

# Apéndice A

## Lista de variables

A continuación, se describen las variables utilizadas en cada uno de los capítulos de este trabajo.

### A.1 Capítulo 2

$a$  : ancho de la sección.

$A_{core}$  : área de la sección de hormigón confinado.

$b_1$  : constante del modelo de daño propuesto por Stephens y Yao (1987).

$b_2$  : constante del modelo de daño propuesto por Wang y Shah (1987).

$b_c$  : distancia desde el borde de los estribos medidos en la base.

$c_1$  : constante del modelo de daño propuesto por Wang y Shah (1987).

$c_2$  : constante del modelo de daño propuesto por Jeong - Iwan (1988).

$d_c$  : altura efectiva.

$d_m$  : desplazamiento máximo.

$d_u$  : desplazamiento último.

$d_y$  : desplazamiento de cedencia.

$D$  : desplazamiento en el nivel superior de una estructura.

$D_d$  : daño asociado a una deformación irrecuperable.

$D_S$  : daño asociado a la pérdida de resistencia.

$D_p$  : potencia de daño.

$E_h$  : energía inelástica disipada.

$E_i$  : energía disipada en el ciclo  $i$ .

$E_f$  : energía absorbida en un ensayo monotónico hasta el fallo.

$E_{p,i}$  : energía asociada al ciclo primario  $i$ .

$(EI)_m$  : rigidez a flexión en el punto de la máxima deformación.

$(EI)_u$  : rigidez a flexión en el punto de capacidad última.

$(EI)_y$  : rigidez a flexión en el punto de cedencia.

$f_a$  y  $f_d$  : frecuencias naturales antes y después del daño respectivamente.

$F_y$  : fuerza de cedencia.

$h_{efec}$  : altura efectiva de la sección menos el recubrimiento.

$I_D$  : índice de daño local.

$I_D^+$  : índice de daño local para los ciclos de carga positivos.

$I_D^-$  : índice de daño local para los ciclos de carga negativos.

$I_{Dglobal}$  : índice de daño global.

$k_{i,ave}$  : rigidez promedio.

$K_i$  : rigidez secante.

$K_e$  : rigidez a flexión en el rango elástico.

$M_f$  : momento de fallo.

$M_{f,i}$  : envolvente de fallo.

$M_m$  : momento máximo.

$M_u$  : momento último.

$M_y$  : momento de cedencia.

$n$  : número de ciclos.

$n_{f,i}$  : número de ciclos para que se produzca el fallo.

$s_1$  : constante del modelo de daño propuesto por Wang y Shah (1987).

$s_2$  : constante del modelo de daño propuesto por Jeong - Iwan (1988).

$N$  : fuerza axial.

$T_a$  y  $T_d$  : períodos antes y después del sismo.

$T_m$  : período máximo obtenido de la respuesta temporal de la estructura.

$V$  : cortante basal.

$V_m$  : cortante máximo.

$V_u$  : cortante último.

$V_y$  : cortante de cedencia.

$\beta_e$  : parámetro de pérdida de resistencia - modelo de Park y Ang (1987).

$\theta_m$  : rotación máxima.

$\theta_{im}$  : rotación máxima en el ciclo  $i$ .

$\theta_y$  : rotación de cedencia.

$\Phi_f$  : curvatura de fallo.

$\Phi_m$  : curvatura máxima.

$\Phi_y$  : curvatura de cedencia.

$\Phi_u$  : curvatura última.

$\Delta d$  : incremento de desplazamiento.

$\Delta d_f$  : incremento de desplazamiento para alcanzar el fallo.

$\Delta d_{pi}$  : deformaciones plásticas durante cada ciclo.

$\Delta M$  : degradación de la resistencia.

$C, \alpha_i$  : parámetros del comportamiento estructural - modelo de Krawinkler y Zohrei (1983).

$\mu_i$  : ductilidad en el ciclo  $i$ .

$\mu_\theta$  : ductilidad por rotación.

$\mu_\phi$  : ductilidad por curvatura.

$\mu_d$  : ductilidad por desplazamiento.

$\omega_i$  : factores de peso o coeficientes de importancia.

## A.2 Capítulo 3

$a$  : aceleración del suelo como función del tiempo.

$A_{bilineal}$  : área bajo la curva bilineal idealizada.

$A_{curva}$  : área bajo la curva de capacidad.

$C_A$  y  $C_V$ : coeficientes sísmicos locales.

$C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  : factores modificadores MCD.

$D$  : desplazamiento en el nivel superior de una estructura.

$D^*$  : desplazamientos del sistema de 1 GDLL equivalente.

$d_p, a_p$  : desplazamiento y aceleración espectral del punto de desempeño.

