CAPÍTOL III

H I P E R E L A S T I C I T A T

A L'E S P A I

3.1 BARRA HIPERELÀSTICA A L'ESPAI.

Aquest capítol tindrà un desenvolupament totalment similar a l'anterior, fent senzillament una transposició de les dues dimensions del pla a les tres dimensions de l'espai. Naturalment això comportarà l'aparició d'algunes noves constants o magnituds que s'hauran de definir i introduir a les equacions ja estudiades.

3.1.1 Desplaçament d'un nus extrem.

Suposem una barra hiperelàstica de longitud inicial L , situada a l'espai de tal manera que un dels seus nusos extrems coincideixi amb el punt "i" de coordenades (xi,yi,zi) i l'altre amb el punt "k" de coordenades (xk,yk,zk). Així doncs, aquesta barra té en aquest moment una longitud real Lt tal que:

$$Lt = \sqrt{Lx^2 + Ly^2 + Lz^2}$$

sent:

$$Lx = xk - xi$$

$$Ly = yk - yi$$

$$Lz = zk - zi$$

evidentment, per la llei de Hooke, aquesta barra està sotmesa a una tensió T tal que:

$$T = (1/L - 1/Lt) . K$$

sent K la constant hiperelàstica de la barra. Aquesta tensió T pot descompondre's en les seves components segons els eixos coordenats. Tindrem així:

$$Tx = T . Lx / Lt$$
$$Ty = T . Ly / Lt$$
$$Tz = T . Lz / Lt$$

Si sotmetem el nus "k" a un desplaçament dky paral.lel a l'eix "y" del sistema d'eixos coordenats de l'espai, i aquest desplaçament és molt petit podrem aplicar tot el que s'ha estudiat a l'apartat 1.5 del primer capítol.

Així doncs, una vegada efectuat aquest petit desplaçament del punt "k" la tensió T de la barra haurà variat. Aquesta variació o increment es podrà explicitar a través de la variació de cada una de les seves components. D'acord amb les equacions 1.15 i 1.16 tindrem:

$$dTy = Rly . dky$$
$$dTx = Rtyx . dky$$
$$dTz = Rtyz . dky$$

sent Rly , Rtyx , Rtyz les rigideses lineal i transversals de la barra en qüestió. Aquestes constants tenen uns valors que obtindrem mitjantçant l'aplicació de les equacions 1.13 i 1.14 , ben entès que al cercar el valor de les rigideses transversals haurem d'aplicar l'equació 1.14 dues vegades, la primera respecte a l'eix "x" i la segona respecte a l'eix "z". Així:

$$Rly = (1/L - 1/Lt + Ly^2/Lt^3) \cdot K$$
$$Rtyx = (Lx \cdot Ly / Lt^3) \cdot K$$
$$Rtyz = (Lz \cdot Ly / Lt^3) \cdot K$$

Sotmetem, a continuació, el punt "k", ja desplaçat, a un nou desplaçament dkx , aquesta vegada paral.lel a l'eix "x" . Si aquest desplaçament és molt petit, podrem repetir el procés anterior i obtindrem:

$$dTx = Rlx \cdot dkx$$
$$dTy = Rtxy \cdot dkx$$
$$dTz = Rtxz \cdot dkx$$

de tal manera que aquesta vegada els valors de les rigideses lineal i transversals seran:

$$Rlx = (1/L - 1/Lt + Lx^2/Lt^3) \cdot K$$
$$Rtxy = (Ly \cdot Lx / Lt^3) \cdot K$$
$$Rtxz = (Lz \cdot Lx / Lt^3) \cdot K$$

Per últim, si sotmetem altra vegada el nus "k", que ja s'ha desplaçat dues vegades, a un nou desplaçament molt petit dkz, aquesta vegada paral.lel a l'eix "z" arribarem, si repetim els processos anteriors, a:

$$dTz = Rlz \cdot dkz$$
$$dTx = Rtzx \cdot dkz$$
$$dTy = Rtzy \cdot dkz$$

amb els següents valors:

$$Rlz = (1/L - 1/Lt + Lz^2/Lt^3) . K$$
$$Rtzx = (Lx . Lz) . K$$
$$Rtzy = (Ly . Lz) . K$$

Fàcilment podrem observar que els 9 valors de rigideses que hem obtingut a través del raonament dut a terme fins ara queden reduïts a 6 , ja que podrem establir les següents igualtats:

$$Rtxy = Rtyx$$
$$Rtxz = Rtzx$$
$$Rtyz = Rtzy$$

Així doncs, resten com a valors principals els que segueixen:

Rlx ; Rly ; Rlz ; Rtxy ; Rtxz ; Rtyz

que seran els valors de les rigideses lineals i transversals d'una barra hiperelàstica a l'espai en un moment determinat, ja que, tal com es va dir al capítol anterior, aquests valors no són propis de cada barra, sinó que depenen de cada estat concret d'aquesta.

Bé, una vegada fet aquest aclariment, podem seguir endavant amb l'exemple que estavem estudiant fins ara.

