

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELÈCTRICA
ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERS INDUSTRIALS DE BARCELONA

TESIS DOCTORAL

Estudio y modelización de los convertidores AC/DC de seis y doce pulsos

Autor: Eduard Tubau Navarra
Director: Luis Sainz Sopera
Codirector: Joaquín Pedra Durán

Barcelona, octubre de 2001

ÍNDICE

Presentación	1
---------------------------	---

Capítulo 1. Estudio del convertidor AC/DC de seis pulsos

1.1	Introducción.....	5
1.2	Presentación del convertidor AC/DC.....	5
1.2.1	Funcionamiento del convertidor.....	9
1.3	Estudio del convertidor en condiciones equilibradas	13
1.3.1	Estudio sin interacción	14
1.3.1.1	Convertidor sin rizado y conmutación instantánea	16
1.3.1.2	Convertidor sin rizado y conmutación no instantánea	18
1.3.1.3	Convertidor con rizado y conmutación no instantánea	20
1.3.2	Estudio con interacción	25
1.4	Estudio del convertidor en condiciones desequilibradas	28

Capítulo 2. Modelización general del convertidor AC/DC de seis pulsos en condiciones desequilibradas

2.1	Introducción.....	29
2.2	Análisis del problema.....	30
2.3	Estudio del funcionamiento del convertidor.....	34
2.3.1	Obtención de la solución homogénea	35
2.3.1.1	Obtención de la solución homogénea en los intervalos impares	35
2.3.1.2	Obtención de la solución homogénea en los intervalos pares	37
2.3.2	Obtención de una solución particular	38
2.3.2.1	Obtención de una solución particular en los intervalos impares	38
2.3.2.2	Obtención de una solución particular en los intervalos pares	41
2.3.3	Expresión final de las intensidades	43
2.3.4	Determinación de las variables que caracterizan el comportamiento del convertidor	46
2.3.4.1	Determinación de los instantes iniciales de los intervalos impares	48
2.3.4.2	Determinación de los instantes iniciales de los intervalos pares	49
2.3.4.3	Sistema de ecuaciones completo	50

Capítulo 3. Estudio del comportamiento del convertidor AC/DC de seis pulsos

3.1	Introducción	51
3.2	Hipótesis sobre los parámetros del problema	51
3.2.1	Reducción al primario	53
3.2.2	Valores normalizados	54
3.3	Cálculo del punto de funcionamiento	55
3.4	Modelos propuestos para el cálculo de los armónicos de intensidad	60

3.4.1	Modelo IDU	61
3.4.2	Modelo ACU	63
3.4.3	Modelo CU	65
3.4.4	Modelos equilibrados: IDB, ACB, CB	69
3.5	Zonas de validez (en el espacio de los parámetros) para los modelos propuestos	70
3.5.1	Selección del mejor método considerando ausencia de rizado	71
3.5.2	Consideración del rizado	74

Capítulo 4. Estudio del convertidor AC/DC de doce pulsos en condiciones desequilibradas

4.1	Introducción	75
4.2	Análisis del problema.....	75
4.2.1	Determinación de la secuencia de topologías del convertidor	82
4.2.2	Estudio en condiciones desequilibradas	85
4.3	Estudio del funcionamiento del convertidor	89
4.3.1	Obtención de la solución homogénea	90
4.3.1.1	Obtención de la solución homogénea en los intervalos impares	90
4.3.1.2	Obtención de la solución homogénea en los intervalos pares	91
4.3.2	Obtención de una solución particular	92
4.3.2.1	Obtención de una solución particular en los intervalos impares	93
4.3.2.2	Obtención de una solución particular en los intervalos pares	95
4.3.3	Expresión final de las intensidades	97
4.3.4	Determinación de las variables que caracterizan el comportamiento del convertidor	99
4.3.4.1	Determinación de los instantes iniciales de los intervalos impares	100
4.3.4.2	Determinación de los instantes iniciales de los intervalos pares	102
4.3.4.3	Sistema de ecuaciones completo	103

Capítulo 5. Resultados

5.1	Ejemplos sobre el comportamiento del convertidor de seis pulsos	106
5.2	Validación de los modelos aproximados presentados en el capítulo 3	116
5.3	Ejemplos sobre el comportamiento del convertidor de doce pulsos	121

Capítulo 6. Conclusiones

6.1	Aportaciones de la tesis	133
6.2	Futuros temas de investigación	134

Bibliografía	135
---------------------------	-----

Apéndices

A1	Expresiones correspondientes al convertidor AC/DC de seis pulsos	137
A2	Demostración de las expresiones del capítulo 3	145
A3	Expresiones correspondientes al convertidor AC/DC de doce pulsos	161
A4	Esquema equivalente del sistema transformador-convertidor	177

PRESENTACIÓN

Debido al aumento de la presencia de dispositivos no lineales en los Sistemas Eléctricos de Potencia existe un creciente interés en la formulación y resolución del flujo de cargas en presencia de armónicos [1,5,10,15,22,23,24,29,33]. Los procedimientos para el análisis de los armónicos pueden clasificarse básicamente en dos categorías: métodos de resolución en el dominio del tiempo, o en el dominio de la frecuencia. Los métodos de resolución en el dominio de la frecuencia son los más usados para la formulación del problema.

El tratamiento del problema anterior pasa, entre otras cosas, por una correcta caracterización de dichos dispositivos no lineales ya que son los elementos contaminantes del sistema [29,30,32]. Es por ello que existen en la literatura gran cantidad de estudios sobre su modelización e incorporación al flujo de cargas [2,3,6,15]. Entre dichos dispositivos destacan los convertidores AC/DC de seis pulsos debido a su extensa utilización así como al hecho de ser un consumidor de elevada potencia y, por tanto, muy contaminante. También son utilizados, aunque con menos frecuencia, los convertidores AC/DC de doce pulsos ya que con ellos se elimina la inyección de los armónicos más bajos en la red (el quinto y el séptimo) que son los de mayor magnitud. Su menor utilización, a pesar de la ventaja que ofrecen, es por ser mucho más complejos y caros de fabricación.

En la literatura existen numerosos estudios del convertidor AC/DC de seis pulsos bajo diversas hipótesis. Estos estudios, al igual que la mayoría de las modelizaciones de los dispositivos no lineales, han buscado modelizar los convertidores buscando un compromiso entre la sencillez del modelo y su fiabilidad y ajuste a la realidad.

En este sentido se abordó inicialmente el problema considerando condiciones equilibradas en el sistema que alimenta el convertidor (conjunto red-transformador). En el marco de la hipótesis anterior y, derivando de la formulación del flujo armónico de cargas conocido como penetración armónica [2], se consideró la no existencia de interacción armónica entre el conjunto red-transformador y el dispositivo no lineal, es decir, se considera que los armónicos presentes en la tensión de alimentación no influyen en el comportamiento de la carga, y, por tanto, se estudia el convertidor alimentado únicamente con tensiones senoidales y equilibradas.

Posteriormente se estudió y comprobó que la no consideración de la interacción armónica llevaba a resultados no correctos en el sentido de sobrestimar el contenido armónico de la corriente consumida por el dispositivo [7,14,20]. Es por ello que las siguientes modelizaciones consideran la influencia de las tensiones armónicas en el comportamiento de la carga.

De forma similar a lo sucedido con la formulación del flujo de cargas en presencia de armónicos, en base a todos los estudios realizados en condiciones equilibradas y ante la evidente necesidad de abordar el problema desde el punto de vista trifásico se inició el estudio del convertidor AC/DC de seis pulsos en condiciones desequilibradas [19]. Así, existen dos grandes hipótesis en la modelización de los dispositivos no lineales en general y de los convertidores en particular que podría llevar a la siguiente clasificación:

- Alimentación equilibrada
 - No interacción armónica
 - Interacción armónica
- Alimentación desequilibrada
 - No interacción armónica
 - Interacción armónica

Dentro de la clasificación anterior, la modelización del convertidor AC/DC de seis pulsos admite otras dos posibles hipótesis simplificadoras que también son consideradas o no en la bibliografía en función del grado de complejidad con el que se desee abordar el problema. Estas son

- Tratamiento de la conmutación (instantánea o no instantánea) [2,15,19]
- Tratamiento del rizado de la corriente consumida (sin o con rizado) [8]

ambas relacionadas con el valor de la inductancia de alterna y continua respectivamente [2,16,8,26].

Y por último, otra de las consideraciones planteada hace referencia a la relación R/X en el lado de alterna y continua, es decir, al hecho de no considerar las resistencias frente a las inductancias del circuito [3,10,11,12,31].

Todo lo anterior ha llevado a múltiples variantes en las modelizaciones, resultado de las posibles combinaciones de las distintas hipótesis tal como se puede comprobar en las referencias presentadas. En este sentido, en [11] se ofrece una comparativa de las modelizaciones relacionadas con la conmutación y el rizado siempre bajo la hipótesis de alimentación senoidal y equilibrada.

Respecto al convertidor AC/DC de doce pulsos, su modelización admitirá similares comentarios a los anteriores aunque dicha modelización no ha sido tan ampliamente tratada en la bibliografía debido a que su utilización, tal como se ha comentado, no es tan frecuente [2,4,15,19].

La presente tesis se ha estructurado en cuatro capítulos. Los tres primeros corresponden al convertidor de seis pulsos, mientras que el último corresponde al convertidor de doce pulsos. A continuación se comentan sus contenidos.

En el capítulo 1 de este trabajo, y como introducción al estudio general del capítulo 2, se presenta una recopilación de todas las caracterizaciones en condiciones equilibradas existentes haciendo especial mención a las distintas simplificaciones e hipótesis que adoptan. Este primer capítulo es un resumen de los estudios del convertidor (de seis pulsos) ya existentes en la literatura. Primero se discute el funcionamiento del convertidor en condiciones equilibradas sin interacción con/sin rizado, y con los dos tipos de conmutación (instantánea y no instantánea), y luego se estudia el convertidor equilibrado y con

interacción. Esta completa recopilación bibliográfica supone en cierta medida una aportación de la tesis, que facilita el posterior desarrollo y comprensión de la misma.

Frente a las modelizaciones desarrolladas en la bibliografía y presentadas en el capítulo 1, en el capítulo 2 se realiza un estudio general del convertidor AC/DC de seis pulsos [26]. En este sentido se analiza su funcionamiento con alimentación no senoidal y desequilibrada, y no se supone igualdad en las impedancias de cortocircuito del transformador que conecta el convertidor a la red. Se considera la posibilidad de componente resistiva en las impedancias de las tres fases del sistema. Asimismo, se hace el tratamiento para ángulos de disparo distintos, y se considera el rizado en el lado de continua. Esta generalidad en el tratamiento del problema es una de las aportaciones de la tesis. La formulación del problema se aborda de forma similar a la desarrollada en las referencias [6,10] lo que lleva a la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales [16] cuyo tratamiento deriva en la resolución numérica de un sistema de ecuaciones no lineales por el método de Newton [22].

El capítulo 3 presenta tres modelos simplificados para el cálculo aproximado de los armónicos de corriente que el convertidor AC/DC de seis pulsos inyecta en la red en condiciones desequilibradas, generalizando los modelos propuestos en [11] para el caso de alimentación equilibrada [27,28]. En la parte final del capítulo se hace un estudio de la validez de estos modelos, encontrando para que valores del factor de desequilibrio m [11,12,18] el error (relativo) que se comete con ellos es menor que un valor límite prefijado. La propuesta de estos modelos aproximados (en condiciones desequilibradas) para el cálculo de la intensidad que inyecta el convertidor constituye otra de las aportaciones de esta tesis.

En el capítulo 4 se presenta el estudio del convertidor de doce pulsos totalmente análogo al presentado en el capítulo 2 para el convertidor de seis pulsos. El convertidor de doce pulsos está conectado a la red por dos transformadores, ambos con la misma placa de características pero uno en estrella-estrella y el otro en triángulo-estrella. Esto hace que los valores base nominales de primario de las correspondientes unidades monofásicas sean distintos. Esta es la razón por la que se ha dedicado un apéndice donde se analiza la obtención de las ecuaciones diferenciales del convertidor en valores reducidos según las bases anteriores. Este estudio general del convertidor AC/DC de doce pulsos constituye otra de las aportaciones de esta tesis.

El capítulo 5 está dedicado a los resultados. En un primer bloque del capítulo, se presentan las ondas de corriente del convertidor AC/DC de seis pulsos para distintos valores de los parámetros del convertidor. Se muestran ejemplos con variación conjunta de los parámetros. Y también se presentan casos donde algún parámetro tiene valores distintos en las tres fases, lo cual da lugar a la aparición de armónicos no característicos. En un segundo bloque del capítulo se presentan las zonas de validez para los modelos propuestos en el capítulo 3, siguiendo los procedimientos de [11]. Por último, en el tercer bloque del capítulo se presentan los resultados relativos al modelo del convertidor AC/DC de doce pulsos. Igual que para el convertidor de seis pulsos, se presentan algunos ejemplos con variación conjunta de los parámetros del convertidor, y otros de variación no conjunta que dan lugar a la aparición de armónicos no característicos.

Los modelos presentados (en todos los capítulos de la tesis) han sido desarrolladas para ser fácilmente incorporables a un programa de estudio de flujo armónico de cargas en condiciones desequilibradas.

En resumen, los objetivos planteados son los siguientes:

- obtención de un modelo para el convertidor AC/DC de seis y doce pulsos en condiciones generales (capítulos 2 y 4) que sea incorporable a un programa de estudio de flujo armónico de cargas en condiciones desequilibradas.
- obtención de tres modelos simplificados para el cálculo aproximado de armónicos que un convertidor AC/DC de seis pulsos inyecta en la red en condiciones desequilibradas.

Con estos modelos será posible (véase el capítulo 5) analizar la influencia de los posibles desequilibrios sobre el comportamiento del convertidor.

Para facilitar la lectura, todos los cálculos y demostraciones se presentan en los apéndices 1, 2, 3 y 4. El apéndice 1 contiene todas las expresiones (listado de las ecuaciones diferenciales de cada intervalo, listado de las intensidades de cada uno de los intervalos, etc.) correspondientes al convertidor AC/DC de seis pulsos. Análogamente, el apéndice 3 contiene las expresiones del convertidor de doce pulsos. El apéndice 2 contiene las demostraciones de las fórmulas que se presentan en el capítulo 3. Finalmente, en el apéndice 4 se justifican los esquemas equivalentes de los convertidores de seis y doce pulsos, y se dan las fórmulas para los valores reducidos de todas las variables. Estos valores reducidos aparecen debido a que el convertidor de seis pulsos se conecta a la red mediante un transformador. El de doce pulsos se conecta mediante dos transformadores, el apéndice 4 muestra cuáles son los valores base adecuados en cada transformador para obtener el esquema equivalente de todo el sistema [9].

CAPÍTULO 1

ESTUDIO DEL CONVERTIDOR AC/DC DE SEIS PULSOS

1.1 Introducción

En la literatura existen numerosos estudios del comportamiento del convertidor con tensiones senoidales o bien bajo diversas hipótesis [2,10,11,19,25,29,30].

Este primer capítulo es un resumen de los modelos para el convertidor AC/DC de seis pulsos ya existentes en la literatura. Se empieza (sección 1.2) con un análisis del funcionamiento de un convertidor (donde se considera el caso más sencillo de condiciones equilibradas). A continuación (sección 1.3) se considera el convertidor sin interacción, con/sin rizado, y con las dos posibilidades para la conmutación (instantánea o no instantánea). Finalmente se trata el caso del convertidor en condiciones equilibradas y con interacción. En cada caso se presentan las expresiones de las intensidades que el convertidor inyecta en la red.

Todas estas situaciones consideradas en este capítulo 1 son casos particulares del estudio general (para condiciones desequilibradas) que se expondrá en el capítulo 2.

1.2 Presentación del convertidor AC/DC

El sistema eléctrico que se estudia en este trabajo consta de un convertidor AC/DC de seis pulsos conectado a red mediante un transformador. En la siguiente figura se muestra su esquema unifilar.

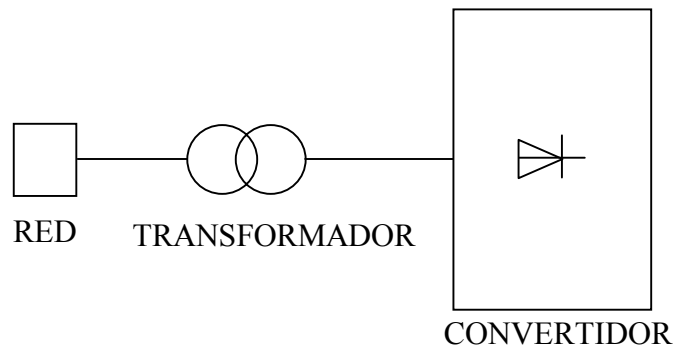


Figura 1.2.1. Representación unifilar del sistema red-convertidor.

En el punto de conexión a la red se suponen conocidas las *tensiones de vacío*

$$\begin{aligned}
 E_{an}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{a,k} \cos(k\omega t + \theta_{a,k}) \\
 E_{bn}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{b,k} \cos(k\omega t + \theta_{b,k}) \\
 E_{cn}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{c,k} \cos(k\omega t + \theta_{c,k})
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

las cuales se han considerado, en general, no senoidales (formadas por un número finito de armónicos de tensión en cada fase de la alimentación) y desequilibradas. Pero, tal como se presentará posteriormente, existen en la bibliografía numerosos estudios que trabajan con particularizaciones de las mismas a fin de simplificar el estudio del convertidor.

Y también se consideran las *impedancias internas* de la red por fase, para la pulsación fundamental, ω , del sistema de tensiones anteriores,

$$Z_{f,real}^{(red)} = R_{f,real}^{(red)} + jX_{f,real}^{(red)} \quad f = a, b, c \tag{1.2}$$

El transformador que conecta el convertidor a la red se supone conectado en estrella-estrella y presentará una *placa de características* tal como,

$$S_N, U_{N1}, U_{N2}, I_{N1}, I_{N2}; W_0, i_0, W_{cc}, \varepsilon_{cc}; f_N \tag{1.3}$$

y será caracterizado por su *impedancia de cortocircuito* por fase.

Si las pérdidas del ensayo de cortocircuito de cada unidad monofásica (del transformador trifásico) son $W_{cc}^{(a)}, W_{cc}^{(b)}, W_{cc}^{(c)}$ (evidentemente debe cumplirse $W_{cc}^{(a)} + W_{cc}^{(b)} + W_{cc}^{(c)} = W_{cc}$), entonces (véase el apéndice 4) las resistencias de cortocircuito de cada unidad monofásica (respecto la base de valores nominales de cada unidad monofásica) son

$$R_f^{(tr)} = \frac{W_{cc}^{(a)}}{S_N/3} \quad f = a, b, c \tag{1.4}$$

siendo $W_{cc}^{(f)}$ las pérdidas de cortocircuito de la unidad monofásica de la unidad f. Las reactancias de cortocircuito (de cada unidad monofásica, respecto la base de valores nominales) se calculan según

$$X_f^{(tr)} = \sqrt{(\varepsilon_{cc}^{(f)})^2 - (R_f)^2} \quad f = a, b, c \tag{1.5}$$

siendo $\varepsilon_{cc}^{(f)}$ la tensión de cortocircuito de la unidad monofásica de la fase f.

Las correspondientes inductancias serán

$$L_f^{(tr)} = \frac{X_f^{(tr)}}{\omega} \quad f = a, b, c \quad (1.6)$$

con $\omega \equiv \omega_N = 2\pi f_N$.

El convertidor estará constituido por un *punte trifásico de tiristores* los cuales se tratarán como interruptores ideales. El estado de un tiristor (cerrado o abierto) depende de la tensión de conmutación (aquella existente en bornes del tiristor) y del circuito de control del modo siguiente: el impulso que cierra el tiristor se produce al retrasar un cierto ángulo de disparo α (en general, hay un ángulo de disparo para cada tiristor) la señal de referencia correspondiente a un paso por cero de la tensión de conmutación.

Y, finalmente, *la carga en el lado de continua* para la cual existen dos modelos en la bibliografía,

- Fuente de intensidad de valor $I_{D,real}$ constante en el tiempo. Este modelo admite que la inductancia del lado de continua (inductancia de filtrado) es suficientemente grande como para aceptar que la intensidad sufre pocas variaciones.
- Resistencia R_{real} , autoinductancia F_{real} y fuerza contraelectromotriz E_{real} (fuente de tensión continua) en serie. Este modelo se usará cuando la inductancia de filtrado sea pequeña o cuando el convertidor opere con índices de carga bajos (representa un motor de continua).

Debido a la existencia del transformador, es necesario trabajar con el esquema equivalente según unos valores base. A excepción del capítulo 3, a lo largo de todo el trabajo se usará la base de valores nominales para cada una de las unidades monofásicas que constituyen el transformador trifásico (véase el apéndice 4)

$$B \equiv \left\{ U_{B1} = \frac{U_{N1}}{\sqrt{3}}, U_{B2} = \frac{U_{N2}}{\sqrt{3}}, S_B = \frac{S_N}{3}, I_{B1}, I_{B2}, Z_{B1}, Z_{B2} \right\} \quad (1.7)$$

Nótese que U_{N1} y U_{N2} son valores nominales trifásicos, mientras que U_{B1} y U_{B2} son valores (base) para las unidades monofásicas del transformador.

A partir de los valores base anteriores se reducen los parámetros de nuestro sistema a estudio,

- Tensiones de vacío en valor reducido (por estar el primario del transformador en estrella, las tensiones E_{an}, E_{bn}, E_{cn} son las que soportan las bobinas del primario, ver el apéndice 4)

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{a,k}}{U_{B1}} \cos(k\omega t + \theta_{a,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{a,k} \cos(k\omega t + \theta_{a,k}) \\
 e_b(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{b,k}}{U_{B1}} \cos(k\omega t + \theta_{b,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{b,k} \cos(k\omega t + \theta_{b,k}) \\
 e_c(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{c,k}}{U_{B1}} \cos(k\omega t + \theta_{c,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{c,k} \cos(k\omega t + \theta_{c,k})
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

- Impedancias de la red en valor reducido

$$R_f^{(red)} + jX_f^{(red)} \equiv R_{f, reducido} + jX_{f, reducido} = \frac{R_{f, real}^{(red)} + jX_{f, real}^{(red)}}{Z_{B1}}, \quad f = a, b, c \tag{1.9}$$

Las impedancias de la red en valor reducido sumadas con las impedancias de cortocircuito del transformador dan lugar a la impedancia total reducida del lado de alterna del esquema equivalente de la figura 1.2.2

$$\underline{Z}_f \equiv R_f + jX_f = (R_f^{(tr)} + R_f^{(red)}) + j(X_f^{(tr)} + X_f^{(red)}), \quad f = a, b, c \tag{1.10}$$

- Magnitudes de continua en valores reducidos

En el caso de considerar la carga en el lado de continua del convertidor como una fuente de intensidad de valor constante $I_{D, real}$, entonces el correspondiente valor reducido será,

$$I_D \equiv I_{D, reducido} = \frac{I_{D, real}}{I_{B2}} = \frac{I_{D, real}}{S_B / U_{B2}} \tag{1.11}$$

En el caso de considerar la carga como una resistencia R_{real} , una autoinductancia F_{real} y una fuente de tensión continua E_{real} en serie, los correspondientes valores reducidos se calcularán del siguiente modo,

$$\begin{aligned}
 R &\equiv R_{reducido} = \frac{R_{real}}{Z_{B2}} = \frac{R_{real}}{U_{B2}^2 / S_N} \\
 F &\equiv F_{reducido} = \frac{F_{real}}{Z_{B2}} = \frac{F_{real}}{U_{B2}^2 / S_N} \\
 E &\equiv E_{reducido} = \frac{E_{real}}{U_{B2}}
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Por lo que el esquema equivalente correspondiente al esquema unifilar de la figura 1.2.1 queda como sigue

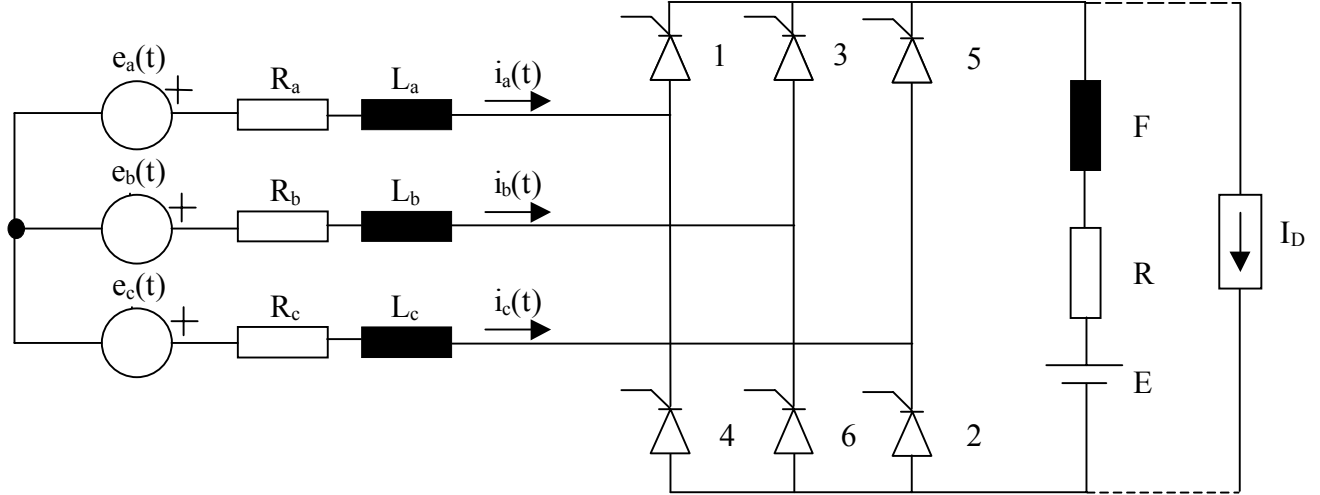


Figura 1.2.2. Esquema equivalente del sistema red-convertidor

La relación entre los valores reducidos para la intensidad y los correspondientes valores reales (en primario y secundario) se realiza mediante las fórmulas siguientes

$$\begin{aligned}
 I_{a,prim}(t) &= i_a(t) \cdot I_{B1} & I_{a,sec}(t) &= i_a(t) \cdot I_{B2} \\
 I_{b,prim}(t) &= i_b(t) \cdot I_{B1} & I_{b,sec}(t) &= i_b(t) \cdot I_{B2} \\
 I_{c,prim}(t) &= i_c(t) \cdot I_{B1} & I_{c,sec}(t) &= i_c(t) \cdot I_{B2}
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Se recuerda (véase el apéndice 4) que

$$I_{B1} = \frac{S_B}{U_{B1}} = \frac{S_N / 3}{U_{N1} / \sqrt{3}} = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_{N1}}, \quad I_{B2} = \frac{S_B}{U_{B2}} = \frac{S_N / 3}{U_{N2} / \sqrt{3}} = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_{N2}} \tag{1.14}$$

1.2.1 Funcionamiento del convertidor

El funcionamiento del convertidor, extensamente estudiado en la bibliografía, se puede analizar fácilmente a partir del estudio del circuito equivalente simplificado de la fig. 1.2.3. Así, a modo de presentación del comportamiento del dispositivo, si se consideran,

- Las tensiones $e_a(t), e_b(t), e_c(t)$ senoidales, simétricas y equilibradas,

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta) \\
 e_b(t) &= \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3}) \\
 e_c(t) &= \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta + \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Es decir, con la notación de (1.8) sería $e_{a,1}=e_{b,1}=e_{c,1}=e$ y $e_{a,k}=e_{b,k}=e_{c,k}=0$ para $k>1$, y $\theta_{a,1}=\theta$, $\theta_{b,1}=\theta-2\pi/3$, $\theta_{c,1}=\theta+2\pi/3$.

- En el lado de alterna se toma,

$$R_a = R_b = R_c = 0 \quad L_a = L_b = L_c = L \quad (1.16)$$

- El modelo de fuente de intensidad constante, I_D , para la carga de continua del convertidor.

Entonces, las intensidades consumidas por el convertidor AC/DC de seis pulsos serían las presentadas en la figura 1.2.4 (suponiendo que los seis ángulos de disparo son iguales y de valor α).

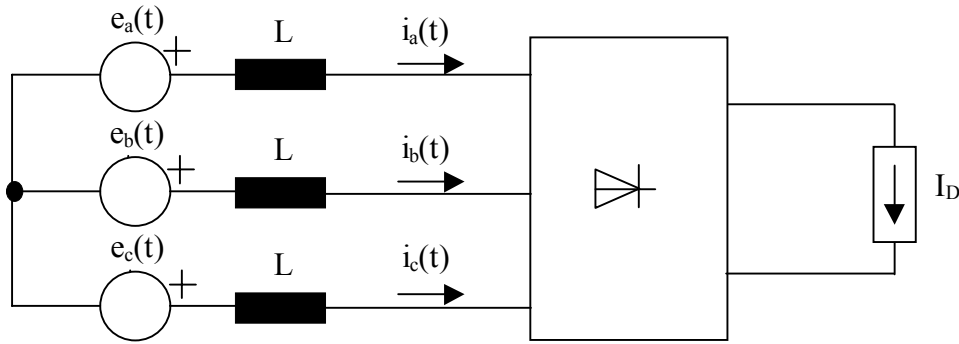


Figura 1.2.3. Esquema equivalente simplificado del sistema red-convertidor

A partir de la figura 1.2.4 se observa que, a partir de los datos propios del convertidor, su estado queda caracterizado por

- Los pasos por cero t_1, \dots, t_6 de las tensiones compuestas $e_{ac}(t), e_{ba}(t), e_{cb}(t)$

$$\begin{aligned} e_{ac}(t) &= e_a(t) - e_c(t) = \sqrt{6} e \cos(\omega t + \theta_{ac}) \\ e_{ba}(t) &= e_b(t) - e_a(t) = \sqrt{6} e \cos(\omega t + \theta_{ba}) \\ e_{cb}(t) &= e_c(t) - e_b(t) = \sqrt{6} e \cos(\omega t + \theta_{cb}) \end{aligned} \quad (1.17)$$

a partir de las cuales se obtienen los instantes de cierre de los tiristores. Estos instantes de tiempo se calculan imponiendo que

$$e_{ac}(t) = 0 \quad e_{ba}(t) = 0 \quad e_{cb}(t) = 0 \quad (1.18)$$

En el caso considerado aquí, de manera inmediata se obtiene (ver figura 1.2.4),

$$\begin{aligned}
 \omega t_1 &= -\theta_{ac} - \frac{\pi}{2} & \omega t_4 &= -\theta_{ac} + \frac{\pi}{2} \\
 \omega t_2 &= -\theta_{cb} - \frac{3\pi}{2} & \omega t_5 &= -\theta_{cb} - \frac{\pi}{2} \\
 \omega t_3 &= -\theta_{ba} - \frac{\pi}{2} & \omega t_6 &= -\theta_{ba} + \frac{\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

En general, se debe utilizar algún procedimiento iterativo para la resolución de las ecuaciones anteriores.

- Los ángulos de disparo de los tiristores α_j , $j=1,\dots,6$ uno para cada tiristor. Aunque es frecuente suponer que los seis ángulos de disparo son iguales y de valor α . Su determinación se realiza a partir de la potencia consumida por el convertidor y, en general, viene implementada dentro del sistema de ecuaciones no lineales que caracteriza el flujo armónico de cargas, donde el convertidor está integrado. Es decir, a este nivel, los ángulos de disparo serán un dato conocido para el análisis propiamente dicho del dispositivo.
- Y las anchuras de conmutación μ_j , $j=1,\dots,6$ las cuales deben calcularse, en general, resolviendo un sistema no lineal de ecuaciones derivado de la expresión de la intensidad en cada tramo. Las expresiones que caracterizan las intensidades consumidas se obtienen al resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes a cada estado del convertidor.

Los intervalos en que la intensidad pasa del valor cero al valor $\pm I_D$ o del valor $\pm I_D$ a cero se denominan intervalos de conmutación. Las anchuras de estos intervalos se denominan anchuras de conmutación. En la situación particular considerada aquí, las seis anchuras de conmutación son iguales (ver sección 1.3.1.2), es decir,

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 \equiv \mu$$

Como ya se ha comentado, el análisis del comportamiento del convertidor permitirá plantear las ecuaciones necesarias para la obtención de las variables que caracterizan su funcionamiento, es decir, que definen sus intensidades consumidas.

Existen en la bibliografía un gran número de estudios sobre el particular, los cuales pretenden analizar el dispositivo de forma sencilla pero suficientemente real. Todo ello lleva a abordar el problema bajo la consideración de distintas hipótesis simplificadoras, dependiendo del autor, las cuales se pretende resumir a continuación, como introducción a los nuevos estudios desarrollados en la presente tesis y que se presentarán posteriormente.

La primera hipótesis lleva a la consideración del problema en condiciones equilibradas o desequilibradas.

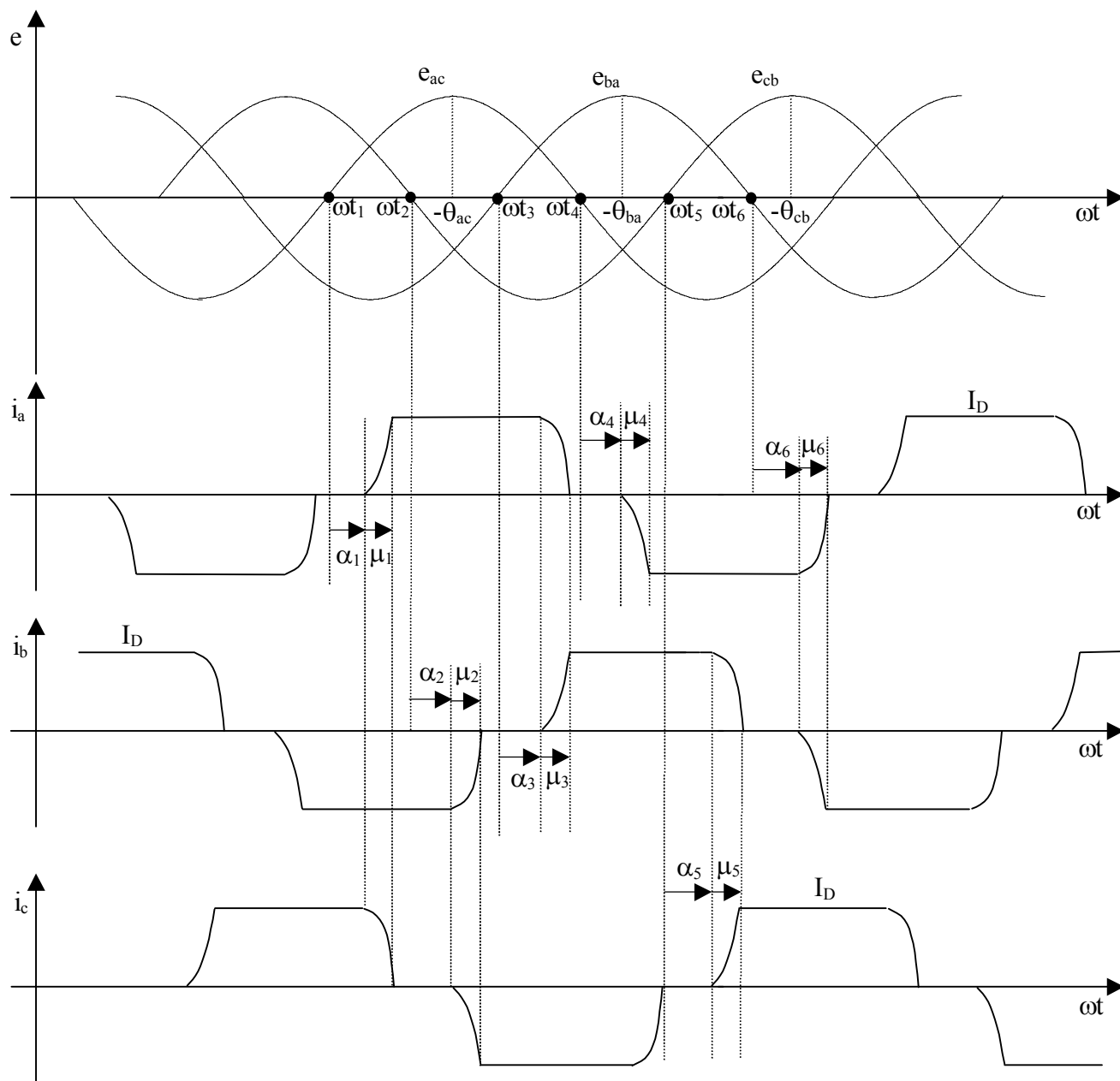


Figura 1.2.4. Ondas de intensidad con alimentación senoidal equilibrada.