$d_{pi}, a_{pi}$  : desplazamiento y aceleración espectral del punto de desempeño supuesto.

$d_y, a_y$  : desplazamiento y aceleración espectral del punto de cedencia.

$D_t$  : demanda de desplazamiento.

$D_u$  : desplazamiento último en el nivel superior.

$D_y$  : desplazamiento de cedencia.

$D_y^*$  : desplazamiento de cedencia del sistema bilineal idealizado.

$D_{0.6}$ : desplazamiento correspondiente a un cortante basal igual a  $0.6V_y$ .

$E_D$  : energía disipada por el amortiguamiento.

$E_{S_0}$  : energía máxima de deformación.

$F$  : vector de fuerzas del sistema plano de múltiples grados de libertad.

$F^*$ : fuerzas del sistema de 1 GDLL equivalente.

$F_i$  : fuerza aplicada a la estructura en el nivel  $i$ .

$F_y^*$  : resistencia de cedencia del sistema bilineal idealizado.

$g$ : aceleración de la gravedad.

$K_e$  : rigidez lateral efectiva.

$K_i$  : rigidez lateral elástica.

$K_S$  : rigidez pos-cedencia.

$l$  : vector unitario.

$m_i$  : la masa concentrada del piso  $i$ .

$m^*$  : masa del sistema de 1 GDL equivalente.

$M$  : masa del edificio.

$p$  : factor que controla la magnitud de las cargas laterales en el método N2.

$P$  : distribución de cargas laterales para el análisis pushover en el método N2.

$p_e$  : probabilidad de excedencia.

$PF_R$  : factor de participación del modo  $R$ .

$R$  : factor de cálculo.

$R_\mu$  : factor de reducción por ductilidad.

$S_a$  : aceleración espectral.

$S_{ae}$  : aceleración espectral elástica.

$S_{ap}$  : demanda de aceleración espectral.

$S_{de}$  : desplazamiento espectral elástico.

$S_{dp}$  : demanda de desplazamiento espectral.

$SR_A$  : factor de reducción espectral para aceleración constante.

$SR_V$  : factor de reducción espectral para velocidad constante.

$t$  : número de años.

$T$  : período de un sistema de 1 grado de libertad.

$T^*$  : período elástico del sistema bilineal idealizado.

$T_C$  : período de transición del segmento de aceleración constante al segmento de velocidad constante.

$T_e$  : período fundamental efectivo.

- $T_i$  : período del modo  $i$ .
- $T_m$  : período máximo de los modos de vibración considerados en el análisis.
- $T_R$  : período de retorno o intervalo de recurrencia.
- $V$  : cortante basal.
- $V_u$  : cortante último.
- $V_y$  : cortante basal de cedencia.
- $W$  : Peso de la estructura.
- $U$  : vector que representa los desplazamientos del sistema plano de MGDL .
- $\alpha$  : relación entre la rigidez pos-cedencia  $K_S$  y la rigidez elástica  $K_i$ .
- $\alpha_R$  : coeficiente de masa modal efectiva.
- $\beta_{eq}$  : amortiguamiento viscoso equivalente.
- $\beta_0$  : amortiguamiento histerético.
- $\varepsilon$  : error en la representación bilineal de la curva de capacidad.
- $\Phi$  : forma de desplazamiento asumida.
- $\kappa$  : factor modificador del amortiguamiento.
- $\Psi$  : distribución de las fuerzas inerciales en el método N2.
- $\theta_{iR}$  : formas modales.
- $\mu$  : factor de ductilidad.
- $\Gamma$  : factor de participación modal.
- $\delta_i$  : deriva entre piso.

### A.3 Capítulo 4

- $df$  : factor de daño.
- $EDi$  : estado de daño.
- $FD$  : probabilidad de excedencia de un estado de daño.
- $fdp$  : función de distribución de probabilidad.

- $f_i$  : probabilidad de fallo de la estructura.
- $hPGA$  : aceleración máxima del terreno horizontal.
- $m_i$  : número de estructuras que exceden un estado de daño.
- $MMI$  : Escala de intensidad de Mercalli modificada.
- $n_i$  : número de estructuras sometidas a un sismo  $i$ .
- $PGA$  : aceleración máxima del terreno.
- $PGD$  : desplazamiento máximo del terreno.
- $PGV$  : velocidad máxima del terreno.
- $PIS$  : parámetro indicador de la Intensidad Sísmica.
- $\overline{PIS}$  : valor medio del parámetro indicador de la Intensidad Sísmica.
- $PID$  : parámetro Indicador del Daño.
- $\overline{PID}$  : valor medio del parámetro Indicador del Daño.
- $vPGA$  : aceleración máxima del terreno vertical.
- $\beta_{PIS}$  : desviación estándar del logaritmo natural del  $PIS$ .
- $\beta_{PID}$  : desviación estándar del logaritmo natural del  $PID$ .
- $\delta_i$  : deriva entre piso.
- $\delta_{\max}$  : deriva máxima entre piso.
- $\Delta_i$  : desplazamiento del piso  $i$ .

