

ANEXO A

ELEMENTOS UTILIZADOS PARA EL CÁLCULO

A.1. ANEXO DE CÁLCULO - CAPÍTULO 6

A.1.1. Acciones consideradas

La longitud de cálculo considerada es de 3.600 mm, si bien la longitud total del panel, tal como se ha mostrado en el apartado 6.2.2 es de 3.900 mm.

Las **acciones consideradas para una vivienda unifamiliar**, según la práctica habitual en las mismas, serían:

- Peso propio, tal como se ha comentado es de $2,45 \times 10^{-3}$ MPa.
- Cargas muertas:
 - Peso acabados en terrazo: $1,00 \times 10^{-3}$ MPa.
 - Peso muros tabique: $1,50 \times 10^{-3}$ MPa.
 - Peso cielo raso: $4,40 \times 10^{-4}$ MPa.

Esto representa un peso total (peso propio + cargas muertas) de $5,39 \times 10^{-3}$ MPa.

- Cargas variables, debidas a la sobrecarga de uso, de $3,00 \times 10^{-3}$ MPa.

Mientras que **las acciones consideradas en el ensayo** son:

- Peso propio, tal como se ha comentado en el apartado 6.2.2 de $2,45 \times 10^{-3}$ MPa.
- Sobrecargas dadas por los sacos de $1,48 \times 10^{-3}$ MPa. Este valor se deduce de que en toda la superficie de carga de la losa ($3.600 \times 2.400 \text{ mm}^2$) se disponen 49 sacos por hilada, lo que multiplicado por el peso medio de los sacos de 262,6 N nos conduce a un total de 12.867,4 N por hilada en toda la superficie de aplicación de carga.

En la tabla A.1.1 se muestra una comparación entre las cargas teóricas previstas para el forjado de una vivienda unifamiliar y las cargas reales aplicadas en el ensayo. Como puede apreciarse las cargas realmente aplicadas superan las cargas teóricas en un 71,16%. Este valor es razonable para incluir los coeficientes de seguridad.

Cargas teóricas (MPa)	Vivienda	Cargas reales en el ensayo (MPa)	Ensayo
Peso propio	$2,45 \times 10^{-3}$	Peso propio	$2,45 \times 10^{-3}$
Cargas muertas	$2,94 \times 10^{-3}$	Peso sacos por m ² de hilada	$1,48 \times 10^{-3}$
Sobrecarga uso	$3,00 \times 10^{-3}$	Para las 8 hiladas de sacos dispuestas	$1,19 \times 10^{-2}$
Total	$8,39 \times 10^{-3}$	Total	$1,43 \times 10^{-2}$

Tabla A.1.1.- Cargas teóricas sobre un forjado de vivienda unifamiliar y cargas reales en el ensayo

A.1.2. Idealización sección para los cálculos

Las características de la losa se describen en el apartado 6.6.2 del capítulo, si bien a manera de recordatorio, cabe señalar que el espesor nominal de la losa es de 200 mm, compuestos, tal como puede verse en la figura A.1.1, por:

- Una losa inferior de 40 mm de un hormigón H-20 (densidad 2.400 kg/m^3)
- Una capa de poliestireno expandido de 100 mm, de densidad 25 kg/m^3 y
- Una losa superior de 60 mm del mismo hormigón H-20 que la capa inferior.

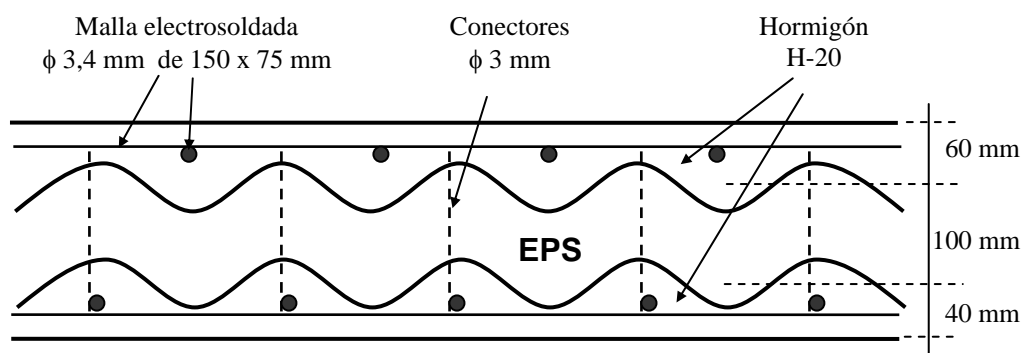


Figura A.1.1: Conformación general del panel aligerado tipo losa

El peso propio de una losa de estas características es de $2,45 \times 10^{-3}$ MPa, habiéndose considerado un peso de las mallas y conectores de $3,00 \times 10^{-5}$ MPa.

