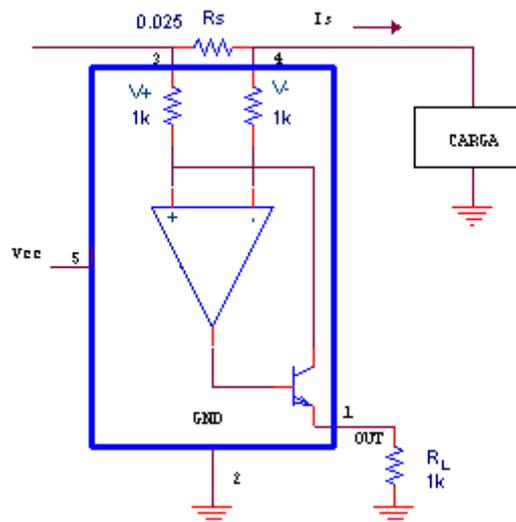


Figura 2.13 Esquema circuital del INA139

El mejor desempeño se alcanza con un valor de R_S que suministre una tensión entre 50mV-100mV y R_L se escoge de tal forma que a la salida se obtenga la tensión deseada. En este tipo de dispositivos la impedancia de salida es alta, así que la resistencia de carga puede tener valores en $K\Omega$. En la figura 2.14 se compara la respuesta del sensor (CH2) con la del reconstructor integral (CH1) y se observa que la señal del reconstructor sigue la forma de onda de la señal de corriente y su nivel DC se puede ajustar para que sea el mismo.

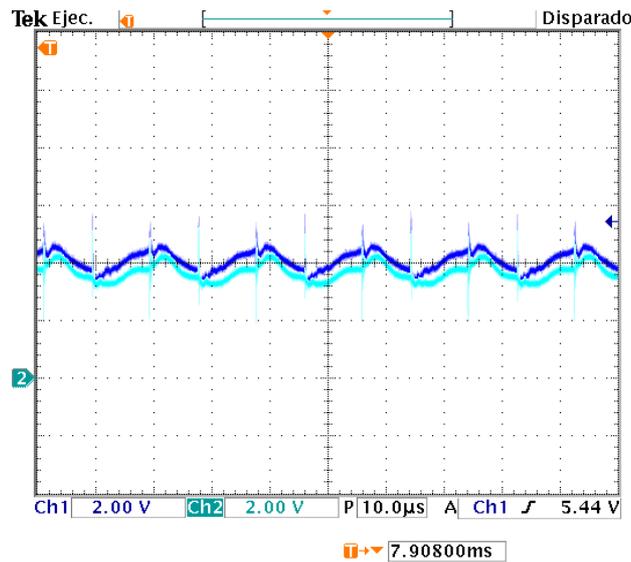


Figura 2.14 Resultado experimental del reconstructor integral de corriente

Se observa que existe ruido de conmutación en las dos señales, debido a que el circuito de la figura 2.8 utiliza la salida del drenador para reconstruir la corriente, mientras que la señal del INA139 se ve afectado por la cercanía al transistor.

Al comparar el prototipo de la figura 2.8 con el modelo Orcad presentado en [SPI04], se puede observar que el diseño de Spinetti utiliza un integrador operacional con realimentación RC y con reset externo. Por lo demás, se utiliza un multiplicador analógico para manipular las señales de conmutación y tensión de salida e incluye el factor del error de tensión en el mismo integrador. Mientras que el modelo presentado en esta tesis utiliza un integrador puro RC, cuya entrada es una señal conmutada generada por el drenador del convertidor boost evitando así utilizar reset externo. Además, no incluye el factor integral del error de salida, permitiendo así que el reconstructor sea independiente de la estrategia de control a utilizar. El prototipo plasmado en este ejemplo se utilizará en los siguientes capítulos para poder aplicarlo a las técnicas de control no lineal propuestas.

A continuación, se extiende el estudio del reconstructor integral al convertidor buck-boost.

Ejemplo 2.2: Aplicación del reconstructor integral al convertidor buck-boost

El convertidor buck-boost, figura 2.15, es capaz de producir una tensión de salida mayor o menor en magnitud y con polaridad inversa a la tensión de entrada. Este tiene un interruptor electrónico y posee dos elementos de almacenamiento: un inductor L y un condensador C . Analizando los circuitos resultantes tanto en la configuración ON ($u = 1$) como en la configuración OFF ($u = 0$) se obtienen las ecuaciones que definen el sistema:

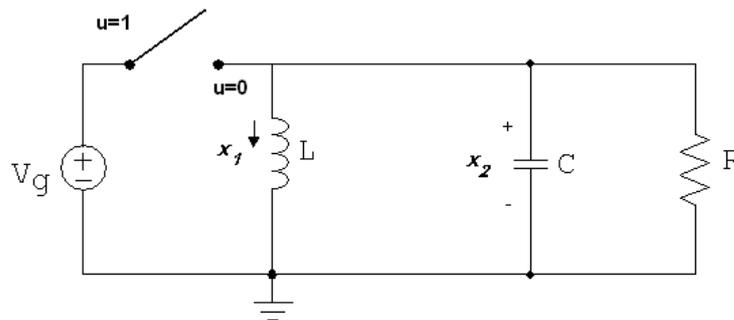


Figura 2.15 Convertidor buck-boost

$$L \frac{dx_1}{dt} = V_g(1-u) - x_2 u \quad (2.41)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = -x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (2.42)$$

Siendo x_1 y x_2 las variables de estado, corriente en el inductor y tensión en el condensador respectivamente, y las constantes V_g y R los valores de tensión de alimentación y el valor de la carga resistiva.

Como salida se va a considerar la tensión en el condensador, por lo tanto:

$$y = x_2 \quad (2.43)$$

De acuerdo a (2.17) el sistema (2.40) y (2.41) se puede representar con un modelo incremental cuando las variables de estado y la entrada de control se expresan como:

$$x(t) = X_e + \tilde{x}(t) \quad (2.44)$$

$$u(t) = D_e + \tilde{u}(t) \quad (2.45)$$

y las matrices de transición corresponden a:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ L \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El punto de equilibrio es:

$$X_e = \begin{bmatrix} \frac{V_g D_e}{R(1-D_e)^2} \\ -\frac{V_g D_e}{1-D_e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_e \\ V_e \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

siendo D_e es el ciclo de trabajo en estado estacionario.

Para poder aplicar (2.11) se va a aproximar la dinámica incremental a un modelo lineal en el cual se desprecia el término bilineal $\tilde{u}\tilde{x}$ de (2.17). El modelo lineal corresponde a la expresión:

$$L \frac{d\tilde{x}_1}{dt} = \tilde{x}_2(1-D_e) + (V_g - V_e)\tilde{u} \quad (2.47)$$

$$C \frac{d\tilde{x}_2}{dt} = -\tilde{x}_1(1-D_e) - \frac{\tilde{x}_2}{R} + i_e \tilde{u} \quad (2.48)$$

La matriz de observabilidad para este sistema es:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1-D_e}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

cuyo rango es 2. Por lo tanto es aplicable la expresión (2.30) que representa la ecuación matricial que permite reconstruir las variables de estado en un sistema de segundo orden:

$$\tilde{X}(s) = \frac{A^2}{s^2} \left\{ \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) - \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ CB \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \right\} + \left(\frac{AB}{s^2} + \frac{B}{s} \right) \tilde{U}(s) \quad (2.50)$$

Evaluando cada uno de los términos de esta expresión se tiene que:

$$\tilde{X}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1-D_e}{sL} \\ -\frac{(1-D_e)^2 R + Ls}{RLCs^2} \end{bmatrix} \tilde{Y}(s) + \begin{bmatrix} \frac{V_g - V_e}{sL} \\ \frac{i_e Ls - V_g(1-D_e) + V_e(1-D_e)}{CLs^2} \end{bmatrix} \tilde{U}(s) \quad (2.51)$$

La señal de corriente reconstruida del inductor se extrae directamente de la primera fila de esta ecuación matricial y se expresa como:

$$\tilde{X}_1(s) = \frac{1-D_e}{sL} \tilde{Y}(s) + \frac{V_g - V_e}{sL} \tilde{U}(s) \quad (2.52)$$

Al reemplazar $\tilde{Y}(s) = \tilde{X}_2(s)$ resulta que:

$$\tilde{X}_1(s) = \frac{1-D_e}{sL} \tilde{X}_2(s) + \frac{V_g - V_e}{sL} \tilde{U}(s) \quad (2.53)$$

Lo que resulta en que la corriente incremental \tilde{x}_1 se puede escribir como:

$$\tilde{x}_1(t) = \int_0^t \left(\frac{1-D_e}{L} \tilde{x}_2(\rho) + \frac{V_g - V_e}{L} \tilde{u} \right) d\rho \quad (2.54)$$

y en términos de las variables medibles se puede escribir como

$$\hat{x}_1(t) = \int_0^t (V_g(1-u) - x_2 u) d\rho \quad (2.55)$$

Se realizaron pruebas de simulación en PSPICE de un convertidor buck-boost con los siguientes parámetros $L = 1mH$, $C = 220\mu F$, $R = 10\Omega$, $D_e = 0.6$ y $V_g = 16V$. Posteriormente se implementó el reconstructor integral (2.54) y se comparó la corriente medida en el inductor con la corriente estimada.

En la figura 2.16 se ilustra la respuesta del convertidor buck-boost, se detalla que su punto de equilibrio es de 6 amperios y de -24 voltios para la corriente y para la tensión de salida respectivamente. El tiempo de establecimiento para estas señales es aproximadamente de 12 ms y el sobre-pico de corriente es de 11,4 Amperios. En cuanto a la frecuencia de conmutación se alcanzaron los 50 Khz.

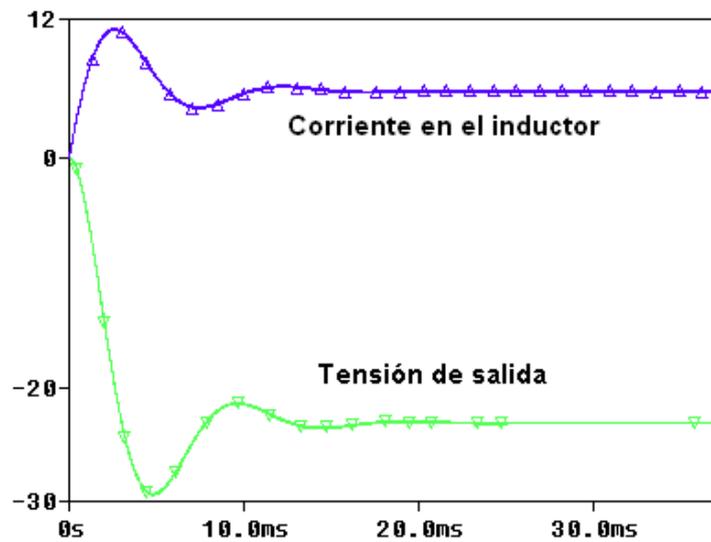


Figura 2.16 Respuesta del convertidor buck-boost

En la figura 2.17 se compara la respuesta de la corriente y la estimación de la corriente a partir de la ecuación (2.54), como puede observarse las dos señales convergen al mismo un valor aproximado de 5,8 Amperios en promedio. Su nivel DC difiere 0.02 A, pero esto puede ajustarse variando el valor de ganancia de la integral.

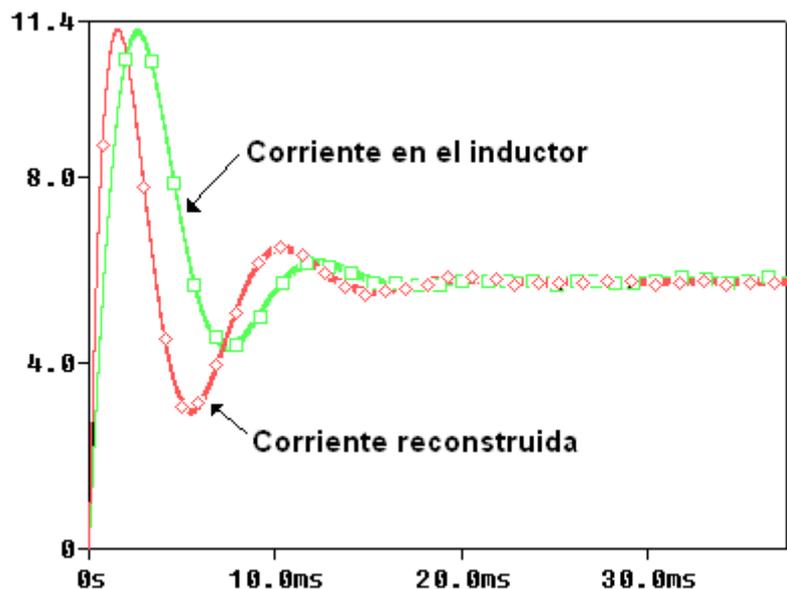


Figura 2.17 Comparación de la corriente en el convertidor buck-boost y la estimada

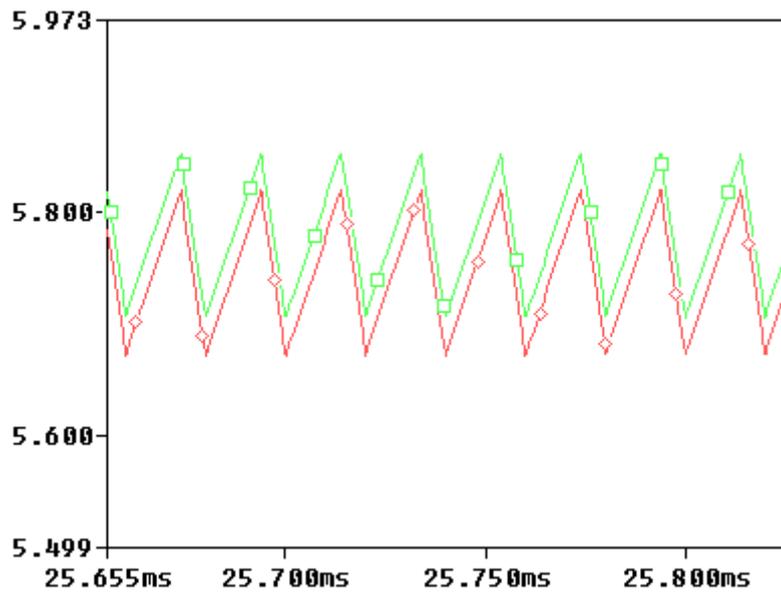


Figura 2.18 Acercamiento a la corriente en el convertidor buck-boost y la estimada

A continuación, se extiende el uso del reconstructor integral a convertidores de orden elevado, en particular a un convertidor Çuk para estimar la corriente en uno de sus dos inductores.

Ejemplo 2.3: Aplicación del reconstructor integral al convertidor Çuk

Para ampliar el análisis teórico se ampliará la reconstrucción integral al convertidor Çuk estudiado en el capítulo 1.

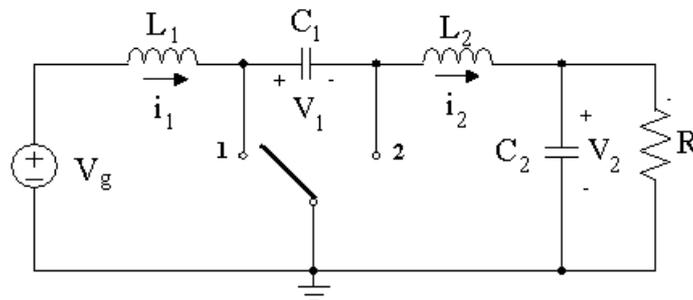


Figura 2.19 Convertidor Çuk

- **Modelo dinámico del sistema.** Las ecuaciones de la dinámica en el estado ON y OFF que presenta esta topología (1.10), se pueden simplificar en:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = -v_1(1-u) + V_g \quad (2.56)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -v_1 u - v_2 \quad (2.57)$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = u(i_2 - i_1) + i_1 \quad (2.58)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 - \frac{v_2}{R} \quad (2.59)$$

y la salida del sistema corresponde a:

$$y = v_2 \quad (2.60)$$

- **Comprobar que el sistema es observable y controlable.** Siguiendo el procedimiento, primero hay que comprobar que el sistema es controlable y observable. El sistema (2.56) a (2.59) es controlable en el sentido promediado y se puede verificar ya que la matriz de controlabilidad

$$\begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} & 0 & -\frac{(u-1)^2 V_g}{L_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{u(1-u)V_g}{L_1 L_2} & 0 \\ 0 & \frac{(1-u)V_g}{L_1} & 0 & -\frac{L_2 V_g (1-u)^3 + V_g L_1 u^2 (1-u)}{L_1^2 L_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{u(1-u)V_g}{L_1 L_2} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

es de rango 4 para todo valor promediado de u excepto para $u=1$. Y la matriz de observabilidad corresponde a

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{R} \\ 0 & -\frac{1}{R} & -\frac{u}{L_2} & -\frac{R^2 - L_2}{R^2 L_2} \\ -\frac{u(1-u)}{L_2} & -\frac{u^2 R^2 + R^2 - L_2}{L_2 R_2} & \frac{u}{L_2 R} & \frac{2R^2 - L_2}{L_2 R^3} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

es de rango 4, por tanto el sistema es completamente observable.

- **Determinar la variable de fácil medición.** En este caso las variables de fácil medición son las tensiones en bornes de los condensadores C_1 y C_2 .
- **Obtener la variable útil en términos de la integral de la entrada y la salida del sistema.** A modo de ejemplo se va a reconstruir la corriente en el inductor L_1 . A partir de (2.56) se obtiene la parametrización integral de esta corriente.

$$\hat{i}_1 = \frac{1}{L_1} \int_0^t [-v_1(\rho)(1-u(\rho)) + V_g] d\rho \quad (2.63)$$

donde \hat{i}_1 es la señal reconstruida de i_1 . Para obtener el valor exacto de i_1 se debe tener en cuenta la condición inicial, es decir:

$$i_1 = \hat{i}_1 + i_1(0) \quad (2.64)$$

En la figura 2.20 se observan los bloques generales para la reconstrucción de la corriente i_1 . En este circuito la señal de conmutación se obtiene de un generador de funciones a frecuencia constante ($f=100\text{KHz}$). A nivel experimental se puede implementar la ecuación (2.63) utilizando dispositivos análogos como son: amplificador diferencial, multiplicador analógico (por ejemplo, con el AD633 se puede realizar la operación $-v_1(\rho)(1-u(\rho)) + V_g$) y un amplificador integrador de ganancia $1/L_1$.

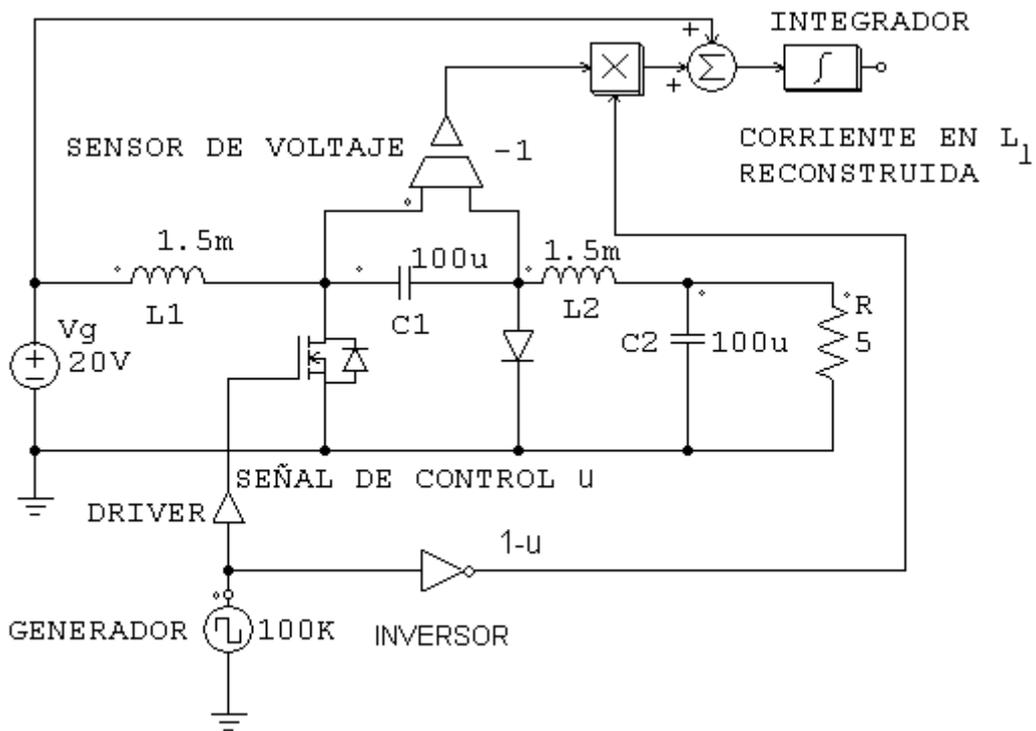


Figura 2.20 Reconstructor integral aplicado a un convertidor Çuk

Como ejemplo completo se ha escogido los valores para cada uno de los parámetros, siendo: $L_1 = 1.5mH$, $L_2 = 1.5mH$, $C_1 = 100\mu F$, $C_2 = 100\mu F$, $R = 5\Omega$, $D = 0.5$, $V_g = 20V$ y la frecuencia de conmutación de $f = 100KHz$. Se realizaron simulaciones utilizando PSIM y los resultados se observan en la figura 2.21. Se muestra la señal de corriente sensada en el inductor L_1 y la señal reconstruida utilizando el diagrama de bloques anterior.

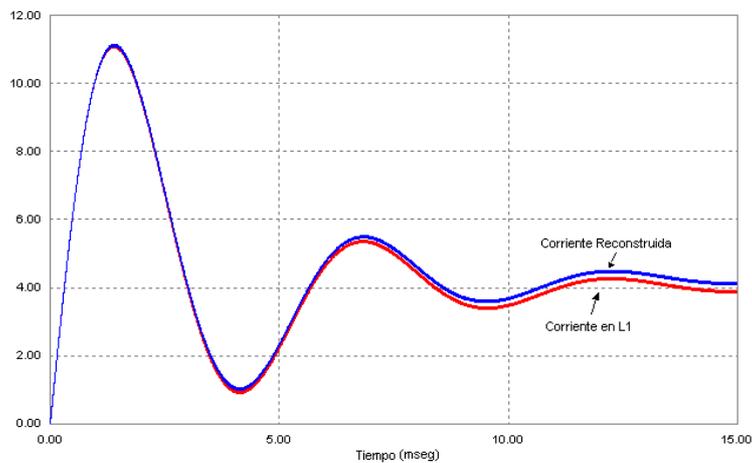


Figura 2.21 Comparación de la corriente reconstruida y medida en L_1

Como puede observarse la señal reconstruida sigue a la señal medida de la corriente en L_1 , pero se puede ver también que a medida que el tiempo transcurre se empieza a adicionar un valor DC en la señal estimada. Este valor de offset se debe principalmente a la diferencia que existe entre el valor estimado y la señal real dado en la ecuación (2.64).

2.4 Conclusiones de la reconstrucción integral

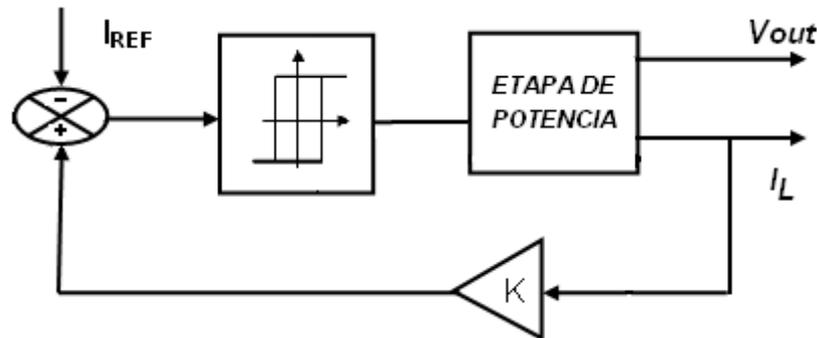
En este capítulo se analizó la técnica de reconstrucción integral y se realizaron pruebas experimentales para comprobar que era viable su utilización en la estimación de la corriente en dispositivos como el convertidor boost. El modelo que se utilizó del convertidor fue un modelo sin promediar y se obtuvo a partir de él una parametrización entre la entrada y la salida para estimar la señal de corriente. También, se extendió el estudio al convertidor Çuk de cuarto orden para estimar una de sus corrientes.

Es de enfatizar que esta técnica sólo es aplicable en aquellos sistemas que sean observables, por ese motivo es importante comprobar esto antes de proceder al análisis.

A continuación, se estudiarán cada una de las técnicas de control no lineal anteriormente citadas, extendiendo al estudio de sistemas realimentados cuando se utiliza el control en modo deslizamiento, control basado en la pasividad y linealización entrada-salida adicionando el reconstructor integral.

Capítulo 3

CONTROL EN MODO DESLIZANTE



En este capítulo se revisarán los conceptos del control en modo deslizante y se aplicará esta técnica en el diseño de lazos de corriente en convertidores conmutados CC/CC. Posteriormente, se aplicará el concepto de “reconstrucción integral” para implementar las superficies estudiadas y por último, se extenderá el estudio del control en modo deslizante a superficies no lineales.

3.1 Nociones teóricas del control en modo deslizante

El control en modo deslizante tradicional [UTK92]- [UTK93]- [SIR88] se puede definir como la aplicación de una señal de control que conmuta a alta frecuencia y consigue llevar el estado del sistema a un campo escalar $S(x)$, denominado superficie de deslizamiento. La superficie será definida por el diseñador del sistema de control, con el objeto de que el estado cumpla las especificaciones deseadas. La principal ventaja de este control es su robustez ante perturbaciones cuando éstas tienen cotas conocidas. A continuación, se realizará el análisis de esta técnica cuando se considera un sistema no lineal de la forma:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.1)$$

donde $x \in D$ de \mathfrak{R}^n es su vector de estado y las funciones f, g son campos vectoriales suaves con $g(x) \neq 0$ para todo x . Si se asume que el estado x es medible

y que se puede definir el campo escalar $S(x)$ representado por una función suave en el dominio D , definida como superficie de deslizamiento de la forma (3.2), se puede sintetizar un control discontinuo u para conseguir que $x(t)$ tienda a la superficie.

$$\sigma = \{(x,t) \in D \times \mathfrak{R}, S(x) = 0\} \quad (3.2)$$

σ tiene dimensión $n-1$. El diseño de esta superficie debe ser de tal forma que el movimiento del sistema se restrinja a σ para que pueda exhibir el comportamiento deseado, ya sea el de regulación o el de seguimiento.

La superficie de deslizamiento más habitual en convertidores conmutados CC/CC como se muestra en las siguientes referencias [VENK85], [SIR87], [LEO95], [ESC99], [SIR02], tiene la forma siguiente:

$$S(x) = K^T (x - X_e) \quad (3.3)$$

donde X_e es un vector constante y K^T son coeficientes escalares constantes. La función $S(x)$ se asociará al error de las variables de estado, por lo tanto, se deberá asegurar que el sistema sea capaz de alcanzar el estado $S(x)=0$ desde una condición inicial distinta de cero y, una vez alcanzado, la acción de control debe mantenerlo en aquel lugar. Estas condiciones matemáticamente se pueden expresar como:

$$\frac{dS(x)}{dt} < 0 \text{ cuando } S(x) > 0 \text{ y } \frac{dS(x)}{dt} > 0 \text{ cuando } S(x) < 0 \quad (3.4)$$

es decir, cuando el sistema está fuera de la superficie, el movimiento del sistema con respecto al tiempo $\frac{dS(x)}{dt}$ es en tal dirección que se dirige hacia la superficie. Por consiguiente, se aplicará un control u , tal que:

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{para } S(x) > 0 \\ u^- & \text{para } S(x) < 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

y se deberá comprobar que cumple las condiciones (3.4), es decir

$$\left. \frac{dS(x)}{dt} \right|_{u=u^+} < 0 \quad (3.6)$$

$$\left. \frac{dS(x)}{dt} \right|_{u=u^-} > 0 \quad (3.7)$$

De esta forma, el sistema se encuentra en modo deslizante sobre la superficie $S(x)$ si el control conmuta continuamente entre u^+ y u^- cumpliendo con las condiciones (3.6)-(3.7) La figura 3.1 muestra un ejemplo de la conmutación cuando se ha introducido una banda de histéresis.

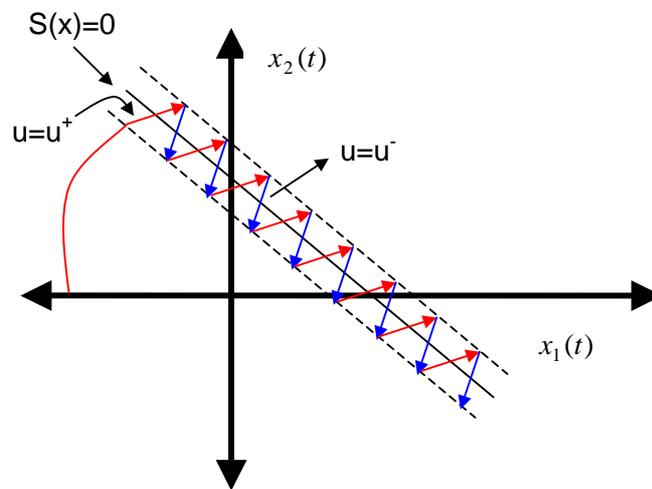


Figura 3.1 Ejemplo con banda de histéresis finita en modo deslizante

Al ir decreciendo la anchura de la banda de histéresis la conmutación incrementará su frecuencia.

Ahora se plasmarán estos conceptos desde el punto de vista vectorial haciendo énfasis en el modelo que se plantea para los convertidores conmutados CC/CC.

3.1.1 Descripción vectorial del control en modo deslizante

Los convertidores conmutados CC/CC son sistemas de estructura variable y se pueden describir de forma genérica por el siguiente modelo bilineal:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)u := Ax + \delta + u(Bx + \gamma) \quad (3.8)$$

Estos sistemas están controlados en modo deslizante cuando se utiliza la ley de control (3.5) donde $u^+ = 1$ y $u^- = 0$ o viceversa, además existe una región R donde se alcanza el modo deslizante. Matemáticamente, se puede expresar que la condición necesaria y suficiente para alcanzar la superficie $S(x) = 0$ estará dada por:

$$\begin{aligned} \lim_{S(x) \rightarrow 0^+} \frac{dS(x)}{dt} < 0 \text{ es decir, } \lim_{S(x) \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f(x) + g(x)u^+ \rangle < 0 \\ \lim_{S(x) \rightarrow 0^-} \frac{dS(x)}{dt} > 0 \text{ es decir, } \lim_{S(x) \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f(x) + g(x)u^- \rangle > 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde ∇S es el gradiente de $S(x)$ y $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota el producto escalar. Se puede deducir que existe un modo deslizante si las proyecciones de $f(x) + g(x)u^+$ y de $f(x) + g(x)u^-$ sobre el gradiente de $S(x)$ son de signo opuesto y apuntan hacia la superficie. Gráficamente, se puede observar en la figura 3.2 la dirección de estos vectores.

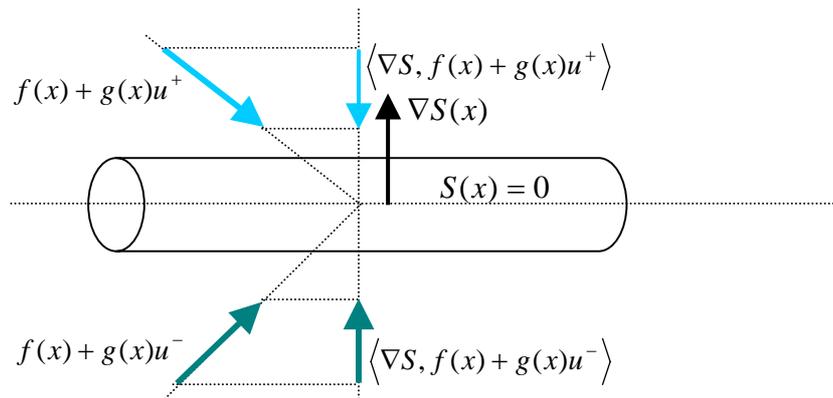


Figura 3.2 Descripción vectorial de condición de transversalidad

3.1.2 Existencia del modo deslizante

Bajo estas premisas se determina que la dinámica promediada o dinámica ideal de deslizamiento se caracteriza por las condiciones de invarianza:

$$S(x) = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{dS(x)}{dt} = 0 \quad (3.11)$$

Estas condiciones expresan el hecho que, idealmente, las trayectorias de estado están evolucionando sobre la superficie de deslizamiento. Cuando el sistema cumple estas condiciones su comportamiento se puede precisar a través de la “*dinámica ideal de deslizamiento*”. Esta dinámica implica la existencia de un control equivalente denotado por u_{eq} , él cual mantiene al sistema en la superficie de deslizamiento, es decir, obliga a que el movimiento del sistema sea tangente a la superficie y representa la dinámica de una anchura de histéresis cero o frecuencia infinita. (ver figura 3.3).

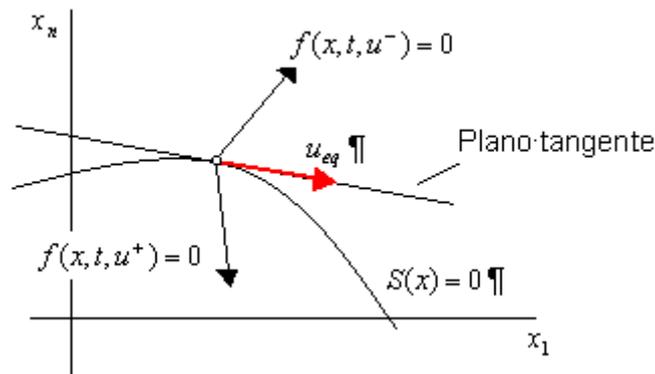


Figura 3.3 Descripción vectorial del control equivalente

Matemáticamente, se puede encontrar u_{eq} de (3.11):

$$\frac{dS(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \langle \nabla S, f(x) + u_{eq} g(x) \rangle = 0 \quad (3.12)$$

y despejando se obtiene:

$$u_{eq} = - \frac{\langle \nabla S, (Ax + \delta) \rangle}{\langle \nabla S, (Bx + \gamma) \rangle} \quad (3.13)$$

De (3.13) se deduce una condición necesaria para la existencia del modo de deslizamiento en $S(x)$,

$$\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle \neq 0 \quad (3.14)$$

es decir, para que el control esté definido $Bx + \gamma$ no puede ser tangente a $S(x)$. A (3.14) se le denomina *condición de transversalidad*.

3.1.3 Regiones de deslizamiento

Ahora se definirán las regiones donde se aplica u^+ y donde se aplica u^- y las cotas dentro de las que debe estar u_{eq} para que se cumplan las condiciones de deslizamiento. Si se tienen en cuenta las expresiones de (3.8) y (3.9) entonces se puede escribir

$$\langle \nabla S, f(x) + g(x)u^+ \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^+(Bx + \gamma) \rangle < 0 \quad (3.15)$$

$$\langle \nabla S, f(x) + g(x)u^- \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^-(Bx + \gamma) \rangle > 0 \quad (3.16)$$

Multiplicando (3.16) por (-1) se obtiene:

$$\langle \nabla S, -f(x) - g(x)u^- \rangle = \langle \nabla S, -(Ax + \delta) - u^-(Bx + \gamma) \rangle < 0 \quad (3.17)$$

Sumando (3.15) y (3.17):

$$\langle \nabla S, (u^+ - u^-)(Bx + \gamma) \rangle < 0 \quad (3.18)$$

Si se considera $u^+ > u^-$ entonces

$$\langle \nabla S, (Bx + \gamma) \rangle < 0 \quad (3.19)$$

Por otra parte, restando (3.12) a (3.15) se obtiene

$$\langle \nabla S, (u^+ - u_{eq})(Bx + \gamma) \rangle < 0 \quad (3.20)$$

y teniendo en cuenta (3.19)

$$u^+ - u_{eq} > 0 \quad (3.21)$$

Análogamente, restando (3.12) a (3.16) se obtiene

$$\langle \nabla S, (u^- - u_{eq})(Bx + \gamma) \rangle > 0 \quad (3.22)$$

esto implica que

$$u^- - u_{eq} < 0 \quad (3.23)$$

De modo que el control equivalente cuando $u^+ > u^-$ debe estar acotado de la siguiente forma:

$$u^- < u_{eq} < u^+ \quad (3.24)$$

Considerando $u^- > u^+$ se obtendría de forma similar

$$u^+ < u_{eq} < u^- \quad (3.25)$$

Se concluye entonces que el control equivalente esta acotado de la siguiente forma:

$$\min(u^-, u^+) < u_{eq} < \max(u^-, u^+) \quad (3.26)$$

De modo que u_{eq} queda definido en una banda alrededor de la superficie de deslizamiento. En cuanto a la región de deslizamiento, se puede denotar por:

$$\begin{aligned} R_+ &= \left\{ x \in \mathfrak{R}^n : \langle \nabla S, f(x) + g(x)u^+ \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^+ (Bx + \gamma) \rangle < 0 \right\} \\ R_- &= \left\{ x \in \mathfrak{R}^n : \langle \nabla S, f(x) + g(x)u^- \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^- (Bx + \gamma) \rangle > 0 \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.1.4 Estudio de la estabilidad

Una vez determinada la existencia del régimen deslizante, la dinámica ideal viene dada por las condiciones de invarianza (3.10) y (3.11). Dado que el punto de equilibrio en estado estacionario x^* , se calculará haciendo nulas las derivadas de las variables de estado, es decir:

$$\begin{aligned} S(x^*) &= 0 \\ Ax + \delta + u_{eq}(Bx^* + \gamma) &= 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

La existencia de un punto de equilibrio no implica que la dinámica del sistema en dicho punto sea estable, por tanto se deberá determinar la estabilidad para asegurar el correcto funcionamiento del control. También es necesario evaluar la robustez del sistema realimentado, es decir, verificar el buen comportamiento del sistema a pesar de que existan perturbaciones en la línea o en la carga. En control en modo deslizamiento, estas perturbaciones deben tener cotas bien definidas para que el

sistema realimentado pueda deslizarse en la superficie. A continuación se explica que condición deben cumplir estas perturbaciones para que exista régimen deslizante.

3.1.5 Rechazo a las perturbaciones

Si se considera que el sistema (3.1) sufre una perturbación $p(x,t)$ tal que la dinámica se convierte en:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(x,t) \quad (3.29)$$

Se dice que el modo deslizante ideal presenta la propiedad de invarianza “fuerte” con respecto a $p(x,t)$ si y sólo si la dinámica ideal de deslizamiento es independiente de $p(x,t)$.

$$p(x,t) \in \text{span}\{g(x)\} \quad (3.30)$$

Esta condición es conocida como “matching condition” [SIR88]-[TAO04].

Cuando la perturbación $p(x,t)$ no verifica la condición “matching condition”, la respectiva dinámica ideal de deslizamiento se dice que exhibe una propiedad de invarianza débil.

La justificación de esta definición resulta del hecho de que si $p(x,t) \notin \text{span}\{g(x)\}$ entonces $p(x,t)$ se puede descomponer por una suma única de dos vectores; uno a lo largo de $g(x)$ y el otro a lo largo del espacio tangente a la superficie $S(x)$, a saber,

$$p(x,t) = g(x)v(x,t) + \eta(x,t) \quad (3.31)$$

donde $v(x,t)$ es un campo escalar y $\eta(x,t)$ es un campo vectorial.

Note que el movimiento deslizante ideal no se ve afectado por $g(x)v(x,t)$ mientras que $\eta(x,t)$ es tangencial a $S(x)$, es decir $\eta(x,t)$ no afecta la existencia local del movimiento deslizante aunque si que afecta a la dinámica ideal de deslizamiento dentro de su movimiento restringido en $S(x)$.

El diseño de una superficie de deslizamiento apropiada para conformar el campo vectorial deseado, independiente de $p(x,t)$, puede solamente lograrse cuando la condición de “matching” se satisface.

Si el modo deslizante existe para el sistema perturbado (3.30), necesariamente, el vector de perturbación $p(x,t) \equiv g(x)v(x,t)$ es tal que $v(x,t)$ esta acotado por

$$u_{eq} - u^- > v(x,t) > u_{eq} - u^+ \quad (3.32)$$

3.1.6 Estrategia para la aplicación del control en modo deslizante

Esta técnica de control se ha aplicado a diferentes tipos de convertidores conmutados CC/CC, en artículos como [VENK85], [SIR87], [LEO95], [ESC99] y [SIR02] se exponen diferentes aplicaciones que nos permiten establecer las pautas para el diseño con este tipo de control. Los pasos a seguir, extraídos del conjunto de artículos son los siguientes:

1. Definir la superficie de deslizamiento en función de los errores de las variables de estado.
2. Determinar si se cumple la condición de transversalidad y determinar las premisas que debe satisfacer el sistema para que esta condición sea válida.
3. Si se cumple la condición de transversalidad se puede obtener el control equivalente u_{eq} .
4. Definir las regiones de deslizamiento de acuerdo a la cota que debe cumplir u_{eq} .
5. Determinar la dinámica ideal de deslizamiento reemplazando u_{eq} en la dinámica del sistema.
6. Obtener los puntos de equilibrio de la dinámica ideal.
7. Analizar la estabilidad de los puntos de equilibrio.
8. Realizar el estudio de la robustez del sistema frente a posibles perturbaciones en la señal de entrada y en la carga.
9. Simular el sistema en lazo cerrado.
10. Implementar experimentalmente el control.

