

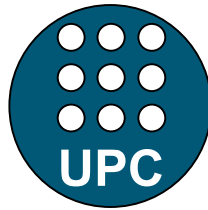
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

TESIS DOCTORAL

Desarrollo y Validación de Modelos de
Transformadores Monofásicos y Trifásicos con
Saturación, para el Análisis de Armónicos en
Sistemas de Potencia

Ricardo López García

Barcelona, Noviembre de 2000



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

TESIS DOCTORAL

Desarrollo y Validación de Modelos de
Transformadores Monofásicos y Trifásicos con
Saturación, para el Análisis de Armónicos en
Sistemas de Potencia

Autor: Ricardo López García
Director: Joaquín Pedra Durán

Barcelona, Noviembre de 2000

*A María Isabel y nuestros hijos Jesús Ricardo,
Daniel y la nena que esperamos*

Agradecimientos

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento al Dr. Joaquín Pedra Durán por su tiempo y dedicación en la dirección de este trabajo de investigación, así como al Dr. Lluís Humet Coderch por su apoyo y colaboración para llevar a feliz término este trabajo.

Deseo expresar un especial agradecimiento al Instituto de Investigaciones Eléctricas IIE (México) por el apoyo brindado para la realización de este trabajo. Así también, agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT (México) y a la Agencia Española de Cooperación Internacional AECI, por el apoyo económico brindado durante mi estancia en la Universidad Politécnica de Cataluña.

De la misma forma, agradezco a todos los profesores y compañeros del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica de Cataluña por su valioso apoyo para la realización de este trabajo, especialmente agradezco al profesor Antoni Sudria, por su colaboración desinteresada, y a las empresas fabricantes de equipos eléctricos MIMAVEN y SALICRU por las facilidades otorgadas para complementar la etapa práctica de este trabajo.

Finalmente agradezco al Dr. Raúl Velázquez Sánchez y al M.I. Ismael González Reyes por todo su apoyo.

Indice

Planteamiento del problema	<i>i-1</i>
Objetivos de la Tesis	<i>i-2</i>
Estructura de la Tesis	<i>i-3</i>
1 Antecedentes	
1.1 Introducción	1-1
1.2 Clasificación de técnicas empleadas en la modelización de transformadores	1-1
1.3 Modelización de transformadores monofásicos	1-3
1.4 Métodos de modelización más usados	1-8
1.5 Modelos monofásicos basados en dualidad	1-8
1.5.1 Transformador monofásico con devanados concéntricos	1-13
1.5.2 Transformador monofásico con devanados apilados	1-14
1.6 Modelos trifásicos basados en dualidad	1-16
1.6.1 Modelo de transformador trifásico con tres devanados y cinco columnas	1-16
1.6.2 Modelo de transformador trifásico con dos devanados y cinco columnas	1-19
1.7 Característica B – H	1-21
1.8 Funciones para representar la magnetización	1-22
2 Planteamiento de la modelización propuesta del transformador	
2.1 Introducción	2-1
2.2 Modelo monofásico	2-2
2.3 Modelo trifásico	2-3
2.3.1 Sistema magnético	2-3
2.3.2 Circuito eléctrico	2-5
2.3.3 Ecuaciones del modelo	2-6
2.4 Característica de magnetización	2-12
2.4.1 Descripción de la característica de magnetización	2-12

3	Trabajo experimental	
3.1	Introducción	3-1
3.2	Transformadores usados en los ensayos	3-2
3.3	Equipo de laboratorio	3-3
3.3.1	Equipo de medición y registro	3-3
3.3.2	Fuentes de excitación	3-5
3.4	Ensayos para la obtención de los parámetros del transformador	3-5
3.4.1	Ensayo de cortocircuito.	3-6
3.4.2	Ensayo de circuito abierto.	3-9
3.4.3	Ensayo de circuito abierto de secuencia cero.	3-10
3.4.4	Parámetros de dispersión del transformador UPC-I.	3-12
3.4.5	Obtención de los parámetros de la rama de magnetización	3-13
3.5	Ensayos de saturación monofásica en transformadores trifásicos	3-14
3.6	Procedimiento para obtener la curva de magnetización	3-18
3.6.1	Obtención del flujo magnético.	3-20
3.6.2	Procedimiento del cálculo de los parámetros numéricos para generar la curva de magnetización.	3-22
3.6.3	Parámetros de la curvas magnetización del transformador UPC-I	3-23
3.7	Parámetros del transformador MIMAVEN	3-25
3.7.1	Parámetros de la rama de dispersión del transformador MIMAVEN.	3-25
3.7.2	Parámetros numéricos para obtener las curvas de magnetización del transformador MIMAVEN	3-25
3.7.3	Curvas de magnetización del transformador MIMAVEN	3-27
3.8	Ensayos para el desarrollo y validación de los modelos	3-30
3.8.1	Ensayos de excitación monofásica en el transformador trifásico UPC-I	3-30
3.8.2	Ensayos de excitación monofásica al transformador trifásico MIMAVEN en vacío.	3-32
3.8.3	Comparación de las corrientes de excitación monofásica entre las tres columnas, transformador MIMAVEN.	3-36
3.8.4	Ensayos de excitación trifásica con el Transformador en vacío	3-40
3.8.5	Ensayos en el transformador UPC-I	3-41
3.8.6	Excitación trifásica del transformador UPC-I. Evolución de la saturación trifásica.	3-46
3.8.7	Ensayos en el transformador MIMAVEN	3-48
3.8.8	Excitación trifásica del transformador MIMAVEN Y_n -y en vacío	3-56

4	Modelización del transformador en programa de simulación	
4.1	Introducción	4-1
4.2	Desarrollo del modelo en el programa PSpice	4-1
4.2.1	Circuitos que integran el modelo	4-2
4.2.2	Listado en código PSpice para la simulación del modelo	4-4
4.3	Resultados de las simulaciones del modelo con el programa PSpice	4-7
4.3.1	Validación del modelo del transformador UPC-I con excitación monofásica.	4-8
4.3.2	Validación del modelo del transformador trifásico MIMAVEN con excitación monofásica.	4-11
4.3.3	Validación del modelo del transformador UPC-I con excitación trifásica.	4-12
4.3.4	Validación del modelo del transformador MIMAVEN con excitación trifásica	4-16
4.3.5	Validación del modelo del transformador MIMAVEN con excitación trifásica Y_n -y vacío.	4-20
5	Modelo de transformador monofásico con saturación para análisis de armónicos	
5.1	Introducción	5-1
5.2	Planteamiento de las ecuaciones del modelo del transformador monofásico con saturación del núcleo	5-3
5.3	Discretización del sistema de ecuaciones	5-5
5.4	Resolución del sistema no lineal	5-11
5.5	Resolución del sistema lineal	5-14
5.6	Cálculo de los elementos de la matriz $DG(x)$	5-16
5.7	Algoritmo para resolución del sistema de ecuaciones lineal	5-22
5.7.1	Procedimiento del algoritmo de eliminación gaussiana optimizado	5-22
5.7.2	Procedimiento con el método 1	5-24
5.7.3	Procedimiento con el método 2	5-30