Una vegada efectuat el desplaçament total dk del punt "k" respecte als tres eixos coordenats de l'espai, la tensió final de la barra haurà sofert també tres increments de tensió, de tal manera que les components d'aquesta tensió final seran:

Tfx = Tx + Rlx.dkx + Rtxy.dky + Rtxz.dkz (eq. 3.1)
Tfy = Ty + Rtxy.dkx + Rly.dky + Rtyz.dkz (eq. 3.2)
Tfz = Tz + Rtxz.dkx + Rtyz.dky + Rlz.dkz (eq. 3.3)

que és el mateix que dir que els increments de les components de la tensió de la barra han estat:

dTxk = Rlx . dkx + Rtxy . dky + Rtxz . dkz (eq. 3.4)
dTyk = Rtxy . dkx + Rly . dky + Rtyz . dkz (eq. 3.5)
dTzk = Rtxz . dkx + Rtyz . dky + Rlz . dkz (eq. 3.6)

És evident, tanmateix, que si la barra al començament estava en equilibri, i ara ho ha de seguir estant, a l'altre nus extrem "i" han hagut d'aparèixer uns augments de tensió iguals i de sentit contrari dels que han aparegut al nus "k". Així:

dTxi = - Rlx.dkx - Rtxy.dky - Rtxz.dkz = -dTxk (eq.3.7)
dTyi = - Rtxy.dkx - Rly.dky - Rtyz.dkz = -dTyk (eq.3.8)
dTzi = - Rtxz.dkx - Rtyz.dky - Rlz.dkz = -dTzk (eq.3.9)

3.1.2 <u>Desplaçament d'amdós nusos extrems.</u>

Quan a una barra hiperelàstica en equilibri, a cada un dels seus nusos extrems se'ls hi aplica un desplaçament (di ; dk respectivament) apareixen en aquests nusos uns augments de tensió que són funció d'aquests desplaçaments. No cal dir, tal com s'ha vist a l'apartat anterior, que per a que la barra segueixi en equilibri després dels desplaçaments, els augments produïts al nus "i" seran del mateix valor absolut però de sentit contrari que els produïts en el nus "k".

Tal com ja s'ha vist a l'apartat anterior 3.1.1 aquests augments de tensió, aplicant les equacions 3.4 , ... , 3.9 ; seran :

$$dTxi = R1x.dix + Rtxy.diy + Rtxz.diz - R1x.dkx - Rtxy.dky - Rtxz.dkz$$

$$dTyi = Rtxy.dix + R1y.diy + Rtyz.diz - Rtxy.dkx - R1y.dky - Rtyz.dkz$$

$$dTzi = Rtxz.dix + Rtyz.diy + R1z.diz - Rtxz.dkx - Rtyz.dky - R1z.dkz$$

treient factor comú:

$$dTxi = R1x.(dix - dkx) + Rtxy.(diy - dky) + Rtxz.(diz - dkz) \quad (eq.\ 3.10)$$

$$dTyi = Rtxy.(dix - dkx) + R1y.(diy - dky) + Rtyz.(diz - dkz) \quad (eq.\ 3.11)$$

$$dTzi = Rtxz.(dix - dkx) + Rtyz.(diy - dky) + R1z.(diz - dkz) \quad (eq.\ 3.12)$$

i anàlogament:

$$dTxk = - dTxi \ ; \ dTyk = - dTyi \ ; \ dTzk = - dTzi$$
(eq. 3.13 ; 3.14 ; 3.15)

3.2 NUS HIPERELÀSTIC A L'ESPAI.

Donat un conjunt de n barres hiperelàstiques a l'espai, de tal manera que un dels seus nusos extrems sigui comú a totes, definirem com a nus hiperelàstic a aquest nus "O". (Vegi's la figura 2.3 a l'altre capítol)

3.3 RIGIDESES LINEAL I TRANSVERSALS D'UN NUS ESPACIAL HIPERELÀSTIC.

Sia un nus hiperelàstic espacial O al qual hi concorren n barres hiperelàstiques.

Cada una d'aquestes barres hiperelàstiques està sotmesa a una tensió Ti que, segons Hooke, val:

$$Ti = (Lti/Li - 1) \cdot Ki \qquad (i= 1,2,3,\ldots,n)$$

sent Li la longitud en repòs de cada barra, Lti la longitud real en aquest moment i Ki la constant hiperelàstica de cada barra. Cada una d'aquestes tensions Ti pot descompondre's en les sevs components Tix ; Tiy ; Tiz i per tant al nus O ens trobarem amb un conjunt de tensions que, tot plegat, tindran una resultant, les components de la qual seran:

$$TOx = \sum Tix \quad (i = 1,\ldots,n) \qquad \text{(eq. 3.16)}$$
$$TOy = \sum Tiy \quad (i = 1,\ldots,n) \qquad \text{(eq. 3.17)}$$
$$TOz = \sum Tiz \quad (i = 1,\ldots,n) \qquad \text{(eq. 3.18)}$$

Apliquem, a continuació, al nus O un desplaçament dO , de components sobre els eixos coordenats dOx ; dOy ; dOz (fig. 3.1)