A continuación, se aplica esta técnica a dos tipos de convertidores conmutados, un boost y un buck con dos inductores.

3.2 Aplicaciones del control en modo deslizante en convertidores conmutados CC/CC

En esta sección se aplicará la técnica de control en modo deslizante al convertidor boost utilizando un lazo de corriente. Primero, se verificará teóricamente la viabilidad de utilizar este tipo de control y posteriormente se plasmarán las simulaciones y los resultados experimentales que validan la teoría.

3.2.1 Control en modo deslizante aplicado a un convertidor boost

Para el análisis se considera la representación bilineal del convertidor boost:

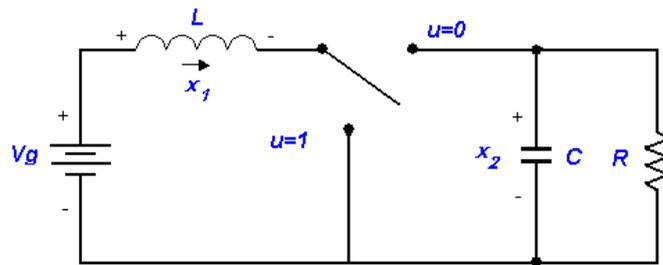


Figura 3.4 Convertidor boost

$$L \frac{dx_1}{dt} = V_g - x_2(1-u) \quad (3.33)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (3.34)$$

Siendo x_1 y x_2 las variables de estado, corriente en el inductor y tensión en el condensador respectivamente, y las constantes V_g y R los valores de tensión de alimentación y el valor de la carga resistiva. Las ecuaciones de estado en modo ON y OFF pueden escribirse de la forma:

$$\dot{x} = A_i x + B_i \quad \text{para } i = 1,2 \quad (3.35)$$

siendo $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ el vector de estado y las matrices de transición para cada intervalo:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \text{ y } B_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ L \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones (3.35) se pueden compactar en una única expresión bilineal, donde la variable u refleja la acción del control.

$$\dot{x} = Ax + \delta + u(Bx + \gamma) \quad (3.36)$$

donde

$$A = A_2, \delta = B_2, B = A_1 - A_2 \text{ y } \gamma = B_1 - B_2 \quad (3.37)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, \delta = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \text{ y } \gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2.1.1 Definición de la superficie de deslizamiento

En los convertidores de potencia es importante que la tensión de salida se mantenga constante, para conseguirlo se puede optar por controlar indirectamente esta variable a través de las corrientes que fluyen en el circuito. Por lo tanto, entre las múltiples posibilidades de definición de la superficie de deslizamiento $S(x)$ se puede optar por:

$$S(x) = \{(x_1, x_2) \in \mathfrak{R}^2 : x_1 - K = 0; K = \text{constante}\} \quad (3.38)$$

es decir, se pretende que el sistema alcance una corriente en el inductor constante para que la tensión a la salida se mantenga fija. Veamos pues si se cumplen las condiciones de régimen deslizante.

3.2.1.2 Condición de transversalidad

Para que el sistema pueda alcanzar el régimen de deslizamiento es necesario que el vector $\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle$ sea diferente de cero:

$$\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle = \langle [1 \ 0], \begin{pmatrix} \frac{x_2}{L} \\ -\frac{x_1}{C} \end{pmatrix} \rangle = \frac{x_2}{L} \quad (3.39)$$

Si se considera $x_2 \neq 0$, se cumple la condición de transversalidad.

3.2.1.3 Cálculo del control equivalente

El control equivalente u_{eq} se obtiene al calcular la división de gradientes (3.13):

$$u_{eq} = 1 - \frac{V_g}{x_2} \quad (3.40)$$

3.2.1.4 Regiones de deslizamiento

Las regiones de deslizamiento se definen al considerar las cotas que debe cumplir el control equivalente:

$$\text{mín}(0,1) < u_{eq} < \text{máx}(0,1) \quad (3.41)$$

El mínimo valor debe ser cero y el máximo uno, por tanto:

$$0 \leq 1 - \frac{V_g}{x_2} \leq 1 \quad (3.42)$$

Si $x_2 > 0$ entonces $x_2 > V_g > 0$. La existencia de la condición de invarianza requiere que la tensión en el condensador exceda la tensión de entrada.

3.2.1.5 Dinámica ideal de deslizamiento

La dinámica ideal de deslizamiento se obtiene al reemplazar (3.40) en la ecuación (3.36) y el resultado es el siguiente:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{x_2}{L} + \frac{V_g}{L} + \frac{x_2}{L} u_{eq} = -\frac{x_2}{L} + \frac{V_g}{L} + \frac{x_2}{L} \left(1 - \frac{V_g}{x_2} \right) = 0 \quad (3.43)$$

entonces $x_1 = K$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{RC} - \frac{x_1}{C} u_{eq} = \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{RC} - \frac{x_1}{C} \left(1 - \frac{V_g}{x_2}\right) = -\frac{x_2}{RC} + \frac{x_1 V_g}{C x_2} \quad (3.44)$$

3.2.1.6 Punto de equilibrio

Una vez se alcanza la superficie de deslizamiento, se espera que el estado del sistema evolucione hasta llegar a un punto de equilibrio. En este punto de equilibrio ($x_1^* = K, x_2^*$) las derivadas de las variables de estado serán nulas. Por tanto de la ecuación (3.44) se obtiene que:

$$-\frac{x_2^*}{RC} + \frac{K V_g}{C x_2^*} = 0$$

de donde

$$x_2^* = \sqrt{K V_g R} \quad (3.45)$$

Los asteriscos indican que se trata de coordenadas de equilibrio. El punto de equilibrio está localizado en:

$$(x_1^* = K, x_2^* = \sqrt{K V_g R}) \quad (3.46)$$

3.2.1.7 Análisis de estabilidad del punto de equilibrio

Para determinar la estabilidad del sistema se va a identificar la posición de los polos del sistema cuando este se esté deslizando sobre la superficie y alcance el punto de equilibrio. Un método habitual es aplicar la transformada de la Laplace a las ecuaciones de la dinámica de deslizamiento ideal del sistema.

Para poder aplicar la transformada, primero se debe linealizar la dinámica de x_2 alrededor del punto de equilibrio siguiendo la aproximación de Taylor.

$$\frac{dx_2}{dt} \Big|_{\text{linealiz}} = (f(x_2)) \cong f(x_2^*) + \frac{df}{dx_2} \Big|_{x_2=x_2^*} (x_2 - x_2^*) \quad (3.47)$$

donde (3.48)

$$f(x_2) = -\frac{x_2}{RC} + \frac{K V_g}{C x_2}$$

En el punto de equilibrio $(x_1^* = K, x_2^* = \sqrt{KV_g R})$, $f(x_2) = 0$, por lo tanto: (3.49)

$$\frac{dx_2}{dt}_{Linealiz} = \left(-\frac{1}{RC} - \frac{KV_g}{C (x_2^*)^2}\right)(x_2 - x_2^*)$$

Evaluando en $x_2^* = \sqrt{KV_g R}$ se obtiene:

$$\frac{dx_2}{dt}_{Linealiz} = \left(-\frac{2}{RC}\right)(x_2 - x_2^*) \quad (3.50)$$

La transformada de Laplace de esta ecuación diferencial es:

$$sX_2(s) = \left(-\frac{2}{RC}\right)X_2(s) + \left(\frac{2}{RC}\right)x_2^* \quad (3.51)$$

La ecuación característica del sistema será $s + \frac{2}{RC} = 0$ por lo que se demuestra que el sistema es asintóticamente estable. Por lo tanto, el convertidor boost alcanza la superficie de deslizamiento (3.38) y el punto equilibrio (3.46) si se cumplen las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} x_2 &> V_g > 0 \\ x_1 &= K > 0 \end{aligned} \quad (3.52)$$

3.2.1.8 Simulaciones del control modo deslizante en el convertidor boost

Ahora se realizarán las respectivas simulaciones en SIMULINK para comprobar la respuesta del convertidor boost utilizando el lazo de corriente. La figura 3.5 corresponde a la respuesta temporal de las variables de estado tensión e intensidad cuando se tienen los siguientes parámetros: $R = 10\Omega$, $L = 100\mu\text{H}$, $C = 100\mu\text{F}$, $V_g = 10\text{V}$, $v^* = 20\text{V}$ y $i^* = 4\text{A}$ y las condiciones iniciales son cero. Los rizados son de 480 mA pico-pico en la señal de corriente y de 80 mVpp en la señal de tensión.

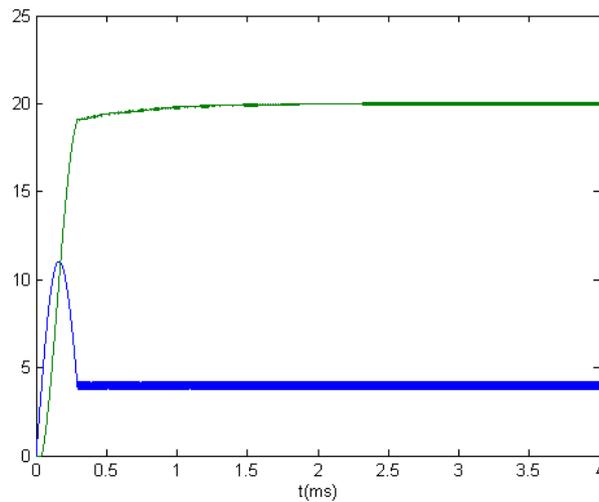


Figura 3.5 Respuesta del convertidor boost al aplicar la superficie (3.38)

En la figura 3.6a se ilustra el plano de estado, en el se puede observar que las variables de estado sólo alcanzan la superficie cuando se cumple la condición $x_2 > V_g$. Esto trae como consecuencia un sobreimpulso importante en la señal de corriente de aproximadamente 11A. Por otra parte, en la figura 3.6 se observa la señal de control con una frecuencia de conmutación aproximada de 100 Khz cuando la banda de histéresis es de 0.46 V.

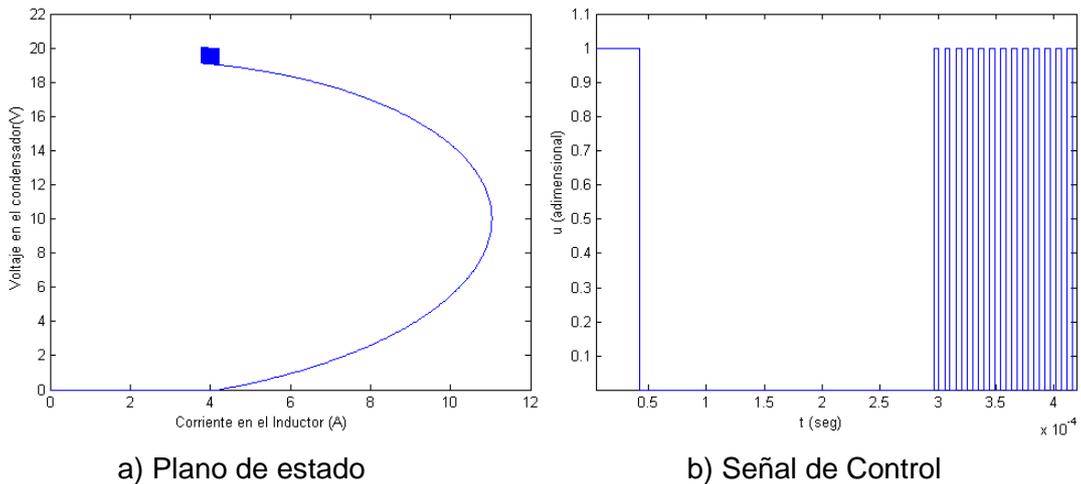


Figura 3.6 Plano de estado y señal de control al aplicar la superficie (3.38)

Se realizaron simulaciones también con condiciones iniciales diferentes de cero, el resultado se refleja en la figura 3.7, donde el valor para $x_2(0)$ es de 9 voltios. Se

observa que el sistema alcanza la superficie con relativa facilidad. En la práctica se puede emplear un sistema de ayuda al arranque para garantizar una tensión a la salida que cumpla con el requisito de la condición de alcanzabilidad, es decir, $x_2 > V_g$.

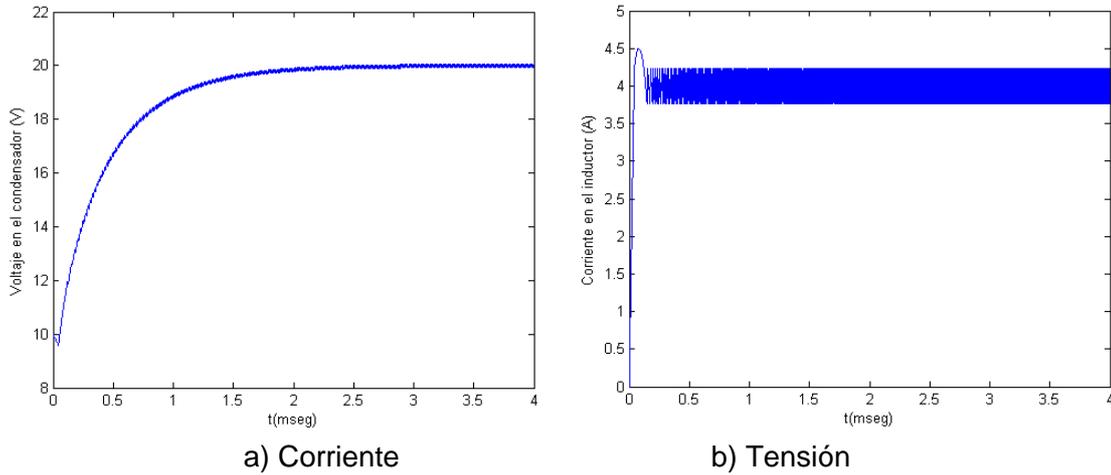


Figura 3.7 Respuesta del boost al aplicar la superficie (3.38) con condiciones diferentes de cero

3.2.1.9 Análisis de perturbaciones

En este apartado se va a analizar si el sistema realimentado es robusto frente a perturbaciones de la forma:

$$\begin{aligned} v_g &= V_g + \Delta V_g \\ r &= R + \Delta R \end{aligned} \quad (3.53)$$

donde ΔV_g y ΔR son las variaciones en la tensión de entrada y en la carga respectivamente.

Si se considera primero la perturbación en la tensión de entrada, la dinámica del convertidor tiene la forma:

$$L \frac{dx_1}{dt} = (V_g + \Delta V_g) - x_2(1-u) \quad (3.54)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (3.55)$$

El vector de la perturbación $p(x)$ debe satisfacer la condición (3.30) para que la superficie sea independiente de dicha variación. De (3.54) y (3.55) se extraen los vectores $g(x)$ y $p(x)$:

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2}{L} \\ -\frac{x_1}{C} \end{bmatrix} \quad p(x) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Luego, el vector $p(x)$ no pertenece al espacio vectorial de $g(x)$, es decir, $\left\langle \frac{\Delta V_g}{L}, 0 \right\rangle \notin \text{span} \left\langle \frac{x_2}{L}, -\frac{x_1}{C} \right\rangle$. Por lo tanto, $p(x)$ no satisface la condición “matching condition”.

De forma análoga, se obtiene que al considerar perturbaciones en la resistencia de carga, el vector $\left\langle 0, -\frac{x_2}{R + \Delta R} \right\rangle \notin \text{span} \left\langle \frac{x_2}{L}, -\frac{x_1}{C} \right\rangle$.

Luego, el sistema realimentado no es robusto frente a perturbaciones en la señal de entrada ni a cambios en la resistencia de carga cuando la superficie de deslizamiento esta definida por (3.38). Para solucionar esto, se puede optar por adicionar el factor integral del error de salida a la dinámica del convertidor o utilizar una superficie variante en el tiempo [FOS92] para que se compense el efecto de las perturbaciones. En este estudio se analizará el efecto que tiene la primera alternativa y se demostrará con simulaciones que el error en estado estacionario se hace cero.

Para contra restar las perturbaciones se adicionó el factor integral del error de tensión. La dinámica del convertidor boost al adicionar el factor integral es la siguiente:

$$L \frac{dx_1}{dt} = V_g - x_2(1-u) \quad (3.57)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (3.58)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = K_o(x_2 - V_e) \quad (3.59)$$

donde K_o es una constante positiva. Para ésta dinámica el vector de la perturbación $p(x)$ y el vector $g(x)$ cuando $v_g = V_g + \Delta V_g$, se presentan como:

$$p(x) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_g}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2}{L} \\ -\frac{x_1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Como puede verse, el vector $p(x)$ no satisface la condición de invarianza fuerte, pero debido a (3.59) si el sistema realimentado está en equilibrio el valor en la tensión de salida no se ve alterado.

De forma análoga, se obtiene que al considerar perturbaciones en la resistencia de carga, el vector $\left\langle 0, -\frac{x_2}{R + \Delta R}, 0 \right\rangle \notin \text{span} \left\langle \frac{x_2}{L}, -\frac{x_1}{C}, 0 \right\rangle$.

La superficie propuesta incluye la integral del error de tensión, es decir:

$$S(x) = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 - K + \xi = 0; K = \text{constante} \right\} \quad (3.61)$$

En la figura 3.8 se presenta el plano de estado y la respuesta del convertidor cuando $K_o = 1000$ y $K = 4$ y la tensión de entrada tiene la forma $v_g(t) = V_g + 2 \text{sen}(2\pi 50t)$. El transitorio de arranque en este caso es más notorio y tiene un sobre-pico de 24V y un tiempo de establecimiento de 3 ms.

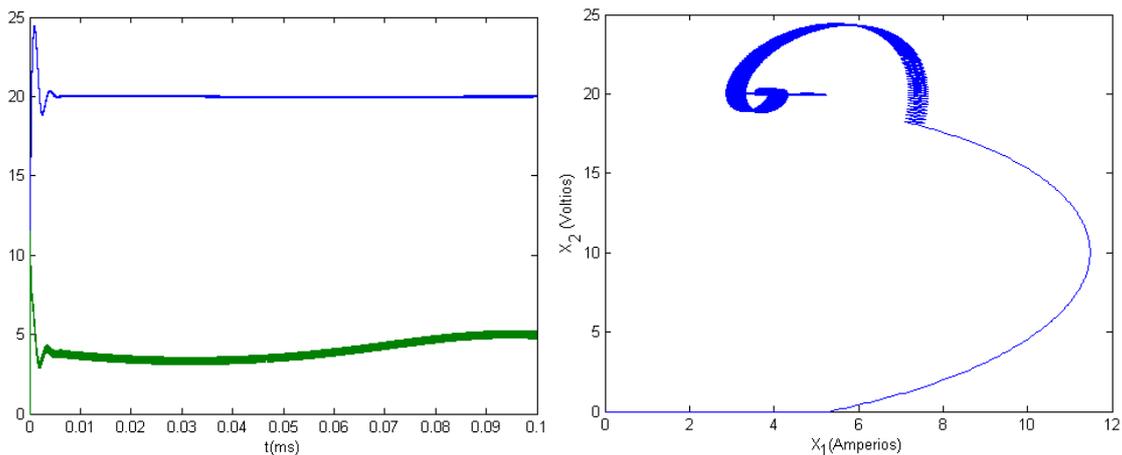


Figura 3.8 a) Respuesta del convertidor boost a la superficie (3.61) con perturbaciones a la entrada. b) Plano de estado

En la figura 3.9 se presenta la respuesta del sistema cuando existen perturbaciones en la carga, se pasa de $10\ \Omega$ a $12\ \Omega$ cada 30ms. Se observa que después de un corto transitorio el sistema retorna a su valor de tensión deseado.

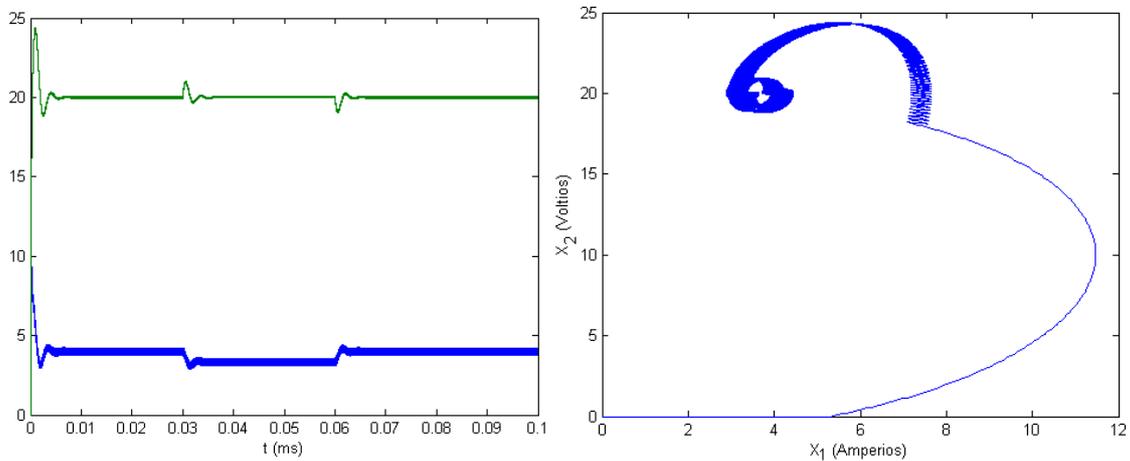


Figura 3.9 a) Respuesta del convertidor boost a la superficie (3.61) con perturbaciones en la carga. b) Plano de estado

Considerando que es teóricamente viable la realización de este control se procede a la implementación experimental del mismo.

3.2.1.10 Prototipado de laboratorio

En la figura 3.10 se presenta el esquema típico del control en modo deslizante aplicado a un convertidor de potencia. En él se puede observar que las señales que se requieren para construir la superficie se extraen de la planta y se acondicionan para que tengan valores permitidos por el resto del circuito. La superficie se pasa por un comparador con histéresis para poder generar la señal que controla al convertidor.

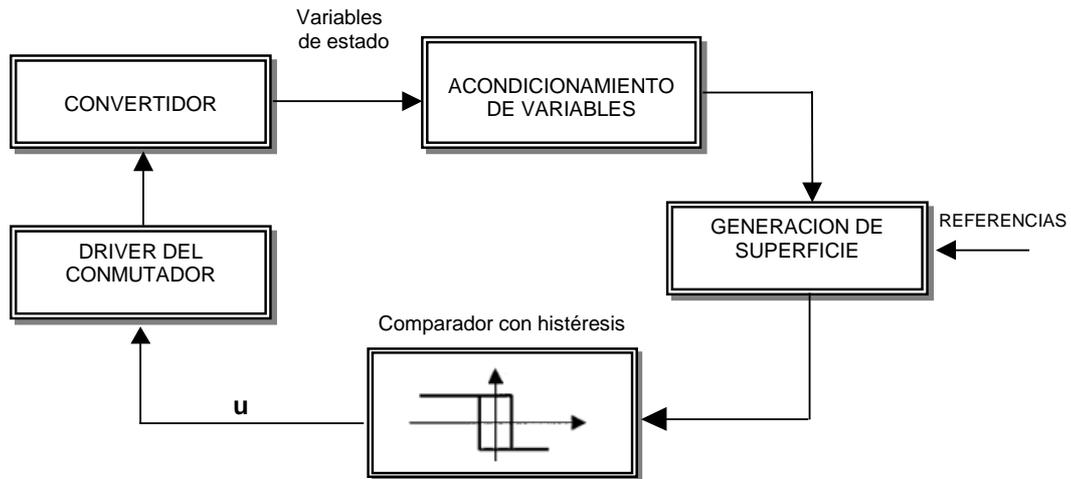


Figura 3.10 Esquema del control modo deslizante en convertidores CC/CC

A continuación se detallan las características y la forma de implementación experimental que se propuso para cada uno de estos módulos.

3.2.1.10.1 Acondicionamiento de la Señal

Este bloque adapta la señal de realimentación al lazo de control, en este caso se encarga de sensar la corriente del inductor utilizando una resistencia sensora R_s de valor 0.025Ω en serie a la bobina del convertidor. La tensión diferencial en esta resistencia se amplifica con el circuito integrado INA139 y obtiene un valor proporcional a la corriente que pasa por R_s . En la figura 3.11 se presenta el esquema circuital cuando se conecta este integrado al convertidor boost:

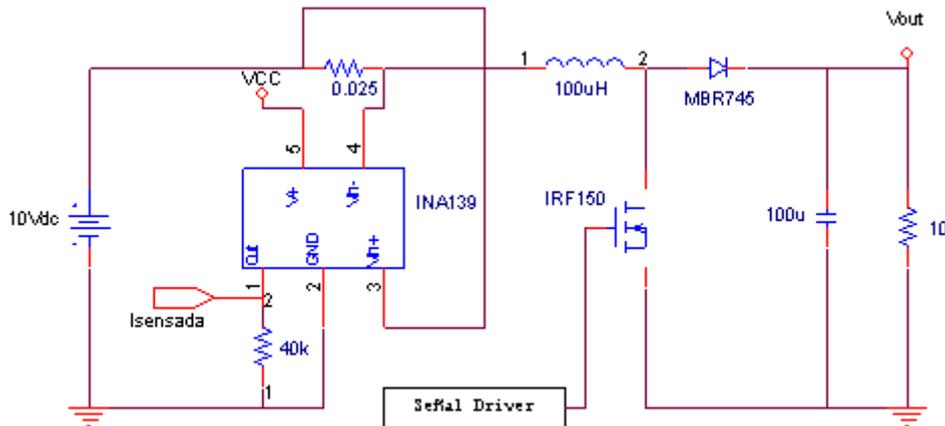


Figura 3.11 Conexión del INA139 al convertidor boost

3.2.1.10.2 Referencias

Nuestro control requiere la referencia de corriente para poder generar la señal de error. El circuito que provea esta referencia se debe caracterizar por su estabilidad a pesar de las posibles perturbaciones en el sistema, y por su bajo consumo de energía. Por lo que se ha optado por la configuración de la figura 3.12, este circuito es un estabilizador de tensión utilizado para obtener referencias de tensión con bajo nivel de corriente a la salida. El circuito se implementó con el amplificador operacional LM324 y se empleó el zener BZX79C3V3 para fijar la tensión en el terminal positivo. Este zener tiene una corriente máxima de $5mA$ y su consumo de potencia es máximo de 0.015 Watts.

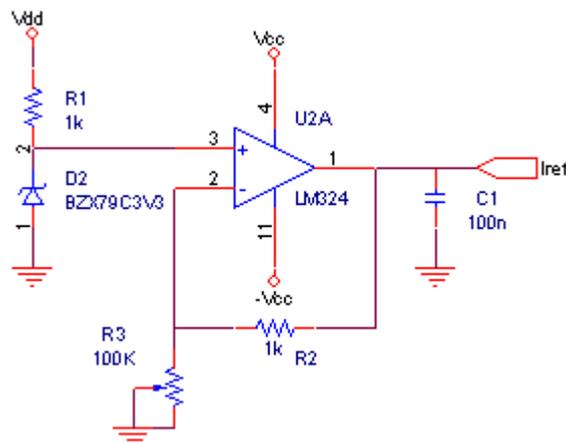


Figura 3.12 Esquema circuitual de la referencia de corriente

El potenciómetro R_3 sirve para ajustar el valor de salida a $I_{ref} = 4$. En cuanto al valor V_{dd} se obtiene con el regulador LM7808 el cual proporciona a su salida una tensión de 8V a 1.5A. En la figura 3.13 se observa la configuración de este integrado.

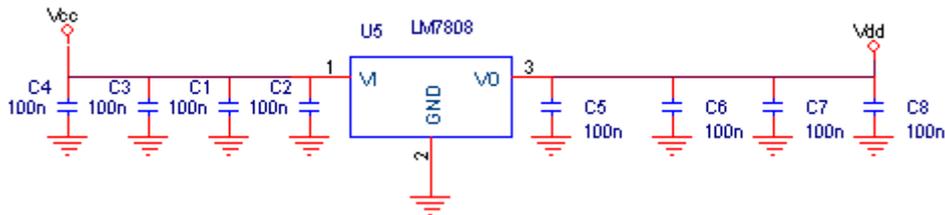


Figura 3.13 Regulador de tensión LM7808

3.2.1.10.3 Implementación de la superficie de deslizamiento

Para comparar la corriente de referencia con la corriente sensada se utiliza el circuito integrado LM311 en configuración de comparador con histéresis. Este integrado se caracteriza por su rapidez de conmutación (tiempo de respuesta del nivel bajo al alto 115ns) así que es adecuado cuando la frecuencia de conmutación supere los 100Khz. La configuración del circuito utilizado se presenta a continuación:

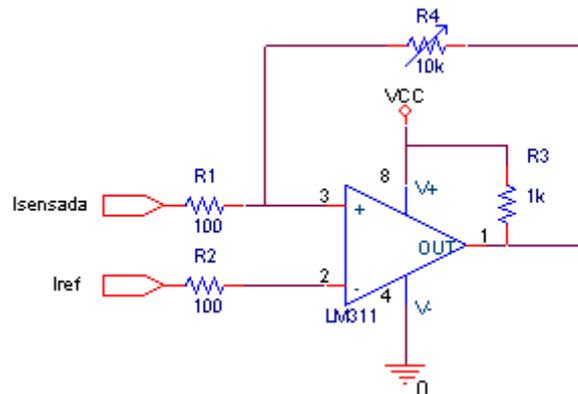


Figura 3.14 Implementación de la superficie de deslizamiento

El ancho de la histéresis se ajustó con el potenciómetro de $10K\Omega$ y la señal de salida se limitó entre 0 y 12 Voltios (cuando $V_{CC} = 15V$). Esta señal está dentro del rango de entrada permitido por el driver IR2110, encargado de polarizar el transistor del convertidor.

La respuesta que se obtuvo del prototipo se presenta en la figura 3.15, la evolución de la corriente en el inductor corresponde al CH2 y la tensión en el condensador al CH1. La señal de corriente tiene un sobre-impulso máximo de 8A y un tiempo de establecimiento de 0,4 mseg. En cuanto al valor medio se tiene 3,98 A y un rizado de 0.45 A. La frecuencia de conmutación es de 54.12Khz.

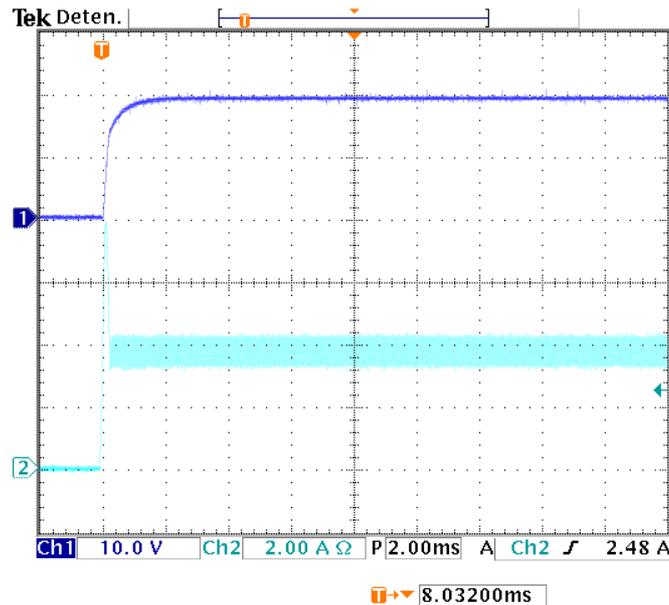


Figura 3.15 Respuesta experimental al aplicar la superficie (3.38)

La señal de tensión es sobre-amortiguada y llega a 19.9V. La potencia máxima de entrada es de 39.8W y la potencia de salida de 39.2W, por lo tanto la eficiencia es del 98,5%. En cuanto a la resistencia de sensado se tiene que la pérdida es de 396 mW.

3.2.2 Control en modo deslizante aplicado a un convertidor buck de dos inductores

En este apartado se aplicará el control en modo deslizante al convertidor reductor ó buck de la figura 3.16, el cual posee un filtro a la entrada para reducir el rizado de la corriente. Este circuito reduce el valor de la tensión de entrada en un factor D_e , correspondiente al ciclo de trabajo.

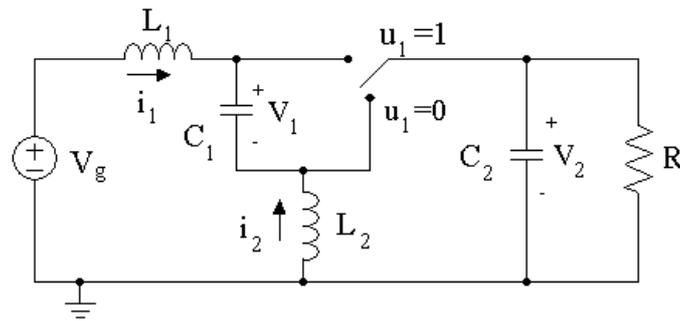


Figura 3.16 Convertidor conmutado buck de dos inductores

Para obtener el modelo del convertidor primero se analizan circuitalmente las estructuras correspondientes a cada una de las posiciones del conmutador.

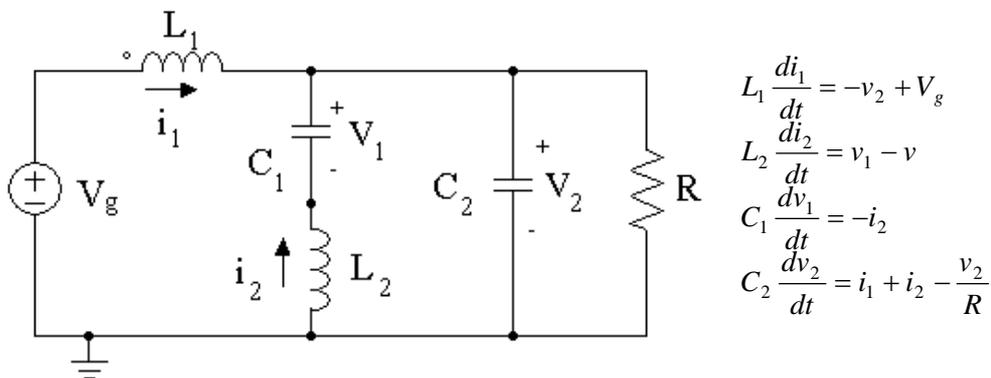


Figura 3.17 Configuración ON para el buck de dos inductores

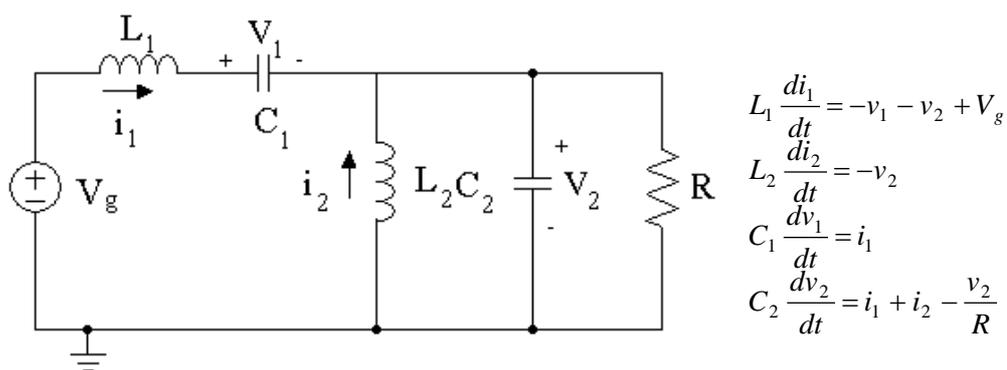


Figura 3.18 Configuración OFF para el buck de dos inductores

La representación matricial de estas ecuaciones es:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 \text{ para } 0 \leq t \leq t_{ON} \quad (3.62)$$

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 \text{ para } t_{ON} \leq t \leq T \quad (3.63)$$

donde,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones (3.62) y (3.63) se pueden compactar en una única expresión bilineal, donde la variable u refleja la acción del control y tomará valores discretos 0 y 1; $u = 1$ en el intervalo ON y $u = 0$ en el intervalo OFF.

$$\dot{x} = Ax + \delta + u(Bx + \gamma) \quad (3.64)$$

donde

$$A = A_2, \quad B = A_1 - A_2, \quad \delta = B_2 \text{ y } \gamma = B_1 - B_2 \quad (3.65)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ -\frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ y } \gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Analizando las ecuaciones que modelan el convertidor buck se observa que la tensión de salida puede ser controlada indirectamente con las corrientes i_1 e i_2 . Así que, entre las posibles alternativas viables de superficies de deslizamiento se tiene corriente i_1 o i_2 como constantes. Otra opción sería utilizar la tensión en C_2 igual a constante, sin embargo, en este último caso los puntos de equilibrio son inestables. Se optó por considerar como superficie de deslizamiento $S(x)$ la combinación lineal siguiente:

$$S = \{x \in R^n : S(x) = e_1 + e_2 = 0\} \quad (3.66)$$

donde $e_1 = i_1 - i_1^*$, $e_2 = i_2 - i_2^*$ y (i_1^*, i_2^*) son los valores de equilibrio de la corriente en el inductor L_1 y L_2 respectivamente. Se procederá a hacer el análisis de la viabilidad de esta superficie en el convertidor.

Para que el sistema pueda alcanzar dicha superficie es necesario que se cumpla la condición de transversalidad $\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle \neq 0$. Considerando que el gradiente $\nabla S(x)$ corresponde al vector:

$$\nabla S(x) = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \quad (3.67)$$

Se evalúa la condición y se tiene que $v_1 \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$ debe ser diferente de cero, la cual se cumple siempre que el condensador C_1 tenga una tensión positiva en bornes. Por otra parte, evaluando (3.13) se deriva la expresión para el control equivalente:

$$u_{eq} = 1 - \frac{v_1 L_1 - v_2 L_2 + V_g L_2 - v_2 L_1}{v_1 (L_1 + L_2)} \quad (3.68)$$

Este control equivalente se debe encontrar entre $\min(0,1) < u_{eq} < \max(0,1)$. Lo que define las regiones de deslizamiento de la siguiente forma:

$$v_1 \geq \frac{V_g L_2 - v_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad \text{y} \quad v_2 \leq \frac{V_g L_2 + v_1 L_1}{L_1 + L_2} \quad (3.69)$$

Cuando la planta alcanza estos valores su comportamiento se ve esbozado por la dinámica ideal de deslizamiento, así que, sustituyendo u por u_{eq} en (3.64) resulta:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{V_g - v_1}{L_1 + L_2} \quad (3.70)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{v_1 - V_g}{L_1 + L_2} \quad (3.71)$$

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{v_1 (L_1 i_1 - L_2 i_2) + (V_g L_2 - v_2 L_2 - v_2 L_1)(i_1 + i_2)}{C_1 v_1 (L_1 + L_2)} \quad (3.72)$$

$$\frac{dv_2}{dt} = \frac{i_1 R + i_2 R - v_2}{RC_2} \quad (3.73)$$

Igualando a cero las ecuaciones (3.70)-(3.73) y resolviéndolas se obtienen los puntos de equilibrio de la dinámica ideal:

$$x^* = \begin{bmatrix} \frac{D_e^2 V_g}{R} \\ \frac{D_e(1-D_e)V_g}{R} \\ V_g \\ D_e V_g \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

donde D_e es el ciclo de trabajo en estado estacionario. El siguiente paso será, entonces, comprobar la estabilidad de este sistema en lazo cerrado cuando se alcanza el punto de equilibrio dado por (3.74). Considerando que se va a aplicar el control (3.68) a un convertidor buck con los siguientes parámetros: $V_g = 20V$, $L_1 = 30\mu H$, $L_2 = 500\mu H$, $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 200\mu F$, $D_e = 0.5$, $R = 10$ y, $V_{1e} = 20V$, $V_{2e} = 10V$, $i_{1e} = 0.5A$, $i_{2e} = 0.5A$ corresponden a los valores en estado estacionario. Se simplificaron los cálculos reemplazando estos valores y se encontró la dinámica linealizada. Como resultado se obtiene la ecuación (3.75).

$$\frac{dx_\delta}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1886.79 & 0 \\ 0 & 0 & 1886.79 & 0 \\ 5*10^4 & -5*10^4 & -2216.98 & 5*10^3 \\ 5*10^3 & 5*10^3 & 0 & 5*10^2 \end{bmatrix} x_\delta \quad (3.75)$$

donde $x_\delta = x - x^*$. Los polos de lazo cerrado se encuentran localizados en:

$$p_{1,2} = -1108.49 \pm i13691.25$$

$$p_3 = -500$$

$$p_4 = -0.1191*10^{-15}$$

Lo cual demuestra que el sistema es estable. Se realizaron simulaciones en SIMULINK para comprobar la dinámica del convertidor. En la figura 3.19 y figura 3.20 se detalla la forma de onda de las variables de estado. De las simulaciones realizadas se puede determinar que la frecuencia de conmutación es aproximadamente 125 Khz cuando la histéresis es de 1.2 voltios.