## A.4 Capítulo 5

- $b''$  : ancho del núcleo confinado de hormigón medido desde el exterior de los aros.
- $d$  : peralte de la sección.
- $E_c$  : módulo de elasticidad del hormigón.
- $E_s$  : módulo de elasticidad del acero de refuerzo.
- $E_{sh}$  : módulo de elasticidad de endurecimiento del acero de refuerzo.

$\varepsilon'_c$  : deformación asociada a la resistencia máxima a compresión del hormigón,  $f'_c$ .

$\varepsilon_{sh}$  : deformación donde comienza el endurecimiento del acero de refuerzo.

$\varepsilon_{su}$  : deformación donde se inician la rotura del acero de refuerzo.

$\varepsilon_y$  : deformación de cedencia del acero.

$\varepsilon_{50h}$  : deformación del hormigón que tiene en cuenta la ductilidad adicional proporcionada por los estribos.

$\varepsilon_{50u}$  : deformación de compresión asociada a un esfuerzo igual a  $0.5 f'_c$ .

$EI$  : rigidez inicial del sistema elástico.

$f'_c$  : resistencia máxima a compresión del hormigón.

$F_N$  : fuerza de compresión normalizada.

$f_{su}$  : esfuerzo máximo del acero de refuerzo.

$f_t$  : resistencia a tracción del hormigón.

$f_y$  : esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo.

$K$  : constante para el cálculo de  $f_t$ .

$k_0$  : rigidez inicial del Modelo de Takeda et al. (1979).

$k_u$  : rigidez de la rama de descarga del modelo de Takeda et al. (1979).

$l$  : longitud del elemento.

$M_f$  : momento de fallo.

$M_y$  : momento de cedencia.

$N$  : fuerza axial.

$N_0$  : producto del área transversal de la columna,  $A_c$ , y la resistencia máxima a compresión del hormigón,  $f'_c$ .

$P_y$  : momento de cedencia del modelo de Park.

$\rho_s$  : relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de hormigón medido al exterior de los aros.

$r$  : factor de Ramberg-Osgood.

$s_h$  : espaciado entre los estribos.

$w$  : peso específico del hormigón.

$Z$  : parámetro que define la pendiente de la rama descendente de la curva esfuerzo-deformación del hormigón.

$\phi_y$  : curvatura de cedencia.

$\phi_{\max}$  : curvatura máxima en la dirección carga.

$\alpha$  : factor que controlan la rigidez de la rama de descarga en el modelo histérico de Takeda et al. (1979).

$\beta$  : factor que controla la rigidez de la recarga modelo de Takeda et al. (1979).

$\gamma$  : parámetro que controla el efecto de estrechamiento en el modelo de Park.

## A.5 Capítulo 6

$b$  : altura de las unidades componentes de la mampostería.

$c$  : constante que tiene en cuenta el tipo de ensayo utilizado para determinar la resistencia a la tracción.

$C_f$  : factor de forma.

$C_m$  : factor que depende de la continuidad de la mampostería, utilizado para el cálculo de  $f'_m$ .

$d$  : ancho de la unidad componente de la mampostería.

$D$  : deflexión en el primer nivel de un edificio.

$E_b$  : módulo de elasticidad de las unidades componentes de la de mampostería.

$E_j$  : módulo de elasticidad del mortero.

$E_m$  : módulo de elasticidad de la mampostería.

$\varepsilon'_m$  : deformación de la mampostería correspondiente a la resistencia máxima a la compresión de la mampostería  $f'_m$ .

$f'_{cb}$  : resistencia a la compresión de las unidades componentes de la mampostería.

$f'_j$  : resistencia a la compresión del mortero.