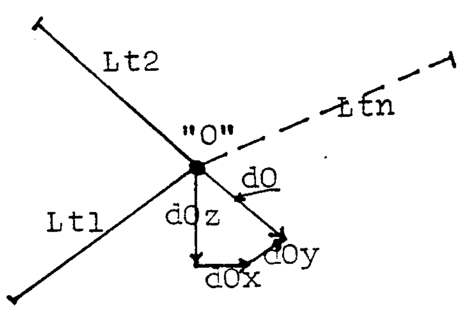

Fig. 3.1

Degut a aquests desplaçaments dOx ; dOy ; dOz cada una de les barres hiperelàstiques concorrents al nus O sofreix un augment de tensió que es reflecteix amb un augment de cada una de les components Tix ; Tiy ; Tiz d'aquesta mateixa barra. Aquest augment es pot quantificar a través de les equacions 3.4 ; 3.5 ; 3.6 :

$$dTix = Rlx.dOx + Rtxy.dOy + Rtxz.dOz \quad (eq.3.19)$$
$$dTiy = Rtxy.dOx + Rly.dOy + Rtyz.dOz \quad (eq.3.20)$$
$$dTiz = Rtxz.dOx + Rtyz.dOy + Rlz.dOz \quad (eq.3.21)$$

Per, tant l'augment de les components (equacions 3.16 ; 3.17 ; 3.18) de la tensió resultant al punt O és:

$$dTOx = \sum dTix \quad (i=1,...,n) \quad (eq.\ 3.22)$$
$$dTOy = \sum dTiy \quad (i=1,...,n) \quad (eq.\ 3.23)$$
$$dTOz = \sum dTiz \quad (i=1,...,n) \quad (eq.\ 3.24)$$

Aquests sumatoris últims, d'acord amb les equacions 3.19 ; 3.20 ; 3.21 valen:

$$\sum dTix = \sum Rlx.dOx + \sum Rtxy.dOy + \sum Rtxz.dOz$$
$$(i=1,...,n) \quad (eq.\ 3.25)$$

$$\sum dTiy = \sum Rtxy.dOx + \sum Rly.dOy + \sum Rtyz.dOz$$
$$(i=1,...,n) \quad (eq.\ 3.26)$$

$$dTiz = \sum Rtxz.dOx + \sum Rtyz.dOy + \sum Rlz.dOz$$
$$(i=1,...,n) \quad (eq.\ 3.27)$$

Per analogia d'aquestes equacions amb les 3.4 ; 3.5 ; 3.6 podrem definir com a rigidesa lineal d'un nus espacial hiperelàstic O a un valor tal que les seves components segons els eixos valguin:

$$R1Ox = \sum R1x \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(eq. 3.28)}$$
$$R1Oy = \sum R1y \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(eq. 3.29)}$$
$$R1Oz = \sum R1z \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(eq. 3.30)}$$

Igualment definirem com a rigideses transversals d'un nus espacial hiperelàstic els valors:

$$RtOxy = \sum Rtxy \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(eq. 3.31)}$$
$$RtOxz = \sum Rtxz \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(eq. 3.32)}$$
$$RtOyz = \sum Rtyz \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(eq. 3.33)}$$

Els significats d'aquests valors R1Ox, R1Oy, R1Oz, RtOxy, RtOxz i RtOyz són els mateixos que els que tenen les rigideses lineal i transversals d'una barra hiperelàstica i que ja s'han explicat al final de l'apartat 1.5 del primer capítol.

Així doncs, si a les equacions 3.22 ; 3.23 ; 3.24 hi substituïm els valors que hem obtingut a les equacions 3.25 ; .... ; 3.33 obtindrem:

$$dTOx = R1Ox.dOx + RtOxy.dOy + RtOxz.dOz \qquad \text{(eq.3.34)}$$
$$dTOy = RtOxy.dOx + R1Oy.dOy + RtOyz.dOz \qquad \text{(eq.3.35)}$$
$$dTOz = RtOxz.dOz + RtOyz.dOy + R1Oz.dOz \qquad \text{(eq.3.36)}$$

equacions que ens relacionen directament l'augment de les tensions existents en un nus espacial hiperelàstic amb els desplaçaments soferts per aquest mateix nus, això a través d'unes constants que anomenem rigideses lineals i transversals d'aquest mateix nus.

3.4 MODIFICACIONS DE LES RIGIDESES LINEALS I TRANSVERSALS D'UN NUS ESPACIAL HIPERELÀSTIC.

A l'apartat anterior s'han definit les rigideses d'un nus espacial hiperelàstic sota la hipòtesi de que els altres nusos extrems de cada barra romanien fixes quan es desplaçava aquest nus espacial. El que ara anem a veure és quina modificació tindran aquestes rigideses, o més exactament, les equacions establertes a partir d'aquestes, quan aquesta hipòtesi no es compleixi.

Suposem, doncs, el nus hiperelàstic "O" al que hi concorren n barres hiperelàstiques. Cada una d'aquestes barres té l'altre nus extrem "Ai" (i = 1,...,n) situat de tal manera que Lti és la distància entre "O" i "Ai".

Apliquem al nus hiperelàstic "O" un desplaçament dO de components dOx;dOy;dOz (fig. 3.2). Així mateix, a cada nus extrem Ai li apliquem un desplaçament dAi de components dAix;dAiy;dAiz.