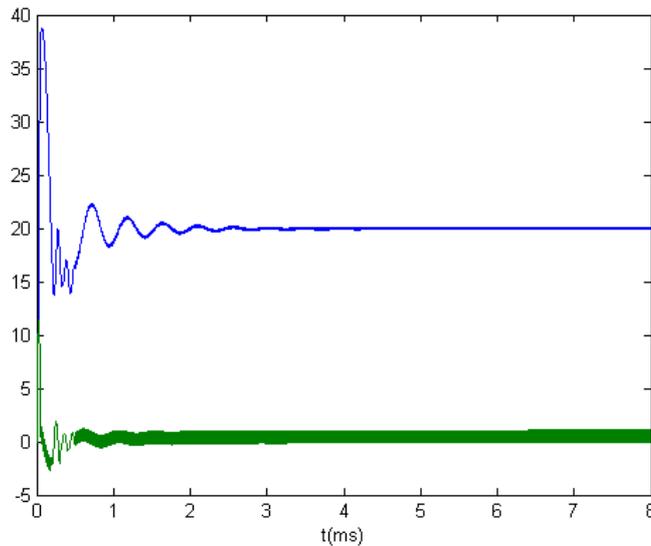


Figura 3.19 Forma de onda de i_1 y v_1 en lazo cerrado del buck

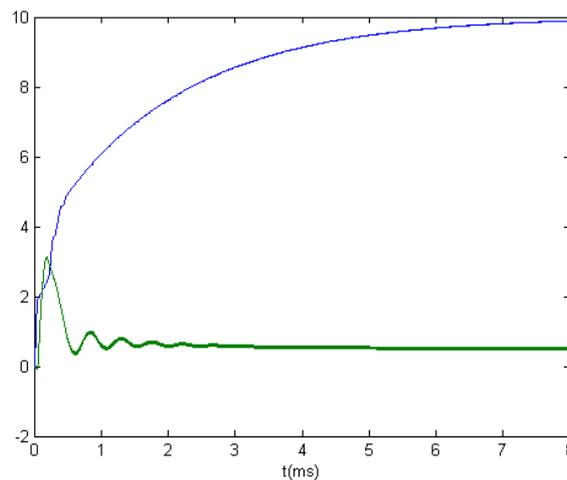


Figura 3.20 Forma de onda de i_2 y v_2 en lazo cerrado del buck

3.3 Aplicación de los reconstructores integrales en el control modo deslizante

Uno de los problemas más importantes para la implementación práctica del control en modo deslizante es la adquisición de las variables de estado, por ejemplo, en las superficies planteadas se requiere un lazo de corriente, este lazo perjudica la eficiencia debido al sensor de corriente. Como alternativa a la solución del sensado de corriente, en esta sección se plantea la generación de corriente haciendo uso de reconstructores integrales y se realiza el análisis correspondiente cuando se emplea en las superficies de deslizamiento.

3.3.1 Aplicación de los reconstructores integrales en el control modo deslizante en el convertidor boost

Considerando nuevamente las expresiones que modelan el convertidor boost de la figura 3.4 con punto de equilibrio (V_e, i_e) , se puede estimar la corriente que fluye por el inductor utilizando el reconstructor integral que se analizó en el ejemplo (2.2), es decir, la corriente se puede escribir como una parametrización integral de la entrada y la salida como se expresa en la ecuación (2.26):

$$\hat{x}_1(t) = \int_0^t \left(\frac{V_g}{L} - \frac{x_2(\rho)}{L} (1-u) \right) d\rho \quad (3.76)$$

Este valor estimado denotado por $\hat{x}_1(t)$ se va a emplear para construir la superficie de deslizamiento propuesta en la definición (3.38):

$$\hat{\sigma}(x) = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathfrak{R}^2 : S(x) = \hat{x}_1 - K = 0; K = \text{constante} \right\} \quad (3.77)$$

Considerando que $\hat{x}_1(t)$ difiere de su valor real en una cierta constante $x_1(0)$, se tiene que:

$$x_1(t) = \hat{x}_1(t) + x_1(0) \quad (3.78)$$

siendo necesario introducir una expresión con la acción integral del error para estabilizar la tensión de salida.

Por lo tanto, el controlador modo deslizante basado en el reconstructor integral tiene la siguiente forma:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{para } \hat{\sigma}(y, u, \xi) > 0 \\ 0 & \text{para } \hat{\sigma}(y, u, \xi) < 0 \end{cases} \quad (3.79)$$

$$\hat{\sigma}(y, u, \xi) = \int_0^t \left(\frac{V_g}{L} - \frac{x_2(\rho)}{L} (1-u) \right) d\rho - \frac{V_e^2}{RV_g} + K_0 \xi \quad (3.80)$$

$$\dot{\xi} = x_2 - V_e, \xi(0) = 0 \quad (3.81)$$

con K_0 una constante de diseño estrictamente positiva.

Bajo estas premisas, entonces la dinámica del convertidor boost al considerar el término integral es:

$$L \frac{dx_1}{dt} = V_g - x_2(1-u) \quad (3.82)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (3.83)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = x_2 - V_e \quad (3.84)$$

y la ecuación bilineal que representa este sistema es:

$$\dot{x} = Ax + \delta + u(Bx + \gamma) \quad (3.85)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \delta = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \\ -v_e \end{bmatrix} \quad \gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \xi \end{bmatrix}$$

El análisis de la superficie (3.80) debe cumplir la condición de transversalidad, es decir, para que el convertidor alcance el régimen de deslizamiento es necesario que el vector $Bx + \gamma$ no sea tangente a la superficie en todo punto de ella:

$$\langle \nabla \hat{\sigma}, Bx + \gamma \rangle = \langle [1 \ 0 \ K_o], \begin{bmatrix} \frac{x_2}{L} \\ -\frac{x_1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} \rangle = \frac{x_2}{L} \quad (3.86)$$

si $x_2 \neq 0$ se cumple la condición de transversalidad para todo instante de tiempo .

Para otra parte, el control equivalente, u_{eq} , se calcula de la ecuación (3.13) y corresponde a:

$$u_{eq} = 1 - \frac{V_g + K_o L(x_2 - V_e)}{x_2} \quad (3.87)$$

Teniendo en cuenta que el convertidor boost es un sistema conmutado donde la señal de control puede tomar valores entre $[0,1]$, se debe garantizar que el control equivalente también este acotado entre estos valores:

$$0 \leq 1 - \frac{V_g + K_o L(x_2 - V_e)}{x_2} \leq 1 \quad (3.88)$$

Operando esta expresión y suponiendo que $x_2 \geq 0$ se deduce que las condiciones que debe cumplir la tensión de salida son:

$$V_e - \frac{V_g}{K_0 L} < x_2 < V_e + \frac{V_g - V_e}{1 - K_0 L} \quad K_0 > \frac{1}{L} \quad (3.89)$$

y

$$x_2 > V_e - \min \left\{ \frac{V_g}{K_0 L}, \frac{V_e - V_g}{1 - K_0 L} \right\} \quad 0 < K_0 < \frac{1}{L} \quad (3.90)$$

Analizando las dos desigualdades se observa que con valores de K_o entre $(0, 1/L)$ se logra una región de deslizamiento más amplia.

Una vez el sistema ha alcanzado la superficie de deslizamiento la dinámica del sistema puede ser representada por la siguiente expresión si no se tiene en cuenta el ruido de conmutación por:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \delta + u_{eq}(Bx + \gamma) \quad (3.91)$$

Si reemplazando las matrices y el control equivalente en (3.91), se obtiene que:

$$\dot{x}_2 = -\frac{x_2}{RC} + \frac{(V_g - K_o L(V_e - x_2))(x_1(0) - K_o \xi + i_e)}{x_2 C} \quad (3.92)$$

$$\dot{\xi} = x_2 - V_e \quad (3.93)$$

Las ecuaciones (3.92) y (3.93) representan la dinámica ideal de deslizamiento que caracterizará al sistema cuando se cumpla la condición de transversalidad y las condiciones (3.89) y (3.90). El punto de equilibrio (ξ^*, x_2^*) de esta dinámica ideal de deslizamiento está dado por:

$$x_2^* = V_e \quad (3.94)$$

$$\bar{\xi} = \frac{x_1(0)}{K_0} \quad (3.95)$$

Para poder determinar si la dinámica ideal es estable, se precisará su linealización de alrededor del punto de equilibrio. La dinámica linealizada del sistema (3.92) y (3.93) es:

$$\dot{x}_{2\Delta} = \left[-\frac{2}{RC} + \frac{K_o Li_e}{V_e C} \right] x_{2\Delta} - \frac{K_o V_g}{V_e C} \xi_{\Delta} \quad (3.96)$$

$$\dot{\xi}_{\Delta} = x_{2\Delta} \quad (3.97)$$

donde $x_{2\Delta} = x_2 - V_e$ y $\xi_{\Delta} = \xi - \frac{x_1(0)}{K_o}$

Y el polinomio característico de (3.96) y (3.97) corresponde a:

$$s^2 + \left[\frac{2}{RC} - \frac{K_o LV_e}{RCV_g} \right] s + \frac{K_o V_g}{V_e C} = 0 \quad (3.98)$$

Dado que $K_o > 0$ entonces para que la ecuación (3.98) cumpla el criterio de Hurwitz se debe cumplir que $K_o < \frac{2V_g}{LV_e}$, por lo tanto si se satisface esta condición se garantiza la estabilidad del sistema cuando se aplica la superficie (3.80).

3.3.2 Resultados

El modelo que representa el sistema realimentado cuando se utiliza la superficie (3.80) se observa en la figura 3.21:

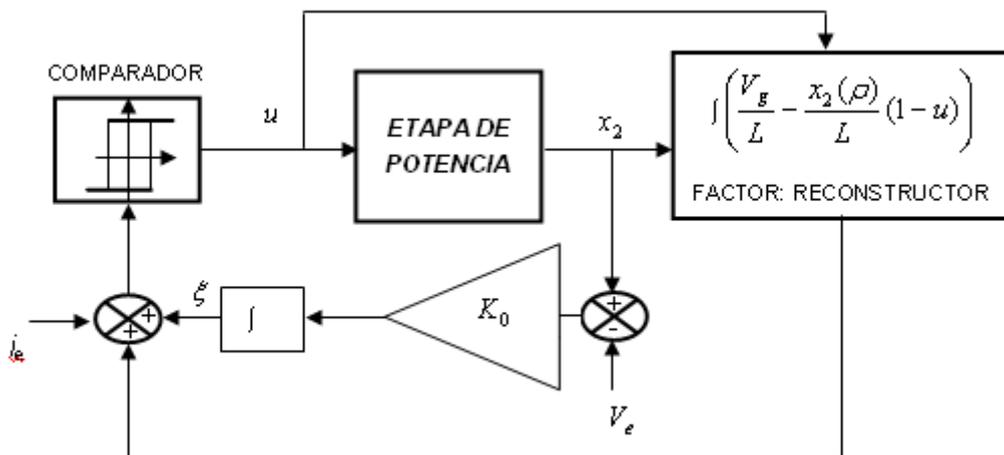


Figura 3.21 Diagrama en bloques de la ley de control (3.79).

De la etapa de potencia se extrae la tensión en el condensador y la señal de entrada del control (u) para reconstruir la corriente. El error de corriente se obtiene al restar el

valor estimado de corriente a la referencia i_e . A esta señal de error de corriente se le adiciona el factor integral del error de tensión de salida y por último, la señal resultante se pasa por un comparador con histéresis para poder determinar si la dinámica del sistema está por debajo o por encima de la superficie. De esta manera, se obtiene la señal conmutada que controla al convertidor boost.

Primero se realizaron simulaciones con SIMULINK cuando se aplica la superficie (3.80) a un boost con los siguientes parámetros $R=10\Omega$, $L=100\mu\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$, $V_g=10\text{ V}$, $V_e=20\text{ V}$ y $i_e=4\text{ A}$. Las condiciones iniciales son cero, tanto para la corriente en el inductor como para la tensión en el condensador. Se analizó el efecto que tiene K_0 y se determinó cual es su valor práctico para obtener mejores prestaciones en la señal de salida. Los polos del polinomio característico (3.98) para diferentes valores de K_0 son:

K_0	0.1	10	90	193	500	1000
Polos	-1999.7	-1972.7	-1720.4	-980.7 + i5.681	-950 + i1263.9.	-900 + i2046.9
	-0.3	-25.3	-261.6	-980.7 - i5.681	-950 - i1263.9.	-900 i2046.9

Tabla 3.1 Polos del sistema realimentado al variar K_0

En la figura 3.22 se puede observar la evolución de las raíces al variar K_0 entre [0-3000]. Mientras que en la figura 3.23 se observa el efecto de esta constante en la señal de salida cuando se realizan simulaciones en SIMULINK para el convertidor boost sin pérdidas y con elementos ideales. Se puede ver que al aumentar el valor de K_0 se aumenta el sobre-impulso en la tensión de salida pero a cambio el sistema es más rápido.

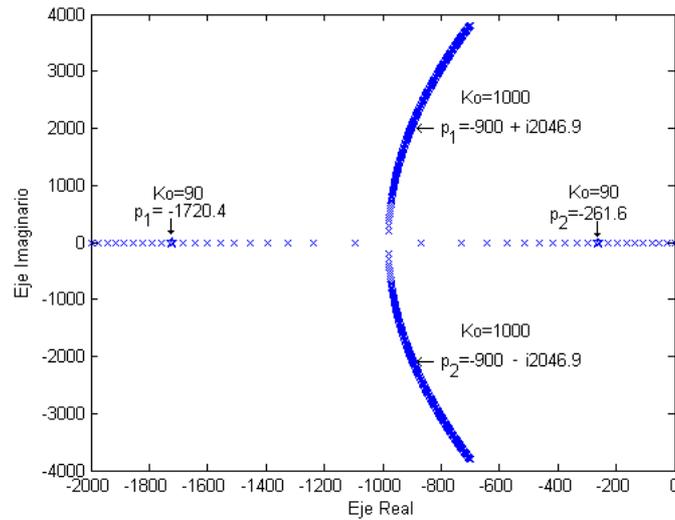


Figura 3.22 Evolución de los polos al variar K_o

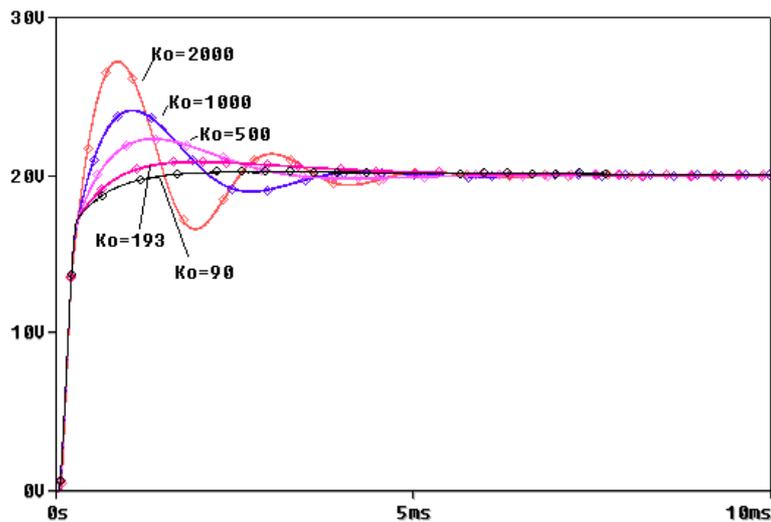


Figura 3.23 Evolución de la señal de salida al variar K_o

Se seleccionó $K_o = 1000$ porque con esta constante se logra un 20% de sobre-pico y un tiempo de levantamiento menor a 1ms.

A continuación, se realizaron las simulaciones con PSPICE cuando el convertidor boost es no ideal. En este caso, se tiene en cuenta la resistencia interna del inductor y condensador y, la resistencia de sensado. En la figura 3.24 se observa la respuesta del sistema realimentado cuando se simula en PSPICE un convertidor boost no ideal. En este caso, se tuvo en cuenta la resistencia interna del inductor y condensador y, la resistencia de sensado. La frecuencia de conmutación que se alcanza es de 66.6 Khz,

el tiempo de establecimiento es 3.8 ms, el sobre-pico de tensión es 24 Voltios y el de corriente es de 11.2 Amperios.

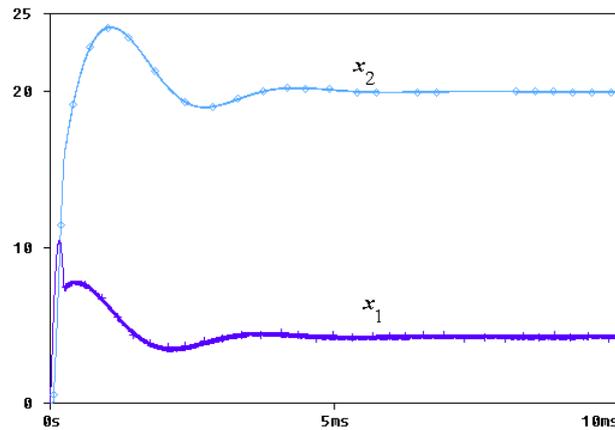


Figura 3.24 Respuesta de convertidor boost cuando $K_0 = 1000$

En la figura 3.25, se detalla el desempeño del factor integral del error, donde se observa el efecto de compensación que tiene su respuesta para lograr error en estado estacionario cero.

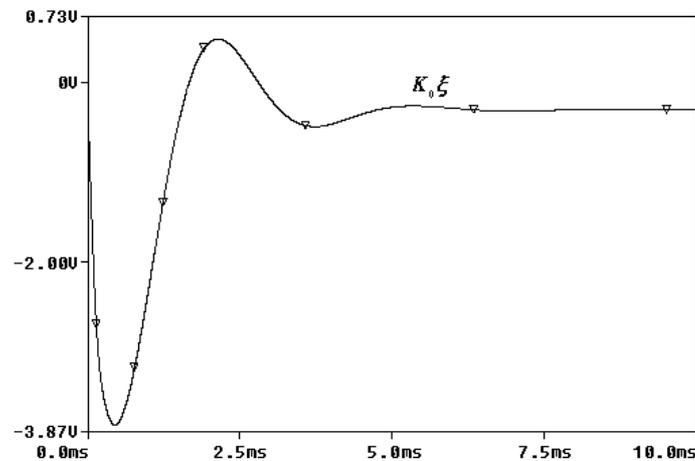


Figura 3.25 Factor integral del error en lazo cerrado

También se realizaron pruebas cuando existen perturbaciones en la señal de entrada y en la carga. En figura 3.26 se detalla la respuesta del boost cuando la entrada de tensión (V_g) es escalonada y varía de 10 a 12 Voltios cada 30ms. Se observa que el sistema es capaz de mantener su consigna de tensión de salida a pesar de las perturbaciones. El valor promedio de los transitorios es de 6.4 ms.

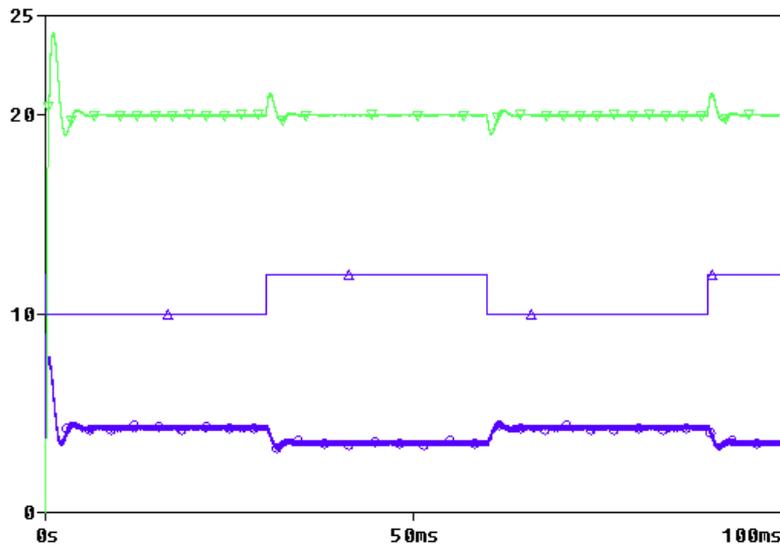


Figura 3.26 Respuesta frente a perturbaciones de entrada al aplicar (3.80)

En la figura 3.27 se ilustra la respuesta cuando la resistencia de carga varía de 10 a 12Ω cada 30ms. La respuesta del sistema es satisfactoria en el sentido que retorna a la tensión deseada después de un corto transitorio.

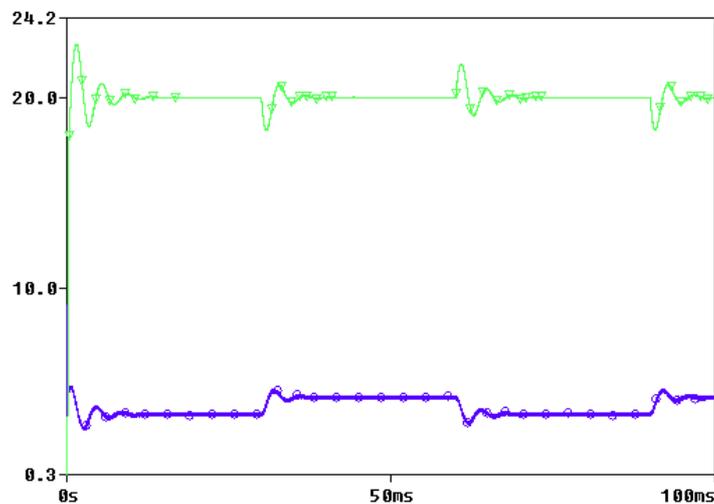


Figura 3.27 Respuesta frente a perturbaciones de carga al aplicar (3.80)

De las simulaciones realizadas se puede concluir que el sistema realimentado cuando se utiliza el reconstructor de corriente es robusto frente a posibles perturbaciones en la tensión de entrada y en la carga. Además, la respuesta del sistema con el reconstructor de corriente presenta buenas prestaciones. Dado que uno de los objetivos de este trabajo es validar experimentalmente los lazos de control propuestos,

se procede a continuación a analizar cada uno de los bloques de la figura 3.21 y a explicar como fueron implementados circuitalmente.

3.3.2.1 Implementación experimental

El prototipo que se realizó para validar la funcionalidad del control (3.76) se divide en las siguientes partes:

- **Etapas de potencia** (convertidor boost): Los parámetros de diseño se describen en la tabla 3.2.

PARÁMETRO	SIMBOLO	VALOR
Tensión de entrada	V_g	10 V
Tensión de salida	V_o	20 V
Inductancia de la bobina	L	99.7 μ H
Capacitancia del condensador	C	100 μ F
Carga nominal	R	10 Ω
Ciclo de Trabajo	D	0.5
Corriente inductor promedio	I_L	4A
Corriente máxima inductor	I_{MAX}	4.5A
Corriente mínima inductor	I_{MIN}	3.5A
Rizado	ΔV	0.01%

Tabla 3.2 Características elementos convertidor boost

En esta planta (figura 3.28) se van a resaltar tres señales útiles para el diseño del control y del reconstructor integral. La primera es la señal de control u , la cual se encarga de la conmutación del transistor IRF150, y se aplica a él a través del driver IR2110. Este driver proporciona al GATE del transistor (tensión de puerta) los niveles de corriente adecuados para que pueda conmutar entre saturación y corte.

La segunda señal es la salida del convertidor (v_{out}), esta señal en estado estacionario corresponde a 20V y para poder manipularla en la implementación del reconstructor se va a atenuar utilizando un divisor de tensión, la señal resultante es $v_{out} / 10$. Por último, se tendrá en cuenta la señal de entrada del boost, designada por V_+ .

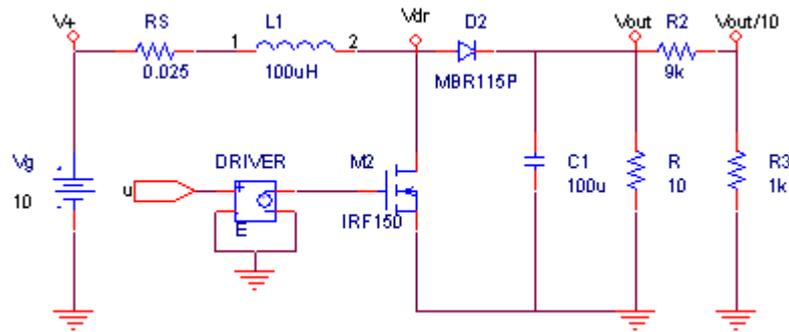


Figura 3.28 Implementación del convertidor boost en PSPICE

- El **factor integral de error** se obtiene al restar la señal $v_{out} / 10$ de la tensión de referencia, en este caso corresponde a 2V. El restador se implementó con el LM324, su ganancia es unitaria, y el valor de referencia se obtuvo con el integrado LM611, que corresponde a un amplificador de ganancia ajustable. Posteriormente, se integró la salida del restador (v_{inc}) utilizando el LM324 en configuración de integrador, su ganancia es 1000. Se utilizaron dos diodos de 5.1V para limitar al integrador a un nivel de saturación deseado. El esquema circuital del restador y el integrador se presenta en la figura 3.29. Mientras que el circuito encargado de generar la tensión de referencia se observa en la figura 3.30.

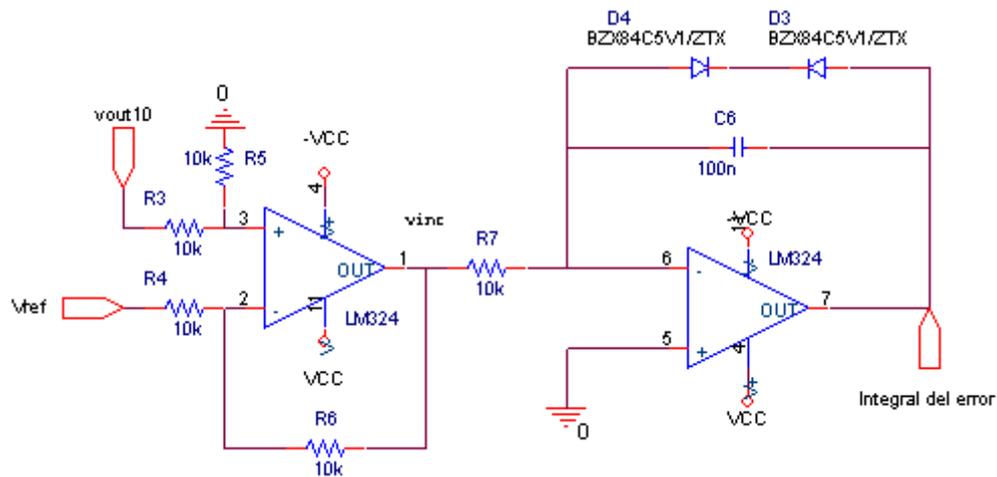


Figura 3.29 Implementación factor integral del error al aplicar (3.80)

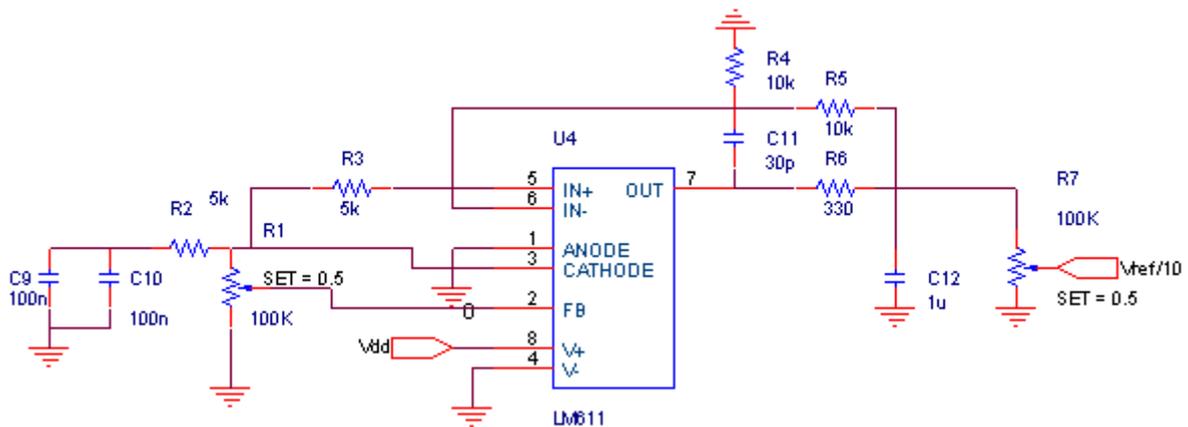


Figura 3.30 Circuito que genera V_{ref} al aplicar (3.80)

- El **reconstructor integral** tiene la misma configuración que se explicó en el ejemplo 2.2 del capítulo 2.

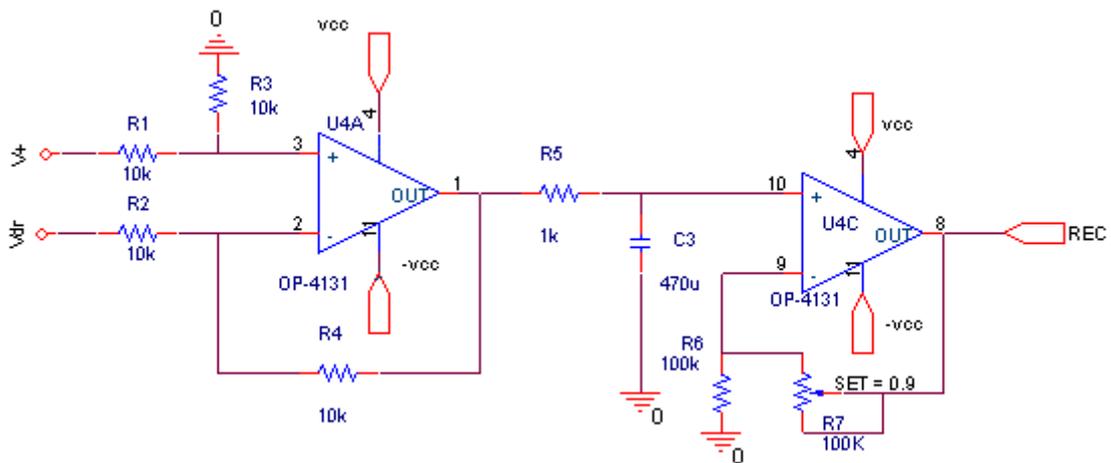


Figura 3.31 Implementación reconstructor integral (3.76)

La corriente estimada y el factor integral del error deben sumarse para poder obtener la superficie de deslizamiento. En la figura 3.32 se observa el circuito sumador, es de recordar que la integral del error tiene signo invertido por ese motivo debe sumarse en el terminal negativo del operacional.

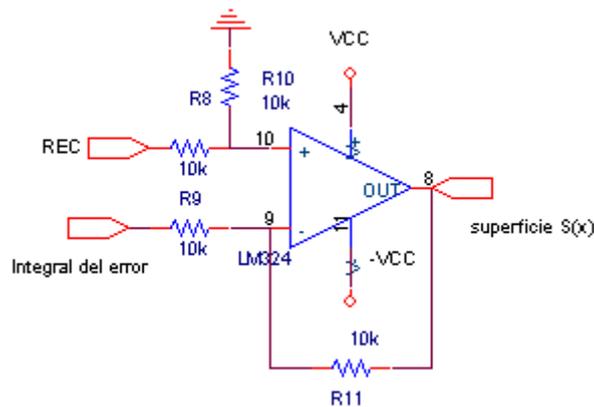


Figura 3.32 Circuito sumador ξ y \hat{x}_1

- El **comparador con histéresis** se diseño utilizando el integrado LM311, este circuito se encarga de comparar la superficie de deslizamiento con el valor de referencia de corriente, que en este caso corresponde a 4A.

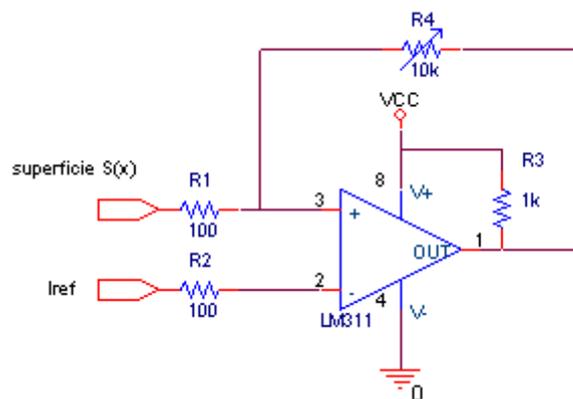


Figura 3.33 Implementación comparador con histéresis

3.3.2.2 Resultados experimentales

En el siguiente apartado se comentarán los diferentes resultados experimentales del prototipo. Las medidas se realizaron en un osciloscopio Tektronix TDS754C y se utilizaron 2 fuentes de continua, una para alimentar el convertidor boost y la otra para alimentar los diferentes amplificadores operacionales (± 15 Voltios).

En primer lugar se van a presentar los transitorios de las variables de estado, en la figura 3.34 la señal CH1 corresponde a la tensión de salida y la señal del CH2 a la

corriente en el inductor. Se puede observar que el tiempo de establecimiento es de 3.2 ms, el sobre-impulso de tensión es de 23V, el sobre-impulso de corriente es de 7.2A.

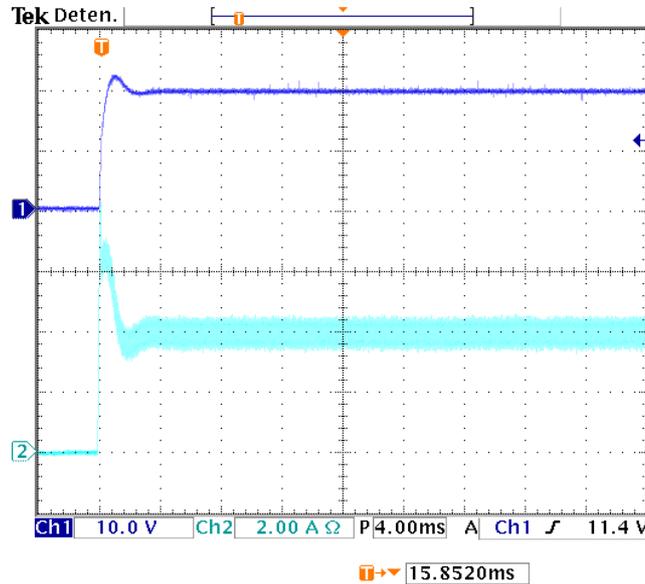


Figura 3.34 Señal experimental de la tensión de salida y de corriente en el boost al aplicar (3.80)

De esta aproximación se puede determinar la frecuencia de conmutación correspondiente a 66 KHz. El nivel promedio de la salida de tensión es de 20 Voltios y el de la corriente en el inductor es 4,1 Amperios. En cuanto al rizado de la corriente es de 1 Amperio pico-pico. Los resultados experimentales son similares a los de simulación excepto en el sobre-pico de corriente que cambia de 11A a 7.2 A en el prototipo. Estas diferencias se pueden deber a posibles atenuaciones debidas a elementos parásitos en el convertidor.

A continuación, se muestran algunas gráficas relacionadas con el comparador con histéresis. En la figura 3.35 aparecen dos señales: la triangular corresponde a la suma de la integral del error y el reconstructor de la corriente y, la onda cuadrada corresponde a la salida del comparador con histéresis. En la gráfica puede apreciarse que el ancho de histéresis efectivo es de aproximadamente de 800 mV. En la figura 3.36 se muestra la misma representación en modo XY, donde se puede apreciar el ciclo de histéresis.

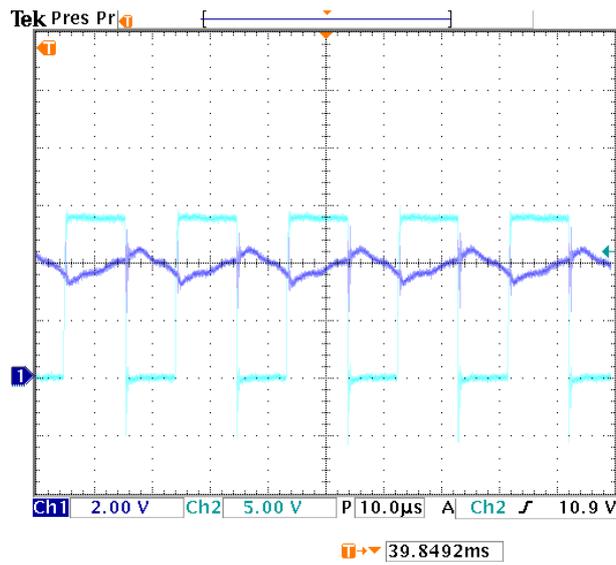


Figura 3.35 Entrada y salida del comparador con histéresis

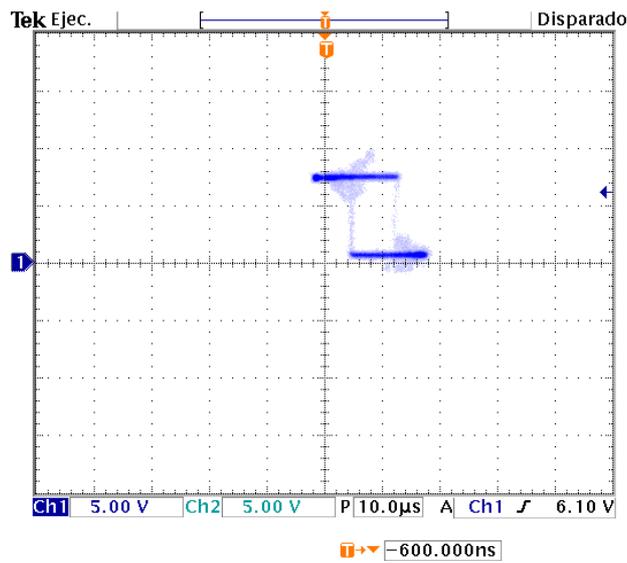


Figura 3.36 Salida del comparador con histéresis vs. su señal de entrada

La figura 3.37 y la figura 3.38 confirman la robustez del control propuesto ya que presentan la respuesta del sistema frente a perturbaciones de tensión de entrada y de carga respectivamente. Los cambios de V_g y R se realizaron bajo las mismas condiciones de simulación. El transitorio en cada caso es de 16 ms.

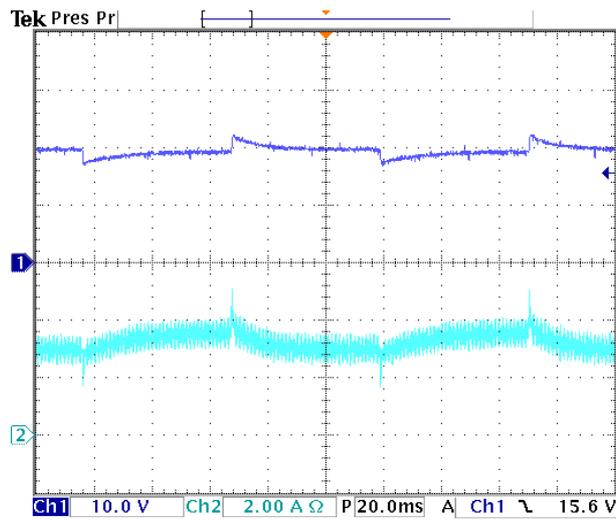


Figura 3.37 Respuesta cuando hay perturbaciones en la tensión de entrada al aplicar (3.80)

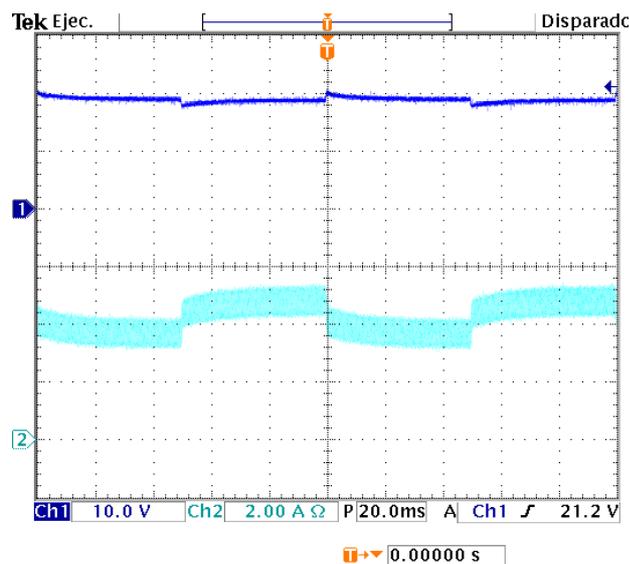


Figura 3.38 Respuesta frente a perturbaciones de carga al aplicar (3.80)

Se han realizado también pruebas de respuesta frente a perturbaciones en la señal tensión de referencia. La referencia se varió con una señal en escalón entre 1,7 y 2 Voltios y la respuesta se ilustra en la figura 3.39. La figura CH1 corresponde a la tensión de salida y CH2 a la corriente en la bobina. Como puede verse el sistema también es muy robusto frente a perturbaciones en la tensión de referencia.