6 Modelo de transformador trifásico con saturación para análisis de armónicos

6.1	Introducción	6-1
6.2	Planteamiento de la formulación	6-2
6.3	Ecuaciones de vacío discretizadas	6-5
6.4	Obtención de las corrientes de magnetización y ffm	6-13
6.5	Validación del modelo contra ensayos de laboratorio	6-23
6.5.1	Validación del modelo. 380 Vrms (L-L), Y-y en vacío	6-24
6.5.2	Validación del modelo. 450 Vrms (L-L), Y-y en vacío	6-25
6.5.3	Validación del modelo. 500 Vrms (L-L), Y-y en vacío	6-26
6.5.4	Validación del modelo. 380 Vrms (L-L), Yn-y en vacío	6-27
6.5.5	Validación del modelo. 450 Vrms (L-L), Yn-y en vacío	6-28
6.5.6	Validación del modelo. 500 Vrms (L-L), Yn-y en vacío	6-29
6.5.7	Distorsión armónica de corriente para la excitación trifásica de 500 Vrms (L-L), Yn-y en vacío	6-30
6.6	Comparación de las simulaciones del modelo obtenidas en PSpice y el algoritmo de resolución directa	6-31
6.6.1	Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 200 puntos)	6-32
6.6.2	Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 500 puntos)	6-33
6.6.3	Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 1000 puntos)	6-34
6.6.4	Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 200 puntos)	6-36
6.6.5	Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 500 puntos)	6-37
6.6.6	Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 1000 puntos)	6-38

7 Conclusiones

7.1	Conclusiones y aportaciones	7-1
7.2	Trabajos futuros	7-3

Apéndice A

1.	Modelo de transformador monofásico con saturación para estudio de armónicos en sistemas de potencia	A-1
2.	Estudio para mejorar la convergencia del algoritmo	A-6
3.	Validación del modelo del transformador monofásico con saturación	A-8
4.	Algoritmo para análisis de armónicos de sistemas de potencia con transformadores en saturación	A-9
5.	Descripción del algoritmo	A-11
6.	Validación del algoritmo de análisis armónico con programas de análisis de transitorios	A-12

Apéndice B

1. Listado del algoritmo del modelo del transformador trifásico con saturación. Código FORTRAN B-1

Apéndice C

1. Transformador trifásico, tres columnas modelización lineal C-1
2. Formulación C-1

Apéndice D

1. Referencias y bibliografía D-1
2. Publicaciones producidas durante el desarrollo de la Tesis D-3

Introducción general

Planteamiento del problema

Los estudios sobre la mejora de la calidad de la energía hoy en día están ocupando a muchos grupos de investigación. El uso cada vez mayor de cargas del tipo no lineal, hacen que los sistemas eléctricos sean cada vez más sensibles a estos elementos. Esto a llevado a investigar sobre la modelización de este tipo de cargas para dar una solución.

Los transformadores son quizás los elementos más fiables y eficientes del sistema de potencia. Sin embargo, cuando el núcleo entra en saturación, este se convierte en un elemento que puede dar problemas al sistema o sufrir daños en su propio aislamiento.

Los analizadores de redes comerciales han sido de gran utilidad en la última década. Esto ha ayudado a conocer mejor lo que corre a través de los sistemas eléctricos principalmente en niveles de baja y media tensión. Pero estos analizadores solo pueden dar los síntomas de lo que pasa por los sistemas de potencia y quizá puedan advertir de algún problema de futuro inmediato pero no dan soluciones.

Para estudiar nuevas técnicas sobre la mejora de la calidad de la energía de los sistemas de potencia, la mejor forma de hacerlo es diseñando modelos matemáticos adecuados para representar cada uno de los elementos que forman el sistema incluyendo las cargas no lineales.

La fiabilidad de los modelos puede variar según la complejidad del propio elemento. Generalmente los mejores modelos matemáticos que aparecieron en los últimos veinte años aún siguen experimentando actualizaciones, el transformador trifásico incluido.

La mayoría de los modelos de transformadores trifásicos con núcleo magnético de tres columnas que existen actualmente necesitan de muchos parámetros

constructivos del fabricante o bien tienen una estructura matemática demasiado compleja.

En los estudios de análisis de armónicos en sistemas de potencia, se requiere representar con aceptable aproximación, las cargas no lineales que inyectan armónicos al sistema. El transformador trifásico operando en su región de saturación es muy complejo de representar. De hecho los modelos reconocidos desarrollados en programas del tipo análisis de transitorios, están experimentando actualizaciones constantemente.

De los muchos modelos de transformadores que se han publicado en los diferentes foros, pocos son los que se han contrastado con medidas. La mayoría de los modelos denominados completos, tienen un planteamiento matemático complicado y algunos parámetros dependen del fabricante y si no se consiguen, estos parámetros se tienen que suponer.

La mejor forma de verificar si un modelo es válido para alguna aplicación, es compararlo con medidas reales. Y obviamente que lo que importa es que su planteamiento matemático sea correcto, pero no tiene porque ser necesariamente complicado.

Objetivos de la Tesis

El objetivo principal de este trabajo de investigación, es obtener un modelo matemático del transformador trifásico con saturación del núcleo de tres columnas, dos devanados. Para la obtención del modelo matemático se requiere:

- ✓ Desarrollar un algoritmo de resolución directa del régimen permanente del sistema de ecuaciones no lineal del transformador trifásico con saturación del núcleo. El modelo debe ser adecuado para adaptarse a un programa de análisis de flujos de carga con armónicos.

- ✓ Desarrollar ensayos de laboratorio para el estudio del fenómeno de la saturación del transformador trifásico con núcleo de tres columnas.
- ✓ Desarrollar un protocolo de ensayos de laboratorio adecuado para caracterizar el transformador sin necesidad de depender de los parámetros de diseño que solo el fabricante puede proporcionar.
- ✓ Validación de los modelos propuestos con medidas de los ensayos de laboratorio.

Estructura de la tesis

Este trabajo de investigación agrupa una secuencia de procedimientos que han permitido desarrollar una modelización del transformador con saturación del núcleo magnético enfocado para el análisis de flujos con armónicos.

Este trabajo ha sido estructurado de la siguiente manera: En el capítulo 1 se ha realizado una etapa de revisión bibliográfica sobre las técnicas de modelización más usadas en los últimos años. Se determina que la función para representar la curva de magnetización es una curva an-histéresis, aunque los primeros intentos del trabajo se estudiaron varios modelos curvas de magnetización, entre ellos, un modelo de segmentos lineales.

En el capítulo 2 se hace un planteamiento de la modelización propuesta en este trabajo basada en una formulación sencilla obtenida de los circuitos magnético y eléctrico propuestos.