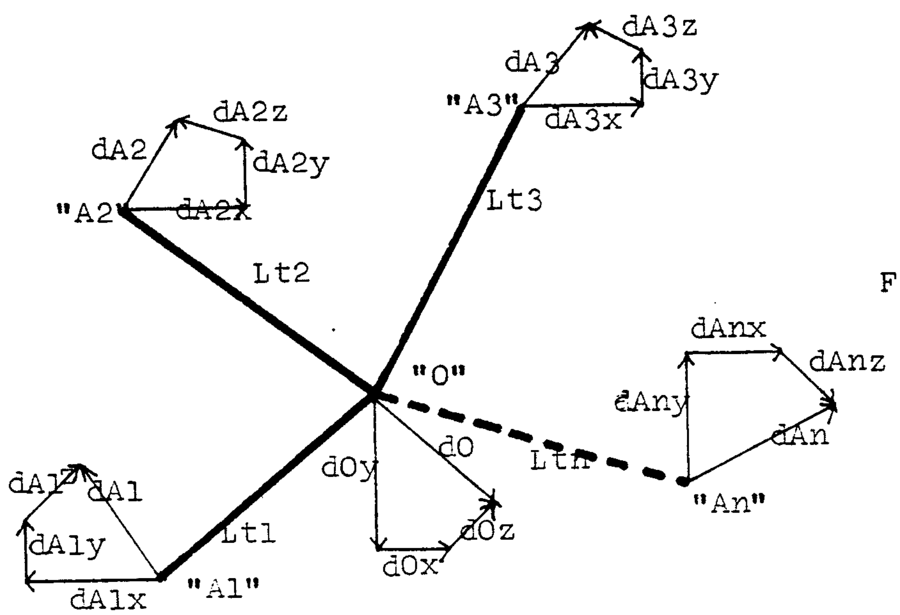

Fig. 3.2

Si tots aquests desplaçaments són petits podrem establir tot un seguit d'equacions basades en les rigideses lineals i transversals de cada barra i les del propi nus espacial.

Per una banda hem vist que degut al desplaçament dO del nus espacial hiperelàstic es produeix un augment de les components de la tensió resultant en aquest nus, (eq. 3.34 ; 3.35 ; 3.36). Per una altra banda, degut als desplaçaments dAi (i = 1,...,n), que sofreixen cada un dels altres nusos extrems de cada barra, els augments de les components de la tensió al nus O també sofriran una variació. Anem, doncs, a evaluar aquests valors.

D'acord amb les equacions 3.7 ; 3.8 ; 3.9 tindrem:

$$dTOx = \sum_{(i=1,\dots,n)} (- R1xi.dAix - Rtxyi.dAiy - Rtxzi.dAiz) \qquad \text{(eq. 3.37)}$$

$$dTOy = \sum_{(i=1,\dots,n)} (- Rtxyi.dAix - R1yi.dAiy - Rtyzi.dAiz) \qquad \text{(eq. 3.38)}$$

$$dTOz = \sum_{(i=1,\dots,n)} (- Rtxzi.dAix - Rtyzi.dAiy - R1zi.dAiz) \qquad \text{(eq. 3.39)}$$

Si ara sumem aquestes equacions que acabem d'obtenir, amb les 3.34 ; 3.35 ; 3.36 obtindrem:

$$dTOx = R1Ox.dOx + RtOxy.dOy + RtOxz.dOz + \\ + \sum_{(i=1,\dots,n)} (- R1xi.dAix - Rtxyi.dAiy - Rtxzi.dAiz) \qquad \text{(eq. 3.40)}$$

$$dTOy = RtOxy.dOx + R1Oy.dOy + RtOyz.dOz +$$

$$+ \sum (- Rtxyi.dAix - Rlyi.dAiy - Rtyzi.dAiz)$$
$$(i = 1,\ldots,n) \qquad (eq.\ 3.41)$$

$$dTOz = RtOxz.dOz + RtOyz.dOy + RlOz.dOz +$$
$$+ \sum (- Rtxzi.dAix - Rtyzi.dAiy - Rlzi.dAiz)$$
$$(i = 1,\ldots,n) \qquad (eq.\ 3.42)$$

equacions, aquestes, que ens relacionen l'augment de les tensions produïdes en un nus hiperelàstic amb els desplaçaments soferts per aquest mateix nus i els altres nusos extrems de cada barra concorrent, tot això a través de les rigideses lineals i transversals de cada una de les barres que hem esmentat.

3.5 ESTRUCTURA HIPERELÀSTICA ESPACIAL

Definirem com una estructura hiperelàstica espacial al conjunt de "n" nusos hiperelàstics, units entre sí mitjançant barres hiperelàstiques.

El fet de que només un dels nusos no sigui coplanari amb els altres, o bé que només un dels desplaçaments imposats a qualsevol nus no estigui dins d'aquest mateix pla, fa que l'estructura hiperelàstica no sigui plana, i per tant sigui espacial.

Una estructura hiperelàstica espacial serà susceptible de ser estudiada (i eventualment calculada) quan estigui sotmesa a un estat de càrregues o deformacions; és a dir, quan la totalitat dels nusos que la formen no estiguin en equilibri.

Tal com ja s'indicava en el darrer paràgraf de l'apartat 2.5 del capítol anterior, tant les càrregues com les deformacions que s'apliquen a l'estructura, s'han d'aplicar directament sobre els nusos i mai sobre les barres hiperelàstiques.

3.6 TIPOLOGIA DELS NUSOS QUE FORMEN UNA ESTRUCTURA HIPERELÀSTICA ESPACIAL.

A l'apartat 2.6 del capítol anterior ja s'ha indicat que en una determinada estructura hiperelàstica, hi podem trobar diversos tipus de nusos, en funció de la manera com responen davant un estat de càrregues determinat de la pròpia estructura.

És així, que seguint el criteri establert en aquell apartat considerarem, a l'espai, els següents tipus de nus:

3.6.1 Nus fix.

És aquell que no pot desplaçar-se en cap direcció de l'espai, per tant:

No pot rebre cap càrrega.