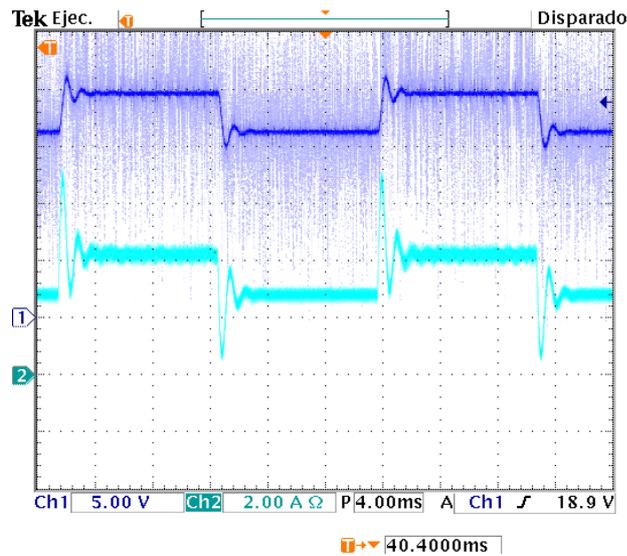


Figura 3.39 Respuesta frente a perturbaciones en la tensión de referencia al aplicar (3.80)

3.3.2.3 Conclusiones

En este primer prototipo se puede comprobar que la utilización de los reconstructores integrales como herramienta para el control de convertidores de potencia es muy útil porque puede evitar el uso de dispositivos de sensado de la corriente. La señal que se estima al usar el reconstructor integral, efectivamente se generó con la señal de control y la tensión de salida del convertidor, claro que para ello se acondicionaron estas señales para evitar la saturación de los amplificadores operacionales.

Por otra parte, se hicieron pruebas al factor integral del error modificando el valor de referencia de la tensión de salida (2 voltios) y se pudo observar que el sistema responde correctamente a cambios en dicho valor hasta cierto límite (1 a 3.5 voltios). Este ha sido uno de los bloques más difíciles de implementar porque el integrador básico para entradas muy pequeñas se saturaba. Por ello, se optó por un integrador que utiliza diodos zener para limitar la tensión a la salida, se utilizó configuración con diodos zener de 5.1 voltios.

Además, dado que el control en modo deslizante varía la frecuencia de conmutación, hace que el diseño de dispositivos como el integrador sea dispendioso e impredecible, porque no se sabe exactamente cual va a ser su ganancia y su nivel DC. Por ello, se hicieron pruebas en el integrador para un rango amplio de frecuencias (30-100 Khz)

determinando así cual eran los valores de resistencia y condensador más adecuados para evitar la saturación.

El diseño circuital plasmado en la figuras 3.28 a 3.33 se comparó con el modelo Orcad presentado en [SPI04]. Estos modelos se asemejan en la utilización de amplificadores operacionales para manipular las señales del convertidor boost, pero en el modelo de Spinetti se adiciona un multiplicador analógico para combinar la señal de conmutación con la señal de salida de tensión. En cuanto a los comparadores de tensión, se puede ver que [SPI04] utiliza fuentes de tensión como referencia pero sus valores son difíciles de llevar a la práctica por su carácter decimal. También se detalla que se le asigna un valor inicial a la corriente del inductor, a diferencia del modelo presentando en esta sección donde el lazo de control es independiente de la condición inicial de la corriente dado que se corrige con el factor integral del error de tensión.

Para finalizar este capítulo, a continuación, se hace un breve análisis del uso de las superficies no lineales en el control de convertidores CC/CC desde el punto de vista de la linealización extendida.

3.4 Aplicación del control modo deslizante utilizando superficies no lineales

En el control modo deslizante que se analizó previamente la naturaleza de las superficies es lineal, se observó que la tensión de salida debía superar un cierto nivel para que pudiera entrar en modo deslizante, fuera de la superficie de deslizamiento el control analizado no actúa. Es por ello que para resolver este problema se plantea en esta sección la inserción de no linealidades en las superficies de conmutación, buscando obtener mejoras en el transitorio de la respuesta desde condiciones iniciales nulas.

En el área de los convertidores conmutados CC/CC autores como Rios y Sira-Ramírez [RIO91] plantean el control en modo deslizante definiendo las superficies de conmutación a partir de la técnica de “linealización extendida” [Rugh]-[Baumann]. Dicha técnica se aplica en los convertidores boost y buck-boost y las superficies que se analizan son polinomios de grado dos.

En otras áreas, cabe mencionar el trabajo de Demin [DEM00] que presenta un controlador que emplea una superficie conmutada variante en el tiempo y no lineal llamada “Quasi-time-Optimal Switching-Surface”, esta clase de superficie permite que

el modo deslizante ocurra desde el tiempo inicial y que el sistema responda en tiempo cuasi-óptimo cuando el estado esta lejos del punto de equilibrio. El control se presenta y aplica en un vehículo submarino (AUV).

A continuación, se analiza el trabajo de Rios y Sira-Ramirez [RIO91] y se realizan simulaciones

3.4.1 Superficies de conmutación no lineales basadas en linealización extendida para el convertidor boost

El método de linealización extendida fue propuesto por W. Rugh y sus colaboradores [RUG91]. Este método utiliza la linealización aproximada como herramienta fundamental, ya que considera los dos primeros términos de la expansión en serie de Taylor de un sistema no lineal que trabaja en la vecindad de un punto de equilibrio constante. La diferencia radica en que en lugar de obtener un modelo linealizado para un punto en particular, se procede a obtener el modelo de carácter lineal para un punto de operación genérico. Logrando así, obtener una familia de modelos linealizados válidos para los puntos deseados.

A partir de estos modelos, la linealización extendida propone obtener un controlador lineal de manera que estabilice dichos modelos lineales. Y como objetivo último, este método busca un controlador no lineal que al ser linealizado alrededor del punto de equilibrio coincida con el controlador lineal diseñado para la familia de modelos linealizados.

Suponiendo un sistema no lineal de la forma:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, u) \\ y(t) &= h(x)\end{aligned}\tag{3.99}$$

donde f y h son una funciones analítica, es decir, desarrollables en serie de Taylor alrededor de un punto de equilibrio y suponiendo que $\partial f/\partial u$ es diferente de cero alrededor este punto; y considerando que $u = U$ es un punto de equilibrio constate y $X(U)$ es el vector de estado correspondiente al punto de equilibrio. Se cumple que:

$$\frac{dX(U)}{dt} = f(X(U), U) = 0\tag{3.100}$$

Si se considera que el sistema (3.99) sufre perturbaciones de tal forma que la señal de entrada y las variables de estado se pueden describir como:

$$u(t) = U + u_\delta(t) \quad x(t) = X(U) + x_\delta(t) \quad (3.101)$$

donde u_δ y $x_\delta(t)$ son las señales de perturbación. En virtud del teorema de expansión en serie de Taylor, se puede escribir los valores perturbados de las funciones f y h como:

$$f(X(U) + x_\delta(t), U + u_\delta(t)) = f(X(U), U) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(X,U)} x_\delta(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(X,U)} u_\delta(t) + \dots \quad (3.102)$$

$$h(X(U) + x_\delta(t)) = h(X(U)) + \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(X)} x_\delta(t) + \dots \quad (3.103)$$

Teniendo en cuenta que $f(X(U), U) = 0$ y si se desprecian los términos de orden superior de la serie de Taylor, se puede calcular la derivada del estado perturbado como:

$$\dot{x}_\delta(t) = Ax_\delta(t) + Bu_\delta(t) \quad (3.104)$$

donde

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(X,U)} \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(X,U)}$$

y la salida perturbada corresponde a

$$y_\delta(t) = Cx_\delta(t) \quad (3.105)$$

donde $C = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(X)} x_\delta(t)$

Si se asume que el par (A, B) son controlables, el sistema (3.104) puede ser transformado en una realización canónica controlable de la forma:

$$\zeta_\delta = P(U)x_\delta \quad (3.106)$$

La matriz no singular $P(U)$ se obtiene de la siguiente expresión:

$$P^{-1}(U) = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]M(U) \quad (3.107)$$

con

$$M(U) = \begin{bmatrix} \alpha_1(U) & \alpha_2(U) & \dots & 1 \\ \alpha_2(U) & \alpha_3(U) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_n(U) & 1 & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

donde

$$\det[\lambda I - A] = \lambda^n + \alpha_{n-1}(U)\lambda^{n-1} + \alpha_{n-2}(U)\lambda^{n-2} + \dots + \alpha_0(U)$$

De tal manera que el sistema transformado a la forma canónica controlable se escribe como:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_{1\delta}(t) &= \zeta_{2\delta}(t) \\ \dot{\zeta}_{2\delta}(t) &= \zeta_{3\delta}(t) \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_{(n-1)\delta}(t) &= \zeta_n(t) \\ \dot{\zeta}_{n\delta}(t) &= -\alpha_{n-1}(U)\zeta_{n\delta} - \alpha_{n-2}(U)\zeta_{(n-1)\delta} - \dots - \alpha_0(U)\zeta_{1\delta} + u \end{aligned} \quad (3.108)$$

A partir del modelo (3.108) se puede encontrar una superficie lineal de la forma:

$$\sigma = \left\{ \zeta_\delta \in \mathfrak{R}^n \mid S(\zeta_\delta) = \sum_{i=1}^n c_i \zeta_{i\delta} = 0 \right\} \quad (3.109)$$

donde los coeficientes c_i son independientes del punto de equilibrio y se escogen de tal forma que las raíces del polinomio característico cumplen:

$$\sum_{i=1}^n c_i \lambda^{i-1} = 0 \quad (3.110)$$

La superficie (3.109) se reescribe en términos de las variables originales, de tal forma que:

$$S(x, U) = 0 \quad (3.111)$$

es una superficie no lineal. A partir de este punto, se debe hacer el análisis de la superficie (3.111): calcular su dinámica de deslizamiento ideal, sus puntos de equilibrio y demostrar que esta superficie permite que el sistema realimentado es estable en determinada región de deslizamiento.

A continuación, se aplican estos conceptos, siguiendo [RUG91], para encontrar una superficie no lineal en el convertidor boost de la figura 3.4. Las ecuaciones diferenciales que modelan este sistema son:

$$L \frac{dx_1}{dt} = V_g - x_2(1-u) \quad (3.112)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1(1-u) - \frac{x_2}{R} \quad (3.113)$$

Asociado al sistema (3.112) y (3.113) y bajo el supuesto de conmutación rápida, se puede definir el modelo promediado reemplazando el control discontinuo u por una función continua y suave μ de la forma:

$$L \frac{dz_1}{dt} = V_g - z_2(1-\mu) \quad (3.114)$$

$$C \frac{dz_2}{dt} = z_1(1-\mu) - \frac{z_2}{R} \quad (3.115)$$

donde el vector de estado ahora se denota por $z = [z_1 \ z_2]^T$ y los puntos de equilibrio son: $Z_{1e} = \frac{V_g}{(1-D)^2 R}$, $Z_{2e} = \frac{V_g}{(1-D)}$ y $\mu_e = D$. En este caso, D se encuentra entre 0 y 1.

Linealizando el sistema (3.114) y (3.115) alrededor de su punto de equilibrio, se obtiene el siguiente sistema lineal:

$$\dot{z}_\delta = A(D)z_\delta + b(D)\mu_\delta \quad (3.116)$$

donde

$$A(D) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{1-D}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B(D) = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L(1-D)} \\ -\frac{V_g}{RC(1-D)^2} \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

y $z_\delta = z - Z_e(D)$

Bajo la premisa que el par $[A(D), B(D)]$ es controlable, una realización similar a (3.106) existe y es:

$$\begin{bmatrix} \zeta_{1\delta} \\ \zeta_{2\delta} \end{bmatrix} = \frac{L^2 C^2 R^2 (1-D)^3}{V_g^2 (2L - CR^2 (1-D)^2)} \begin{bmatrix} -\frac{V_g}{RC(1-D)^2} & -\frac{V_g}{L(1-D)} \\ -\frac{V_g}{LC} & \frac{2V_g}{RLC(1-D)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1\delta} \\ z_{2\delta} \end{bmatrix} \quad (3.118)$$

y la transformación del sistema a la forma canónica controlable es:

$$\dot{\zeta}_{1\delta} = \zeta_{2\delta} \quad (3.119)$$

$$\dot{\zeta}_{2\delta} = -\frac{1}{RC} \zeta_{2\delta} - \frac{(1-D)^2}{LC} \zeta_{1\delta} + \mu_\delta \quad (3.120)$$

Se propone a partir de la dinámica (3.119) y (3.120) una superficie lineal con coordenadas de estado transformadas de la forma:

$$S_\delta(\zeta_\delta) = \zeta_{2\delta} + c_1 \zeta_{1\delta} \quad (3.121)$$

$$\dot{\zeta}_{1\delta} = -c_1 \zeta_{1\delta}; \quad c_1 > 0 \quad (3.122)$$

Que al cambiarse a las coordenadas originales se escribe como:

$$S_\delta(z_\delta) = \left[\frac{-V_g (c_1 L + R(1-D)^2)}{RLC(1-D)^2} \right] z_{1\delta} + \left[\frac{V_g (2 - c_1 RC)}{RLC(1-D)} \right] z_{2\delta} \quad (3.123)$$

y reemplazando las variables perturbadas se obtiene:

$$S(z, D) = -\frac{V_g}{LC} (z_1 - Z_1(D)) - \frac{c_1}{2C} (z_1^2 - Z_1^2(D)) + \frac{2 - RCc_1}{2RLC} (z_2^2 - Z_2^2(D)) \quad (3.124)$$

Se puede a partir de esta superficie calcular el control equivalente si se cumplen las condiciones de invarianza (3.10) y (3.11):

$$\mu_{eq} = -1 + \frac{CR^2 V_g^2 + CR^2 c_1 z_1 L V_g + 2z_2^2 L - z_2^2 L R C c_1}{R x_2 (RC V_g + 2z_1 L)} \quad (3.125)$$

La región de existencia del modo deslizante, esta dado por la zona limitada entre los valores del plano $z_1 - z_2$, tal que, $0 < \mu_{eq} < 1$. Para simplificar cálculos de la dinámica ideal de deslizamiento se reemplazaron los parámetros de un boost con $R=10\Omega$, $L=100\mu\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$, $V_g = 10 \text{ V}$, $V_e = 20 \text{ V}$ y $i_e = 4 \text{ A}$ y las condiciones iniciales cero.

$$\frac{dz_1}{dt} = \frac{-200z_2 - 4z_1z_2 + 2000 + 20z_1 + 0.01c_1z_1 + 0.2z_2^2 - 10^{-4}z_2^2c_1}{0.01 + 0.0002z_1} \quad (3.126)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \frac{200z_1z_2 + 4z_1^2z_2 - 10z_2^2 - 0.4z_2^2z_1 - 1000z_1 - 0.01z_1^2c_1 + 10^{-4}z_1z_2^2c_1}{0.01z_2 + 0.0002z_1z_2}$$

La respuesta del sistema realimentado cuando se tiene la superficie (3.124) se observa en la figura 3.40, cuando $c_1 = 1450$:

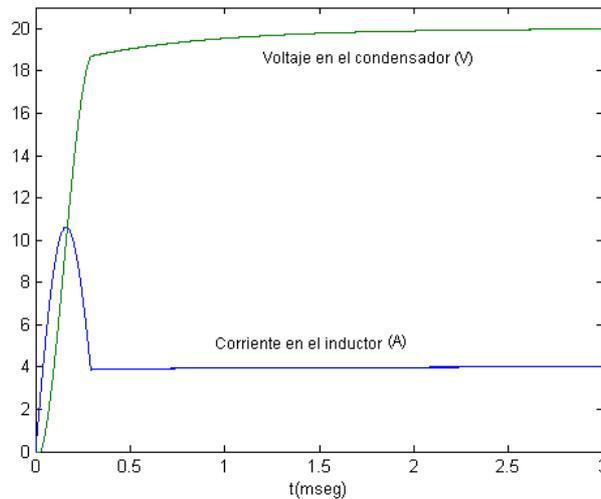


Figura 3.40 Respuesta del sistema a la superficie (3.124)

Como se observa, el funcionamiento del sistema realimentado es perfecto pero la dinámica expresada en coordenadas originales es muy no lineal con lo que sólo es aplicable a entornos acotados. Finalmente, se exponen las conclusiones de la aplicabilidad del control en modo deslizamiento analizado en este capítulo.

3.5 Conclusiones del control en modo deslizamiento

En este capítulo se presenta de manera sencilla la aplicación de una estrategia de control no lineal denominada control en modo deslizamiento. Su aplicación se centró principalmente al control del convertidor boost y permitió regular de manera indirecta la tensión de salida. Se analizó en particular la superficie: corriente en el inductor igual a constante y se le adicionó un factor integral para eliminar el error en estado estacionario. Las simulaciones y resultados experimentales coinciden y demostraron la robustez del sistema al aplicar esta técnica

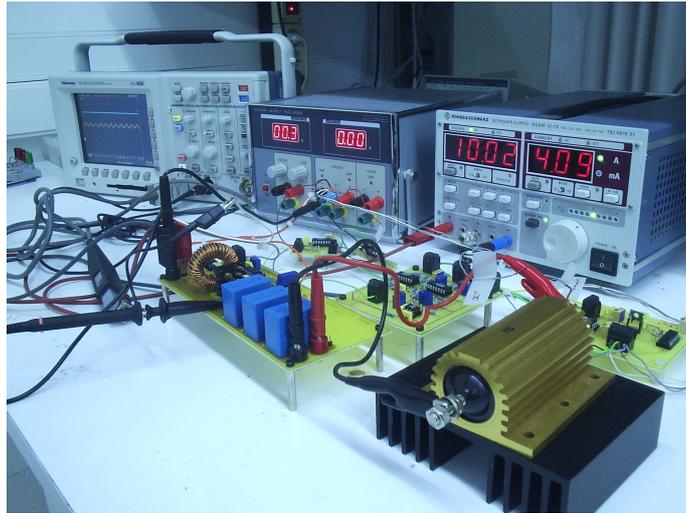
En cuanto a la implementación de esta técnica, sin PWM, se encontró que el diseño de elementos RC puede llegar a complicarse porque el sistema realimentado tiene frecuencia de conmutación variable y su valor depende del ancho de histéresis.

El aporte principal del capítulo, se centra en el análisis de la superficie de corriente que incluye el reconstructor integral como alternativa para evitar el uso de sensores de corriente. Se observó en el análisis teórico que el sistema realimentado es estable y a través de las simulaciones y de los resultados experimentales se comprobó que el lazo de control nos lleva a un sistema robusto.

Por otra parte, se hizo un breve análisis de las superficies no lineales desde el punto de vista de la linealización extendida. Como futuro trabajo se plantea la implementación experimental de superficies de tipo no lineal.

Capítulo 4

CONTROL BASADO EN PASIVIDAD



El control basado en pasividad se fundamenta en conceptos de energía y consiste básicamente en encontrar, para un sistema dinámico, una relación donde la planta almacene menos energía de la que absorbe a través de su interconexión con el controlador.

En el ámbito del control autores como Moylan [MOY74] y Williams [WILL72] plantearon las condiciones necesarias para determinar si un sistema es pasivo. La determinación se realiza a través de una función de almacenamiento. Mientras que [BYR91] se interesa por el estudio de la estabilidad del sistema pasivo realimentado, introduciendo conceptos cercanos a la dinámica cero.

Esta técnica también se ha aplicado en el campo de los convertidores de potencia CC/CC, cabe mencionar el trabajo de Sanders [SAN92] el cual analiza la propiedad de pasividad y demuestra con simulaciones la eficacia de esta técnica en un convertidor buck-boost. En el diseño utiliza la energía incremental para derivar una función de almacenamiento y aplicar el concepto de pasividad para deducir la ley de control. También, se puede considerar el trabajo de Sira [SIR95], en el cual los convertidores se encuentran descritos como sistemas Euler-Lagrange. Entre otros trabajos más recientes, se encuentra el de Leyva [LEY00], el cual adiciona al trabajo de Sanders el

uso de un factor integral en la dinámica del sistema para eliminar el error en estado estacionario. Dicha técnica la analizó en el convertidor boost y en el buck de dos inductores garantizando con las leyes de control aportadas la estabilidad en gran señal y error en estado estacionario nulo.

En este capítulo se revisa la definición de la pasividad y su aplicación al control de convertidores. De manera particular, se aplica el control basado en pasividad al convertidor boost. Además, se hace uso de reconstructores integrales, analizados en el capítulo 2, para la observación de la corriente en el inductor. De este modo el esquema de control realimentado usa solamente la tensión en el condensador de salida. Además, se asegurará la estabilidad en gran señal del regulador conmutado.

4.1 Pasividad

Antes de revisar la noción de pasividad, se ha considerado conveniente motivar este concepto con algunos ejemplos de teoría de circuitos. Dado que la potencia es la razón de cambio con la que se absorbe o consume la energía. Luego se cumple la siguiente expresión:

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad (4.1)$$

donde $w(t)$ es la energía, $p(t)$ es la potencia y t es el tiempo. Es decir,

$$w(t) = \int_{t_0}^t p(t) dt \quad (4.2)$$

Considere un circuito resistivo con dos terminales como el que se muestra en la figura 4.1, donde la tensión de entrada es u y la corriente que fluye a través de los terminales es y . Si se asume que la relación entre u e y es $u = Ry$ donde R es la resistencia del circuito. El circuito se define como elemento pasivo si $u \cdot y \geq 0$ entonces la energía que se absorbe por el circuito es positiva. Si $u \cdot y < 0$ entonces el dispositivo entrega energía y se dice que el dispositivo es activo.

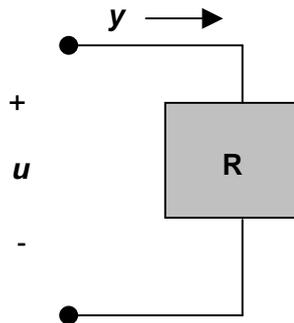


Figura 4.1 Circuito resistivo

La aplicación del concepto de pasividad implica la existencia de tres funciones de energía: la función de almacenamiento (que representa la energía almacenada en el sistema), una función de suministro (que es la energía externa recibida por el sistema) y una función de disipación (que representa la energía total disipada por el sistema en algún intervalo de tiempo).

Una definición, extendida al ámbito de los sistemas dinámicos, también se puede conseguir a través de una visión eléctrica al considerar el sistema no lineal (4.3):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{4.3}$$

donde $f: R^n \times R^p \rightarrow R^n$ es continua, $h: R^n \times R^p \rightarrow R^p$ es continua, $f(0) = 0$, y $h(0) = 0$, u es la entrada de tensión e y la salida de corriente como se representa en la figura 4.2.

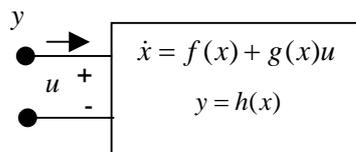


Figura 4.2 Visión circuital del sistema

Entonces (4.3) es pasivo si existe una función $V(x)$ semidefinida positiva, diferenciable y continua, denominada *función de almacenamiento* tal que:

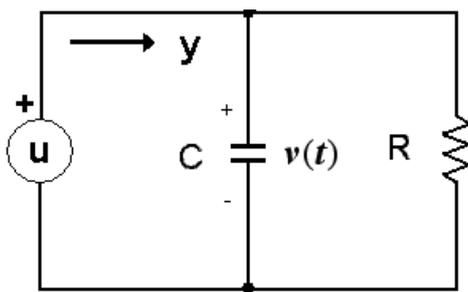
$$\int_0^t u(\sigma)y(\sigma)d\sigma \geq V(x(t)) - V(x(0)) \quad \forall t \geq 0 \tag{4.4}$$

Es decir, un sistema se denota como pasivo si la potencia que suministra la fuente es siempre mayor que el incremento de energía almacenada en el sistema, donde la potencia es $u \cdot y$. Si esta condición se cumple para todo t , entonces también es cierta la siguiente desigualdad:

$$u(t)y(t) \geq \dot{V}(x(t), u(t)) \quad (4.5)$$

A continuación, se muestran estos conceptos en dos ejemplos:

Ejemplo 4.1: En el circuito RC de la figura 4.3 la potencia suministrada por la fuente siempre será mayor que la energía almacenada en el circuito, cuando las condiciones iniciales son nulas.



$$u = v(t)$$

$$y = C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R}$$

Figura 4.3 Circuito RC

es decir,

$$\int_0^t y(\sigma)u(\sigma)d\sigma \geq V(x(t)) - V(x(0)) \quad (4.6)$$

donde la variable $x(t) = v(t)$ es la tensión en el condensador. Evaluando la expresión (4.6) se obtiene:

$$\int_0^t \left(C u \frac{du}{d\sigma} + \frac{u^2}{R} \right) d\sigma \geq \int_0^t \left(C u \frac{du}{d\sigma} \right) d\sigma = C \frac{u(t)^2}{2} - C \frac{u(0)^2}{2} \quad (4.7)$$

Si la condición inicial es $u(0) = 0$ entonces:

$$\int_0^t \left(C u \frac{du}{d\sigma} + \frac{u^2}{R} \right) d\sigma \geq \int_0^t \left(C u \frac{du}{d\sigma} \right) d\sigma = C \frac{u^2(t)}{2} = C \frac{v^2(t)}{2} \quad (4.8)$$

La función de almacenamiento de energía es $V(x(t)) = C \frac{v^2(t)}{2}$.

Ejemplo 4.2: En un circuito RLC de la figura 4.4 la corriente que fluye por el inductor es x_1 y la tensión a través del condensador es la variable de estado x_2 . La corriente total de salida de la fuente es y .

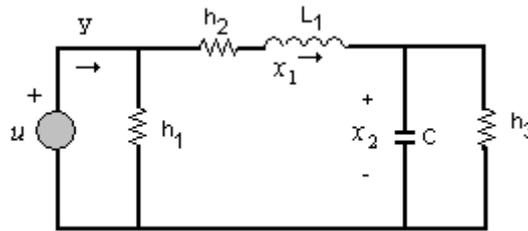


Figura 4.4 Circuito RLC

Las ecuaciones de estado pueden ser escritas como

$$\begin{aligned} L\dot{x}_1 &= u - h_2(x_1) - x_2 \\ C\dot{x}_2 &= x_1 - h_3(x_2) \\ y &= h_1(u) + x_1 \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde $h_1 = R_1$, $h_2 = R_2$ y $h_3 = 1/R_3$. La función de almacenamiento es:

$$V(x) = \frac{1}{2}Lx_1^2 + \frac{1}{2}Cx_2^2 \quad (4.10)$$

si se deriva a ambos lados, se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V} &= Lx_1\dot{x}_1 + Cx_2\dot{x}_2 \\ &= x_1[u - h_2(x_1) - x_2] + x_2[x_1 - h_3(x_2)] \\ &= x_1[u - h_2(x_1)] - x_2h_3(x_2) \\ &= [x_1 + h_1(u)]u - uh_1(u) - x_1h_2(x_1) - x_2h_3(x_2) \\ &= uy - uh_1(u) - x_1h_2(x_1) - x_2h_3(x_2) \end{aligned} \quad (4.11)$$

De donde se obtiene que

$$uy = \dot{V} + uh_1(u) + x_1h_2(x_1) + x_2h_3(x_2) \geq \dot{V} \quad (4.12)$$

el término uy es la potencia entregada por el circuito y los términos $uh_1(u) + x_1h_2(x_1) + x_2h_3(x_2)$ representan la potencia absorbida en los resistores. La

suma de estos tres términos es positiva por lo tanto $u^T y \geq \dot{V}$, lo cual implica que el circuito RLC es pasivo.

A continuación, introduciremos algunos matices extraídos de [KHA02] de la definición de pasividad dada en (4.5)

Definición: Considere un sistema representado por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u)\end{aligned}\tag{4.13}$$

donde $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es localmente Lipschitz $f(0,0)=0$ y h es continua $h(0,0)=0$ se denomina pasivo si existe una función definida positiva simétrica (llamada función de almacenamiento), tal que

$$u^T y \geq \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u)\tag{4.14}$$

Además,

- El sistema es sin pérdidas si $u^T y = \dot{V}$.
- El sistema es estrictamente pasivo respecto a la entrada si $u^T y \geq \dot{V} + u^T \phi(u)$ para alguna función ϕ donde $u^T \phi(u) > 0, \forall u \neq 0$.
- El sistema es estrictamente pasivo respecto a la salida si $u^T y \geq \dot{V} + y^T \rho(y)$ para alguna función ρ donde $y^T \rho(y) > 0, \forall y \neq 0$.
- El sistema es estrictamente pasivo respecto al estado si $u^T y \geq \dot{V} + \psi(x)$ para alguna función definida positiva ψ .

De manera más estricta se puede estudiar en [KHA02] las características de estabilidad que presentan esta clase de sistemas. A continuación, se esquematizan las condiciones bajo las cuales la pasividad implica la estabilidad de un sistema. Primero necesitamos la siguiente definición:

Definición: El sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u)\end{aligned}\tag{4.15}$$

se dice que es de estado cero observable si ninguna solución de $\dot{x} = f(x,0)$ permanece en

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid h(x,0) = 0\} \quad (4.16)$$

excepto la solución trivial $x(t) = 0$.

Teorema 4.1: Si el sistema es pasivo con una función de almacenamiento V , entonces el origen de $\dot{x} = f(x,0)$ es estable.

Demostración: Tomando V como una función candidata de Lyapunov para $\dot{x} = f(x,0)$. Entonces $\dot{V} \leq 0$. \diamond

Teorema 4.2: Considere el sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde f es localmente Lipschitz ($f(0,0) = 0$) y h es continua ($h(0,0) = 0$). Si este sistema es estrictamente pasivo respecto a la salida con $u^T y \geq \dot{V} + \delta y^T y$ ($\delta > 0$) entonces es de ganancia finita L_2 estable con una ganancia menor o igual a $1/\delta$.

Demostración: La derivada de la función de almacenamiento

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq u^T y - \delta y^T y \\ &= -\frac{1}{2\delta} (u - \delta y)^T (u - \delta y) + \frac{1}{2\delta} u^T u - \frac{\delta}{2} y^T y \\ &\leq \frac{1}{2\delta} u^T u - \frac{\delta}{2} y^T y \end{aligned}$$

Integrando en el intervalo $[0, \tau]$ da,

$$\int_0^\tau y^T y dt \leq \frac{1}{\delta^2} \int_0^\tau u^T(t) u(t) dt - \frac{2}{\delta} [V(x(\tau)) - V(x(0))] \quad (4.18)$$

Lo cual implica que

$$\|y_T\|_{L_2} \leq \frac{1}{\delta} \|u_T\|_{L_2} + \sqrt{\frac{2}{\delta} V(x(0))} \quad (4.19)$$

Teorema 4.3: El origen de $\dot{x} = f(x,0)$ es asintóticamente estable si el sistema es

- Estrictamente pasivo respecto al estado o
- Estrictamente pasivo respecto a la salida y de estado cero observable.

Demostración: Suponga que el sistema es estrictamente pasivo y V es su función de almacenamiento. Esto implica que $\dot{V} \leq -\chi(x)$ cuando $u=0$ donde χ es definida positiva. Se puede usar esta inecuación para demostrar que V es definida positiva y por eso infiere estabilidad asintótica.

Ahora suponga que el sistema es estrictamente pasivo respecto a la salida con función de almacenamiento V . Luego $\dot{V} \leq -y^T \rho(y)$ cuando $u=0$ y donde $y^T \rho(y) > 0$ para todo $y \neq 0$. Nuevamente se usa esto para mostrar que V no crece y por eso se deduce estabilidad asintótica.

4.2 Control basado en pasividad

En la sección anterior se resumieron los conceptos básicos de los dispositivos pasivos y las características de estabilidad que tienen este tipo de sistemas. A continuación, se explica cual es el método para utilizar la pasividad y el concepto de estado cero observable en el diseño de lazos de control [KHA02].

Considere un sistema pasivo que tiene la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \tag{4.20}$$

con una función de almacenamiento V tal que

$$\frac{dV}{dt} \leq u^T y \tag{4.21}$$

Si este sistema no es estrictamente pasivo con respecto a la salida, se puede usar una realimentación que haga esto. Considere la realimentación

$$u = -ky + v \tag{4.22}$$

donde $k > 0$ y donde $v \in \mathfrak{R}^m$ es una nueva entrada. Entonces el sistema en lazo cerrado satisface

$$\frac{dV}{dt} \leq v^T y - k \|y\|^2 \quad (4.23)$$

lo cual es estrictamente pasivo con respecto a la salida. Si este sistema es también de estado cero observable entonces se puede usar el teorema 4.3 para deducir la estabilidad asintótica del sistema.

A continuación se aplica el concepto de pasividad al control de convertidores conmutados de potencia. Los ejemplos se fundamentan en el estudio realizado por Sanders [SAN92] y Leyva [LEY01]. Posteriormente se extienden el uso de reconstructores integrales a estas leyes de control.

4.3 Aplicación del control por pasividad a los convertidores CC/CC conmutados

4.3.1 Aplicación del control por pasividad al convertidor boost

La figura 4.5 muestra un convertidor boost cuyo comportamiento durante t_{ON} y t_{OFF} se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + B_1 & \text{para } 0 \leq t \leq t_{ON} \\ \dot{x} &= A_2 x + B_2 & \text{para } t_{ON} \leq t \leq T_s \end{aligned} \quad (4.24)$$

siendo $x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}$ el vector de estado y

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

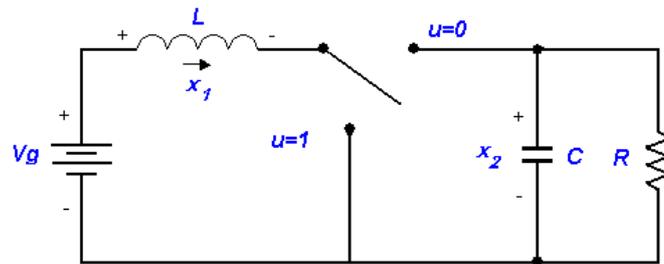


Figura 4.5 Convertidor Boost

La ecuación (4.24) se puede expresar de una forma más compacta como:

$$\dot{x} = (A_1x + B_1)u + (A_2x + B_2)(1-u) \quad (4.25)$$

esto es equivalente a:

$$\dot{x} = A_2x + B_2 + (A_1 - A_2)xu + (B_1 - B_2)u \quad (4.26)$$

donde $u = 1$ durante t_{ON} y $u = 0$ durante t_{OFF} .

En el convertidor boost $B_1 = B_2$, lo que simplifica la expresión (4.26) a:

$$\dot{x} = A_2x + B_2 + (A_1 - A_2)xd \quad (4.27)$$

El modelo puede ser aproximado por un modelo continuo [MIDD76] donde la variable d esta acotada en el intervalo $[0,1]$. Considerando que las variables de estado consisten de dos componentes:

$$\begin{aligned} x(t) &= X_e + \tilde{x}(t) \\ d(t) &= D_e + \tilde{d}(t) \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde X_e y D_e representan los valores en equilibrio y, $\tilde{x}(t)$ y $\tilde{d}(t)$ los valores incrementales de las variables de estado y el ciclo de trabajo respectivamente.

Por tanto, la ecuación (4.27) puede ser escrita por:

$$(\dot{X}_e + \dot{\tilde{x}}) = A_2(X_e + \tilde{x}) + B_2 + (A_1 - A_2)(X_e + \tilde{x})(D_e + \tilde{d}) \quad (4.29)$$

Esta expresión se puede simplificar de la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{d} + b\tilde{d} \quad (4.30)$$

siendo

$$A = A_2 + (A_1 - A_2)D_e$$

$$B = (A_1 - A_2)$$

$$b = (A_1 - A_2)X_e$$

y las matrices A , B y b están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D_e'}{L} \\ \frac{D_e'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad b = \begin{bmatrix} \frac{v_e}{L} \\ -\frac{i_e}{C} \end{bmatrix}$$

donde $D_e' = 1 - D_e$.

La dinámica incremental se resume entonces en las siguientes ecuaciones:

$$L \frac{d\tilde{i}}{dt} = -D_e' \tilde{v} + \tilde{v} \tilde{d} + v_e \tilde{d} \quad (4.31)$$

$$C \frac{d\tilde{v}}{dt} = D_e' i - \frac{1}{R} \tilde{v} - \tilde{i} \tilde{d} - i_e \tilde{d} \quad (4.32)$$

Si se considera la energía incremental del sistema (4.31)-(4.32) con una función de almacenamiento de la forma:

$$V(\tilde{x}) = L \frac{\tilde{i}^2}{2} + C \frac{\tilde{v}^2}{2} \quad (4.33)$$

O de manera genérica se puede expresar como:

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T Q \tilde{x} \quad (4.34)$$

donde Q se define positiva:

$$Q = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Al evaluar la derivada de $V(\tilde{x})$ se obtiene:

$$\frac{d}{dt} V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} [\dot{\tilde{x}}^T Q \tilde{x} + \tilde{x}^T Q \dot{\tilde{x}}] \quad (4.36)$$

$$\frac{d}{dt} V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T (QA + A^T Q) \tilde{x} + \frac{1}{2} [\tilde{x}^T (QB + B^T Q) \tilde{x} + 2b^T Q \tilde{x}] \dot{\tilde{d}} \quad (4.37)$$

Por lo tanto,

$$\frac{d}{dt}V(\tilde{x}) = -\frac{\tilde{v}^2}{R} + (-i_e * \tilde{v} + v_e * \tilde{i})\tilde{d} \quad (4.38)$$

Si se toma como señal de salida:

$$\tilde{y} = \frac{1}{2} [\tilde{x}^T (QB + B^T Q)\tilde{x} + 2b^T Q\tilde{x}] \quad (4.39)$$

es decir,

$$\tilde{y} = v_e * \tilde{i} - i_e * \tilde{v} \quad (4.40)$$

se demuestra la pasividad de la relación entrada-salida, dado que:

$$\frac{d}{dt}V(\tilde{x}) = -\frac{\tilde{v}^2}{R} + \tilde{y}\tilde{d} \leq \tilde{y}\tilde{d} \quad (4.41)$$

Por lo tanto, con la salida (4.40) se cumple que la potencia suministrada a la red $\tilde{y}\tilde{d}$ en todo instante de tiempo es mayor o igual que el incremento en la energía almacenada $\left(\frac{d}{dt}V(\tilde{x})\right)$ en ese instante.

Con la nueva salida (4.40) se pueden construir leyes de control de la forma:

$$\tilde{d} = -\alpha\tilde{y} \quad (4.42)$$

donde α es un escalar positivo. Considerando esta entrada de control y la desigualdad (4.41) se obtiene que:

$$\frac{d}{dt}V(\tilde{x}) \leq -\alpha\tilde{y}^2 \quad (4.43)$$

Obsérvese que la ley de control es:

$$\tilde{d} = -\alpha(v_e * \tilde{i} - i_e * \tilde{v}) \quad (4.44)$$

Así la expresión (4.43) muestra la estabilidad del sistema en lazo cerrado porque $V(x)$ es definida positiva y su derivada $\dot{V}(x) \leq 0$.

Teniendo en cuenta el hecho de que el ciclo de trabajo d está restringido entre los valores 0 y 1, es decir, $0 < d < 1$, se establecen los límites de saturación al ciclo de trabajo incremental \tilde{d} .

Es decir, dicho ciclo de trabajo incremental estará acotado por:

$$0 < D_e + \tilde{d} < 1 \quad (4.45)$$

Por lo que \tilde{d} estará entre un valor máximo \tilde{d}_{\max} y un valor mínimo \tilde{d}_{\min} de la siguiente forma:

$$\tilde{d}_{\min} < \tilde{d} < \tilde{d}_{\max} \quad (4.46)$$

siendo $\tilde{d}_{\min} = -D_e$ y $\tilde{d}_{\max} = 1 - D_e$.

