

VARIACIÓ DE LA REFLEXIÓ EN SALES HOMOTÈTIQUES I HOMÒFONES

---



---

## I.E. VARIACIÓ DE LA REFLEXIÓ EN SALES HOMOTÈTIQUES I HOMÒFONES

---

### I.E.a. INTRODUCCIÓ

En estudiar la velocitat d'esmoreïment, ha calgut deixar com a variable el paràmetre  $-\ln(1-\alpha)$ , definidor del grau de reflexió del local.

Al capítol anterior, s'ha evidenciat la variació produïda per  $v_E/-\ln(1-\alpha)$  deguda a la introducció d'un balcó d'anfiteatre.

Cal ara preguntar-se si una esmena que origini un canvi de les proporcions de la sala homotètica queda o no compensada per la variació que indubtablement també ha sofert la reflexió del local. Així, aquest apartat tractarà d'establir si la velocitat d'esmoreïment, deduïda del lliure camí mitjà de Knudsen i el temps de reverberació d'Eyring, queda o no constant després de variar les proporcions del prisma unitari a causa de la introducció d'un balcó d'anfiteatre.

Amb aquesta finalitat, s'intentarà descompondre la formulació de la reflexió en les dues parts corresponents a superfície d'ocupació  $S_T$  i superfície de revestiment  $S_R$ , íntimament relacionables mitjançant la raó de contorn  $C$  de la sala.

S'analitzaran, a més a més, les densitats superficials d'ocupació a partir de la mostra de 48 sales d'audicions existents en la realitat, així com les unitats d'absorció per ocupant que estableixen diferents autors. L'objecte d'aquesta anàlisi és el de permetre un major apropament a la realitat.

Novament, s'iniciarà l'estudi a partir del model de sala prismàtica sense balcó, on es definiran les equacions d'aquestes relacions entre reflexions, per a passar després a la resta de sales teòriques desenvolupades en el capítol precedent.



## I.E.b. EL COEFICIENT DE REFLEXIÓ

Acceptant el coeficient d'absorció d'Eyring, resumit d'acord amb el postulat de Beranek (2, pàg. 545), en les dues àrees absorbents :

$$\alpha = (S_R \alpha_R + S_T \alpha_T) / S, \quad (\text{I.E.1})$$

on

$\alpha_R$  = coeficient d'absorció del revestiment,

$\alpha_T$  = coeficient d'absorció de l'àrea ocupada pel públic,

com que en la sala prismàtica tenim que :

$$S_R = (2x+2y+xy) H^2,$$

$$S_T = xy H^2,$$

$$S = 2(x+y+xy) H^2,$$

Substituint, resulta

$$\alpha = [(2x+2y+xy)\alpha_R + xy\alpha_T] / 2(x+y+xy), \quad (\text{I.E.2})$$

que també pot escriure's en funció de la constant d'homofonia com :

$$\alpha = [(d+1)\alpha_R + \alpha_T] / (d+2). \quad (\text{I.E.3})$$

El coeficient de reflexió definit per

$$r = 1 - \alpha \quad (\text{I.E.4})$$

serà, operant,

$$r = a - b/C, \quad (\text{I.E.5})$$

on

$$a = 1 - \alpha_R,$$

$$b = \alpha_T - \alpha_R,$$

i, com ja s'ha vist, en sales homòfones la raó de contorn  $C$  és constant.

Com a cas particular, si en dues sales homòfones coincideixen els coeficients d'absorció dels revestiments així com els de les àrees ocupades pel públic (densitat d'ocupació superficial iguals), també coincidiran els coeficients de reflexió, i així les velocitats d'esmoreïment  $v_E$  seran iguals.

L'expressió I.E.5 també pot escriure's separant els dos coeficients d'absorció:

$$r = 1 - [(1-1/C)\alpha_R + (1/C)\alpha_T]. \quad (\text{I.E.6})$$

Aquesta igualtat demostra la dependència del coeficient de reflexió amb els coeficients d'absorció de les dues àrees, i a més a més, amb la raó de contorn. Aquest és l'únic i exclusiu paràmetre geomètric de la sala que intervé en la reflexió, òbviamment augmentant-la, mantenint constants  $\alpha_R$  i  $\alpha_T$ , en augmentar aquest contorn.