Posteriormente, y dentro de una de las consideraciones anteriores, se debe decidir si existe interacción armónica en el comportamiento del dispositivo, es decir, si el contenido armónico de las tensiones de alimentación se desprecia o no.

A partir de estas dos grandes hipótesis se derivan otras en función de la consideración o no de la conmutación (conmutación instantánea, $\mu=0$, o bien conmutación no instantánea $\mu \neq 0$) y del rizado (carga de continua como fuente de intensidad constante o circuito R-F-E en serie) de la intensidad consumida por el lado de continua del convertidor. A modo de resumen se tendría,

- Condiciones equilibradas/desequilibradas
 - Sin interacción / Con interacción
 - Conmutación instantánea/no instantánea
 - Con/Sin rizado

En la siguiente sección se presentarán los numerosos estudios existentes en la bibliografía bajo la consideración de condiciones equilibradas. Respecto a la condición de desequilibrio, se desarrollará en el capítulo posterior por ser la tendencia actual de los estudios sobre el convertidor y por centrarse en este punto algunas de las aportaciones de la tesis.

1.3 Estudio del convertidor en condiciones equilibradas

El estudio del convertidor en condiciones equilibradas corresponde a los primeros análisis del dispositivo desarrollados en la bibliografía. Por condiciones equilibradas se entiende,

- Tensión de alimentación equilibrada, es decir,

$$\begin{aligned}
 E_{an}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_k \cos(k\omega t + \theta_k) \\
 E_{bn}(t) &= E_{an}\left(t - \frac{2\pi}{3\omega}\right) = \sum_k \sqrt{2} E_k \cos\left(k\omega t + \theta_k - \delta_k \frac{2\pi}{3}\right) \\
 E_{cn}(t) &= E_{an}\left(t + \frac{2\pi}{3\omega}\right) = \sum_k \sqrt{2} E_k \cos\left(k\omega t + \theta_k + \delta_k \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

$$k = 1,5,7,11,13,17,\dots, \quad \delta_k = 1 \text{ si } k = 1,7,13,\dots, \quad \delta_k = -1 \text{ si } k = 5,11,17,\dots$$

Por tanto, las tensiones (reducidas) que aparecen en el esquema equivalente son (suponiendo el transformador en estrella-estrella):

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_k}{U_{B1}} \cos(kwt + \theta_k) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_k \cos(kwt + \theta_k) \\
 e_b(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_k}{U_{B1}} \cos(kwt + \theta_k - \delta_k \frac{2\pi}{3}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_k \cos(kwt + \theta_k - \delta_k \frac{2\pi}{3}) \\
 e_c(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_k}{U_{B1}} \cos(kwt + \theta_k + \delta_k \frac{2\pi}{3}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_k \cos(kwt + \theta_k + \delta_k \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

(Se recuerda que U_{B1} es el valor base para la tensión de las bobinas del primario del transformador).

Estas tensiones reducidas se obtienen a partir de las tensiones de la sección 1.2 poniendo

$$e_{a,k} = e_{b,k} = e_{c,k} \equiv e_k \quad \theta_{a,k} = \theta_k \quad \theta_{b,k} = \theta_{a,k} - \delta_k \frac{2\pi}{3} \quad \theta_{c,k} = \theta_{a,k} + \delta_k \frac{2\pi}{3} \tag{1.22}$$

- Las impedancias de las tres fases del esquema equivalente, fig. 1.2.2, tienen el mismo valor,

$$\underline{Z}_f = R + jX, \quad f = a, b, c \tag{1.23}$$

- Los ángulos de disparo son iguales para los seis tiristores y de valor α , es decir,

$$\alpha_1 = \dots = \alpha_6 \equiv \alpha \tag{1.24}$$

Estas hipótesis permitirán abordar el problema analizando únicamente la intensidad consumida en, por ejemplo, la fase a, ya que las otras dos fases cumplirán la simetría $2\pi/3$. Con ello se reduce la complejidad del problema pero el estudio sólo será válido si los desequilibrios no son elevados, en caso contrario el capítulo 2 desarrolla el estudio en condiciones desequilibradas. En el capítulo 3 se presentará un estudio detallado del error cometido al aproximar situaciones reales con desequilibrios mediante modelos que son exactos sólo para el caso equilibrado.

1.3.1 Estudio sin interacción

El estudio del convertidor sin considerar la interacción armónica supone la consideración de que las tensiones de alimentación son senoidales, es decir,

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta) \\
 e_b(t) &= \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3}) \\
 e_c(t) &= \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta + \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

Estas tensiones se obtiene de (1.21) poniendo $e_1=e$, $e_k=0$ para $k>1$, $\theta_1=\theta$, $\theta_k=0$ para $k>1$.

Esta hipótesis, como se verá posteriormente, es bastante restrictiva ya que presupone que los armónicos de tensión no influyen en el comportamiento del dispositivo, lo que sólo sería cierto si su valor respecto la onda fundamental es reducido (distorsión armónica baja). Así, puede llevar a resultados finales no satisfactorios si lo que se pretende es analizar el problema con exactitud, pero por el contrario permite estudiar de forma sencilla el comportamiento analítico del convertidor y su inclusión en el flujo armónico de carga. Es por ello que bastantes autores han recurrido a esta consideración cuando abordan el problema del dispositivo que nos ocupa dentro de la formulación del flujo armónico de cargas. El grado de distorsión armónica de una red se cuantificaría a partir de la distorsión armónica total y de la distorsión armónica parcial, es decir, basándose en las expresiones,

$$THD = \frac{\sqrt{\sum e_k^2}}{e_1} \quad HD_k = \frac{e_k}{e_1} \quad (1.26)$$

(donde e_k son las tensiones armónicas de (1.21)). THD y HD_k están limitadas por las normas para asegurar el correcto funcionamiento de los dispositivos.

Así, la obtención de los pasos por cero de las tensiones compuestas (1.25) se puede realizar de manera analítica. Siguiendo lo presentado en 1.2.1 respecto al funcionamiento del dispositivo, se tiene

$$\begin{aligned} \underline{e}_a &= e\angle\theta & \underline{e}_b &= e\angle\theta - \frac{2\pi}{3} & \underline{e}_c &= e\angle\theta + \frac{2\pi}{3} \\ \underline{e}_{ac} &= \sqrt{3}e\angle\theta_{ac} = \sqrt{3}e\angle\theta - \frac{\pi}{6} \\ \underline{e}_{ba} &= \sqrt{3}e\angle\theta_{ba} = \sqrt{3}e\angle\theta - \frac{5\pi}{6} \\ \underline{e}_{cb} &= \sqrt{3}e\angle\theta_{cb} = \sqrt{3}e\angle\theta - \frac{3\pi}{2} \\ -\theta_{ac} + \frac{2\pi}{3} &= -\theta_{ba} & -\theta_{ba} + \frac{2\pi}{3} &= -\theta_{cb} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \omega t_1 &= -\theta_{ac} - \frac{\pi}{2} = -\theta - \frac{\pi}{3} & \omega t_4 &= -\theta_{ac} + \frac{\pi}{2} = -\theta + \frac{2\pi}{3} \\ \omega t_2 &= -\theta_{cb} - \frac{3\pi}{2} = -\theta & \omega t_5 &= -\theta_{cb} - \frac{\pi}{2} = -\theta + \pi \\ \omega t_3 &= -\theta_{ba} - \frac{\pi}{2} = -\theta + \frac{\pi}{3} & \omega t_6 &= -\theta_{ba} + \frac{\pi}{2} = -\theta + \frac{4\pi}{3} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Bajo estas hipótesis presentadas hasta ahora se pueden considerar cuatro posibilidades distintas en función del tratamiento de la conmutación de los tiristores y del modelo utilizado para la carga de continua (lo que afecta al rizado de la intensidad consumida). Así, de menor a mayor complejidad se tendrá lo presentado en los siguientes apartados.

1.3.1.1 Convertidor sin rizado y conmutación instantánea

Tal como se desarrolla en [19], las hipótesis consideradas para la modelización del convertidor son las siguientes,

- Se desprecia la impedancia de la red, así como la impedancia de cortocircuito del transformador que conecta el convertidor a la red, es decir, $\underline{Z}=R+jX=0$
- Se considera el modelo de fuente de intensidad I_D para el lado de continua del convertidor.

Con lo cual el esquema equivalente del convertidor es el de la figura 1.3.1 (obtenido a partir del esquema del caso general, figura 1.2.2).

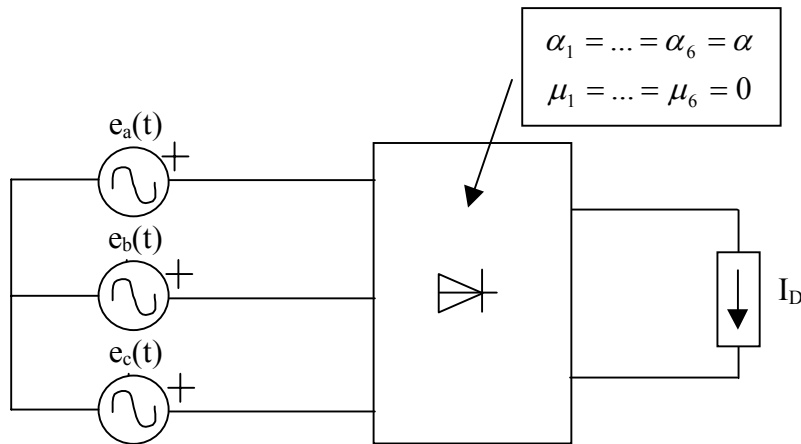


Figura 1.3.1. Esquema equivalente del convertidor AC/DC sin rizado y conmutación instantánea considerando alimentación senoidal.

Bajo estas hipótesis, la conmutación de los tiristores es instantánea, es decir, las anchuras de conmutación de la fig. 1.2.4 son nulas ($\mu_1=\dots=\mu_6=0$) y la intensidad consumida no presenta rizado. Por lo que las ondas de intensidad son las presentadas en fig. 1.3.2.

La obtención de los pasos por cero de las tensiones compuestas (como ya se ha comentado) se hace de forma analítica.

Y considerando por una parte, como dato los ángulos de disparo del convertidor ($\alpha_1=\dots=\alpha_6=0$) y por otra parte que las anchuras de conmutación son nulas, para estudiar la

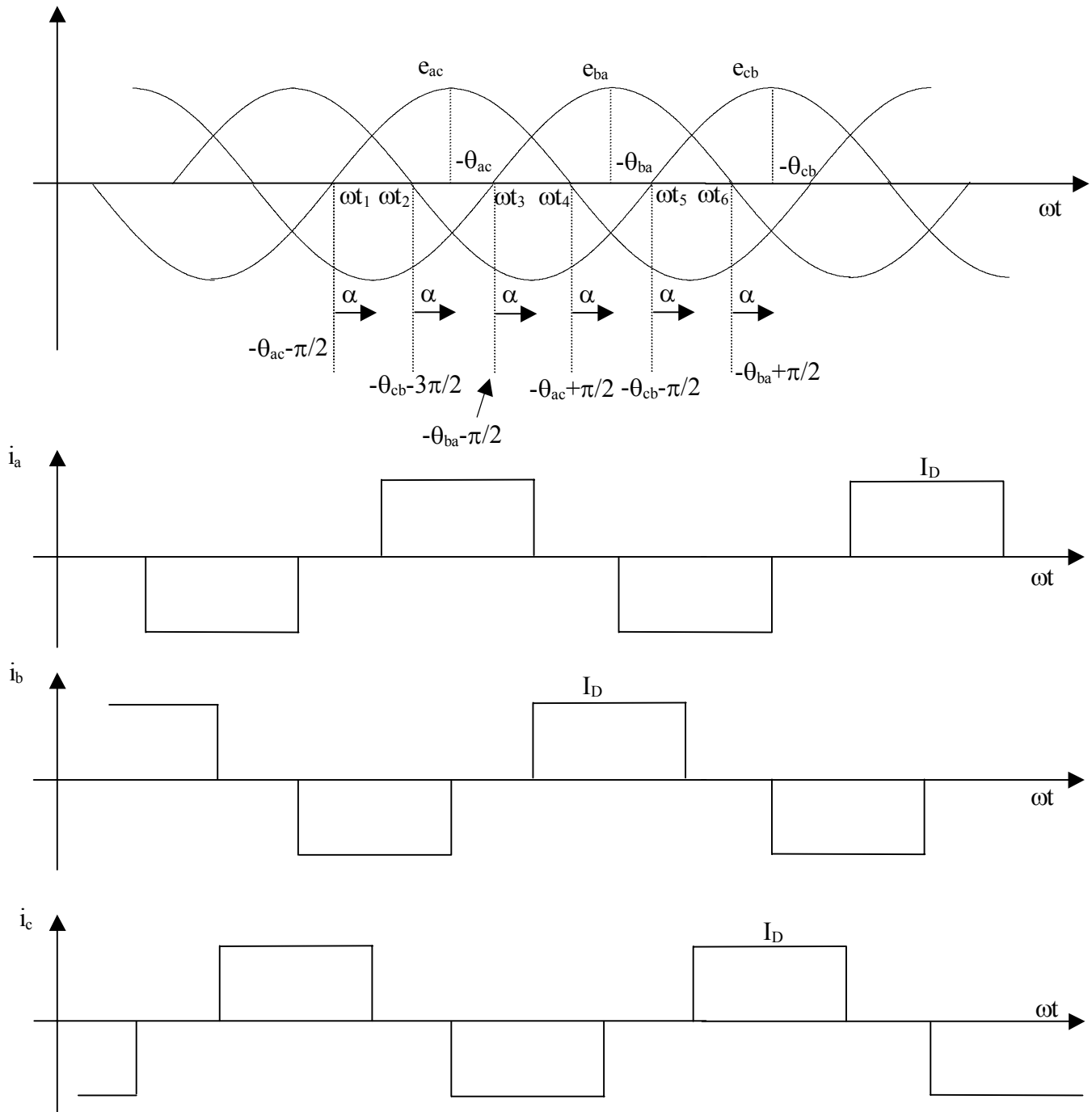


Figura 1.3.2. Ondas de intensidad con alimentación senoidal equilibrada y conmutación instantánea.

inyección armónica basta efectuar la descomposición de Fourier de la intensidad de la fase a. Según la figura 1.3.2, se tiene

$$\underline{i}_{a,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi k} \delta_k I_D (\cos(k(\alpha - \theta)) - j \sin(k(\alpha - \theta))) \quad (1.29)$$

$$k = 1, 5, 7, 11, 13, 17, \dots, \quad \delta_k = 1 \text{ si } k = 1, 7, 13, \dots, \quad \delta_k = -1 \text{ si } k = 5, 11, 17, \dots$$

Las intensidades de las otras fases se obtendrían considerando la simetría $2\pi/3$.

De los desarrollos anteriores derivan las conocidas expresiones para el módulo de la intensidad fundamental y armónicos de cualquiera de las tres fases

$$i_{f,1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_D = 0.78 I_D \quad i_{f,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi k} I_D = \frac{i_{f,1}}{k}, \quad k = 5, 7, 11, 13, \dots, \quad f = a, b, c \quad (1.30)$$

Finalmente, la potencia total consumida por el convertidor (en el lado de alterna, y también en el lado de continua) es [19]:

$$\underline{s} = p + jq = 3 \underline{e}_{a,1} \underline{i}_{a,1}^* = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} e \cdot I_D (\cos \alpha + j \sin \alpha) \quad (1.31)$$

expresión que podrá ser utilizada en el flujo de cargas para la determinación del ángulo de disparo α .

1.3.1.2 Convertidor sin rizado y conmutación no instantánea

Tal como se desarrolla en [19], las hipótesis consideradas para la modelización del convertidor son,

- Se considera la reactancia del esquema equivalente despreciando su resistencia,

$$R_a = R_b = R_c = 0 \quad \underline{Z} = jL\omega = jX \quad \text{con} \quad L = L_a = L_b = L_c \quad (1.32)$$

- Se considera el modelo de fuente de intensidad constante I_D para el lado de continua del convertidor.

Con lo que el esquema del convertidor se obtiene a partir del caso general, fig. 1.2.2, y corresponde al presentado en la fig. 1.3.3.

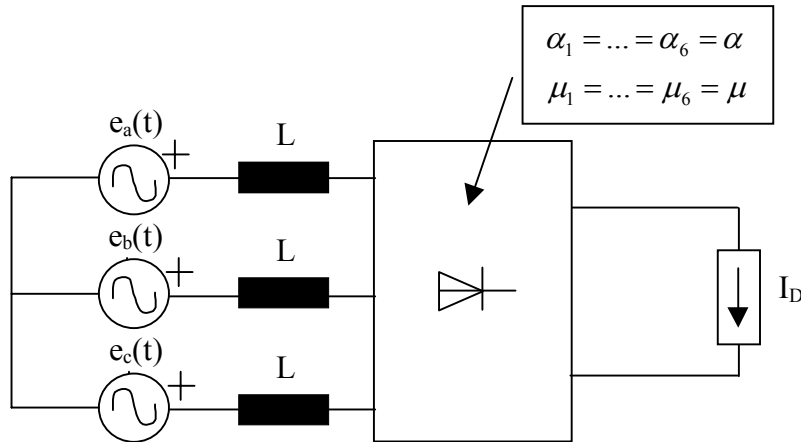


Figura 1.3.3. Esquema equivalente del convertidor AC/DC sin rizado con conmutación no instantánea considerando alimentación senoidal.

Bajo estas hipótesis, la conmutación de los tiristores no es instantánea, es decir, las anchuras de conmutación no son nulas, aunque si iguales entre sí, $\mu_1 = \dots = \mu_6 = \mu$. Y la intensidad no presenta rizado. Por lo que las ondas de intensidad son precisamente las presentadas en la fig. 1.2.4.

La obtención de los pasos por cero de las tensiones compuestas se puede realizar de forma analítica igual que en la sección 1.3.1.1, ya que la alimentación del convertidor continúa suponiéndose senoidal. Considerando que los ángulos de disparo del convertidor $\alpha_1 = \dots = \alpha_6 = \alpha$ son un dato, para determinar el ángulo de conmutación o solape μ se deberá obtener la expresión analítica de la intensidad de la fase a (la intensidad de las otras fases verifica la simetría $2\pi/3$). Dicha intensidad, según lo desarrollado en [19] es:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_a^{(1)}(t) = I_D \frac{\cos \alpha - \cos(wt + \theta + \frac{\pi}{3})}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)} \quad \text{para} \quad -\frac{\pi}{3} - \theta + \alpha < wt < -\frac{\pi}{3} - \theta + \alpha + \mu \\ i_a^{(2)}(t) = I_D \quad \text{para} \quad -\frac{\pi}{3} - \theta + \alpha + \mu < wt < \frac{\pi}{3} - \theta + \alpha \\ i_a^{(3)}(t) = I_D \frac{\cos \alpha - \cos(wt + \theta - \frac{\pi}{3})}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)} \quad \text{para} \quad \frac{\pi}{3} - \theta + \alpha < wt < \frac{\pi}{3} - \theta + \alpha + \mu \\ i_a^{(4)}(t) = 0 \quad \text{para} \quad \frac{\pi}{3} - \theta + \alpha + \mu < wt < \frac{2\pi}{3} - \theta + \alpha \end{array} \right. \quad (1.33)$$

(Para los límites de los intervalos, véase la figura 1.2.4. Nótese que $wt_1 + \alpha = (-\theta_{ac} - \frac{\pi}{2}) + \alpha = (-(\theta - \frac{\pi}{6}) - \frac{\pi}{2}) + \alpha = -\theta - \frac{\pi}{3} + \alpha$).

El ángulo de conmutación se calcula según la siguiente expresión [10,19] (véase también el capítulo 3 de la tesis),

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{2L\omega}{\sqrt{6}e} I_D \quad (1.34)$$

que se obtiene al imponer $i_a^{(1)}(t_2) = I_D$.

Para el cálculo de los armónicos de intensidad se desarrolla en serie de Fourier la función periódica $i_a(t)$ obteniéndose las expresiones presentadas en [19]. Los únicos valores posibles para k corresponden a los llamados armónicos característicos, propios del funcionamiento en régimen equilibrado. Estas frecuencias características siguen la ley $k = 6n \pm 1, n = 0, 1, 2, \dots$.

Finalmente, la potencia total consumida es

$$\begin{aligned} p &= 3 \operatorname{Re}(\underline{e}_{a,1} \cdot \underline{i}_{a,1}^*) = \frac{9}{\pi L \omega} e^2 \frac{1}{2} (\cos^2(\alpha) - \cos^2(\alpha + \mu)) \\ q &= 3 \operatorname{Im}(\underline{e}_{a,1} \cdot \underline{i}_{a,1}^*) = \frac{9}{\pi L \omega} e^2 \frac{1}{2} (\mu + \cos(\alpha) \sin(\alpha) - \cos(\alpha + \mu) \sin(\alpha + \mu)) \end{aligned} \quad (1.35)$$

expresión que podrá ser utilizada en el flujo de cargas para la determinación del ángulo de disparo α .

1.3.1.3 Convertidor con rizado y conmutación no instantánea

Corresponde a la modelización del convertidor más completa de entre las equilibradas sin interacción. Tal como se desarrolla en la referencia [10] las hipótesis consideradas en este apartado son,

- Se consideran las reactancias del esquema equivalente despreciándose sus resistencias, es decir,

$$R_a = R_b = R_c = 0 \quad \underline{Z} = jL\omega = jX \quad \text{con} \quad L = L_a = L_b = L_c \quad (1.36)$$

- Se considera el modelo R-F-E para el lado de continua del convertidor. Esta modelización, tal como se ha comentado, deberá usarse cuando la inductancia de filtrado sea pequeña o bien cuando el convertidor opere con índices de carga bajos.

Con lo cual el esquema equivalente se obtiene del caso general, fig. 1.2.2, y corresponde al presentado en la fig. 1.3.4.

La obtención de los pasos por cero de las tensiones compuestas ya ha sido determinada (ver el comienzo de la sección 1.3.1) y los ángulos de disparo $\alpha_1 = \dots = \alpha_6 = \alpha$ son datos del estudio.

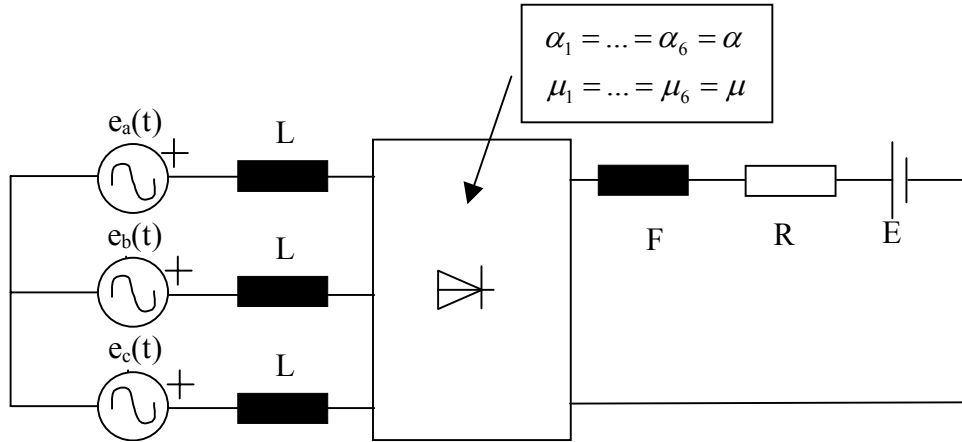


Figura 1.3.4. Esquema equivalente del convertidor AC/DC con rizado, con conmutación no instantánea y alimentación senoidal equilibrada.

De esta forma, para determinar el ángulo de conmutación μ ($=\mu_1=\dots=\mu_6$), igual que se hizo en el modelo anterior, se deberá obtener la expresión analítica de la intensidad de la fase a (las otras dos intensidades verifican la simetría $2\pi/3$).

Con mayor generalidad, el modelo con las hipótesis de 1.3.1.3 pero admitiendo interacción es estudiado en [10], a continuación se da un pequeño resumen suponiendo no interacción (que es lo que se tiene en la sección actual).

Para cada una de las intensidades de la figura 1.2.4, cada intervalo en el cual el valor de la intensidad era $\pm I_D$ se subdivide, ahora, en tres intervalos. De manera que cada semionda consta de cinco intervalos (más un sexto, en el cual la intensidad toma el valor cero, ver fig. 1.3.5).

A continuación se da la expresión analítica de la intensidad en cada uno de los cinco intervalos.

Intervalo (1), $[\omega t_1 + \alpha, \omega t_1 + \alpha + \mu]$, el orden de la ecuación diferencial en este intervalo es dos. Las intensidades tienen la siguiente expresión,

$$\begin{cases} i_a^{(1)}(t) = k_1^{(1)} + k_2^{(1)} \exp(-p_1 t) + f_a^{(1)}(t) - \frac{E}{2R} \\ i_c^{(1)}(t) = k_1^{(1)} + k_2^{(1)} \exp(-p_1 t) + f_c^{(1)}(t) - \frac{E}{2R} \\ i_b^{(1)}(t) = -i_a^{(1)}(t) - i_c^{(1)}(t) \end{cases} \quad (1.37)$$

con $p_1 = \frac{2R}{3L + 2F}$ donde $k_1^{(1)}$, $k_2^{(1)}$ son constantes de integración.

La constante $-E/(2R)$ es la respuesta en régimen permanente a la excitación continua E . Las funciones $f_a^{(1)}(t)$, $f_c^{(1)}(t)$ son las respuestas en régimen permanente (a la alimentación senoidal del convertidor), las cuales son de la forma $Y_i e \cos(\omega t + \theta + \theta_i)$, siendo θ la fase de la tensión para la fase a, es decir, $e_a(t) = \sqrt{2}e \cos(\omega t + \theta)$.

Intervalo (2), $[\omega t_1 + \alpha + \mu, \omega t_1 + \alpha + \pi/3]$, el orden de la ecuación diferencial es uno. La solución para $i_a(t)$ en este tramo es la siguiente,

$$i_a^{(2)}(t) = k_2^{(2)} \exp(-p_2 t) + f_a^{(2)}(t) - \frac{E}{R} \quad (1.38)$$

con $p_2 = R/(2L + F)$.

La función $f_a^{(2)}(t)$ es la respuesta en régimen permanente (análogamente al intervalo 1).

Intervalo (3), $[\omega t_1 + \alpha + \pi/3, \omega t_1 + \alpha + \pi/3 + \mu]$, el orden de la ecuación diferencial es dos. Se tiene la siguiente condición de simetría $i_a^{(3)}(t) = -i_b^{(1)}(t - \pi/3)$. De esto se sigue que la expresión para $i_a(t)$ en este tramo es la siguiente,

$$i_a^{(3)}(t) = 2k_2^{(1)} \exp(-p_1(t - \frac{\pi}{3})) + f_b^{(1)}(t - \frac{\pi}{3}) - \frac{E}{R} \quad (1.39)$$

Intervalo (4), $[\omega t_1 + \alpha + \pi/3 + \mu, \omega t_1 + \alpha + 2\pi/3]$, el orden de la ecuación diferencial es uno. Se tiene la siguiente relación de simetría $i_a^{(4)}(t) = -i_b^{(2)}(t - \pi/3)$. Se sigue que la expresión para $i_a(t)$ en este tramo es la siguiente

$$i_a^{(4)}(t) = k_2^{(2)} \exp(-p_2(t - \frac{\pi}{3})) + f_a^{(2)}(t - \frac{\pi}{3}) - \frac{E}{R} \quad (1.40)$$

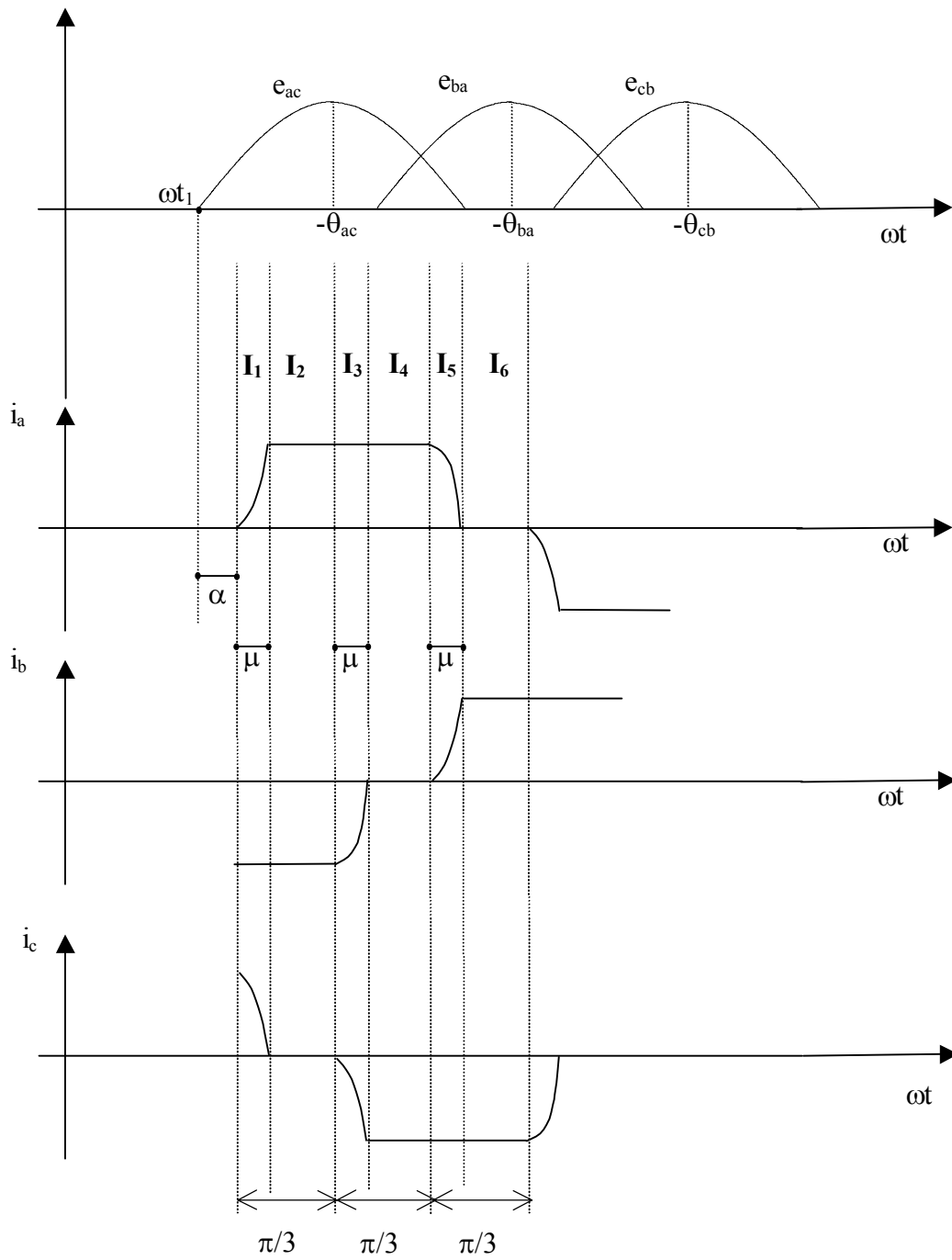


Figura 1.3.5. Ondas de intensidad e intervalos en el caso de conmutación no instantánea.

Intervalo (5), $[\omega t_1 + \alpha + 2\pi/3, \omega t_1 + \alpha + 2\pi/3 + \mu]$, el orden de la ecuación diferencial es dos. La relación de simetría que se tiene en este intervalo es $i_a^{(5)}(t) = -i_c^{(1)}(t - 2\pi/3)$. Se sigue que la expresión para $i_a(t)$ en este tramo es la siguiente,

$$i_a^{(5)}(t) = -k_1^{(1)} + k_2^{(1)} \exp(-p_1(t - \frac{2\pi}{3})) + f_c^{(1)}(t - \frac{2\pi}{3}) - \frac{E}{2R} \quad (1.41)$$

Intervalo (6), $[\omega t_1 + \alpha + \mu + 2\pi/3, \omega t_1 + \alpha + \pi]$, $i_a^{(6)} = 0$.

Las constantes $k_1^{(1)}, k_2^{(1)}, k_2^{(2)}$ se obtienen de forma analítica a partir de las condiciones de contorno

$$\begin{aligned} i_a^{(1)}(\omega t_1 + \alpha) &= 0, \quad i_c^{(1)}(\omega t_1 + \alpha + \mu) = 0 \\ i_c^{(1)}(\omega t_1 + \alpha) &= i_a^{(2)}(\omega t_1 + \alpha + \frac{\pi}{3}) \end{aligned} \quad (1.42)$$

Y el ángulo de conmutación μ , en general, aplicando un método iterativo a la ecuación

$$i_a^{(2)}(\omega t_1 + \alpha + \mu) = i_a^{(1)}(\omega t_1 + \alpha + \mu) \quad (1.43)$$

Por tanto, se puede escribir (según [10]) que la expresión general de la intensidad es de la forma

$$i_a^{(i)}(t) = A_i + B_i \exp(-p_i t) + Y_i e \cos(\omega t + \theta + \theta_i), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (1.44)$$

Una vez caracterizada la intensidad, el desarrollo de Fourier de la expresión general que se acaba de obtener para la intensidad en cada tramo, permitirá encontrar la intensidad fundamental y armónicas consumidas por el convertidor tal como se desarrolla en la referencia [10].

Y, por último, la potencia consumida se determinará a partir del cálculo anterior con las expresiones

$$p = 3 \operatorname{Re}(\underline{e}_{a,1} \underline{i}_{a,1}^*), \quad q = 3 \operatorname{Im}(\underline{e}_{a,1} \underline{i}_{a,1}^*) \quad (1.45)$$

donde $\underline{e}_{a,1}$ es el fasor correspondiente a la tensión $e_a(t)$, y $\underline{i}_{a,1}$ es el fasor correspondiente a la componente fundamental de la intensidad de la fase a. Estas expresiones podrán ser utilizadas en el flujo de cargas para la determinación del ángulo de disparo α .