Gráficamente se puede representar de la siguiente forma:

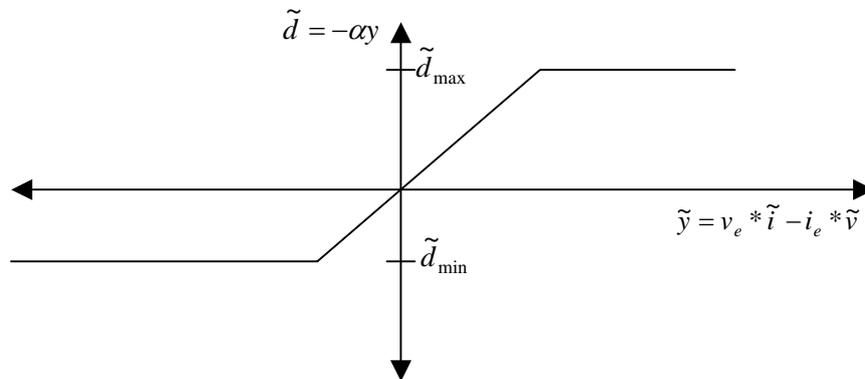


Figura 4.6 Niveles de saturación del ciclo de trabajo

Puesto que i_e y v_e son términos constantes y las variables \tilde{i} y \tilde{v} son variables medibles, entonces la saturación del ciclo de trabajo sólo afectará a la función α . Para entender mejor el comportamiento de α se ha representado en la figura 4.7 su evolución respecto a \tilde{y} . De esta gráfica se concluye que α no es necesariamente una función constante porque se convierte en una función no lineal cuando el ciclo de trabajo incremental \tilde{d} se satura. Gracias a este análisis, se demuestra que a pesar de la saturación del ciclo de trabajo la salida retorna a su estado estacionario debido al efecto decreciente que tiene α .

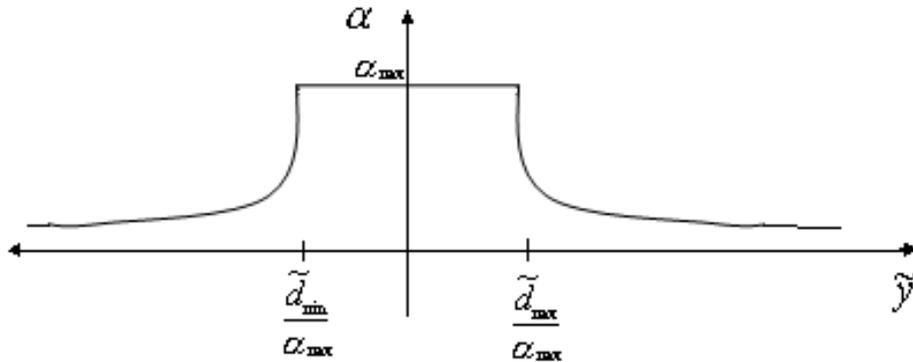


Figura 4. 7 Variación de α versus \tilde{y}

Para escoger el valor máximo de α se realizará el estudio en pequeña señal de la ganancia de lazo. Puesto que la ley de control es $\tilde{d} = -\alpha(v_e \tilde{i} - i_e \tilde{v})$, la correspondiente ganancia de lazo vendrá dada por:

$$T(s) = -\alpha_{max} \left(v_e \frac{\tilde{i}(s)}{\tilde{d}(s)} - i_e \frac{\tilde{v}(s)}{\tilde{d}(s)} \right) = \quad (4.47)$$

donde $\frac{\tilde{i}(s)}{\tilde{d}(s)}$ y $\frac{\tilde{v}(s)}{\tilde{d}(s)}$ se obtienen del modelo linealizado de (4.31) y (4.32), el resultado

es:

$$T(s) = -\alpha_{max} \left(\frac{sRCv_e^2 + v_e^2 + sRLi_e^2}{s^2RLC + sL + R(1 - D_e)^2} \right) \quad (4.48)$$

En la figura 4.8 muestra el lugar geométrico de las raíces para valores de α_{max} entre $6 \cdot 10^{-4}$ y $4 \cdot 10^{-3}$ cuando se considera un convertidor boost con: $L = 100 \mu H$, $C = 100 \mu F$, $R = 10 \Omega$, $V_g = 10V$ y $D_e = 0.5$. Los puntos de equilibrio son: $i_e = 4A$ y $v_e = 20V$.

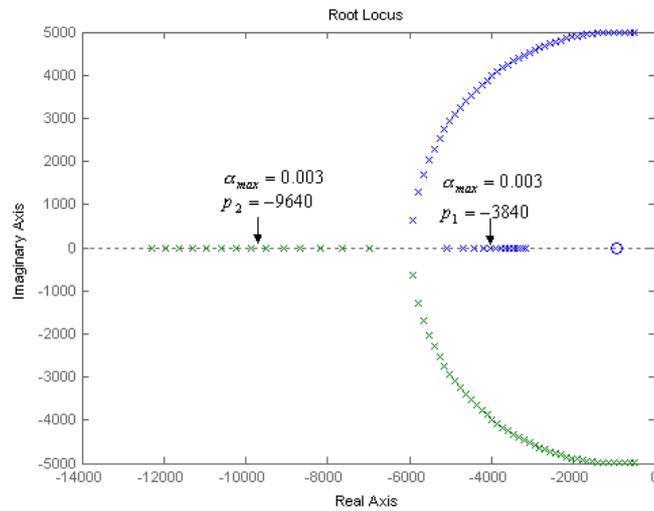


Figura 4.8 Lugar geométrico en función de α_{max} para la ganancia de lazo (4.47)

En la figura 4.9a se observa la evolución de la señal de salida y de la corriente en el inductor cuando $\alpha_{max} = 3 \cdot 10^{-3}$ y la frecuencia de conmutación del PWM es de 50Khz . Por otra parte, en la figura 4.9b se observa la evolución del ciclo de trabajo d .

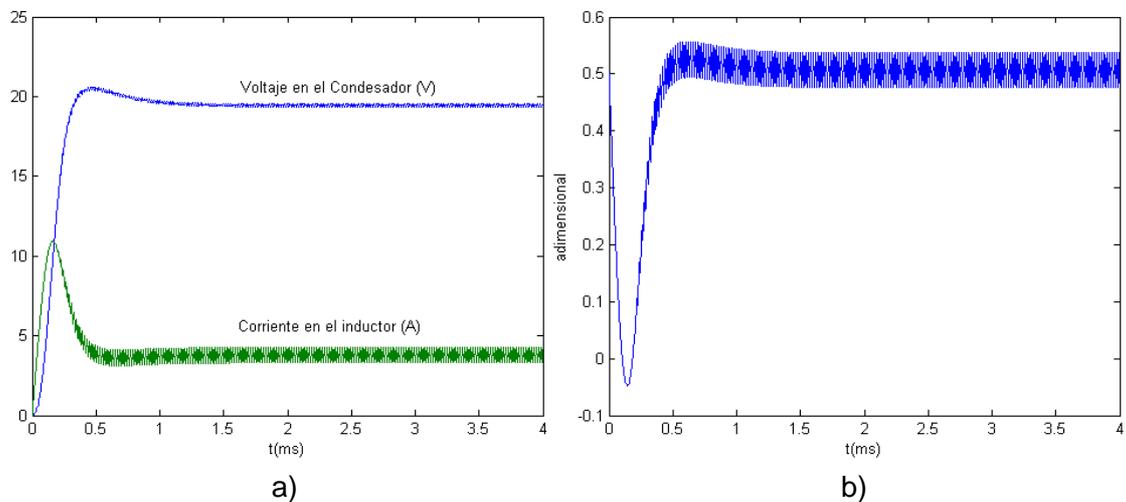


Figura 4.9 Respuesta del sistema aplicando la ley de control (4.44). a) Evolución de la tensión y de la corriente, b) Evolución del ciclo de trabajo.

Se debe tener en cuenta que para poder implementar esta ley es necesario conocer los puntos de equilibrio del convertidor conmutado, es decir implícitamente conocer los valores de V_g y R . En el caso de que estos valores no se conozcan con exactitud, la salida del sistema realimentado presentará error en estado estacionario.

Se realizaron simulaciones para observar la respuesta del sistema cuando la entrada de tensión varía entre 10 y 12 voltios cada 10 mseg. Como puede observarse en la figura 4. 10 el sistema llega al estado estacionario después de un corto transitorio pero cambia el punto de equilibrio de acuerdo a la tensión de entrada.

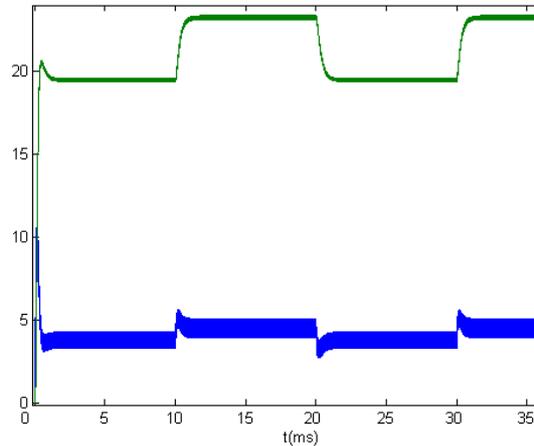


Figura 4. 10 Respuesta del sistema frente a perturbaciones a la entrada aplicando la ley de control (4.47)

Para solucionar este problema en el siguiente apartado, se presenta una ley basada en la pasividad que adiciona el factor integral del error de la tensión de salida.

4.3.2 Control integral basado en la pasividad de un convertidor boost

Para aplicar el control integral basado en la pasividad al convertidor boost [LEY00] se va a considerar la dinámica incremental del sistema y se le va a adicionar el factor integral del error de la tensión. De (4.30) se extrae la dinámica incremental del convertidor boost:

$$L \frac{d\tilde{i}}{dt} = -D_e' \tilde{v} + \tilde{v} \tilde{d} + v_e \tilde{d} \quad (4.49)$$

$$C \frac{d\tilde{v}}{dt} = D_e' \tilde{i} - \frac{1}{R} \tilde{v} - \tilde{i} \tilde{d} - i_e \tilde{d} \quad (4.50)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = \tilde{v} \quad (4.51)$$

donde \tilde{z} es la integral del error de la tensión de salida.

Considerando una función de almacenamiento $V(\tilde{x})$ [LEY01] que sea la suma de dos funciones semidefinidas positivas, de la forma:

$$V(\tilde{x}) = V_1(\tilde{x}) + V_2(\tilde{x}) \quad (4.52)$$

donde

$$V_1(\tilde{x}) = L \frac{\tilde{i}^2}{2} + C \frac{\tilde{v}^2}{2}$$

$$V_2(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \gamma^2 (L\tilde{i} + D_e' \tilde{z})^2$$

siendo γ un valor constante.

La derivada de esta función de almacenamiento $V(\tilde{x})$ corresponde a:

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\frac{1}{R} \tilde{v}^2 + (v_e \tilde{i} - i_e \tilde{v}) \tilde{d} + \gamma^2 (L\tilde{i} + D_e' \tilde{z}) (\tilde{v} + v_e) \tilde{d} \quad (4.53)$$

y si se escoge como salida realimentada la variable \tilde{y} expresada como:

$$\tilde{y} = -(\tilde{i} + i_e) \tilde{v} + [i + \gamma^2 (L\tilde{i} + D_e' \tilde{z})] (\tilde{v} + v_e) \quad (4.54)$$

La expresión (4.53) se rescribe como:

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{R} \tilde{v}^2 + \tilde{y} \tilde{d} \quad (4.55)$$

y se asegura la pasividad de la relación entrada-salida puesto que $\dot{V}(\tilde{x}) \leq \tilde{y} \cdot \tilde{d}$. Con la salida (4.54) se puede construir leyes de control de la forma:

$$\tilde{d} = -\phi \tilde{y} = -\phi [-(\tilde{i} + i_e) \tilde{v} + (\tilde{i} + \gamma^2 (L\tilde{i} + D_e' \tilde{z})) (\tilde{v} + v_e)] \quad (4.56)$$

que garantizan la estabilidad del sistema. En este caso, aplicando el lema de Barbalat [SLO91] se puede garantizar que $\dot{V}(\tilde{x})$ tiende a cero.

Como $\dot{V}(\tilde{x}) = -\frac{\tilde{v}^2}{R} - \phi \tilde{y}^2$ aplicando el principio de invarianza de la Salle [KHA02] se puede asegurar que el sistema es asintóticamente estable puesto que lo es restringida a $\{\tilde{v} = 0, \tilde{y} = 0\}$.

Una vez asegurada la estabilidad asintótica en gran señal se debe seleccionar los valores de γ y ϕ que aseguren un comportamiento satisfactorio en pequeña señal, por lo que se linealiza la ecuación (4.56) alrededor del punto de equilibrio:

$$\tilde{d}_{lin} = -\phi \left[(1 + \gamma^2 L) v_e \tilde{i} - i_e \tilde{v} + v_e D_e' \gamma^2 \tilde{z} \right] a \quad (4.57)$$

y se obtiene la correspondiente ganancia de lazo:

$$T(s) = -\phi \left[(1 + \gamma^2 L) v_e \frac{I(s)}{D(s)} - i_e \frac{V(s)}{D(s)} + v_e D_e' \gamma^2 \frac{Z(s)}{D(s)} \right] \quad (4.58)$$

donde $\frac{I(s)}{D(s)}$, $\frac{V(s)}{D(s)}$ y $\frac{Z(s)}{D(s)}$ se obtienen del modelo linealizado de (4.49)-(4.51).

La figura 4.11 muestra el lugar de las raíces de $T(s)$ cuando $\gamma^2 = 5000$ y ϕ varía entre 10^{-4} y $4 \cdot 10^{-3}$.

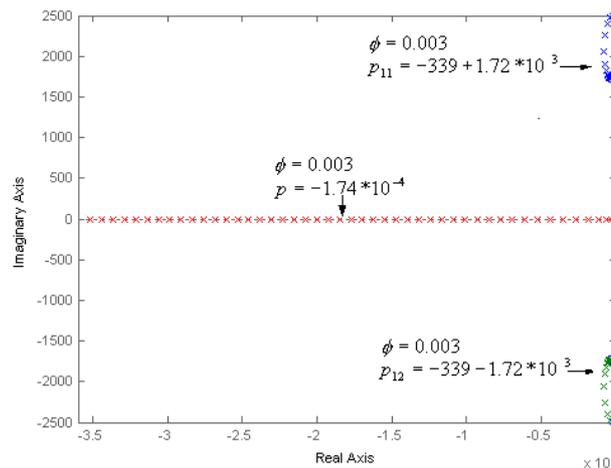


Figura 4.11 Lugar geométrico de las raíces para la ganancia de lazo (4.34.)

Se realizaron simulaciones en SIMULINK de la ley de control (4.56), bajo las mismas condiciones de la sección anterior. En la figura 4.12a se observa la evolución de la señal de salida y de la corriente en el inductor cuando $\phi = 3 \cdot 10^{-3}$. Por otra parte, en la figura 4.12b se observa la forma de onda del ciclo de trabajo.

Se realizaron pruebas para comprobar la eficacia del término integral cuando en el sistema realimentado se presentan perturbaciones de línea y de carga. En la figura 4.13a se muestra la respuesta del sistema cuando la entrada de tensión es un escalón que pasa de 10V a 13V en $t = 25ms$. Note que el sistema se comporta de manera

robusta porque la tensión de salida retorna al valor deseado y el error en estado estacionario es cero.

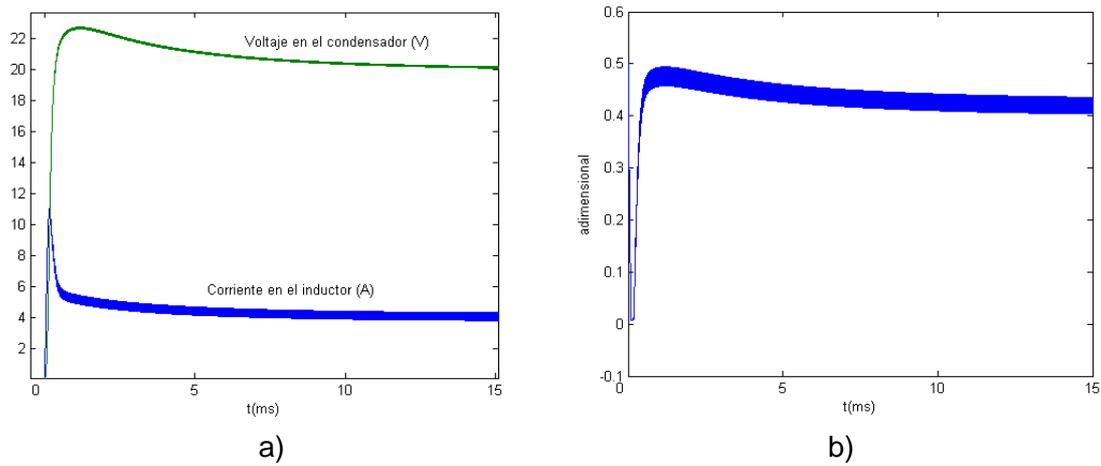


Figura 4.12 Respuesta del sistema aplicando la ley de control (4.56). a) Evolución de la tensión y de la corriente, b) Evolución del ciclo de trabajo.

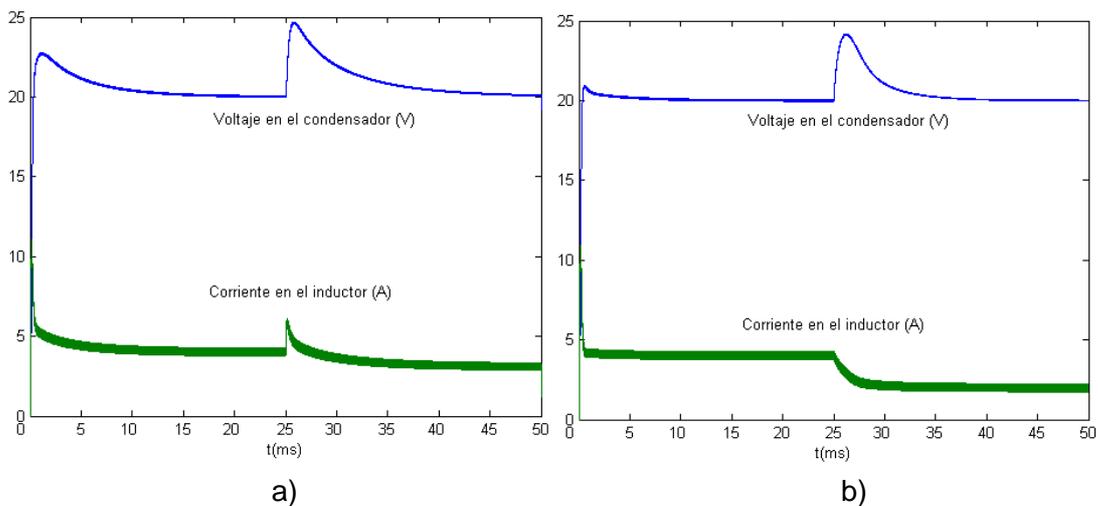


Figura 4.13 Respuesta del sistema aplicando la ley de control (4.56). a) con perturbaciones en la entrada, b) con perturbaciones en la carga.

En la figura 4.13b, se observa la evolución de las variables de estado cuando se presentan perturbaciones en la carga en $t = 25\text{ms}$. Al variar la carga de 10Ω a 20Ω se puede observar que la respuesta de la señal de salida retorna a la tensión deseada, es decir a los 20 V después de un corto transitorio.

4.3.3 Resultado experimental del control integral basado en la pasividad de un convertidor boost

El esquema del diseño de la ley de control (4.56) se puede implementar a partir del esquema de la figura 4.14. En este diagrama se puede detallar que las señales necesarias para implementar la ley de control son: la señal sensada de la corriente del inductor, la tensión de salida en el condensador y los niveles de referencia de tensión y corriente. Los valores de los parámetros son los de la sección anterior, se considera un $\phi = 0.003$ y la frecuencia de conmutación del PWM es 50Khz . En la figura 4.15 se muestra la fotografía del prototipo experimental del control (4.56), como se puede observar las entradas son: corriente en el inductor y tensión de salida del convertidor boost y, los valores de referencia de estas variables de estado. Mientras que, la salida es el valor del ciclo de trabajo incremental. La alimentación del circuito es de ± 15 voltios. En la figura 4.18 se presenta con más detalle la configuración circuital del prototipo.

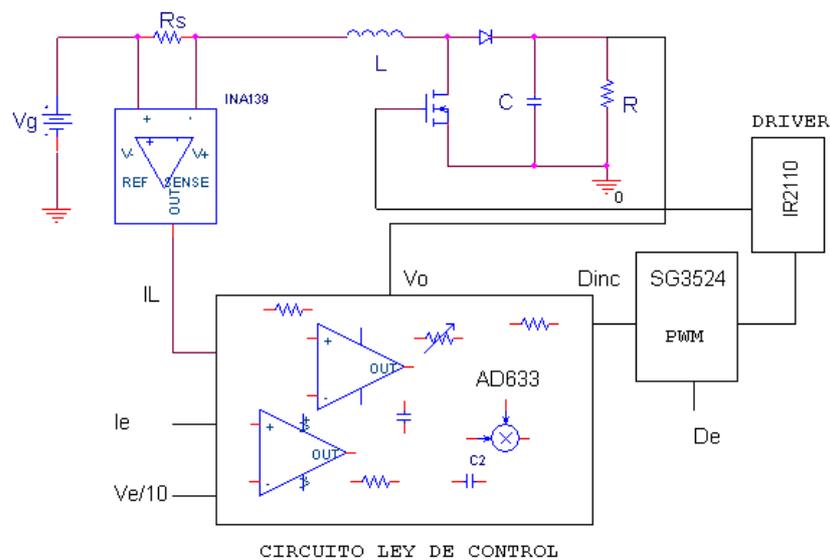


Figura 4.14 Esquema del circuito realimentado.

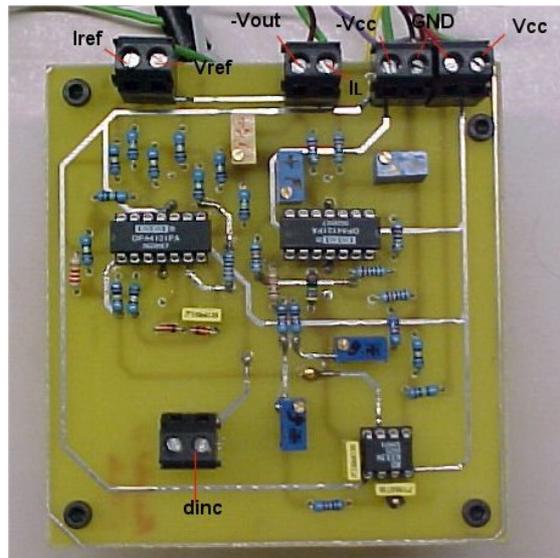


Figura 4.15 Circuito ley de control integral (4.56) basado en pasividad.

La respuesta experimental que se obtuvo al realimentar el convertidor boost con éste prototipo se observa en la figura 4.16. La señal 1 del osciloscopio corresponde a la evolución tensión de salida y el canal 2 a la corriente en el inductor.

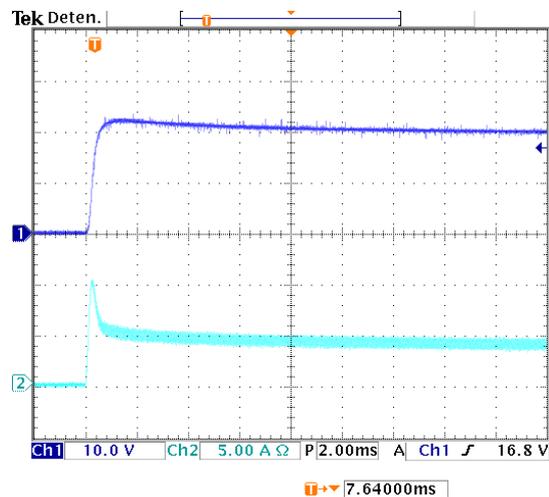


Figura 4.16 Respuesta experimental del sistema aplicando la ley de control (4.56)

Como puede verse la respuesta es bastante rápida, dado que tiene un tiempo de establecimiento menor a 2 ms. Por otra parte, se tiene que la tensión de salida es una señal sobreamortiguada y la corriente tiene un sobrepico de 10 A. Se subraya que los

resultados experimentales coinciden con las respuestas por simulación dadas en la figura 4.12a.

También, se realizaron pruebas para valorar la robustez del sistema realimentado frente a perturbaciones de carga y de tensión de entrada. En la figura 4.17a se muestra la respuesta del sistema cuando la entrada de tensión es un escalón que pasa de 13V a 10V y viceversa cada 50 ms. En este caso, el punto de equilibrio cambia cuando V_g es 13V, pero la tensión de salida se esta regulando dado que retorna a los 20V, valor deseado, después de un corto transitorio.

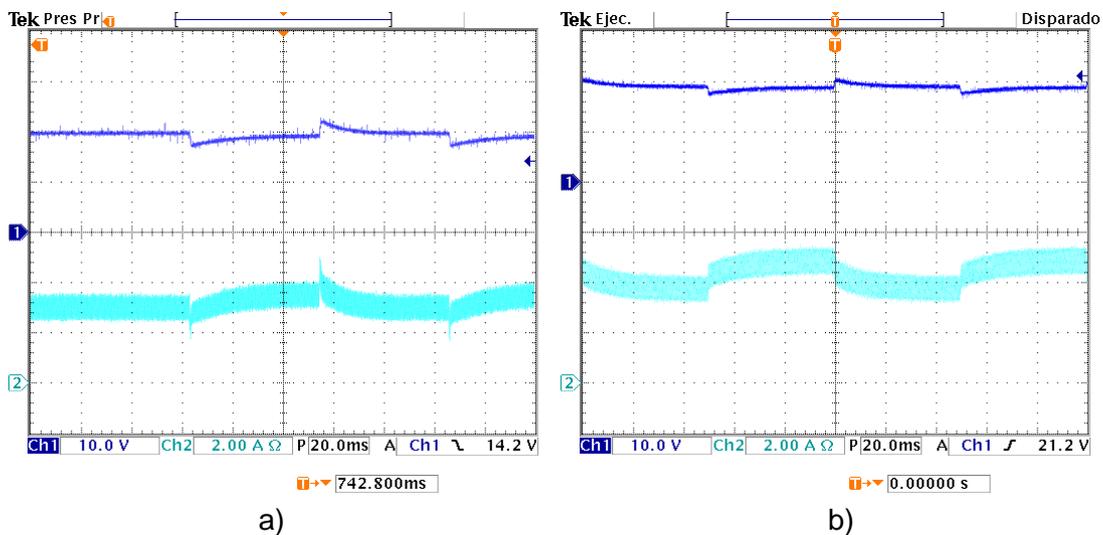


Figura 4.17 Evolución de la respuesta del boost al aplicar (4.56). a) con perturbaciones en la entrada, b) con perturbaciones en la carga

Mientras que en la figura 4.17b, se observa la evolución de las variables de estado cuando se presentan perturbaciones en la carga. La carga varía de 20Ω a 10Ω cada 50 ms. En este caso, se observa que la corriente promedio en el inductor aumenta a 5,7 A cuando la resistencia de carga es 20Ω pero la tensión se mantiene regulada. Los resultados obtenidos en el osciloscopio coinciden con los resultados de simulación en PSPICE que se muestran en la figura 4.13

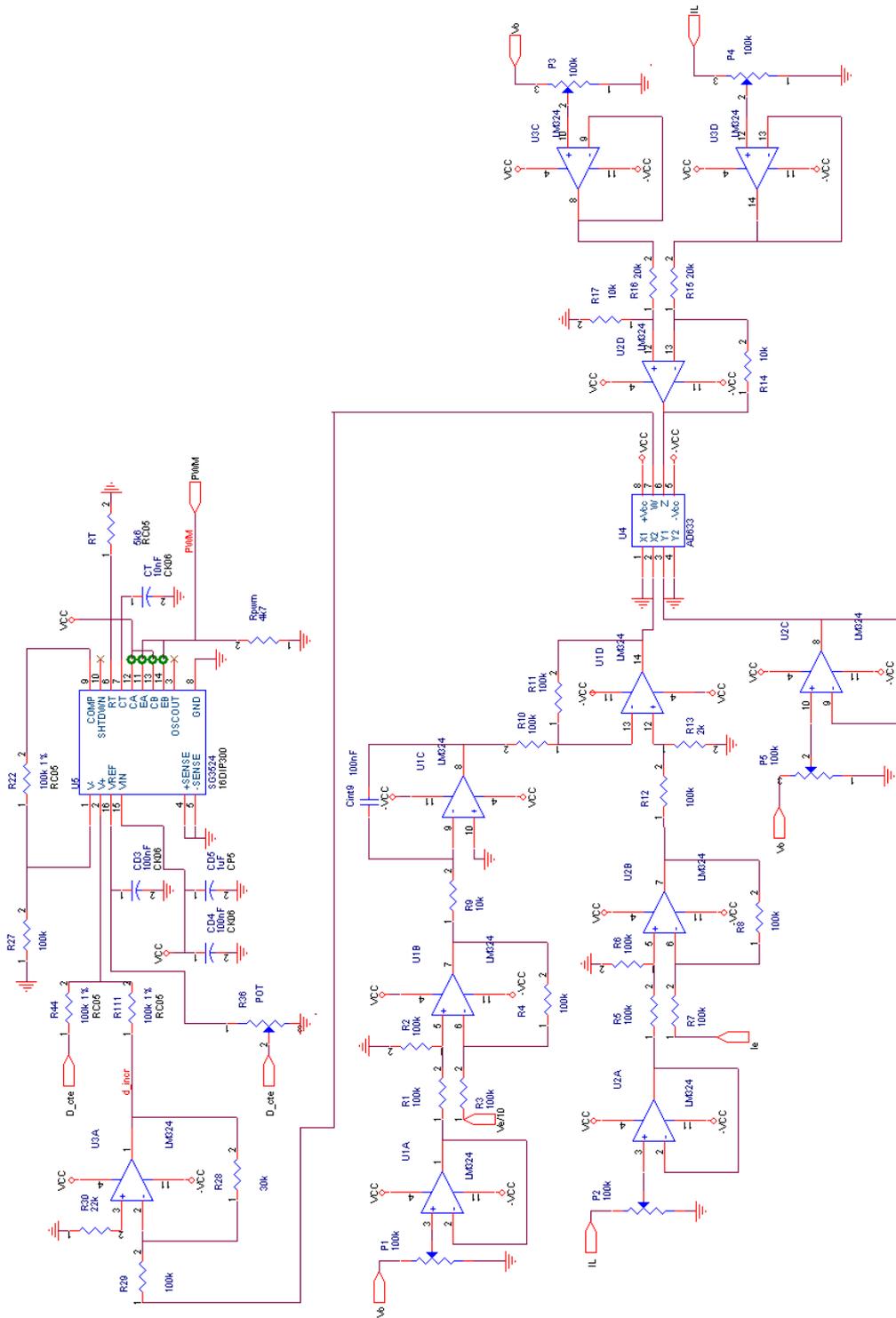


Figura 4.18 Detalle del circuito de la ley de control (4.56)

4.4 Aplicación de los reconstructores integrales al control basado en pasividad

Como puede observarse en la expresión (4.56) la ley de control requiere de la medida de la corriente en el inductor para poder obtener la señal de corriente incremental, es por ello que es necesario adicionar un dispositivo sensor que permita alcanzar este objetivo. Al utilizar este sensor es probable que se adicione pérdidas en la señal generadas por ruido de conmutación que se presenta a alta frecuencia. Es por ello, que en esta sección como alternativa de solución se plantea el uso de una señal estimada de la corriente incremental para omitir el uso de sensores.

Este reconstructor o estimador de corriente se obtiene directamente de la ecuación (4.49), al despejar el valor de \tilde{i} :

$$\hat{i} = \frac{1}{L} \int_0^t (-D_e' \tilde{v}(\tau) + \tilde{v}(\tau) \tilde{d}(\tau) + v_e \tilde{d}(\tau)) d\tau \quad (4.59)$$

La relación entre el valor estimado \hat{i} y su valor actual \tilde{i} viene dado por:

$$\tilde{i}(t) = \hat{i}(t) + \tilde{i}(0) \quad (4.60)$$

donde $\tilde{i}(0)$ es un valor desconocido. Utilizando este valor estimado de la corriente para construir la señal de la salida (4.54), resulta en una estimación de la señal a realimentar \hat{y} , dada por:

$$\hat{y} = -((\tilde{i} - \tilde{i}(0)) + i_e)v + [(\tilde{i} - \tilde{i}(0)) + \gamma^2(L(\tilde{i} - \tilde{i}(0)) + D_e' \tilde{z})](\tilde{v} + v_e) \quad (4.61)$$

Esta expresión se puede describir para separar los términos que dependen de la condición inicial $\tilde{i}(0)$:

$$\hat{y} = -(\tilde{i} + i_e)\tilde{v} + \gamma^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + L \right) \tilde{i} + D_e' \tilde{z} \right] (\tilde{v} + v_e) - \gamma^2 L \tilde{i}(0) (\tilde{v} + v_e) - v_e \tilde{i}(0) \quad (4.62)$$

Dado que la realimentación se hace con una señal estimada, se desea comprobar que la salida (4.62) también permite que el comportamiento del sistema sea estable, mediante la realimentación:

$$\tilde{d} = -\phi \hat{y} \quad (4.63)$$

Para demostrarlo se considera una función de almacenamiento de la forma (4.52) donde el término \tilde{z} ha sido sustituido por el término $\tilde{z} + z_0$, donde z_0 es una constante.

$$V_N(\tilde{x}) = L \frac{\tilde{i}^2}{2} + C \frac{\tilde{v}^2}{2} + \frac{1}{2} \gamma^2 (L\tilde{i} + D_e'(\tilde{z} + z_0))^2 \quad (4.64)$$

Se observa que $V_N(\tilde{x})$ es definida positiva y su derivada corresponde a la expresión:

$$\dot{V}_N(\tilde{x}) = -\frac{1}{R} \tilde{v}^2 - (\tilde{i} + i_e) \tilde{v} \tilde{d} + \left[\tilde{i} + \gamma^2 (L\tilde{i} + D_e'(\tilde{z} + z_0)) \right] (\tilde{v} + v_e) \tilde{d} \quad (4.65)$$

Escogiendo la salida y_N de tal forma que (4.65) puede expresarse como

$$\dot{V}_N(\tilde{x}) \leq -\frac{1}{R} \tilde{v}^2 + y_N \tilde{d} \quad (4.66)$$

es decir,

$$y_N = -(\tilde{i} + i_e) \tilde{v} + \gamma^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + L \right) \tilde{i} + D_e' \tilde{z} \right] (\tilde{v} + v_e) + \gamma^2 D_e' z_0 (\tilde{v} + v_e) \quad (4.67)$$

Si se particulariza la constante z_0 , tal que $z_0 = \frac{\tilde{i}(0)}{D_e'} \left[\frac{1}{\gamma^2} + L \right]$, entonces la relación entre la salida estimada (4.62) y la señal y_N (4.67) es:

$$\hat{y} = y_N + \tilde{v} \tilde{i}(0) \quad (4.68)$$

Con lo que la derivada de la función de almacenamiento $V_N(\tilde{x})$ es:

$$\begin{aligned} \dot{V}_N &= -\frac{\tilde{v}^2}{R} - \phi y_N \hat{y} \\ \dot{V}_N &= -\frac{\tilde{v}^2}{R} - \phi y_N (y_N + \tilde{v} \tilde{i}(0)) \end{aligned} \quad (4.69)$$

Sumando y restando el término $\phi \frac{(\tilde{v} \tilde{i}(0))^2}{4}$ en (4.69), se puede describir la ecuación de la siguiente forma:

$$\dot{V}_N = -\frac{\tilde{v}^2}{R} - \phi \left(y_N + \frac{\tilde{v} \tilde{i}(0)}{2} \right)^2 + \phi \frac{(\tilde{v} \tilde{i}(0))^2}{4} \quad (4.70)$$

Por lo tanto, sí la condición

$$\tilde{i}(0) < \sqrt{\frac{4}{\phi R}} \quad (4.71)$$

se cumple, la derivada \dot{V}_N es semidefinida negativa y mediante La Salle se demuestra que el sistema es asintóticamente estable con error en estado estacionario cero.

4.4.1 Simulaciones de la reconstrucción integral al control basado en pasividad

A continuación se muestran los resultados de simulación de SIMULINK del boost cuando se aplica la ley (4.63). Los parámetros son: $L=100\mu H$, $C=100\mu F$, $R=10\Omega$, $V_g=10V$, $i_e=4A$, $v_e=20V$. y $D_e=0.5$. En la figura 4.19 se ilustra la señal de la corriente en el inductor y la tensión en el condensador cuando $\phi=0.003$ y se aplica la realimentación (4.63). Note que para estos parámetros $\sqrt{4/\phi R}=11.54A$ y debido a que el máximo valor para $\tilde{i}(0)$ es significativamente mayor que i_e es posible una implementación física que cumpla con dicha condición.

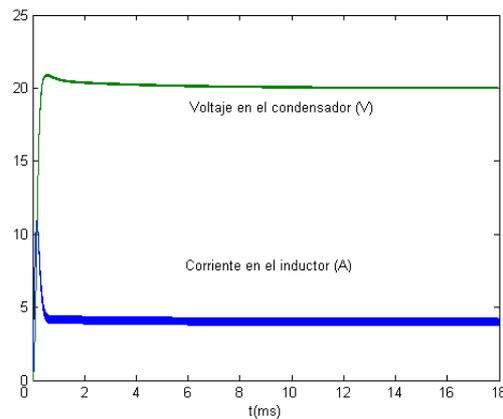


Figura 4.19 Respuesta del boost al aplicar la ley de control (4.63)

De manera análoga a la ley de control integral, se realizaron simulaciones en PSPICE cuando se presentan perturbaciones. En la figura 4.20 se observa la evolución de la corriente en el inductor y la tensión en el condensador cuando la entrada de tensión varía de 10V a 13V y viceversa cada $t=50ms$. En la figura 4.21, se observa la evolución de las variables de estado cuando se presentan perturbaciones en la carga de 20Ω a 10Ω cada $t=50ms$. En los dos casos se observa que la tensión de salida retorna a su valor de referencia después de un corto transitorio.

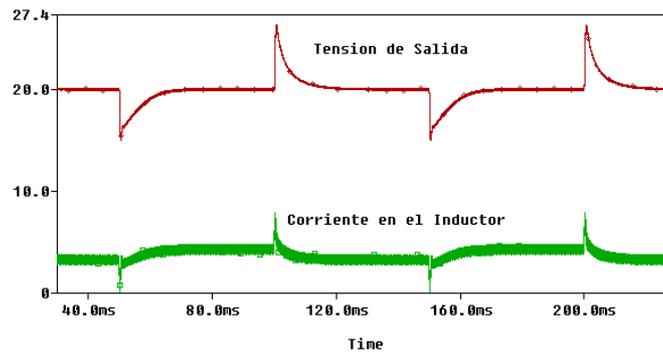


Figura 4.20 Evolución de con perturbaciones en la entrada aplicando (4.63)

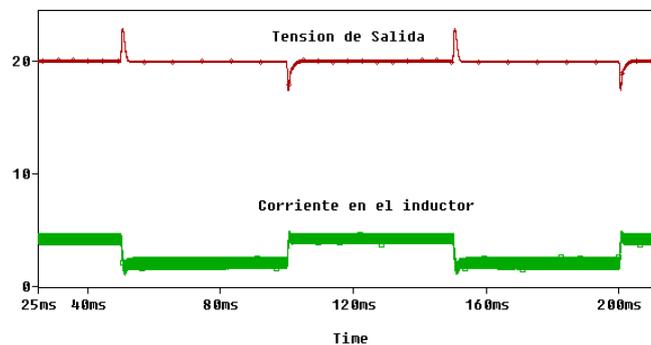


Figura 4.21 Evolución con perturbaciones en la carga aplicando (4.63)

A continuación, se explica la implementación experimental que se realizó de la ley de control (4.63).

4.4.2 Resultados experimentales de la reconstrucción integral al control basado en pasividad

Para implementar la ley de control (4.63) se utilizó la reconstrucción de la corriente en el inductor que se explicó al inicio de este subapartado. La respuesta de las variables de estado se puede observar en la figura 4.22. Los parámetros continúan siendo los del anterior epígrafe: $L=100\mu H$, $C=100\mu F$, $R=10\Omega$, $V_g=10V$, $i_e=4A$, $v_e=20V$, $D_e=0.5$ y la frecuencia de conmutación del PWM es de $50Khz$.