Núm.	Descripció de la sala	$Q_s$	V
<b>Estats Units</b>			
1	Lyric Theatre, Baltimore	1,52	8,03
2	Indiana University Auditorium, Bloomington	1,44	7,09
3	Symphony Hall, Boston	1,69	7,12
4	Kleinhans Music Hall, Buffalo	1,31	6,42
5	Kresge Auditorium, Cambridge	1,26	8,09
6	Arie Crown Theatre McCormick Place, Chicago	1,55	7,18
7	Orchestra Hall, Chicago	1,39	5,87
8	Severance Hall, Cleveland	1,35	8,30
9	Henry and Edsel Ford Auditorium, Detroit	1,42	6,54
10	Purdue University Hall of Music, Lafayette, Indiana	1,66	6,11
11	Tanglewood Music Shed, Lenox, Massachusetts	1,95	7,07
12	Carnegie Hall, New York	1,39	8,78
13	Grace Rainey Rogers Auditorium, New York	1,10	7,74
14	Academy of Music, Philadelphia	1,72	5,26
15	Eastman Theatre, Rochester, New York	1,53	7,61
16	War Memorial Opera House, San Francisco	1,50	6,70
<b>Argentina</b>			
17	Teatro Colón, Buenos Aires	1,26	8,39
<b>Austria</b>			
18	Neues Festspielhaus, Salzburg	1,37	7,18
19	Grosser Musikvereinssaal, Vienna	1,50	8,93
<b>Bélgica</b>			
20	Palais des Beaux-Arts, Brussels	1,44	5,81
<b>Canadà</b>			
21	Alberta Jubilee Auditoriums, Edmonton and Calgary	1,27	7,86
22	Queen Elizabeth Theatre, Vancouver	1,41	5,98
<b>Dinamarca</b>			
23	Radiohuset, Studio 1, Copenhagen	1,07	10,88
24	Tivoli Koncertsal, Copenhagen	1,34	7,12
<b>Finlàndia</b>			
25	Kulttuuritalo, Helsinki	1,35	6,66
26	Konserttisali, Turku	1,10	9,58
<b>Alemanya</b>			
27	Benjamin Franklin Kongresshalle, Berlin	1,19	10,61
28	Musikhochschule Konzertsaal, Berlin	1,47	7,16
29	Sender Freies Berlin Grosser Sendesaal, Berlin	1,13	11,51
30	Beethovenhalle, Bonn	1,06	11,15
31	Neues Gewandhaus, Leipzig	1,52	6,79
32	Herkulesaal, Munich	1,52	10,56
33	Liederhalle, Grosser Saal, Stuttgart	1,30	8,00
<b>Anglaterra</b>			
34	Colston Hall, Bristol	1,74	6,17
35	Usher Hall, Edinburgh	1,80	5,80
36	St. Andrew's Hall, Glasgow	1,54	7,55
37	Philharmonic Hall, Liverpool	1,37	6,90
38	Royal Albert Hall, London	1,63	14,24
39	Royal Festival Hall, London	1,39	7,33
40	Free Trade Hall, Manchester	1,65	5,99
<b>Israel</b>			
41	Binyanei Ha'Oomah, Jerusalem	1,30	7,86
42	Fredric R. Mann Auditorium, Tel Aviv	1,40	7,81
<b>Holanda</b>			
43	Concertgebouw, Amsterdam	1,71	8,47
<b>Suècia</b>			
44	Konserthus, Gothenburg	1,42	8,68
<b>Suïssa</b>			
45	Stadt-Casino, Basel	1,56	7,50
46	Salle Musica, La Chaux-de-Fonds	1,33	7,62
47	Grosser Tonhalle, Zurich	1,51	7,37
<b>Veneçuela</b>			
48	Aula Magna, Caracas	1,27	9,36

Taula I.E.1. Valors de la densitat superficial d'ocupació  $Q_s$  i d'esponjositat V, per als auditoris estudiats per L. Beranek (2, pàg. 556) resultat de dividir el nombre d'ocupants per l'àrea total d'ocupació  $S_T$  i el volum V pels ocupants, respectivament.



Descripció i autor	Freqüència central de banda d'octava (Hz)							
	63	125	250	500	1 K	2 K	4 K	8 K
• Persona asseguda (Mestre Sancho) (11, pàg. 82)	0,15	0,20	0,35	0,45	0,45	0,50	0,45	0,35
• Auditors asseguts en seients totalment entapissats, porosos	0,20	0,25	0,40	0,55	0,65	0,65	0,60	-
• Auditors en seients entapissats de cuir o vinil	-	0,15	0,35	0,45	0,45	0,45	0,40	-
• Auditors asseguts en seients de fusta amb coixins	-	0,15	0,35	0,40	0,45	0,45	0,40	-
• Músic assegut amb instrument	0,20	0,35	0,80	1,10	1,50	1,20	1,10	-
• ( $\alpha_T$ ) Superfície d'audició in- closos passadissos superiors a 1 m. (P.H. Parkin) (12, pàg. 283)	<u>0,25</u>	<u>0,40</u>	<u>0,60</u>	<u>0,80</u>	<u>0,90</u>	<u>0,90</u>	<u>0,80</u>	-
• Adult dret	-	-	0,33	0,40	0,50	0,60	-	-
• Nens	-	-	0,20	0,35	0,40	0,50	-	-
• Persona asseguda sobre un seient encoixinat (cinema)	-	-	0,36	0,40	0,46	0,48	-	-
• Persona asseguda sobre un seient de fusta (C.Rougeron) (13, pàg. 164)	-	-	0,25	0,31	0,35	0,33	-	-
• Persona (estiu)	-	0,30	0,25	0,37	0,36	0,36	-	-
• Persona (hivern)	-	0,30	0,35	0,39	0,46	0,50	-	-
• Públic general assegut	-	0,30	0,32	0,37	0,44	0,36	-	-
• Nois (R. Serra) (14, pàg. 84)	-	0,18	0,20	0,27	0,30	0,36	-	-
• Audiència asseguda en seients totalment entapissats	-	0,19	-	0,47	-	0,51	-	-
• Audiència asseguda en seients de fusta amb coixins (H.J.Purkis) * (15, pàg. 138)	-	0,16	-	0,40	-	0,44	-	-