El modelo correspondiente a la consideración de rizado y conmutación instantánea se puede considerar como caso particular del modelo presentado en la sección 1.3.1.3. Se obtiene al suponer que las inductancias del lado de alterna son nulas, es decir,

$$L_a = L_b = L_c = 0$$

Esto da lugar a que cada semionda presenta dos subintervalos (ya que los tres intervalos impares de cada semionda de la fig. 1.3.5 quedan reducidos a un punto al ser la conmutación instantánea $\mu_1=\dots=\mu_6=\mu=0$). Las expresiones de la intensidad en estos dos tramos son las expresiones de los intervalos 2 y 4 de la sección 1.3.1.3 pero sin el término correspondiente a la función exponencial.

1.3.2 Estudio con interacción

El estudio del convertidor considerando la interacción armónica supone que las tensiones de alimentación son periódicas pero no senoidales, por lo que el análisis del problema debe partir de la descomposición en serie de Fourier de dichas tensiones, lo que lleva según figura 1.2.4 a las expresiones

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \sum_k \sqrt{2}e_k \cos(kwt + \theta_k) \\ e_b(t) &= \sum_k \sqrt{2}e_k \cos(kwt + \theta_k - \delta_k \frac{2\pi}{3}) \\ e_c(t) &= \sum_k \sqrt{2}e_k \cos(kwt + \theta_k + \delta_k \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (1.46)$$

$$k = 1,5,7,11,13,17,\dots, \quad \delta_k = 1 \text{ si } k = 1,7,13,\dots, \quad \delta_k = -1 \text{ si } k = 5,11,17,\dots$$

Es decir, se está suponiendo que las tensiones armónicas son lo suficientemente elevadas con respecto a la componente fundamental como para influir en el comportamiento del convertidor.

Así, con respecto a todo lo desarrollado en la sección 1.3.1, comentar que,

- Si se considera que estas tensiones no están “demasiado lejos” de las tensiones de la sección 1.3.1 (es decir, si estas tensiones son una “perturbación pequeña” de las tensiones senoidales), entonces, las ondas de intensidad serán una “perturbación pequeña” de las de la figura 1.2.4, pudiéndose razonar el funcionamiento del convertidor de forma similar al punto 1.2.1. En este sentido, la condición para determinar los pasos por cero de las tensiones compuestas se convierte ahora en

$$\begin{aligned} e_{ac}(t) &= e_a(t) - e_c(t) = \sum_k \sqrt{2}e_{ac,k} \cos(kwt + \theta_{ac,k}) = \sum_k \sqrt{6}e_k \cos(kwt + \theta_k - \delta_k \frac{\pi}{6}) = 0 \\ e_{ba}(t) &= e_b(t) - e_a(t) = \sum_k \sqrt{2}e_{ba,k} \cos(kwt + \theta_{ba,k}) = \sum_k \sqrt{6}e_k \cos(kwt + \theta_k - \delta_k \frac{5\pi}{6}) = 0 \\ e_{cb}(t) &= e_c(t) - e_b(t) = \sum_k \sqrt{2}e_{cb,k} \cos(kwt + \theta_{cb,k}) = \sum_k \sqrt{6}e_k \cos(kwt + \theta_k - \delta_k \frac{3\pi}{2}) = 0 \end{aligned}$$

(1.47)

Estas ecuaciones no pueden, en general, ser resueltas de forma analítica, o sea que se tendrá que recurrir a algún método iterativo para obtener la solución (del cual se tomará como valor inicial el paso por cero de la componente fundamental).

A veces, y bajo la consideración de que la perturbación armónica de las tensiones es pequeña se puede adoptar como solución la correspondiente a la onda fundamental ya que, para determinar los pasos por cero es bastante aproximada y simplifica el problema. El tratamiento de los ángulos de disparo y conmutación será similar al propuesto en el punto 1.2.1.

- La consideración de la interacción armónica afectará de distinta manera a la resolución de las tres modelizaciones presentadas a lo largo de la sección 1.3.1 (1.3.1.1, 1.3.1.2, 1.3.1.3).

La primera, *convertidor sin rizado y de conmutación instantánea*, no se verá afectada (excepto en la determinación de los pasos por cero de las tensiones compuestas, ya comentado en el párrafo anterior). De hecho, en la bibliografía este modelo, presentado en 1.3.1.1, se asocia a la consideración de no interacción armónica.

La segunda, *convertidor sin rizado y de conmutación no instantánea* (véase la sección 1.3.1.2), se verá afectada en la expresión de la intensidad, por tanto, también quedará afectado el valor del ángulo de conmutación μ (nótese que se sigue teniendo $\mu_1 = \dots = \mu_6 = \mu$, por estar en condiciones equilibradas).

Veamos como se transforman las expresiones para la intensidad de la sección 1.3.1.2 cuando se tiene en cuenta la interacción. Ahora, el primer intervalo para la intensidad de la fase a es $[\omega t_1 + \alpha, \omega t_1 + \alpha + \mu]$, donde t_1 es solución de,

$$e_{ac}(t) = e_a(t) - e_c(t) = \sum_k \sqrt{6} e_k \cos(k\omega t + \theta_{ac,k}) = 0 \quad \text{con} \quad \theta_{ac,k} = \theta_k - \delta_k \frac{\pi}{6} \quad (1.48)$$

Además, $i_a^{(1)}(\omega t_1 + \alpha) = 0$ (ver fig. 1.2.4).

En primera aproximación, es decir, sólo considerando la componente fundamental de la alimentación, se tiene que este intervalo (1) es el siguiente,

$$\begin{aligned} [\omega t_1 + \alpha, \omega t_1 + \alpha + \mu] &\cong \left[-\theta_{ac,1} - \frac{\pi}{2} + \alpha, -\theta_{ac,1} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu \right] = \\ &= \left[-\left(\theta_1 - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{2} + \alpha, -\left(\theta_1 - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu \right] = \left[-\theta_1 - \frac{\pi}{3} + \alpha, -\theta_1 - \frac{\pi}{3} + \alpha + \mu \right] \end{aligned}$$

En el intervalo (1) se encuentran cerrados los tiristores 1,5,6 (según figura 1.2.2), por tanto, la correspondiente ecuación diferencial, junto con su solución, es,

$$\begin{aligned}
 e_{ac}(t) &= 2L \frac{di_a^{(1)}(t)}{dt} \rightarrow i_a^{(1)}(t) = \int_{wt_1+\alpha}^{wt} \frac{e_{ac}(wt)}{2Lw} d(wt) = \\
 &= \sum_k \frac{\sqrt{2}e_{ac,k}}{2Lw} \frac{1}{k} [\sin(kwt + \theta_{ac,k})]_{wt_1+\alpha}^{wt}
 \end{aligned} \tag{1.49}$$

La determinación del ángulo de conmutación μ se hace imponiendo $i_a^{(1)}(wt_1 + \alpha + \mu) = I_D$. Se puede resolver aplicando el método de Newton-Raphson a la siguiente función auxiliar

$$F(\mu) = i_a^{(1)}(wt_1 + \alpha + \mu) - I_D = 0 \tag{1.50}$$

Todos los demás intervalos de conmutación se resuelven del mismo modo. Así, al tener en cuenta la interacción, aparece el problema de tener que calcular los instantes inicial y final de cada intervalo de conmutación mediante algún método iterativo.

Finalmente, el modelo de convertidor presentado en 1.3.1.3 (recuérdese, *convertidor con rizado y conmutación no instantánea*), considerando interacción es analizado en [10]. Sólo hay dos diferencias con respecto a lo desarrollado en la sección 1.3.1.3,

1) El instante inicial del intervalo (1) (que en 1.3.1.3 se determinaba de manera analítica) ahora (como ya se ha dicho unas líneas más arriba) es solución de la ecuación

$$e_{ac}(t) = e_a(t) - e_c(t) = \sum_k \sqrt{6}e_k \cos(kwt + \theta_{ac,k}) = 0 \quad \text{con} \quad \theta_{ac,k} = \theta_k - \frac{\pi}{6} \tag{1.51}$$

2) Las funciones $f_a^{(1)}(t), f_c^{(1)}(t), f_a^{(2)}(t)$ que en 1.3.1.3 representaban la respuesta en régimen permanente a la alimentación (que entonces era senoidal, es decir, sin interacción), ahora representan la respuesta en régimen permanente a todas las frecuencias presentes en la alimentación actual del convertidor (con interacción).

Por tanto (de manera análoga a 1.3.1.3, y siguiendo las notaciones de esa sección), la expresión general de la intensidad de la fase a, cuando se considera interacción, es de la forma,

$$i_a^{(i)}(t) = A_i + B_i \exp(-p_i t) + \sum_k Y_k^{(i)} e_k \cos(wt + \theta_k + \theta_k^{(i)}), \quad i = 1,2,3,4,5 \tag{1.52}$$

Y el proceso de análisis y resolución del problema será igual al presentado en la sección anterior (1.3.1.3).

1.4 Estudio del convertidor en condiciones desequilibradas

En la literatura pueden encontrarse diversos estudios sobre el convertidor de seis pulsos en condiciones desequilibradas [3,10,25]. Las **aportaciones** de la tesis al respecto, básicamente, son [26]

- 1) consideración de componente resistiva en el lado de alterna
- 2) consideración de asimetría entre las fases (en cualquiera de los parámetros)
- 3) obtención de expresiones analíticas para las corrientes que inyecta el convertidor
- 4) en resumen, un tratamiento general del problema (con la única restricción de suponer la secuencia de topologías considerada en el capítulo 2)

La distribución por capítulos de las aportaciones es de la tesis es:

- En el capítulo 2 se estudiará el convertidor AC/DC de seis pulsos con una alimentación completamente general, desequilibrada y con contenido armónico cualquiera, también se permitirá asimetría entre las impedancias de las tres fases y se tendrá en cuenta la posibilidad de componente resistiva en la impedancia de cualquiera de las fases. En este estudio (cap. 2) sólo se exigirá una hipótesis: que la secuencia (temporal) de topologías que presente el convertidor sea la misma que aparece en caso de alimentación equilibrada. Es decir, admitiendo la hipótesis anterior, el estudio que se presentará es el más completo posible, generalizando otros estudios ya existentes en la literatura.
- En el capítulo 3, se presentarán y estudiarán seis modelos aproximados para el cálculo de los armónicos de corriente que un convertidor AC/DC de seis pulsos inyecta en la red. Tres de estos modelos sólo son exactos si la alimentación del convertidor es equilibrada (y se cumplen otras condiciones) y ya son conocidos en la literatura [11]. Los otros tres modelos constituyen una de las aportaciones de la tesis y generalizan los anteriores para el caso de alimentación desequilibrada. En la última sección del capítulo 3 se presentará un estudio sobre el error que se comete al utilizar los diversos modelos aproximados con respecto a la resolución exacta.

CAPÍTULO 2

MODELIZACIÓN GENERAL DEL CONVERTIDOR DE SEIS PULSOS EN CONDICIONES DESEQUILBRADAS

2.1 Introducción

Este capítulo constituye una de las aportaciones de la tesis. Se hace un estudio completamente general del convertidor AC/DC de seis pulsos en condiciones desequilibradas. Por condiciones desequilibradas se entiende:

- a) tensión de alimentación sometida a desequilibrios. Además se considera también cualquier contenido de armónicos,
- b) resistencias e inductancias de cortocircuito del transformador posiblemente distintas en cada fase,
- c) ángulos de disparo $\alpha_j, j=1, \dots, 6$ posiblemente distintos para cada uno de los tiristores.

De forma que la modelización considera **simultáneamente**

- componente resistiva en las impedancias del lado de alterna (impedancias de cortocircuito del transformador e impedancia de la red en el punto de conexión) y en el lado de continua
- posibilidad de desequilibrio en la alimentación y posibilidad de asimetría entre las impedancias de las tres fases
- interacción armónica (es decir, contenido armónico en la tensión de alimentación)
- ángulos de disparo distintos

Sólo se impone una hipótesis (sección 2.2): los desequilibrios (en la alimentación, y entre las reactancias de las tres fases) son tales que la secuencia de topologías del convertidor es la misma que en el caso equilibrado (capítulo 1).

En las secciones 2.3.1 y 2.3.2 se resuelven las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento del convertidor para cada una de las 12 topologías que se presentan. Finalmente, en 2.3.3 y 2.3.4 se calculan las constantes que habían quedado por determinar en 2.3.1 y 2.3.2 (constantes de integración de las ecuaciones diferenciales y extremos de los intervalos de cada topología).

Se recuerda que:

- el transformador que conecta el convertidor a la red se representa por sus impedancias de cortocircuito,
- los tiristores se tratan como interruptores ideales. El estado de un tiristor (cerrado o abierto) depende de la tensión de conmutación (aquella existente en bornes del tiristor) y del circuito de control del modo siguiente: el impulso que cierra el tiristor se produce al retrasar un cierto ángulo de disparo α la señal de referencia correspondiente a un paso por cero de la tensión de conmutación.

2.2 Análisis del problema

En el punto de conexión a la red, se suponen conocidas las *tensiones de vacío*

$$\begin{aligned} E_{an}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{a,k} \cos(k\omega t + \theta_{a,k}) \\ E_{bn}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{b,k} \cos(k\omega t + \theta_{b,k}) \\ E_{cn}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{c,k} \cos(k\omega t + \theta_{c,k}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

las cuales se consideran, en general, no senoidales (formadas por un número finito de armónicos de tensión en cada fase de la alimentación) y desequilibradas.

Y también se consideran las *impedancias internas* (para la pulsación fundamental ω) de la red por fase,

$$\underline{Z}_{f,real}^{(red)} = R_{f,real}^{(red)} + jX_{f,real}^{(red)}, \quad f = a, b, c \quad (2.2)$$

El transformador que conecta el convertidor a la red se supone conectado en estrella-estrella y presentará una *placa de características* tal como,

$$S_N, U_{N1}, U_{N2}, I_{N1}, I_{N2}; W_0, i_0, W_{cc}, \epsilon_{cc}; f_N \quad (2.3)$$

y vendrá caracterizado por su *impedancia de cortocircuito* por fase,

Resistencias de cortocircuito: $R_a^{(tr)}, R_b^{(tr)}, R_c^{(tr)}$

Inductancias de cortocircuito: $L_a^{(tr)}, L_b^{(tr)}, L_c^{(tr)}$

La relación entre estas resistencias e inductancias de cortocircuito y los parámetros de la placa de características se encuentra en la sección 1.2

En cuanto al lado de continua del convertidor, se supone la presencia de rizado en la intensidad, es decir, el modelo de carga que se supone para el lado de continua se compone de resistencia (R_{real}), autoinductancia (F_{real}) y fuente de tensión continua (E_{real}) en serie.

Como ya se ha comentado en la sección 1.2, debido a la existencia del transformador, es necesario trabajar con el esquema equivalente según unos valores base. A lo largo de todo este capítulo se usará la base de valores nominales para cada una de las unidades monofásicas que constituyen el transformador trifásico (véase apéndice 4)

$$B = \left\{ U_{B1} = \frac{U_{N1}}{\sqrt{3}}, U_{B2} = \frac{U_{N2}}{\sqrt{3}}, S_B = \frac{S_N}{3}, I_{B1}, I_{B2}, Z_{B1}, Z_{B2} \right\} \quad (2.4)$$

Entonces, los correspondientes valores reducidos son los siguientes,

- Tensiones de vacío en valor reducido,

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{a,k}}{U_{B1}} \cos(kwt + \theta_{a,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{a,k} \cos(kwt + \theta_{a,k}) \\ e_b(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{b,k}}{U_{B1}} \cos(kwt + \theta_{b,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{b,k} \cos(kwt + \theta_{b,k}) \\ e_c(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{c,k}}{U_{B1}} \cos(kwt + \theta_{c,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{c,k} \cos(kwt + \theta_{c,k}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

- Impedancia de la red en valor reducido,

$$R_f^{(red)} + jX_f^{(red)} \equiv R_{f, reducido}^{(red)} + jX_{f, reducido}^{(red)} = \frac{R_{f, real}^{(red)} + jX_{f, real}^{(red)}}{Z_{B1}}, \quad f = a, b, c \quad (2.6)$$

La impedancia de la red en valor reducido sumada con la impedancia de cortocircuito del transformador da lugar a la impedancia total del lado de alterna,

$$R_f \equiv R_f^{(tr)} + R_f^{(red)} \quad X_f \equiv X_f^{(tr)} + X_f^{(red)} \quad L_f = \frac{X_f}{\omega} \quad f = a, b, c \quad (2.7)$$

- Magnitudes del lado de continua en valores reducidos,

$$R \equiv R_{reducido} = \frac{R_{real}}{Z_{B2}} \quad F \equiv F_{reducido} = \frac{F_{real}}{Z_{B2}} \quad E \equiv E_{reducido} = \frac{E_{real}}{U_{B2}} \quad (2.8)$$

El correspondiente esquema equivalente es el de la figura 1.2.2.

Finalmente, se recuerda que la relación entre los valores reducidos para la intensidad y los correspondientes valores reales (en primario y secundario) se realiza mediante las fórmulas siguientes

$$\begin{aligned} I_a^{prim}(t) &= i_a(t) \cdot I_{B1} & I_a^{sec}(t) &= i_a(t) \cdot I_{B2} \\ I_b^{prim}(t) &= i_b(t) \cdot I_{B1} & I_b^{sec}(t) &= i_b(t) \cdot I_{B2} \\ I_c^{prim}(t) &= i_c(t) \cdot I_{B1} & I_c^{sec}(t) &= i_c(t) \cdot I_{B2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Además,

$$I_{B1} = \frac{S_B}{U_{B1}} = \frac{S_N / 3}{U_{N1} / \sqrt{3}} = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_{N1}} \quad I_{B2} = \frac{S_B}{U_{B2}} = \frac{S_N / 3}{U_{N2} / \sqrt{3}} = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_{N2}} \quad (2.10)$$

Como ya se ha dicho, este capítulo trata el convertidor en condiciones desequilibradas, no obstante, esto se va hacer bajo una hipótesis simplificadora. Supóngase, momentáneamente, el convertidor bajo las hipótesis de la sección 1.3 (es decir, en condiciones equilibradas, véase figura 1.2.4). Teniendo en cuenta el funcionamiento de los tiristores, la secuencia de topologías del convertidor es la presentada en la tabla 2.2.1.

Intervalo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tirist. cerrados	1,5,6	1,6	1,2,6	1,2	1,2,3	2,3	2,3,4	3,4	3,4,5	4,5	4,5,6	5,6

Tabla 2.2.1.

El intervalo $[\omega t_1 + \alpha, \omega t_1 + \alpha + \mu_1]$ de la figura 1.2.4 es etiquetado como intervalo 1 (para la numeración de los tiristores ver la figura 1.2.2, y para la numeración de los intervalos ver la figura 1.2.4).

Se supone (esta hipótesis está presente a lo largo de todo el trabajo) que los desequilibrios son suficientemente reducidos (sección 1.3) como para que la secuencia de topologías del convertidor (en régimen permanente) sea la misma que en el caso equilibrado.

Admitido esto, los esquemas equivalentes para los intervalos 1 y 2 son los de las figuras 2.2.1 y 2.2.2 respectivamente (derivados de la figura 1.2.2).

El esquema equivalente correspondiente a los restantes intervalos impares (3,5,7,9,11) se obtiene a partir del esquema del intervalo 1 mediante la siguiente tabla,

Int. 1	Int. 3	Int. 5	Int. 7	Int. 9	Int. 11
a	c	a	a	c	a
c	b	b	c	b	b
b	a	c	b	a	c
E	-E	E	-E	E	-E

Tabla 2.2.2.

El esquema equivalente correspondiente a los restantes intervalos pares (4,6,8,10,12) se obtiene a partir del esquema del intervalo 2 mediante la siguiente tabla,

Int. 2	Int. 4	Int. 6	Int. 8	Int. 10	Int. 12
a	c	b	a	c	b
b	a	c	b	a	c
c	b	a	c	b	a
E	-E	E	-E	E	-E

Tabla 2.2.3.

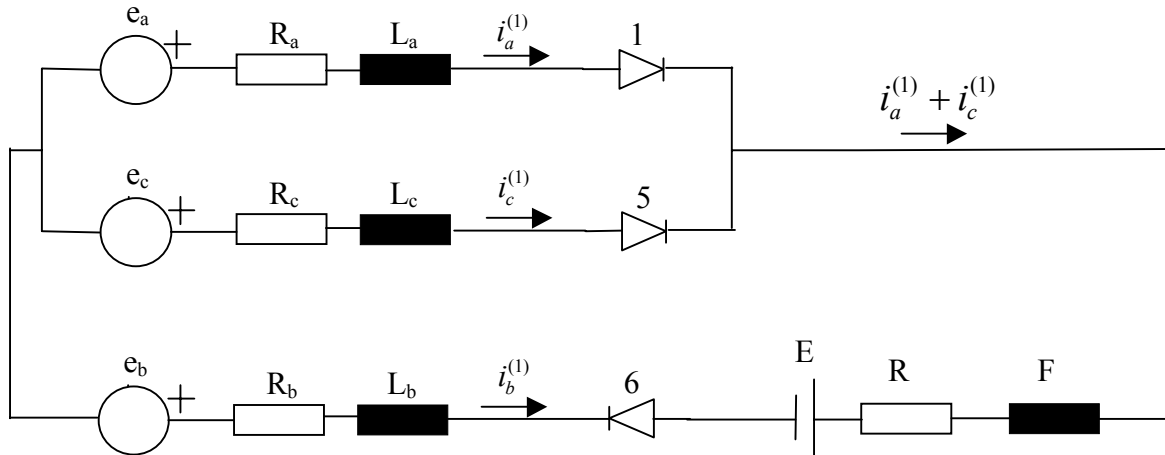


Fig. 2.2.1. Esquema equivalente para el intervalo 1.

En resumen, alcanzado el régimen permanente, un periodo queda constituido por doce intervalos. Se observa que en seis topologías están conduciendo tres tiristores, y en las seis restantes conducen sólo dos tiristores. Además, estas topologías aparecen alternadas en el tiempo. Los intervalos impares (1,3,5,7,9,11) son aquellos en los cuales están cerrados tres tiristores, y los intervalos pares (2,4,6,8,10,12) son aquellos en los cuales sólo conducen dos tiristores.

Como ya se comentó en el capítulo 1, las inductancias (L_a , L_b , L_c) son las causantes de que aparezcan topologías con tres tiristores cerrados (intervalos de conmutación), en el caso límite de que dichas inductancias fueran cero, se tendría conmutación instantánea.

En resumen, los datos del problema que se presenta son,

- tensiones de alimentación del convertidor (que, en general, se consideran desequilibradas)
- resistencias e inductancias de las tres fases del lado de alterna del convertidor
- valores R-F-E en serie del lado de continua

El correspondiente esquema equivalente es el de la figura 1.2.2. Y las incógnitas serán los instantes iniciales de los doce intervalos que constituyen un periodo (en régimen

permanente), donde la anchura de los intervalos pares es la anchura de los intervalos de conmutación, nótese que el instante inicial de un intervalo cualquiera es igual al instante final del intervalo inmediatamente anterior

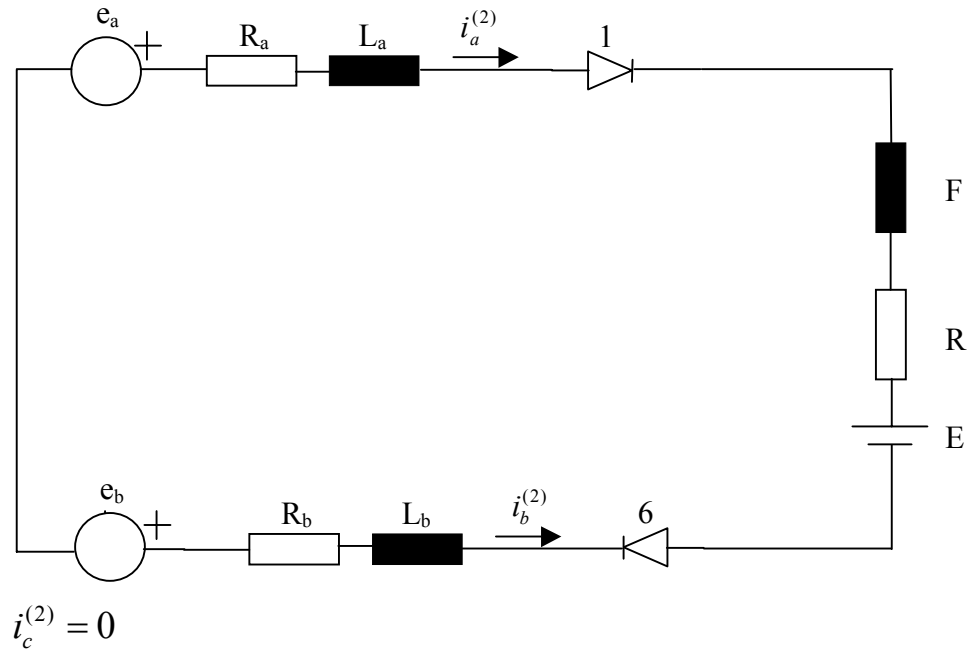


Fig. 2.2.2. Esquema equivalente para el intervalo 2.

Determinadas las incógnitas, se tendrá caracterizada la intensidad en cada uno de los doce intervalos.

2.3 Estudio del funcionamiento del convertidor

Para caracterizar el comportamiento del convertidor se deben analizar las expresiones correspondientes a la intensidad consumida. El método [6,10] será escribir la ecuación diferencial correspondiente al esquema equivalente de cada intervalo, y escribir la solución como suma de dos términos [16], la solución de la correspondiente ecuación diferencial homogénea y una solución particular, para la cual se tomará la solución de régimen permanente (la cual se obtendrá a partir del análisis fasorial,).

$$i_f^{(j)}(t) = i_{f,\text{hom}}^{(j)}(t) + i_{f,\text{part}}^{(j)}(t), \quad f = a, b, c, \quad j = 1, 2, \dots, 12 \quad (2.11)$$

La ecuación diferencial correspondiente al intervalo 1 (véase figura 2.2.1) es,

$$\begin{cases} (R_a + L_a \frac{d}{dt})i_a^{(1)}(t) - (R_c + L_c \frac{d}{dt})i_c^{(1)}(t) + e_c(t) - e_a(t) = 0 \\ (R_a + R + R_b + (L_a + F + L_b) \frac{d}{dt})i_a^{(1)}(t) + \\ + (R + R_b + (F + L_b) \frac{d}{dt})i_c^{(1)}(t) + E + e_b(t) - e_a(t) = 0 \\ i_b^{(1)} = -i_a^{(1)} - i_c^{(1)} \end{cases} \quad (2.12)$$

La ecuación diferencial correspondiente a cualquier otro intervalo impar se determina a partir de la ecuación diferencial del intervalo 1 teniendo en cuenta la tabla 2.2.2.

La ecuación diferencial correspondiente al intervalo 2 (véase figura 2.2.2) es,

$$\begin{cases} (R + R_a + R_b + (F + L_a + L_b) \frac{d}{dt})i_a^{(2)}(t) + E + e_b(t) - e_a(t) = 0 \\ i_b^{(2)} = -i_a^{(2)} \\ i_c^{(2)} = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

La ecuación diferencial correspondiente a cualquier otro intervalo par se determina a partir de la ecuación diferencial del intervalo 2 teniendo en cuenta la tabla 2.2.3.

Todas estas ecuaciones diferenciales se encuentran listadas en el apéndice 1.

2.3.1 Obtención de la solución homogénea

2.3.1.1 Obtención de la solución homogénea en los intervalos impares

Atendiendo a la tabla 2.2.2, es suficiente encontrar esta solución para, por ejemplo, el intervalo 1. La ecuación diferencial homogénea para el intervalo 1 puesta en forma matricial es

$$\begin{pmatrix} R_a + L_a \frac{d}{dt} & -R_c - L_c \frac{d}{dt} \\ R_a + R + R_b + (L_a + F + L_b) \frac{d}{dt} & R + R_b + (F + L_b) \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a^{(1)} \\ i_c^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

que también se puede escribir como

$$M^{(1)} \begin{pmatrix} i_1^{(1)} \\ i_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11}^{(1)} & M_{12}^{(1)} \\ M_{21}^{(1)} & M_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^{(1)} \\ i_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} di_1^{(1)} / dt \\ di_2^{(1)} / dt \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

con

$$\begin{aligned}
 M_{11}^{(1)} &= (R_a + R + R_b + \frac{F + L_b}{L_c} R_a) / (L_a + F + L_b + \frac{F + L_b}{L_c} L_a) \\
 M_{12}^{(1)} &= (R + R_b - \frac{F + L_b}{L_c} R_c) / (L_a + F + L_b + \frac{F + L_b}{L_c} L_a) \\
 M_{21}^{(1)} &= (R_a + R + R_b + \frac{F + L_b + L_a}{L_a} R_a) / (F + L_b + \frac{L_a + F + L_b}{L_a} L_c) \\
 M_{22}^{(1)} &= (R + R_b + \frac{F + L_b + L_a}{L_a}) / (F + L_b + \frac{L_a + F + L_b}{L_a} L_c)
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

La ecuación característica correspondiente es

$$\begin{aligned}
 &(\lambda^{(1)})^2 (L_a (F + L_b) + L_c (L_a + F + L_b)) + \\
 &+ \lambda^{(1)} (R_a (F + L_b) + L_a (R + R_b) + R_c (L_a + F + L_b) + L_c (R_a + R + R_b)) + \\
 &+ R_a (R + R_b) + R_c (R_a + R + R_b) = 0
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Llamemos $\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}$ a las raíces de la ecuación característica del intervalo 1. Si las dos raíces son reales y distintas, entonces, la solución de la ecuación homogénea es [16]

$$\begin{pmatrix} i_{a,\text{hom}}^{(1)}(t) \\ i_{c,\text{hom}}^{(1)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(1)} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(1)}(t - t_0)) + k_2^{(1)} \begin{pmatrix} v_1^{(1)} \\ v_2^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(1)}(t - t_0)) \tag{2.18}$$

donde

- 1) $k_1^{(1)}$ y $k_2^{(1)}$ son constantes de integración. Se determinan a partir del valor $(i_{a,\text{hom}}^{(1)}(t_0), i_{c,\text{hom}}^{(1)}(t_0))^t$ (valor que toma el vector de funciones incógnita en un instante (cualquiera) de tiempo t_0)
- 2) los vectores $u^{(1)} \equiv (u_1^{(1)}, u_2^{(1)})^t$ y $v^{(1)} \equiv (v_1^{(1)}, v_2^{(1)})^t$ son los vectores propios de la matriz $M^{(1)}$ (2x2), $u^{(1)}$ es el vector propio correspondiente al valor propio (de $M^{(1)}$) $\lambda_1^{(1)}$, y $v^{(1)}$ es el vector propio correspondiente al valor propio (de $M^{(1)}$) $\lambda_2^{(1)}$, es decir, $M^{(1)} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix} = \lambda_1^{(1)} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix}$ y $M^{(1)} \begin{pmatrix} u_1^{(2)} \\ u_2^{(2)} \end{pmatrix} = \lambda_2^{(1)} \begin{pmatrix} u_1^{(2)} \\ u_2^{(2)} \end{pmatrix}$
- 3) t_0 es un instante de tiempo cualquiera del intervalo en que tiene validez la ecuación diferencial considerada, lo más cómodo es escoger el origen del intervalo en que tiene validez la ecuación diferencial como t_0

Si las raíces $\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}$ tienen parte imaginaria distinta de cero (por tanto, una es conjugada de la otra, es decir, $\lambda_1^{(1)} = (\lambda_2^{(1)})^*$), habría que considerar los siguientes cuatro vectores

$$\operatorname{Re} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \exp(\lambda_1^{(1)} t) \\ u_2^{(1)} \exp(\lambda_1^{(1)} t) \end{pmatrix}, \operatorname{Im} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \exp(\lambda_1^{(1)} t) \\ u_2^{(1)} \exp(\lambda_1^{(1)} t) \end{pmatrix}, \operatorname{Re} \begin{pmatrix} v_1^{(1)} \exp(\lambda_2^{(1)} t) \\ v_2^{(1)} \exp(\lambda_2^{(1)} t) \end{pmatrix}, \operatorname{Im} \begin{pmatrix} v_1^{(1)} \exp(\lambda_2^{(1)} t) \\ v_2^{(1)} \exp(\lambda_2^{(1)} t) \end{pmatrix},$$

escoger dos que fueran linealmente independientes (para ello es suficiente comprobar que los son en un instante de tiempo cualquiera [16]). Nótese que, en este caso, u_1, u_2, v_1, v_2 son, en general, números complejos. Por ejemplo, si el primer y el tercer vector fueran linealmente independientes, entonces, la solución homogénea vendría dada por la función

$$\begin{pmatrix} i_{a,\text{hom}}^{(1)}(t) \\ i_{c,\text{hom}}^{(1)}(t) \end{pmatrix} = k_1 \operatorname{Re} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(1)} t) + k_2 \operatorname{Re} \begin{pmatrix} v_1^{(1)} \\ v_2^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(1)} t)$$

Ahora bien, numéricamente se ha verificado que las ecuaciones diferenciales de los seis intervalos impares del convertidor AC/DC de seis pulsos dan lugar, siempre, a raíces λ_1, λ_2 reales.

Según la tabla 2.2.2, se ve que los valores propios y los vectores propios para el intervalo j coinciden con los valores y vectores propios del intervalo $j+6$ para $j=1,3,5$.

2.3.1.2 Obtención de la solución homogénea en los intervalos pares

Teniendo en cuenta la tabla 2.2.3, basta encontrar la solución en uno de los intervalos pares, por ejemplo, en el intervalo 2. Aquí las cosas son más sencillas que en un intervalo impar, ya que el orden es uno. La ecuación diferencial homogénea asociada en el intervalo 2 es

$$\begin{cases} (R + R_a + R_b + (F + L_a + L_b) \frac{d}{dt}) i_a^{(2)}(t) = 0 \\ i_b^{(2)} = -i_a^{(2)} \\ i_c^{(2)} = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

De manera inmediata, su solución es

$$i_{a,\text{hom}}^{(2)}(t) = k^{(2)} \exp\left(-\frac{R + R_a + R_b}{F + L_a + L_b} (t - t_0)\right) \quad (2.20)$$

donde $k^{(2)}$ es una constante de integración para el intervalo 2. Esta constante $k^{(2)}$ se obtiene a partir del valor $i_{a,\text{hom}}^{(2)}(t_0)$. Se tomará (al igual que en el caso de los intervalos impares) el instante inicial del intervalo en que la ecuación diferencial considerada tiene validez como t_0 .

Según la tabla 2.2.3, se ve que la solución de la ecuación diferencial homogénea en el intervalo j coincide con la del intervalo $j+6$ para $j=2,4,6$.

2.3.2 Obtención de una solución particular

Se obtiene una solución particular a partir del análisis fasorial elemental. Igual que en el caso de la solución homogénea, a partir de la expresión de una solución particular en un intervalo impar (por ejemplo, el número 1), se obtiene de manera inmediata (teniendo en cuenta la tabla 2.2.2) la expresión para una solución particular en cualquier intervalo impar. Y en el caso de los intervalos pares, a partir de una solución particular para el intervalo 2, y teniendo en cuenta la tabla 2.2.3 se obtiene la correspondiente a cualquier intervalo par.