Pot sofrir desplaçaments previs en qualsevol direcció.

Pot presentar, a l'estat d'equilibri, reaccions amb components en qualsevol direcció de l'espai.

3.6.2 Nus tipus "x".

És aquell que només pot desplaçar-se en la direcció paral.lela a l'eix x del sistema d'eixos coordenats, per tant:

Només pot rebre càrregues que tinguin exclusivament components segons l'eix x .

Pot sofrir desplaçaments previs, però només en direccions paral.leles als eixos coordenats "y" i "z".

Pot presentar, a l'estat d'equilibri, reaccions amb components segons els eixos "y" i "z".

3.6.3 Nus tipus "y".

Aquest és un tipus de nus similar totalment a l'anterior, substituint tot el referent a l'eix "x" per l'eix "y" i viceversa.

3.6.4 Nus tipus "z".

Altra vegada, aquest és un tipus de nus totalment similar al tipus "x", substituint tot el referent a l'eix "x" per l'eix "z" i viceversa.

3.6.5 Nus tipus "xy".

És aquell que només pot desplaçar-se en direccions paral.leles als eixos "x" i "y" del sistema d'eixos coordenats, per tant:

Només pot rebre càrregues que tinguin exclusivament components segons els eixos "x" i/o "y".

Pot sofrir desplaçaments previs, però només en la direcció paral.lela a l'eix "z".

Pot presentar, a l'estat d'equilibri, reacció que serà segons la component "z" solament.

3.6.6 Nus tipus "xz".

Aquest nus és totalment similar a l'anterior, substituint tot el referent a l'eix "y" per l'eix "z" i viceversa.

3.6.7 Nus tipus "yz".

Aquest tipus de nus és totalment similar al tipus "xy", substituint tot el referent a l'eix "x" per l'eix "z" i viceversa.

3.6.8 Nus lliure.

És aquell nus que té el desplaçament totalment lliure en qualsevol de les tres direccions marcades pels eixos coordenats, per tant:

Pot rebre càrregues de qualsevol tipus, és a dir, que tinguin qualsevol component.

No pot sofrir cap tipus de desplaçament previ.

No pot tenir, a l'estat d'equilibri, cap tipus de reacció, és a dir, segons cap direcció de l'espai.

cions a les dades de sortida, quin és l'esforç desequilibrat de màxim valor absolut, i per tant sabrem si és més gran o més petit que la precisió, o el que és el mateix, si els resultats trobats són realment exactes, aproximats o totalment inexactes.