Taula I.E.2. Valors de  $\beta$  (unitats d'absorció per ocupant) i  $\alpha_T$   
(coeficient d'absorció per m<sup>2</sup> de l'àrea d'audiència)

segons diferents autors. (Continúa)



	63	125	250	500	1 K	2 K	4 K	8 K
• Ocupants asseguts, segons els seients		0,09		0,28		0,32		
- a	-	a	-	a	-	a	-	-
(C.M. Harris) (16, pàg. 658)		0,18		0,40		0,56		
• Ocupants asseguts (K. Weisse) (17, pàg. 86)	-	0,15	0,25	0,35	0,38	0,38	0,35	-
• Persona dempeus	-	0,14	0,23	0,38	0,54	0,66	0,66	-
• Persona asseguda en un seient encoixinat	-	0,42	0,41	0,41	0,45	0,45	0,45	-
• Persona asseguda en un seient poc encoixinat	-	0,27	0,31	0,35	0,43	0,45	0,45	-
• Músic amb instrument i seient (V. López García) (18, pàg. 210)	-	0,60	0,90	1,10	1,60	1,65	1,35	-
• Músic amb instrument	-	0,40	0,85	1,15	1,40	1,20	1,20	-
• Adults	-	0,23	0,33	0,39	0,42	0,47	0,47	-
• Nois	-	0,18	0,20	0,27	0,30	0,36	0,36	-
• Públic mixt	-	0,30	0,32	0,37	0,44	0,36	0,36	-
• Públic assegut en seients de fusta	-	0,15	0,25	0,35	0,38	0,38	0,35	-
• Públic assegut en bancs d'església	-	0,20	0,25	0,31	0,35	0,33	0,30	-
• Públic assegut en seients amb respatller encoixinat	-	0,30	0,33	0,38	0,46	0,39	0,35	-
• Públic assegut en seient entapissats		0,30	0,35	0,42	0,46	0,48	0,40-	
• Col·legial assegut en un pupitre (J. Pérez Miñana) (19, pàg. 236)	-	0,24	-	0,39	-	0,43	-	-
• Home assegut sense abric	-	0,14	0,23	0,45	0,61	0,82	-	-
• Home assegut amb abric	-	0,25	0,35	0,53	0,68	0,84	-	-
• Dona asseguda sense abric	-	0,08	0,14	0,25	0,40	0,51	-	-
• Dona asseguda amb abric	-	0,14	0,26	0,44	0,64	0,74	-	-
• Alumne assegut, d'11-13 anys	-	0,16	-	0,39	-	0,51	-	-
• Pàrvul assegut	-	0,14	-	0,31	-	0,42	-	-
• Espectador mitjà en una sala d'espectacles (S. Villalonga i Gustà) (20, pàg. 95)	-	0,15	0,23	0,40	0,56	0,64	-	-

Taula I.E.2. (Continúa)



	63	125	250	500	1 K	2 K	4 K	8 K
• Persona asseguda en un seient	-	-	-	0,28 a 0,40	-	-	-	-
<b>(J. Alberto Morales)</b> (21, pàg. 113)								
• Persona asseguda en un seient sense entapissar	-	0,27	0,31	0,35	0,43	0,46	0,4	-
• Persona asseguda en un seient amb entapissat gruixut	-	0,42	0,41	0,41	0,45	0,45	0,47	-
• Músic amb instrument i seient	-	0,41	0,76	1,12	1,33	1,35	1,16	-
• Joves d'escola secundària, asseguts en seients	-	0,22	0,30	0,33	0,4	0,44	0,45	-
• Nens d'escola primària asseguts, inclòs el seient	-	0,18	0,23	0,28	0,32	0,35	0,40	-
• Dempeus	-	0,20	0,35	0,47	0,45	0,50	0,40	-
• Asseguts en banc d'església	-	0,25	0,27	0,33	0,38	0,4	0,38	-
<b>(L. Beranek)</b> (22, pàg. 319)								
<b>(A. Behar)</b> (23, pàg. 75)								
• Persona asseguda	0,20(100Hz)			0,5(800Hz)			0,8(6,4K)	
<b>(R. Josse)</b> (24, pàg. 277)								
• (C) Públic i seients en auditoris amb densitat d'ocupació mitjana	<u>0,25</u>	<u>0,39</u>	<u>0,57</u>	<u>0,80</u>	<u>0,94</u>	<u>0,92</u>	<u>0,87</u>	<u>0,80</u>
<b>(L. Beranek)</b> (25, pàg. 13)								
• Persona asseguda	-	0,20	0,36	0,45	0,50	0,50	0,46	-
<b>(M. Meisser)</b> (26, pàg. 54)								
• Audiència	-	-	-	0,44	-	-	-	-
• Orquestra	-	-	-	0,48	-	-	-	-
<b>(W.C. Sabine)</b> (1, pàg. )								
• (C) Area ST d'audiència, orquestra i cors, inclosos passadissos superiors a 1m.	<u>0,34</u>	<u>0,52</u>	<u>0,68</u>	<u>0,85</u>	<u>0,97</u>	<u>0,93</u>	<u>0,85</u>	<u>0,80</u>
<b>(L. Beranek)</b> (2, pàg. 547)								