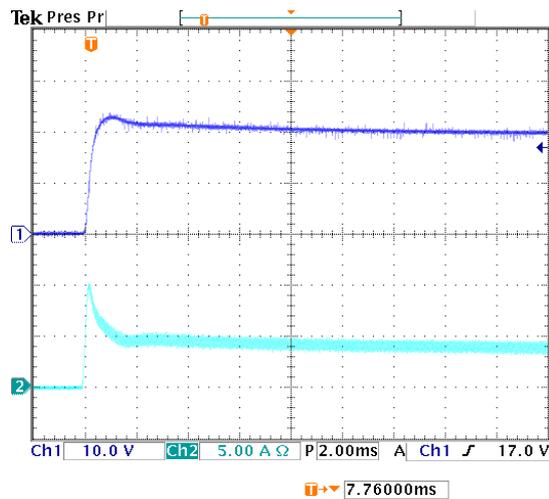
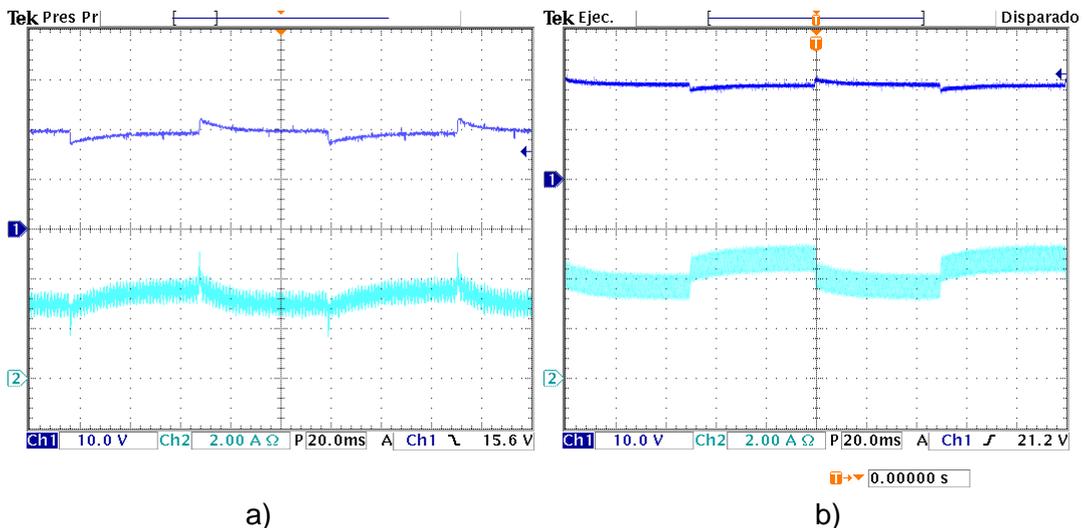


Figura 4.22 Respuesta experimental del sistema aplicando la ley de control (4.63)

Se observa una perfecta correspondencia entre los resultados de simulación presentados en figura 4.19 y los experimentales de la figura 4.22. También, se realizaron pruebas experimentales de perturbación en la tensión de entrada y en la resistencia de carga. Por ejemplo, en la figura 4.23a se muestra la respuesta del sistema cuando la entrada de tensión es un escalón que pasa de 13V a 10V y de 10V a 13V cada 50 ms. En la figura 4.23b, se observa la evolución de las variables de estado cuando se presentan perturbaciones en la carga de 20Ω a 10Ω cada 50 ms.



a)

b)

Figura 4.23 Respuesta del boost al aplicar (4.63). a) con perturbaciones en la entrada, b) con perturbaciones en la carga.

De manera análoga, los resultados de simulación presentados en las figuras 4.20 y 4.21 son muy similares a los resultados experimentales. Difieren únicamente en el valor de sobre-pico de tensión siendo mayores en la simulación.

Por otra parte en la figura 4.24 se compara la señal sensada en el inductor utilizando el integrado INA139 (canal CH1) y señal generada utilizando el reconstructor integral (canal CH2) implementada utilizando la expresión (4.59).

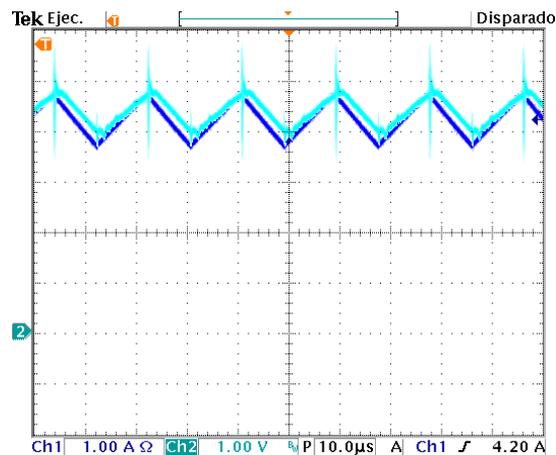


Figura 4.24 Comparación de la corriente en el inductor sensada y la reconstrucción integral de la corriente.

Se puede observar en esta última gráfica que la señal de la corriente estimada sigue en frecuencia y en amplitud pico-pico a la corriente sensada con el INA139. Además, la pendiente de la onda tanto en la subida como de bajada es igual. Difiere un poco en el nivel DC, pero esto se compensa cuando se resta esta señal con su valor de referencia. También, se puede ver que la señal del canal CH2 tiene ruido de conmutación, debido principalmente a que se tomó la salida del drenador para poder generar esta señal. A pesar de esto, no se tienen falsas conmutaciones en el driver porque al manipular esta señal en los demás circuitos se suaviza.

4.5 Conclusiones del control basado en pasividad

En este capítulo se estudio el control basado en la pasividad como alternativa para controlar los convertidores conmutados CC/CC. Para el diseño de las leyes de control se tuvo en cuenta conceptos de energía con el objeto de buscar una relación entrada-salida del tipo pasivo. Esto no implica que la dinámica de la energía del convertidor CC/CC se modifique. En particular, se encontró que las leyes planteadas con esta técnica no presentan problemas de saturación del ciclo de trabajo, además los resultados experimentales permitieron comprobar que el sistema en lazo cerrado es robusto frente a perturbaciones en la tensión de entrada y en la resistencia de carga.

El aporte principal de este capítulo se centra en el análisis del reconstructor integral para implementar el control integral basado en la pasividad en el convertidor boost y la forma de tratar el desconocimiento de la condición inicial $\tilde{i}(0)$. Este controlador presenta la particularidad de que sólo utiliza la variable de tensión incremental del convertidor y la señal de entrada, que en este caso es la señal de conmutación. Además, se estudia la estabilidad en gran señal de dicho regulador conmutado. Por otra parte, el uso de un factor integral nos garantiza error en estado estacionario cero a pesar de la presencia de perturbaciones. La ley de control se implementó físicamente utilizando sumadores, restadores, integradores y multiplicadores analógicos. Además, se logró perfecta correspondencia entre el análisis teórico y la implementación real.

Capítulo 5

LINEALIZACIÓN ENTRADA-SALIDA POR REALIMENTACIÓN

La linealización entrada-salida [SLO91]-[KHA96] es una técnica por medio de la cual se puede obtener relaciones entrada-salida lineales de sistemas no lineales a través de la realimentación no lineal del estado, lo que implica un modelo exacto, en oposición a la linealización por expansión en series de Taylor, que conlleva a un modelo aproximado. Esta linealización que se obtiene realimentando los estados cancela las no lineales suaves de la planta, con lo cual se genera una relación lineal entre la salida y y una nueva excitación v . Una vez se tiene esta relación lineal se aplica un control lineal que permite obtener la dinámica lineal estable deseada.

En el ámbito de los convertidores CC/CC en [SIR89] se puede analizar el uso de esta técnica aplicada a un convertidor boost donde se considera que los parámetros de la planta son desconocidos. Se combina linealización entrada-salida y el método de diseño con “backstepping”. En [LEY00] se hace un estudio de esta técnica en convertidores de fase no mínima y de fase mínima además, se incorpora un término integral para eliminar el error en estado estacionario.

En la primera parte de este capítulo, se presentan los conceptos generales de la linealización por realimentación. Posteriormente, se analizan diferentes formas de aplicar esta técnica en el convertidor boost. Se ha analizado esta técnica considerando como salida: a) La tensión en el condensador, b) la corriente del inductor, c) la corriente en el inductor con un factor integral del error de tensión. También en este capítulo se extiende la técnica de reconstrucción integral para estimar la corriente y poder aplicar las leyes propuestas en las secciones anteriores sin sensores de corriente. Por último, se plasman algunas conclusiones.

5.1 Linealización entrada-salida

El desarrollo de conceptos de geometría no lineal junto al grado relativo y la dinámica cero han permitido ampliar el análisis de los sistemas no lineales. El grado relativo es el número de veces que la salida $y(t)$ necesita ser derivada para que la entrada $u(t)$

aparezca. En el caso de un sistema lineal, para una función de transferencia dada es la diferencia entre el número de polos y ceros.

Considérese el sistema descrito por las ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{5.1}$$

donde x es el vector de estado y tiene dimensiones $n \times 1$, u es la entrada escalar e y es la salida escalar del sistema. Las funciones f y g son campos vectoriales de $\mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$; y h es un campo escalar ($\mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$). Se dice entonces que el sistema (5.1) tiene un grado relativo ρ , si en la ρ -ésima derivada de la salida aparece el término $u(t)$.

Si se deriva la salida con respecto al tiempo se tiene,

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \nabla h(f(x) + g(x)u)\tag{5.2}$$

donde ∇h denota el gradiente de la función h . Teniendo en cuenta la notación de la derivada de Lie [KHA96] e [ISI95] de un campo vectorial f es una función escalar notada como: $\nabla h \cdot f = L_f h$, la primera derivada de la salida del sistema, con esta notación, sería

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u\tag{5.3}$$

Si continuamos calculando la segunda derivada denotada por \ddot{y} se obtiene que:

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u\tag{5.4}$$

y repitiendo este proceso hasta la ρ -ésima derivada:

$$y^{(\rho)} = L_f^\rho h(x) + L_g L_f^{\rho-1} h(x)u\tag{5.5}$$

donde $L_f^\rho h(x)$ corresponde a $L_f(L_f^{\rho-1} h(x))$. Nótese que u sólo se presentará cuando el producto $L_g L_f^{\rho-1} h(x) \neq 0$. Así para un sistema con grado relativo ρ , el conjunto de derivadas corresponde a:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= L_f h(x) \\ \ddot{y} &= L_f^2 h(x) \\ &\vdots \\ y^{(i)} &= L_f^i h(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ y^{(\rho)} &= L_f^\rho h(x) + L_g L_f^{\rho-1} h(x)u \end{aligned} \quad (5.6)$$

Cuando el sistema (5.1) tiene grado relativo ρ , su linealización entrada-salida se alcanza con la realimentación:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\rho-1} h(x)} [-L_f^\rho h(x) + v] \quad (5.7)$$

y se tiene una ecuación diferencial lineal entre la salida y y la nueva excitación v de la forma:

$$y^{(\rho)} = v \quad (5.8)$$

Por lo tanto, la técnica de linealización entrada-salida pretende utilizar controladores no lineales en plantas no lineales intentando obtener una respuesta lineal del conjunto planta-controlador.

Ahora el problema se concentra en diseñar un controlador para la relación (5.8) utilizando técnicas lineales. Cuando el grado relativo ρ es definido y $\rho \leq n$, se puede tomar $y, \dot{y}, \dots, y^{(\rho-1)}$ como un nuevo conjunto de ρ variables de estado, es decir

$$z = [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_\rho]^T = [y \quad \dot{y} \quad \dots \quad y^{(\rho-1)}]^T \quad (5.9)$$

Derivando (5.9) se tiene

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_\rho \\ v \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

La salida ahora esta definida como $y = z_1$ y v como la nueva entrada de control.

Por otra parte, la dinámica cero es el comportamiento “interno” del sistema cuando las condiciones iniciales y la acción de control restringen las trayectorias de estado para que y se mantenga a cero. Supongamos que el grado relativo en el sistema (5.1) es $\rho \leq n$. Se define M , un subconjunto con dimensión $n - \rho$, como:

$$M = \{x \in \Omega : h(x) = 0, \dots, L_f^{\rho-1} h(x) = 0\} \quad (5.11)$$

Se llama dinámica cero a la dinámica del sistema (5.1) restringida a M .

Para utilizar con éxito la técnica de linealización entrada-salida se requiere que la dinámica cero del sistema sea estable, esta dinámica existe siempre y cuando el grado relativo sea inferior al orden del sistema. Los sistemas con dinámica cero inestable, sistemas de fase no mínima, son más difíciles de controlar que los sistemas de fase mínima en los cuales la dinámica cero es asintóticamente estable.

A continuación, se aplicarán los conceptos presentados al convertidor boost cuando se tiene como salida la tensión en el condensador, posteriormente se analizará cuando se considera la salida a la corriente en el inductor. En ambos casos, se estudia la estabilidad de la dinámica cero. En el apartado posterior, se analiza esta técnica cuando se adiciona el factor integral del error de tensión. Más adelante, se estudiará la incorporación de un reconstructor integral para implementar esta técnica.

5.2 Aplicación de la linealización entrada-salida al convertidor boost

En esta sección se va a analizar la técnica de linealización entrada-salida cuando el sistema es un convertidor boost y su salida es la tensión del condensador.

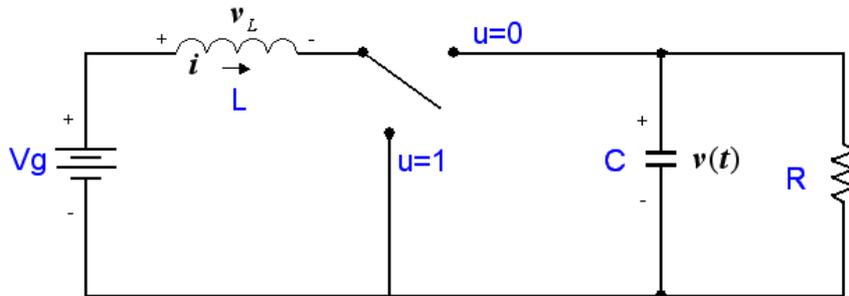


Figura 5. 1 Convertidor boost

El modelo que se utilizará para el análisis procede del modelo incremental del convertidor del convertidor, es decir:

$$\dot{\tilde{x}} = \{(A_2 + (A_1 - A_2)D_e)\tilde{x} + ((A_1 - A_2)X_e + (B_1 - B_2))\tilde{d}\} + \{(A_1 - A_2)\tilde{x}\tilde{d}\} \quad (5.12)$$

donde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

y el punto de equilibrio es:

$$X_e = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{RD_e'^2} \\ \frac{V_g}{D_e'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i^* \\ v^* \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

siendo $D_e' = 1 - D_e$, donde D_e es el ciclo de trabajo en estado estacionario.

Si se desarrolla (5.13) se puede obtener una expresión análoga a (5.1), donde f , g y h tienen la siguiente forma:

$$f(\tilde{x}) = (A_2 + (A_1 - A_2)D_e)\tilde{x}$$

$$g(\tilde{x}) = (A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2) + (A_1 - A_2)\tilde{x}$$

y se considera que la salida es $y = \tilde{v} = h(x)$

Como resultado de este desarrollo la dinámica del convertidor se puede escribir como:

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}D_e'\tilde{v} \\ \frac{RD_e'\tilde{i} - \tilde{v}}{RC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}(v^* + \tilde{v}) \\ -\frac{1}{C}(i^* + \tilde{i}) \end{bmatrix} u \quad (5.14)$$

$$y = \tilde{v} \quad (5.15)$$

Para determinar el grado relativo del sistema (5.14)-(5.15) se deriva la salida sucesivamente hasta que su expresión dependa de u . La primera derivada corresponde a:

$$\dot{y} = \frac{dh}{dx}[f(x) + g(x)u] =: L_f h(x) + L_g h(x)u \quad (5.16)$$

Evaluando cada uno de los términos se obtiene:

$$L_f h(x) = \left\langle \frac{dh}{dx}, f(x) \right\rangle = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}D_e'\tilde{v} \\ \frac{RD_e'\tilde{i} - \tilde{v}}{RC} \end{bmatrix} = \frac{RD_e'\tilde{i} - \tilde{v}}{RC} \quad (5.17)$$

$$L_g h(x) = \left\langle \frac{dh}{dx}, g(x) \right\rangle = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{L}(v^* + \tilde{v}) \\ -\frac{1}{C}(i^* + \tilde{i}) \end{bmatrix} = -\frac{i^* + \tilde{i}}{C} \quad (5.18)$$

Se puede observar que (5.18) es diferente de cero por lo tanto \dot{y} depende de u . Se deduce entonces que el grado relativo del sistema es 1.

Para encontrar el control por realimentación de estado que linealiza el modelo del sistema se debe calcular la siguiente expresión $u = \frac{1}{L_g L_f^{\rho-1} h(x)} [-L_f^{\rho} h(x) + v]$ con $\rho = 1$.

Dando como resultado:

$$u = \frac{RD_e v^* \tilde{i} - \tilde{v}}{R(i^* + \tilde{i})} - \frac{vC}{(i^* + \tilde{i})} \quad (5.19)$$

Reemplazando el valor de u en el sistema en lazo cerrado (5.14) se obtiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}} \\ \dot{\tilde{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{RD_e v^* \tilde{i} - (Ri^* D_e v^* + v^*)\tilde{v} - \tilde{v}^2 - RC(v^* + \tilde{v})v}{RL(i^* + \tilde{i})} \\ v \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Si se realiza una realimentación lineal de la forma $v = -k\tilde{v}$ con k constante positiva y además, se considera que la salida $y = \tilde{v}$ tiende a cero, la dinámica cero se escribe como:

$$\dot{\tilde{i}} = \frac{D_e v^* \tilde{i}}{L(i^* + \tilde{i})} \quad (5.21)$$

Esta dinámica es inestable alrededor del punto de equilibrio $(\tilde{i}, \tilde{v}) = (0,0)$, dado que la corriente en el inductor es siempre positiva, es decir, $(i^* + \tilde{i}) > 0$. Entonces, la tensión de salida del convertidor boost es una variable de fase no mínima y por tanto no puede ser estabilizada mediante esta estrategia de linealización entrada-salida.

5.2.1 Aplicación de la linealización entrada-salida al convertidor boost cuando la salida es la corriente en el inductor

Otra alternativa para linealizar la dinámica del convertidor boost es escoger como salida la corriente incremental, $y = \tilde{i}$. Para comprobar que es viable esta opción, se calcula primero que todo el grado relativo de la dinámica (5.14). Si se desarrolla la primera derivada de $y = \tilde{i}$ se puede observar que depende de la variable u , por lo tanto el grado relativo es uno.

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u = \frac{-D_e' \tilde{v}}{L} + \frac{v^* + \tilde{v}}{L} u \quad (5.22)$$

A partir de esta expresión se obtiene el control realimentado que linealiza el modelo del convertidor:

$$u = \frac{D_e' \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} + \frac{\nu L}{v^* + \tilde{v}} \quad (5.23)$$

Si se realiza una realimentación lineal $\nu = -k\tilde{i}$ el control realimentado toma la forma:

$$u = \frac{D_e' \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} - \frac{k \tilde{i} L}{v^* + \tilde{v}} \quad (5.24)$$

Y por lo tanto la dinámica realimentada será:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}} \\ \dot{\tilde{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k\tilde{i} \\ \frac{RLk\tilde{i}^2 + \tilde{i}(kLR + Rv^* D_e') - \tilde{v}(i^* RD_e' + \tilde{v} + v^*)}{RC(v^* + \tilde{v})} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Si la corriente de salida incremental se hace cero, es decir $\tilde{i} = 0$, se obtiene que la dinámica cero es:

$$\dot{\tilde{v}} = \frac{-\tilde{v}(i^* RD_e' + \tilde{v} + v^*)}{RC(v^* + \tilde{v})} \quad (5.26)$$

Se puede reemplazar el valor de la tensión en estado estacionario $i^* RD_e' = v^*$ y se simplifica la anterior expresión a:

$$\dot{\tilde{v}} = \frac{-\tilde{v}(\tilde{v} + 2v^*)}{RC(v^* + \tilde{v})} \quad (5.27)$$

Es necesario demostrar la estabilidad de la dinámica (5.27), para hacerlo se va a considerar la función de Lyapunov $F(\tilde{v})$ de la forma:

$$F(\tilde{v}) = \frac{\tilde{v}^2}{2} \quad (5.28)$$

La derivada de esta expresión corresponde a:

$$\dot{F}(\tilde{v}) = \tilde{v}\dot{\tilde{v}} \quad (5.29)$$

Reemplazando (5.28) se obtiene que:

$$\dot{F}(\tilde{v}) = \frac{-\tilde{v}^2(\tilde{v} + 2v^*)}{RC(v^* + \tilde{v})} \quad (5.30)$$

Se puede observar que el término de la derecha es negativo siempre que la tensión en el condensador sea positivo, es decir, cuando $\tilde{v} > -v^*$. Por lo tanto, la dinámica es de fase mínima y estable en el dominio $\tilde{v} > -v^*$.

A continuación se muestran los resultados de simulación en SIMULINK del convertidor boost cuando se aplica la ley de control (5.24). Los parámetros del convertidor son $L=100\mu H$, $C=100\mu F$, $R=10\Omega$, $D_e=0.5$, $V_g=10V$ y la frecuencia de conmutación es aproximadamente de $50KHz$.

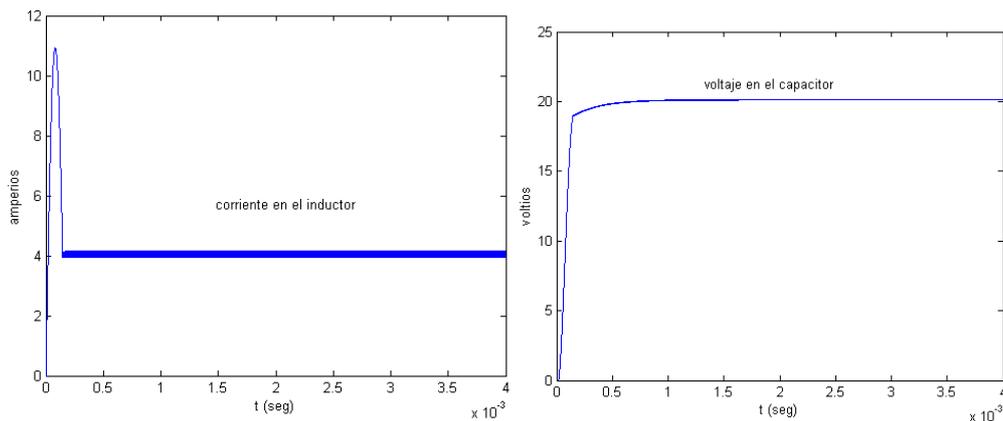


Figura 5. 2 Respuesta del convertidor boost al aplicar la ley (5.24)

Se debe tener en cuenta que la ley de control (5.24) incluye el valor en estado estacionario de la señal ciclo de trabajo denotada por D_e' , por lo tanto cualquier variación en el parámetro V_g va a causar error en estado estacionario.

5.2.2 Linealización entrada-salida en el convertidor boost con factor integral del error

Con el propósito de corregir los errores en estado estacionario se adicionará un término integral del error de la tensión de salida, evitando así la dependencia de la ley de control de los parámetros del convertidor. De modo que para encontrar un control realimentado que linealice el sistema se analizará nuevamente la dinámica del convertidor boost cuando se incluye el término integral del error de tensión. La dinámica se escribe entonces de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}} \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} D_e' \tilde{v} \\ \frac{R D_e' \tilde{i} - \tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} (v^* + \tilde{v}) \\ -\frac{1}{C} (i^* + \tilde{i}) \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (5.31)$$

y el punto de equilibrio del convertidor boost es:

$$X_e = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R D_e'^2} \\ \frac{V_g}{D_e'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i^* \\ v^* \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Como salida se escogerá una relación que incluya la corriente en el inductor y el factor integral del error, de la forma:

$$y = \tilde{i} + k_0 \xi \quad (5.33)$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se va a determinar el grado relativo del sistema. La primera derivada corresponde entonces a:

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x) u = \frac{-D_e' \tilde{v}}{L} + k_0 \tilde{v} + \frac{v^* + \tilde{v}}{L} u \quad (5.34)$$

Dado que $L_g h(x) \neq 0$ entonces \dot{y} depende de u por lo tanto el grado relativo del sistema es 1. El control realimentado se calcula entonces de la expresión (5.7):

$$u = \frac{(D_e' - k_0 L)\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} + \frac{L}{(v^* + \tilde{v})} v \quad (5.35)$$

Si se realiza una realimentación lineal con la entrada $v = -k_1(\tilde{i} + k_0 \xi)$, la dinámica realimentada toma la forma:

$$u = \frac{(D_e' - k_0 L)\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} - \frac{k_1 L(\tilde{i} + k_0 \xi)}{(v^* + \tilde{v})} \quad (5.36)$$

Al reemplazar (5.36) en (5.31) se obtiene la dinámica realimentada del convertidor:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}} \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{i} + k_0 \xi) - k_0 \tilde{v} \\ \left(\frac{k_1(\tilde{i} + k_0 \xi) + k_0 \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i})}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \tilde{i})}{v^* + \tilde{v}} + \tilde{i} \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

El paso siguiente es demostrar la estabilidad del sistema, por tanto, primero se debe encontrar la dinámica cero. Para hacerlo, se seguirá la referencia [LEY00]. Expresando la primera variable de estado de (5.36) como una combinación de \tilde{i} y ξ , el sistema de ecuaciones se presenta como:

$$\begin{bmatrix} (\tilde{i} + k_0 \xi)' \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{i} + k_0 \xi) \\ \left(\frac{k_1(\tilde{i} + k_0 \xi) + k_0 \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i})}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \tilde{i})}{v^* + \tilde{v}} + \tilde{i} \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

La dinámica cero asociada a (5.38) se encuentra cuando la salida (5.33) se hace cero, por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{k_0 \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i})}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \tilde{i})}{v^* + \tilde{v}} + \tilde{i} \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Expandiendo los términos de esta dinámica resulta que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{k_0 \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i})}{C} - \frac{\tilde{v} i^* D_e'}{(v^* + \tilde{v})C} - \frac{\tilde{v} \tilde{i} D_e'}{(v^* + \tilde{v})C} + \frac{D_e' \tilde{i}}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Si se tiene en cuenta que al hacer $y = 0$ resulta que $\tilde{i} = -k_0 \tilde{\xi}$ y además, se reemplaza el valor en equilibrio de la corriente $i^* = \frac{v^*}{D_e' R}$ se puede escribir la dinámica cero como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{k_0 L}{D_e'}\right) v^* \tilde{v} & (D_e' - k_0 L) k_0 v^* \tilde{\xi} & L k_0^2 \tilde{\xi} & \tilde{v} \\ -\frac{RC(v^* + \tilde{v})}{v} & -\frac{(D_e' - k_0 L) k_0 v^*}{v} & -\frac{L k_0^2}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Con la condición de que $k_0 < \frac{D_e'}{L}$ se puede escribir (5.41) como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a \tilde{v}}{(v^* + \tilde{v})} - \frac{b \tilde{\xi}}{(v^* + \tilde{v})} - c \tilde{\xi} - d \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

donde

$$a = \frac{\left(1 - \frac{k_0 L}{D_e'}\right) v^*}{RC} > 0 \quad b = \frac{(D_e' - k_0 L) k_0 v^*}{C} > 0 \quad c = \frac{L k_0^2}{C} > 0 \quad d = \frac{1}{RC} > 0$$

Con el propósito de encontrar una derivada de la función de Lyapunov que demuestre la estabilidad de la dinámica cero, multiplicaremos la primera ecuación de (5.42) por \tilde{v} resultando:

$$\dot{\tilde{v}} \tilde{v} = -\frac{a \tilde{v}^2}{(v^* + \tilde{v})} - \frac{b \tilde{\xi} \tilde{v}}{(v^* + \tilde{v})} - c \tilde{\xi} \tilde{v} - d \tilde{v}^2 \quad (5.43)$$

Reemplazando $\tilde{v} = \dot{\tilde{\xi}}$ y organizando los términos se tiene que:

$$\dot{\tilde{v}} \tilde{v} + \frac{b \tilde{\xi} \dot{\tilde{\xi}}}{(v^* + \tilde{v})} + c \tilde{\xi} \dot{\tilde{\xi}} = -\frac{a \tilde{v}^2}{(v^* + \tilde{v})} - d \tilde{v}^2 \quad (5.44)$$

Manipulando esta ecuación se puede escribir (5.44) como:

$$\dot{\tilde{v}}\tilde{v} + \frac{b+c(v^*+\tilde{v})}{(v^*+\tilde{v})}\xi\dot{\xi} = -\frac{a\tilde{v}^2}{(v^*+\tilde{v})} - d\tilde{v}^2 \quad (5.45)$$

$$\frac{(v^*+\tilde{v})}{b+c(v^*+\tilde{v})}\dot{\tilde{v}}\tilde{v} + \xi\dot{\xi} = -\frac{a\tilde{v}^2}{b+c(v^*+\tilde{v})} - d\frac{(v^*+\tilde{v})}{b+c(v^*+\tilde{v})}\tilde{v}^2 \quad (5.46)$$

Puesto que el término $\frac{(v^*+\tilde{v})}{b+c(v^*+\tilde{v})}$ es positivo si la tensión incremental cumple

$\tilde{v} > -v^*$, es decir la tensión en el condensador es positiva. Entonces el término de la derecha es siempre negativo, además corresponde con la derivada de la función de Lyapunov:

$$F(\tilde{v}, \xi) = \frac{1}{2c}\left(\tilde{v} - \frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{b^2 + cv^*b}{c^3}\right)\ln(c(v^* + \tilde{v}) + b) + \frac{1}{2}\xi^2 \quad (5.47)$$

Que es siempre positivo en el dominio $c(v^* + \tilde{v}) + b > 1$, es decir, $\tilde{v} > -v^* + \frac{1-b}{c}$. Lo que implica que:

$$\tilde{v} > -\frac{v^*D_e'}{Lk_0} + \frac{C}{k_0^2L} \quad (5.48)$$

Si $k_0 \ll \frac{D_e'}{L}$ y $k_0^2 \gg \frac{C}{L}$, el primer término es un número negativo mucho menor que $-v^*$, mientras que el segundo término es un número positivo muy pequeño y, por lo tanto, despreciable. Esta condición será menos restrictiva que $\tilde{v} > -v^*$, y por tanto, aseguramos que la función de Lyapunov $F(\tilde{v}, \xi)$ es siempre positiva en el dominio $\tilde{v} > -v^*$, es decir, cuando la tensión en el condensador es positiva. De esta forma queda demostrada la estabilidad de la dinámica cero en gran señal.

A continuación en la figura 5.3 se presenta el esquema de diseño para aplicar la ley de control (5.36) al convertidor CC/CC boost. Se puede observar que la corriente en el inductor se sensa con el INA132 y a partir de este valor se puede obtener el valor incremental de corriente. El diseño requiere dos circuitos encargados de obtener el logaritmo y uno para obtener la exponencial, de este modo se implementa la división que hay en la ley de control. Para encontrar la integral del error se utiliza un restador para formar el error de tensión y un integrador puro. Además, se necesitan circuitos restadores, sumadores y dos divisores de tensión para obtener los valores de referencia de tensión y corriente.

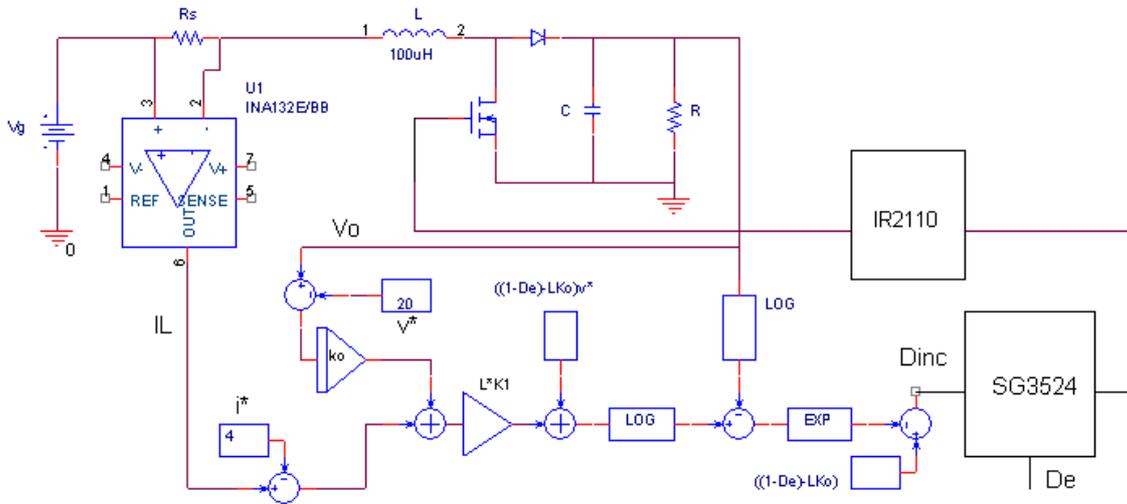


Figura 5. 3 Esquema de diseño para realimentar el boost con la ley (5.36)

A continuación, se presentan los resultados de simulación PSPICE cuando se conservan los parámetros del apartado anterior y se aplica la ley de control (5.36). El valor de las constantes son: $K_0 = 200$ y $K_1 = 20000$ y la frecuencia de conmutación es de 50 KHz. La condición inicial de tensión es de 10 voltios.

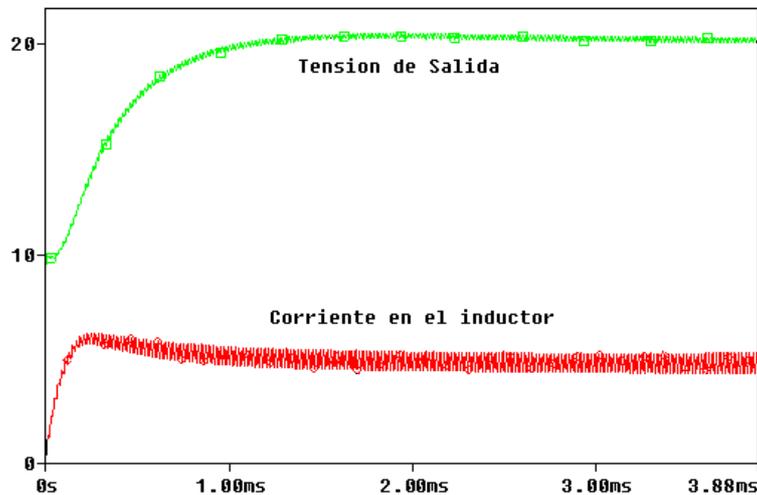


Figura 5. 4 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.36).

En la figura 5.4 se observa que la salida de tensión es una señal sobre-amortiguada con un tiempo de establecimiento aproximado de 1.5 ms. En cuanto a la señal de corriente, tiene un sobre-pico de 6 Amperios.

A continuación, se muestran los resultados de simulación cuando existen perturbaciones en la tensión de entrada. Se presenta un cambio brusco en tensión de 10 a 12 voltios en $t = 4ms$ y de 12 a 10 voltios en $t = 12ms$.

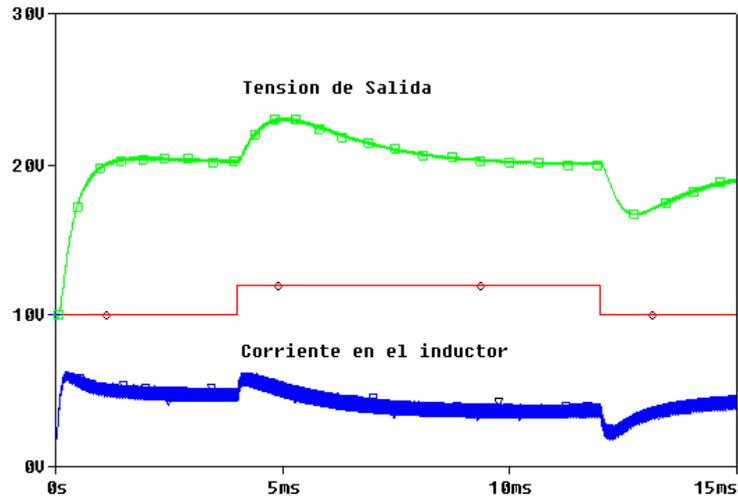


Figura 5. 5 Respuesta cuando existen perturbaciones de la tensión de entrada y se aplica la ley (5.36)

Como puede observarse la señal de tensión retorna a su valor deseado después de un corto transitorio. También se simularon perturbaciones en la carga, se muestra en la figura 5.6. En este caso, el cambio se realizó en $t = 7.5ms$ y paso de 10Ω a 12Ω . Como puede observarse el punto de equilibrio cambia pero la tensión de salida sigue siendo regulada a 20 voltios.

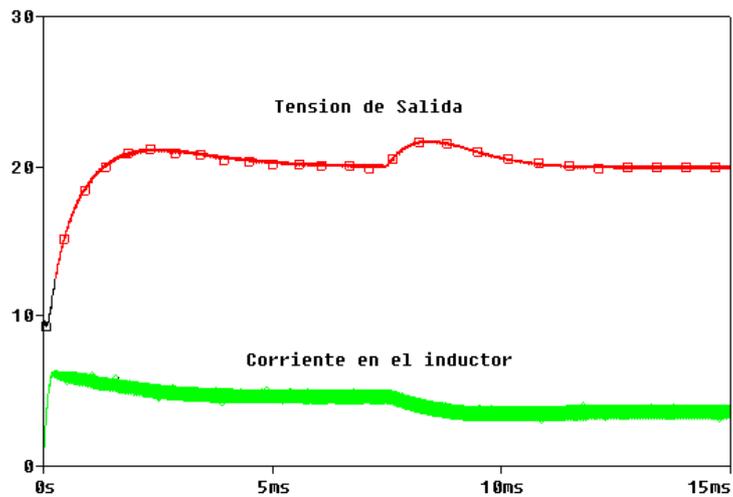


Figura 5. 6 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.36) y existen perturbaciones en la carga.

Con las simulaciones se puede ver que el sistema realimentado con la ley de control (5.36) es robusta frente a perturbaciones de carga y de tensión de entrada. También se debe considerar que esta ley precisa la medida de la corriente, lo que conlleva a un aumento de los costes, pérdidas de potencia y aumento del ruido por la adición de dispositivos sensores. Es por ello que en el apartado siguiente se analizará la ley sin necesidad de sensado de corriente utilizando la técnica de reconstrucción integral.

5.3 Aplicación del reconstructor integral a la linealización entrada-salida del convertidor boost

En esta sección se aplicará una parametrización integral entrada-salida, o concretamente un reconstructor integral, que permita obtener una señal estimada de la corriente incremental en el inductor para poder aplicarla en la ley de control (5.36).