A continuació s'exposa el subprograma TES35:

```
C      "DESTES35.FR"
C
       COMPILER DOUBLE PRECISION
       SUBROUTINE TES35
       REAL L,K
       COMMON N,NTN,NTB,NTIN,IAMB,NPROB(40),PR,NV,NVX,
      *        X(100),Y(100),Z(100),XI(100),YI(100),ZI(100),KIN(100,3),
      *        PX(100),PY(100),PZ(100),NEX(200,2),L(200),K(200),
      *        A(3000),Q(160)
       IJ(I,J)=(I-1)*(IAMB+1)+J
C
       IAMB1=(IAMB+1)*NTIN
       NV=0
     7 DO 50  I=1,NTIN
    50 Q(I)=0.
       DO 51  J=1,IAMB1
    51 A(J)=0.
C
C
       DO 5  I=1,NTB
       I1=NEX(I,1)
       I2=NEX(I,2)
       IF (I2.GT.I1)  GO TO 27
       II=I1
       I1=I2
       I2=II
C
    27 FLX=X(I2)-X(I1)
       FLY=Y(I2)-Y(I1)
       FLZ=Z(I2)-Z(I1)
       FLT=SQRT(FLX**2+FLY**2+FLZ**2)
       IF  (NV.NE.0) GO TO 29
       IF  (FLX.EQ.0.) FLX=PR
       IF  (FLY.EQ.0.) FLY=PR
       IF  (FLZ.EQ.0.) FLZ=PR
    29 CONTINUE
       TLT=(1./L(I)-1./FLT)*K(I)
       FL3=K(I)/FLT**3
       RLX=TLT+FLX**2*FL3
       RLY=TLT+FLY**2*FL3
       RLZ=TLT+FLZ**2*FL3
       RTXY=FLX*FLY*FL3
       RTXZ=FLX*FLZ*FL3
       RTYZ=FLY*FLZ*FL3
```

```
      IF (NV.NE.0) GO TO 28
      IF (ABS(RLX).LT.PR) RLX=1.
      IF (ABS(RLY).LT.PR) RLY=1.
      IF (ABS(RLZ).LT.PR) RLZ=1.
   28 CONTINUE
C
      II=KIN(I2,3)
      IF (II.EQ.0) GO TO 30
      A(IJ(II,1))=A(IJ(II,1))+RLZ
      Q(II)=Q(II)-TLT*FLZ
   30 II=KIN(I2,2)
      IF (II.EQ.0) GO TO 31
      A(IJ(II,1))=A(IJ(II,1))+RLY
      IF (KIN(I2,3).NE.0) A(IJ(II,2))=A(IJ(II,2))+RTYZ
      Q(II)=Q(II)-TLT*FLY
   31 II=KIN(I2,1)
      IF (II.EQ.0) GO TO 32
      A(IJ(II,1))=A(IJ(II,1))+RLX
      IF (KIN(I2,2).NE.0) A(IJ(II,2))=A(IJ(II,2))+RTXY
      IF (KIN(I2,2).NE.0.AND.KIN(I2,3).NE.0) A(IJ(II,3))=A(IJ(II,3))+RTXZ
      IF (KIN(I2,2).EQ.0.AND.KIN(I2,3).NE.0) A(IJ(II,2))=A(IJ(II,2))+RTXZ
      Q(II)=Q(II)-TLT*FLX
C
   32 II=KIN(I1,3)
      IF (II.EQ.0) GO TO 33
      A(IJ(II,1))=A(IJ(II,1))+RLZ
      Q(II)=Q(II)+TLT*FLZ
      JJ=KIN(I2,1)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 34
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RTXZ
   34 JJ=KIN(I2,2)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 35
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RTYZ
   35 JJ=KIN(I2,3)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 33
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RLZ
   33 II=KIN(I1,2)
      IF (II.EQ.0) GO TO 36
      A(IJ(II,1))=A(IJ(II,1))+RLY
      IF (KIN(I1,3).NE.0) A(IJ(II,2))=A(IJ(II,2))+RTYZ
      Q(II)=Q(II)+TLT*FLY
      JJ=KIN(I2,1)
      IF(JJ.EQ.0) GO TO 37
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RTXY
   37 JJ=KIN(I2,2)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 38
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RLY
   38 JJ=KIN(I2,3)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 36
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RTYZ
   36 II=KIN(I1,1)
      IF (II.EQ.0) GO TO 5
      A(IJ(II,1))=A(IJ(II,1))+RLX
```

```
      IF (KIN(I1,2).NE.0) A(IJ(II,2))=A(IJ(II,2))+RTXY
      IF (KIN(I1,2).NE.0.AND.KIN(I1,3).NE.0) A(IJ(II,3))=A(IJ(II,3))+RTXZ
      IF (KIN(I1,2).EQ.0.AND.KIN(I1,3).NE.0) A(IJ(II,2))=A(IJ(II,2))+RTXZ
      Q(II)=Q(II)+TLT*FLX
      JJ=KIN(I2,1)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 39
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RLX
   39 JJ=KIN(I2,2)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 40
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RTXY
   40 JJ=KIN(I2,3)
      IF (JJ.EQ.0) GO TO 5
      JJ=JJ-II+1
      A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-RTXZ
    5 CONTINUE
C
C
      DO 20  I=1,NTN
      IF (KIN(I,1).EQ.0) GO TO 21
      Q(KIN(I,1))=PX(I)+Q(KIN(I,1))
   21 IF (KIN(I,2).EQ.0) GO TO 22
      Q(KIN(I,2))=PY(I)+Q(KIN(I,2))
   22 IF (KIN(I,3).EQ.0) GO TO 20
      Q(KIN(I,3))=PZ(I)+Q(KIN(I,3))
   20 CONTINUE
C
      QA=0.
      DO 14  I=1,NTIN
      IF (ABS(Q(I)).GT.QA) QA=ABS(Q(I))
   14 CONTINUE
      TYPE "QA=",QA
      IF (QA.LE.PR.OR.NV.GE.NVX) GO TO 55
C
C
      CALL TES37
C
C
      DO 15  I=1,NTN
      IF (KIN(I,1).NE.0) X(I)=X(I)+Q(KIN(I,1))
      IF (KIN(I,2).NE.0) Y(I)=Y(I)+Q(KIN(I,2))
      IF (KIN(I,3).NE.0) Z(I)=Z(I)+Q(KIN(I,3))
   15 CONTINUE
      NV=NV+1
      GO TO 7
   55 PR=QA
      RETURN
      END
```

5.8 SUBPROGRAMA "TES16"

Una vegada s'arriba a l'estat d'equilibri, aquest programa és l'encarregat d'escriure totes les dades de sortida, és a dir els resultats.

Així, en primer lloc, treu totes les dades relatives als nusos. Aquestes són:

a) les coordenades finals dels nusos,

b) el desplaçament total que han sofert aquests nusos des del començament,

c) els esforçoa resultants a cada nus, esforços que en certs nusos (i en certes direccions en algun nus) seran reaccions i en altres seran esforços desequilibrats (valors més petits que la precisió, si l'estructura ha arribat a l'equilibri).

A continuació es treuen les dades relatives a les barres. De cada una se'n diu:

a) la longitud final (en estructures tradicionals molt rígides aquest valor és pràcticament igual a la longitud inicial) ,

b) la tensió a la qual es troba sotmesa a l'estat final de l'estructura.