- $f_m$  : resistencia a la compresión de la mampostería.
- $f_n$  : valor absoluto de los esfuerzos de compresión normal en la dirección perpendicular a las juntas horizontales.
- $f_{tb}$  : resistencia a la tracción uniaxial de las unidades componentes de la mampostería.
- $f'_{to}$  : resistencia a tracción de la mampostería.
- $G_m$  : módulo de cortante de la mampostería.
- $H$  : fuerza horizontal aplicada.
- $j$  : el ancho de la junta del mortero.
- $L_o$  : longitud de traslapo.
- $t$  : espesor de las unidades componentes de la mampostería.
- $\nu_b$  : relación de Poisson de las unidades componentes de la mampostería.
- $\psi$  : factor que permite considerar resistencias bajas de mampostería.
- $\tau$  : esfuerzo cortante que actúa sobre la mampostería.
- $\tau_m$  : resistencia a cortante de la mampostería.
- $\tau_0$  : resistencia a cortante inicial.
- $\tau_0^*$  : cohesión de la mampostería.
- $\mu$  : coeficiente de fricción interna.
- $\mu^*$  : coeficiente de fricción de la mampostería.
- $\nu_m$  : relación de Poisson de la mampostería.

## A.6 Capítulo 7

- $a(t)$  : aceleración del suelo como función del tiempo.
- $A_a$  : aceleración pico efectiva.
- $c$  : constante de la función de modulación de amplitudes de Amin y Ang.
- $d$  : exponente de la expresión que controla la caída de los espectros de las normativas Colombianas.

$E_\infty$  : energía del registro de aceleraciones.

$F(\omega, t)$  : densidad espectral evolutiva de Yeh-Wen.

$G_W$  : densidad espectral de potencia de un ruido blanco.

$I$  : factor de importancia del espectro de diseño propuesto por las normativas Colombianas.

$PGA$  : aceleración máxima del terreno.

$r_i$  : coeficientes de un polinomio ajustado al número de cruces por cero de un acelerograma.

$S$  : factor de suelo del espectro de diseño propuesto por las normativas Colombianas.

$S_1, S_2$  y  $S_3$  : tipos de suelos definidos por las normativas Colombianas.

$s_0$  : duración de la fase fuerte del movimiento.

$t$  : tiempo.

$t_1$  : tiempo correspondiente a la llegada de las ondas de cizalla.

$t_s$  : tiempo correspondiente al comienzo de la fase fuerte del movimiento.

$T$  : período.

$T_C$  : período de transición entre la zona de aceleraciones constantes a velocidades constantes.

$T_L$  : período correspondiente a la zona de aceleración constante para períodos largos.

$T_S$  : período dominante de las ondas de la fase fuerte.

$T_R$  : período de retorno.

$U_f$  y  $U_g$ : soluciones de los filtros de Kanai-Tajimi y Clough-Penzien respectivamente.

$\kappa(t)$  : función de modulación de frecuencias.

$\eta(t)$  : es una función polinomial del tiempo que se ajusta a la función real de cruces por cero de un acelerograma.

$\omega$  : frecuencia angular.

$\omega_f, v_f$  : parámetros de un filtro paso-alta.

$\omega_g$  : frecuencia angular del estrato de suelo predominante.

$v_g$  : amortiguamiento del estrato de suelo predominante.

$\xi(t)$  : función de modulación de amplitudes.

$\epsilon$  : variable aleatoria normal con medio nula y desviación estándar igual a 0.287.

## A.7 Capítulo 8

$f'_c$  : resistencia última a la compresión del hormigón.

$f_y$  : resistencia de cedencia del acero.

$g$  : aceleración de la gravedad.

$m^*$  : masa del sistema de 1 GDL equivalente.

$D_y^*$  : desplazamiento de cedencia del sistema bilineal idealizado.

$D_u^*$  : desplazamiento último del sistema bilineal idealizado.

$S_{ay}^*$  : aceleración espectral en el punto de cedencia del sistema de 1 GDL.

$S_{dy}$  : aceleración espectral en el punto de cedencia.

$T^*$  : período elástico del sistema bilineal idealizado.

$\Gamma$  : factor de participación modal.

## A.8 Capítulo 9

$E_s$  : módulo de elasticidad del acero.

$E_{sh}$  : módulo de endurecimiento del acero Velocidad angular.

$f'_c$  : resistencia última a la compresión del hormigón.

$f_y$  : resistencia de cedencia del acero.

$h_p$  : altura entre piso.

$PGA$  : aceleración máxima del terreno.

$R$  : coeficiente de correlación.

$R_\mu$  : resistencia residual como una fracción de la resistencia de cedencia inicial.

$S_{ap}$  : demanda de aceleración espectral.

$S_{dp}$  : demanda de desplazamiento espectral.

$S_{d_{\max}}$  : desplazamiento espectral máximo.

$\overline{S}_{dp}$  : valor medio de la demanda de desplazamiento espectral.

$S_{dy}$  : aceleración espectral en el punto de cedencia.

$T_B$  : período de inicio de la zona de aceleraciones constantes.

$T_C$  : período de transición entre la zona de aceleraciones constantes a velocidades constantes.