En el capítulo 3 se hace un resumen del estudio experimental realizado en los tres laboratorios siguientes. El laboratorio del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UPC, y dos laboratorios de fabricantes de equipos eléctricos, SALICRU y MIMAVEN.

El estudio experimental se ha compaginado con la modelización del transformador en el programa de simulación de transitorios PSpice. Esta herramienta ha sido de mucha utilidad para el ajuste del modelo. Esta etapa se describe en el capítulo 4 donde se muestran las primeras validaciones del modelo, desarrollado en este programa, contra ensayos de laboratorio.

En el capítulo 5 se presenta el planteamiento matemático para el modelo del transformador monofásico con saturación del núcleo. Esta formulación es la base para la formulación del modelo trifásico. En este capítulo también se describe el algoritmo de resolución directa del funcionamiento del transformador con saturación en régimen permanente.

En el capítulo 6 se describe el planteamiento matemático para el modelo de un transformador trifásico con saturación. Se describe la formulación que representa el fenómeno de la interacción de flujos entre columnas. Al igual que en el modelo monofásico, se presenta la discretización de las ecuaciones para el caso trifásico. Se hacen simulaciones y se comparan contra las medidas obtenidas de los ensayos de laboratorio.

En el capítulo 7 se presentan las conclusiones del presente trabajo de investigación.

En el apéndice A se describen los primeros intentos de la formulación del transformador monofásico con saturación. En este apéndice se describe también la formulación de un algoritmo sencillo para el análisis de armónicos. Se presenta un ejemplo de un sistema de potencia típico para ilustrar la metodología.

En el apéndice B se presenta el listado del algoritmo de resolución directa del sistema de ecuaciones no lineales del transformador con saturación. El listado está hecho en código FORTRAN.

En el apéndice C se presenta la formulación para el transformador en condiciones de funcionamiento lineal.

El apéndice D contiene las referencias bibliográficas usadas en este trabajo.

Capítulo 1

Antecedentes

1.1 Introducción

Hay gran diversidad de trabajos de investigación en donde se ha estudiado el comportamiento de los transformadores eléctricos en condiciones de saturación. Se han desarrollado muchos modelos aunque la mayoría de ellos enfocados para el análisis transitorio. El problema de la saturación de los transformadores de potencia genera además del inminente daño en el mismo transformador, problemas de contaminación de armónicos en el sistema.

En la mayoría de los modelos desarrollados por diferentes autores, han intentado representar los efectos de la saturación de estos elementos, con modelos basados en curvas de saturación muy idealizadas, y en muy pocos casos, los autores han realizado comparaciones con ensayos de laboratorio.

Para tener una representación precisa del funcionamiento de estos dispositivos en condiciones tan difíciles, como lo es la saturación del núcleo, se ha de realizar primero un estudio experimental que permita la caracterización correcta o más cercana a la realidad del funcionamiento de estos elementos indispensables en un sistema de potencia.

1.2 Clasificación de técnicas empleadas en la modelización de transformadores

Las principales ideas de los modelos por ordenador y diseño de transformadores, puede clasificarse como:

Modelos basado en inductancias propias y mutuas. El primer trabajo analítico siguiendo esta línea fue presentado por Rabins [1] seguido por otros tales como Fergestad y Henriksen [2],[3] y continuado después por Wilcox y otros [4-6].

Se han desarrollado a lo largo de muchos años, formulas precisas para el cálculo de inductancias propias y mutuas para los devanados, secciones, o vueltas del transformador. Sin embargo, debido a la presencia del núcleo de hierro, los valores numéricos de inductancias propias y mutuas son muy cercanos y pueden resultar ecuaciones matriciales mal condicionadas.

El problema del mal acondicionamiento ha sido adecuadamente resuelto en simulaciones de transitorios por sustracción del flujo común en el cálculo de inductancias propias y mutuas [3], [7-9].

La misma metodología puede ser aplicada en los modelos [4-6]. De hecho, sustrayendo el valor numérico común de las inductancias propias y mutuas es equivalente al uso directo de inductancias de dispersión. Este método puede no ser muy adecuado, ya que con la saturación del núcleo cambian todos los coeficientes de la matriz de acoplamientos.

Modelos basados en inductancias de dispersión. Este procedimiento fue iniciado por Blume [10] y mejorado por muchos otros, ver referencias [11-13]. La generalización para transformadores trifásicos de múltiples devanados fue presentada por Bradjwajn y otros [14].

Dugan y otros [15] usan la misma técnica para la modelización de transformadores de secciones múltiples. Esos modelos representan adecuadamente las inductancias de dispersión del transformador (es decir, en condiciones de carga y corto circuito), pero la caracterización del núcleo de hierro quizá no ha sido incluida apropiadamente.

Modelos basados en el principio de Dualidad. Este procedimiento fue planteado por Cherry [16] y generalizado por Slemon [17]. Con esta técnica el núcleo de hierro puede ser modelizado con precisión. Sin embargo, se ha criticado que los modelos basados únicamente en este procedimiento tienen el inconveniente que las inductancias de dispersión no son correctamente representadas (estos son

directamente derivados del flujo de dispersión despreciando el espesor de los devanados).

Esta imprecisión parece que ha sido corregida cuando suponen el campo magnético axial, por Edelman [18] y Krahenbuhl y otros [19]. Últimamente, Arturi [20] ha empleado este procedimiento en modelización de condiciones de elevada saturación.

Modelos basados en medidas. Existe un gran número de modelos de transformadores de alta frecuencia derivados de medidas; por ejemplo, referencias [21-31]. Los ensayos son hechos para la determinación de parámetros del modelo en el dominio de la frecuencia o dominio del tiempo.

Algunos autores critican que los modelos obtenidos de medidas tienen la desventaja que su funcionamiento solo puede ser garantizado por ensayos de los transformadores. Pero muchos más coinciden en que es la mejor manera de asegurar el funcionamiento correcto del modelo.

Aunque la generalización de esta técnica partiendo de los ensayos de laboratorio, de acuerdo al diseño, tamaño, fabricación, etc., las predicciones precisas de transformadores sin ensayos previos, no puede ser asegurada.

Modelos basados en campos electromagnéticos. Los diseñadores de grandes transformadores usan métodos de campos electromagnéticos para el cálculo de sus parámetros de diseño. Las técnicas de elementos finitos son las más aceptadas para la solución numérica de problemas de campo magnético [32-35]. Sin embargo, hay otras técnicas disponibles, referencias [36-37].

Hay una aceptación generalizada, de que el análisis de campos tridimensionales es necesario en el proceso de diseño. Pero también se sabe que, este método no es práctico en simulación de transitorios debido al tiempo que tardarían las simulaciones.

A continuación se hace un repaso de los trabajos más importantes recientemente publicados, sobre la modelización de transformadores en condiciones de saturación. Se hace una revisión de las metodologías seguidas por diferentes grupos de investigación que han trabajado sobre el tema.