Vet aquí el subprograma TES16 :

```
C       "OESTES16.FR"
C
        COMPILER DOUBLE PRECISION
        SUBROUTINE TES16
        REAL L,K
        COMMON N,NTN,NTB,NTIN,IAMB,NPROB(40),PR,NV,NVX,
       *        X(100),Y(100),Z(100),XI(100),YI(100),ZI(100),KIN(100,3),
       *        PX(100),PY(100),PZ(100),NEX(200,2),L(200),K(200),T(200)
        IS=12
        WRITE (IS,200) NPROB
    200 FORMAT (' RESULTATS FINALS'5X40A2,/,1X,120('*')//,
       *         17X'COORDENADES'27X'DEFORMACIONS'29X'REACCIONS'/
       *         2(18X'(METRES)'13X)19X'(TONES)'//
       *         3('  NUS'5X'X'8X'Y'8X'Z'10X)/)
        DO 4  I=1,NTB
        FL=L(I)
        I1=NEX(I,1)
        I2=NEX(I,2)
```

```
      FLX=X(I2)-X(I1)
      FLY=Y(I2)-Y(I1)
      FLZ=Z(I2)-Z(I1)
      L(I)=SQRT(FLX**2+FLY**2+FLZ**2)
      T(I)=(L(I)/FL-1.)*K(I)
      FL=T(I)/L(I)
      PX(I1)=PX(I1)+FL*FLX
      PX(I2)=PX(I2)-FL*FLX
      PY(I1)=PY(I1)+FL*FLY
      PY(I2)=PY(I2)-FL*FLY
      PZ(I1)=PZ(I1)+FL*FLZ
      PZ(I2)=PZ(I2)-FL*FLZ
    4 CONTINUE
      DO 1  I=1,NTN
      XI(I)=X(I)-XI(I)
      YI(I)=Y(I)-YI(I)
      ZI(I)=Z(I)-ZI(I)
      PX(I)=-PX(I)
      PY(I)=-PY(I)
      PZ(I)=-PZ(I)
      WRITE (IS,201) I,X(I),Y(I),Z(I),I,XI(I),YI(I),ZI(I),
     *               I,PX(I),PY(I),PZ(I)
  201 FORMAT (3(I4,1X3F9.3,7X))
    1 CONTINUE
      WRITE (IS,202)
  202 FORMAT (///4(1X'BARRA  TENSIO   L.FINAL'6X)/
     *            4(7X'(TONES)   (METRES)'6X)/)
      NAX=(NTB+3)/4
      DO 2  I=1,NAX
      NAX1=I+(3*NAX)
      IF (NAX1.GT.NTB)  NAX1=NTB
      WRITE (IS,203)  ((J,T(J),L(J)),J=I,NAX1,NAX)
  203 FORMAT (4(I4,2F10.3,6X))
    2 CONTINUE
      RETURN
      END
```

5.9 PROGRAMA PRINCIPAL "TEP32"

La tasca pròpia del programa principal és realment molt reduïda. De fet, pràcticament es limita a anar cridant d'una manera ordenada i lògica els diferents subprogrames que han estat estudiats en aquest mateix capítol.

Tanmateix, hi ha unes feines, les quals són prò pies d'aquest programa. Vet-les aquí.

a) Comptabilitzar i escriure el temps emprat per l'ordinador en desenvolupar tot el càlcul d'una estructura: llegir les dades, comprovar que no hi hagi errors, muntar la Matriu Transformada, etc, etc.

b) Constatar el nombre d'iteracions que han estat necessàries fins arribar a l'estat final.

c) Explicitar quin és, en valor absolut, el màxim esforç desequilibrat.

d) Abans de començar tot el càlcul, mirar si la Matriu Transformada cabrà dins la memòria pròpia del programa. Si no fos així, se n'encarrega de transvasar tota la informació vers el programa "TEP22" (programa que s'explicarà més endavant). En aquest cas, al final de totes les dades d'entrada, escriu: "MEMÒRIA INSUFICIENT; UTILITZACIÓ DE L'ARXIU DEL DISC", a fi i efecte de saber que ha estat realitzat aquest tranvasament, puix que la resolució del programa es farà exactament igual que amb el programa TEP32.

A la vegada, el programa TEP32 és l'encarregat de crear el COMMON, el qual d'alguna manera marca la capacitat necessària de memòria d'ordinador capaç de desenvolupar aquest programa. És, per tant, evident que si es disposés d'un ordinador més potent, podriem ampliar les diferents variables relatives als nusos i les barres fins a uns límits més alts. De moment el programa està preparat, com ja s'ha vist, per a 100 nusos i 200 barres.

Va, doncs, a continuació el programa principal TES32 :

```
C      "OEPTEP32.FR"
C
       COMPILER DOUBLE PRECISION
       REAL K,L
       COMMON N,NTN,NTB,NTIN,IAMB,NPROB(40),PR,NV,NVX,
      *       X(100),Y(100),Z(100),XI(100),YI(100),ZI(100),KIN(100,3),
      *       PX(100),PY(100),PZ(100),NEX(200,2),L(200),K(200),
      *       A(3000),Q(160)
C
       CALL FGTIM (IH,IM,IS)
       CALL TES13
       CALL TES14
       CALL TES18 (NTN,NTIN,KIN)
       CALL TES19 (NTB,NEX,KIN,IAMB)
       IF ((IAMB+1)*NTIN.LE.3000.AND.NTIN.LE.160) GO TO 10
       WRITE (12,150)
   150 FORMAT (" MEMORIA INSUFICIENT; UTILITZACIO DE L'ARXIU DEL DISC.")
       TYPE "MEMORIA INSUFICIENT; UTILITZACIO DE L'ARXIU DEL DISC"
       N=(IH-12)*3600+IM*60+IS
       CALL CHAIN ("OEPTEP22.SV",IER)
       STOP "ERROR OEPTEP32-OEPTEP22"
    10 CALL TES35
       WRITE (12,300)
   300 FORMAT (1H1)
       CALL TES16
       CALL FGTIM (IH1,IM1,IS1)
       IH1=(IH1-IH)*3600+(IM1-IM)*60+IS1-IS
       WRITE (12,100) IH1,NV,PR
   100 FORMAT (//I10' SEGONS'/I10' ITERACIONS'/F10.7' MAXIM ESF. DESEQ.')
       STOP OEPTEP32
       END
```

5.10 EXEMPLE D'UTILITZACIÓ DEL PROGRAMA "TEP32"

Com a colofó d'aquest capítol, va un exemple d'utilització d'aquest programa.