Para la determinación de las características a utilizar en los cálculos se toma la idealización geométrica, mostrada en la figura A.1.2.

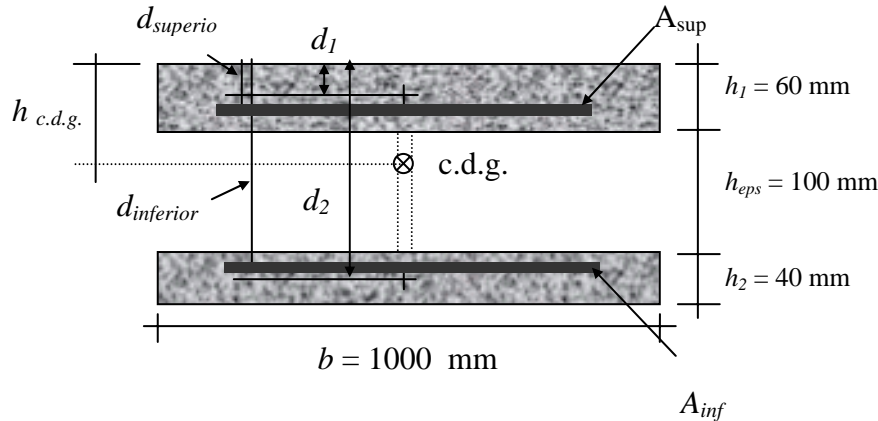


Figura A.1.2: Idealización geométrica de la sección

A.1.3. Inercia sin fisurar de la sección (I_{sf})

Como primera instancia se obtiene el centro de gravedad de la sección sin fisura, a partir de la ecuación A.1.1 y según la figura A.1.2.

$$A_1 * d_1 + A_2 * d_2 + A_{sup} * n * d_{arm\ sup.} + A_{inf} * n * d_{arm\ inf} = (A_1 + A_2 + A_{sup} * n + A_{inf} * n) * h_{c.d.g.} \quad (\text{Ec. A.1.1})$$

Donde:

- Área de la losa superior (A_1) es igual a 60000 mm^2 ($A_1 = 60.000 \text{ mm}^2$)
- Área de la losa inferior (A_2) es igual a 40000 mm^2 ($A_2 = 40.000 \text{ mm}^2$)
- Área de acero de la malla que hay por metro de ancho (con diámetros de barra de $\phi = 3,4 \text{ mm}$) es:

$$A_{\text{superior}} = A_{\text{inferior}} = A_{\text{barra}} * n^{\circ} \text{ de barras/m ancho} = \frac{\pi\phi^2}{4} * (1000/75) = 121,05 \text{ mm}^2$$

- n es el coeficiente de equivalencia para homogenizar la sección, siendo la relación entre el módulo de deformación longitudinal del acero y del hormigón, tomando $n = 7$.
- La distancia de las armaduras al borde superior son: $d_1 = 45 \text{ mm}$ y $d_2 = 175 \text{ mm}$

Sustituyendo los valores correspondientes a cada una de las variables se tiene:

$$60.000 * 30 + 40.000 * 188 + 121,05 * 7 * (45 + 175) = (60.000 + 40.000 + 2 * 121,05 * 7) * h_{c.d.g.}$$

$$h_{c.d.g.} = 90,31 \text{ mm}$$

El momento de inercia de la sección sin fisurar, respecto al centro de gravedad de la misma, viene dado por la siguiente expresión:

$$I_{\text{sin fisurar}} = I_1 + (b * h_1) * (h_{c.d.g.} - d_1)^2 + I_2 + (b * h_2) * (d_2 - h_{c.d.g.})^2 + A_{\text{superior}} * n * (h_{c.d.g.} - d_{\text{superior}})^2 + A_{\text{inferior}} * n * (d_{\text{inferior}} - h_{c.d.g.})^2 \quad (\text{Ec. A.1.2})$$

Donde d_1 y d_2 representan las distancias del centro de gravedad de la losa superior (A_1) y la losa inferior (A_2), respectivamente, al centro de gravedad de toda la sección. Los valores de I_1 e I_2 vienen dados por las expresiones siguientes:

$$I_1 = \frac{bh_1^3}{12} = \frac{1000 * 60^3}{12} = 1,8 \text{ E}+07 \quad (\text{en mm}^4)$$

$$I_2 = \frac{bh_2^3}{12} = \frac{1000 * 40^3}{12} = 5,33 \text{ E}+06 \quad (\text{en mm}^4)$$