Las tensiones $e_a(t), e_b(t), e_c(t)$ son

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \sum_k \sqrt{2} e_{a,k} \cos(k\omega t + \theta_{a,k}) \\ e_b(t) &= \sum_k \sqrt{2} e_{b,k} \cos(k\omega t + \theta_{b,k}) \\ e_c(t) &= \sum_k \sqrt{2} e_{c,k} \cos(k\omega t + \theta_{c,k}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde los tres sumatorios contienen un número finito de sumandos. Consideremos las tensiones compuestas asociadas,

$$\begin{aligned} e_{ab}(t) &= e_a(t) - e_b(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{ab,k} \cos(k\omega t + \theta_{ab,k}) \\ e_{bc}(t) &= e_b(t) - e_c(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{bc,k} \cos(k\omega t + \theta_{bc,k}) \\ e_{ca}(t) &= e_c(t) - e_a(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{ca,k} \cos(k\omega t + \theta_{ca,k}) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Entonces, a cada sumando de los sumatorios anteriores se le puede asociar un fasor,

$$\begin{aligned} \underline{e}_{ab,k} &= e_{ab,k} \angle \theta_{ab,k} \\ \underline{e}_{bc,k} &= e_{bc,k} \angle \theta_{bc,k} \\ \underline{e}_{ca,k} &= e_{ca,k} \angle \theta_{ca,k} \end{aligned} \quad (2.23)$$

2.3.2.1 Obtención de una solución particular en los intervalos impares

Para el intervalo 1, se debe resolver el circuito de la figura 2.3.1 (con las tensiones (2.21)).

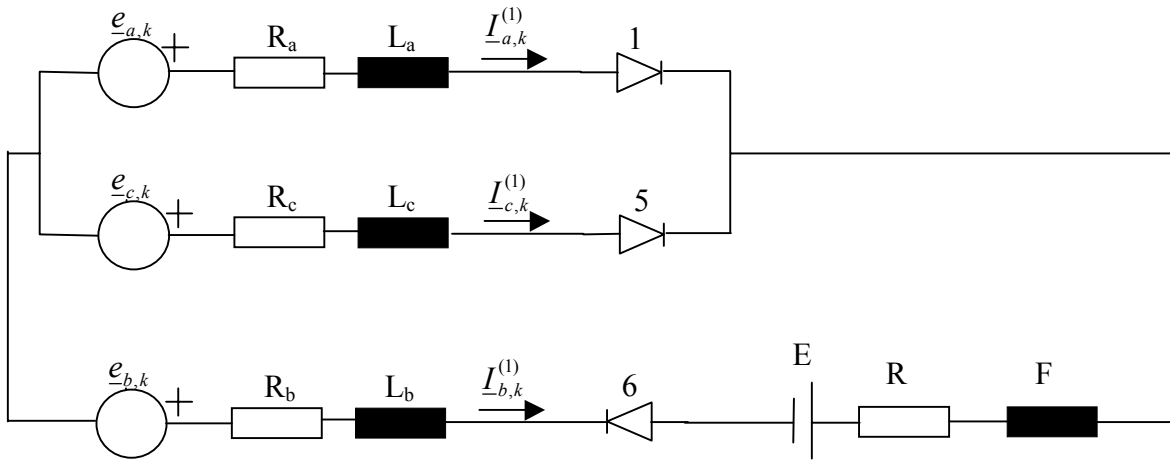


Figura 2.3.1. Circuito para la solución particular en el intervalo 1.

Por tanto, para cada armónico k , se debe resolver el sistema lineal (2x2) siguiente

$$\begin{cases} (R_a + jL_a \omega k) \underline{I}_{a,k}^{(1)} - (R_c + jL_c \omega k) \underline{I}_{c,k}^{(1)} + e_{ca,k} = 0 \\ ((R_a + R + R_b) + j(L_a + F + L_b) \omega k) \underline{I}_{a,k}^{(1)} - ((R_b + R) + j(L_b + F) \omega k) \underline{I}_{c,k}^{(1)} = e_{ab,k} \\ \underline{I}_{b,k}^{(1)} = -\underline{I}_{a,k}^{(1)} - \underline{I}_{c,k}^{(1)} \end{cases} \quad (2.23)$$

La solución se obtiene de manera inmediata,

$$\begin{aligned} \underline{I}_{a,k}^{(1)} &= (R + R_a + R_b + j(L_a + F + L_b) \omega k + \frac{(R + R_b + j(F + L_b) \omega k)(R_a + jL_a \omega k)}{R_c + jL_c \omega k})^{-1} \cdot \\ &\cdot (e_{ab,k} - \frac{R + R_b + j(F + L_b) \omega k}{R_c + jL_c \omega k} e_{ca,k}) \\ \underline{I}_{c,k}^{(1)} &= (R + R_b + j(F + L_b) \omega k + \frac{(R + R_b + R_a + j(F + L_b + L_a) \omega k)(R_c + jL_c \omega k)}{R_c + jL_c \omega k})^{-1} \cdot \\ &\cdot (e_{ab,k} - \frac{R + R_b + R_a + j(F + L_b + L_a) \omega k}{R_a + jL_a \omega k} e_{ca,k}) \\ \underline{I}_{b,k}^{(1)} &= -\underline{I}_{a,k}^{(1)} - \underline{I}_{c,k}^{(1)} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Respecto a la componente de continua, se debe resolver el circuito de la figura 2.3.2.

- Si no se cumple $R_a=R_c=0$, entonces las soluciones son

$$\begin{aligned}
 I_{a,0}^{(1)} &= \frac{-ER_c}{R_a R_c + (R_b + R)(R_a + R_c)} \\
 I_{c,0}^{(1)} &= \frac{-ER_a}{R_a R_c + (R_b + R)(R_a + R_c)} \\
 I_{b,0}^{(1)} &= \frac{E(R_a + R_c)}{R_a R_c + (R_b + R)(R_a + R_c)}
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

- En caso que sí se cumpla $R_a=R_c=0$, entonces las soluciones son

$$\begin{aligned}
 I_{b,0}^{(1)} &= \frac{E}{R + R_b} \\
 I_{a,0}^{(1)} = I_{c,0}^{(1)} &= -\frac{I_{b,0}^{(1)}}{2}
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

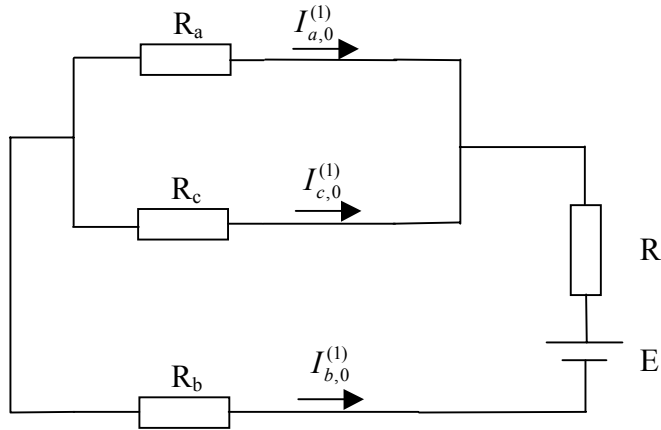


Figura 2.3.2. Circuito para la componente continua en el intervalo 1.

En resumen, una solución particular para la topología de los intervalos impares es,

$$\begin{aligned}
 i_a^{(j)}(t) &= I_{a,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{a,k}^{(j)} \cos(kwt + \phi_{a,k}^{(j)}) \\
 i_b^{(j)}(t) &= I_{b,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{b,k}^{(j)} \cos(kwt + \phi_{b,k}^{(j)}) \\
 i_c^{(j)}(t) &= I_{c,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{c,k}^{(j)} \cos(kwt + \phi_{c,k}^{(j)}) \\
 j &= 1,3,\dots,11
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

donde los términos de continua corresponden a las expresiones 2.25 y 2.26, y los términos senoidales ($k \neq 0$) corresponden a

$$\underline{I}_{f,k}^{(j)} = I_{f,k}^{(j)} \angle \phi_{f,k}^{(j)}, \quad f = a, b, c \quad (2.28)$$

2.3.2.2 Obtención de una solución particular en los intervalos pares

Se procede igual que en el caso de los intervalos impares. Se obtiene una solución particular para el intervalo 2 a partir del análisis fasorial elemental aplicado al siguiente circuito,

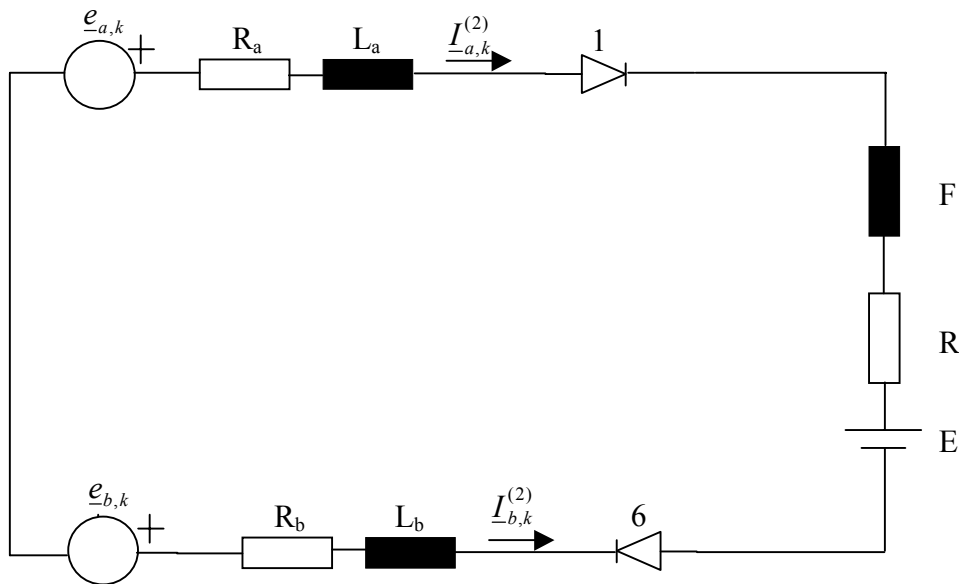


Figura 2.3.3. Circuito para la solución particular en el intervalo 2.

La ecuación correspondiente para cada armónico k es

$$\begin{cases} ((R_a + R + R_b) + j(L_a + F + L_b)\omega k) \underline{I}_{a,k}^{(2)} = \underline{e}_{ab,k} \\ \underline{I}_{b,k}^{(2)} = -\underline{I}_{a,k}^{(2)} \\ \underline{I}_{c,k}^{(2)} = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

La solución es

$$\begin{cases} \underline{I}_{a,k}^{(2)} = \frac{\underline{e}_{ab,k}}{R_a + R + R_b + j(L_a + F + L_b)\omega k} \\ \underline{I}_{b,k}^{(2)} = -\underline{I}_{a,k}^{(2)} \\ \underline{I}_{c,k}^{(2)} = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

La componente de continua se obtiene resolviendo el siguiente circuito,

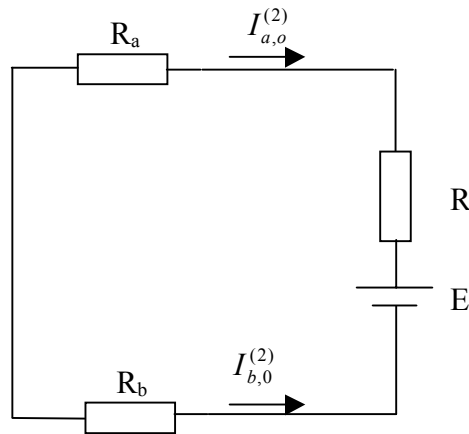


Figura 2.3.4. Circuito para la componente continua en el intervalo 2.

La solución es

$$\begin{cases} I_{a,0}^{(2)} = \frac{-E}{R_a + R + R_b} \\ I_{b,0}^{(2)} = -I_{a,0}^{(2)} \\ I_{c,0}^{(2)} = 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

Por tanto, la expresión temporal correspondiente a los intervalos es,

$$\begin{aligned}
 i_a^{(j)}(t) &= I_{a,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{a,k}^{(j)} \cos(k\omega t + \phi_{a,k}^{(j)}) \\
 i_b^{(j)}(t) &= I_{b,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{b,k}^{(j)} \cos(k\omega t + \phi_{b,k}^{(j)}) \\
 i_c^{(j)}(t) &= I_{c,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{c,k}^{(j)} \cos(k\omega t + \phi_{c,k}^{(j)}) \\
 j &= 2,4,\dots,12
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

donde los términos de continua corresponden a la expresión 2.31, y los términos senoidales ($k \neq 0$) corresponden a

$$\underline{I}_{f,k}^{(j)} = I_{f,k}^{(j)} \angle \phi_{f,k}^{(j)}, \quad f = a, b, c \tag{2.33}$$

2.3.3 Expresión final de las intensidades

En las secciones anteriores, para cada intervalo, se ha obtenido la expresión de las intensidades de cada fase (como soluciones de una ecuación diferencial). Poniendo $[t_j, t_{j+1}]$, $j=1,\dots,12$, para los doce intervalos que constituyen un periodo del régimen permanente, con $t_{13}=t_1+T$, siendo T el periodo, se tiene, por tanto, un conjunto de 36 funciones (cada una de ellas definida en un intervalo compacto de la recta real) correspondientes a las expresiones de las intensidades de las tres fases y para cada uno de los doce intervalos temporales.

$$i_f^{(j)}(t), t \in [t_j, t_{j+1}], f = a, b, c, j = 1, \dots, 12$$

Las intensidades (recuérdese que son valores reducidos) en los intervalos impares tienen la siguiente expresión

$$\left\{ \begin{aligned}
 \begin{pmatrix} i_a^{(1)}(t) \\ i_c^{(1)}(t) \end{pmatrix} &= k_1^{(1)} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(1)}(t-t_1)) + k_2^{(1)} \begin{pmatrix} v_1^{(1)} \\ v_2^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(1)}(t-t_1)) + \begin{pmatrix} i_{a,part}^{(1)}(t) \\ i_{c,part}^{(1)}(t) \end{pmatrix} \\
 i_b^{(1)}(t) &= -i_a^{(1)}(t) - i_c^{(1)}(t) \\
 t &\in [t_1, t_1 + \mu_1/\omega]
 \end{aligned} \right. \tag{2.34a}$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 \begin{pmatrix} i_c^{(3)}(t) \\ i_b^{(3)}(t) \end{pmatrix} &= k_1^{(3)} \begin{pmatrix} u_1^{(3)} \\ u_2^{(3)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(3)}(t-t_3)) + k_2^{(3)} \begin{pmatrix} v_1^{(3)} \\ v_2^{(3)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(3)}(t-t_3)) + \begin{pmatrix} i_{c,part}^{(3)}(t) \\ i_{b,part}^{(3)}(t) \end{pmatrix} \\
 i_a^{(3)}(t) &= -i_c^{(3)}(t) - i_b^{(3)}(t) \\
 t &\in [t_3, t_3 + \mu_2/\omega]
 \end{aligned} \right. \tag{2.34b}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} i_b^{(5)}(t) \\ i_a^{(5)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(5)} \begin{pmatrix} u_1^{(5)} \\ u_2^{(5)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(5)}(t-t_5)) + k_2^{(5)} \begin{pmatrix} v_1^{(5)} \\ v_2^{(5)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(5)}(t-t_5)) + \begin{pmatrix} i_{b,part}^{(5)}(t) \\ i_{a,part}^{(5)}(t) \end{pmatrix} \\ i_c^{(5)}(t) = -i_b^{(5)}(t) - i_a^{(5)}(t) \\ t \in [t_5, t_5 + \mu_3/\omega] \end{array} \right. \quad (2.34c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} i_a^{(7)}(t) \\ i_c^{(7)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(7)} \begin{pmatrix} u_1^{(7)} \\ u_2^{(7)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(7)}(t-t_7)) + k_2^{(7)} \begin{pmatrix} v_1^{(7)} \\ v_2^{(7)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(7)}(t-t_7)) + \begin{pmatrix} i_{a,part}^{(7)}(t) \\ i_{c,part}^{(7)}(t) \end{pmatrix} \\ i_b^{(7)}(t) = -i_a^{(7)}(t) - i_c^{(7)}(t) \\ t \in [t_7, t_7 + \mu_4/\omega] \end{array} \right. \quad (2.34d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} i_c^{(9)}(t) \\ i_b^{(9)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(9)} \begin{pmatrix} u_1^{(9)} \\ u_2^{(9)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(9)}(t-t_9)) + k_2^{(9)} \begin{pmatrix} v_1^{(9)} \\ v_2^{(9)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(9)}(t-t_9)) + \begin{pmatrix} i_{c,part}^{(9)}(t) \\ i_{b,part}^{(9)}(t) \end{pmatrix} \\ i_a^{(9)}(t) = -i_c^{(9)}(t) - i_b^{(9)}(t) \\ t \in [t_9, t_9 + \mu_5/\omega] \end{array} \right. \quad (2.34e)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} i_b^{(11)}(t) \\ i_a^{(11)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(11)} \begin{pmatrix} u_1^{(11)} \\ u_2^{(11)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(11)}(t-t_{11})) + k_2^{(11)} \begin{pmatrix} v_1^{(11)} \\ v_2^{(11)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(11)}(t-t_{11})) + \begin{pmatrix} i_{b,part}^{(11)}(t) \\ i_{a,part}^{(11)}(t) \end{pmatrix} \\ i_c^{(11)}(t) = -i_b^{(11)}(t) - i_a^{(11)}(t) \\ t \in [t_{11}, t_{11} + \mu_6/\omega] \end{array} \right. \quad (2.34f)$$

Se recuerda que $\lambda_1^{(j)}, \lambda_2^{(j)}$ son las raíces de la ecuación característica en el intervalo j , $j=1,3,5,7,9,11$, y los vectores $\begin{pmatrix} u_1^{(j)} \\ u_2^{(j)} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v_1^{(j)} \\ v_2^{(j)} \end{pmatrix}$ son los vectores propios, es decir,

$$\begin{aligned} M^{(j)} \begin{pmatrix} u_1^{(j)} \\ u_2^{(j)} \end{pmatrix} &= \lambda_1^{(j)} \begin{pmatrix} u_1^{(j)} \\ u_2^{(j)} \end{pmatrix} \\ M^{(j)} \begin{pmatrix} v_1^{(j)} \\ v_2^{(j)} \end{pmatrix} &= \lambda_2^{(j)} \begin{pmatrix} v_1^{(j)} \\ v_2^{(j)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.35)$$

siendo $M^{(j)}$ la matriz de la ecuación diferencial homogénea en el intervalo j ($j=1,3,5,7,9,11$). Además, se tiene $M^{(j+6)} = M^{(j)}$ para $j=1,3,5$, con lo cual los valores propios y vectores propios del intervalo j coinciden con los del intervalo $j+6$ (ver sección 3.3.1).

Las intensidades en los intervalos pares tienen la siguiente expresión,

$$\begin{cases} i_a^{(2)}(t) = k^{(2)} \exp\left(-\frac{R + R_a + R_b}{L + L_a + L_b}(t - t_2)\right) + i_{a,part}^{(2)}(t) \\ i_b(t) = -i_a(t) \\ i_c(t) = 0 \\ t \in [t_2, t_3] \end{cases} \quad (2.36a)$$

$$\begin{cases} i_c^{(4)}(t) = k^{(4)} \exp\left(-\frac{R + R_a + R_c}{L + L_a + L_c}(t - t_4)\right) + i_{c,part}^{(4)}(t) \\ i_a(t) = -i_c(t) \\ i_b(t) = 0 \\ t \in [t_4, t_5] \end{cases} \quad (2.36b)$$

$$\begin{cases} i_b^{(6)}(t) = k^{(6)} \exp\left(-\frac{R + R_b + R_c}{L + L_b + L_c}(t - t_6)\right) + i_{b,part}^{(6)}(t) \\ i_c(t) = -i_b(t) \\ i_a(t) = 0 \\ t \in [t_6, t_7] \end{cases} \quad (2.36c)$$

$$\begin{cases} i_a^{(8)}(t) = k^{(8)} \exp\left(-\frac{R + R_a + R_b}{L + L_a + L_b}(t - t_8)\right) + i_{a,part}^{(8)}(t) \\ i_b(t) = -i_a(t) \\ i_c(t) = 0 \\ t \in [t_8, t_9] \end{cases} \quad (2.36d)$$

$$\begin{cases} i_c^{(10)}(t) = k^{(10)} \exp\left(-\frac{R + R_a + R_c}{L + L_a + L_c}(t - t_{10})\right) + i_{c,part}^{(10)}(t) \\ i_a(t) = -i_c(t) \\ i_b(t) = 0 \\ t \in [t_{10}, t_{11}] \end{cases} \quad (2.36e)$$

$$\begin{cases} i_b^{(12)}(t) = k^{(12)} \exp\left(-\frac{R + R_b + R_c}{L + L_b + L_c}(t - t_{12})\right) + i_{b,part}^{(12)}(t) \\ i_c(t) = -i_b(t) \\ i_a(t) = 0 \\ t \in [t_{12}, t_{13}] \end{cases} \quad (2.36f)$$

La forma de la parte homogénea de la solución correspondiente al intervalo j es la misma que en el intervalo $j+6$, para $j=2,4,6$ (ver sección 2.3.1).

En el estadio en el que nos encontramos, las intensidades de cada fase en cada intervalo no están completamente determinadas. En cada intervalo impar tenemos dos constantes de integración por determinar, $k_1^{(j)}, k_2^{(j)}$, $j = 1,3,5,7,9,11$. Y en cada intervalo par tenemos una constante de integración (todavía por determinar), $k^{(j)}$, $j=2,4,6,8,10,12$. Por tanto, en total, hay 18 constantes de integración por determinar (12 en los intervalos impares y 6 en los intervalos pares).

Intervalo	$j=1,3,5,7,9,11$	$j=2,4,6,8,10,12$
Constantes de integración	$k_1^{(j)}, k_2^{(j)}$	$k^{(j)}$

Tabla 2.3.1.

Por otro lado, los instantes de tiempo $t_1, t_3, t_5, t_7, t_9, t_{11}$ y $t_2, t_4, t_6, t_8, t_{10}, t_{12}$ también son incógnitas. Recuérdese que las anchuras de conmutación, μ_1, \dots, μ_6 son las anchuras de los intervalos impares,

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 + \mu_1 / \omega, & t_4 &= t_3 + \mu_2 / \omega, & t_6 &= t_5 + \mu_3 / \omega \\ t_8 &= t_7 + \mu_4 / \omega, & t_{10} &= t_9 + \mu_5 / \omega, & t_{12} &= t_{11} + \mu_6 / \omega \end{aligned} \quad (2.37)$$

Nótese que el conocimiento de los t_i con i impar y de las anchuras de conmutación μ_j , $j=1, \dots, 6$ determina los valores de los t_i con i par.

En la sección 2.3.4 se calcularán, en primer lugar, todas las constantes de integración dejándolas en función de las anchuras de conmutación. Y, en segundo lugar, se dará el procedimiento para el cálculo de las anchuras de conmutación.

2.3.4 Determinación de las variables que caracterizan el comportamiento del convertidor

En la sección 2.3.3 se ha obtenido la forma funcional de las intensidades en todos los intervalos, pero quedan por determinar las constantes de integración (hay 18) y los instantes t_i , $i = 1,2, \dots, 1,12$. Este conjunto de incógnitas está resumido en la siguiente tabla.

Incógnitas/Intervalo	i=1,3,5,7,9,11	j=2,4,6,8,10,12
Extremos intervalos	t_i	t_j
Constantes de integración	$k_1^{(i)}, k_2^{(i)}$	$k^{(j)}$

Tabla 2.3.2.

Es decir, se tienen 30 incógnitas en total. De ellas, 18 corresponden a constantes de integración (12 en los intervalos impares, y 6 en los intervalos pares), y 12 corresponden a los instantes iniciales de los 12 intervalos que componen un periodo.

El objetivo de esta sección es la determinación de estas 30 incógnitas (todas las demás magnitudes, α_j , etc., se consideran datos). El procedimiento para encontrar las constantes de integración va a ser la imposición de condiciones de continuidad para las intensidades al pasar de un intervalo al intervalo consecutivo, es decir, la intensidad $i_f(t)$, $f=a,b,c$ cumple,

- 1) es una función continua en el intervalo temporal $[t_i, t_i+T]$
- 2) es una función periódica, es decir, $i_f(t_1 + T) = i_f(t_1)$

Por tanto, se tienen las siguientes 36 igualdades,

$$i_f^{(j)}(t_{j+1}) = i_f^{(j+1)}(t_{j+1}), f = a, b, c, j = 1, \dots, 11, (\text{continuidad})$$

$$i_f^{(1)}(t_1) = i_f^{(12)}(t_1 + T), (\text{periodicidad})$$

De entre estas 36 condiciones, hay 24 que son independientes, y en la sección 2.3.4.1 se dan 6 ecuaciones más (destinadas al cálculo de los instantes iniciales de los intervalos impares). Por tanto, se tienen tantas condiciones (ecuaciones) como incógnitas.

Las 24 ecuaciones independientes son las siguientes,

$$\begin{array}{ll}
 i_a^{(1)}(t_1 + \mu_1) = i_a^{(2)}(t_1 + \mu_1) & i_b^{(5)}(t_5) = 0 \\
 i_c^{(1)}(t_1 + \mu_1) = 0 \quad (*) & i_a^{(4)}(t_5) = i_a^{(5)}(t_5) \\
 i_c^{(3)}(t_3) = 0 & i_a^{(5)}(t_5 + \mu_3) = 0 \quad (*) \\
 i_b^{(2)}(t_3) = i_b^{(3)}(t_3) & i_b^{(5)}(t_5 + \mu_3) = i_b^{(6)}(t_5 + \mu_3) \\
 i_b^{(3)}(t_3 + \mu_2) = 0 \quad (*) & i_a^{(7)}(t_7) = 0 \\
 i_c^{(3)}(t_3 + \mu_2) = i_c^{(4)}(t_3 + \mu_2) & i_c^{(6)}(t_7) = i_c^{(7)}(t_7)
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 i_c^{(7)}(t_7 + \mu_4) &= 0 \quad (*) & i_b^{(11)}(t_{11}) &= 0 \\
 i_a^{(7)}(t_7 + \mu_4) &= i_a^{(8)}(t_7 + \mu_4) & i_a^{(10)}(t_{11}) &= i_a^{(11)}(t_{11}) \\
 i_c^{(9)}(t_9) &= 0 & i_a^{(11)}(t_{11} + \mu_6) &= 0 \quad (*) \\
 i_b^{(8)}(t_9) &= i_b^{(9)}(t_9) & i_b^{(11)}(t_{11} + \mu_6) &= i_b^{(12)}(t_{11} + \mu_6) \\
 i_b^{(9)}(t_9 + \mu_5) &= 0 \quad (*) & i_a^{(1)}(t_1) &= 0 \\
 i_c^{(9)}(t_9 + \mu_5) &= i_c^{(10)}(t_9 + \mu_5) & i_c^{(1)}(t_1) &= i_c^{(12)}(t_1 + T)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Las 18 ecuaciones que no están marcadas con (*) dan lugar a un sistema lineal 18x18, sus incógnitas son las 18 constantes de integración $k_1^{(j)}, k_2^{(j)}$, $j = 1,3,5,7,9,11$ y $k^{(j)}$, $j=2,4,6,8,10,12$. Ver el apéndice 1 para el sistema en forma desarrollada.

Al resolver este sistema lineal, se obtienen todas las constantes de integración como función de los t_i , $i = 1,3,5,7,9,11$ y de las anchuras de conmutación μ_1, \dots, μ_6 .

2.3.4.1 Determinación de los instantes iniciales de los intervalos impares

Los instantes iniciales para los intervalos impares se calculan a partir de los pasos por cero de las tensiones de conmutación (es decir, las tensiones compuestas) y de los ángulos de disparo de los tiristores del convertidor.

Sean $t_1^*, t_3^*, t_5^*, t_7^*, t_9^*, t_{11}^*$ los pasos por cero de las tensiones de conmutación, es decir,

$$\begin{aligned}
 e_{ac}(t_1^* - \varepsilon) &< 0 \rightarrow e_{ac}(t_1^*) = 0 \rightarrow e_{ac}(t_1^* + \varepsilon) > 0 \\
 e_{cb}(t_3^* - \varepsilon) &> 0 \rightarrow e_{cb}(t_3^*) = 0 \rightarrow e_{cb}(t_3^* + \varepsilon) < 0 \\
 e_{ba}(t_5^* - \varepsilon) &< 0 \rightarrow e_{ba}(t_5^*) = 0 \rightarrow e_{ba}(t_5^* + \varepsilon) > 0 \\
 e_{ac}(t_7^* - \varepsilon) &> 0 \rightarrow e_{ac}(t_7^*) = 0 \rightarrow e_{ac}(t_7^* + \varepsilon) < 0 \\
 e_{cb}(t_9^* - \varepsilon) &< 0 \rightarrow e_{cb}(t_9^*) = 0 \rightarrow e_{cb}(t_9^* + \varepsilon) > 0 \\
 e_{ba}(t_{11}^* - \varepsilon) &> 0 \rightarrow e_{ba}(t_{11}^*) = 0 \rightarrow e_{ba}(t_{11}^* + \varepsilon) < 0
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Como ejemplo, en el caso particular que el convertidor se encuentre bajo las hipótesis correspondientes a la figura 1.2.4, entonces,

$$\begin{aligned}
 \omega t_1^* &= -\theta_{ac} - \frac{\pi}{2} & \omega t_3^* &= -\theta_{cb} - \frac{3\pi}{2} & \omega t_5^* &= -\theta_{ba} - \frac{\pi}{2} \\
 \omega t_7^* &= -\theta_{ac} + \frac{\pi}{2} & \omega t_9^* &= -\theta_{cb} - \frac{\pi}{2} & \omega t_{11}^* &= -\theta_{ba} + \frac{\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

Otro ejemplo: si el convertidor se encuentra bajo las hipótesis de la figura 1.3.5, entonces los seis intervalos marcados en esa figura 1.3.5 son precisamente los intervalos 1,...,6 que se han presentado en el caso general.

Volviendo a la situación general, la expresión para los instantes iniciales de los intervalos impares (como función de los pasos por cero de las tensiones de conmutación y los ángulos de disparo de los tiristores) es la siguiente:

$$\begin{aligned} \omega t_1 &= \omega t_1^* + \alpha_1 & \omega t_3 &= \omega t_3^* + \alpha_2 & \omega t_5 &= \omega t_5^* + \alpha_3 \\ \omega t_7 &= \omega t_7^* + \alpha_4 & \omega t_9 &= \omega t_9^* + \alpha_5 & \omega t_{11} &= \omega t_{11}^* + \alpha_6 \end{aligned} \quad (2.41)$$

donde α_j es el ángulo de disparo para el tiristor j , $j=1,\dots,6$, (que se consideran datos), y la numeración de los tiristores puede verse en la figura 1.2.2.

Para obtener los valores de $t_1^*, t_3^*, t_5^*, t_7^*, t_9^*, t_{11}^*$ en el caso general hay que resolver las siguientes ecuaciones,

$$\begin{aligned} f_1(t) &= e_{ac}(t) = e_a(t) - e_c(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{ac,k} \cos(k\omega t + \theta_{ac,k}) = 0 \\ f_2(t) &= e_{cb}(t) = e_c(t) - e_b(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{cb,k} \cos(k\omega t + \theta_{cb,k}) = 0 \\ f_3(t) &= e_{ba}(t) = e_b(t) - e_a(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{ba,k} \cos(k\omega t + \theta_{ba,k}) = 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

2.3.4.2 Determinación de los instantes iniciales de los intervalos pares

Para determinar las anchuras de conmutación basta resolver las ecuaciones anteriores marcadas con (*) (los instantes $t_1, t_3, t_5, t_7, t_9, t_{11}$ han sido determinados en la sección 2.3.4.1).

$$\begin{aligned} i_c^{(1)}(t_1 + \mu_1) &= 0 & i_c^{(7)}(t_7 + \mu_4) &= 0 \\ i_b^{(3)}(t_3 + \mu_2) &= 0 & i_c^{(9)}(t_9 + \mu_5) &= 0 \\ i_a^{(5)}(t_5 + \mu_3) &= 0 & i_c^{(11)}(t_{11} + \mu_6) &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Pues el paso por cero de la intensidad que atraviesa un tiristor es lo que produce que este abra y, por tanto, se tenga una nueva topología (correspondiente a un intervalo par).

Nótese que el conocimiento de los instantes $t_1, t_3, t_5, t_7, t_9, t_{11}$ junto con los seis ángulos de conmutación determinan los instantes $t_2, t_4, t_6, t_8, t_{10}, t_{12}$.

2.3.4.3 Sistema de ecuaciones completo.

Se observa que para la obtención de las 30 incógnitas que caracterizan las expresiones de las intensidades (18 constantes de integración, 6 instantes iniciales de los intervalos impares y 6 ángulos de conmutación, estos últimos son equivalentes a los 6 instantes iniciales de intervalos pares) quedan planteados

- un sistema lineal de 18 ecuaciones, (2.38), de resolución directa
- un sistema no lineal de 12 ecuaciones y doce incógnitas, (2.42) y (2.43), que se puede resolver por el método de Newton u otras variantes [22]

Una manera alternativa (al método de Newton) para encontrar los pasos por cero de las tensiones de conmutación (muy útil en la práctica) en caso de que los armónicos de tensión no sean demasiado grandes es encontrar el paso por cero de la onda fundamental y buscar en un entorno de ese instante el cambio de signo de la onda de tensión completa (esto es, componente fundamental y armónicos).

Una vez determinadas las anchuras de los intervalos de conmutación queda completamente resuelto el problema, es decir, hemos encontrado las soluciones en el régimen permanente para las intensidades que el convertidor inyecta en la red. La obtención de los correspondientes valores reales se describió ya en la sección 2.2.

CAPÍTULO 3

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DEL CONVERTIDOR AC/DC DE SEIS PULSOS

3.1 Introducción

El convertidor AC/DC es uno de los principales dispositivos que introducen armónicos en la red eléctrica. Como ya se comentó en el capítulo 1, en la literatura existen numerosos estudios del comportamiento del convertidor cuando se alimenta con tensión equilibrada, pero los desequilibrios deben ser considerados si se pretende realizar un estudio preciso de dicho comportamiento. Frente al estudio exacto presentado en el capítulo 2 (véanse también [3,10,11,26]), en este capítulo 3 se obtienen diversas expresiones aproximadas para las intensidades armónicas inyectadas por el dispositivo en la red cuando la tensión de alimentación del convertidor es desequilibrada.

En la sección 3.2 se presentan las condiciones del convertidor para las cuales es válido el estudio que se expone en este capítulo 3, se definen los valores reducidos al primario (debido a la presencia del transformador) y se definen los valores normalizados según [11]. La razón fundamental por la que se definen estos valores normalizados (siguiendo [11]) es que todos los resultados que se presentarán a lo largo del capítulo 3 **sólo** dependen de los valores normalizados (de las tensiones de alimentación y de los parámetros del convertidor) y de la intensidad I_D del lado de continua.

En la sección 3.3 se calcula el punto de funcionamiento del convertidor, y se verá que sólo depende de dichos valores normalizados.