$T_D$  : período correspondiente a la zona de aceleración constante para bajas frecuencias.

$T^*$  : período elástico del sistema bilineal idealizado.

$\alpha$  : relación entre la rigidez post-cedencia y la rigidez inicial de la estructura.

$\alpha^{TM}$  y  $\beta$  : factores de rigidez de descarga y recarga del modelo de Takeda modificado.

$\beta_{S_{dp}}$  : desviación estándar del logaritmo natural de la demanda de desplazamiento.

$\delta_{\max}$  : deriva máxima entre piso.

$\xi_{eq}$  : amortiguamiento viscoso equivalente.

$\xi_0$  : amortiguamiento viscoso inherente a la estructura.

$\mu$  : demanda de ductilidad.

$\omega_g$  : frecuencia angular del estrato de suelo predominante.

$\nu_g$  : amortiguamiento del estrato de suelo predominante.

$\varepsilon$  : error asociado al cálculo de  $\xi_{eq}$ .

$\varepsilon'_c$  : deformación asociada a la resistencia máxima a compresión del hormigón  
 $f'_c$ .

$\Gamma$  : factor de participación modal.

## A.9 Capítulo 10

$a$  : aceleración.

$a_b$  : aceleración sísmica básica.

$a_c$  : aceleración sísmica de cálculo.

$B_C$  : factor que relaciona la máxima aceleración espectral  $S_{a,\max}$  con la aceleración máxima del terreno  $PGA$ .

$B_D$  : factor que relaciona el valor de la aceleración espectral para el período  $T_D$  con la aceleración máxima del terreno  $PGA$ .

$C$  : coeficiente de suelo.

$d$  : exponente variable de la función que controla la zona de velocidad constante.

$e$  : espesor de los estratos de suelo.

$g$  : aceleración de la gravedad.

$I$  : Intensidad.

$K$  : coeficiente de contribución.

$PGA$  : aceleración máxima del terreno.

$S$  : coeficiente de amplificación del terreno.

$S_{a,\max}$  : aceleración espectral máxima.

$T$  : período.

$T_B$  : período de inicio de la zona de aceleraciones constantes.

$T_C$  : período de transición entre la zona de aceleraciones constantes a velocidades constantes.

$T_D$  : período de inicio de la zona de aceleraciones constantes para bajas frecuencias.

$V_S$  : Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla.

$\alpha(T)$  : valor del espectro de respuesta normalizado.

$\rho$  : coeficiente adimensional de riesgo.

## A.10 Capítulo 11

$w$  : desplazamiento axial de los extremos del macroelemento.

$u$  : desplazamiento horizontal de los extremos del macroelemento.

$\varphi$  : rotación de los extremos del macroelemento.

$h$  : altura de la zona central del macroelemento.

$\delta$  : desplazamiento axial de la zona central del macroelemento.

$\phi$  : rotación de la zona central del macroelemento.

$N_i$  : fuerza axial en los extremos del macroelemento.

$M_i$  : momento estático en los extremos del macroelemento.

$N_i^*$  y  $M_i^*$  : contribuciones inelásticas de la fuerza axial y el momento, actuantes en los extremos del macroelemento.

$b$  : ancho del macroelemento.

$s$  : espesor del macroelemento.

$A$  : área de la sección transversal.

$\gamma$  : deformación por cortante.

$Q_i$  : fuerza cortante.

$G$  : módulo de cortante elástico de la mampostería.

$c$  : coeficiente adimensional que controla la deformación inelástica de la mampostería.

$\alpha$  : parámetro de daño de la mampostería.

$f$  : fuerza de fricción global.

$\mu$  : coeficiente de fricción.

$Y$  : rata de liberación de energía por daño.

$R$  : función de resistencia.

$F_{\mathbf{I}}$  : vector de fuerzas internas.

$K$  : matriz de rigidez elástica.

$k$  : rigidez axial.

$\tau$  : resistencia a cortante de la mampostería.

$\beta$  : factor que controla la fase de ablandamiento de la mampostería.

$E_1$  : módulo de elasticidad en la dirección principal de los forjados.

$E_2$  : módulo de elasticidad en la en la dirección perpendicular de los forjados.

$\gamma_s$  : Peso específico de los pilares de fundición.

$\gamma_h$  : Peso específico de los pilares de hormigón.

$E_h$  : Modulo de elasticidad del hormigón.

$E_s$  : Módulo de elasticidad de los pilares de fundición.

$m^*$  : masa del sistema de 1 GDL equivalente.

$\Gamma$ : factor de participación modal.

$T^*$  : período del sistema de 1 GDL equivalente.

$D_y^*, S_{ay}^*$  : desplazamiento y aceleración espectral correspondientes al punto de cedencia.