1.3 Modelización de transformadores monofásicos

El modelo del transformador en condiciones de funcionamiento normales, no tiene ninguna complicación en su modelización matemática y su formulación está contenida en la mayoría de los libros de teoría de circuitos. Sin embargo, se comentará lo básico sobre el modelo clásico que ha sido aceptado en forma generalizada.

En la figura 1-1 se muestra el sistema electromagnético que representa un transformador monofásico de dos devanados con núcleo de hierro.

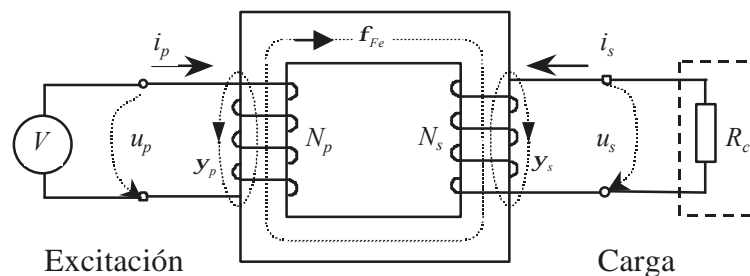


Fig.1-1 Representación electromagnética del transformador monofásico.

En la figura anterior se representa esquemáticamente el flujo dentro del núcleo magnético, las corrientes de los devanados, primario y secundario acoplados magnéticamente y los flujos de dispersión de cada bobina.

En este diagrama se desprecian las pérdidas en el núcleo aunque se considera las otras características del transformador real: como la inductancia finita, la

permeabilidad finita, la resistencia de devanados, que el flujo de un devanado no enlaza totalmente al otro devanado, etc.

El circuito equivalente eléctrico de transformador monofásico para representar el sistema magnético de la figura 1-1, se suele expresar habitualmente en la bibliografía con un diagrama llamado circuito equivalente T, mostrado en la figura 1-2.

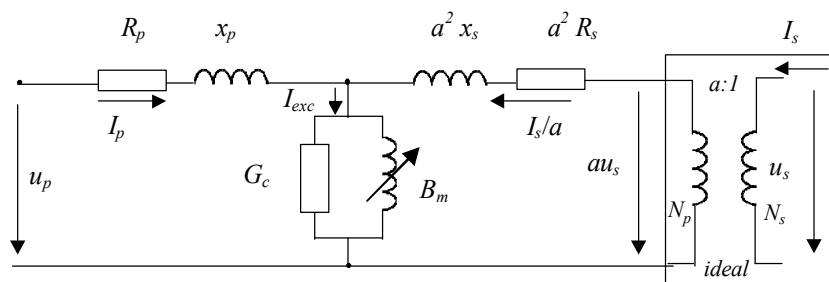


Fig. 1-2 Circuito equivalente eléctrico en T.

El circuito equivalente de la figura 1-2 representa, las ramas de dispersión del devanado primario y del secundario, la rama de excitación que se compone de una conductancia G_c para representar las pérdidas en el núcleo y una susceptancia B_m por donde pasa la corriente de magnetización.

El transformador ideal se suele usar para representar el aislamiento eléctrico entre los devanados primario y secundario y la relación de transformación de tensión y corriente.

En el circuito en T de la figura 1-2, R_p y x_p son la resistencia y reactancia de dispersión del devanado primario, R_s y x_s la resistencia y reactancia de dispersión del devanado secundario y la rama de excitación formada por la conductancia G_c y la susceptancia magnética B_m en paralelo representan conjuntamente el camino de la corriente de excitación.

N_p y N_s son los números de espiras de los devanados primario y secundario y $a = N_p/N_s$ es la relación de transformación. u_p y u_s son las tensiones en terminales del devanado.

Sin considerar las pérdidas en el núcleo, las expresiones matemáticas que describen el circuito equivalente de la figura 1-2 se pueden escribir de la siguiente forma:

$$u_p = R_p i_p + L_{dp} \frac{di_p}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe}}{dt} \quad (1.1)$$

$$u_s = R_s i_s + L_{ds} \frac{di_s}{dt} + N_s \frac{d\mathbf{f}_{Fe}}{dt} \quad (1.2)$$

donde la relación entre la corriente y el flujo magnético se puede expresar de la forma siguiente,

$$N_p i_p - \frac{i_s}{a} = f_{\mathfrak{R}} \quad (1.3)$$

siendo a la relación de transformación, la ecuación anterior se puede reescribir de la siguiente forma,

$$N_p \left(i_p - \frac{N_s}{N_p} i_s \right) = \mathfrak{R} \mathbf{f}_{Fe} \Rightarrow N_p i_m = f_{\mathfrak{R}} \quad (1.4)$$

En la ecuación (1.4) el término entre paréntesis constituye la corriente de magnetización i_m del transformador. La fuerza magnetomotriz (f_{mm}) está relacionada con la reluctancia magnética del material del núcleo \mathfrak{R} y por el flujo magnético \mathbf{f}_{Fe} que circula a través de éste, y se puede escribir con la siguiente expresión,

$$f_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R} \cdot \mathbf{f}_{Fe} \quad (1-5)$$

Esta relación del flujo y reluctancia puede representarse aproximadamente por medio de la figura 1-3. Esta figura describe las características magnéticas del núcleo de hierro del transformador.

En un transformador bien diseñado, la densidad de flujo máxima en el núcleo ocurre en el codo de su curva de saturación, figura 1-3. En este punto de la curva, la densidad de flujo no es lineal con respecto a la intensidad del campo. Sin embargo, las propiedades no lineales del material del núcleo, hacen que las tensiones sinusoidales inducidas en los devanados u_p y u_s se produzcan por la corriente de magnetización no sinusoidal cuando se aplica una tensión sinusoidal.

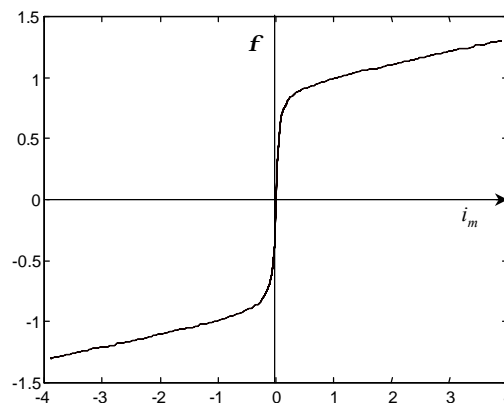


Fig. 1-3 Curva característica de la relación magnética $f_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}}) \cdot \mathbf{f}$

La corriente de excitación contiene hasta un 40% del 3^{er} armónico. Sin embargo, debido a su valor tan pequeño con respecto a la corriente nominal, esta se considera sinusoidal y así es aceptable el uso de $G_c + jB_m$ cuando el transformador opera en condiciones normales.

Sin embargo en condiciones de saturación, la densidad de flujo máxima supera el codo de la curva de magnetización y la corriente de excitación no debe ser despreciada.

La relación no lineal entre la fmm y el flujo magnético ecuación (1.5) en condiciones de saturación distorsiona la corriente de magnetización, la cual puede tener efectos no deseables debido a los armónicos inyectados por el transformador al sistema además de los daños al propio transformador.