La sección 3.4 contiene, junto a la presentación resumida de los modelos IDB, ACB y CB, una de las aportaciones de la tesis: se proponen los modelos IDU, ACU y CU los cuales, junto a los otros modelos mencionados permitirán el cálculo aproximado de los armónicos de intensidad del convertidor (el modelo CU es exacto bajo las hipótesis de 3.2).

Finalmente, en la sección 3.5, se encuentra el lugar geométrico en el espacio de los parámetros que describen el convertidor donde son válidas dichos modelos.

3.2 Hipótesis sobre los parámetros del convertidor

A lo largo de todo el capítulo 3 se admiten las siguientes hipótesis,

- La alimentación del convertidor es senoidal (es decir, no presenta contenido armónico) y, en general, desequilibrada

$$\begin{aligned}
 E_a(t) &= \sqrt{2}E_a \cos(\omega t + \theta_a) \rightarrow \underline{E}_a = E_a \angle \theta_a \\
 E_b(t) &= \sqrt{2}E_b \cos(\omega t + \theta_b) \rightarrow \underline{E}_b = E_b \angle \theta_b \\
 E_c(t) &= \sqrt{2}E_c \cos(\omega t + \theta_c) \rightarrow \underline{E}_c = E_c \angle \theta_c
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

(a lo largo de todo este capítulo 3, pondremos $E_f \equiv E_{fn}$, $f = a, b, c$).

Las correspondientes tensiones compuestas son

$$\begin{aligned}
 E_{ba}(t) &= \sqrt{2}E_{ba} \cos(\omega t + \theta_{ba}) \rightarrow \underline{E}_{ba} = E_{ba} \angle \theta_{ba} = \underline{E}_b - \underline{E}_a \\
 E_{ac}(t) &= \sqrt{2}E_{ac} \cos(\omega t + \theta_{ac}) \rightarrow \underline{E}_{ac} = E_{ac} \angle \theta_{ac} = \underline{E}_a - \underline{E}_c \\
 E_{cb}(t) &= \sqrt{2}E_{cb} \cos(\omega t + \theta_{cb}) \rightarrow \underline{E}_{cb} = E_{cb} \angle \theta_{cb} = \underline{E}_c - \underline{E}_b
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

- El convertidor se encuentra conectado a red mediante un transformador trifásico estrella-estrella. Se supone que no hay asimetrías entre las tres unidades monofásicas que lo constituyen. También se supone que la impedancia Thevenin de la red es la misma para las tres fases. Por tanto, la reactancia del lado de alterna del convertidor es la misma para las tres fases, $X_a=X_b=X_c=X_N$ (véase fig. 3.2.1).

- Se supone que los seis ángulos de disparo son iguales y de valor α

- Se supone ausencia de rizado en el lado de continua del convertidor, es decir, en el lado de continua del convertidor se considera una fuente de intensidad de valor constante $I_{D,real}$.

Bajo estas hipótesis, se demostrará que, para cada fase, la anchura del flanco de subida es igual a la anchura del flanco de bajada, es decir, con las notaciones de la figura 1.2.4, se tiene,

$$\mu_1 = \mu_4 \equiv \mu_a \quad \mu_2 = \mu_5 \equiv \mu_b \quad \mu_3 = \mu_6 \equiv \mu_c \tag{3.3}$$

En los capítulos 1 y 2 (y también en el posterior capítulo 4) se ha trabajado con la base de valores nominales. Siguiendo el análisis realizado en [11], en este capítulo 3 se utilizarán “dos niveles de normalización” (para los parámetros del convertidor).

El primer nivel de normalización consiste en la reducción típica que se efectúa cuando un transformador está presente en un circuito eléctrico. A diferencia de lo presentado en los capítulos 1 y 2 (y siguiendo el análisis de [11]), en este capítulo se considerará la base de reducción al primario.

La segunda normalización pone solución a que distintas configuraciones de los parámetros del convertidor dan lugar al mismo punto de funcionamiento (el punto de funcionamiento del convertidor queda determinado, por definición, por el conjunto de valores α , μ_i , $i=1,\dots,6$).

Así, con los valores normalizados se logra que esto no suceda, es decir, dos conjuntos distintos de valores normalizados dan lugar a dos puntos de funcionamiento distintos.

3.2.1 Reducción al primario

El transformador (trifásico estrella-estrella) que conecta el convertidor a la red tiene la siguiente placa de características

$$S_N, U_{N1}, U_{N2}, I_{N1}, I_{N2}; \varepsilon_{cc}$$

Para cada una de las unidades monofásicas que constituyen el transformador trifásico (estrella-estrella) se considera la base de reducción al primario, es decir, [9],

$$\begin{aligned} S_B = 1 \quad U_{B1} = 1 \quad U_{B2} = \frac{U_{B1}}{r_t^{monof.}} = \frac{U_{B1}}{\frac{U_{N1}/\sqrt{3}}{U_{N2}/\sqrt{3}}} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}} = \frac{1}{r_t} \\ I_{B1} = \frac{S_B}{U_{B1}} = 1 \quad I_{B2} = \frac{S_B}{U_{B2}} = r_t \end{aligned} \quad (3.4)$$

r_t denota la relación de transformación para el transformador trifásico (que coincide con la relación de transformación de sus unidades monofásicas por estar conectado el transformador en estrella-estrella).

El valor reducido de las tensiones de alimentación coincide con el valor real por estar en el primario del transformador.

Si llamamos X_{TR} a la reactancia de cortocircuito de cada unidad monofásica y se desprecia R_{TR} (en la base de reducción al primario), se tiene

$$X_{TR} = \varepsilon_{cc} \frac{(U_{N1}/\sqrt{3})^2}{S_N/3} = \varepsilon_{cc} \frac{U_{N1}^2}{S_N} \quad (3.5)$$

La reactancia total (o efectiva) por fase en el lado de alterna del convertidor será $X_N = X_{TR} + X_L$, donde X_L denota la impedancia Thevenin de la red (nótese que el valor reducido de X_L coincide con su valor real, por estar en el primario del transformador).

El valor reducido al primario para la intensidad y la tensión del lado de continua se obtiene a partir del valor real del siguiente modo

$$I_D \equiv I_{D, reducido} = \frac{I_{D, real}}{I_{B2}} = \frac{I_{D, real}}{r_t} \quad (3.6)$$

$$U_D \equiv U_{D, reducido} = \frac{U_{D, real}}{U_{B2}} = \frac{U_{D, real}}{1/r_t} = r_t U_{D, real} \quad (3.7)$$

Por tanto, el esquema equivalente es el de la figura 3.2.1.

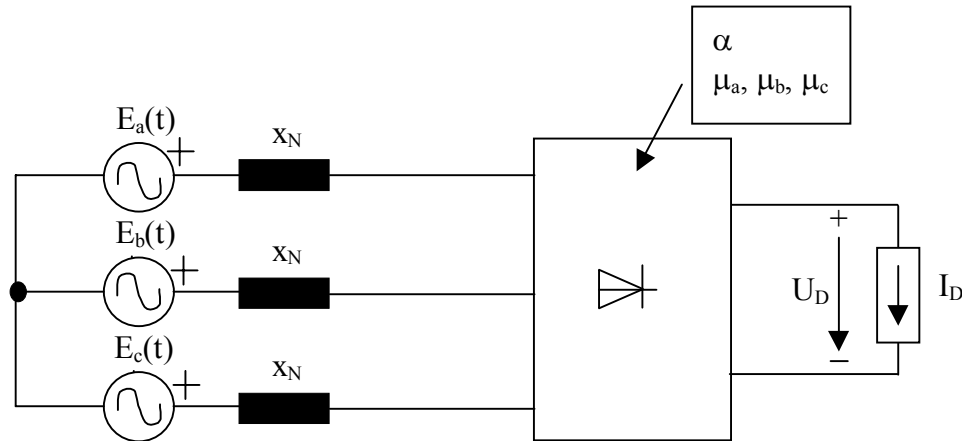


Figura 3.2.1. Esquema equivalente (reducido al primario).

3.2.2 Valores normalizados

Siguiendo el análisis realizado en la referencia [11], una vez se ha realizado la reducción (al primario) debido a la presencia del transformador, se realiza una segunda normalización. Como ya se ha mencionado, el objetivo de esta segunda normalización es conseguir que dos conjuntos distintos de parámetros normalizados del convertidor den lugar a puntos de funcionamiento distintos.

$$e_f = \frac{E_f}{U_{ref} / \sqrt{3}} \quad (f = a, b, c) \quad e_{fh} = \frac{E_{fh}}{U_{ref}} \quad (fh = ba, ac, cb) \quad (3.8)$$

$$u_D = \frac{U_D}{2.34 (U_{ref} / \sqrt{3})}, \quad x_N = \frac{X_N}{R_{ref}} \quad \text{con} \quad R_{ref} = \frac{U_{ref} / \sqrt{3}}{I_D}$$

La tensión U_{ref} es un valor base (o de referencia, que se puede elegir de manera arbitraria) para las tensiones compuestas de la alimentación. En el caso particular de alimentación equilibrada, si se toma $U_{ref} = \sqrt{3}E$ (siendo E la tensión fase-neutro de la alimentación), entonces se tendría $e_{fh} = 1$.

Como se verá, los cálculos de este capítulo 3 (cálculo del punto de funcionamiento, cálculo de los armónicos de intensidad) se realizarán con los valores reducidos al primario (es

decir, sin la segunda normalización). Una vez obtenido el resultado, se verá que éste sólo depende de los valores normalizados (según la segunda reducción) y del valor I_D (recuérdese que I_D denota el valor reducido a primario de la intensidad del lado de continua del convertidor).

Nótese que los valores E_f (o bien E_{fh}), U_D , X_N quedan completamente determinados a partir de los valores e_f (o bien e_{fh}), u_D , x_N , I_D .

En resumen, a lo largo de todo el capítulo 3, se consideran conocidas las siguientes magnitudes,

- módulos (E_a, E_b, E_c o bien E_{ac}, E_{ba}, E_{cb}) y fases ($\theta_a, \theta_b, \theta_c$ o bien $\theta_{ac}, \theta_{ba}, \theta_{cb}$) de la tensión de alimentación
- reactancia X_N del lado de alterna
- valor medio de la tensión del lado de continua, U_D
- intensidad I_D del lado de continua

Por tanto, los correspondientes valores normalizados u_D , x_N y e_{fh} o bien e_f quedan completamente determinados, es decir, serán también **datos**.

El objetivo de la sección 3.3 es calcular el punto de funcionamiento del convertidor, es decir, calcular los valores α , μ_a , μ_b , μ_c a partir de E_f (o bien E_{fh}), U_D , X_N , I_D y se verá que dichos valores α , μ_a , μ_b , μ_c sólo dependen de e_f (o bien e_{fh}), u_D , x_N . Después, una vez caracterizado el punto de funcionamiento del convertidor, a lo largo de la sección 3.4 se procederá al cálculo de los armónicos de intensidad producidos por el dispositivo.

3.3 Cálculo del punto de funcionamiento

Se desea caracterizar el punto de funcionamiento del dispositivo, es decir, se parte del conocimiento de $E_{ac}, E_{ba}, E_{cb}, \theta_{ac}, \theta_{ba}, \theta_{cb}, X_N, U_D, I_D$ (datos en valor real), y el objetivo es calcular α , μ_a , μ_b , μ_c . Se verá que el punto de funcionamiento sólo depende de $e_{ac}, e_{ba}, e_{cb}, \theta_{ac}, \theta_{ba}, \theta_{cb}, x_N, u_D$.

Para la obtención del ángulo de disparo en condiciones desequilibradas es necesario conocer el valor medio de la tensión en el lado de continua en cada uno de los intervalos que constituyen un periodo.

Las ondas de intensidad en este capítulo 3 son las de la figura 1.2.4 pero sin la simetría de 120° . Los seis intervalos que constituyen el primer semiperiodo son los siguientes

$$\begin{aligned}
 \omega t_1 &= -\theta_{ac} - \frac{\pi}{2} + \alpha & \omega t_2 &= -\theta_{ac} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_a \\
 \omega t_3 &= -\theta_{cb} - \frac{3\pi}{2} + \alpha & \omega t_4 &= -\theta_{cb} - \frac{3\pi}{2} + \alpha + \mu_c \\
 \omega t_5 &= -\theta_{ba} - \frac{\pi}{2} + \alpha & \omega t_6 &= -\theta_{ba} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_b \\
 \omega t_7 &= \omega t_1 + \pi
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

A continuación se da el valor de la tensión del lado de continua para cada intervalo.

$$\begin{aligned}
 [\omega t_1, \omega t_2] &\Rightarrow U_D = \frac{E_a + E_c}{2} - E_b \\
 [\omega t_2, \omega t_3] &\Rightarrow U_D = E_{ab} \\
 [\omega t_3, \omega t_4] &\Rightarrow U_D = -\frac{E_c + E_b}{2} + E_a \\
 [\omega t_4, \omega t_5] &\Rightarrow U_D = E_{ac} \\
 [\omega t_5, \omega t_6] &\Rightarrow U_D = \frac{E_a + E_b}{2} - E_c \\
 [\omega t_6, \omega t_7] &\Rightarrow U_D = E_{bc}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Estos valores en cada intervalo se obtienen de manera inmediata al examinar los circuitos correspondientes (véase la sección 2.2). Recuérdese que U_D es el valor reducido al primario de la tensión del lado de continua del convertidor (véase figura 3.2.1).

Entonces (por definición de valor medio), se tiene

$$\begin{aligned}
 \langle U_D \rangle &= \frac{2}{T} \left(\int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{E_a + E_c}{2} - E_b \right) dt + \int_{t_2}^{t_3} E_{ab} dt + \right. \\
 &\left. + \int_{t_3}^{t_4} \left(-\frac{E_c + E_b}{2} + E_a \right) dt + \int_{t_4}^{t_5} E_{ac} dt + \int_{t_5}^{t_6} \left(\frac{E_a + E_b}{2} - E_c \right) dt + \int_{t_6}^{t_7} E_{bc} dt \right)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

que se puede escribir como

$$U_D = \frac{2}{T} \left(\int_{t_1}^{t_3} E_{AB} dt - \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_{AC}}{2} dt + \int_{t_3}^{t_5} E_{AC} dt - \int_{t_3}^{t_4} \frac{E_{BC}}{2} dt + \int_{t_5}^{t_7} E_{BC} dt - \int_{t_5}^{t_6} \frac{E_{BA}}{2} dt \right) \tag{3.12}$$

Realizando las integrales, se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
 U_D + \frac{3}{\pi} X_N \cdot I_D = & -\frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \cos \alpha \cdot (E_{ba} \cos(-\theta_{cb} + \theta_{ba}) + \\
 & + E_{ba} \cos(-\theta_{ac} + \theta_{ba}) + E_{ac} \cos(-\theta_{ba} + \theta_{ac}) + \\
 & + E_{ac} \cos(-\theta_{cb} + \theta_{ac}) + E_{cb} \cos(-\theta_{ac} + \theta_{cb}) + E_{cb} \cos(-\theta_{ba} + \theta_{cb}))
 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Utilizando los valores normalizados, se obtiene

$$\cos \alpha = \frac{u_D + \frac{x_N}{\sqrt{6}}}{-\frac{1}{3} \sum_{f=a,b,c} e_{fg} (\cos(\theta_{fg} - \theta_{hf}) + \cos(\theta_{fg} - \theta_{gh}))} \quad (3.14)$$

g,h son las fases correspondientes a la secuencia acbacb... (por ejemplo, si $f=a$, entonces $g=c$ y $h=b$).

Una vez encontrada la expresión para el ángulo de disparo, nos proponemos encontrar las expresiones para los ángulos de conmutación. Se presentan los cálculos para la fase a.

En la figura 3.3.1 se presentan los intervalos de conmutación (para la fase a). Los extremos de estos intervalos de conmutación se presentan en la figura 3.3.1 (se obtienen a partir de la figura 1.2.4).

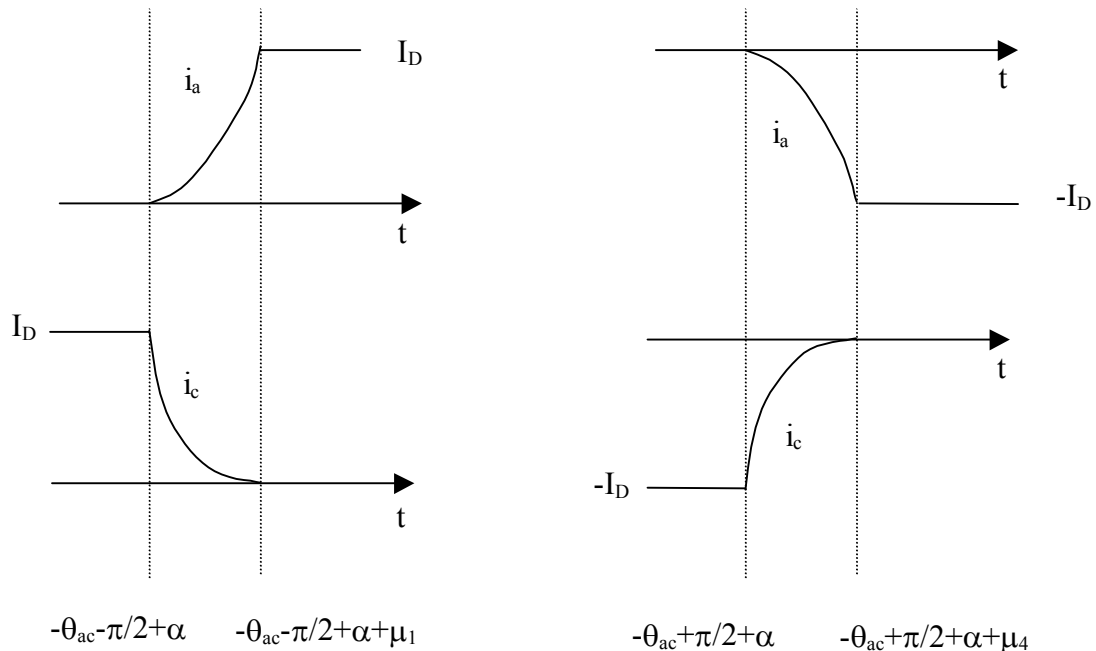


Figura 3.3.1 Intervalos de conmutación para la fase a.

Estos dos intervalos de conmutación son los intervalos 1 y 7 de la sección 2.2. En la figura 3.3.2 se presenta la topología correspondiente a los intervalos 1 y 7 (se obtiene a partir de la figura 2.2.1 sustituyendo el lado de continua por una fuente de intensidad).

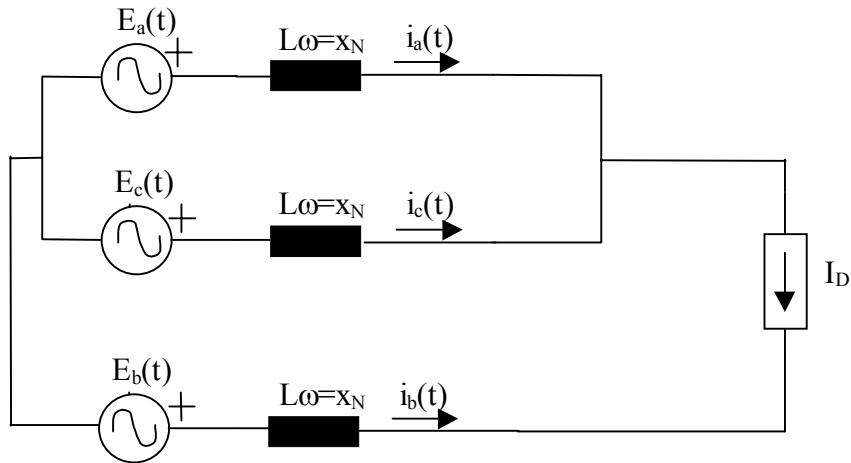


Figura 3.3.2. Esquema equivalente en intervalos de conmutación 1 y 7 (para fase a).

A partir de la correspondiente ecuación diferencial (junto con sus condiciones iniciales) se determinan las anchuras de conmutación ($X_N=L\omega$).

$$E_{ac}(t) = 2L \frac{di_a}{dt} \rightarrow i_a(\omega t) = \frac{\sqrt{2}E_{ac}}{2L\omega} (\sin(\omega t + \theta_{ac}) - \cos \alpha) \quad (3.15)$$

Imponiendo la condición de continuidad, se obtiene la siguiente relación

$$i_a(\omega t = -\theta_{ac} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_1) = I_D \Rightarrow I_D = \frac{\sqrt{2}E_{ac}}{2L\omega} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_1)) \quad (3.16)$$

De manera análoga, para el intervalo 7 se obtiene

$$I_D = \frac{\sqrt{2}E_{ac}}{2L\omega} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_4)) \quad (3.17)$$

Por tanto, queda demostrado $\mu_1 = \mu_4 = \mu_a$.

Para las fases b y c se obtienen (de manera análoga a como se han obtenido para la fase a) las siguientes relaciones,

$$\begin{aligned}
 I_D &= \frac{\sqrt{2}E_{ba}}{2LW} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_2)) = \frac{\sqrt{2}E_{ba}}{2LW} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_5)) \\
 I_D &= \frac{\sqrt{2}E_{cb}}{2LW} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_3)) = \frac{\sqrt{2}E_{cb}}{2LW} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_6))
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Por tanto, queda demostrado $\mu_2 = \mu_5 = \mu_b$ y $\mu_3 = \mu_6 = \mu_c$.

Utilizando los valores normalizados introducidos en la sección 3.2, estas expresiones quedan del siguiente modo (los cálculos se presentan en Ap. 2.1)

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_f) = \frac{2X_N I_D}{\sqrt{2} E_{fh}} = \frac{2x_N}{\sqrt{6} e_{fh}}, \quad f = a, b, c \tag{3.19}$$

h queda determinada por la secuencia $acbacb\dots$ (por ejemplo, si $f=a$, entonces $fh=ac$).

Nótese que la expresión para $\cos \alpha$ en (3.14) y la diferencia $\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_f)$ en (3.19) sólo depende de valores normalizados.

En **resumen**, considerando la alimentación desequilibrada, las expresiones para obtener el ángulo de disparo α y los ángulos de conmutación μ_1, \dots, μ_6 que caracterizan el punto de funcionamiento del convertidor son

$$\cos \alpha = \frac{u_D + \frac{x_N}{\sqrt{6}}}{-\frac{1}{3} \sum_{f=a,b,c} e_{fg} (\cos(\theta_{fg} - \theta_{hf}) + \cos(\theta_{fg} - \theta_{gh}))} \equiv \frac{a}{b} \tag{3.20}$$

$$\mu_f = -\alpha + \arccos\left(\frac{a}{b} - \frac{2x_N}{\sqrt{6} e_{fh}}\right), \quad f = a, b, c$$

g, h (en el sumatorio de la primera expresión de (3.20)), y h en la segunda expresión quedan determinados por la secuencia $acbacb\dots$.

Como caso particular, cuando la alimentación es equilibrada y se toma como U_{ref} la tensión de línea de la alimentación, es decir, $e_{FH}=1$, las anteriores expresiones se transforman en las conocidas (véase [15])

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha &= u_D + \frac{x_N}{\sqrt{6}} \\
 \mu &= \mu_a = \mu_b = \mu_c = -\alpha + \arccos\left(u_D - \frac{x_N}{\sqrt{6}}\right)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

3.4 Modelos propuestos para el cálculo de los armónicos de intensidad

Una vez caracterizado el punto de funcionamiento del convertidor, serán conocidas las intensidades consumidas por el dispositivo y se podrán determinar los armónicos que inyecta a la red.

Siempre manteniendo las hipótesis presentadas en la sección 3.2, se presentarán seis modelos para el cálculo de los armónicos de intensidad (véase fig. 3.4.1).

- Modelos IDB/IDU: modelos de conmutación instantánea
- Modelos ACB/ACU: modelos aproximados de conmutación no instantánea
- Modelos CB/CU: modelos exactos de conmutación no instantánea

En todos los modelos, la última letra B (Balanced) o bien U (Unbalanced) designa si la alimentación se supone equilibrada o bien desequilibrada.

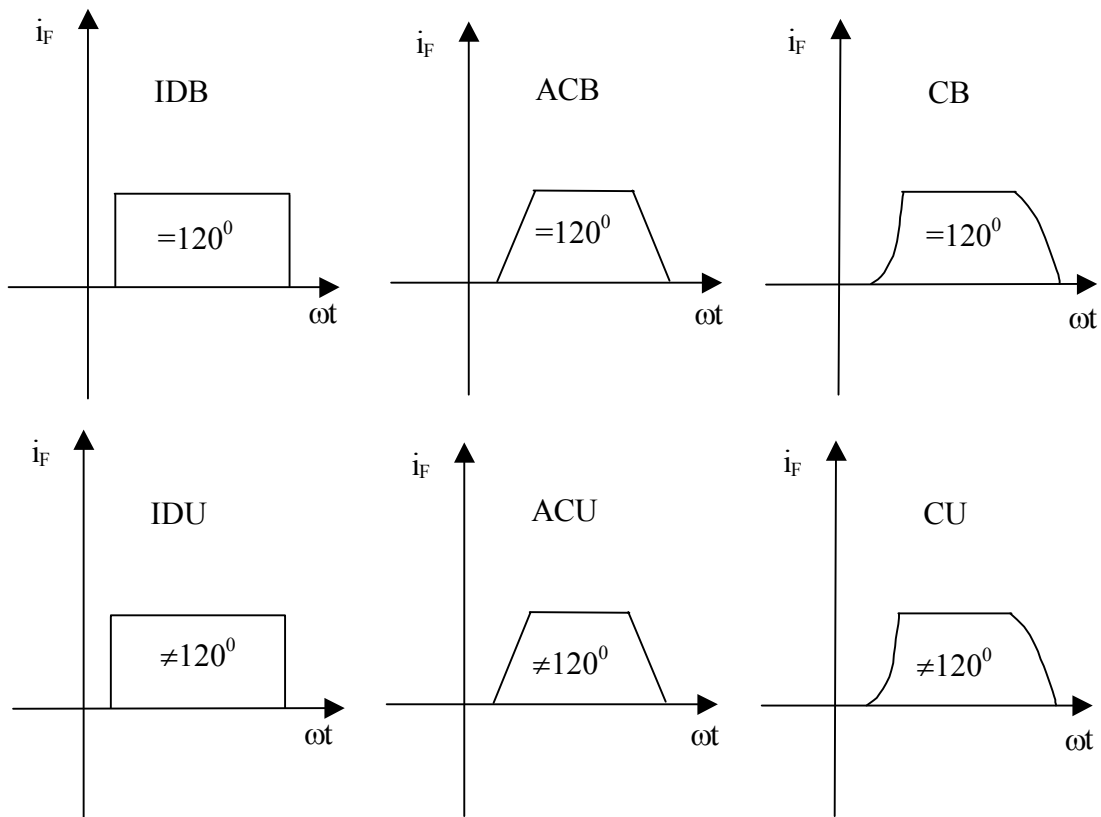


Figura 3.4.1. Modelos propuestos para el cálculo de los armónicos de intensidad.

Los modelos en condiciones equilibradas (IDB, ACB y CB) ya han sido desarrollados en la bibliografía [11], mientras que los correspondientes a condiciones desequilibradas (IDU, ACU y CU), según expresiones (3.1) y (3.2), constituyen una de las aportaciones de la tesis.

En las siguientes subsecciones se presentan los cálculos de los armónicos de intensidad para cada uno de estos modelos. En todos ellos, la onda de intensidad presentará simetría de semionda (esto es, $i_f(wt) = -i_f(w(t + T/2)) = -i_f(wt + \pi)$, $f = a, b, c$), por tanto, las fórmulas que proporcionan los armónicos son las siguientes

$$\begin{aligned}
 a_0^f &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^f(wt) d(wt) = 0, \text{ (valor medio nulo)} \\
 a_k^f &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i^f(wt) \cdot \cos(kwt) d(wt) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i^f(wt) \cdot \cos(kwt) d(wt), & \text{k impares} \\ 0, & \text{k pares} \end{cases} \\
 b_k^f &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i^f(wt) \cdot \sin(kwt) d(wt) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i^f(wt) \cdot \sin(kwt) d(wt), & \text{k impares} \\ 0, & \text{k pares} \end{cases} \\
 f &= a, b, c
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Entonces, la expresión temporal de la intensidad se obtiene según la expresión,

$$i_f(wt) = \sum_k \sqrt{2} I_k^f \cos(kwt + \beta_k^f) \Leftrightarrow \underline{I}_k^f = I_k^f \angle \beta_k^f = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_k^f - j b_k^f) \tag{3.23}$$

La bondad de los modelos estudiados y su posible rango de aplicación se estudian posteriormente en la sección 3.5.

3.4.1 Modelo IDU

Según figura (3.2.1), el modelo a analizar corresponde a las siguientes condiciones,

- Tensiones de alimentación desequilibradas según expresiones (3.1) y (3.2).
- Reactancia del lado de alterna nula, $X_N = 0$.

En resumen, los datos son $\{E_a(t), E_b(t), E_c(t), U_D, X_N = 0, I_D\}$ (con las tensiones dadas por (3.2.1)), los correspondientes valores normalizados serán $\{e_{FH}, u_D, x_N = 0\}$. El ángulo de disparo α queda determinado por (3.20), y $\mu_a = \mu_b = \mu_c = 0$ (también según (3.20), pues $x_N = 0$).

Así, la intensidad consumida por el dispositivo según esta modelización se presenta en la figura (3.4.2) (estas ondas de intensidad se obtienen de la figura 1.3.2 pero sin la simetría de 120°).

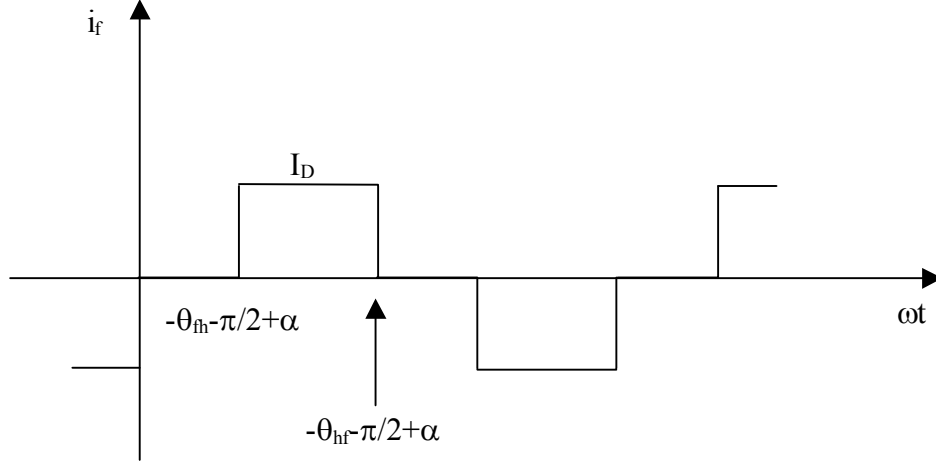


Fig. 3.4.2. Onda de intensidad para el modelo IDU (fase f, f=a,b,c).

A partir de las expresiones (3.22), y considerando la intensidad de la figura (3.4.2), se determinan los armónicos de intensidad que el convertidor inyecta en la red,

$$\begin{aligned}
 a_k^f &= \frac{2}{\pi} \int_{-\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha}^{-\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \pi} I_D \cdot \cos(k\omega t) d(\omega t) = \\
 &= \frac{2I_D}{\pi k} \left(\sin\left(k\left(\alpha - \theta_{hf}\right) - k\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(k\left(\alpha - \theta_{fh}\right) - k\frac{\pi}{2}\right) \right) = \quad (3.24a) \\
 &= \frac{2I_D}{\pi k} \eta_k (\cos(k(\alpha - \theta_{fh})) - \cos(k(\alpha - \theta_{hf})))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_k^f &= \frac{2}{\pi} \int_{-\theta_{fh} - \frac{\pi}{2} + \alpha}^{-\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha} I_D \cdot \cos(k\omega t) d(\omega t) = \\
 &= \frac{2I_D}{\pi k} \left(\cos\left(k\left(\alpha - \theta_{fh}\right) - k\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(k\left(\alpha - \theta_{hf}\right) - k\frac{\pi}{2}\right) \right) = \quad (3.24b) \\
 &= \frac{2I_D}{\pi k} \eta_k (\sin(k(\alpha - \theta_{fh})) - \sin(k(\alpha - \theta_{hf})))
 \end{aligned}$$

$f=a,b,c$, y h es la fase correspondiente a la secuencia $acbacb\dots$.

$$\eta_k = \begin{cases} +1 & \text{si } k = 4n + 1 \quad (n = 0,1,2\dots \Rightarrow k = 1,5,9,\dots) \\ 0 & \text{si } k = 2n \quad (n = 1,2\dots \Rightarrow k = 2,4,\dots) \\ -1 & \text{si } k = 4n - 1 \quad (n = 1,2\dots \Rightarrow k = 3,7,11,\dots) \end{cases} \quad (3.25)$$

Obsérvese que la onda de intensidad sólo depende de I_D y de los parámetros del punto de funcionamiento.

Entonces, de manera inmediata se tiene

$$I_k^f = \frac{2 I_D}{\pi k} \sqrt{1 - \cos(k(\theta_{hf} - \theta_{fh}))} \quad k = 2n - 1 \quad (n = 1,2,3,\dots)$$

$$\frac{I_k^f}{I_1^f} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{1 - \cos(k(\theta_{hf} - \theta_{fh}))}{1 - \cos(\theta_{hf} - \theta_{fh})}} \quad k = 2n - 1 \quad (3.26)$$

En el apéndice 2 se encuentra el cálculo explícito de todo lo presentado anteriormente.

La expresión (3.26) se convierte en la conocida relación $I_k^f = 0.78 \frac{I_D}{k}$, $k = 6n \pm 1$ cuando la alimentación es equilibrada (véase (3.4.4)).

3.4.2 Modelo ACU

Según figura 3.2.1, el modelo a analizar corresponde a las siguientes condiciones,

- Tensiones de alimentación desequilibradas, según expresiones (3.1) y (3.2).
- Reactancia del lado de alterna $X_N \neq 0$.

En resumen, los datos son $\{E_a(t), E_b(t), E_c(t), U_D, X_N, I_D\}$ (con las tensiones dadas por (3.2.1)), los correspondientes valores normalizados serán $\{e_{FH}, u_D, x_N\}$. El ángulo de disparo α y las anchuras de conmutación μ_a, μ_b, μ_c quedan determinados por (3.20), nótese que en este modelo se tiene, en general, $\mu_a \neq \mu_b \neq \mu_c$.

En el modelo ACU, las conmutaciones se aproximan de forma lineal, de modo que la intensidad consumida por el dispositivo es la de la figura (3.4.3).

Así, la expresión, en forma compacta, para la intensidad de la fase f ($f=a,b,c$) es,

$$i_f(t) = \begin{cases} \frac{I_D}{\mu_f} (\theta_{fh} + \frac{\pi}{2} - \alpha + wt), & -\theta_{fh} - \frac{\pi}{2} + \alpha \leq wt \leq -\theta_{fh} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_f \\ I_D, & -\theta_{fh} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_f \leq wt \leq -\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha \\ \frac{I_D}{\mu_h} (-\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_h - wt), & -\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha \leq wt \leq -\theta_{hf} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_h \end{cases} \quad (3.27)$$

h se define según la secuencia $acbacb\dots$.