$D_u^*, S_{au}^*$  : desplazamiento y aceleración espectral correspondientes al punto de capacidad última.

## A.11 Capítulo 12

$B_C$  : factor que relaciona la máxima aceleración espectral  $S_{a,\max}$  con la aceleración máxima del terreno  $PGA$ .

$B_D$  : factor que relaciona el valor de la aceleración espectral para el período  $T_D$  con la aceleración máxima del terreno  $PGA$ .

$d$  : exponente variable de la función que controla la zona de velocidad constante.

$d_m$  : valor de daño medio.

$D_y^*$  : desplazamiento de cedencia del sistema bilineal idealizado.

$D_u^*$  : desplazamiento último del sistema bilineal idealizado.

$ED_i$  : estado de daño.

$h_p$  : altura entre piso.

$P_\beta$  : función de distribución de probabilidad beta.

$S_{ap}$  : demanda de aceleración espectral.

$S_d$  : desplazamiento espectral.

$S_{dp}$  : demanda de desplazamiento espectral.

$\overline{S_d}$  : valor medio del desplazamiento espectral.

$S_{d\max}$  : desplazamiento espectral máximo.

$T_B$  : período de inicio de la zona de aceleraciones constantes.

$T_C$  : período de transición entre la zona de aceleraciones constantes a velocidades constantes.

$V_I$  : índice de vulnerabilidad.

$\beta_{ED_i}$  : desviación estándar del logaritmo natural del desplazamiento espectral para el estado de daño  $ED_i$ .

$\mu$  : ductilidad.

$\mu_D$  : grado de daño medio.

$\delta_{\max}$  : deriva máxima entre piso.



# Apéndice B

## Polinomios normales

### B.1 Introducción

Los análisis de fiabilidad estructural usualmente involucran muchas cantidades inciertas. Entre esas cantidades se encuentran las propiedades geométricas y mecánicas de los materiales y las cargas aplicadas a los edificios, cuyas incertidumbres deben ser consideradas en este tipo de análisis.

El principal objetivo de un análisis de fiabilidad estructural es determinar la probabilidad de fallo de un sistema estructural. Para determinar ésta probabilidad, se requiere de los resultados de un proceso de simulación por el método de Monte Carlo (MMC). No obstante, con el uso de los polinomios normales, se pueden obtener soluciones aproximadas, que permiten evaluar la probabilidad de fallo de un sistema estructural, usando pocos resultados, con lo cual, puede reducirse considerablemente el tamaño de la muestra del MMC. Estos polinomios, se presentan como una alternativa al ajuste de funciones de distribución conocidas, tales como la distribución Lognormal, y soluciona algunas limitaciones de éstas funciones, como es el caso del tratamiento de variables aleatorias definidas para argumentos negativos (Hond y Lind, 1996).

A continuación se describe el modelo propuesto por Hond y Lind (1996) para el ajuste de éstos polinomios.

### B.2 Definición del modelo

Sea  $\{\zeta_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , un grupo de observaciones aleatorias independientes de una variable  $Z$ , dispuestos de manera ascendente. La función de distribución acumulada  $F(Z)$  de la variable  $Z$ , puede ser estimada mediante la siguiente ecuación:

$$(\zeta_i, F(\zeta_i)) = \left( \zeta_i, \frac{i}{N+1} \right) \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{B.1})$$

donde  $\zeta_i$  son las observaciones de la variable  $Z$  y  $N$  es el tamaño de la muestra.

Sea  $\Phi(\cdot)$  la función de distribución normal estandarizada y  $\Phi^{-1}(\cdot)$  su inversa. El método de los polinomios normales utiliza la siguiente transformación:

$$\eta_i = \Phi^{-1}(F(\zeta_i)) \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{B.2})$$

de esta forma las restricciones fractales mostradas en la ecuación (B.1) son mapeadas dentro de un espacio normal. Para modelar la distribución de la variable  $\zeta_i$ , se utiliza un polinomio normal, definido como:

$$\zeta_i = \sum_{j=0}^{r-1} a_j \eta_i^j \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{B.3})$$

donde "r" es el grado del polinomio, que debe ser menor o igual que el tamaño de la muestra, es decir,  $r \leq N$ ,  $a_j$  son los coeficientes del polinomio y  $\eta_i$  es la variable utilizada para la transformación, obtenida de la ecuación (B.2). Para determinar los coeficientes del polinomio normal,  $a_j$ ,  $j = 0, \dots, r - 1$ , se utiliza el método de los mínimos cuadrados, minimizando el error  $\varepsilon$ , definido como:

$$\varepsilon = \sum_{i \in J_s} \left( \zeta_i - \sum_{j=0}^{r-1} a_j (\eta_i)^j \right)^2 \quad (\text{B.4})$$

donde  $J_s$  es el grupo de restricciones seleccionadas.