Taula I.E.2. (Continúa)



	63	125	250	500	1 K	2 K	4 K	8 K
• Persona asseguda (L.J. Arizmendi) (27, pàg. 83)	-	0,18	0,40	0,46	0,46	0,51	0,46	-
• Audiència asseguda en funció dels seients i de $\rho_s$  (A.M.A.) * (28, pàg. 31)	-	0,10 a 0,19	-	0,30 a 0,40	-	0,33 a 0,56	-	-
• Audiència en auditori (D. Templeton) (29, pàg. 187)	-	0,21	-	0,46	-	0,51	-	-
• Audiència (W.C. Sabine) (1, pàg. 212)	0,16	0,33	0,40	0,44	0,45	0,46	0,46	-
• Valors pràctics de $\beta$ per a $\alpha_T(500-1000\text{Hz})=0,80$ i densitat superficial d'ocupació :								
• alta $\rho_s \approx 2 \text{ oc/m}^2$	-	-	-	0,38	-	-	-	-
• mitjana $\rho_s \approx 1,75 \text{ oc/m}^2$	-	-	-	0,45	-	-	-	-
• baixa $\rho_s \approx 1,35 \text{ oc/m}^2$	-	-	-	0,60	-	-	-	-
• Ídem per densitats mitjanes segons :								
• Knudsen & Harris	-	-	-	0,44	-	-	-	-
• Beranek (L. Beranek) (2, pàg. 545)	-	-	-	0,40	-	-	-	-

Notes : L'asterisc indica els valors traslladats al Sistema Internacional d'Unitats.  
Els valors d' $\alpha_T$  són els que figuren subratllats.

Taula I.E.2. (Continuació).



## I.E.c. RELACIÓ ENTRE L'ABSORCIÓ DEL REVESTIMENT I LA DE L'ÀREA D'OCUPACIÓ

Introduint un factor adimensional  $g$  de relació entre  $\alpha_R$  i  $\alpha_T$ , tal que

$$\alpha_T = g\alpha_R, \quad (\text{I.E.7})$$

resultarà per al coeficient de reflexió :

$$r = 1 - \alpha_R [1 + (1/C)(g-1)], \quad (\text{I.E.8})$$

on, si fóra  $\alpha_T = \alpha_R$  (és a dir,  $g=1$ ), llavors tindríem que

$$r = a.$$

Com que  $r > 0$ , vol dir que de l'expressió I.E.8 resulta el límit superior de  $g$  :

$$g < 1 - C + C/\alpha_R, \quad (\text{I.E.9})$$

i com que  $r < 1$  resulta l'inferior,

$$g > 1 - C. \quad (\text{I.E.10})$$

Tanmateix, si  $\beta$  són les **unitats d'absorció de cada ocupant** i  $N$  el **nombre d'ocupants** sobre la superfície  $S_T$ , llavors

$$S_T \alpha_T = \beta N,$$

és a dir,

$$\alpha_T = \beta N / S_T = \beta \rho_s, \quad (\text{I.E.11})$$

on  $\rho_s$  representa la **densitat superficial d'ocupació** (nombre d'ocupants per  $m^2$  d'àrea d'ocupació  $S_T$ ).

En els auditoris,  $\rho_s$  oscil·la entre 1 i 2 (vegeu la Taula I.E.1), així com  $\beta$  (que depèn de les modes de vestir), ve donat per la Taula I.E.2, on també es poden trobar alguns valors d' $\alpha_T$ .



Adoptant en les bases de disseny una certa  $\rho_s$ , queda definit  $\alpha_T$  dins d'uns marges de variació i, per tant, cal emprar uns revestiments on

$$\alpha_R = \beta \rho_s / g \quad (\text{I.E.12})$$

i llavors, perquè  $r > 0$ ,

$$g > (C-1) / [(C/\beta\rho_s)-1], \quad (\text{I.E.13})$$

més restrictiu que emprant l'expressió I.E.10.