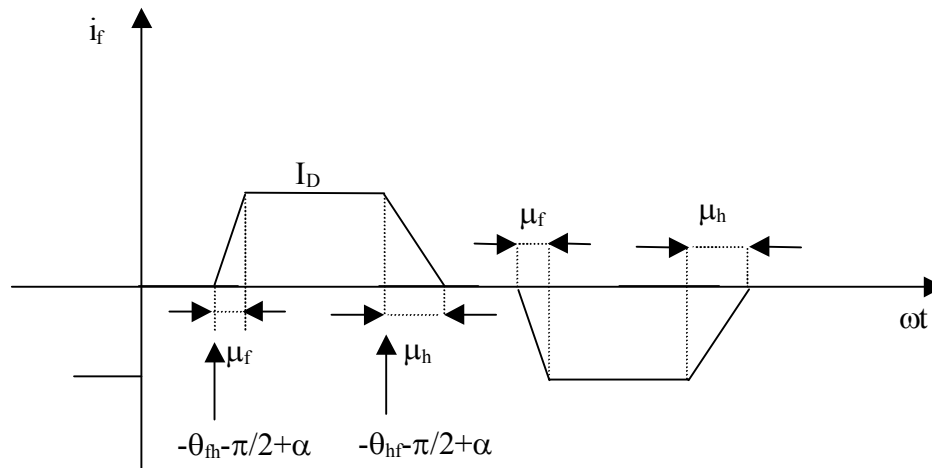


Figura 3.4.3. Onda de intensidad para el modelo ACU (fase $f, f=a,b,c$).

La expresión (3.27) es una fórmula compacta que describe perfectamente $i_a(t)$ y $i_b(t)$ pero que falla para los extremos del tramo central (de valor I_D) y del flanco de bajada para la intensidad $i_c(t)$. Las expresiones correctas para los extremos de estos dos tramos son

$$\begin{aligned} -\theta_{cb} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_c \leq wt \leq -\theta_{ac} + \frac{3\pi}{2} + \alpha & \quad (\text{tramo central}) \\ -\theta_{ac} + \frac{3\pi}{2} + \alpha \leq wt \leq -\theta_{ac} + \frac{3\pi}{2} + \alpha + \mu_a & \quad (\text{flanco de bajada}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

No obstante, los desarrollos de Fourier que se dan a continuación son válidos (ver comentario correspondiente en el Ap. 2.4) para las tres fases (incluida la fase c).

A partir de las expresiones (3.27) (y teniendo en cuenta (3.22)) se determinan los armónicos de intensidad que el convertidor inyecta en la red,

$$\begin{aligned}
 a_k^f &= \frac{4I_D}{\pi k^2} \eta_k \left(\frac{1}{\mu_f} \cos(k(-\theta_{fh} + \alpha + \frac{\mu_f}{2})) \cdot \sin(k \frac{\mu_f}{2}) - \frac{1}{\mu_h} \cos(k(-\theta_{hf} + \alpha + \frac{\mu_h}{2})) \cdot \sin(k \frac{\mu_h}{2}) \right) \\
 b_k^f &= \frac{4I_D}{\pi k^2} \eta_k \left(\frac{1}{\mu_f} \sin(k(-\theta_{fh} + \alpha + \frac{\mu_f}{2})) \cdot \sin(k \frac{\mu_f}{2}) - \frac{1}{\mu_h} \sin(k(-\theta_{hf} + \alpha + \frac{\mu_h}{2})) \cdot \sin(k \frac{\mu_h}{2}) \right) \\
 \eta_k &= \begin{cases} +1 & \text{si } k = 4n + 1 \quad (n = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow k = 1, 5, 9, \dots) \\ 0 & \text{si } k = 2n \quad (n = 1, 2, \dots \Rightarrow k = 2, 4, \dots) \\ -1 & \text{si } k = 4n - 1 \quad (n = 1, 2, \dots \Rightarrow k = 3, 7, 11, \dots) \end{cases} \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Lo cual da lugar a la siguiente expresión para el módulo de los armónicos,

$$\begin{cases} k \text{ impar} \Rightarrow I_k^f = 2\sqrt{2} \left(\frac{I_D}{\pi k^2} \right) \left(\frac{1}{\mu_f^2} \cdot \sin^2(k \frac{\mu_f}{2}) + \frac{1}{\mu_h^2} \cdot \sin^2(k \frac{\mu_h}{2}) - \right. \\ \left. - 2 \frac{1}{\mu_f \mu_h} \sin(k \frac{\mu_f}{2}) \cdot \sin(k \frac{\mu_h}{2}) \cos(k(-\theta_{fh} + \theta_{hf} + \frac{\mu_f - \mu_h}{2})) \right)^{1/2} \\ k \text{ par} \Rightarrow I_k^f = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Obsérvese que estos armónicos sólo dependen de I_D , de los parámetros del punto de funcionamiento y de θ_{fh} .

En el apéndice 2 se encuentra el cálculo explícito de todo lo presentado anteriormente.

3.4.3 Modelo CU

Según figura 3.2.1, el modelo a analizar corresponde a las siguientes condiciones,

- Tensiones de alimentación desequilibradas, según expresiones (3.1) y (3.2).
- Reactancia del lado de alterna $X_N \neq 0$.

Los datos son $\{E_A(t), E_B(t), E_C(t), U_D, X_N, I_D\}$ (con las tensiones dadas por (3.2.1)), los correspondientes valores normalizados serán $\{e_{FH}, u_D, x_N\}$. El ángulo de disparo α y las anchuras de conmutación μ_a, μ_b, μ_c quedan determinados por (3.20), nótese que en este modelo se tiene, en general, $\mu_a \neq \mu_b \neq \mu_c$. La diferencia con respecto al modelo ACU es que en CU se tratan de manera exacta los intervalos de conmutación.

Por tanto, para el modelo CU, las ondas de intensidad son las de la figura 1.2.4, pero sin la simetría de 120° . La expresión, en forma compacta, para la intensidad de la fase f ($f=a, b, c$) es,

$$\left\{ \begin{array}{l} i_f(t) = I_D \frac{\cos \alpha - \cos\left(\omega t + \theta_{fh} + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_f)}, \quad -\frac{\pi}{2} - \theta_{fh} + \alpha \leq \omega t \leq -\frac{\pi}{2} - \theta_{fh} + \alpha + \mu_f \\ i_f(t) = I_D, \quad -\frac{\pi}{2} - \theta_{fh} + \alpha + \mu_f \leq \omega t \leq -\frac{\pi}{2} - \theta_{hf} + \alpha \\ i_f(t) = I_D \left(1 - \frac{\cos \alpha - \cos\left(\omega t + \theta_{hf} + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_g)}\right), \quad -\frac{\pi}{2} - \theta_{hf} + \alpha \leq \omega t \leq -\frac{\pi}{2} - \theta_{hf} + \alpha + \mu_g \end{array} \right. \quad (3.31)$$

h se define con respecto a la secuencia $acbacb\dots$, y g se define con respecto a la secuencia $abcabc\dots$ (es decir, $f=a \Rightarrow g=b$, $f=b \Rightarrow g=c$, $f=c \Rightarrow g=a$).

Aquí hay que hacer una observación análoga a la que ya se hizo para el modelo ACU: la expresión anterior es una fórmula compacta que describe perfectamente las intensidades $i_a(t)$ y $i_b(t)$, pero que falla para los extremos del tramo central (de valor I_D) y del flanco de bajada para la intensidad $i_c(t)$. Las expresiones correctas para los extremos de estos dos tramos son las siguientes

$$\begin{aligned} -\theta_{cb} - \frac{\pi}{2} + \alpha + \mu_c \leq \omega t \leq -\theta_{ac} + \frac{3\pi}{2} + \alpha & \quad (\text{tramo central}) \\ -\theta_{ac} + \frac{3\pi}{2} + \alpha \leq \omega t \leq -\theta_{ac} + \frac{3\pi}{2} + \alpha + \mu_a & \quad (\text{flanco de bajada}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

(es decir, $-\frac{\pi}{2}$ queda sustituido por $\frac{3\pi}{2}$ en tres sitios).

No obstante, los desarrollos de Fourier que se dan a continuación son válidos (ver comentario correspondiente en el Ap. 2.4) para las tres fases (incluida la fase c).

A partir de las expresiones (3.31) (y teniendo en cuenta (3.22)) se determinan los armónicos de intensidad que el convertidor inyecta en la red,

$$a_k^f = b_k^f = 0, \quad \text{para } k \text{ par (debido a la simetría de semionda).}$$

Para $k=3,5,7,\dots$ (es decir, k impar y distinto de 1) se llega al siguiente resultado,

$$\begin{aligned}
 a_k^F &= -\frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{1-k^2} [\cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) \sin(\alpha + \mu_F) + \\
 &+ k \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) \cos(\alpha + \mu_F) - \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha)) \sin \alpha - \\
 &+ k \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha)) \cos \alpha] + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{1-k^2} [\cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_{GF})) \sin(\alpha + \mu_G) - \\
 &- k \sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_{GF})) \cos(\alpha + \mu_G) - \cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) \sin \alpha + \\
 &+ k \sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) \cos \alpha] + \\
 &+ \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{k} [\sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) - \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha))] - \\
 &- \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos(\alpha + \mu_G)}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{k} [\sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_G)) - \sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha))] + \\
 &+ \frac{2}{\pi} I_D \frac{1}{k} [\sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) - \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F))] \\
 \\
 b_k^F &= -\frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{1-k^2} [\sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) \sin(\alpha + \mu_F) + \\
 &+ k \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) \cos(\alpha + \mu_F) - \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha)) \sin \alpha - \\
 &- k \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha)) \cos \alpha] + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{1-k^2} [\sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_{GF})) \sin(\alpha + \mu_G) + \\
 &+ k \cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_{GF})) \cos(\alpha + \mu_G) - \sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) \sin \alpha - \\
 &- k \cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) \cos \alpha] - \\
 &- \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{k} [\cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) - \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha))] + \\
 &+ \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos(\alpha + \mu_G)}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{k} [\cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_G)) - \cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha))] - \\
 &- \frac{2}{\pi} I_D \frac{1}{k} [\cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) - \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F))]
 \end{aligned}$$

Para $k=1$ se obtiene la siguiente expresión,

$$\begin{aligned}
 a_1^F = & -\frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{2} \left(-\sin(\theta_{FH}) \mu_F - \frac{1}{2} \cos(-\theta_{FH} + 2\alpha + \mu_F) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \cos(-\theta_{FH} + 2\alpha) \right) + \\
 & + \frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \left(-\frac{1}{2} \sin(\theta_{HF}) \mu_G - \frac{1}{4} \cos(-\theta_{HF} + 2\alpha + \mu_G) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} \cos(-\theta_{HF} + 2\alpha) \right) \\
 & + \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{k} [\sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) - \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha))] - \\
 & - \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos(\alpha + \mu_G)}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{k} [\sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_G)) - \sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha))] + \\
 & + \frac{2}{\pi} I_D \frac{1}{k} [\sin(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) - \sin(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F))]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_1^F = & -\frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin(\theta_{FH} - 2\alpha - 2\mu_F) - \frac{1}{2} \sin(\theta_{FH} + 2\alpha) - \right. \\
 & \left. - \mu_F \cos(\theta_{FH}) \right) \\
 & + \frac{2}{\pi} \frac{I_D}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin(\theta_{HF} - 2\alpha - 2\mu_G) - \frac{1}{2} \sin(\theta_{HF} + 2\alpha) - \right. \\
 & \left. - \mu_G \cos(\theta_{HF}) \right) \\
 & - \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_F)} \frac{1}{k} [\cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F)) - \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha))] + \\
 & + \frac{2}{\pi} I_D \frac{\cos(\alpha + \mu_G)}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu_G)} \frac{1}{k} [\cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha + \mu_G)) - \cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha))] - \\
 & - \frac{2}{\pi} I_D \frac{1}{k} [\cos(k(-\theta_{HF} - \pi/2 + \alpha)) - \cos(k(-\theta_{FH} - \pi/2 + \alpha + \mu_F))]
 \end{aligned}$$

$$\text{Finalmente, } (I_k^F)_{CU} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(a_k^F)^2 + (b_k^F)^2}$$

Obsérvese que los armónicos de intensidad sólo dependen de I_D y de los parámetros del punto de funcionamiento.

En el apéndice 2 se encuentra el cálculo explícito de todo lo presentado anteriormente.

3.4.4 Modelos equilibrados

Las modelizaciones IDB, ACB y CB se deducen de sus correspondientes IDU, ACU y CU suponiendo la alimentación equilibrada, es decir,

$$\begin{aligned}
 E_a(t) &= \sqrt{2}E_a \cos(\omega t + \theta_a) \rightarrow \underline{E}_a = E_a \angle \theta_a \\
 E_b(t) &= \sqrt{2}E_b \cos(\omega t + \theta_a - \frac{2\pi}{3}) \rightarrow \underline{E}_b = E_b \angle \theta_a - \frac{2\pi}{3} \\
 E_c(t) &= \sqrt{2}E_c \cos(\omega t + \theta_a + \frac{2\pi}{3}) \rightarrow \underline{E}_c = E_c \angle \theta_a + \frac{2\pi}{3}
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Esta particularización lleva a expresiones ya conocidas en la literatura [11].

Las expresiones para los armónicos de intensidad para los modelos IDB, ACB, CB son las siguientes (los detalles de los cálculos se encuentran en el apéndice 2),

• Modelo IDB

$$\begin{aligned}
 I_k^f &= 0.78 \frac{I_D}{k}, \quad k = 6n \pm 1, \quad f = a, b, c \\
 I_k^f &= 0, \quad k \neq 6n \pm 1, \quad f = a, b, c
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

• Modelo ACB

$$\begin{aligned}
 I_k^f &= \frac{0.78 \cdot I_D}{k} \frac{\sin(k \frac{\mu}{2})}{k \frac{\mu}{2}}, \quad k = 6n \pm 1, \quad f = a, b, c \\
 I_k^f &= 0, \quad k \neq 6n \pm 1, \quad f = a, b, c
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

• Modelo CB

$$\begin{aligned}
 I_k^f &= \frac{0.78 \cdot I_D}{k} \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2 - 2 \cdot p \cdot q \cdot \cos(2\alpha + \mu)}}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)}, \quad k = 6n \pm 1, \quad f = a, b, c \\
 p_k &\equiv \frac{\sin((k-1)\frac{\mu}{2})}{k-1} & q_k &\equiv \frac{\sin((k+1)\frac{\mu}{2})}{k+1} \\
 I_k^f &= 0, \quad k = 6n \pm 1, \quad f = a, b, c
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

3.5 Zonas de validez (en el espacio de los parámetros) para los modelos propuestos.

Frente a los estudios más exactos y complejos existentes en la bibliografía en condiciones de desequilibrio [3,10,11,26], en las secciones anteriores se han presentado seis modelos aproximados para el cálculo de los armónicos de intensidad que un convertidor AC/DC de seis pulsos con alimentación desequilibrada inyecta en la red; los tres modelos correspondientes a condiciones equilibradas de alimentación (IDB, ACB y CB) ya son conocidos en la bibliografía [11], mientras que los otros tres correspondientes a condiciones desequilibradas (IDU, ACU y CU) han sido propuestos como novedad en la presente tesis. Estas fórmulas aproximadas obtenidas en las secciones precedentes permiten el cálculo rápido de los armónicos de corriente.

En el presente apartado, se pretende estudiar el lugar geométrico en el espacio de los parámetros que describen el convertidor donde son válidas dichas aproximaciones. Esto permitirá seleccionar el mejor método simplificado para la modelización del dispositivo, según el árbol de decisión presentado en la figura 3.5.1.

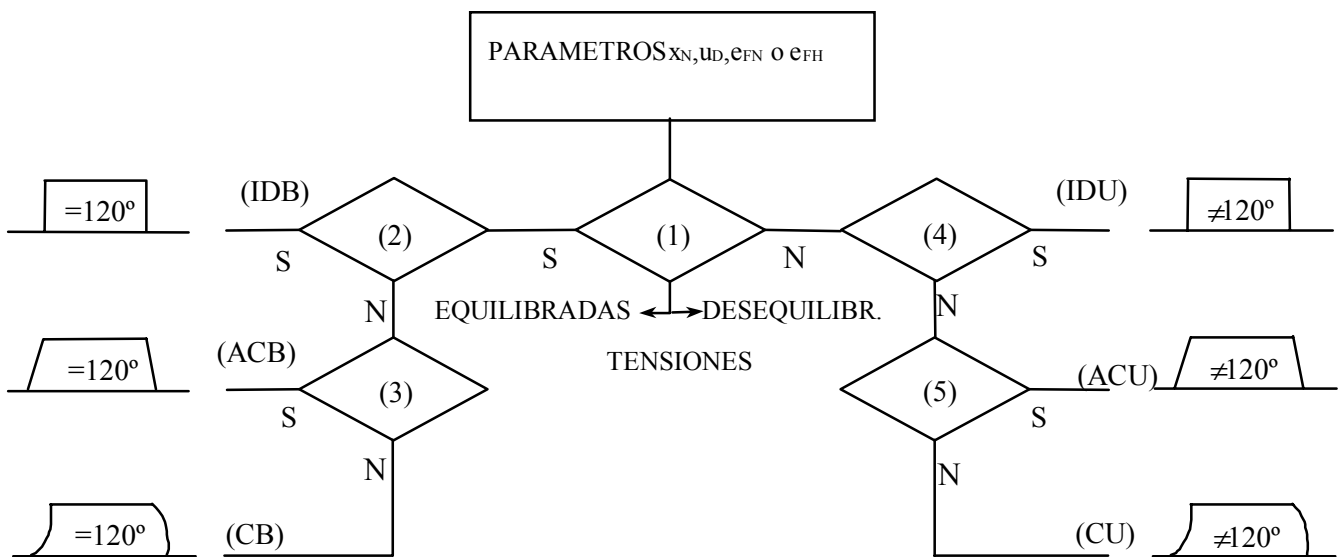


Fig. 3.5.1. Árbol de decisión.

La primera decisión corresponde a la consideración del rizado en la corriente del lado de continua. Aceptando que se puede despreciar el rizado (reactancia de alisado x_D suficientemente grande) y, por tanto, la carga en el lado de continua se puede modelizar como una fuente de corriente constante, I_D , se dispone de los seis modelos presentados para el cálculo de los armónicos de corriente. En este punto la siguiente decisión corresponde a la utilización de los modelos equilibrados o desequilibrados dependiendo del grado de asimetría que presenten las tensiones de alimentación del dispositivo. Finalmente, se debe decidir si los efectos de la conmutación deben ser tenidos en cuenta.

3.5.1 Selección del mejor método considerando ausencia de rizado

En la figura 3.5.1 se supone que no existe rizado en la corriente consumida por el dispositivo, o éste es suficientemente pequeño (es decir, reactancia de alisado x_D infinita o suficientemente grande). A partir de este supuesto se compararán las aproximaciones equilibradas $(I_k^F)_{IDB,ACB,CB}$, y desequilibradas $(I_k^F)_{IDU,ACU}$ con el modelo exacto, bajo la aceptación de no rizado, $(I_k^F)_{CU}$. Donde las expresiones de las intensidades armónicas para cada modelo ya han sido presentadas en las secciones precedentes.

El criterio adoptado para decidir si un determinado modelo es lo suficientemente válido para ser tomado como una buena aproximación del modelo exacto es el propuesto en [11], se exige

$$\begin{aligned} |(i_k^F)_{\text{modelo}} - (i_k^F)_{CU}| &\leq 0.02k \\ \text{con } (i_k^F)_{\text{modelo}} &= \frac{(I_k^F)_{\text{modelo}}}{(I_k^F)_{IDU}}, \quad (i_k^F)_{CU} = \frac{(I_k^F)_{CU}}{(I_k^F)_{IDU}} \\ \text{modelo} &= IDB, ACB, CB, IDU, ACU \end{aligned} \quad (3.37)$$

para $f=a,b,c$ **simultáneamente**.

La comparación anterior se realizará para diferentes valores de los parámetros normalizados que describen el comportamiento del convertidor

$$e_f (f = a, b, c) \quad \text{o} \quad e_{fh} (fh = ba, ac, cb), \quad u_D, \quad x_N \quad (3.38)$$

los cuales han sido presentados en las secciones precedentes y caracterizan de manera unívoca el convertidor (recuérdese que dos conjuntos de parámetros normalizados distintos dan lugar a dos puntos de funcionamiento distintos del convertidor, véase la sección 3.2).

De estos parámetros, e_F o e_{FH} , caracterizan el desequilibrio de las tensiones de alimentación y su consideración supone el trabajo con seis variables (correspondientes a las tres fases, módulo y ángulo), lo cual complica el estudio que se está realizando. Es por ello que, como primera aproximación, se considera que el desequilibrio está presente sólo en el módulo de una de las fases (por ejemplo, la fase a) [27]. Así, en valores reducidos y según lo presentado en [27], se consideran los siguientes valores (reducidos) para la alimentación

$$e_{an} \neq 1, \quad e_{bn} = e_{cn} = 1, \quad \theta_{bn} = \theta_{an} - 2\pi/3, \quad \theta_{cn} = \theta_{an} + 2\pi/3 \quad (3.39)$$

Para cada valor u_D , la desigualdad (3.37) permite dividir el plano (e_{AN}, x_N) en regiones en cada una de las cuales es válido (dentro del margen del 2% de error relativo) uno de los modelos presentados. Como ejemplo, en la figura 3.5.2, se presentan las zonas de validez para $u_D=0.65$ y los armónicos $k=5$ y $k=7$. En el capítulo de resultados se amplía el estudio.

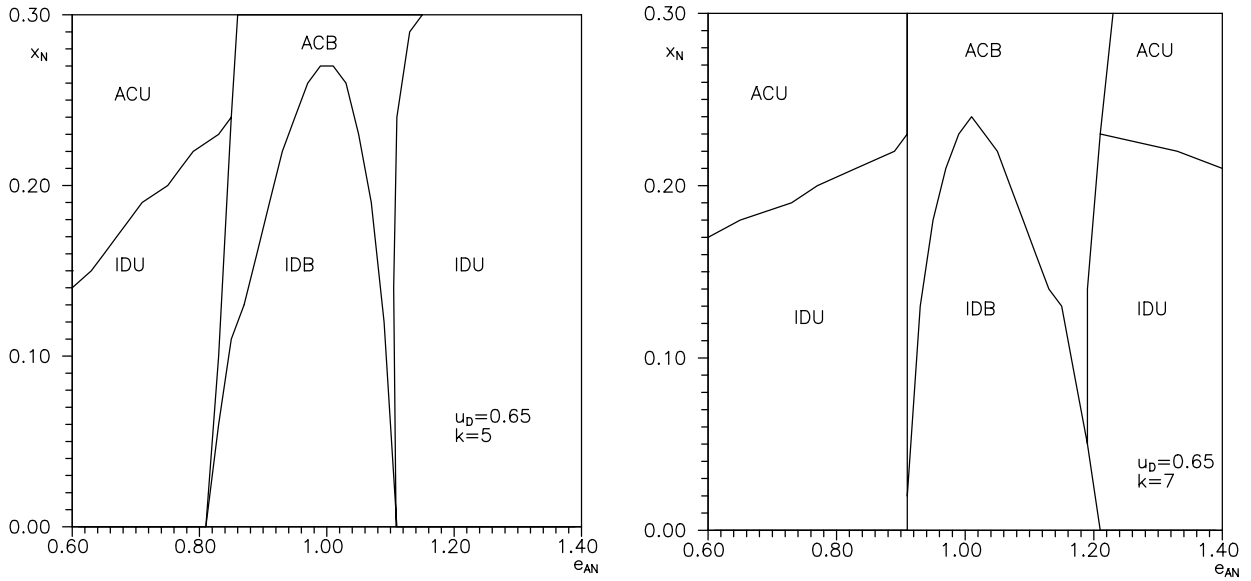


Figura 3.5.2. Regiones de validez para $u_D=0.65$ y los armónicos $k=5$ y $k=7$.

Para poder caracterizar correctamente el desequilibrio salvando la dificultad añadida de la representación gráfica de los resultados se recurre al factor de desequilibrio (aunque, como se verá más adelante, hay que tener cuidado con la interpretación de los resultados). La clave es introducir un nuevo parámetro complejo $\underline{m} \equiv m \angle \beta$ [11,12,18], definido como el cociente entre la componente de secuencia negativa (o inversa) y la componente de secuencia positiva (o directa) de la alimentación del convertidor,

$$\underline{m} = m \angle \beta = \frac{\underline{e}_{neg}}{\underline{e}_{pos}} \quad (3.40)$$

con

$$\begin{pmatrix} \underline{e}_{hom} \\ \underline{e}_{pos} \\ \underline{e}_{neg} \end{pmatrix} = F^{-1} \begin{pmatrix} \underline{e}_A \\ \underline{e}_B \\ \underline{e}_C \end{pmatrix}, \quad \text{con } F^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix}, \quad \text{con } a \equiv 1 \angle 120^\circ \quad (3.41)$$

Este factor constituye una medida del desequilibrio presente en la terna de tensiones que alimenta el convertidor. Nótese que $\underline{m} = 0$ es el caso particular que las tensiones sean equilibradas (ya que la componente de secuencia inversa es nula para este caso). A dos ternas de tensiones sencillas que den lugar a la misma terna de tensiones compuestas, les corresponde la misma \underline{m} [12].

No obstante, la utilización de este nuevo parámetro complejo \underline{m} requiere una puntualización importante. Se busca que dadas dos ternas distintas de tensiones de alimentación $\underline{e}_{ab}^{(1)}, \underline{e}_{bc}^{(1)}, \underline{e}_{ca}^{(1)}, \underline{e}_{ab}^{(2)}, \underline{e}_{bc}^{(2)}, \underline{e}_{ca}^{(2)}$, los correspondientes $\underline{m}^{(1)}, \underline{m}^{(2)}$ fueran también distintos (es decir, que la correspondencia entre las tensiones de alimentación y el valor de

\underline{m} sea una correspondencia uno a uno). Como veremos a continuación, para que esto sea así es necesario añadir una condición. Considérese el siguiente ejemplo.

Ejemplo: $u_D = 0.65, k = 5, x_N = 0.25$.

$$\begin{aligned} \underline{e}_{an}^{(1)} &= 0.8402 \angle -1.1987^0, \underline{e}_{bn}^{(1)} = 0.9018 \angle -123.67^0, \underline{e}_{cn}^{(1)} = 0.9018 \angle 116.33^0 \\ \underline{e}_{an}^{(2)} &= 0.9316 \angle -1.1987^0, \underline{e}_{bn}^{(2)} = 1 \angle -123.67^0, \underline{e}_{cn}^{(2)} = 1 \angle 116.33^0 \end{aligned}$$

Nótese que las tensiones (2) se obtienen a partir de las tensiones (1) multiplicando por 0.9018^{-1} . Por tanto, $\underline{m}^{(1)} = \underline{m}^{(2)} = \underline{m} = 0.0273 \angle 149.07^0$.

El modelo del convertidor para la alimentación (1) que cumple con la condición (3.37) es ACU. Pero el modelo para que se cumpla la condición (3.37) para la terna 2 resulta ser ACB (y no ACU). Es decir, la correspondencia entre las tensiones de alimentación y el parámetro \underline{m} no es una correspondencia uno a uno (pues las ternas de tensiones 1 y 2 dan lugar a la misma \underline{m} y, por el contrario, precisan de modelos distintos para cumplir con (3.37)).

Veamos como solucionar este problema. Dada una terna de tensiones de alimentación $\underline{e}_{ab}, \underline{e}_{bc}, \underline{e}_{ca}$, siempre es posible encontrar una terna de tensiones sencillas $\underline{e}_{an}, \underline{e}_{bn}, \underline{e}_{cn}$ tal que $\underline{e}_{bn} = a \cdot \underline{e}_{cn}$ (lo cual implica $e_{bn} = e_{cn}$). En efecto, la solución es

$$\begin{aligned} \underline{e}_{cn} &= \frac{\underline{e}_{cb}}{1-a} \\ \underline{e}_{bn} &= a \cdot \underline{e}_{cn} \\ \underline{e}_{an} &= \underline{e}_{cn} + \underline{e}_{ac} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Pues bien, lo que hay que hacer para evitar el problema mostrado por el anterior ejemplo es fijar el módulo e_{cn} (recuérdese que $e_{bn}=e_{cn}$), esto es equivalente (según (3.42)) a fijar el módulo e_{cb} .

En resumen, fijando el módulo de una de las tensiones compuestas de alimentación se logra que la correspondencia entre \underline{m} y las tensiones de alimentación sea uno a uno. Según (3.42), esto equivale a fijar el módulo $e_{bn}=e_{cn}$. Sin pérdida de generalidad, todas las gráficas que se presenten (tanto en este capítulo, como en el capítulo 5), en las cuales aparezca el parámetro \underline{m} , se han obtenido con las siguientes valores (reducidos) para las tensiones de alimentación

$$e_{an} \neq 1, \quad \theta_{an} \neq 0, \quad e_{bn} = e_{cn} = 1, \quad \theta_{bn} = -2\pi/3, \quad \theta_{cn} = 2\pi/3 \quad (3.43)$$

Como ejemplo, los resultados de la comparación, expresión (3.37), son presentados en la figura 5.2.2 (capítulo 5), donde aparecen las zonas de validez en el plano m/β de los distintos modelos para $k=5$, $k=7$, $u_D=0$, $u_D=0.65$, $x_N=0$, $x_N=0.15$, $x_N=0.25$.

3.5.2 Consideración del rizado

Finalmente, para analizar la precisión de los modelos propuestos respecto a la consideración o no del rizado, el modelo CU es comparado con diversas simulaciones del modelo exacto del convertidor, desarrollado en el capítulo 2, para diferentes valores de la reactancia del lado de continua x_D . El criterio adoptado para la comparación será similar a (3.37),

$$\left| \frac{(I_k^f)_{CU} - (I_k^f)_{simulación}}{(I_k^f)_{CU}} \right| \leq 0.02k \quad (3.43)$$

para $F=A,B,C$ simultáneamente.

Como ejemplo, la tabla 3.5.1 presenta los resultados obtenidos (para la bondad del modelo CU) para el siguiente conjunto de parámetros del convertidor: $u_D=0$, $x_N=0.05$ y se analiza sólo el armónico $k=5$. Para otros valores de los parámetros del convertidor, véase el capítulo 5.

Los resultados de la tabla 3.5.1 se han obtenido con la restricción $0 \leq m \leq 0.05$ [17]. Los valores en tanto por ciento de la tabla se refieren al porcentaje de “superficie” (en el plano complejo m/β) en la cual es válido el modelo CU en función x_D .

x_D	40	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
%	99%	92%	85%	69%	63%	52%	47%	23%	7%	0	0	0

Tabla 3.5.1. Validez en el plano m/β del modelo CU (en tanto por ciento) para el conjunto de parámetros $u_D=0$, $I_D=1$, $x_N=0.05$ y $k=5$.

Evidentemente, se observa que cuanto mayor es la x_D , el modelo CU aproxima tanto mejor el modelo exacto del convertidor expuesto en el capítulo 2.

CAPÍTULO 4

ESTUDIO DEL CONVERTIDOR AC/DC DE DOCE PULSOS EN CONDICIONES DESEQUILBRADAS

4.1 Introducción

El capítulo 4 está dedicado al estudio del convertidor de doce pulsos. Éste consta de dos convertidores AC/DC de seis pulsos conectados en serie (figura 4.2.1). Dos transformadores en paralelo son los encargados de conectar los convertidores a la red. Uno de los transformadores está en estrella-estrella, y el otro en triángulo-estrella (como se verá, esta diferencia en el tipo de conexión de los dos transformadores será clave para la secuencia de topologías).

Se realiza un estudio completamente general del convertidor AC/DC de doce pulsos en condiciones desequilibradas siguiendo las mismas ideas que se desarrollaron en el capítulo 2 para el convertidor de seis pulsos. Se consideran simultáneamente

- componente resistiva en las impedancias del lado de alterna (impedancias de cortocircuito de los transformadores e impedancia de la red en el punto de conexión)
- posibilidad de desequilibrio en la alimentación y posibilidad de asimetría entre las impedancias de todas las fases (de ambos convertidores)
- interacción armónica (es decir, contenido armónico en la tensión de alimentación)
- ángulos de disparo distintos

Sólo se impone una hipótesis: los desequilibrios (en la alimentación, y entre las impedancias de las fases) son tales que la secuencia de topologías del convertidor es la misma que en el caso equilibrado.

En 4.2.2 se muestran los circuitos correspondientes a cada topología, cada uno de ellos se forma “uniendo” dos de los circuitos del capítulo 2 (uno para cada convertidor de seis pulsos). En 4.3 se resuelven las ecuaciones diferenciales correspondientes a cada uno de los 24 intervalos que constituyen un periodo del régimen permanente del convertidor de doce pulsos. Finalmente, en 4.3.4 se determinan todas las constantes que aparecen en las secciones anteriores (constantes de integración asociadas a la resolución de las ecuaciones diferenciales, y los extremos de los 24 intervalos).

4.2 Análisis del problema

Como se ha comentado ya en 4.1, en este capítulo se resuelve el convertidor de doce pulsos de manera analítica siguiendo la misma técnica expuesta en el capítulo 2. Es decir, se supondrá que la secuencia de topologías es siempre la misma, la que aparece en el caso equilibrado, pero no se hará ninguna hipótesis más, con lo cual la alimentación podrá ser desequilibrada y con armónicos, y podrá haber asimetrías entre las distintas fases y los ángulos de disparo podrán ser distintos.

En primer lugar, en esta sección, se va a determinar la secuencia de topologías correspondiente al caso equilibrado (por caso equilibrado se entiende alimentación senoidal, simétrica y equilibrada, y también que las unidades monofásicas que constituyen cada transformador trifásico son iguales). Luego, se estudiará el caso desequilibrado.

El esquema eléctrico del convertidor de doce pulsos se muestra en la figura 4.2.1.