Reemplazando en la ecuación del momento de inercia (ecuación A6.2), se obtiene que:

$$I_{\text{sin fisurar}} = 5,7 \text{ E}+08 \text{ mm}^4$$

A.1.4. Inercia fisurada de la sección (I_f)

Para realizar el cálculo de la inercia fisurada, deben determinarse previamente el cálculo del centro de gravedad de la sección fisurada. Para ello se toma la hipótesis de la sección cuando se fisura deja fuera de servicio la capa inferior de hormigón, lo cual se ha podido apreciar en los ensayos.

$$A_1 * d_1 + A_{\text{sup}} * n * d_{\text{arm sup.}} + A_{\text{inf}} * n * d_{\text{arm inf}} = (A_1 + A_{\text{sup}} * n + A_{\text{inf}} * n) * h_{c.d.g.} \quad (\text{Ec. A.1.3})$$

Sustituyendo los valores correspondientes a cada una de las variables se tiene:

$$h_{c.d.g.} = 32,2 \text{ mm}$$

El valor de la inercia fisurada en estas condiciones vendrá dado por la siguiente expresión:

$$I_{\text{fisurada}} = I_1 + (b * h_1) * (h_{c.d.g.} - d_1)^2 + A_{\text{superior}} * n * (h_{c.d.g.} - d_{\text{superior}})^2 + A_{\text{inferior}} * n * (d_{\text{inferior}} - h_{c.d.g.})^2 \quad (\text{Ec. A.1.4})$$

En la que sustituyendo los valores correspondientes a cada una de las variables se tiene:

$$I_{\text{fisurada}} = 3,5 E+07 \text{ mm}^4$$

Esto es:

$$I_{\text{fisurada}} = 0,0625 * I_{\text{sin fisurar}} = 6,25 \% I_{\text{sin fisurar}}$$

A.1.5. Cálculo del momento último

Para un primer tanteo se considera que en rotura la sección está en **dominio 3**. En este caso la capacidad respuesta de la sección se determina a través de las ecuaciones de equilibrio:

$$0 = 0,85 f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x - A_s f_{yd} \quad (\text{Ec. A.1.5})$$

$$M_u = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x \cdot \left(d - \frac{0,8x}{2} \right) \quad (\text{Ec. A.1.6})$$

En la ecuación A.1.5, considerando que según los datos del fabricante de la malla (Riviere) el acero es $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, la resistencia de cálculo del acero (f_{yd}) será de $434,78 \text{ MPa}$ (Coeficiente de minoración del acero de 1,15). Por otro lado, el área de acero que hay por metro de ancho (con diámetros de barra de $\phi = 3,4 \text{ mm}$) es:

$$A_{\text{total}} = A_{\text{barra}} * \text{n}^\circ \text{ de barras/m ancho} = \frac{\pi \phi^2}{4} * (1000 / 75) = 121,05 \text{ mm}^2$$

Reemplazando A_{total} en la ecuación (A.1.5) y despejando la profundidad de la fibra neutra (x), se obtiene:

$$x = \frac{\frac{\pi \phi^2}{4} * (1000 / 75) * f_{yd}}{0,68 f_{cd} \cdot b}$$

Donde: $b = 1000 \text{ mm}$

$f_{cd} = \text{Resistencia de cálculo del hormigón a compresión} (f_{cd} = 16,67 \text{ MPa})$

y sustituyendo los diferentes valores conduce a:

$$x = \frac{121,05 * 434,78}{0,68 * 16,67 * 1000} = 4,64 \text{ mm}$$

Ahora, sustituyendo en la ecuación de compatibilidad para verificar que es correcta la hipótesis realizada.

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

Conduce a un valor de ε_s muy superior al 10 ‰, lo que indica que la hipótesis realizada sobre el dominio de deformación es incorrecta y en consecuencia se plantea las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad en otro dominio de deformación, en este caso, **en el dominio 2**, tal como se muestra en la figura A.1.3. Un valor tan pequeño de la profundidad de la fibra neutra indica que la hipótesis realizada era incorrecta.