La probabilidad de que  $\zeta_i$  sea menor o igual a un cierto valor  $\zeta_0$ , está dada por la siguiente ecuación:

$$F(\zeta_0) = \Phi(\eta_0) \quad (\text{B.5})$$

donde  $F(\zeta_0)$  es la probabilidad de que  $\zeta \leq \zeta_0$  y  $\eta_0$  corresponde a la solución de la ecuación (B.3) reemplazando  $\zeta_i$  por  $\zeta_0$ .

### B.3 Aplicación del modelo para el ajuste de curvas de fragilidad

A continuación se describe el procedimiento empleado para el ajuste de un polinomio de tercer grado a los resultados provenientes de la simulación por el MMC. Se ha elegido éste polinomio, debido a que da una mejor aproximación para la mayoría de las funciones de distribución conocidas y se ajusta muy bien a los resultados obtenidos.

Los pasos para la obtención del polinomio normal de tercer grado son los siguientes:

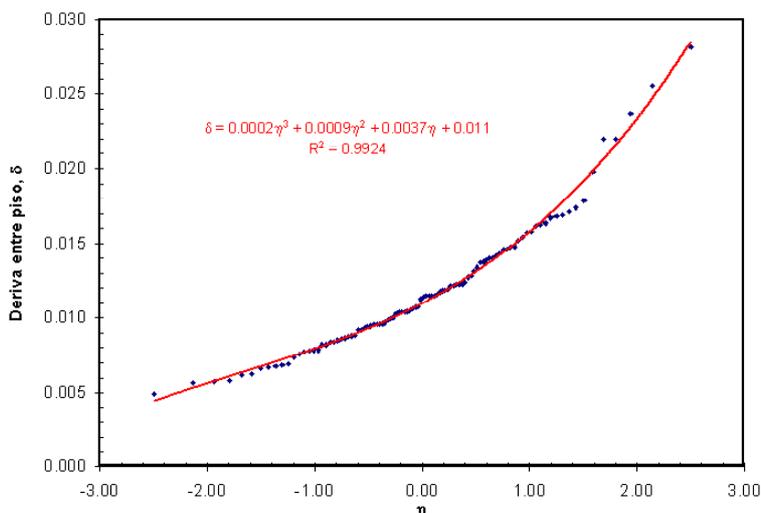
1. Definición de variables: en éste caso, la variable  $\zeta_i$  corresponde a los valores obtenidos de la deriva máxima entre piso  $\delta_i$  y  $F(\zeta_i)$  es la probabilidad condicional acumulada  $FD_i$ . En este caso, el subíndice "i" varía entre 1 y el tamaño de la muestra  $N$  utilizado en el proceso de simulación.
2. Cálculo de la variable  $\eta_i$  a partir del valor de inversa de la función de distribución normal  $\Phi$ , evaluada para cada valor de  $FD_i$ , esto es:

$$\eta_i = \Phi^{-1}(FD_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{B.6})$$

3. Ajuste por mínimos cuadrados de los coeficientes  $a_i$  de un polinomio de tercer grado (ver Figura B.1), esto es:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N \left( \delta_i - \sum_{j=0}^{r-1} a_j (\eta_i)^j \right)^2 \quad (\text{B.7})$$

donde  $r$  es el grado del polinomio ( $r = 3$ ).



**Figura B.1.** Ajuste de un polinomio de tercer grado.

4. Definición del polinomio de tercer grado: con los coeficientes  $a_j$  obtenidos en el ajuste por mínimos cuadrados, se define la siguiente ecuación:

$$\eta_i^3 + a_1 \eta_i^2 + a_2 \eta_i + a_3 = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{B.8})$$

Para el caso de la Figura B.1, los valores de los coeficientes son los siguientes:

**Figura B.2.** Curva ajustada. Función de distribución de probabilidad acumulada vs deriva entre piso.

$$a_1 = \frac{0.009}{0.002}, a_2 = \frac{0.0037}{0.002} \text{ y } a_3 = \frac{0.011}{0.002} - \delta_i.$$

En este caso, para cada valor de deriva máxima entre piso  $\delta_i$  correspondiente al paso "i" del proceso de simulación, se obtiene un valor para el coeficiente  $a_3$ .