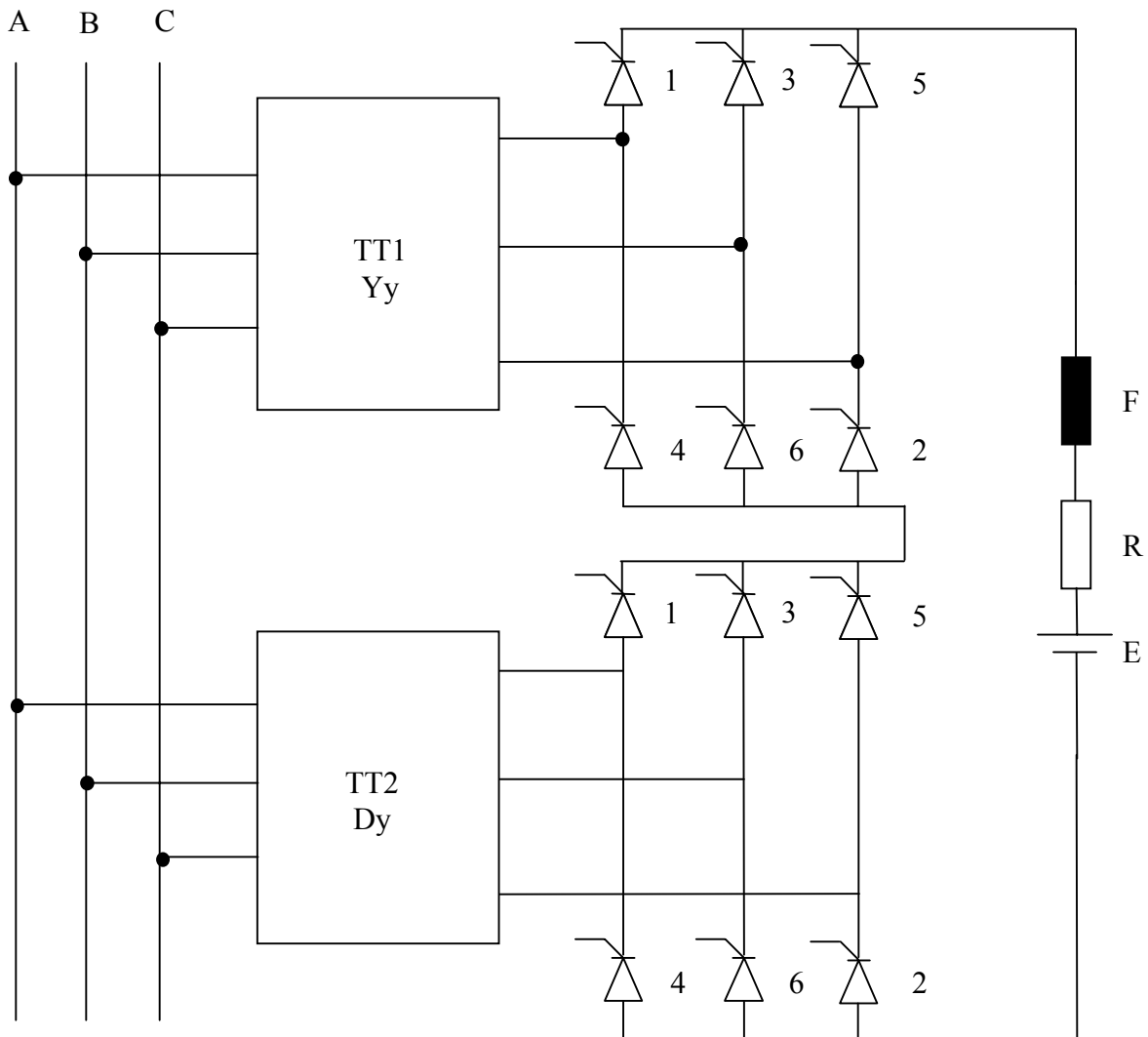


Fig. 4.2.1. Convertidor de 12 pulsos.

Obsérvese que la carga que se considera en el lado de continua de los convertidores es la misma que se consideró en el capítulo 2 para tener en cuenta el rizado. Obsérvese, por otro

lado, que el transformador TT1 tiene las bobinas de su primario conectadas en estrella y las bobinas del secundario están conectadas también en estrella. Por el contrario, el transformador TT2 presenta sus bobinas del primario en triángulo y sus bobinas del secundario en estrella. Esta diferencia en el modo de conectar las bobinas del primario de los transformadores es crucial para el funcionamiento del convertidor de doce pulsos. Hace (se demostrará a continuación) que aparezca un desfase (de 30^0 en el caso que la alimentación sea senoidal, simétrica y equilibrada) entre las fuentes de tensión de los esquemas equivalentes de cada bloque transformador-convertidor.

Se supone que los transformadores TT1 y TT2 tienen ambos la misma placa de características

$$S_N, U_{N1}, U_{N2}, I_{N1}, I_{N2}; W_0, i_0, W_{cc}, \varepsilon_{cc}; f_N \quad (4.1)$$

Se supone que las tensiones de vacío en el punto de conexión a red son

$$\begin{aligned} E_{AN}(t) &= \sqrt{2} \frac{E}{\sqrt{3}} \cos(\omega t) \\ E_{BN}(t) &= \sqrt{2} \frac{E}{\sqrt{3}} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ E_{CN}(t) &= \sqrt{2} \frac{E}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde se ha tomado como referencia la tensión de la fase A.

Los fasores correspondientes a estas tensiones de alimentación son

$$\underline{E}_{AN} = \frac{E}{\sqrt{3}} \angle 0 \quad \underline{E}_{BN} = \frac{E}{\sqrt{3}} \angle -\frac{2\pi}{3} \quad \underline{E}_{CN} = \frac{E}{\sqrt{3}} \angle \frac{2\pi}{3} \quad (4.3)$$

Entonces, las tensiones (en valor real) que soportan las bobinas del primario del transformador TT1 son (debido a que están conectadas en estrella)

$$\underline{E}(1,1) = \frac{E}{\sqrt{3}} \angle 0 \quad \underline{E}(1,2) = \frac{E}{\sqrt{3}} \angle -\frac{2\pi}{3} \quad \underline{E}(1,3) = \frac{E}{\sqrt{3}} \angle \frac{2\pi}{3} \quad (4.4)$$

donde el 1 que aparece como primer índice hace referencia al transformador TT1 y el segundo índice (j=1,2,3) nos indica la bobina a la que nos referimos.

Las tensiones que controlan los instantes de disparo de los tiristores del convertidor 1 son (ver sección 1.2.1)

$$\begin{aligned}
 \underline{E}(1,1) - \underline{E}(1,3) &= E \angle -\frac{\pi}{6} \\
 \underline{E}(1,2) - \underline{E}(1,1) &= E \angle -\frac{5\pi}{6} \\
 \underline{E}(1,3) - \underline{E}(1,2) &= E \angle -\frac{3\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

(En rigor, las tensiones que controlan los instantes de disparo de los tiristores del convertidor 1 son las de las bobinas del secundario, pero éstas se obtienen de las de (4.5) dividiendo por la relación de transformación de las unidades monofásicas del transformador 1, véase la figura 4.2.2).

Las tensiones en las bobinas primarias de TT2 son (el 2 que aparece como primer índice hace referencia al transformador TT2, y el segundo índice (j=1,2,3) nos indica a que bobina nos referimos):

$$\begin{aligned}
 \underline{E}(2,1) &= \underline{E}_{AN} - \underline{E}_{CN} = E \angle -\frac{\pi}{6} \\
 \underline{E}(2,2) &= \underline{E}_{BN} - \underline{E}_{AN} = E \angle -\frac{5\pi}{6} \\
 \underline{E}(2,3) &= \underline{E}_{CN} - \underline{E}_{BN} = E \angle \frac{\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Por tanto, las tensiones que controlan los instantes de disparo de los tiristores del convertidor 2 son

$$\begin{aligned}
 \underline{E}(2,1) - \underline{E}(2,3) &= \sqrt{3} E \angle -\frac{\pi}{3} \\
 \underline{E}(2,2) - \underline{E}(2,1) &= \sqrt{3} E \angle -\pi \\
 \underline{E}(2,3) - \underline{E}(2,2) &= \sqrt{3} E \angle -\frac{5\pi}{3}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

(En rigor, las tensiones que controlan los instantes de disparo de los tiristores del convertidor 2 son las de las bobinas del secundario, pero éstas se obtienen de las de (4.7) dividiendo por la relación de transformación de las unidades monofásicas del transformador 2, véase la figura 4.2.2).

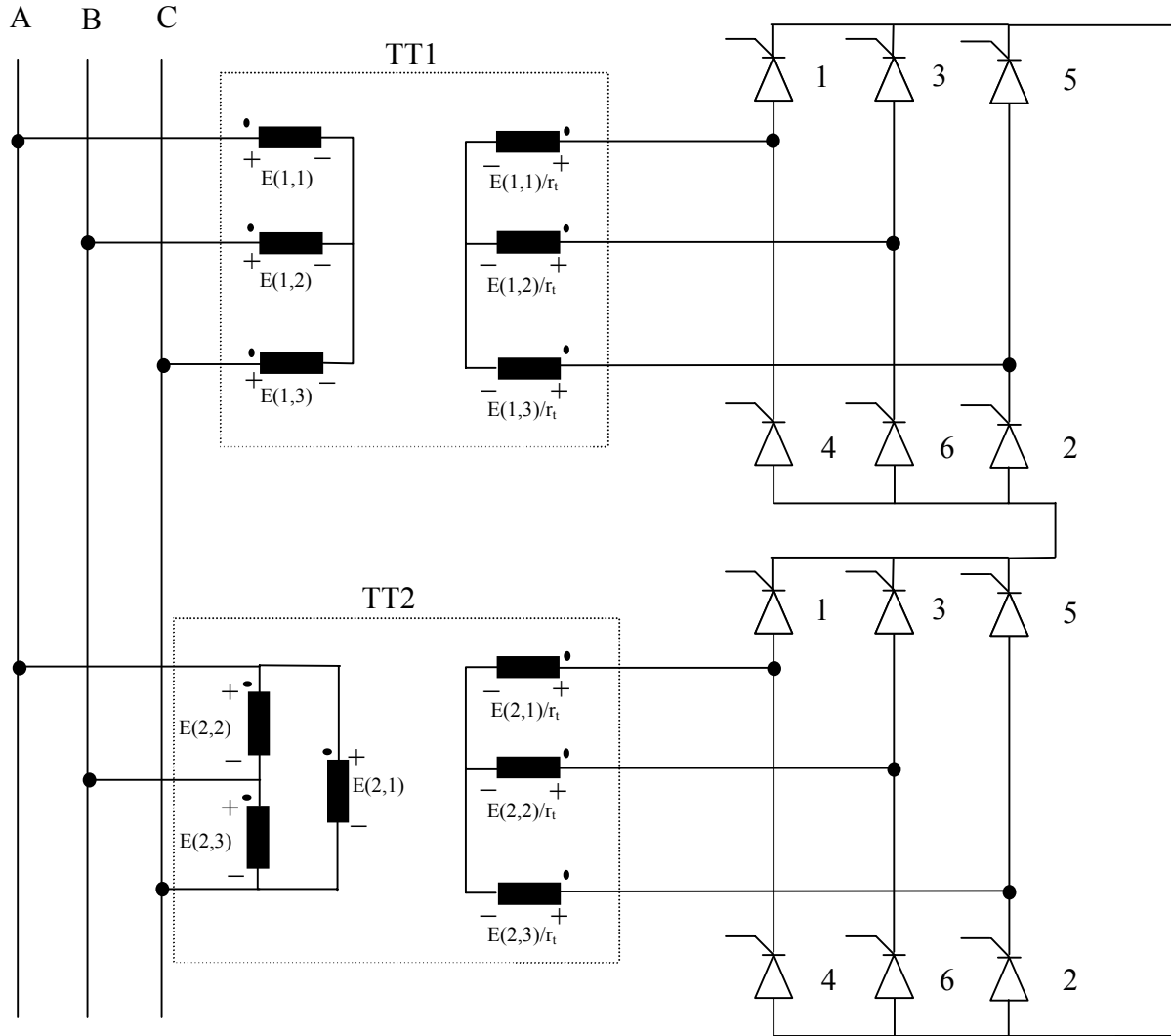


Fig. 4.2.2. Convertidor de doce pulsos, con las tensiones de las bobinas de los transformadores.

Las $E(i, j), i = 1, 2, j = 1, 2, 3$ que han aparecido hasta el momento son tensiones en valor real (en Volts). Para obtener el esquema equivalente del bloque alimentación-transformadores-convertidores hay que escoger valores base para TT1 y TT2 (ver el apéndice 4). Si se escogen las bases de valores nominales

$$B^{(1)} = \left\{ U_{B1}^{(1)} = \frac{U_{N1}}{\sqrt{3}}, U_{B2}^{(1)} = \frac{U_{N2}}{\sqrt{3}}, S_B = \frac{S_N}{3}, I_{B1}^{(1)}, I_{B2}^{(1)}, Z_{B1}^{(1)}, Z_{B2}^{(1)} \right\} \quad (4.8)$$

para las unidades monofásicas de TT1, y

$$B^{(2)} = \left\{ U_{B1}^{(2)} = U_{N1}, U_{B2}^{(2)} = \frac{U_{N2}}{\sqrt{3}}, S_B = \frac{S_N}{3}, I_{B1}^{(2)}, I_{B2}^{(2)}, Z_{B1}^{(2)}, Z_{B2}^{(2)} \right\} \quad (4.9)$$

para las unidades monofásicas de TT2.

Las tensiones reducidas (según los valores base de $B^{(1)}$) para el convertidor 1 son

$$\begin{aligned} \underline{e}(1,3) &= \frac{E/\sqrt{3}}{U_{B1}^{(1)}} = \frac{E/\sqrt{3}}{U_{N1}/\sqrt{3}} \angle 0 = \frac{E}{U_{N1}} \angle 0 \\ \underline{e}(2,3) &= \frac{E/\sqrt{3}}{U_{B1}^{(1)}} = \frac{E/\sqrt{3}}{U_{N1}/\sqrt{3}} \angle -120^\circ = \frac{E}{U_{N1}} \angle -120^\circ \\ \underline{e}(1,3) &= \frac{E/\sqrt{3}}{U_{B1}^{(1)}} = \frac{E/\sqrt{3}}{U_{N1}/\sqrt{3}} \angle 120^\circ = \frac{E}{U_{N1}} \angle 120^\circ \end{aligned} \quad (4.10)$$

Y las tensiones reducidas (según los valores base de $B^{(2)}$) para TT2 son

$$\begin{aligned} \underline{e}(2,1) &= \frac{E}{U_{B1}^{(2)}} \angle -30^\circ = \frac{E}{U_{N1}} \angle -30^\circ \\ \underline{e}(2,2) &= \frac{E}{U_{B1}^{(2)}} \angle -150^\circ = \frac{E}{U_{N1}} \angle -150^\circ \\ \underline{e}(2,3) &= \frac{E}{U_{B1}^{(2)}} \angle 90^\circ = \frac{E}{U_{N1}} \angle 90^\circ \end{aligned} \quad (4.11)$$

En el caso particular que la tensión aplicada sea la nominal, es decir, $E=U_{N1}$, entonces las tensiones reducidas (según los valores base de $B^{(1)}$) que aparecen en el bloque del convertidor 1 son

$$\underline{e}(1,1) = 1 \angle 0^\circ \quad \underline{e}(1,2) = 1 \angle -120^\circ \quad \underline{e}(1,3) = 1 \angle 120^\circ \quad (4.12)$$

Y las tensiones reducidas (según los valores base de $B^{(2)}$) que aparecen en el bloque del convertidor 2 son

$$\underline{e}(2,1) = 1 \angle -30^\circ \quad \underline{e}(2,2) = 1 \angle -150^\circ \quad \underline{e}(2,3) = 1 \angle 90^\circ \quad (4.13)$$

Entonces, el correspondiente esquema equivalente es el de la figura 4.2.3 (véase el apéndice 4).

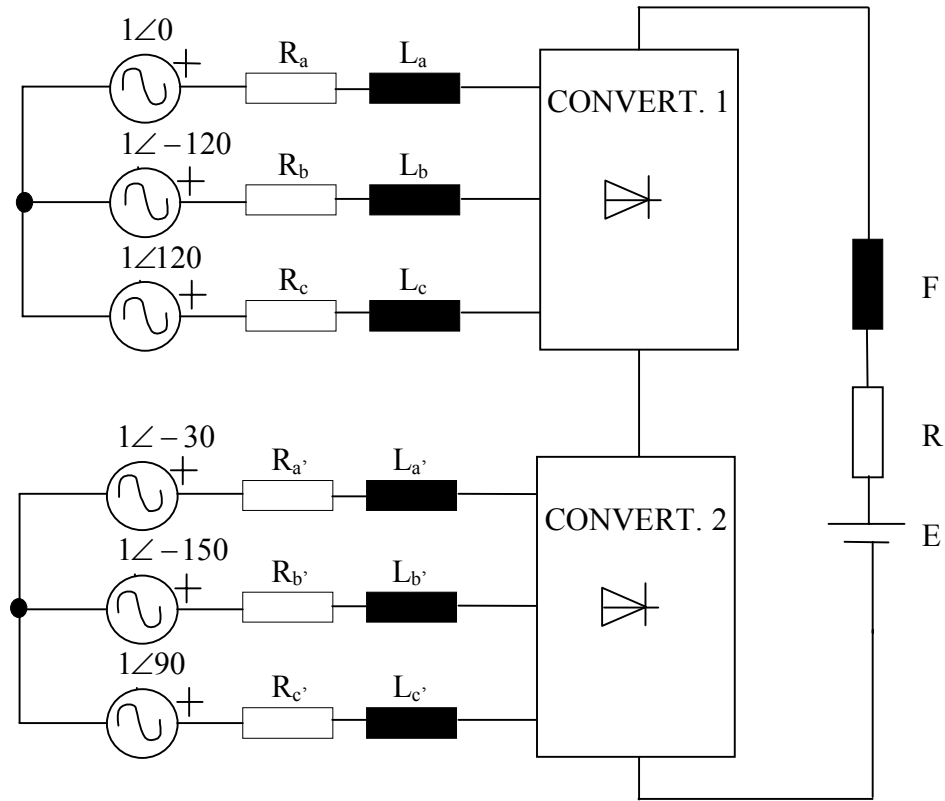


Fig. 4.2.3. Esquema equivalente del convertidor de 12 pulsos con alimentación equilibrada.

En el caso general, $E \neq U_{M1}$, el esquema equivalente sigue siendo el de la figura 4.2.3 (según los valores base de $B^{(1)}$ y $B^{(2)}$) pero poniendo E/U_{M1} en lugar de 1 como módulo de los fasores de las fuentes de tensión.

Como se verá a continuación, lo importante en este razonamiento son las fases. Y se observa que éstas son: $0^\circ, -120^\circ, 120^\circ$ para el bloque correspondiente a TT1, y $-30^\circ, -150^\circ, 90^\circ$ para el bloque del esquema equivalente correspondiente TT2. Y esto es así para cualquier valor de E .

Ya se ha dicho que las tensiones $e(1,1) - e(1,3)$, $e(1,3) - e(1,2)$, $e(1,2) - e(1,1)$ son las que controlan los instantes de disparo de los tiristores del convertidor 1 (ver sección 1.2.1). Y las tensiones $e(2,1) - e(2,3)$, $e(2,3) - e(2,2)$, $e(2,2) - e(2,1)$ son las que controlan los instantes de disparo de los tiristores del convertidor 2. Los valores que toman estas diferencias de tensiones (reducidas) son (en condiciones equilibradas).

TT1:

$$\underline{e}(1,1) - \underline{e}(1,3) = \sqrt{3} \angle -30^\circ \quad \underline{e}(1,2) - \underline{e}(1,1) = \sqrt{3} \angle -150^\circ \quad \underline{e}(1,3) - \underline{e}(1,2) = \sqrt{3} \angle -270^\circ$$

(4.14)

TT2:

$$\underline{e}(2,1) - \underline{e}(2,3) = \sqrt{3}\angle -60^0 \quad \underline{e}(2,2) - \underline{e}(2,1) = \sqrt{3}\angle -180^0 \quad \underline{e}(2,3) - \underline{e}(2,2) = \sqrt{3}\angle -300^0 \quad (4.15)$$

Obsérvese que se pasa de las fases correspondientes a TT2 a las correspondientes a TT1 sumando 30^0 grados.

4.2.1 Determinación de la secuencia de topologías del convertidor

Según lo expuesto en la sección 2.2, el convertidor 1 presentará (en régimen permanente) una secuencia compuesta de 12 topologías. El instante inicial de cada topología impar (se sigue usando aquí la nomenclatura del capítulo 2) se calcula mediante los pasos por cero de las tensiones $e(1,1)-e(1,3)$, $e(1,2)-e(1,1)$, $e(1,3)-e(1,2)$ y el correspondiente ángulo de disparo α_i . En los capítulos 1 y 2, estas tensiones eran las tensiones compuestas (en el sentido de tensiones fase-fase). Esto sigue siendo cierto para TT1, pero no lo será para TT2 (ya que su primario está en triángulo), por tanto, se evitará, aquí, usar el término compuestas.

Los instantes de paso por cero (denotados con un asterisco como superíndice) de las tensiones (4.14) (correspondientes al bloque TT1-convertidor1) son los siguientes

$$\begin{aligned} wt_1^*(1) &= -\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} & wt_7^*(1) &= -\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3} \\ wt_3^*(1) &= -\left(-\frac{3\pi}{2}\right) - \frac{3\pi}{2} = 0 & wt_9^*(1) &= -\left(-\frac{3\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = \pi \\ wt_5^*(1) &= -\left(-\frac{5\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} & wt_{11}^*(1) &= -\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{3} \end{aligned} \quad (4.16)$$

(siguiendo la misma notación que en el capítulo 2, se han usado los enteros impares para estos pasos por cero). Y los pasos por cero de las tensiones (4.15) (correspondientes al bloque TT2-convertidor2) son los siguientes

$$\begin{aligned} wt_1^*(2) &= -\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6} & wt_7^*(2) &= -\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} \\ wt_3^*(2) &= -\left(-\frac{5\pi}{3}\right) - \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{6} & wt_9^*(2) &= -\left(-\frac{5\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{6} \\ wt_5^*(2) &= -(-\pi) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} & wt_{11}^*(2) &= -(-\pi) + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Por tanto,

	wt_1^*	wt_3^*	wt_5^*	wt_7^*	wt_9^*	wt_{11}^*
TT1	-60^0	0^0	60^0	120^0	180^0	240^0
TT2	-30^0	30^0	90^0	150^0	210^0	270^0

Tabla 4.2.1.

Entonces, resulta que la secuencia temporal de los $t_i^*(1)$ y $t_i^*(2)$ es la siguiente

$$t_1^*(1) < t_1^*(2) < t_3^*(1) < t_3^*(2) < t_5^*(1) < t_5^*(2) < t_7^*(1) < t_7^*(2) < t_9^*(1) < t_9^*(2) < t_{11}^*(1) < t_{11}^*(2)$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} t_1(1) &= t_1^*(1) + \alpha_1 / \omega, & t_1(2) &= t_1^*(2) + \alpha_1' / \omega, & t_3(1) &= t_3^*(1) + \alpha_1 / \omega, & t_3(2) &= t_3^*(2) + \alpha_1' / \omega, \\ t_5(1) &= t_5^*(1) + \alpha_3 / \omega, & t_5(2) &= t_5^*(2) + \alpha_3' / \omega, & t_7(1) &= t_7^*(1) + \alpha_4 / \omega, & t_7(2) &= t_7^*(2) + \alpha_4' / \omega, \\ t_9(1) &= t_9^*(1) + \alpha_5 / \omega, & t_9(2) &= t_9^*(2) + \alpha_5' / \omega, & t_{11}(1) &= t_{11}^*(1) + \alpha_6 / \omega, & t_{11}(2) &= t_{11}^*(2) + \alpha_6' / \omega \end{aligned} \quad (4.18)$$

donde $\alpha_j, j=1, \dots, 6$ es el ángulo de disparo correspondiente al tiristor j del convertidor 1 y $\alpha_j', j=1, \dots, 6$ es el ángulo de disparo correspondiente al tiristor j del convertidor 2 (para la numeración de los tiristores, véase la figura 4.2.1).

A lo largo de todo este capítulo 4, se supondrá que los instantes iniciales de los intervalos de cada convertidor (aquí se está usando la terminología introducida en el capítulo 2, se recuerda que los intervalos pares de un convertidor son aquellos intervalos en que conducen dos tiristores del convertidor, y los intervalos impares son aquellos en que conducen tres tiristores) cumplen la siguiente relación:

$$t_1(1) < t_2(1) < t_1(2) < t_2(2) < t_3(1) < t_4(1) < t_3(2) < t_4(2) < t_5(1) < t_6(1) < t_5(2) < t_6(2) < t_7(1) < t_8(1) < t_7(2) < t_8(2) < t_9(1) < t_{10}(1) < t_9(2) < t_{10}(2) < t_{11}(1) < t_{12}(1) < t_{11}(2) < t_{12}(2)$$

donde $t_i(j)$ denota el instante t_i ($i=1, \dots, 12$) del convertidor j ($j=1, 2$) siguiendo las notaciones del capítulo 2.

Esta hipótesis respecto a la secuencia de topologías es equivalente a suponer que cuando en un convertidor están cerrados tres tiristores (intervalo impar), entonces, en el otro convertidor sólo están cerrados dos tiristores.

Es decir, se hace la suposición que la secuencia de topologías (ordenada en el tiempo) para el convertidor de doce pulsos en condiciones equilibradas (en régimen permanente) es

$$\begin{aligned} I_1 &= (1,12), I_2 = (2,12), I_3 = (2,1), I_4 = (2,2), I_5 = (3,2), I_6 = (4,2), \\ I_7 &= (4,3), I_8 = (4,4), I_9 = (5,4), I_{10} = (6,4), I_{11} = (6,5), I_{12} = (6,6), \\ I_{13} &= (7,6), I_{14} = (8,6), I_{15} = (8,7), I_{16} = (8,8), I_{17} = (9,8), I_{18} = (10,8), \\ I_{19} &= (10,9), I_{20} = (10,10), I_{21} = (11,10), I_{22} = (12,10), I_{23} = (12,11), I_{24} = (12,12) \end{aligned} \quad (4.19)$$

El primer elemento de cada par ordenado designa la topología que corresponde al convertidor 1 (siguiendo la notación del capítulo 2) y el segundo elemento de cada par

ordenado designa la topología en que se encuentra el convertidor 2 (siguiendo también la notación del capítulo 2).

En la siguiente tabla se da el listado de los instantes iniciales de cada intervalo (nótese que esta tabla es una definición de los instantes t_i , $i=1,\dots,24$). Los instantes iniciales para los intervalos impares han sido calculados en esta sección para el caso equilibrado (véanse las secciones 4.3.6.1 y 4.3.6.2 para el cálculo de los instantes iniciales en el caso (general) desequilibrado).

Intervalo	(1,12)	(2,12)	(2,1)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
Inicio	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}

Intervalo	(6,5)	(6,6)	(7,6)	(8,6)	(8,7)	(8,8)	(9,8)	(10,8)	(10,9)	(10,10)
Inicio	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{15}	t_{16}	t_{17}	t_{18}	t_{19}	t_{20}

Intervalo	(11,10)	(12,10)	(12,11)	(12,12)
Inicio	t_{21}	t_{22}	t_{23}	t_{24}

Tabla 4.2.2.

Nótese que $t_1 = t_1(1)$, $t_2 = t_2(1)$, $t_3 = t_1(2)$, ..., $t_{23} = t_{11}(2)$, $t_{24} = t_{12}(2)$.

Las anchuras de los intervalos impares se denominan anchuras de conmutación. De forma idéntica al convertidor de seis pulsos, las denotaremos mediante la letra μ . Se tiene (siguiendo la notación del capítulo 2):

$$\begin{aligned}
 t_2 &= t_1 + \mu_1 / \omega, & t_4 &= t_3 + \mu_2 / \omega, & t_6 &= t_5 + \mu_3 / \omega \\
 t_8 &= t_7 + \mu_4 / \omega, & t_{10} &= t_9 + \mu_5 / \omega, & t_{12} &= t_{11} + \mu_6 / \omega \\
 t_{14} &= t_{13} + \mu_7 / \omega, & t_{16} &= t_{15} + \mu_8 / \omega, & t_{18} &= t_{17} + \mu_9 / \omega \\
 t_{20} &= t_{19} + \mu_{10} / \omega, & t_{22} &= t_{21} + \mu_{11} / \omega, & t_{24} &= t_{23} + \mu_{12} / \omega
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Se supondrá durante todo el capítulo 4 que las tensiones de la red (en el punto de conexión) están lo suficientemente cerca del caso equilibrado para que la secuencia de topologías sea la misma que en dicho caso.

No obstante, debe quedar claro que el sistema que se está estudiando en este capítulo (es decir, los dos convertidores en serie alimentados por los transformadores TT1 y TT2 en paralelo) puede, en general, estar operando en un modo de funcionamiento tal que no se tenga la secuencia de topologías anterior. Ahora bien, en este trabajo nos ceñimos única y exclusivamente a aquel modo de funcionamiento que da lugar a la citada secuencia. Ya se ha dicho que esta hipótesis respecto a la secuencia de topologías es equivalente a suponer que cuando en un convertidor están cerrados tres tiristores (intervalo impar), entonces, en el otro convertidor sólo están cerrados dos tiristores. Es decir, $t_{i+1}(1) < t_i(2)$, $i=1, 3, 5, 7, 9, 11$.

4.2.2 Estudio en condiciones desequilibradas

A partir de aquí, se considera que la tensión (de vacío) de la red en el punto de conexión es

$$\begin{aligned}
 E_{AN}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{AN,k} \cos(kwt + \theta_{a,k}) \\
 E_{BN}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{BN,k} \cos(kwt + \theta_{b,k}) \\
 E_{CN}(t) &= \sum_k \sqrt{2} E_{CN,k} \cos(kwt + \theta_{c,k})
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Se supone que los tres sumatorios contienen un número finito de términos. Se admite la posibilidad de que las impedancias de cortocircuito de cada transformador no tengan el mismo valor en las tres fases.

En el apéndice 4 se explica en detalle como obtener el esquema equivalente para esta nueva situación (véase el apéndice 4). Se usan los mismos valores base que en la sección 4.2. Entonces, las tensiones reducidas del esquema equivalente son (véase el apéndice 4)

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{AN,k}}{U_{B1}^{(1)}} \cos(kwt + \theta_{a,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{a,k} \cos(kwt + \theta_{a,k}) \\
 e_b(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{BN,k}}{U_{B1}^{(1)}} \cos(kwt + \theta_{b,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{b,k} \cos(kwt + \theta_{b,k}) \\
 e_c(t) &= \sum_k \sqrt{2} \frac{E_{CN,k}}{U_{B1}^{(1)}} \cos(kwt + \theta_{c,k}) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{c,k} \cos(kwt + \theta_{c,k}) \\
 e_{a'}(t) &= \frac{E_{AN}(t) - E_{CN}(t)}{U_{B1}^{(2)}} \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{a',k} \cos(kwt + \theta_{a',k}) \\
 e_{b'}(t) &= \frac{E_{BN}(t) - E_{AN}(t)}{U_{B1}^{(2)}} \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{b',k} \cos(kwt + \theta_{b',k}) \\
 e_{c'}(t) &= \frac{E_{CN}(t) - E_{BN}(t)}{U_{B1}^{(2)}} \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{c',k} \cos(kwt + \theta_{c',k})
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

donde la prima se refiere a TT2.

El esquema equivalente es el presentado en la figura 4.2.4 (en la sección 1.2 se explicó en detalle como calcular los parámetros de este esquema en la base de valores nominales de cada unidad monofásica).

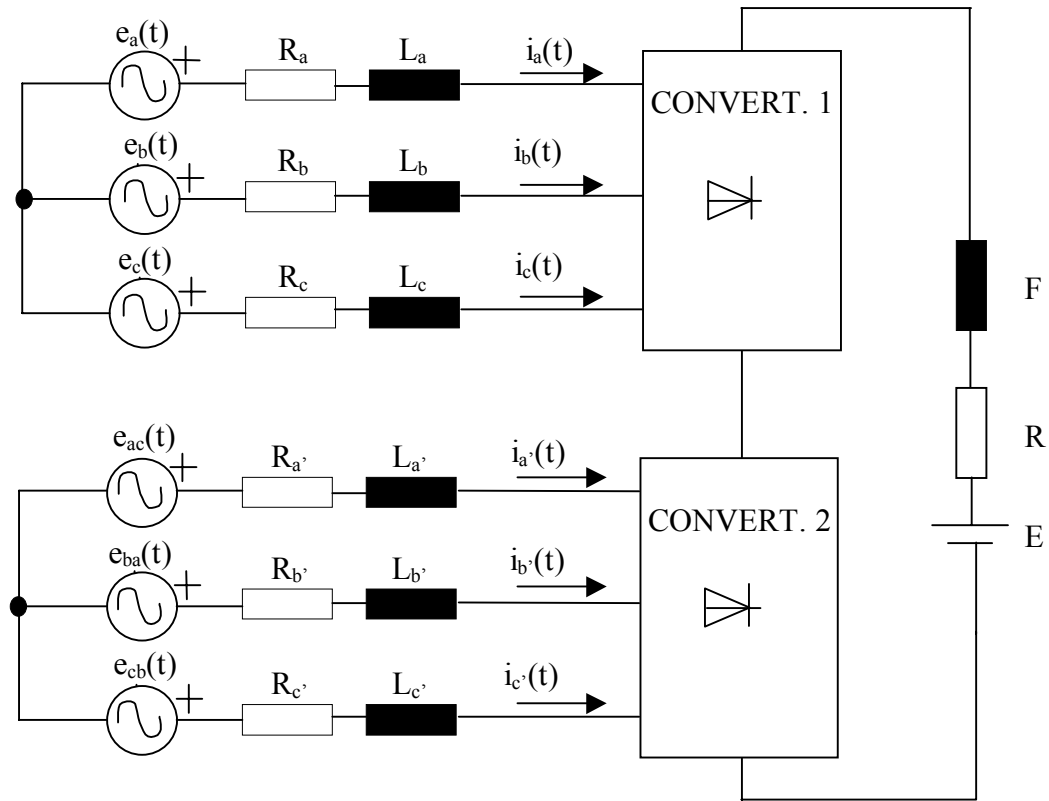


Fig. 4.2.4. Esquema equivalente del convertidor de doce pulsos.

El problema que nos ocupa consta de 24 topologías distintas que se repiten en cada periodo. Por hipótesis sobre la secuencia de topologías, sólo hay dos tipos de topologías:

- un convertidor tiene tres tiristores cerrados y el otro convertidor tiene solamente dos tiristores conduciendo (ejemplos: (1,12),(5,4))
- ambos convertidores presentan dos tiristores cerrados (ejemplos: (2,12),(4,2))

Entonces resulta que las topologías I_i con i impar tienen un convertidor con tres tiristores cerrados y el otro convertidor con sólo dos tiristores cerrados. En cambio, las topologías I_i con i par corresponden al caso en que un convertidor presenta dos tiristores conduciendo y el otro convertidor también tiene dos tiristores cerrados.

El circuito correspondiente al intervalo $I_1=(1,12)$ es

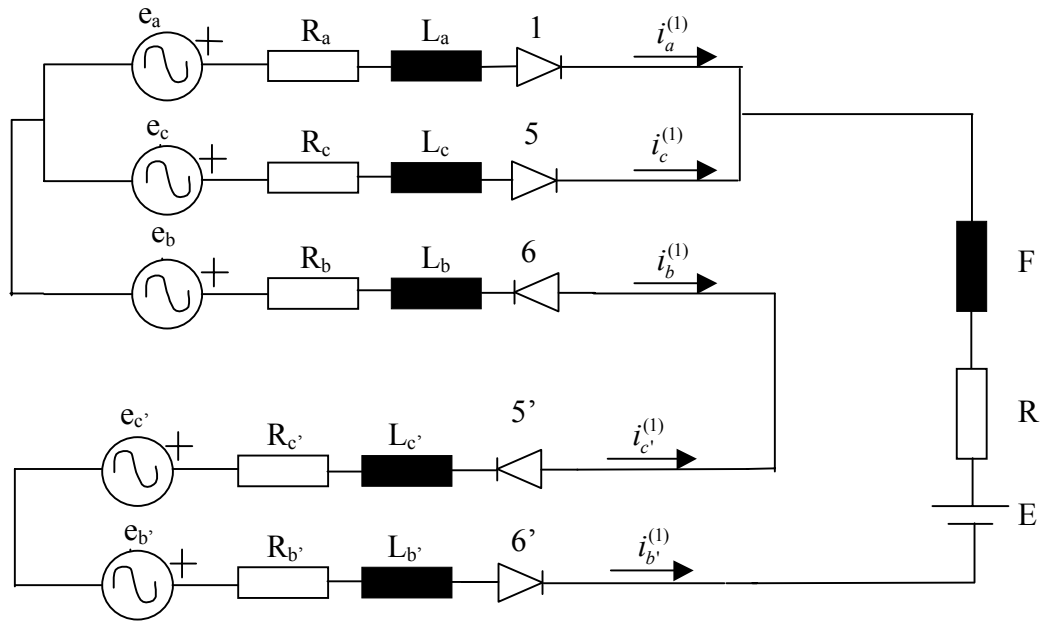


Fig. 4.2.5. Esquema equivalente para el intervalo $I_1=(1,12)$.