Hem pres, precisament, l'estructura plana tipus Warren que ens ha servit com a exemple de codificació.

Una vegada perforades les fitxes i passades per la lectora de l'ordinador, la impressora ens dóna els resultats en dos blocs. En el primer, apareixen totes les dades d'entrada que han estat subministrades per les fitxes, més unes altres que ha calculat l'ordinador com són: la longitud de les barres, l'ample de banda de la Matriu de Rigidesa, el nombre total d'incògnites i per últim, el fet de constatar si l'estructura és plana o espacial.

En el segon bloc, tindrem la resolució del problema com a tal. Trobem en primer lloc les dades referents als nusos: coordenades finals, desplaçaments totals i esforços resultants (reaccions).

A continuació, trobem les dades referents a les barres: longitud final i tensió a la qual es troba sotmesa.

Per fi, com a conclusió, el programa ens informa del temps emprat per l'ordinador en solucionar l'estructura, el nombre d'iteracions que han estat realitzades i l'esforç desequilibrat màxim que té l'estructura a l'estat final.

Si aquest valor, tal com succeeix en el cas present, és més petit que la precisió, podem dir que l'estructura es troba en Estat d'Equilibri.

Segueix, doncs, la sortida d'ordinador corresponent a l'estructura que ha estat codificada en aquest mateix capítol:

DADES D'ENTRADA: ESTRUCTURA EXEMPLE DE CODIFICACIO (WARREN 11BARRES-7NUSOS) 8- 8-80

****

NUSOS	BARRES	ELASTICITAT	PES.PROPI	PRESSIO	VENT.X	VENT.Y	VENT.Z	NEU	PRECISIO	NO.ITER.
7	11	2100.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0	0.00	0.000100	20
		(T/CM2)	(KG/M2)	(KG/M2)	(KM/H)	(KM/H)	(KM/H)	(KG/M2)	(TONES)	MAXIM

COORDENADES (METRES)

NUS	TIPUS	X	Y	Z
1	1	0.000	0.000	0.000
2	0	1.000	2.000	0.000
3	0	2.000	0.000	0.000
4	0	3.000	2.000	0.000
5	0	4.000	0.000	0.000
6	0	5.000	2.000	0.000
7	2	6.000	0.000	0.000

BARRA	DEL	AL	SECCIO (CM2)	LONGITUD (METRES)
1	1	3	10.0	2.000
2	3	5	10.0	2.000
3	5	7	10.0	2.000
4	2	4	10.0	2.000
5	4	6	10.0	2.000
6	1	2	5.0	2.236
7	3	2	5.0	2.236
8	3	4	5.0	2.236
9	4	5	5.0	2.236
10	5	6	5.0	2.236
11	6	7	5.0	2.236

CARREGUES (TONES)

NUS	PX	PY	PZ
2	0.000	-1.000	0.000
4	0.000	-2.000	0.000
6	0.000	-3.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000

DEFORMACIONS (METRES)

DX	DY	DZ
0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000
0.000	-0.010	0.000

ESTRUCTURA PLANA
NOMBRE TOTAL D'INCOGNITES = 11
AMPLE DE BANDA = 5

RESULTATS FINALS   ESTRUCTURA EXEMPLE DE CODIFICACIO (WARREN 11BARRES-7NUSOS)

****

	COORDENADES (METRES)				DEFORMACIONS (METRES)				REACCIONS (TONES)		
NUS	X	Y	Z	NUS	X	Y	Z	NUS	X	Y	Z
1	0.000	0.000	0.000	1	0.000	0.000	0.000	1	-0.000	2.330	0.000
2	1.004	1.997	0.000	2	0.004	-0.003	0.000	2	0.000	-0.000	0.000
3	2.000	-0.005	0.000	3	0.000	-0.005	0.000	3	-0.000	0.000	0.000
4	3.004	1.993	0.000	4	0.004	-0.006	0.000	4	0.000	0.000	0.000
5	4.000	-0.008	0.000	5	0.000	-0.008	0.000	5	-0.000	-0.000	0.000
6	5.003	1.990	0.000	6	0.003	-0.009	0.000	6	0.000	-0.000	0.000
7	6.001	-0.010	0.000	7	0.001	-0.010	0.000	7	0.000	3.670	0.000

BARRA	TENSIO (TONES)	L.FINAL (METRES)	BARRA	TENSIO (TONES)	L.FINAL (METRES)	BARRA	TENSIO (TONES)	L.FINAL (METRES)	BARRA	TENSIO (TONES)	L.FINAL (METRES)
1	1.170	2.000	4	-1.832	2.000	7	1.487	2.236	10	0.748	2.236
2	2.500	2.000	5	-2.166	2.000	8	-1.488	2.236	11	-4.102	2.235
3	1.830	2.000	6	-2.605	2.236	9	-0.750	2.236			

27 SEGONS
2 ITERACIONS
0.0000002 MAXIM ESF. DESEQ.