**Exemple.** Sala prismàtica rectangular  $y_1=2$ ;  $x_1=1,5$  i  $\beta=0,5$ .

• Essent  $S=13H^2$  i  $S_T=3H^2$  :

$$\rho_s = 1,0 \quad g > 0,43 \quad \alpha_R < 1,16$$

$$\rho_s = 1,5 \quad g > 0,69 \quad \alpha_R < 1,08$$

$$\rho_s = 2,0 \quad g > 1,00 \quad \alpha_R < 0,50$$

Es a dir, que l'economia en l'absorció ( $\alpha_R < 0,25$ ) s'aconsegueix més fàcilment amb densitats d'ocupació altes, tot i que això repercuteix en un més gran distanciament del temps de reverberació en sala semi-buida i buida respecte el de la sala plena.



## I.E.d. ESTUDI DELS CASOS PARTICULARS

### Sales homòfones amb la mateixa velocitat d'esmoreïment

Perquè dues sales homòfones tinguin la mateixa velocitat  $v_E$ , només cal que

$$\ln(1-\alpha_2) = \ln(1-\alpha_1),$$

és a dir, que  $\alpha_2 = \alpha_1$ .

De l'equació I.E.5 s'obtindrà

$$\alpha_{R2} = \alpha_{R1} + (\alpha_{T1} - \alpha_{T2}) / (C-1). \quad (\text{I.E.14})$$

Evidentment, si  $\alpha_{T1} = \alpha_{T2}$  resulta que  $\alpha_{R1} = \alpha_{R2}$ , és a dir, que dues sales homòfones amb idèntica densitat superficial d'ocupació tindran la mateixa velocitat d'esmoreïment si coincideixen els  $\alpha_R$  d'ambdues sales.

Tanmateix, l'expressió I.E.14 també pot escriure's :

$$\alpha_{R2} = \alpha_{R1} + (\alpha_{T1} - \alpha_{T2}) / \sigma, \quad (\text{I.E.15})$$

on  $\sigma = S_R / S_T$ , ja que  $S_{R1} / S_{T1} = S_{R2} / S_{T2}$  en les sales homòfones.

Es demostra fàcilment que

$$\sigma = d+1, \quad (\text{I.E.16})$$

i llavors

$$\alpha_{R2} = \alpha_{R1} + (\alpha_{T1} - \alpha_{T2}) / (d+1). \quad (\text{I.E.17})$$

Equació que ens lliga l'absorció i la constant d'homofonia, a la qual, d'altra banda, s'hagués arribat substituint  $C$  per  $d+2$ .



**Exemple.** Per a la sala prismàtica on  $y=2$  i  $x=1,5$ , si  $\beta=0,5$  i per a diferents densitats superficials  $Q_s=\{1, 1,5, 2\}$ , els valors del coeficient d'absorció del revestiment  $\alpha_{R2}$  de la sala homòfona venen donats per la Taula I.E.3.

$\alpha_{R2}$	$Q_2=1$	$Q_2=1,5$	$Q_2=2$
$Q_1=1$	$\alpha_{R1}$	$\alpha_{R1}-0,075$	$\alpha_{R1}-0,15$
$Q_1=1,5$	$\alpha_{R1}+0,075$	$\alpha_{R1}$	$\alpha_{R1}-0,075$
$Q_1=2$	$\alpha_{R1}+0,15$	$\alpha_{R1}+0,075$	$\alpha_{R1}$

Taula I.E.3. Valors d' $\alpha_{R2}$  per a les sales homòfones on  $S/S_T=4,33$  en funció de diferents densitats superficials d'ocupació.

Però, l'equació I.E.17, en ser  $d$  constant, comporta que

$$(\alpha_{T1}-\alpha_{T2})/(\alpha_{R2}-\alpha_{R1}) = \sigma. \quad (\text{I.E.18})$$

Condició que permet que dues sales homòfones adoptin la mateixa velocitat.

Així, si les dues sales homòfones es dissenyen amb la mateixa densitat superficial d'ocupació, seran iguals les velocitats d'esmoreïment solament si coincideixen les absorcions dels revestiments.

### Temps de reverberació en sales homòfones

En primer lloc, com s'ha vist, si dues sales tenen la mateixa constant d'homofonia, es compleix que  $C_1=C_2$  i conseqüentment  $\sigma_1=\sigma_2$ .

Si, a més a més, coincideixen els respectius coeficients d'absorció de revestiments, així com els d'ocupació, s'obtindrà la igualtat  $v_{E1}=v_{E2}$ , i el temps de reverberació de la segona sala vindrà donat per  $T_2=T_1V_2S_{T1}/V_1S_{T2}$ .



Però  $V_2 S_{T1}/V_1 S_{T2}=H_2/H_1$  i, lògicament,

$$T_2 = T_1 H_2/H_1. \quad (\text{I.E.19})$$

Si  $e_1$  és la raó dels volums, definida per  $e_1=V_2/V_1$ , llavors s'obté  $H_2/H_1=e_1^{1/3}$ , és a dir que

$$T_2 = e_1^{1/3} T_1. \quad (\text{I.E.20})$$

**Exemple.** Per a  $V_2=2V_1$ , resultarà  $T_2=1,26T_1$ , indicant que en doblar el volum, el temps de reverberació augmenta un 26% aproximadament.