Este reconstructor se deduce directamente para el convertidor boost de la ecuación (5.14):

$$\hat{i}(t) = \frac{1}{L_0} \int_0^t (-D_e' \tilde{v}(\tau) + (\tilde{v}(\tau) + v^*)) u(\tau) d\tau \quad (5.49)$$

Esta estimación difiere en su valor real en una cierta constante, por lo que el valor incremental de la corriente se puede expresar como:

$$\tilde{i}(t) = \hat{i}(t) + k \quad (5.50)$$

Al considerar esta señal estimada de la corriente, la salida de realimentación (5.33) se puede escribir como:

$$\hat{y} = \hat{i} + k_0 \xi \quad (5.51)$$

y el control (5.36), se transforma en:

$$u = \frac{(D_e' - k_0 L) \tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} - \frac{k_1 L (\hat{i} + k_0 \xi)}{v^* + \tilde{v}} \quad (5.52)$$

Al reemplazar (5.52) en (5.31) se obtiene la dinámica realimentada del convertidor:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{i}} \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1(\hat{i} + k_0\tilde{\xi}) - k_0\tilde{v} \\ \left(\frac{k_1(\hat{i} + k_0\tilde{\xi}) + k_0\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \hat{i})}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \hat{i})}{v^* + \tilde{v}} + \hat{i} \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

Si se expresa (5.53) en términos de la corriente incremental se obtiene que:

$$\begin{bmatrix} (\tilde{i} - k)' \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{i} - k + k_0\tilde{\xi}) - k_0\tilde{v} \\ \left(\frac{k_1(\tilde{i} - k + k_0\tilde{\xi}) + k_0\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i} - k)}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \tilde{i} - k)}{v^* + \tilde{v}} + \tilde{i} - k \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

Expresando la primera variable de estado de (5.54) como una combinación de \tilde{i} y $\tilde{\xi}$, el sistema de ecuaciones se presenta como:

$$\begin{bmatrix} (\tilde{i} - k - k_0\tilde{\xi})' \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{i} - k + k_0\tilde{\xi}) \\ \left(\frac{k_1(\tilde{i} - k + k_0\tilde{\xi}) + k_0\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i} - k)}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \tilde{i} - k)}{v^* + \tilde{v}} + \tilde{i} - k \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

La dinámica cero de (5.55) se encuentra al considerar que (5.51) se hace cero, es decir, $\hat{y} = \tilde{i} - k + k_0\tilde{\xi} = 0$, por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{k_0\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i} - k)}{C} - \left(\frac{\tilde{v}(i^* + \tilde{i} - k)}{v^* + \tilde{v}} + \tilde{i} - k \right) \frac{D_e'}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

Expandiendo los términos de esta dinámica resulta que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{k_0\tilde{v}}{v^* + \tilde{v}} \right) \frac{L(i^* + \tilde{i} - k)}{C} - \frac{\tilde{v}i^*D_e'}{(v^* + \tilde{v})C} - \frac{\tilde{v}(\tilde{i} - k)D_e'}{(v^* + \tilde{v})C} + \frac{D_e'(\tilde{i} - k)}{C} - \frac{\tilde{v}}{RC} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

Si se tiene en cuenta que al hacer de nuevo $y = 0$ resulta que $\tilde{i} - k = -k_0 \xi$ y además, que el valor en equilibrio de la corriente $i^* = \frac{v^*}{D_e R}$ se puede escribir la dinámica cero como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - \frac{k_0 L}{D_e'}) v^* \tilde{v} & (D_e' - k_0 L) k_0 v^* \xi & L k_0^2 \xi & \tilde{v} \\ RC(v^* + \tilde{v}) & (v^* + \tilde{v}) C & C & RC \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

Al comparar esta dinámica cero con la que se encontró en la ecuación (5.39), se puede observar que coinciden, por tanto, se realizará un análisis de estabilidad similar al que se realizó en la sección anterior. Si se considera que $k_0 < \frac{D_e'}{L}$ se puede escribir (5.58) como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a \tilde{v}}{(v^* + \tilde{v})} - \frac{b \xi}{(v^* + \tilde{v})} - c \xi - d \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

donde

$$a = \frac{(1 - \frac{k_0 L}{D_e'}) v^*}{RC} > 0 \quad b = \frac{(D_e' - k_0 L) k_0 v^*}{C} > 0 \quad c = \frac{L k_0^2}{C} > 0 \quad d = \frac{1}{RC} > 0$$

y la estabilidad de la dinámica cero (5.59) se comprueba a partir de la función de Lyapunov:

$$F(\tilde{v}, \xi) = \frac{1}{2c} \left(\tilde{v} - \frac{b}{c} \right)^2 + \left(\frac{b^2 + c v^* b}{c^3} \right) \ln(c(v^* + \tilde{v}) + b) + \frac{1}{2} \xi^2 \quad (5.60)$$

Que es siempre positivo en el dominio $c(v^* + \tilde{v}) + b > 1$, es decir, $\tilde{v} > -v^* + \frac{1-b}{c}$. Lo que implica que:

$$\tilde{v} > -\frac{v^* D_e'}{L k_0} + \frac{C}{k_0^2 L} \quad (5.61)$$

Si se considera que $k_0 \ll \frac{D_e'}{L}$ y $k_0^2 \gg \frac{C}{L}$, el primer término es un número negativo mucho menor que $-v^*$. El segundo término es un número positivo muy pequeño y, por lo tanto, despreciable. Esta condición será menos restrictiva que $\tilde{v} > -v^*$, y por tanto, aseguramos que la función de Lyapunov $F(\tilde{v}, \xi)$ es siempre positiva en el dominio $\tilde{v} > -v^*$, es decir, cuando la tensión en el condensador es positiva.

La derivada de la función (5.60) corresponde a:

$$\dot{F}(\tilde{v}, \xi) = -\frac{(v^* + \tilde{v})}{b + c(v^* + \tilde{v})} \dot{\tilde{v}} \tilde{v} - \xi \dot{\xi} - \frac{a\tilde{v}^2}{b + c(v^* + \tilde{v})} - d \frac{(v^* + \tilde{v})}{b + c(v^* + \tilde{v})} \tilde{v}^2 \quad (5.62)$$

Puesto que el término $\frac{(v^* + \tilde{v})}{b + c(v^* + \tilde{v})}$ es positivo si la tensión incremental cumple $\tilde{v} > -v^*$, la derivada de $F(\tilde{v}, \xi)$ es siempre negativa. De esta forma queda demostrada la estabilidad de la dinámica cero en gran señal y nos permite ver la viabilidad de aplicar el control (5.52) a la dinámica del convertidor boost.

Para comprobar la eficacia de este control se realizaron simulaciones en PSPICE porque el diseño en este simulador nos permite tener un modelo más cercano al diseño experimental que en un futuro se quiere alcanzar. A continuación, se presentan los resultados del sistema realimentado cuando los parámetros del convertidor boost son los siguiente: $L = 100 \mu H$, $C = 100 \mu F$, $R = 10 \Omega$, $D_e = 0.5$, $V_g = 10V$ y la frecuencia de conmutación de $50 KHz$. El valor de las constantes son $K_0 = 450$ y $K_1 = 20000$.

En la figura 5.7 se presenta la respuesta de tensión y de corriente, la respuesta de tensión es sobre-amortiguada y el tiempo de establecimiento es de 1.5 ms, cuando la condición inicial para el condensador de salida es de 10 voltios.

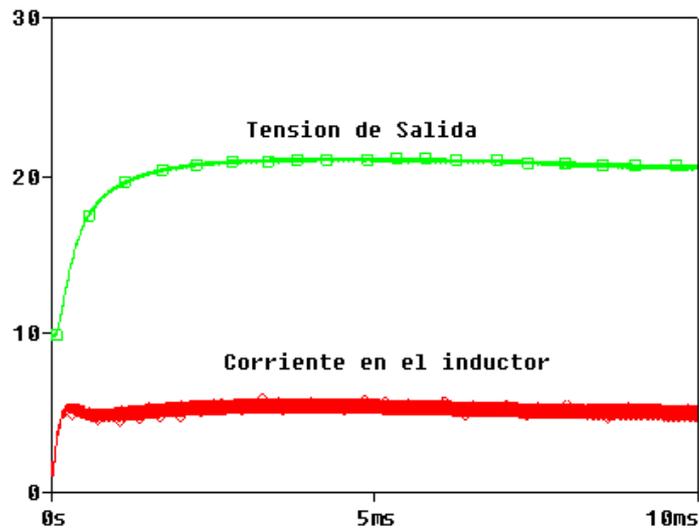


Figura 5.7 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52).

También, se realizaron simulaciones cuando se presentan perturbaciones en la tensión de entrada y en la resistencia de carga. La tensión de entrada cambio bruscamente en $t = 4ms$ y en $t = 12ms$ variando de 10 a 12 voltios. La respuesta se presenta en la figura 5.8, obsérvese que el punto de equilibrio cambia, aunque se mantiene la tensión regulada de salida.

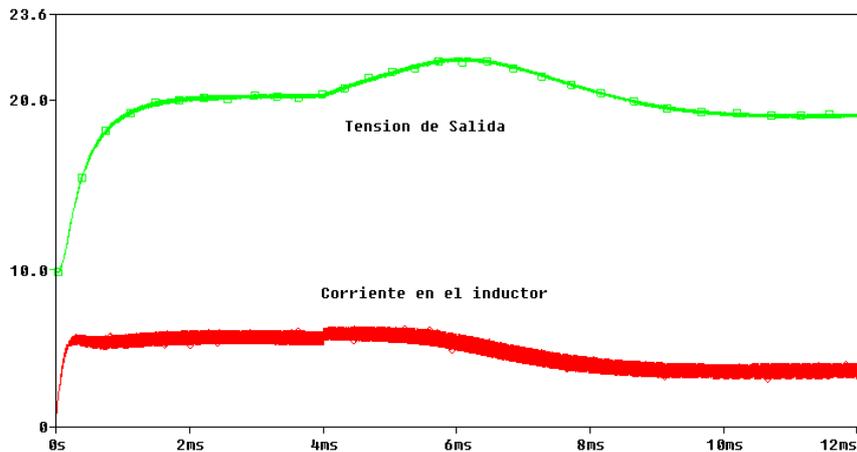


Figura 5.8 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones de la tensión de entrada

Por último, se analizó la respuesta del sistema cuando se cambia de manera brusca la resistencia de carga. Se empezó con un pequeño cambio en la resistencia de carga, de 10 a 12 ohmios en $t = 7.5ms$ y como puede observarse en la figura 5.9 el sistema cambia de punto de equilibrio pero retorna al valor de tensión de salida después de un corto transitorio.

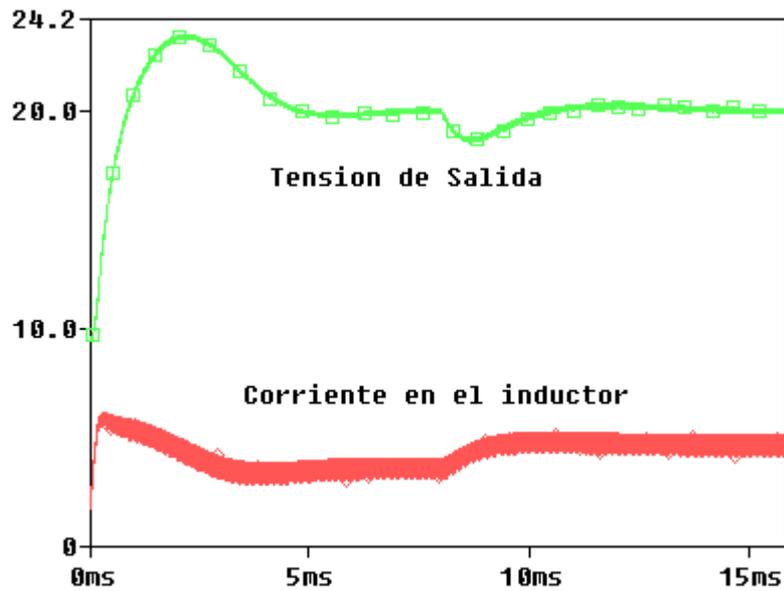


Figura 5.9 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga 10 a 12 Ω en $t = 7.5ms$

Luego se empezó a aumentar la frecuencia de cambio en la resistencia de carga, se paso de 10 a 12 ohmios en $t = 6ms$ y de 12 a 10 ohmios en $t = 12ms$ y como puede observarse en la figura 5.10 el sistema conserva su valor de tensión estacionaria, es decir, los 20 Voltios.

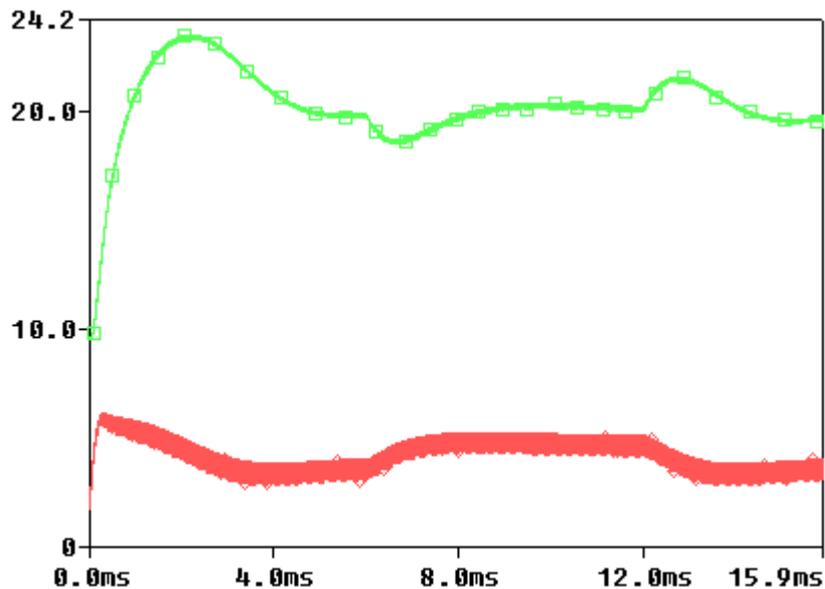


Figura 5.10 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga de 10 a 12 Ω en $t = 6ms$

Posteriormente, se aumentó el valor de cambio de la resistencia de carga. Se paso de 10 a 18 Ω y de 18 a 10 Ω en un periodo de 12 ms. El resultado de esta simulación se presenta en la figura 5.11 y como puede observarse al sistema le cuesta más regresar a los 20 V y el punto de equilibrio de la corriente pasa de 4 a 6 Amperios en cada cambio.

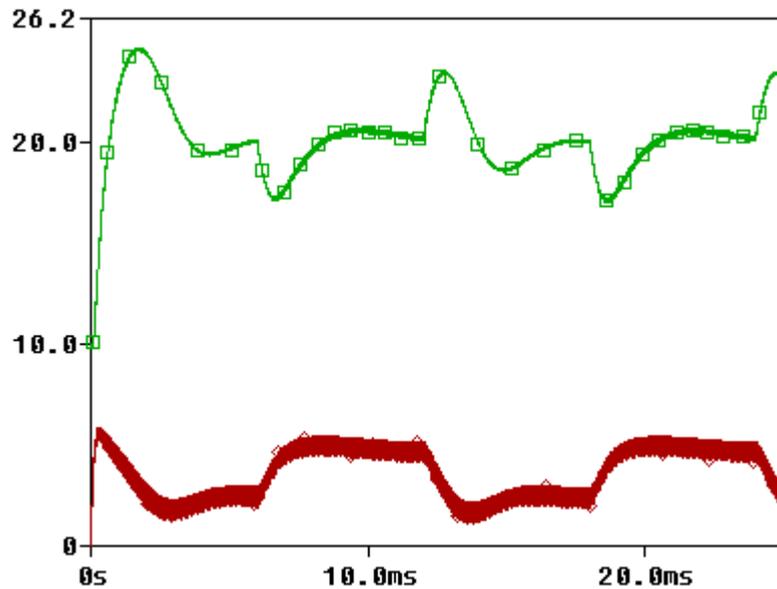


Figura 5.11 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga de 10 a 18 Ω

Por último, en la figura 5.12 se presenta la respuesta del sistema en lazo cerrado cuando el cambio es de 10 a 20 Ω con un periodo de 12 ms. De manera progresiva se fue aumentando el valor de resistencia de carga para saber si el sistema se saturaba y, de acuerdo al modelo que se planteó en PSPICE, se observó que el sistema realimentado responde adecuadamente hasta un cambio de resistencia de 20 Ω . Para valores superiores a 20 Ω , el sistema tiene problemas de convergencia debido a la saturación del control.

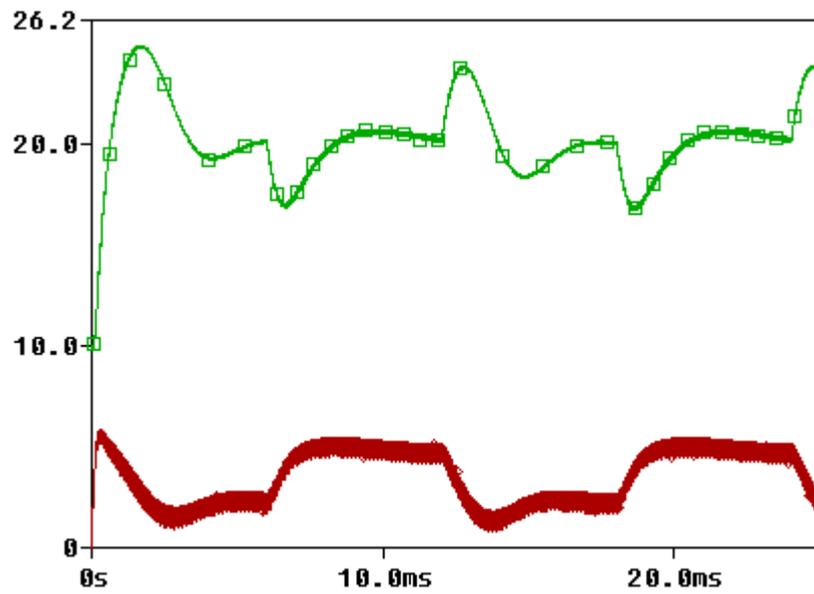


Figura 5.12 Respuesta del convertidor boost cuando se aplica la ley (5.52) y existen perturbaciones en la carga de 10 a 20 Ω

Se puede decir entonces que el sistema realimentado con la corriente estimada responde de manera robusta siendo capaz de compensar aquellas perturbaciones de carga y de tensión de entrada para lograr una salida de tensión regulada. Es de vital importancia, recalcar que el factor integral ayuda a compensar la diferencia entre el valor real y el estimado de corriente, así como la dependencia de la ley de control de los parámetros de la planta.

5.4 Conclusiones de la linealización por realimentación

En este capítulo se ha estudiado la viabilidad de estudiar la linealización entrada-salida como alternativa para controlar los convertidores conmutados CC/CC. Este control se obtiene a partir del concepto de grado relativo y genera una dinámica realimentada lineal desde el punto de vista entrada-salida. Por otra parte, el estudio de la dinámica cero permite determinar la estabilidad del sistema en lazo cerrado ya que describe el comportamiento “interno” cuando las condiciones iniciales y la acción de control restringen las trayectorias de estado para que la salida se mantenga a cero. Si la dinámica de ceros es inestable, el control propuesto no puede aplicarse debido a que internamente el sistema en cierto número de estados estaría creciendo ilimitadamente y no habría manera de que el control u pueda solucionarlo.

Cabe señalar que como aportación en este capítulo se ha ampliado el estudio de la reconstrucción integral a la linealización entrada-salida. Su utilidad se demostró a través de simulaciones y se esquematizó el modelo para poder llevarlo a una futura implementación experimental. Se observó también que el comportamiento en lazo cerrado es robusto frente a perturbaciones en la tensión de entrada y en la carga. En este caso, se adicionó el factor integral del error de tensión para compensar la diferencia entre la señal estimada y la real, de paso también evita el error en estado estacionario debido al desconocimiento o inexactitud en los parámetros de la planta.

Capítulo 6

CONCLUSIONES DE LA TESIS

6.1 Aportaciones

El desarrollo de esta tesis ha sido orientado por la necesidad de buscar controladores aplicables a convertidores conmutados CC/CC que estabilicen y garanticen una tensión de salida constante en presencia de perturbaciones. Para lograrlo se han aplicado técnicas de control no lineal, que consideran la naturaleza bilineal de dicho tipo de plantas y garantizan la estabilidad en gran señal. La tesis abordó la aplicabilidad de las siguientes técnicas: control en modo deslizamiento, linealización entrada-salida por realimentación y control basado en pasividad.

En este último capítulo se van a plasmar las conclusiones del trabajo y las aportaciones que se realizaron con el desarrollo de esta investigación. El primer aporte que se hace está en el capítulo 2, donde se analiza la técnica de reconstrucción integral describiendo paso a paso cual es el procedimiento que se debe seguir para aplicarlo a convertidores conmutados. Este análisis se basa en el aporte teórico presentado por Fliess [FLI02], adaptándolo a las matrices que describen el comportamiento de los convertidores CC/CC. Se exponen en detalle ejemplos de aplicación, en el primero se aplica la técnica a un convertidor boost para estimar la corriente en el inductor. Este reconstructor se deriva del modelo exacto del convertidor y no del normalizado como se desarrolla en [SIR02], facilitando así su implementación experimental. Otra contribución del capítulo 2 está en el desarrollo del prototipo del reconstructor de corriente, cuyos resultados experimentales fueron confrontados con los generados por un sensor de corriente para demostrar la coincidencia de estas dos señales. También, se extendió el estudio de la técnica de reconstrucción integral a un convertidor de cuarto orden, el convertidor Çuk, para estimar una de sus corrientes. Los resultados de simulación verifican que efectivamente se puede estimar la señal de corriente en uno de sus inductores con la relación integral existente entre la señal de control y la tensión de entrada.

Cabe destacar, también, que la técnica de reconstrucción integral como se mencionó en el capítulo 2 es análoga a la técnica basada en observadores de estado propuesta

por Midya [MIDY01] donde se estima la corriente en convertidores conmutados a partir de la tensión en el inductor, pero a diferencia de éste, en la presente tesis se aplicó la estimación de corriente a técnicas no lineales de control y se realizaron pruebas de experimentales para garantizar la estabilidad en gran señal.

El capítulo 3 se dedica al control en modo deslizamiento, centrándose en la superficie deslizamiento de corriente que incluye el reconstructor integral como alternativa para evitar el uso de sensores de corriente. La superficie de deslizamiento incluye el factor integral del error de tensión de salida evitando así error estacionario. Se comprobó con el análisis teórico que el sistema realimentado es estable y, a través de las simulaciones y de los resultados experimentales se probó que el lazo de control es robusto. Este desarrollo sigue la referencia [SIR02] pero en contraste con ella parte del modelo exacto del convertidor y se presenta un prototipo que confirma los resultados.

El aporte principal del capítulo 4 se centra en el análisis del reconstructor integral para implementar el control integral basado en la pasividad en el convertidor boost. Este controlador sólo utiliza la variable de tensión incremental del convertidor y la señal de entrada, que en este caso es la señal de conmutación. Además, se estudia la estabilidad en gran señal de dicho regulador conmutado. Por otra parte, el uso de un factor integral garantiza error en estado estacionario cero a pesar de la presencia de perturbaciones en la tensión de entrada, en la carga o variaciones de la tensión de referencia. El comportamiento del sistema realimentado se ha verificado, tanto a nivel de simulación, como mediante la realización de diversas implementaciones físicas del controlador-reconstructor, obteniéndose una verificación experimental donde la presencia de ruidos o perturbaciones no afectan las formas de onda substancialmente.

Mientras que en el capítulo 5 se ha estudiado la viabilidad de estudiar la linealización entrada-salida como alternativa para controlar los convertidores conmutados CC/CC. Cabe señalar que como aporte en este capítulo se ha ampliado el estudio de la reconstrucción integral a la linealización entrada-salida. Su utilidad se demostró a través de simulaciones y se esquematizó el modelo para poder llevarlo a una futura implementación experimental. En las simulaciones se observó que el comportamiento en lazo cerrado es robusto frente a perturbaciones en la tensión de entrada y en la carga. En este caso, se adicionó el factor integral del error de tensión para lograr error en estado estacionario cero a pesar del posible desconocimiento o inexactitud de los parámetros de la planta, o cuando se hace uso del reconstructor es particularmente importante corregir el desconocimiento de las condiciones iniciales de éste.

En cuanto a la implementación de los prototipos se destaca que fueron diseñados con dispositivos analógicos, evitando así el uso de sistemas discretos que requieren conversores analógicos-digitales de elevado ancho de banda.

6.2 Futuras líneas de investigación

La presente tesis presenta una alternativa para estimar la corriente en los convertidores conmutados CC/CC y la combina con técnicas de control no lineal para asegurar la regulación de tensión de salida y la estabilidad en gran señal. Su aplicación se ha centrado en convertidores como el boost, buck, buck-boost y Çuk. Por ello se propone como futura línea de investigación extender la aplicación del reconstructor integral a otros convertidores de orden elevado y de acuerdo a su viabilidad pensar en la implementación experimental a frecuencias de conmutación más elevadas, superiores a los 100Khz.

Además, se puede optar por considerar el modelo no ideal de los convertidores conmutados CC/CC, es decir, tener en cuenta las resistencias internas de los dispositivos y las tensiones de conducción en los diodos y en los transistores. Esto nos podría permitir saber con exactitud de que factores depende el lazo de control diseñado y el efecto que tienen estos elementos en la reconstrucción de la corriente.

Por otro lado, a partir de las simulaciones y de las implementaciones físicas de los diversos sistemas realimentados presentados en la tesis, se ha observado que el sistema planta-controlador-reconstructor se comporta de manera robusta frente a perturbación en la resistencia de carga, cuando la variación no supera el valor nominal en un 200%. A partir de este valor, el control se satura posiblemente porque la corriente en el inductor cae a cero. Por lo tanto, se propone estudiar la operación del lazo de control cuando el convertidor trabaja en modo de conducción discontinua y a partir, de esto buscar alternativas para evitar que el control se sature.

A pesar de que se ha experimentado en el control modo deslizamiento y en el control basado en pasividad, aun quedan por realizar experimentalmente el lazo de control que se obtuvo al aplicar linealización entrada-salida al convertidor boost y su posterior ampliación al utilizar la reconstrucción de corriente.

Referencias bibliográficas

- [ARB98] B. Arbetter, D. Maksimovic, "DC-DC converter with fast transient response and high efficiency for low-voltage microprocessor loads", Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1998, APEC'98, Conference Proceedings 1998, Thirteenth Annual, Vol. 1, Pages 156 – 162, 15-19 Feb. 1998.
- [ART04] M. I. Arteaga Orozco y R. Leyva, "Análisis y Simulación De Superficies En Modo Deslizamiento Aplicadas Al Convertidor Boost", SAAEI, Septiembre 2004.
- [BEL03] F. Beltrán, G. Silva, H. Sira Ramírez, "Active vibration Absorbers using Generalized PI and Sliding mode Control techniques", Proceedings of the American Control Conference Denver, Colorado June 4-6-2003.
- [BYR91] C. I. Byrnes, A. Isidori and J.C. Willems, "Passivity, Feedback Equivalence, and the Global stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, No. 11, pp. 1228-1240, November 1991.
- [ERI 97] R. Erickson. "Fundamentals of Power Electronics," Ed. Chapman & Hall, 1997.
- [ESC99] G. Escobar, R. Ortega, H. Sira Ramírez, J-P. Vilain, and I. Zein, "An Experimental Comparison of Several Nonlinear Controllers for Power Converters," IEEE Control Systems Magazine, Vol. 19, pp. 66-82, 1999.
- [FEN04] G. Feng, W. Zhang and Y-F.Liu, "A new current mode fuzzy logic controller with extended state observer for DC-to-DC converters", Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC '04. Nineteenth Annual IEEE, Vol. 3, 1771 – 1777.
- [FLI00] M. Fliess, "Sur des Penseurs Nouveaux Faisons des Vers Anciens". Actes Conference Internationale Francophone d'Automatique (CIFA-2000), Lille, France, 2000.

- [FLI02] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau and H. Sira-Ramírez, “Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés”, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, January 2002, Vol. 7, 23-41.
- [FLI04] M. Fliess and H. Sira-Ramírez, “Reconstructeurs d’état”, Comptes Rendus Mathématique, Volume 338, Issue 1, 1 January 2004, pp. 91-96.
- [FOS92] E. Fossas, L. Martínez and J. Ordinas, “Sliding mode control reduces audiosusceptibility and load perturbation in the Çuk converter”, IEEE Trans. On Circuits and Systems, Vol 39, No. 10, pp. 847-849, October 1992.
- [HASS02] H.P. Forghani-zadeh, G. A. Rincon-Mora, “Current-sensing Techniques for DC-DC Converters”, Circuits and Systems, 2002. MWSCAS-2002. The 2002 45th Midwest Symposium on Volume 2, 4-7 Aug. 2002 Page(s): II-577 - II-580 vol.2
- [HER03] V. Hernández y H. Sira Ramírez, “Generalized PI control for Global Position Regulation of flexible Joint Robot Manipulators”, Proceedings of the American Control Conference Denver, Colorado June 4-6-2003.
- [ISI95] A. Isidori, Nonlinear Control Systems, Springer, 3th Edition, 1995.
- [KAM93] L. A. Kamas, S. R. Sanders, “Parameter and State Estimation in Power Electronic Circuits”, IEEE Transactions on
- [KELL91] A. Kelley and J. Titus, “DC current sensor for PWM converter”, Power Electronics Specialists Conference, PESC '91, 22nd Annual IEEE.
- [KHA02] H. K. Khalil, “Nonlinear Systems”, Edition 3, Prentice Hall 2002.
- [LEO95] J. De Leon, Jm. Alvarez , “Sliding mode Control and State Estimation for Nonlinear singularly Perturbed systems application to an Induction Electric Machine,” Control Applications, Proceedings of the 4th IEEE Conference on, pp. 998-1003, 1995.
- [LEY00] R. Leyva Grasa, “Control de Convertidores Conmutados mediante Técnicas no lineales: Pasividad, Linealización entrada-salida y Redes Neuronales,” Memoria de Tesis. Instituto de Organización y Control. Universidad Politécnica de Cataluña, 2000.

- [LEY01] R. Leyva, A. Cid-Pastor, C. Alonso, I. Queinnec, S. Tarbouriech and L. Martínez Salamero, "Passivity-based integral control for a boost converter for large-signal stability".
- [LIE93] D. Liebal, P. Vijayraghavan y N. Sreenath. "Control of DC_DC buck-boost converter using exact linearization techniques", Power Electronics Specialists Conference, PESC '93 Record, 24th Annual IEEE, 1993.
- [MAT04] P. Mattavelli, "Digital control of DC-DC boost converters with inductor current estimation", Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC '04. Nineteenth Annual IEEE, Vol. 1, 74 - 80.
- [MIDD76] R.D. Middlebrook and Slobodan Cuk, "A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages", IEEE PESC'76 Rec., pp. 18-34, Cleveland, OH, June 8-10.
- [MIDY01] P. Midya, P. T. Krein and M. Greuel, "Sensorless current Mode control –An Observer Based Technique for DC-DC Converters", IEEE Transactions on Power electronics, vol. 16, No. 4, July 2001.
- [MOY74] P. J. Moylan, "Implications of Passivity in a Class of Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-19, No. 4, pp. 373-381, August 1974.
- [OGA97] K. Ogata, "Ingeniería de control moderna, Ed. Prentice Hall, 1997.
- [PROD00] A. Prodic and D. Maksimovic, "Digital PWM controller and Current Estimator for a Low-Power Switching Converter", in Proc. The 7th workshop on computers in Power Electronics, pp. 123-128, 2000.
- [RED85] R. Redl and N.O. Sokal, "Current mode control, five different types, used with the three basic classes of Power converters: small-signal ac and large-signal DC characterization, stability requirements, and implementation of practical circuits," PESC'85 Record, pp. 771-785.
- [SAN92] R. Sanders and G. C. Verghese, "Lyapunov-Based control for Switched Power Converters", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 7, No. 1, pp. 17-24, January 1992.

- [SIR87] H. Sira-Ramírez, "Sliding motions in Bilinear Switched Networks", IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol 34, No. 8, pp. 919-933, August 1987.
- [SIR88] H. Sira-Ramírez, "Differential geometric methods in variable-structure control", Int. Journal Control, vol 48, No. 4, 1359-1390.
- [SIR89] H. Sira-Ramírez, M. Rios-Bolivar, "Adaptive Input-Output Linearization for PWM Regulation of DC to DC Power Converters", Proceedings of the American Control Conference, Vol 36, No. 6, pp. 858-865, June 1989.
- [SIR95] H. Sira-Ramírez, R. Ortega. "Passivity-Based controllers for the Stabilization of DC to DC Power Converter", Decision and Control, Proceedings of the 34th IEEE Conference on , Vol. 4 , 13-15 Dec. 1995, pp. 3471-3476.
- [SIR02] H. Sira-Ramírez, R. Marquez-Contreras and M. Fliess, "Sliding mode control of DC-to-DC power converters using integral reconstructors", Inter, Journal of Robust and Nonlinear control, Vol. 12, pp. 1173-1186, 2002.
- [SIR02] H. Sira Ramirez, "On the Generalized PI control of some nonlinear mechanical systems", Proceedings of the American Control Conference Anchorage, AK May 8-10-2002.
- [SLO91] J. Slotine y W. Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, 1991.
- [SPI04] M. Spinetti-Rivera, O. Ostos-Moreno, H. Sira-Ramírez y R. Márquez, "Generalized PI Sliding Mode Control of a large signal boost converter model: Simulation and practical implementation", IFAC Symposium on System Structure and Control 2004, Oaxaca, Mexico, December 2004.
- [TAO04] C. W. Tao, W-Y. Wang y M. L. Chan, "Design of Sliding Mode Controllers for bilinear Systems with Time Varying Uncertainties", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics- Part B: Cybernetics Vol. 34, No. 1, February 2004.
- [UTK92] V. I. Utkin, "Sliding modes in control and optimization", Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [UTK93] V. I. Utkin, "Sliding Mode Control in Dynamic Systems", Proceedings on the 32nd conference on Decision and Control, San Antonio Texas, December 1993.

- [VEN85] R. Venkataramanan, A. Sabanovic. and S. Çuk , “Sliding Mode Control of DC to DC converters”, Proc. IECON’85, pp. 251-258.
- [WAN97]T. Wang, X. Zhou and F. Lee, “” A Low Voltage High Efficiency and High Power Density DC/DC converter, in Proc. 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp. 240-245, 1997.
- [WILL72]J. C. Willems, “Dissipative Dynamical Systems: Part I: General Theory”, Arch. Rational Mechanics and Analysis, vol. 45, pp. 321-351, 1972.

Publicaciones

M. I. Arteaga Orozco y R. Leyva, "Análisis y simulación de superficies en modo deslizamiento aplicadas al convertidor boost", SAAEI-EPF'04: Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, Électronique de Puissance du Future, Toulouse, Francia, Septiembre 2004.

M. I. Arteaga Orozco, R. Leyva y L. Martínez-Salamero, "Control basado en pasividad de convertidores de potencia CC/CC usando reconstrucción integral", SAAEI: Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, Santander, Septiembre 28-30, 2005.

C. Olalla, M. I. Arteaga Orozco, A. El Aroudi y R. Leyva, "Análisis y comparación de sistemas de control de búsqueda del extremo", SAAEI: Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, Santander, Septiembre 28-30, 2005.

M. I. Arteaga, R. Leyva and L. Martinez-Salamero, "Using Integral Reconstructor for Nonlinear-Controlled Boost Converter", EPE: European Conference on Power Electronics and Drives, Dresden, Alemania, September 11-14 2005.

ANÁLISIS Y SIMULACION DE SUPERFICIES EN MODO DESLIZAMIENTO APLICADAS AL CONVERTIDOR BOOST

M. I. Arteaga Orozco, R. Leyva Grasa
Dept. de Ing. Electrónica, Eléctrica y Automática. Universidad Rovira i Virgili
Avda. Països Catalans, 26, 43007 Tarragona

Resumen— En este artículo se aplica el control en modo deslizamiento al convertidor “boost”, haciendo énfasis en el análisis y simulación cuando la superficie de deslizamiento es la combinación lineal de las variables de estado, es decir, una combinación de la corriente en el inductor y el voltaje en el condensador. Se compara con las superficies de deslizamiento tradicionales y se determina la mejora en rapidez y robustez de dicho control.

Palabras Clave—. Control no lineal, modo deslizamiento, convertidor de potencia CC/CC, convertidor boost.

I. INTRODUCCIÓN

El control de convertidores de potencia conmutados es un área de investigación muy activa tanto en electrónica de potencia como en teoría de control automático. Un típico ejemplo de convertidor conmutado que captura la esencia del problema es el convertidor boost CC-CC. Este circuito está descrito por un modelo de segundo orden bilineal con una entrada binaria. La relación de la entrada de la tensión de salida con la entrada de control presenta la particularidad de ser de fase no mínima [1]. Diversas técnicas de control se han utilizado para mejorar las prestaciones del mismo [2-5]. Entre ellas se encuentra el control en modo deslizamiento cuyo principal objetivo es forzar al sistema a alcanzar una determinada función conocida como superficie de deslizamiento [4]. En este artículo se analizan, simulan y comparan tres superficies de deslizamiento: voltaje en el condensador, corriente en el inductor y una combinación lineal de estas dos variables de estado constantes.

La sección II contiene generalidades asociadas con el control modo deslizamiento en sistemas bilineales. En la sección III se analizan las tres superficies de deslizamiento y se estudia la viabilidad de aplicarlas en el convertidor “boost”. En la sección IV se presentan los resultados de simulación, se compara y se analiza la rapidez con que el

sistema alcanza cada superficie.

II. FORMULACION DEL PROBLEMA

En esta sección se describen la existencia del modo deslizamiento en convertidores conmutados. El estado del sistema se denomina $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ con componentes que representan la corriente en el inductor y el voltaje en el condensador. El control u se representa por un conmutador con posiciones 0 ó 1.

Considerando la representación bilineal del convertidor:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + u\mathbf{g}(\mathbf{x}) := \mathbf{A}\mathbf{x} + \delta + u(\mathbf{B}\mathbf{x} + \gamma) \quad (1)$$

donde \mathbf{A} y \mathbf{B} son matrices constantes cuadradas y δ y γ son vectores constantes que involucran la fuente de potencia.

Las superficies en las que sólo intervienen una variable de estado presentan una menor complejidad de análisis. Por lo tanto, entre las múltiples posibilidades de definición de la superficie de deslizamiento $\mathcal{S}(\mathbf{x})$ se opta por analizar primero:

$$\mathcal{S} = \{ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : \mathcal{S}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}_j - \mathbf{K} = 0 \} \quad (2)$$

siendo \mathbf{x}_j una de las variables de estado del sistema y \mathbf{K} una constante real.

\mathbf{x}_j sigue un movimiento deslizante si puede alcanzar la superficie $\mathcal{S}(\mathbf{x})$ y además se ve obligado a evolucionar hacia esta superficie gracias a la conmutación del interruptor. Esta promediación o dinámica ideal de deslizamiento es caracterizada por las condiciones de invarianza:

$$\mathcal{S}(\mathbf{x}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\mathcal{S}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \langle \nabla \mathcal{S}, \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}_{eq} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \rangle = 0 \quad (4)$$

Las condiciones de invarianza expresan que, idealmente, las trayectorias de estado están evolucionando sobre la superficie de deslizamiento y se define el control equivalente \mathbf{u}_{eq} como la entrada de control que idealmente obliga a las trayectorias de estado a ir hacia $\mathcal{S}(\mathbf{x})$. Dicho control equivalente se obtiene de:

$$\mathbf{u}_{eq} = - \frac{\langle \nabla \mathcal{S}, (\mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) \rangle}{\langle \nabla \mathcal{S}, (\mathbf{B}\mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma}) \rangle} \quad (5)$$

Una condición necesaria para la existencia de un modo de deslizamiento esta dado por la condición de transversalidad, es decir $\langle \nabla \mathcal{S}, \mathbf{B}\mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma} \rangle \neq 0$.

Con una oportuna conmutación se alcanza la superficie de deslizamiento. Si \mathbf{u}^+ , \mathbf{u}^- denotan la posición del conmutador sobre y bajo la superficie, entonces la condición necesaria para alcanzar la superficie de deslizamiento esta dada por:

$$\lim_{\mathcal{S}(\mathbf{x}) \rightarrow 0^+} \langle \nabla \mathcal{S}, \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^+ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \rangle < 0 \quad (6)$$

$$\lim_{\mathcal{S}(\mathbf{x}) \rightarrow 0^-} \langle \nabla \mathcal{S}, \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^- \mathbf{g}(\mathbf{x}) \rangle > 0 \quad (7)$$

Geoméricamente, estas condiciones exigen que el control apunte hacia la superficie.

Una vez determinada la existencia del régimen de deslizamiento, la dinámica de deslizamiento ideal viene dada por las condiciones de invarianza (3) y (4). La existencia de un punto de equilibrio no implica que la dinámica del sistema en dicho punto sea estable, por ello se deberá verificar la estabilidad de la dinámica ideal. Es decir, la dinámica del sistema cuando se le aplica el control equivalente.

III. SUPERFICIES DE DESLIZAMIENTO

En esta sección, se analiza la posibilidad de controlar un convertidor conmutado elevador ("boost"), figura 1, utilizando control en modo deslizamiento. Se han considerado tres tipos de superficies de deslizamiento: la corriente en el inductor, el voltaje de salida y una combinación lineal de las variables de estado. Para cada una se verifica la condición de transversalidad, se calcula el control equivalente, la región de deslizamiento, la

dinámica ideal y se hace un análisis de estabilidad de la misma.

Para el análisis se considera la representación bilineal del convertidor:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}(\mathbf{B}\mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma}) \quad (8)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Siendo $\mathbf{x}_1 = \mathbf{i}(t)$ y $\mathbf{x}_2 = \mathbf{v}(t)$ las variables de estado y, las constantes V_g , L y C los valores de tensión de alimentación, inductancia y capacitancia, respectivamente. La constante R representa el valor de la carga resistiva.

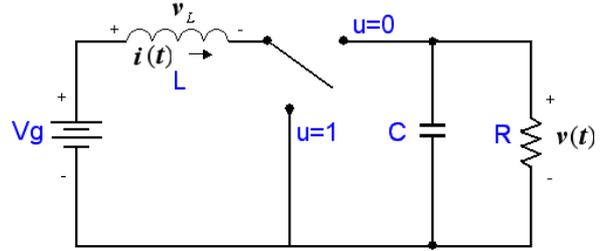


Fig. 1 Convertidor "boost"

Los valores en estado estacionario de las variables son:

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_e \\ \mathbf{v}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R^*(1-d_e)^2} \\ \frac{V_g}{(1-d_e)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde d_e es el ciclo de trabajo en estado estacionario y su valor complementario es $d_e' = 1 - d_e$.