1.4 Métodos de modelización más usados

De los trabajos recientemente publicados se encontró que, la técnica más usada por diferentes autores y grupos de investigación sobre modelización de transformadores bastante detallados, es el método de la dualidad. Por este motivo, se hace breve un repaso sobre esta metodología.

El proceso consiste en obtener el circuito equivalente eléctrico partiendo del modelo magnético. Este último, es creado a criterio de quien lo diseña, con las hipótesis y condiciones más convenientes. El objetivo final es obtener por ordenador, una réplica fiel del funcionamiento del transformador en condiciones determinadas. Este objetivo dependerá de la calidad de la caracterización de los parámetros.

Primero se hace un repaso de los conceptos y procedimientos empleados en esta técnica de dualidad, aplicada a transformadores monofásicos. Para finalizar se comentan dos de las publicaciones más recientes donde emplean esta metodología para desarrollar modelos trifásicos.

1.5 Modelos monofásicos basados en dualidad

Sea el sistema magnético de la figura 1-4, Se considera que la totalidad del flujo magnético circula únicamente por el interior del material magnético, es decir, se desprecia el flujo de dispersión. El material magnético está dividido en tres secciones (k) equivalentes en dimensiones y características físicas.

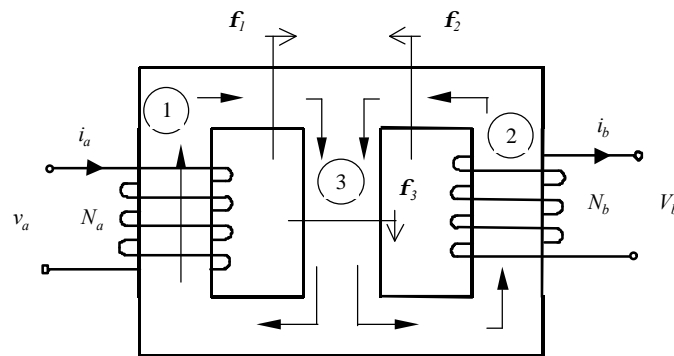


Fig. 1-4 Sistema Magnético. Núcleo de tres columnas.

Uno de los pasos más importantes radica en como modelar el circuito magnético partiendo del sistema físico magnético. El circuito magnético que se deduce del sistema magnético de la figura 1-4 y de las condiciones supuestas anteriormente, es como se muestra en la figura 1-5.

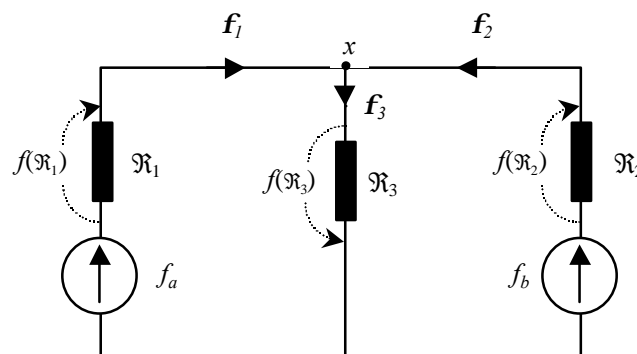


Fig. 1-5 Circuito Magnético

Cada sección del núcleo se puede representar por medio de una reluctancia \mathfrak{R}_k que relacione el camino del flujo ϕ_k con la fuerza magnetomotriz $f(\mathfrak{R}_k)$ necesaria para establecer el flujo a lo largo de la longitud de la sección correspondiente (k). Los devanados se representan por medio de fuentes de corrientes.

El siguiente paso es obtener un circuito equivalente eléctrico partiendo del circuito magnético de la figura 1-4. Según la ley de continuidad del flujo, en el nodo x del

circuito magnético, es el punto donde la suma de flujos magnéticos es cero. Por tanto, en el nodo x las variables de flujo esta relacionadas por la ecuación,

$$\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_3 = \sum_{\text{entrando al nodo } x} \mathbf{f}_x = 0 \quad (1.6)$$

Las correspondientes variables de tensión inducida están relacionadas por la expresión,

$$u_1 + u_2 - u_3 = 0 \quad (1.7)$$

Para la malla del lado izquierdo del circuito magnético de la figura 1-5, la ecuación (1.6) relaciona las fuerzas magnetomotrices de la forma siguiente,

$$f_a = f_{\mathfrak{R}1} + f_{\mathfrak{R}3} \quad (1.8)$$

Considerando que cada una de esas componentes f_k es producida por una componente de corriente de una bobina de N vueltas, esas componentes de corriente están entonces relacionadas por:

$$i_a = i_1 + i_3 \quad (1.9)$$

Lo mismo para la malla del lado derecho:

$$f_b = f_{\mathfrak{R}2} + f_{\mathfrak{R}3} \quad (1.10)$$

$$i_b = i_2 + i_3 \quad (1.11)$$

Cada una de las reluctancias en el circuito magnético relaciona un flujo variable ϕ y una f fuerza magnetomotriz variable. Las correspondientes, tensión inducida u y corriente variable i están relacionadas por la inductancia.

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (1.12)$$

Las ecuaciones (1.7), (1.9), (1.11) y (1.12), describen el circuito eléctrico mostrado en la figura 1-6.

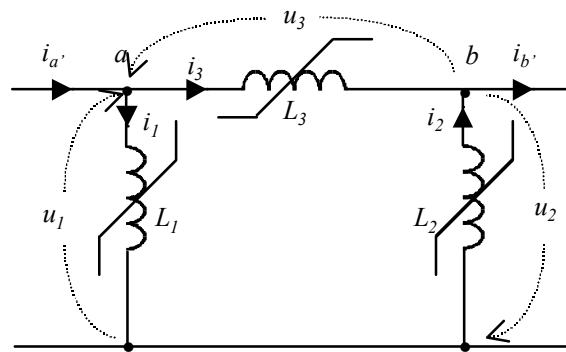


Fig. 1-6 Circuito equivalente eléctrico

Para cada una de las dos mallas independientes del circuito magnético, hay un nodo independiente en el circuito eléctrico. Las corrientes entrando a esos dos nodos nombrados *a* y *b*, están relacionados por las ecuaciones (1.9) y (1.11). Para cada nodo en el circuito magnético, hay una malla correspondiente en el circuito eléctrico. La rama de tensión alrededor de la malla central inferior está relacionada por la ecuación (1.7).

En la figura 1-7 se muestra el procedimiento basado en las técnicas de dualidad para obtener el circuito equivalente eléctrico derivado de un circuito magnético. Para cada rama de reluctancia en el circuito magnético, hay una rama de inductancia correspondiente en el circuito eléctrico.