Evidentment, això està d'acord amb la teoria clàssica del temps de reverberació on el factor de forma  $f_f= S/V$  disminueix a mesura que augmenta el volum :

$$T = K'/f_f,$$

on  $K'$ =constant de Sabine/ $-\ln(1-\alpha)$ .

Si  $e_2$  és la raó de les superfícies de pell, definida per  $e_2=S_2/S_1$ , anàlogament s'obté  $H_2/H_1=e_2^{1/2}$ , i el temps de reverberació s'obindrà fent :

$$T_2 = e_2^{1/2} T_1. \quad (\text{I.E.21})$$

**Exemple.** Si  $S_2=2S_1$ ;  $e_2=2$  i  $T_2=1,41T_1$ , indicant que en doblar la pell, el temps de reverberació augmenta un 41% aproximadament.

Si  $e_3$  és la raó de superfícies d'ocupació, definida per  $e_3=S_{T2}/S_{T1}$ , anàlogament amb el cas estudiat abans,  $H_2/H_1=e_3^{1/2}$ . Així  $e_3=e_2$ , ja que, perquè es mantingui  $S/S_T$ =constant, vol dir que multiplicar per  $e_3$  el denominador de la primera igualtat implica també multiplicar per  $e_3$  el seu numerador.



### Sales qualssevol amb la mateixa velocitat d'esmoreïment

Perquè dues sales de qualsevol forma i proporcions tinguin la mateixa velocitat d'esmoreïment  $v_E$ , cal que

$$C_2 \ln(1-\alpha_2) = C_1 \ln(1-\alpha_1). \quad (\text{I.E.22})$$

En aquest cas la raó de contorn és el resultat de dividir la suma de superfícies de la pell que realment s'ofereixen a l'interior de la sala (incloent-hi motlures, columnes, teginats, plegaments, ampits, etc.) per l'àrea ocupada pel públic, cors i orquestra (incloent-hi les àrees de llotges, balcons d'anfiteatre, etc.).

Substituint per I.E.5, l'equació anterior resulta

$$(a_2 - b_2/C_2)^{C_2} = (a_1 - b_1/C_1)^{C_1}. \quad (\text{I.E.23})$$

Condicció general perquè s'igualin les velocitats de dues sales qualsevol.

Si en ambdues sales coincideixen els coeficients d'absorció dels revestiments  $\alpha_R$ , així com els de les superfícies d'ocupació  $\alpha_T$ , resulta

$$(a - b/C_2)^{C_2} = (a - b/C_1)^{C_1}. \quad (\text{I.E.24})$$

**Exemple.** Si  $\alpha_R=0,2$ ,  $\alpha_T=0,75$  i  $C_1=4$ , resulta aproximadament  $C_2=1,22$ .

Com que

$$a - b/C_2 = (a - b/C_1)^{C_1/C_2}$$

i  $1/C_2$  sempre és més petit que la unitat, com a primera aproximació pot acceptar-se, despreciant el segon terme, que

$$1/C_2 \approx a/b,$$

tot i que realment  $1/C_2$  és més petit que aquest quocient.



En realitzar l'assimilació d'una sala qualsevol a una de prismàtica homotètica, pot acceptar-se que els coeficients d'absorció coincideixen entre si, i, a més a més, en aquest cas també s'igualen les raons de contorn. És a dir, que amb aquestes hipòtesis, la velocitat d'esmoreïment de la sala prismàtica homotètica és la mateixa que la de la sala original. Aquesta consideració serà la base del mètode d'homotècia aplicat en sales reals, que es desenvoluparà a la segona part d'aquest treball.



## I.E.e. APLICACIÓ A LES TIPOLOGIES DE SALES ANALITZADES

### Sala prismàtica amb balcó d'anfiteatre

Pot aplicar-se també la fórmula I.E.2, substituint  $x$  per  $x_h$  i  $y$  per  $y_h$ , atès que  $x_h$ ,  $y_h$  són les proporcions de la sala prismàtica sense balcó, homotètica de la prismàtica amb anfiteatre.

**Exemple.** En l'exemple analitzat, per a la sala prismàtica A de prisma unitari  $x=1,5$  i  $y=2$ , resulta

$$v_E / -\ln(1-\alpha) = 26,66.$$

Per al mateix prisma amb balcó de  $y'_b=0,5$ , s'obté

$$v_E / -\ln(1-\alpha_b) = 23,79,$$

corresponent a la sala B homotètica de prisma unitari homotètic definit per  $x_h=1,5$ ,  $y_h=3,75$ .