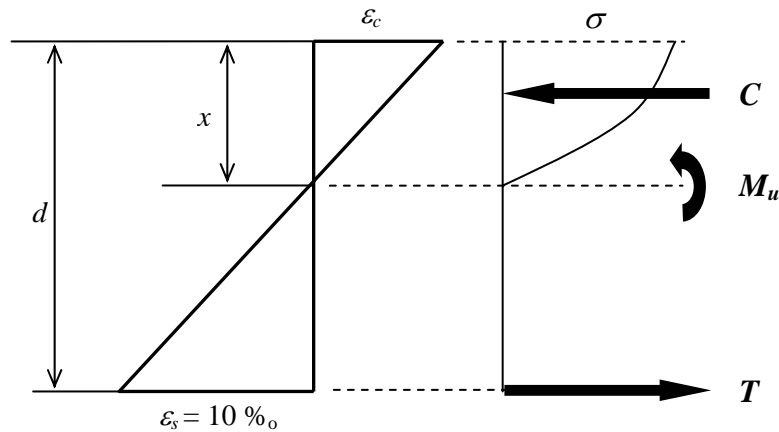


Figura A.1.3: Diagrama de tensión y deformación en el dominio 2

En este dominio, se realiza una aproximación sin considerar la aportación del acero que está a compresión.

Ecuaciones de equilibrio:

$$0 = C - T = \frac{2}{3} x \sigma_c b - A_s f_{yd} \quad (\text{Ec. A.1.7})$$

$$M_u = A_s f_{yd} \left(d - \frac{1}{3} x \right) \quad (\text{Ec. A.1.8})$$

Ecuación de compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (\text{Ec. A.1.9})$$

De las ecuaciones de equilibrio (A.1.7 y A.1.8) y deformación (A.1.9) se tienen como incógnitas los valores de tensión (σ_c) y deformación (ε_c) del hormigón, al igual que el valor de la profundidad del eje neutro denominado (x), conociendo $A_s = 121,05 \text{ mm}^2$ y $f_{yd} = 434,78 \text{ MPa}$.

De la ecuación (A.1.7) se despeja la tensión del hormigón y se sustituye este valor en la ecuación (A.1.9).

$$\sigma_c = \frac{3A_s f_{yd}}{2.b.x} \quad (\text{Ec. A.1.10})$$

De igual manera, de la ecuación (A.1.9) se toma el valor de la deformación del hormigón como la tensión sobre el modulo de elasticidad del mismo:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (\text{Ec. A.1.11})$$

Con esto se obtiene despejando de la ecuación (A.1.9), el valor de la profundidad del eje neutro (x), donde (d) es el canto útil de la sección, con un valor de 170 mm , y (b) es el ancho de la sección, 1.000 mm . Como valor de el modulo de elasticidad del hormigón, se tomo el resultado del ensayo realizado (25.498 MPa)

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad \longrightarrow \quad \frac{\frac{\sigma_c}{E_c}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad \longrightarrow \quad \frac{3A_s f_{yd}}{E_c \cdot x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

La profundidad del eje neutro (x) es de **$21,45 \text{ mm}$** . Este valor se sustituye en la ecuación (A.1.10) con el fin de determinar la tensión del hormigón, obteniendo para este análisis $\sigma_c = 3,68 \text{ MPa}$.

Por último los valores de tensión del hormigón y profundidad del eje neutro, son utilizados en la ecuación (A.18) para conseguir el valor del momento último, correspondiente a la losa ensayada a flexión.

$$M_u = A_s f_{yd} \left(d - \frac{1}{3} x \right) = \frac{2}{3} x \sigma_c b \left(d - \frac{1}{3} x \right) = 8.569.868,4 \text{ N x mm}$$

A la luz de este resultado, en comparación con los momentos que realmente actúan en los diferentes escalones de carga (por ejemplo, para el escalón de carga N° 8, el momento flector en la sección central sería de $23.280.000 \text{ N x mm}$), cabe señalar que:

- La armadura de solape existente longitudinalmente (ver figura 6.5), en la zona central, contribuiría a aumentar el momento último respuesta. Este incremento no se ha considerado en los cálculos.
- Los refuerzos de los bordes longitudinales aumentan rigidez de la zona y contribuyen a un trabajo como losa (en el que la simplificación de viga de ancho unidad no es correcta). En este caso el momento actuante es menor. Ello se ve corroborado en que la flecha es mayor en el centro de la losa que en los puntos medios de los lados (ver tabla 6.3).