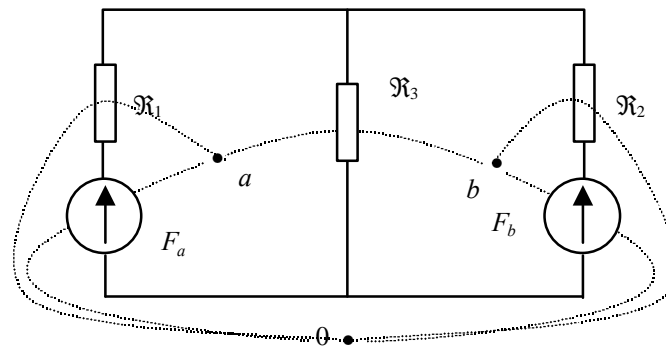


Fig. 1-7 Técnica de derivación topológica

En la figura 1-7 se marca un nodo en cada malla del circuito magnético, por ejemplo “a” y “b” y un nodo de referencia “0” fuera del circuito. Esos nodos son unidos por ramas, las cuales pasan a través de cada elemento del circuito magnético como se indica en la figura 1-7, donde se observa que la estructura resultante es idéntica al circuito eléctrico de la figura 1-6.

Para cada reluctancia en una malla del circuito magnético, existe una inductancia conectada al nodo correspondiente en el circuito eléctrico. Donde una reluctancia es común a dos mallas en el circuito magnético, la inductancia correspondiente conecta los dos nodos correspondientes en el circuito eléctrico.

Para cada fuente de fuerza magnetomotriz hay una derivación de corriente correspondiente. Para cada flujo en el circuito magnético, hay una tensión inducida correspondiente entre nodos.

Cuando una reluctancia en el circuito magnético representa una relación no lineal entre flujo y fuerza magnetomotriz, su correspondiente inductancia en el circuito eléctrico debe representar una relación no-lineal entre el flujo concatenado en una bobina de N vueltas encerrando esa rama del sistema magnético, y la corriente en la bobina de N vueltas que produce la fuerza magnetomotriz para esa rama.

Las relaciones no-lineales del circuito magnético se mantienen en el circuito eléctrico equivalente. Existen muchos modelos para representar la relación no lineal (\mathcal{F} - F) y la selección de uno de ellos depende del problema bajo estudio.

El circuito eléctrico de la figura 1-6 ha sido desarrollado suponiendo que todos los devanados tienen N vueltas. Debido a que el número de vueltas es generalmente diferente en los diferentes devanados, es necesario añadir un transformador ideal en las terminales del circuito eléctrico para obtener la tensión y corriente reales en los devanados.

1.5.1 Transformador monofásico con devanados concéntricos

El sistema magnético monofásico de la figura 1-8 contiene dos devanados concéntricos. Se puede observar las trayectorias del flujo dentro de la estructura magnética y la de los flujos de dispersión que se cierran a través del aire.

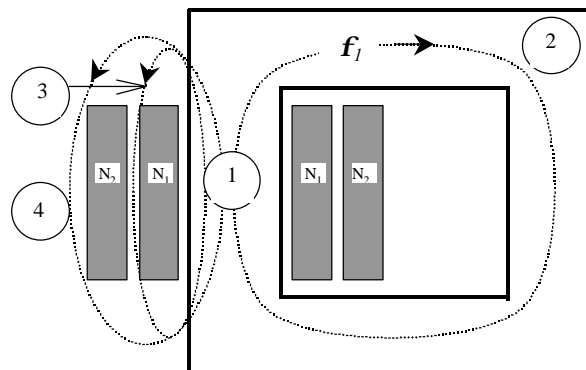


Fig. 1-8 Núcleo magnético con devanados concéntricos.

En la figura 1-9 se muestra el circuito magnético de la estructura anterior, R_1 y R_2 son las reluctancias no-lineales que representan las secciones del núcleo magnético.

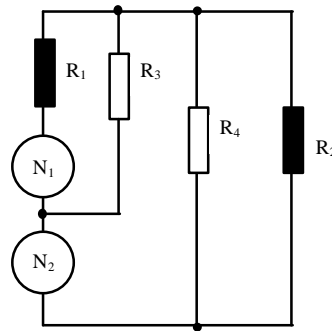


Fig. 1-9 Circuito magnético. Devanados concéntricos

Los acoplamientos magnéticos a través del aire se representan con las reluctancias lineales R_3 y R_4 . Las fuentes de corriente 1 y 2 representan los devanados primario y secundario respectivamente. Aplicando los criterios de dualidad se puede obtener el circuito eléctrico equivalente mostrado en la figura 1-10. El circuito resultante es un esquema en "PI".

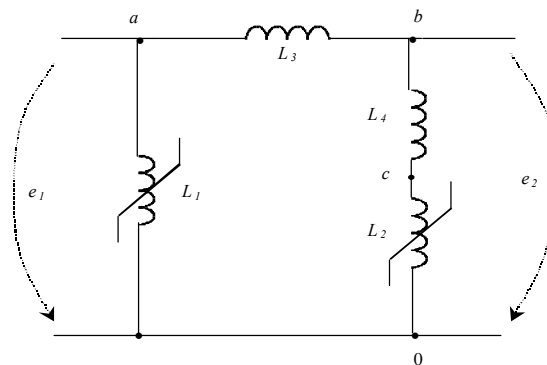


Fig. 1-10 Circuito equivalente eléctrico "PI"

1.5.2 Transformador monofásico con devanados apilados

De forma similar al sistema anterior, en el sistema magnético de la figura 1-11 además de considerar flujo a través del núcleo se considera también los acoplamientos magnéticos de dispersión entre devanados.

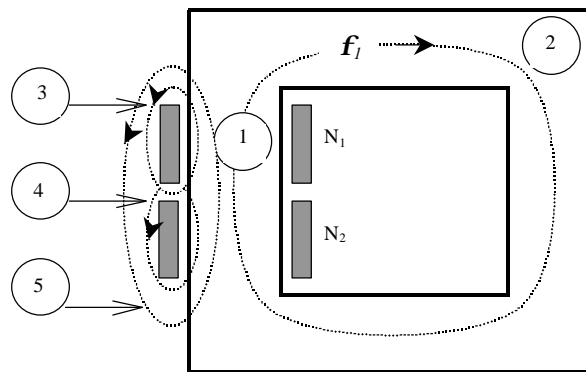


Fig. 1-11 Núcleo magnético con devandos apilados

La figura 1-12 representa el circuito magnético obtenido donde las reluctancias R_1 y R_2 son las secciones del núcleo. R_3 , R_4 y R_5 los acoplamientos a través del aire. Las fuentes de corriente son los devandos primario y secundario respectivamente.

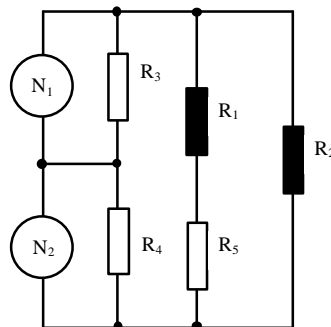


Fig. 1-12 Circuito magnético. Devandos apilados

El circuito equivalente eléctrico de la figura 1-13 es un esquema en “T” que se obtiene de aplicar la dualidad al circuito magnético de la figura 1-12.