Llavors, amb l'expressió I.B.2, s'obté

$$\alpha = 0,76\alpha_R + 0,23\alpha_T,$$

així com

$$\alpha_b = 0,74\alpha_{Rb} + 0,25\alpha_{Tb}.$$

Sota la hipòtesi que ambdues sales disposen dels mateixos materials d'acabats i densitats d'ocupació del públic, pot acceptar-se que  $\alpha_R = \alpha_{Rb}$ , així com  $\alpha_T = \alpha_{Tb}$ . L'absorció resultant  $\alpha$  serà idèntica a  $\alpha_b$ , solament si es compleix que

$$\alpha_R = \alpha_T.$$



Condicció que difícilment s'aconsegueix a la realitat. Així doncs, pot afirmar-se que, en general, les absorpcions resultants són diferents entre si. Solament si les proporcions de les sales analitzades estiguessin contingudes dins la mateixa corba d'homofonia es compliria la igualtat anterior, com ja s'ha vist en l'apartat I.D.d.

**Exemple.** Continuant amb l'exemple, si s'adopta  $\alpha_R=0,1$  i  $\alpha_T=0,75$  per a les dues sales, s'obtidran les velocitats següents :

Per al prisma sense balcó :

$$v_{EA} = 7,67 \text{ m/seg.}$$

I per a l'homotètica de la prismàtica amb balcó :

$$v_{EB} = 7,42 \text{ m/seg.}$$

que representa una disminució del 3,19% respecte de la velocitat de la sala prismàtica sense balcó. La disminució és més gran com més alt és  $\alpha_R$  o  $Q_s$ . (En aquests càlculs s'ha suposat 1,5 ocupants per metre quadrat).

### Sala trapezoïdal amb i sense balcó d'anfiteatre

L'anàlisi es realitza mitjançant el següent exemple.

**Exemple.** Sigui la sala trapezoïdal sense balcó definida per  $y'=2$ ;  $y''=1$ ;  $\varphi=20^\circ$ , que s'assimila a l'homotètica prismàtica C de prisma unitari homotètic  $x_h=1,456$ ,  $y_h=1,838$ , resultant

$$v_E / -\ln(1-\alpha) = 27,45.$$

El mateix trapezi amb balcó tal que  $R=1/3$ , pot assimilar-se a la sala prismàtica D definida pel prisma unitari  $x_{hb}=1,213$ ,  $y_{hb}=4,584$ , on

$$v_E / -\ln(1-\alpha_b) = 25,132.$$



Acceptant també que  $\alpha_R=0,1$  i  $\alpha_T=0,75$  per ambdues sales, s'obtindrà :

$$v_{EC} = 7,74 \text{ m/seg.}$$

$$v_{ED} = 7,54 \text{ m/seg.}$$

que representa una disminució del 2,60% respecte a la velocitat de la sala prismàtica homotètica assimilada a la trapezoïdal sense balcó.

Els valors de la velocitat de les sales homotètiques assimilades als casos dels exemples precedents s'han grafiat en la Figura I.E.1.

Ara veurem, també mitjançant un altre exemple, com resulta la velocitat d'esmortiment d'una altra sala trapezoïdal, en introduir un balcó d'anfiteatre.

**Exemple.** La sala trapezoïdal de la qual és homotètica la sala A prismàtica, de prisma unitari  $x_h=1,5$ ,  $y_h=2$ , pot ser la definida per  $x'=1,5$ , que per  $\varphi=20^\circ$  dóna  $y'=2,187$  i  $y''=0,967$ . (Vegeu Figura I.E.1.).

Amb balcó on  $R=1/3$ , serà la sala homotètica B', amb

$$y_{hb}=5,224,$$

$$x_{hb}=1,632.$$

Resultant una relació velocitat-reflexió,

$$v_{Eb} / -\ln(1-\alpha) = 22,197,$$

que per a  $\alpha_R=0,1$  i  $\alpha_T=0,75$  dóna

$$v_{EB'} = 7,29 \text{ m/seg.}$$

Aquest valor representa una disminució del 4,88% respecte de la velocitat  $v=7,66$  de la sala homotètica del trapezi sense balcó.