El circuito correspondiente al intervalo $I_2=(2,12)$ es

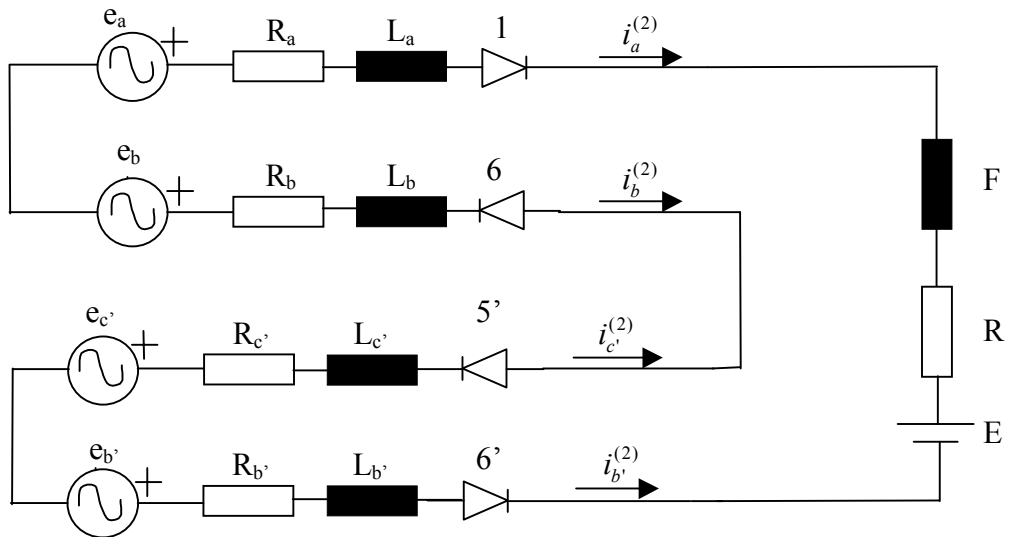


Fig. 4.2.6. Esquema equivalente para el intervalo $I_2=(2,12)$

Para los restantes intervalos, el esquema equivalente se obtiene a partir de los anteriores mediante una permutación de las fases (y en algunos casos un cambio de signo para la fuente E del lado de continua) haciendo uso de la siguiente tabla,

I1	I3	I5	I7	I9	I11	I13	I15	I17	I19	I21	I23
a	a'	c	c'	b	b'	a	a'	c	c'	b	b'
c	c'	b	b'	a	a'	c	c'	b	b'	a	a'
b	b'	a	a'	c	c'	b	b'	a	a'	c	c'
c'	a	b'	c	a'	b	c'	a	b'	c	a'	b
b'	b	a'	a	c'	c	b'	b	a'	a	c'	c
a'	c	c'	b	b'	a	a'	c	c'	b	b'	a
E	E	-E	-E	E	E	-E	-E	E	E	-E	-E

I2	I4	I6	I8	I10	I12	I14	I16	I18	I20	I22	I24
a	a	c	c	b	b	a	a	c	c	b	b
b	b	a	a	c	c	b	b	a	a	c	c
c'	a'	b'	c'	a'	b'	c'	a'	b'	c'	a'	b'
b'	b'	a'	a'	c'	c'	b'	b'	a'	a'	c'	c'
c	c	b	b	a	a	c	c	b	b	a	a
a'	c'	c'	b'	b'	a'	a'	c'	c'	b'	b'	a'
E	E	-E	-E	E	E	-E	-E	E	E	-E	-E

Tabla 4.2.3

Para terminar, a continuación se da el listado de las fórmulas que relacionan los valores reales de las intensidades consumidas por el convertidor con sus correspondientes valores reducidos. Las i_f , $f=a,b,c,a',b',c'$ son intensidades reducidas. Se recuerda (ver la sección 3.3.1) que para obtener la intensidad real que circula por las bobinas secundarias del transformador 1 hay que multiplicar por $I_{B2}^{(1)} = S_N / (\sqrt{3}U_{N2})$. Para obtener la intensidad real que circula por las bobinas secundarias del transformador 2 hay que multiplicar por $I_{B2}^{(2)} = S_N / (\sqrt{3}U_{N2})$. Para obtener la intensidad real que circula por las bobinas primarias del transformador 1 hay que multiplicar por $I_{B1}^{(1)} = S_N / (\sqrt{3}U_{N1})$. Para obtener la intensidad real que circula por las bobinas primarias del transformador 2 hay que multiplicar por $I_{B1}^{(2)} = S_N / (3U_{N1})$. Es decir,

$$\begin{aligned}
 I_a^{prim}(t) &= i_a(t) \cdot I_{B1}^{(1)} & I_a^{sec}(t) &= i_a(t) \cdot I_{B2}^{(1)} \\
 I_b^{prim}(t) &= i_b(t) \cdot I_{B1}^{(1)} & I_b^{sec}(t) &= i_b(t) \cdot I_{B2}^{(1)} \\
 I_c^{prim}(t) &= i_c(t) \cdot I_{B1}^{(1)} & I_c^{sec}(t) &= i_c(t) \cdot I_{B2}^{(1)}
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
 I_{a'}^{prim}(t) &= i_{a'}(t) \cdot I_{B1}^{(2)} & I_{a'}^{sec}(t) &= i_{a'}(t) \cdot I_{B2}^{(2)} \\
 I_{b'}^{prim}(t) &= i_{b'}(t) \cdot I_{B1}^{(2)} & I_{b'}^{sec}(t) &= i_{b'}(t) \cdot I_{B2}^{(2)} \\
 I_{c'}^{prim}(t) &= i_{c'}(t) \cdot I_{B1}^{(2)} & I_{c'}^{sec}(t) &= i_{c'}(t) \cdot I_{B2}^{(2)}
 \end{aligned}$$

Las intensidades que el convertidor 1 consume a la red son directamente

$$I_a^{prim}(t), I_b^{prim}(t), I_c^{prim}(t)$$

(por estar el primario del transformador TT1 en estrella).

Las intensidades que el convertidor 2 consume a la red son

$$I_{a'}^{prim}(t) - I_{b'}^{prim}(t), I_{b'}^{prim}(t) - I_{c'}^{prim}(t), I_{c'}^{prim}(t) - I_{a'}^{prim}(t)$$

(por estar el primario del transformador TT2 en triángulo).

Por tanto, la intensidad total consume en la red (por cada fase) es

$$\begin{aligned}
 &I_a^{prim}(t) + (I_{a'}^{prim}(t) - I_{b'}^{prim}(t)) \\
 &I_b^{prim}(t) + (I_{b'}^{prim}(t) - I_{c'}^{prim}(t)) \\
 &I_c^{prim}(t) + (I_{c'}^{prim}(t) - I_{a'}^{prim}(t))
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

4.3 Estudio del funcionamiento del convertidor

En esta sección se seguirá el mismo proceso que en la sección 2.3 (del capítulo 2 sobre el convertidor de seis pulsos).

La ecuación diferencial correspondiente al intervalo I_1 es

$$\left\{ \begin{aligned}
 &(R_a + L_a \frac{d}{dt})i_a^{(1)}(t) - (R_c + L_c \frac{d}{dt})i_c^{(1)}(t) + e_c(t) - e_a(t) = 0 \\
 &(R_a + R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + (L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'}) \frac{d}{dt})i_a^{(1)}(t) + \\
 &+ (R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + (F + L_b + L_{c'} + L_{b'}) \frac{d}{dt})i_c^{(1)}(t) + E + e_b(t) - e_{c'}(t) + e_{b'}(t) - e_a(t) = 0 \\
 &i_b^{(1)} = -i_a^{(1)} - i_c^{(1)} \\
 &i_b^{(1)} = -i_{c'}^{(1)} = i_{b'}^{(1)} \\
 &i_{a'}^{(1)} = 0
 \end{aligned} \right. \tag{4.26}$$

La ecuación diferencial correspondiente a los demás intervalos impares se obtiene a partir de la ecuación para el intervalo I_1 mediante la tabla 4.2.3 (véase el apéndice 3 para el listado explícito).

La ecuación diferencial correspondiente al intervalo I_2 es

$$\begin{cases} (R + R_a + R_b + R_{c'} + R_{b'} + (F + L_a + L_b + L_{c'} + L_{b'}) \frac{d}{dt}) i_a(t) + \\ + E + e_b(t) - e_a(t) + e_{b'}(t) - e_{c'}(t) = 0 \\ i_a = -i_b = i_{c'} = -i_{b'} \\ i_c = i_{a'} = 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

La ecuación diferencial correspondiente a los demás intervalos pares se obtiene a partir de la ecuación para el intervalo I_2 mediante la tabla 4.2.3 (véase el apéndice 3 para el listado explícito).

4.3.1 Obtención de la solución homogénea

4.3.1.1 Obtención de la solución homogénea en los intervalos impares

Con el mismo procedimiento presentado en el capítulo 2 se obtienen las expresiones para las intensidades solución de la ecuación diferencial homogénea. La correspondiente al intervalo I_1 es

$$\begin{pmatrix} i_{a,\text{hom}}^{(1)}(t) \\ i_{c,\text{hom}}^{(1)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(1)} \begin{pmatrix} VEP_{1,1}^{(1)} \\ VEP_{2,1}^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(1)}(t - t_1)) + k_2^{(1)} \begin{pmatrix} VEP_{1,2}^{(1)} \\ VEP_{2,2}^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(1)}(t - t_1))$$

Las expresiones correspondientes a los restantes intervalos impares se encuentran listadas en el apéndice 3. Para cada $j, j=1,3,5,\dots,23$,

- $k_1^{(j)}, k_2^{(j)}$ son constantes de integración.
- $\lambda_1^{(j)}, \lambda_2^{(j)}$ son las dos raíces de la ecuación característica en el intervalo j . Se toma como hipótesis (igual que se hizo en el capítulo 2) que estas dos raíces son reales y distintas.
- $\begin{pmatrix} VEP_{1,1}^{(j)} \\ VEP_{2,1}^{(j)} \end{pmatrix}$ es el vector propio asociado (ver capítulo 2) al valor propio $\lambda_1^{(j)}$ y $\begin{pmatrix} VEP_{1,2}^{(j)} \\ VEP_{2,2}^{(j)} \end{pmatrix}$ es el vector propio asociado al valor propio $\lambda_2^{(j)}$.

Nótese que las raíces de la ecuación característica y los valores propios asociados del intervalo j coinciden con los del intervalo $j+12$, para $j=1,3,\dots,11$. Esto es debido a que las ecuaciones diferenciales correspondientes a los intervalos j y $j+12$ sólo difieren en el signo de la constante E .

Por ejemplo, para el intervalo I_1 , la ecuación diferencial correspondiente puesta en forma matricial es

$$M^{(1)} \begin{pmatrix} i_a^{(1)} \\ i_c^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11}^{(1)} & M_{12}^{(1)} \\ M_{21}^{(1)} & M_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a^{(1)} \\ i_c^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} di_a^{(1)} / dt \\ di_c^{(1)} / dt \end{pmatrix}$$

$$M_{11}^{(1)} = (R_a + R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + \frac{F + L_b + L_{c'} + L_{b'}}{L_c} R_a) /$$

$$/(L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + \frac{F + L_b + L_{c'} + L_{b'}}{L_c} L_a) \quad (4.28)$$

$$M_{12}^{(1)} = (R + R_b + R_{c'} + R_{b'} - \frac{F + L_b + L_{c'} + L_{b'}}{L_c} R_c) /$$

$$/(L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + \frac{F + L_b + L_{c'} + L_{b'}}{L_c} L_a)$$

$$M_{21}^{(1)} = (R_a + R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + \frac{F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + L_a}{L_a} R_a) /$$

$$/(F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + \frac{L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'}}{L_a} L_c) \quad (4.28)$$

$$M_{22}^{(1)} = (R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + \frac{F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + L_a}{L_a}) /$$

$$/(F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + \frac{L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'}}{L_a} L_c)$$

Por tanto, la ecuación característica para el intervalo I_1 es (véase el capítulo 2).

$$(\lambda^{(1)})^2 (L_a (F + L_b + L_{c'} + L_{b'}) + L_c (L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'})) +$$

$$+ \lambda^{(1)} (R_a (F + L_b + L_{c'} + L_{b'}) + L_a (R + R_b + R_{c'} + R_{b'}) +$$

$$+ R_c (L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'}) + L_c (R_a + R + R_b + R_{c'} + R_{b'})) +$$

$$+ R_a (R + R_b + R_{c'} + R_{b'}) + R_c (R_a + R + R_b + R_{c'} + R_{b'}) = 0 \quad (4.29)$$

4.3.1.2 Obtención de la solución homogénea en los intervalos pares

Con el mismo procedimiento presentado en el capítulo 2 se obtienen las expresiones para las intensidades solución de la ecuación diferencial homogénea. La correspondiente al intervalo I_2 es

$$i_{a,\text{hom}}^{(2)}(t) = k^{(2)} \exp(-C^{(2)}(t - t_2))$$

$$C^{(2)} = \frac{R + R_a + R_b + R_c + R_{b'}}{F + L_a + L_b + L_{c'} + L_{b'}} \quad (4.30)$$

Las expresiones correspondientes a los restantes intervalos impares se obtienen por permutación de la secuencia a, b, c (se encuentran listadas en el apéndice 3). Para cada j , $j=2, 4, 6, \dots, 24$,

- $k^{(j)}$ es una constante de integración
- $C^{(j)}$ es la raíz de la ecuación característica (que en este caso es de primer grado) correspondiente al intervalo j

Nótese que se cumple $C^{(j)} = C^{(j+2)}$ para $j=2, 4, \dots, 12$. Esto es debido a que las ecuaciones diferenciales correspondientes a los intervalos j y $j+12$ sólo difieren en el signo de la constante E .

4.3.2 Obtención de una solución particular

Se obtiene una solución particular a partir del análisis fasorial elemental. A partir de una solución particular en los intervalos I_1 y I_2 se obtiene de manera inmediata (teniendo en cuenta la tabla (4.2.3)) la expresión para una solución particular en cualquier otro intervalo.

Recuérdese que las tensiones reducidas (que aparecen en el esquema equivalente) correspondientes al transformador 1 son (véase (4.21) y (4.22))

$$e_a(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{a,k} \cos(k\omega t + \theta_{a,k})$$

$$e_b(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{b,k} \cos(k\omega t + \theta_{b,k}) \quad (4.22)$$

$$e_c(t) = \sum_k \sqrt{2} e_{c,k} \cos(k\omega t + \theta_{c,k})$$

Según lo desarrollado en el capítulo 2, en las soluciones particulares intervendrán las siguientes tensiones compuestas

$$e_{ab}(t) = e_a(t) - e_b(t) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{ab,k} \cos(k\omega t + \theta_{ab,k})$$

$$e_{bc}(t) = e_b(t) - e_c(t) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{bc,k} \cos(k\omega t + \theta_{bc,k}) \quad (4.31)$$

$$e_{ca}(t) = e_c(t) - e_a(t) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{ca,k} \cos(k\omega t + \theta_{ca,k})$$

Las tensiones reducidas (que aparecen en el esquema equivalente) correspondientes al transformador 2 son (véase (4.21) y (4.23))

$$\begin{aligned}
 e_{a'}(t) &= \frac{E_{AN}(t) - E_{CN}(t)}{U_{B1}^{(2)}} = \sum_k \sqrt{2} e_{a',k} \cos(k\omega t + \theta_{a',k}) \\
 e_{b'}(t) &= \frac{E_{BN}(t) - E_{AN}(t)}{U_{B1}^{(2)}} = \sum_k \sqrt{2} e_{b',k} \cos(k\omega t + \theta_{b',k}) \\
 e_{c'}(t) &= \frac{E_{CN}(t) - E_{BN}(t)}{U_{B1}^{(2)}} = \sum_k \sqrt{2} e_{c',k} \cos(k\omega t + \theta_{c',k})
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Las correspondientes tensiones “compuestas” (que aparecerán en la solución particular) son

$$\begin{aligned}
 e_{a'b'}(t) &= e_{a'}(t) - e_{b'}(t) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{a'b',k} \cos(k\omega t + \theta_{a'b',k}) \\
 e_{b'c'}(t) &= e_{b'}(t) - e_{c'}(t) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{b'c',k} \cos(k\omega t + \theta_{b'c',k}) \\
 e_{c'a'}(t) &= e_{c'}(t) - e_{a'}(t) \equiv \sum_k \sqrt{2} e_{c'a',k} \cos(k\omega t + \theta_{c'a',k})
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

4.3.2.1 Obtención de una solución particular en los intervalos impares

Así, para el circuito correspondiente al intervalo I_1 (véase la figura 4.2.5), los armónicos de la solución particular se obtendrán al resolver el siguiente sistema lineal (de hecho, es un sistema lineal para cada armónico k).

$$\left\{ \begin{aligned}
 (R_a + jL_a \omega k) \underline{I}_{a,k}^{(1)} - (R_c + jL_c \omega k) \underline{I}_{c,k}^{(1)} + \underline{e}_{ca,k} &= 0 \\
 ((R_a + R + R_b + R_{c'} + R_{b'}) + j(L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'}) \omega k) \underline{I}_{a,k}^{(1)} - \\
 - ((R_b + R_{c'} + R_{b'} + R) + j(L_b + L_{c'} + L_{b'} + F) \omega k) \underline{I}_{c,k}^{(1)} &= \\
 = \underline{e}_{ab,k} + \underline{e}_{c'b',k} & \\
 \underline{I}_{b,k}^{(1)} = -\underline{I}_{a,k}^{(1)} - \underline{I}_{c,k}^{(1)} & \\
 \underline{I}_{b',k}^{(1)} = \underline{I}_{b,k}^{(1)} = -\underline{I}_{c',k}^{(1)} & \\
 \underline{I}_{a',k}^{(1)} = 0 &
 \end{aligned} \right. \tag{4.33}$$

Este sistema lineal, cuyas incógnitas son $\underline{I}_{a,k}^{(1)}$, $\underline{I}_{c,k}^{(1)}$, se obtiene al aplicar el análisis fasorial al circuito correspondiente a la topología I_1 (es lo mismo que se hizo en el caso del convertidor de seis pulsos).

La solución (para el intervalo I_1) es

$$\left\{ \begin{aligned}
 \underline{I}_{a,k}^{(1)} &= (R + R_a + R_b + R_{c'} + R_{b'} + j(L_a + F + L_b + L_{c'} + L_{b'})\omega k + \\
 &+ \frac{(R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + j(F + L_b + L_{c'} + L_{b'})\omega k)(R_a + jL_a\omega k)}{R_c + jL_c\omega k})^{-1} \cdot \\
 &\cdot (\underline{e}_{ab,k} + \underline{e}_{c'b',k} - \frac{R + R_b + j(F + L_b + L_{c'} + L_{b'})\omega k}{R_c + jL_c\omega k} \underline{e}_{ca,k}) \\
 \underline{I}_{c,k}^{(1)} &= (R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + j(F + L_b + L_{c'} + L_{b'})\omega k + \\
 &+ \frac{(R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + R_a + j(F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + L_a)\omega k)(R_c + jL_c\omega k)}{R_c + jL_c\omega k})^{-1} \cdot \\
 &\cdot (\underline{e}_{ab,k} + \underline{e}_{c'b',k} - \frac{R + R_b + R_{c'} + R_{b'} + R_a + j(F + L_b + L_{c'} + L_{b'} + L_a)\omega k}{R_a + jL_a\omega k} \underline{e}_{ca,k}) \\
 \underline{I}_{b,k}^{(1)} &= -\underline{I}_{a,k}^{(1)} - \underline{I}_{c,k}^{(1)} \\
 \underline{I}_{b',k}^{(1)} &= \underline{I}_{b,k}^{(1)} = -\underline{I}_{c',k}^{(1)} \\
 \underline{I}_{a',k}^{(1)} &= 0
 \end{aligned} \right. \tag{4.34}$$

Sólo queda por calcular la componente continua de la solución particular (que proviene de la fuente E del lado de continua de los convertidores). Hay que resolver el siguiente circuito

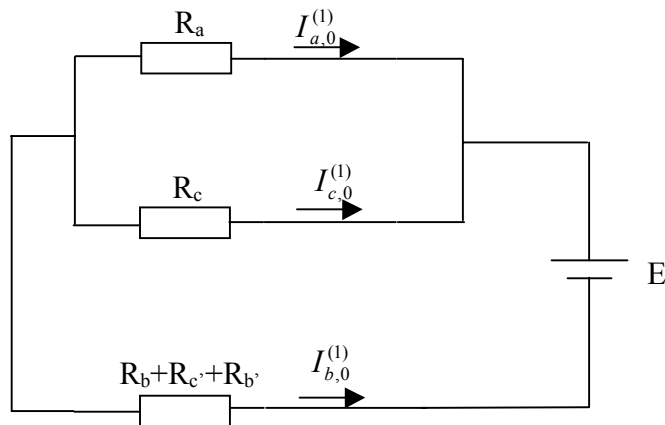


Figura 4.3.1. Circuito de continua para el intervalo I_1 .

- Cuando no se cumple la relación $R_1=R_3=0$, entonces la solución (para el intervalo I_1) es

$$\begin{aligned}
 I_{a,0}^{(1)} &= \frac{-ER_c}{R_a R_c + (R_b + R_{c'} + R_{b'} + R)(R_a + R_c)} \\
 I_{c,0}^{(1)} &= \frac{-ER_a}{R_a R_c + (R_b + R_{c'} + R_{b'} + R)(R_a + R_c)} \\
 I_{b,0}^{(1)} &= \frac{E(R_a + R_c)}{R_a R_c + (R_b + R_{c'} + R_{b'} + R)(R_a + R_c)}
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

- En el caso que se cumpla $R_1=R_3=0$, entonces la solución (para el intervalo I_1) es

$$\begin{aligned}
 I_{b,0}^{(1)} &= \frac{E}{R + R_b + R_{c'} + R_{b'}} \\
 I_{a,0}^{(1)} &= I_{c,0}^{(1)} = -\frac{I_{b,0}^{(1)}}{2}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

En resumen, una solución particular para la topología de los intervalos impares es

$$\begin{aligned}
 i_f^{(j)}(t) &= I_{f,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{f,k}^{(j)} \cos(k\omega t + \phi_{f,k}^{(j)}) \\
 j &= 1,3,\dots,21,23, \quad f = a, b, c, a', b', c'
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Donde los términos de continua corresponden a las expresiones (4.35) y (4.36) y los términos senoidales ($k \neq 0$) corresponden a $I_{f,k}^{(j)} = I_{f,k}^{(j)} \angle \phi_{f,k}^{(j)}$ obtenidos con (4.34).

4.3.2.2 Obtención de una solución particular en los intervalos pares

Se procede igual que en el caso de un intervalo impar. Para el circuito correspondiente al intervalo I_2 , los armónicos de la solución particular se obtendrán al resolver el siguiente sistema lineal (que se obtiene al aplicar el análisis fasorial al circuito correspondiente al intervalo I_2 , véase la figura 4.2.6).

$$\begin{cases}
 ((R_a + R + R_b + R_{b'} + R_{c'}) + j(L_a + F + L_b + L_{b'} + L_{c'})\omega k) I_{a,k}^{(2)} = \\
 = e_{ab,k} + e_{c'b',k} \\
 I_{b,k}^{(2)} = -I_{c',k}^{(2)} = I_{b',k}^{(2)} = -I_{a,k}^{(2)} \\
 I_{c,k}^{(2)} = I_{a',k}^{(2)} = 0
 \end{cases} \tag{4.38}$$

De hecho, se tiene un sistema lineal para cada armónico k .

La solución (para el intervalo I_2) es

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{a,k}^{(2)} &= \frac{\underline{e}_{ab,k} + \underline{e}_{c'b',k}}{(R_a + R + R_b + R_{b'} + R_{c'}) + j(L_a + F + L_b + L_{b'} + L_{c'})\omega k} \\
 \underline{I}_{b,k}^{(2)} &= -\underline{I}_{b',k}^{(2)} = \underline{I}_{b',k}^{(2)} = -\underline{I}_{a,k}^{(2)} \\
 \underline{I}_{c,k}^{(2)} &= \underline{I}_{a',k}^{(2)} = 0
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

La componente de continua de la solución particular para el intervalo I_2 se obtiene al resolver el siguiente circuito

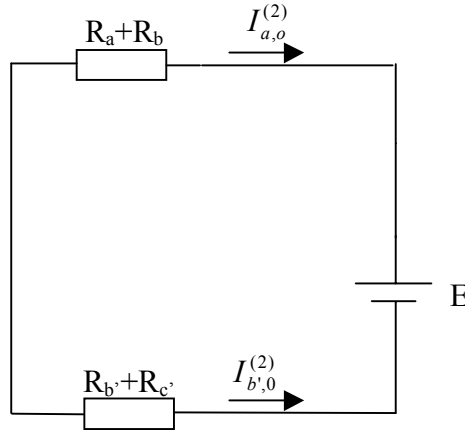


Figura 4.3.2. Circuito de continua para el intervalo I_2 .

$$\begin{aligned}
 I_{a,0}^{(2)} &= \frac{-E}{R_a + R + R_b + R_{b'} + R_{c'}} \\
 I_{b,0}^{(2)} &= -I_{c',0}^{(2)} = I_{b',0}^{(2)} = -I_{a,0}^{(2)} \\
 I_{c,0}^{(2)} &= I_{a',0}^{(2)} = 0
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

En resumen, una solución particular para la topología de los intervalos pares es

$$\begin{aligned}
 i_f^{(j)}(t) &= I_{f,0}^{(j)} + \sum_k \sqrt{2} I_{f,k}^{(j)} \cos(k\omega t + \phi_{f,k}^{(j)}) \\
 j &= 2, 4, \dots, 22, 24, \quad f = a, b, c, a', b', c'
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Donde los términos de continua corresponden a las expresiones (4.40) y los términos senoidales ($k \neq 0$) corresponden a $\underline{I}_{f,k}^{(j)} = I_{f,k}^{(j)} \angle \phi_{f,k}^{(j)}$ obtenidos con (4.39).

4.3.3 Expresión final de las intensidades

En las secciones anteriores se han obtenido las expresiones para la solución homogénea y la solución particular de la ecuación diferencial correspondiente a cada intervalo. Sean $[t_j, t_{j+1}]$, $j=1, \dots, 24$ los veinticuatro intervalos temporales que constituyen un periodo de régimen permanente, con $t_{25}=t_1+T$ (siendo T el periodo). Se tiene, por tanto, un conjunto de 144 (=6x24) funciones (cada una de ellas definidas en un intervalo cerrado de la recta real).

Las intensidades (reducidas) en el intervalo I_1 tienen la siguiente expresión

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} i_a^{(1)}(t) \\ i_c^{(1)}(t) \end{pmatrix} = k_1^{(1)} \begin{pmatrix} VEP_{1,1}^{(1)} \\ VEP_{2,1}^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_1^{(1)}(t-t_1)) + k_2^{(1)} \begin{pmatrix} VEP_{1,2}^{(1)} \\ VEP_{2,2}^{(1)} \end{pmatrix} \exp(\lambda_2^{(1)}(t-t_1)) + \begin{pmatrix} i_{a,part}^{(1)}(t) \\ i_{c,part}^{(1)}(t) \end{pmatrix} \\ i_b^{(1)} = -i_a^{(1)} - i_c^{(1)} \\ i_{b'}^{(1)} = -i_{c'}^{(1)} = i_b^{(1)} \\ i_{a'}^{(1)} = 0 \\ t \in [t_1, t_1 + \mu_1 / \omega] \end{array} \right. \quad (4.42)$$

En el apéndice 3 se da el listado de las expresiones para las intensidades en los restantes intervalos impares. Se recuerda (véase sección 4.3.3) que $k_1^{(j)}$, $k_2^{(j)}$ son las raíces de la ecuación característica en el intervalo j ($j=1,3,5,\dots,21,23$) y los vectores $\begin{pmatrix} VEP_{1,1}^{(j)} \\ VEP_{2,1}^{(j)} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} VEP_{1,2}^{(j)} \\ VEP_{2,2}^{(j)} \end{pmatrix}$ son los vectores propios, es decir,

$$M^{(j)} \begin{pmatrix} VEP_{1,1}^{(j)} \\ VEP_{2,1}^{(j)} \end{pmatrix} = \lambda_1^{(j)} \begin{pmatrix} VEP_{1,1}^{(j)} \\ VEP_{2,1}^{(j)} \end{pmatrix}$$

$$M^{(j)} \begin{pmatrix} VEP_{1,2}^{(j)} \\ VEP_{2,2}^{(j)} \end{pmatrix} = \lambda_2^{(j)} \begin{pmatrix} VEP_{1,2}^{(j)} \\ VEP_{2,2}^{(j)} \end{pmatrix}$$

siendo $M^{(j)}$ la matriz de la ecuación diferencial homogénea en el intervalo j (véase sección 4.3.3).

La intensidad en el intervalo I_2 tiene la siguiente expresión

$$\begin{cases} i_a^{(2)}(t) = k^{(2)} \exp(-C^{(2)}(t-t_2)) + i_{a,part}^{(2)}(t) \\ i_a^{(2)} = -i_b^{(2)} = i_{c'}^{(2)} = -i_{b'}^{(2)} \\ i_c^{(2)} = i_{a'}^{(2)} = 0 \\ t \in [t_2, t_3] \end{cases} \quad (4.43)$$

En el apéndice 3 se encuentran las expresiones para las intensidades en los restantes intervalos pares. Se recuerda (véase la sección 4.3.1.2) que las $C^{(j)}$, $j=2,4,\dots,22,24$ son las raíces de la ecuación característica correspondiente al intervalo j (véase sección 4.3.3). Estas ecuaciones características son de grado uno (para los intervalos pares). Por ejemplo,

$$C^{(2)} = \frac{R + R_a + R_b + R_{b'} + R_{c'}}{F + L_a + L_b + L_{b'} + L_{c'}} \quad (4.44)$$

Las restantes $C^{(j)}$, $j=2,4,\dots,22,24$ se obtienen a partir de $C^{(2)}$ por cambio de subíndices según la tabla 4.2.3.

En el estadio en el que nos encontramos, las intensidades de cada fase, en cada intervalo, no están completamente determinadas. En cada intervalo impar tenemos dos constantes de integración por determinar, son las constantes $k_1^{(j)}, k_2^{(j)}$, $j = 1,3,5,\dots,23$. Y en cada intervalo par tenemos una constante de integración por determinar, $k^{(j)}$, $j=2,4,\dots,24$. Por tanto, en total, hay 36 constantes por determinar (24 en los intervalos impares y 12 en los intervalos pares).

Intervalo	$j = 1,3,5,\dots,23$	$j = 2,4,6,\dots,24$
Constantes de integración	$k_1^{(j)}, k_2^{(j)}$	$k^{(j)}$

Tabla 4.3.1

Por otro lado, los instantes de tiempo t_j , $j=1,3,5,\dots,23$ y t_j , $j=2,4,6,\dots,24$ también son incógnitas. Recuérdese que las anchuras de conmutación μ_1,\dots,μ_{12} son las anchuras de los intervalos impares (véase (4.20)).

En la siguiente sección se calcularán, en primer lugar, todas las constantes de integración en función de las anchuras de conmutación. Y, en segundo lugar, se dará el procedimiento para el cálculo de los instantes iniciales de los intervalos impares y de las anchuras de conmutación, con lo cual quedará resuelto el problema planteado.

4.3.4 Determinación de las variables que caracterizan el comportamiento del convertidor

En la sección 4.3.5 se ha obtenido la forma funcional de las intensidades en todos los intervalos, pero quedan por determinar las constantes de integración (hay 36) y los instantes t_i , $i=1,2,3,\dots,24$. Este conjunto de incógnitas queda resumido en la siguiente tabla

Incógnitas/Intervalo	$i = 1,3,5,\dots,23$	$j = 2,4,6,\dots,24$
Extremos intervalos	t_i	t_j
Constantes de integración	$k_1^{(i)}, k_2^{(i)}$	$k^{(j)}$

Tabla 4.3.2.

Es decir, se tienen 60 incógnitas en total. De ellas, 36 corresponden a constantes de integración (24 en los intervalos impares y 12 en los intervalos pares), y 24 corresponden a los instantes iniciales de los 24 intervalos que componen un periodo.

El objetivo de esta sección es la determinación de estas 60 incógnitas. El procedimiento para encontrar las constantes de integración va a ser la imposición de condiciones de continuidad para las intensidades al pasar de un intervalo al intervalo siguiente (véase sección 2.3.4).

Hay 48 que son independientes. En la sección 4.3.4.1 se dan 12 ecuaciones más, para el cálculo de los instantes iniciales de los intervalos impares. Por tanto, en total se tienen 60 ecuaciones, igual que el número de incógnitas.

Se recuerda que

$$\begin{aligned}
 t_2 &= t_1 + \mu_1 / \omega, & t_4 &= t_3 + \mu_2 / \omega, & t_6 &= t_5 + \mu_3 / \omega \\
 t_8 &= t_7 + \mu_4 / \omega, & t_{10} &= t_9 + \mu_5 / \omega, & t_{12} &= t_{11} + \mu_6 / \omega \\
 t_{14} &= t_{13} + \mu_7, & \omega t_{16} &= t_{15} + \mu_8, & \omega t_{18} &= t_{17} + \mu_9 / \omega \\
 t_{20} &= t_{19} + \mu_{10} / \omega, & t_{22} &= t_{21} + \mu_{11} / \omega, & t_{24} &= t_{23} + \mu_{12} / \omega
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

A continuación se da el listado de las 48 condiciones de continuidad independientes (las dos últimas corresponden a la condición de periodicidad),

$$\begin{aligned}
 i_a^{(1)}(t_1 + \mu_1) &= i_a^{(2)}(t_1 + \mu_1) & i_a^{(3)}(t_3 + \mu_2) &= i_a^{(4)}(t_3 + \mu_2) \\
 i_c^{(1)}(t_1 + \mu_1) &= 0 \quad (*) & i_c^{(3)}(t_3 + \mu_2) &= 0 \quad (*) \\
 i_a^{(3)}(t_3) &= 0 & i_c^{(5)}(t_5) &= 0 \\
 i_c^{(2)}(t_3) &= i_c^{(3)}(t_3) & i_b^{(4)}(t_5) &= i_b^{(5)}(t_5)
 \end{aligned}$$