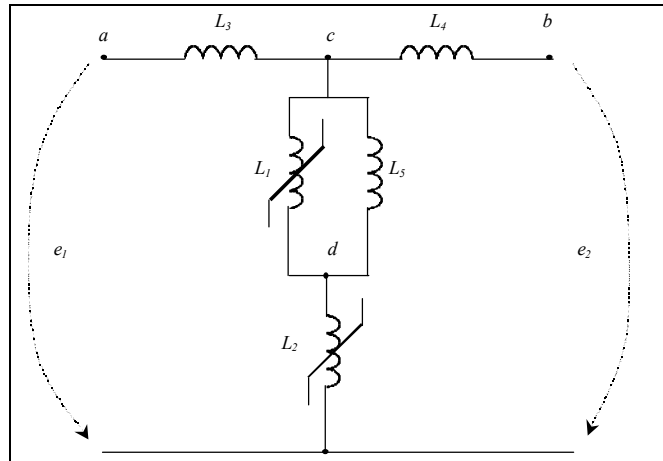


Fig. 1-13 Circuito equivalente eléctrico "T"

1.6 Modelos trifásicos basados en dualidad

En esta sección se comentan dos publicaciones recientes que aplican la técnica de dualidad para obtener el circuito equivalente del transformador trifásico con cinco columnas. Los autores desarrollaron dos modelos muy detallados y complejos para representar el funcionamiento del transformador trifásico con saturación. En el primer caso se comenta el transformador trifásico con tres devanados y el segundo caso el de dos devanados.

1.6.1 Modelo de transformador trifásico con tres devanados y cinco columnas

X. Chen y S.S. Venkata [38] usan el teorema de dualidad para obtener un modelo de transformador trifásico de baja frecuencia implementado en el programa EMTP/ATP en la figura 1-14.

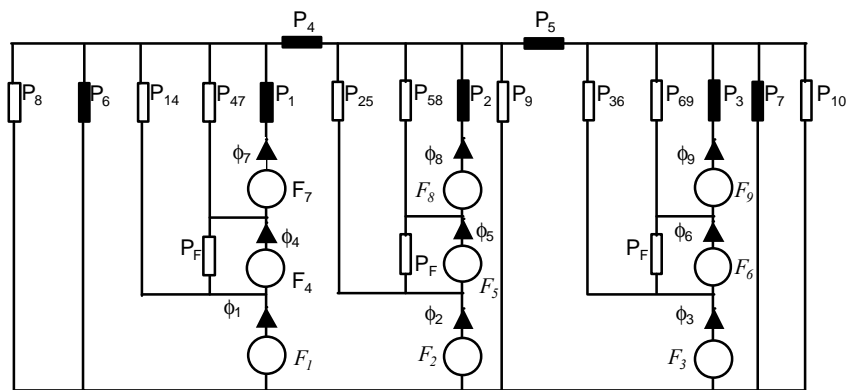


Fig. 1-14 Circuito magnético trifásico, tres devanados, 5 columnas

En la fig. 1-14 las permeancias en cada columna son P_1 , P_2 y P_3 . Las del yugo izquierdo y derecho son P_4 y P_5 respectivamente y las columnas externas P_6 y P_7 . Los autores hacen las siguientes suposiciones: $P_4 = (\text{Permeancia del yugo izq. superior})/2$.

Por simetría, $P_1 = P_2 = P_3$, $P_4 = P_5$ y $P_6 = P_7$ para el mismo nivel de saturación. Las permeancias de la trayectoria a través del aire alrededor de yugos y columna, las incluyen en los segmentos del núcleo y sus valores se asumen proporcionales a los valores de los segmentos considerados.

P_8 , P_9 y P_{10} son las permeancias de dispersión a través del aire y el tanque y son supuestos iguales y lineales. $P_{14} = P_{25} = P_{36}$ y $P_{47} = P_{58} = P_{69}$ son permeancias del espacio de aire entre los devanados primario y secundario y secundario y terciario respectivamente.

Las tres P_F 's que aparecen en la figura 1-14 son ramas ficticias añadidas para igualar las características de transferencia de los tres devanados del transformador. Su circuito dual equivalente eléctrico se representa en la figura 1-15.

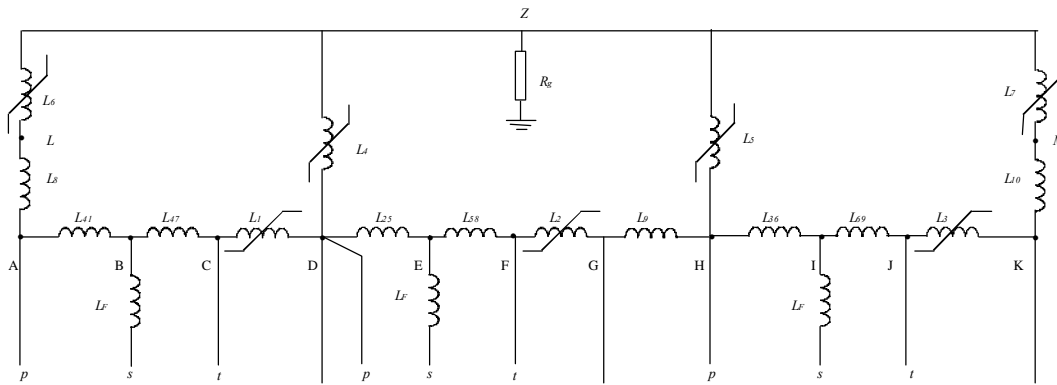


Fig. 1-15 Circuito equivalente eléctrico

Modelización no lineal

Los autores suponen que las pérdidas en el núcleo pueden ser representadas por cargas resistivas de devanados ficticios alrededor de cada segmento del núcleo. La representación de la saturación del núcleo la realizan con una curva B-H anhistéresis aproximada formada con segmentos de tramos lineales (5 pendientes).

Para generar la curva usaron la rutina SPR.FOR incorporada al EMTP/ATP, resolviendo las ecuaciones (1.13) y (1.14) usando la curva ($\mathbf{y}-i$) o (B-H) y las dimensiones del núcleo proporcionadas por el fabricante.

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = -R\mathbf{i} + \mathbf{v} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{i} = \Gamma \mathbf{y} \quad (1.14)$$

$\Gamma(6 \times 6)$ es la inversa de la matriz de inductancias y la determinan de un circuito equivalente de un transformador de dos devanados usando dualidad.

1.6.2 Modelo de transformador trifásico con dos devanados y cinco columnas

Otro modelo basado en esta técnica de dualidad es el que propone Arturi [20] para análisis de transitorios. Al igual que el anterior, este modelo es desarrollado en el programa EMTP/ATP.

En la figura 1-16 se muestra el modelo magnético obtenido de la suposición de las trayectorias seguidas por el flujo magnético tanto en el interior del material magnético como los flujos de dispersión debido a acoplamiento entre bobinas concéntricas. Se desprecia el acoplamiento magnético entre bobinas de columnas diferentes.