A.2. ANEXO DE CÁLCULO MOMENTO ÚLTIMO DE LA SECCIÓN - CAPÍTULO 7

Momento último – sección central

Ecuaciones de equilibrio (dominio 2):

$$0 = \frac{1}{2} x \sigma_c b - A_s f_{yk} \quad (\text{A.2.1})$$

$$M_u = A_c \sigma_c \left(d - \frac{1}{3} x \right) \quad (\text{A.2.2})$$

Ecuación de compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \quad (\text{A.2.3})$$

De la ecuación (A.2.1) se despeja la tensión del hormigón y se sustituye este valor en la ecuación (A.2.3). Se utilizan los valores característicos de cada material $f_{yk} = 500$ MPa y $f_{ck} = 25$ MPa.

$$\sigma_c = \frac{2A_s f_{yk}}{b \cdot x} \quad (\text{A.2.1})$$

De igual manera, de la ecuación (A.2.3) se toma el valor de la deformación del hormigón como la tensión sobre el módulo de elasticidad del mismo:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (\text{A.2.3})$$

Con esto se obtiene, despejando de la ecuación (A.2.3), el valor de la profundidad del eje neutro (x), donde (d) es el canto útil de la sección, con un valor de 185 mm, y (b) es el ancho de la sección, 900 mm. Como valor de el módulo de elasticidad del mortero utilizado en los paneles, se toma el 75% del módulo de elasticidad de del hormigón. (18640 MPa). El valor del área de acero corresponde a la malla espacial, más 5 barras de diámetro 8 mm (colocadas en el centro). ($A_s = 360,27 \text{ mm}^2$)

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad \longrightarrow \quad \frac{\frac{\sigma_c}{E_c}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad \longrightarrow \quad \frac{2 \cdot A_s \cdot f_{yk}}{b \cdot x^2 \cdot E_c} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

La profundidad del eje neutro (x) es de **18,88 mm**, estando dentro de los parámetro del dominio 2 de deformación ($0 < x < 0,259d$), así que con éste valor, se obtiene el valor de la tensión del hormigón (ecuación A.2.1)

$$\sigma_c = \frac{2(360,27)(500)}{(900)(18,88)} = \mathbf{21,19 \text{ MPa.}}$$

Así que reemplazando en la ecuación (A.2.2) se obtiene el valor del momento último.

$$M_u = \frac{1}{2}(18,88)(900)(21,19) \left(185 - \frac{18,88}{3} \right) \quad (\text{A.2.2})$$

$$M_u = \mathbf{32.191,6 \text{ kNxmm.}}$$

Momento último – Zuncho

Ecuaciones de equilibrio (dominio 2):

$$0 = \frac{1}{2} x \sigma_c b - A_s f_{yk} \quad (\text{A.2.1})$$

$$M_u = A_c \sigma_c \left(d - \frac{1}{3} x \right) \quad (\text{A.2.2})$$

Ecuación de compatibilidad de deformaciones

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (\text{A.2.3})$$

De la ecuación (A.2.1) se despeja la tensión del hormigón y se sustituye este valor en la ecuación (A.2.3).

$$\sigma_c = \frac{2A_s f_{yk}}{b.x} \quad (\text{A.2.1})$$

De igual manera, de la ecuación (A.2.3) se toma el valor de la deformación del hormigón como la tensión sobre el módulo de elasticidad del mismo:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (\text{A.2.3})$$

Con esto se obtiene, despejando de la ecuación (A.2.3), el valor de la profundidad del eje neutro (x), donde (d) es el canto útil de la sección, con un valor de 185 mm, y (b) es el ancho de la sección, 900 mm. Como valor de el módulo de elasticidad del mortero utilizado en los paneles, se toma el 75% del módulo de elasticidad de del hormigón. (18640 MPa). El valor del área de acero corresponde a la malla espacial, más 5 barras de diámetro 6 mm (ganchos en u, colocados en los extremos). ($A_s = 250,32 \text{ mm}^2$)

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad \longrightarrow \quad \frac{\frac{\sigma_c}{E_c}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad \longrightarrow \quad \frac{2.A_s.f_{yk}}{b.x^2.E_c} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

La profundidad del eje neutro (x) es de **15,88 mm**, estando dentro de los parámetro del dominio 2 de deformación ($0 < x < 0,259d$), así que con éste valor, se obtiene el valor de la tensión del hormigón (ecuación A.2.1)

$$\sigma_c = \frac{2(250,32)(500)}{(900)(15,88)} = \mathbf{17,50 \text{ MPa.}}$$

Así que reemplazando en la ecuación (A.2.2) se obtiene el valor del momento último.

$$M_u = \frac{1}{2}(15,88)(900)(17,50) \left(185 - \frac{15,88}{3} \right) \quad (\text{A.2.2})$$

$$\mathbf{M_u = 22.492,06 \text{ KNxmm}}$$

Momento último – Zuncho

El valor del área de acero corresponde a las 5 barras de diámetro 6 mm (ganchos en u, colocados en los extremos). $A_s = 141,37 \text{ mm}^2$

$$x = 12,07 \text{ mm.}$$

$$\sigma_c = 13,01 \text{ MPa.}$$

$$M_u = 12.792,45 \text{ kNxmm.}$$