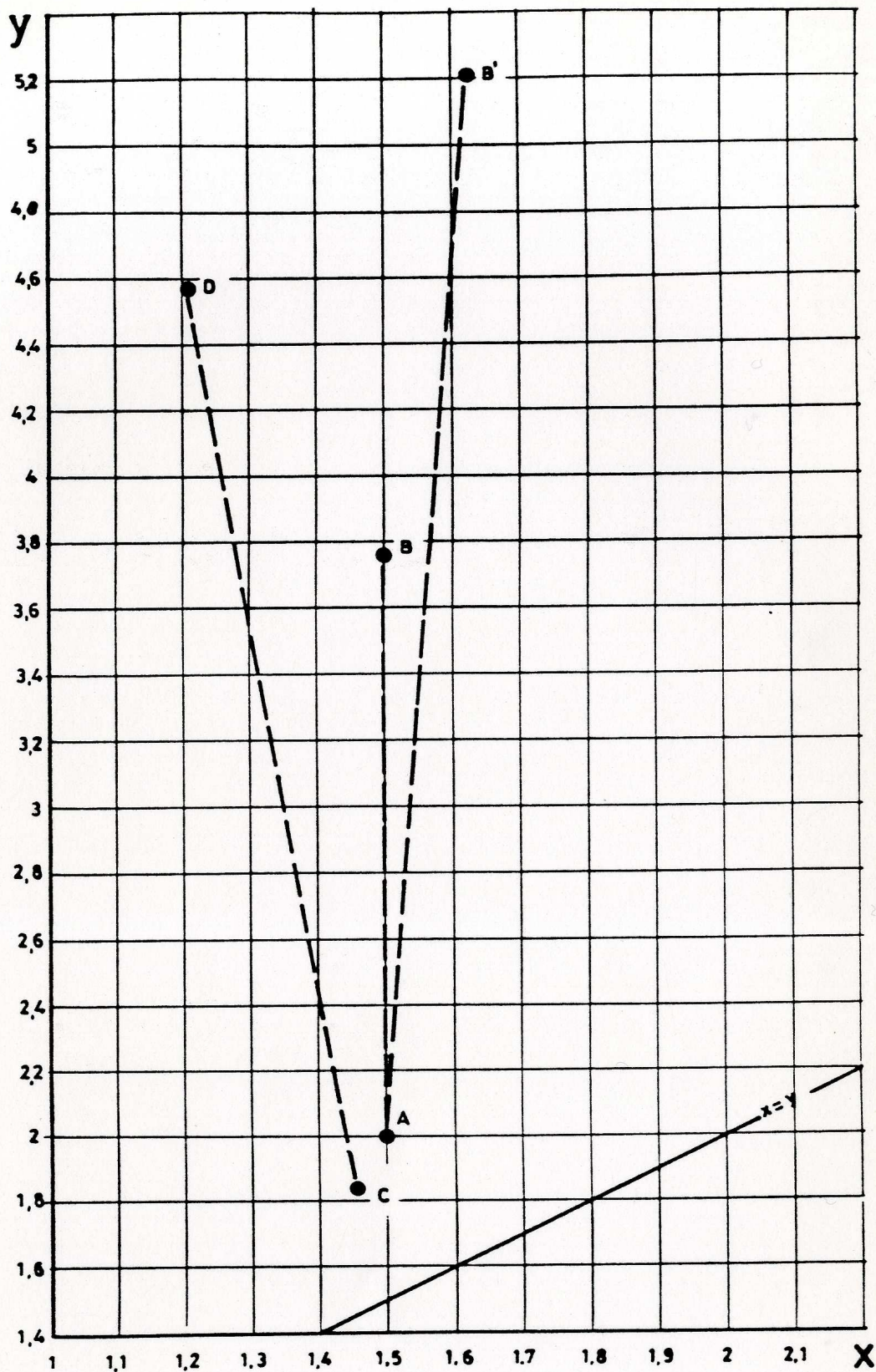


Figura I.E.1. Velocitat d'esmoreïment  $v_E$  per a  $\alpha_R=0,1$  i  $\alpha_T=0,75$   
 (corresponent a  $\rho_s=1,5$  ocupants/m<sup>2</sup>) de les sales estudiades  
 en els exemples del capítol I.D.



## I.E.f. SINOPSI

Dues consideracions sorgeixen clarament en considerar la diferenciació de l'absorció entre l'àrea d'ocupació i la resta de revestiments.

En primer lloc, que la reflexió, a més a més de la dependència de les absorcions d'ambdues àrees, solament depèn d'una única característica geomètrica, definida per la raó de contorn de la sala.

En segon lloc, que coneguda la raó de contorn d'una sala qualsevol (o bé la seva constant d'homofonia), sempre existirà una sala prismàtica homotètica d'ella, amb el mateix valor de raó de contorn. Per tant, suposant que coincideixin els coeficients d'absorció de les àrees d'ocupació d'ambdues sales, i també els dels revestiments, la velocitat d'esmoreïment d'aquesta sala homotètica coincidirà amb la de la sala inicial.

Però, pel que fa a l'esmena de la velocitat d'esmoreïment d'una sala en concret per la introducció d'un balcó d'anfiteatre, és on es veu clarament la repercussió d'aquesta diferenciació de les dues àrees absorbents. Així, emprant valors propers als que en la realitat es presenten per a  $\alpha_R$  i  $\alpha_T$ , la introducció d'un balcó fa disminuir lleugerament la velocitat d'esmoreïment de la sala inicial. Tot i que aquesta disminució, en els tres exemples estudiats, no arriba al 5% és suficient per a demostrar la seva variació. Aquesta consideració pot tenir força interès a l'hora d'acomodar la velocitat d'esmoreïment de la sala a un valor òptim, punt que s'intentarà tractar en el capítol II.A. de la segona part del treball.