5. Solución de la ecuación (B.8) para cada valor de  $a_3$ .
6. Cálculo de la función de distribución de probabilidad acumulada,  $FD_i$ , para cada uno de los valores obtenidos para la variable " $\eta_i$ " del paso anterior (Ver Figura B.2), mediante la siguiente ecuación:

$$FD_i = \Phi(\eta_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{B.9})$$

Para sistematizar éste procedimiento, se elaboró un programa en MATLAB que calcula los valores del polinomio normal de tercer grado ajustado a los resultados obtenidos de la simulación por el MMC.

# Apéndice C

## Modelo de Clough y Penzien

Es un modelo que permite el análisis de estructuras inelásticas, en las que la plasticación induce vibraciones temporales de largo período, sin conducir a grandes errores. Este modelo, se considera como una mejora al modelo propuesto por Kanai-Tajimi (KT), debido a que reduce drásticamente las ordenadas del espectro propuesto por Kanai-Tajimi en frecuencias muy bajas, mientras que conserva los valores asociados a las frecuencias mayores (Clough y Penzien, 1993). La Figura C.1 muestra un esquema de la densidad espectral de potencia de los modelos de Kanai-Tajimi y Clough-Penzien, en donde se observan las diferencias mencionadas entre ambos modelos.

**Figura C.1.** Densidad espectral de potencia de los modelos propuestos por Kanai-Tajimi y Clough-Penzien (unidades:  $rad/s; cm^2/s^3$ ).

La dinámica del filtro adicional está regida por la siguiente expresión:

$$\ddot{U}_f + 2 \cdot \nu_f \cdot \omega_f \cdot \dot{U}_f + \omega_f^2 \cdot U_f = -M^{KT} \quad (C.1)$$

$\ddot{U}_f$ ,  $\dot{U}_f$  y  $U_f$  son respectivamente la respuesta de aceleración, velocidad y desplazamiento del filtro de segundo orden,  $\nu_f$  y  $\omega_f$  son los parámetros del modelo de Clough-Penzien (CP), a los cuales se les asigna un valor que concuerde con los registros y espectros de respuesta de los eventos analizados, y  $M^{KT}$  es la aceleración sísmica horizontal del modelo de Kanai-Tajimi es la aceleración, definida como:

$$M^{KT} = 2 \cdot \nu_g \cdot \omega_g \cdot \dot{U}_g + \omega_g^2 U_g \quad (C.2)$$

$U_g$  es la respuesta de un filtro de segundo orden a un ruido blanco  $W(t)$ , esto es:

$$\ddot{U}_g + 2 \cdot \nu_g \cdot \omega_g \cdot \dot{U}_g + \omega_g^2 \cdot U_g = -W(t) \quad (C.3)$$

donde  $\nu_g$  y  $\omega_g$  son el coeficiente de amortiguamiento efectivo y la frecuencia angular del estrato de suelo predominante.

Así pues, el registro de aceleraciones en el modelo de Clough-Penzien, se define como la respuesta de aceleración del filtro definido por la ecuación (C.1):

$$M^{CP} = \ddot{U}_f = -2 \cdot \nu_f \cdot \omega_f \cdot \dot{U}_f - \omega_f^2 U_f - 2\nu_g \omega_g \dot{U}_g - \omega_g^2 U_g \quad (C.4)$$

y su densidad espectral de potencia,  $G_M(\omega)^{CP}$ , está definida por la siguiente ecuación:

$$G_M(\omega)^{CP} = \frac{\omega^4}{(\omega_f^4 - \omega^2)^2 + 4\nu_f^2 \omega_f^2 \omega^2} \frac{\omega_g^4 + 4\nu_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\nu_g^2 \omega_g^2 \omega^2} G_W \quad (C.5)$$

donde  $G_W$  es la densidad espectral del ruido blanco  $W(t)$  y  $\omega$  es la frecuencia angular.

La varianza del proceso se define como:

$$\sigma_M^2 = \pi \frac{A(\omega)}{B(\omega)} G_W \quad (C.6)$$

donde

$$A(\omega) = \omega_g^4 (\nu_g \cdot \omega_f + \nu_f \cdot \omega_g) + 4\nu_g^2 \cdot \omega_g^2 [\nu_g \cdot \omega_f^3 + \nu_f \cdot \omega_g^3 + 4\nu_g \cdot \nu_f \cdot \omega_g \cdot \omega_f (\nu_g \cdot \omega_f + \nu_f \cdot \omega_g)] \quad (C.7)$$

y

$$B(\omega) = 2\nu_g \cdot \nu_f [(\omega_g^2 - \omega_f^2)^2 + 4\omega_g^2 \cdot \omega_f^2 (\nu_g^2 + \nu_f^2) + 4\nu_g \cdot \nu_f \cdot \omega_g \cdot \omega_f (\omega_g^2 + \omega_f^2)] \quad (C.8)$$