A. Superficie de deslizamiento para corriente en el inductor igual a constante

$$\mathcal{S}(\mathbf{x}) = \{ (\mathbf{i}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^2 : \mathbf{i} - \mathbf{K} = 0 \} \quad (10)$$

La condición de transversalidad se satisface si $\mathbf{v} \neq 0$ dado que $\langle \nabla \mathcal{S}, \mathbf{B}\mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma} \rangle = \mathbf{v}/L$. De las condiciones de invarianza (3) y (4) se obtiene el control equivalente $\mathbf{u}_{eq} = 1 - V_g/\mathbf{v}$. Este control debe estar limitado entre 0 y 1, por lo tanto hay movimiento deslizante cuando $\mathbf{v} > V_g > 0$. La dinámica ideal de deslizamiento esta gobernada por:

$$\dot{i} = K \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{v}{RC} + \frac{KV_g}{Cv} \quad (12)$$

Una vez se alcanza la superficie de deslizamiento, se espera que el estado del sistema evolucione hasta llegar a un punto de equilibrio (\dot{i}^* , v^*) donde la derivada (12) de la variable de estado será nula. Por consiguiente los puntos de equilibrio son:

$$\dot{i}^* = K \quad (13)$$

$$v^* = \sqrt{KV_g R} \quad (14)$$

Se identifica la posición de los polos del sistema cuando este se desliza sobre la superficie y alcanza el punto de equilibrio. Un método habitual es aplicar la Transformada de la Laplace a las ecuaciones de la dinámica de deslizamiento ideal del sistema. La ecuación característica es $s + 2/RC = 0$ por lo que se demuestra que el sistema es asintóticamente estable y que es viable la utilización de esta superficie para controlar el sistema.

B. Superficie de deslizamiento para voltaje en el condensador igual a constante.

$$S(x) = \{(i, v) \in \mathbb{R}^2 : v - K = 0\} \quad (15)$$

La condición de transversalidad se cumple si $\dot{i} \neq 0$ dado que $\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle = -\dot{i}/C$ y el control equivalente esta dado por $u_{eq} = 1 - K/Ri$. La dinámica ideal de deslizamiento que se requiere es la siguiente:

$$v = K \quad (16)$$

$$\frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{v^2}{RLi} + \frac{V_g}{L} \quad (17)$$

Siguiendo el mismo procedimiento anterior se calculan los puntos de equilibrio ($\dot{i}^* = K^2/RV_g$, $v^* = K$). La ecuación característica del sistema es $s - K^2/RL(\dot{i}^*)^2 = 0$ lo que demuestra que la corriente crece indefinidamente es decir, la dinámica ideal, es inestable. El sistema se define como de *fase no mínima*.

C. Superficie de deslizamiento combinación lineal de la corriente y el voltaje

$$S(x) = \{(i, v) \in \mathbb{R}^2 : v_e i - i_e v = 0\} \quad (18)$$

La condición de transversalidad de esta superficie viene dada por (19), se cumple para valores de $\dot{i}, v > 0$:

$$\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle = \frac{v_e v}{L} + \frac{i_e i}{C} \neq 0 \quad (19)$$

y el control equivalente esta dado por:

$$u_{eq} = 1 - \frac{\frac{v_e V_g}{L} + \frac{i_e (v/R)}{C}}{\frac{v_e v}{L} + \frac{i_e i}{C}} \quad (20)$$

Si $\dot{i}, v > 0$, $v > V_g$ y $i > v/R$ el control equivalente estará acotado entre 0 y 1. Si se impone que la dinámica del sistema alcanza la superficie, es decir:

$$\dot{i} = \frac{i_e v}{v_e} \quad (21)$$

y se reemplazan los valores en estado estacionario, el control equivalente resultante es:

$$u_{eq} = 1 - \frac{\frac{V_g}{L} + \frac{v}{d_e' R^2}}{\frac{v}{L} + \frac{v}{d_e'^2 R^2 C}} \quad (22)$$

Este control se debe encontrar $0 < u_{eq} < 1$, para que esto se cumpla:

$$v > \frac{V_g}{\left(1 + \frac{L}{R^2 C d_e'^2} - \frac{L}{R^2 d_e'}\right)} \quad (23)$$

La dinámica ideal de deslizamiento que se requiere es la siguiente:

$$\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{i_e}{v_e} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (a_1 + a_2 \frac{i_e}{v_e})v + a_3 \frac{i_e}{v_e} \quad (25)$$

donde

$$a_1 = -\frac{1}{RC}, a_2 = \frac{d_e' L}{d_e'^2 R^2 C + L}, a_3 = \frac{V_g d_e'^2 R^2}{d_e'^2 CR^2 + L}$$

La ecuación (24) y (25) se hace cero en el punto de equilibrio así que:

$$\dot{i}^* = \frac{i_e}{v_e} v^* \quad (26)$$

$$\mathbf{v}^* = \frac{d_e' R^2 C V g}{L - LC + C d_e'^2 R^2} \quad (27)$$

Siguiendo el mismo procedimiento para determinar la estabilidad de la dinámica ideal de deslizamiento, se identifica la posición de los polos del sistema cuando se alcanza el punto de equilibrio. La ecuación característica es:

$$s + a = 0 \quad (28)$$

donde $a = \frac{d_e'^2 R^2 C + L - LC}{(d_e'^2 R^2 C + L) RC}$.

Por lo que se demuestra que el sistema es asintóticamente estable y que es viable la utilización de esta superficie para controlar el sistema.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación comparan los resultados de la simulación en SIMULINK para cada una de las superficies de deslizamiento. Los parámetros del convertidor son:

$R = 10\Omega$, $L = 100\mu H$, $C = 100\mu F$, $V_g = 10V$, $v^* = 20V$,

$i^* = 4A$, ciclo de trabajo $d_e = 0.5$. Primero se expone la respuesta del convertidor. En las figuras 2 y 3 se observa la evolución de las variables de estado para la superficie corriente igual constante y combinación lineal respectivamente. Se observa como el sistema adquiere régimen estacionario en un tiempo inferior a $4 \cdot 10^{-4}$ seg y un sobrepico máximo de corriente de 11 Amperios, en ambos casos. En la figura 4 se observa el plano de estado para las dichas superficies, notándose que la superficie que corresponde a la combinación lineal se alcanza de manera más rápida, debido a que la condición del voltaje de salida para que exista deslizamiento es menor a la impuesta por la superficie igual a constante.

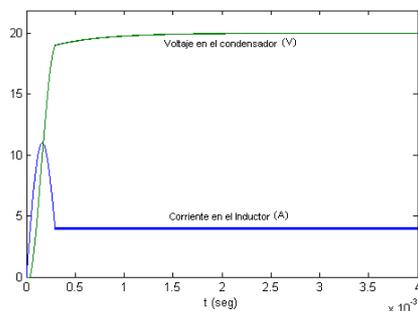


Fig. 2 Evolución de $i(t)$ y $v(t)$ cuando $S(x) = i - K = 0$.

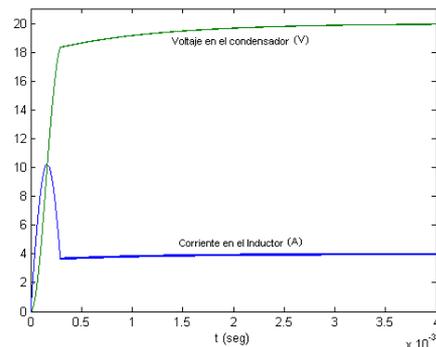


Fig. 3 Evolución de $i(t)$ y $v(t)$ cuando $S(x) = v_e i - i_e v = 0$

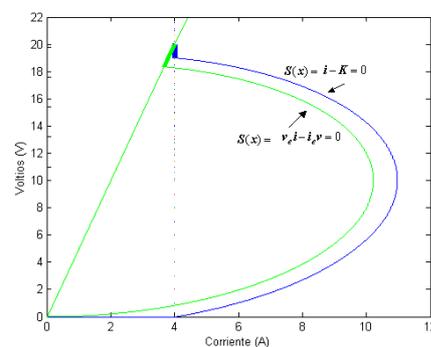


Fig. 4 Comparación del plano de estado para la superficie B. y C.

V. Conclusiones

Al aplicar control en modo deslizamiento al convertidor “boost” cuando la superficie es la combinación lineal de las variables de estado se logra mejorar la rapidez de respuesta del sistema frente a la superficie de corriente constante debido a que se reduce el valor de la condición del voltaje de salida para que exista deslizamiento. En general, el control modo sliding representa una herramienta eficaz que mejora el funcionamiento de los convertidores conmutados y es capaz de asegurar la estabilidad del sistema.

REFERENCIAS

- [1] R. Erickson. “Fundamentals of Power Electronics”, Kluwer Academic Publisher, 1997.
- [2] Leyva Grasa, “Control de Convertidores Conmutados mediante Técnicas no Lineales: Pasividad, Linealización Entrada-Salida y Redes Neuronales”, UPC, 2000.
- [3] G. Escobar, R. Ortega, H. Sira, J-P. Vilain, y I. Zein. “An experimental comparison of several nonlinear controllers for power converters”, *IEEE Control Systems*, vol 19, No. 1, 66-82, February 1999.
- [4] H. Sira-Ramírez, “Sliding motions in Bilinear Switched Networks”, *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol 34, No. 8, 919-933, August 1987.
- [5] A. DeCarlo, S. H. Zak and G. P. Matthews, “Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A tutorial”, *Proceedings of IEEE*, vol 76, No 3, March 1988.

Control basado en Pasividad de Convertidores de Potencia CC/CC usado Reconstructores integrales

M. I. Arteaga, R. Leyva y L. Martinez-Salamero
Dept. de Ing. Electrónica, Eléctrica y Automática
Universidad Rovira i Virgili
Tarragona, España
mariaisabel.arteaga@urv.net

Resumen—En este artículo se aplica el control basado en pasividad al convertidor boost, haciendo uso de reconstructores integrales para la observación de la corriente en el inductor. De este modo el esquema de control realimentado usa solamente el voltaje en el condensador de salida y la señal de entrada, representado por la posiciones del conmutador. Además, asegurará la estabilidad en gran señal del regulador.

Palabras claves: Reconstructores integrales, Convertidores de potencia CC/CC, Control basado en Pasividad, estabilidad en gran señal.

I. INTRODUCCION

El control basado en la pasividad permite establecer dada una relación entrada-salida pasiva en un sistema, una realimentación que asegure la estabilidad en gran señal aún cuando la entrada de control esta limitada a un cierto rango [1]. En el ámbito del control autores como Moylan [2] y Williams [3] plantearon las condiciones necesarias para determinar si un sistema es pasivo a través de una función de almacenamiento de energía. Mientras que [4] se interesan más por el estudio de la estabilidad del sistema pasivo realimentado. En el ámbito de los convertidores conmutados, Sanders [5] deduce funciones de Lyapunov, basándose en la energía incremental, que le permiten derivar la ley de control. Con lo cual en este artículo, se propone un control integral basado en la pasividad de un convertidor boost haciendo uso de un reconstructor integral [6-7]. Este reconstructor integral permite observar una variable no medible a partir de la integral de una cierta relación entre la entrada y la salida. Esta observación o reconstrucción no lineal sustituirá la variable no medible en el control.

El artículo se organiza en los siguientes apartados: en el apartado II se plantea el modelo de variables incrementales del convertidor “boost”, en la sección III se revisa una ley de control por pasividad aplicada al convertidor boost y se analiza su implementación mediante un reconstructor integral. Una vez analizada se muestran, en la sección IV, los

resultados de simulación. Finalmente, las conclusiones se presentan en la sección V.

II. MODELO DEL CONVERTIDOR BOOST

En esta sección se plantea el modelo de estado escogido para evaluar el control por pasividad del convertidor “boost”, figura 1.

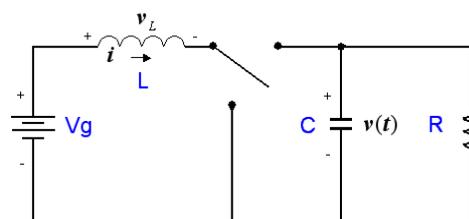


Fig. 5 Convertidor Boost

El modelo discontinuo de este sistema puede ser aproximado por un modelo promediado [8] si se considera que la frecuencia de conmutación es significativamente mayor que la frecuencia natural del convertidor. Bajo esta premisa, se puede expresar el modelo promediado incremental del convertidor de la siguiente forma:

$$\dot{x} = Ax + Bxd + bd \quad (29)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d_e'}{L} \\ \frac{d_e'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{v_e}{L} \\ -\frac{i_e}{C} \end{bmatrix} \text{ y } x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}$$

Las componentes del vector de estado incremental son i , la cual representa las desviaciones respecto al equilibrio de la corriente en el inductor, y v , las desviaciones en el voltaje del condensador. Mientras que, d representa las desviaciones del ciclo de trabajo en el convertidor respecto a su valor en equilibrio. Los parámetros i_e , v_e , y d_e representan los valores en equilibrio de i , v y d , mientras que d_e' constituye el valor complementario de d_e , es decir, $d_e' = 1 - d_e$. La idea es encontrar un control que regule el voltaje de salida del convertidor y que asegure la estabilidad de este sistema. A continuación, se plantea el control basado en pasividad aplicado a dicho convertidor.

III. CONTROL BASADO EN PASIVIDAD

Para aplicar el concepto de pasividad [9] al convertidor boost, consideramos la dinámica incremental del sistema y adicionamos un factor integral del error del voltaje. De (1) se extrae la dinámica incremental:

$$L \frac{di}{dt} = -d_e' v + vd + v_e d \quad (30)$$

$$C \frac{dv}{dt} = d_e' i - \frac{1}{R} v - id - i_e d \quad (31)$$

$$\frac{dz}{dt} = v \quad (32)$$

donde z es la integral del error del voltaje de salida.

Considerando una función de almacenamiento $V(x)$ de la forma:

$$V(x) = V_1(x) + V_2(x) \quad (33)$$

donde

$$V_1(x) = L \frac{i^2}{2} + C \frac{v^2}{2}$$

$$V_2(x) = \frac{1}{2} \gamma^2 (Li + d_e' z)^2$$

y γ y d_e' son valores constantes. Esta función de almacenamiento es definida positiva y su derivada corresponde a:

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{R} v^2 + (v_e i - i_e v) d + \gamma^2 (Li + d_e' z) (v + v_e) d \quad (34)$$

Escogiendo como salida realimentada la variable y expresada como:

$$y = -(i + i_e) v + [i + \gamma^2 (Li + d_e' z)] (v + v_e) \quad (35)$$

Se asegura la pasividad de la relación entrada-salida puesto que $\dot{V}(x) \leq y \cdot d$. Con esta salida se pueden construir leyes de control de la forma:

$$d = -\phi y = -\phi [-(i + i_e) v + (i + \gamma^2 (Li + d_e' z)) (v + v_e)] \quad (36)$$

con lo que se garantiza la estabilidad asintótica del sistema. También, aplicando el lema de Barbalat [10] se puede garantizar que $\dot{V}(x)$ tiende a cero.

Como $\dot{V}(x) = -\frac{v^2}{R} - \phi y^2$ aplicando el principio de invarianza de la Salle [1] se puede asegurar que el sistema es asintóticamente estable puesto que lo es restringida a $\{v = 0, y = 0\}$.

Una vez asegurada la estabilidad asintótica en gran señal se debe seleccionar los valores de γ y ϕ que aseguren un comportamiento satisfactorio, por lo que se linealiza la ecuación (8) alrededor del punto de equilibrio:

$$d_{lin} = -\phi [(1 + \gamma^2 L) v_e i - i_e v + v_e d_e' \gamma^2 z] \quad (37)$$

Y se obtiene la correspondiente ganancia de lazo:

$$T(s) = -\phi \left[(1 + \gamma^2 L) v_e \frac{I(s)}{D(s)} - i_e \frac{V(s)}{D(s)} + v_e d_e' \gamma^2 \frac{Z(s)}{D(s)} \right] \quad (38)$$

donde $\frac{I(s)}{D(s)}$, $\frac{V(s)}{D(s)}$ y $\frac{Z(s)}{D(s)}$ son derivados del modelo linealizado de (2)-(4). La figura 2 muestra el lugar de las raíces de $T(s)$ cuando $\gamma^2 = 5000$ y ϕ varía entre 10^{-4} y $4 \cdot 10^{-3}$.

IV. APLICACION DE LOS RECONSTRUCTORES INTEGRALES

La ley de control propuesta en el apartado anterior precisa la medida de la corriente, sin embargo dicha medida restará eficiencia al convertidor es por ello que se busca una parametrización integral entrada-salida, o un reconstructor integral, que permita obtener una señal estimada de la corriente incremental en el inductor. Este reconstructor se obtiene directamente de la ecuación (2):

$$\hat{i} = \frac{1}{L} \int_0^t (-d_e' v(\tau) + v(\tau) d(\tau) + v_e d(\tau)) d\tau \quad (39)$$

La relación entre el valor estimado \hat{i} y su valor actual i viene dado por:

$$i(t) = \hat{i}(t) + i(0) \quad (40)$$

Utilizando este valor estimado de la corriente para construir la señal de la salida (7), resulta en una estimación de la señal a realimentar \hat{y} , dada por:

$$\hat{y} = -((i - i(0)) + i_e)v + [(i - i(0)) + \gamma^2(L(i - i(0)) + d_e'z)](v + v_e) \quad (41)$$

Esta expresión se puede reescribir para separar los términos que dependen de la condición inicial $i(0)$:

$$\hat{y} = -(i + i_e)v + \gamma^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + L \right) i + d_e'z \right] (v + v_e) - \gamma^2 Li(0)(v + v_e) - v_e i(0) \quad (42)$$

Dado que la realimentación se hace en base a una señal estimada, se desea comprobar que la salida (14) también permite que el comportamiento del sistema sea estable, mediante la realimentación:

$$d = -\phi \hat{y} \quad (43)$$

Para demostrarlo se considera una función de almacenamiento de la forma (5) donde el término z ha sido sustituido por $z + z_0$ donde z_0 es una constante.

$$V_N(x) = L \frac{i^2}{2} + C \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} \gamma^2 (Li + d_e'(z + z_0))^2 \quad (44)$$

Se observa que $V_N(x)$ es positiva y su derivada corresponde a la expresión:

$$\dot{V}_N(x) = -\frac{1}{R} v^2 - (i + i_e)vd + [i + \gamma^2(Li + d_e'(z + z_0))](v + v_e)d \quad (45)$$

Escogiendo la salida y_N de tal forma que (17) puede expresarse como

$$\dot{V}_N(x) \leq \frac{1}{R} v^2 + y_N d \quad (46)$$

es decir,

$$y_N = -(i + i_e)v + \gamma^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + L \right) i + d_e'z \right] (v + v_e) + \gamma^2 d_e'z_0(v + v_e) \quad (47)$$

Si se particulariza la constante z_0 , tal que

$$z_0 = \frac{i(0)}{d_e'} \left[\frac{1}{\gamma^2} + L \right], \text{ entonces la relación entre la salida}$$

estimada (14) y la señal y_N (19) es:

$$\hat{y} = y_N + v i(0) \quad (48)$$

Con lo que la derivada de la función de almacenamiento $V_N(x)$ es:

$$\dot{V}_N = -\frac{v^2}{R} - \phi y_N \hat{y} \quad (49)$$

$$\dot{V}_N = -\frac{v^2}{R} - \phi y_N (y_N + v i(0))$$

Sumando y restando el término $\phi \frac{(v i(0))^2}{4}$ en (21), se puede reescribir la ecuación de la siguiente forma:

$$\dot{V}_N = -\frac{v^2}{R} - \phi \left(y_N + \frac{v i(0)}{2} \right)^2 + \phi \frac{(v i(0))^2}{4} \quad (50)$$

Por lo tanto, si la condición

$$i(0) < \left| \sqrt{\frac{4}{\phi R}} \right| \quad (51)$$

se cumple, la derivada \dot{V}_N es semidefinida negativa y mediante La Salle se demuestra que el sistema es asintóticamente estable con error en estado estacionario cero.

V. SIMULACIONES

A continuación se muestran los resultados de simulación mediante SIMULINK cuando los parámetros son: $L = 200 \mu H$, $C = 200 \mu F$, $R = 10 \Omega$, $V_g = 12V$ y $d_e = 0.5$, y los valores en equilibrio son $v_e = 24V$ y $i_e = 5A$. En las figuras 3, 4 y 5 se ilustra la correspondiente entrada de control, la corriente en el inductor y el voltaje en el capacitor cuando $\phi = 0.003$ y se aplica la realimentación (15). Note que para estos parámetros $\sqrt{4/\phi R} = 11.54 A$ y debido a que el máximo valor para $i(0)$ es significativamente mayor que i_e .

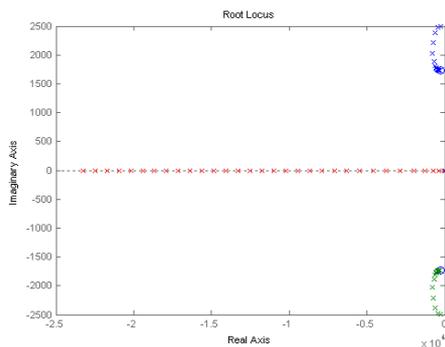


Fig. 2 Lugar geométrico de las Raíces

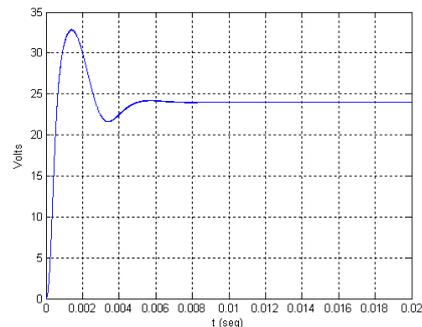


Fig. 5 Voltaje en el capacitor

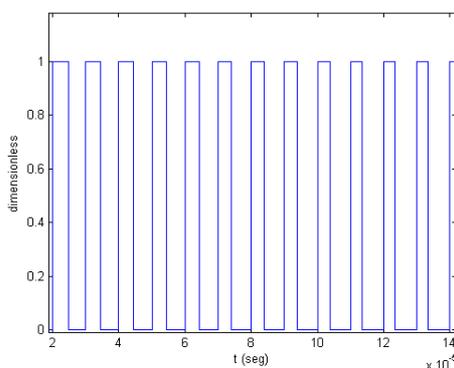


Fig. 3 Señal de control

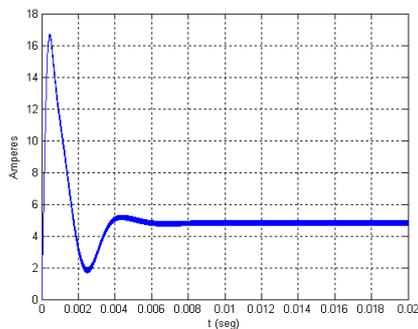


Fig. 4 Corriente en el inductor

CONCLUSIONES

En este artículo se analizó el reconstructor integral para implementar el control integral basado en la pasividad en el convertidor boost. Este controlador presenta la particularidad de que sólo utiliza la variable de tensión incremental del convertidor y la señal de entrada, que en este caso es la señal de conmutación. Además, en dicho artículo se estudia la estabilidad en gran señal de dicho regulador conmutado. Por otra parte, el uso de un factor integral nos garantiza error en estado estacionario cero. La ley de control puede ser fácilmente implementada utilizando integradores y multiplicadores analógicos.

REFERENCIAS

- [1] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems", Edition 3, Prentice Hall 2002.
- [2] P. J. Moylan, "Implications of Passivity in a Class of Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-19, No. 4, pp. 373-381, August 1974.
- [3] J. C. Willems, "Dissipative Dynamical Systems: Part I: General Theory", Arch. Rational Mechanics and Analysis, vol. 45, pp. 321-351, 1972.
- [4] C. I. Byrnes, A. Isidori and J.C: Willems, "Passivity, Feedback Equivalence, and the Global stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, No. 11, pp. 1228-1240, November 1991.
- [5] S. R. Sanders and G. C. Verghese, "Lyapunov-Based control for Switched Power Converters", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 7, No. 1, pp. 17-24, January 1992.
- [6] M. Fliess and H. Sira-Ramírez, "Reconstructeurs d'état", Comptes Rendus Mathématique, Volume 338, Issue 1, 1 January 2004, pp. 91-96.
- [7] H. Sira-Ramírez, R. Marquez-Contreras and M. Fliess, "Sliding mode control of DC-to-DC power converters using integral reconstructors", Inter. Journal of Robust and Nonlinear control, Vol. 12, pp. 1173-1186, 2002.
- [8] R.D. Middlebrook and Slobodan Cuk, "A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages", IEEE PESC'76 Rec., pp. 18-34, Cleveland, OH, June 8-10.
- [9] R. Leyva Grasa, "Control de Convertidores Conmutados mediante Técnicas no Lineales: Pasividad, Linealización Entrada-Salida y Redes Neuronales", UPC, 2000.
- [10] J.J. Slotine, "Applied Non-linear Control", Prentice Hall, 1991.

Using Integral Reconstructor for Nonlinear-Controlled Boost Converter

M. I. Arteaga, R. Leyva and L. Martinez-Salamero

Dept. of Electronic, Electrical and Automatic Engineering

Universitat Rovira i Virgili

Campus Sescelades

Av. Paisos Catalans, 26

Tarragona, Spain

Tel.: +34 / 977558538.

Fax: +34/977559605.

Email: mariaisabel.arteaga@urv.net

URL: www.etse.urv.es/DEEEA

Acknowledgements

This work was partially supported by Ministerio de Educación y Ciencia under the grant TEC 2004-05608-C02-02.

Key words

Integral reconstructors, DC to DC switching converters, Passivity-based control, large signal stability.

Abstract

In this paper, a passivity- based control is applied to a boost converter using integral reconstructors to observe the inductor current. The resulting controller only uses the capacitor output voltage and an input signal representing the switch position. The regulator large-signal stability is also demonstrated.

I. INTRODUCTION

Passivity-based control can establish a feedback law ensuring large-signal stability for a given input to output passive relation in spite of the constraint of the control input to a certain margin of values [1]. In the field of Control Theory, authors such as Moylan [2] and Williams [3] established the necessary conditions to determine the passivity of a system by means of an storage function. On the other hand, the work reported in reference [4] is mainly devoted to analyse the stability of a feedback passive system. In the field of power switching converters, Sanders [5] derive Lyapunov functions from incremental energy to eventually establish the control law. In this paper, a passivity-based integral control of a boost converter using integral reconstructors [6-7] is reported. The integral reconstructor allows to observe a non-measurable variable from the integral of a certain relation between input and output variables. This

reconstruction will substitute the non-measurable variable in the control implementation. The paper is organized as follows: In section II, a dynamic model of the boost converter is established. In section III, a passivity-based integral law for the boost converter is reviewed. In section IV, the implementation of such control strategy by means of an integral reconstructor is analyzed and the system stability is verified. Section V contains simulation results and the conclusions of the work.

II. BOOST CONVERTER MODEL

In this section, the state-space model of the boost converter (Fig. 1) that will be used to evaluate the passivity-based control is established.

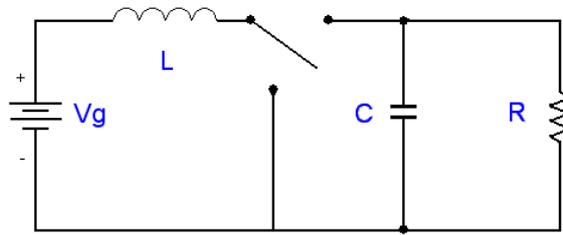


Fig. 6 Boost Converter

The discontinuous model of the system can be approximated by an averaged model [8] by assuming that the switching frequency is significantly bigger than the converter natural frequency. In such conditions, the dynamic averaged model of the converter can be expressed as follows:

$$\dot{x} = Ax + Bxd + bd \quad (52)$$

Where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d_e'}{L} \\ \frac{d_e'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \frac{v_e}{L} \\ -\frac{i_e}{C} \end{bmatrix} \quad \text{and } x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}$$

The components of the incremental state vector are i , which represents the deviations of the inductor current from the equilibrium point, and v , which in turn corresponds to the output voltage perturbation superposed to the equilibrium value. On the other hand, d represents the deviations of the converter duty cycle from its equilibrium value and constitutes the control input. Parameters i_e , v_e , and d_e correspond to the respective equilibrium values of inductor current, capacitor voltage and duty cycle, while d_e' is the complementary value of d_e , i. E., $d_e' = 1 - d_e$. Considering this model as starting point, our aim is to find a control law that provides voltage regulation at the converter output and guarantees the large-signal stability of the system.

III. PASSIVITY-BASED CONTROL

In the passivity-based integral control derivation for the boost converter [9], integral term of the output error is added to the system dynamics (1) as shown in (2) – (4):

$$L \frac{di}{dt} = -d_e' v + vd + v_e d \quad (53)$$

$$C \frac{dv}{dt} = d_e' i - \frac{1}{R} v - id - i_e d \quad (54)$$

$$\frac{dz}{dt} = v \quad (55)$$

Where z is the integral of output voltage error. Considering an storage function $V(x)$ such as:

$$V(x) = V_1(x) + V_2(x) \quad (56)$$

Where

$$V_1(x) = L \frac{i^2}{2} + C \frac{v^2}{2} \text{ and } V_2(x) = \frac{1}{2} \gamma^2 (Li + d_e' z)^2$$

And γ is a constant value. This storage function is positive-definite and its time derivative is given by:

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{R} v^2 + (v_e i - i_e v) d + \gamma^2 (Li + d_e' z)(v + v_e) d \quad (57)$$

choosing as a feedback output the variable y expressed as:

$$y = -(i + i_e) v + \left[i + \gamma^2 (Li + d_e' z) \right] (v + v_e) \quad (58)$$

The passivity of the input-output relation is ensured since $\dot{V}(x) \leq y \cdot d$. With this output, it can be realized control laws of the type

$$d = -\phi y = -\phi \left[-(i + i_e) v + \left(i + \gamma^2 (Li + d_e' z) \right) (v + v_e) \right] \quad (59)$$

This guaranteeing the system stability. Note that, by applying barbalat's lemma [10] it can be

guaranteed that $\dot{V}(x)$ tends to zero. Since $\dot{V}(x) = -\frac{v^2}{R} - \phi y^2$, applying the invariance principle

of lasalle [1] reveals that the system dynamics is asymptotically stable since it is constrained to $\{v = 0, y = 0\}$. Once that the large-signal asymptotic stability is guaranteed, we have to select the values of γ and ϕ that result in a satisfactory dynamic behavior, with this purpose, equation (8) is linearized around the equilibrium point

$$d_{lin} = -\phi \left[(1 + \gamma^2 L) v_e i - i_e v + v_e d_e' \gamma^2 z \right] \quad (60)$$

And the corresponding loop gain is obtained

$$T(s) = -\phi \left[(1 + \gamma^2 L) v_e \frac{I(s)}{D(s)} - i_e \frac{V(s)}{D(s)} + v_e d_e' \gamma^2 \frac{Z(s)}{D(s)} \right] \quad (61)$$

Where $\frac{I(s)}{D(s)}$, $\frac{V(s)}{D(s)}$ y $\frac{Z(s)}{D(s)}$ are derived from the linearized model of equation (2)-(4). Figure 2 shows the root locus of $T(s)$ when $\gamma^2 = 500$ and ϕ varies between $5 \cdot 10^{-6}$ and 0.02.

IV: APPLICATION OF INTEGRAL RECONSTRUCTORS

The control law proposed in the previous section requires the measure of the current; however, such measure will decrease the converter efficiency and, therefore, it is intended to derive an input-output integral parametrization, or an integral reconstructor allowing the estimation of the inductor incremental current. This reconstructor is directly derived from equation (2)

$$\hat{i} = \frac{1}{L} \int_0^t (-d_e' v(\tau) + v(\tau) d(\tau) + v_e d(\tau)) d\tau \quad (62)$$

The relation between the estimated value \hat{i} and its real value i is given by:

$$i(t) = \hat{i}(t) + i(0) \quad (63)$$

Using this current estimated value to construct the output signal (7) results in the estimation of the feedback signal \hat{y} given by:

$$\hat{y} = -((i - i(0)) + i_e) v + [(i - i(0)) + \gamma^2 (L(i - i(0)) + d_e' z)] (v + v_e) \quad (64)$$

This expression can be rewritten in order to separate the terms depending on the initial condition $i(0)$:

$$\hat{y} = -(i + i_e) v + \gamma^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + L \right) i + d_e' z \right] (v + v_e) - \gamma^2 L i(0) (v + v_e) - v_e i(0) \quad (65)$$

Since the feedback is based on an estimated variable, we want to verify that the output (14) also results in a stable behavior of the system by means of the feedback law

$$d = -\phi \hat{y} \quad (66)$$

To demonstrate such hypothesis, a storage function of the type shown in (5) is considered, where the term z has been substituted by $z + z_0$ where z_0 is a constant.

$$V_N(x) = L \frac{i^2}{2} + C \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} \gamma^2 (L i + d_e' (z + z_0))^2 \quad (67)$$

It can be observed that $V_N(x)$ is positive definite and its time-derivative corresponds to the following expression:

$$\dot{V}_N(x) = -\frac{1}{R}v^2 - (i + i_e)vd + \left[i + \gamma^2(Li + d_e'(z + z_0)) \right] (v + v_e)d \quad (68)$$

Choosing the output y_N such that (17) can be expressed as

$$\dot{V}_N(x) \leq \frac{1}{R}v^2 + y_N d \quad (69)$$

Equivalently,

$$y_N = -(i + i_e)v + \gamma^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + L \right) i + d_e' z \right] (v + v_e) + \gamma^2 d_e' z_0 (v + v_e) \quad (70)$$

If constant z_0 is particularized at $z_0 = \frac{i(0)}{d_e'} \left[\frac{1}{\gamma^2} + L \right]$, then the relation between the estimated output (14) and signal y_N (19) is given by:

$$\hat{y} = y_N + v i(0) \quad (71)$$

Therefore, time derivative of the storage function $V_N(x)$ is expressed as:

$$\begin{aligned} \dot{V}_N &= -\frac{v^2}{R} - \phi y_N \hat{y} \\ \dot{V}_N &= -\frac{v^2}{R} - \phi y_N (y_N + v i(0)) \end{aligned} \quad (72)$$

By adding and subtracting the term $\phi \frac{(v i(0))^2}{4}$ in (21), equation can be written as follows

$$\dot{V}_N = -\frac{v^2}{R} - \phi \left(y_N + \frac{v i(0)}{2} \right)^2 + \phi \frac{(v i(0))^2}{4} \quad (73)$$

Therefore, if the condition

$$i(0) < \left| \sqrt{\frac{4}{\phi R}} \right| \quad (74)$$

Is satisfied, the time-derivative \dot{V}_N is negative-semidefinite and by means of lasalle's theorem it is demonstrated that the system is asymptotically stable with zero steady-state error.

V. SIMULATIONS

Simulation results using simulink are shown in this section for the set of parameters $L = 200\mu H$, $C = 200\mu F$, $R = 10\Omega$, $V_g = 12V$ and $d_e = 0.5$, and equilibrium values of $v_e = 24V$ and $i_e = 5A$. Figures 3, 4 and 5 illustrate the behavior of the duty cycle, inductor current and capacitor voltage respectively when $\phi = 0.003$ and the feedback law (15) is applied.

Note that $\sqrt{4/\phi R} = 11.54$ a for this set of parameters, and hence a physical implementation of the system satisfying (23) can be carried out since the maximum value of $i(0)$ is significantly bigger than i_e .

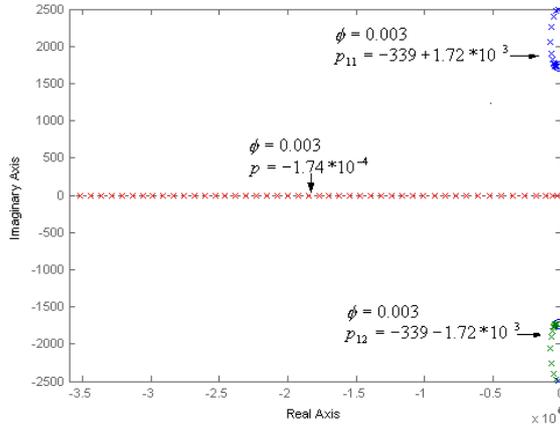


Fig. 2 Roots locus

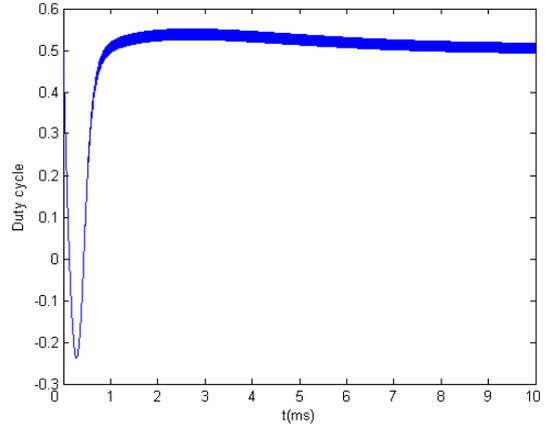


Fig. 3 Duty cycle waveform

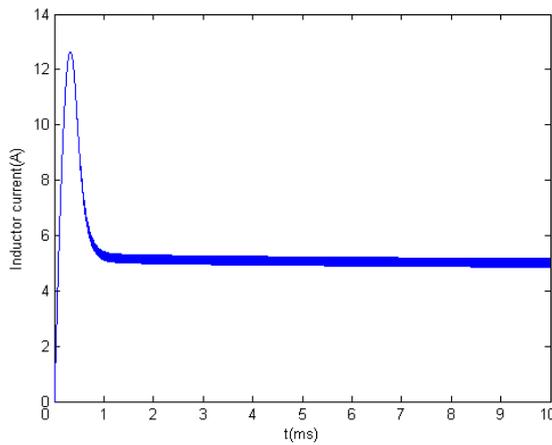


Fig. 4 Inductor current waveform

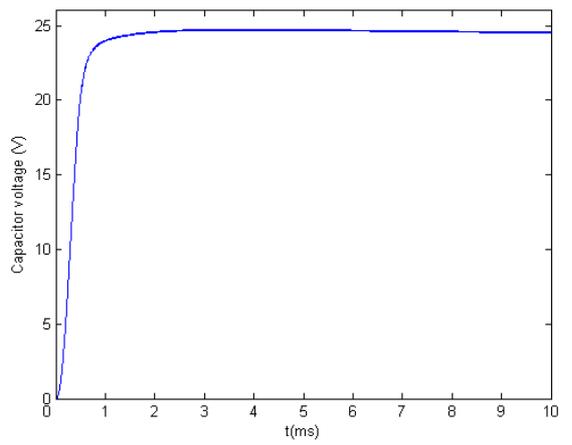


Fig. 5 Capacitor voltage waveform

VI. CONCLUSION

In this paper an integral reconstructor to implement a passivity-based integral control of the boost converter has been used. The reported controller only uses the incremental output voltage of the converter and an input signal which in this case is the switching signal. Also, the large-signal stability of the switching regulator has been analyzed. The use of an integral element ensures zero steady-state error of the output voltage. The control law can be easily implemented by means of standard operational amplifiers and analog multipliers.

REFERENCES

- [1]. H. K. Khalil, "*Nonlinear Systems*", Edition 3, Prentice Hall 2002.
- [2]. P. J. Moylan, "*Implications of Passivity in a Class of Nonlinear Systems*", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-19, No. 4, pp. 373-381, August 1974.
- [3]. J. C. Willems, "*Dissipative Dynamical Systems: Part I: General Theory*", *Arch. Rational Mechanics and Analysis*, vol. 45, pp. 321-351, 1972.
- [4]. C. I. Byrnes, A. Isidori and J.C: Willems, "*Passivity, Feedback Equivalence, and the Global stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems*", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36, No. 11, pp. 1228-1240, November 1991.
- [5]. S. R. Sanders and G. C. Verghese, "*Lyapunov-Based control for Switched Power Converters*", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 7, No. 1, pp. 17-24, January 1992.
- [6]. M. Fliess and H. Sira-Ramírez, "*Reconstructeurs d'état*", *Comptes Rendus Mathématique*, Volume 338, Issue 1, 1 January 2004, pp. 91-96.
- [7]. H. Sira-Ramirez, R. Marquez-Contreras and M. Fliess, "*Sliding mode control of DC-to-DC power converters using integral reconstructors*", *Inter, Journal of Robust and Nonlinear control*, Vol. 12, pp. 1173-1186, 2002.
- [8]. R.D. Middlebrook and Slobodan Cuk, "*A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages*", *IEEE PESC'76 Rec.*, pp. 18-34, Cleveland, OH, June 8-10.
- [9]. R. Leyva Grasa, "*Control de Convertidores Conmutados mediante Técnicas no Lineales: Pasividad, Linealización Entrada-Salida y Redes Neuronales*", UPC, 2000.
- [10]. J.J. Slotine, "*Applied Non-linear Control*", Prentice Hall, 1991.