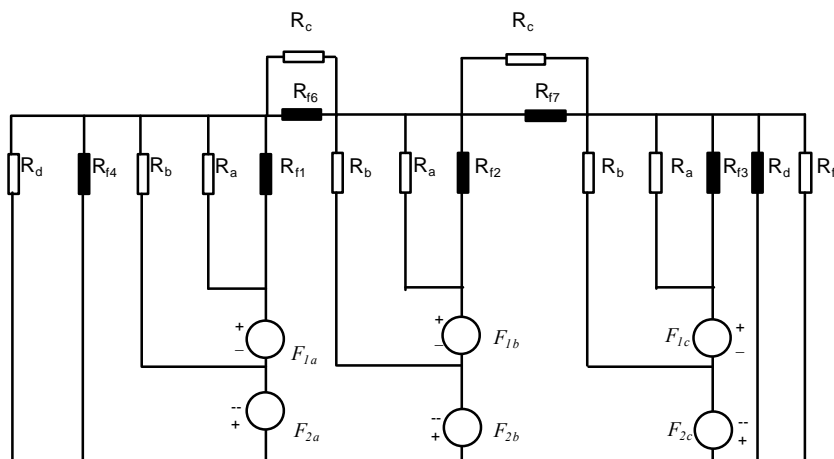


Fig. 1-16 Circuito magnético

Los devanados se suponen tres bobinas acopladas concéntricamente. Tres bobinas internas de B.T. y tres externas de A.T. La estructura del núcleo se divide en 9 ramas. 3 para las columnas (con devanados) de dimensiones similares, 4 para los yugos intermedios (dos superiores y dos de inferiores) y 2 para las columnas y yugos laterales.

A cada rama no lineal de hierro se conecta en paralelo una rama lineal (aire). Finalmente, se consideran las reluctancias de dispersión por el acoplamiento entre

bobinas concéntricas. Las fuentes del circuito magnético se representan con 6 fuentes de fmm , una para cada bobina.

En la figura 1-16 hay en total 7 reluctancias no lineales representadas con color oscuro, cada una de ellas tiene conectada una reluctancia lineal en paralelo (7 reluctancias lineales), y tres reluctancias de dispersión y seis fuentes de fmm .

Aplicando el teorema de dualidad se obtiene el circuito equivalente de la figura 1-17 asumiendo una referencia común de un número N de vueltas, una inductancia ($L = N^2 / R$) correspondiendo a la reluctancia R , una fuente de corriente ($i = F/N$) correspondiendo a la fmm , etc.

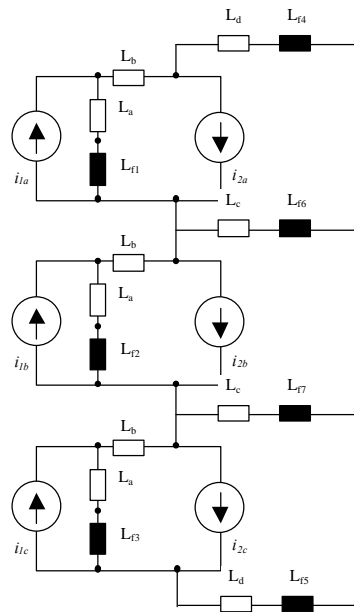


Fig. 1-17 Circuito eléctrico

El autor implementó el modelo con 6 transformadores ideales para representar el número real de vueltas de los devanados, y para realizar las conexiones estrella o delta con los devanados.

Esta revisión de los trabajos más importantes publicados recientemente, demuestra la complejidad de la modelización del transformador trifásico en condiciones de saturación del núcleo. Como puede observarse, el uso de

herramientas de simulación como el ATP/EMTP facilita el desarrollo de nuevos modelos por muy complejos que sean.

Sin embargo, puede verse también que la complejidad del modelo conduce sin remedio a la dependencia de la información que el fabricante “pueda” proporcionar. Como esto no se consigue siempre, se recurre a la suposición de parámetros que complementen los requisitos del modelo.

En cualquier caso, de la mayoría de modelos desarrollados en los programas de análisis de transitorios conocidos, por muy completos que sean, muy pocos han sido comparados contra ensayos de laboratorio. De hecho, existen trabajos de modelos que han sido comparados contra simulaciones de otros modelos.

1.7 Característica B – H

En la figura 1-18 se muestra que la intensidad de campo magnético H está relacionada con la densidad de flujo magnético B y la propiedad del medio m en el cual se forma el campo.

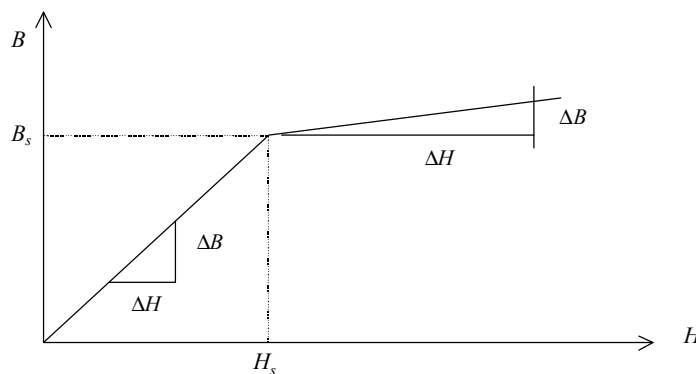


Fig. 1-18 Relación B – H

$$B = mH \quad (1.14)$$

$H = \text{Amperes} / \text{m}$; $B = \text{Weber} / \text{m}^2$; $m = \text{permeabilidad del medio (H/m)}$

La ecuación 1.14 describe una relación lineal entre B y H , si se mantiene constante la permeabilidad del material como es el caso de los no magnéticos o de los materiales magnéticos en su zona lineal, es decir, por debajo de su punto de saturación B_s (figura 1-18).

$$m = m_0 \cdot m_r \quad (1.15)$$

$$m = \frac{\Delta B}{\Delta H} = \frac{B}{H} \quad ; \quad m_r = \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

En la ecuación (1.15), la permeabilidad del espacio libre o aire es m_0 ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m), m_r es la permeabilidad relativa (1.0 para el aire y materiales no magnéticos, y hasta varios miles para el hierro).

Un material magnético comienza a saturarse por encima del punto B_s comúnmente conocido como punto de rodilla o codo, donde el incremento de la relación (B/H) se reduce a un mínimo, como se muestra en la figura 1-18.

1.8 Funciones para representar la magnetización

Los estudios relacionados con el fenómeno de la saturación en los transformadores han aportado importantes contribuciones en la última década. Sin embargo la representación de la histéresis sigue siendo el punto a estudiar debido a la gran complejidad del fenómeno.

Se puede ver en cualquier curva mostrando la relación dinámica entre B y H que la componente de la intensidad de campo magnético H_h relacionada a la histéresis, es fuertemente dependiente de la “historia” de la magnetización.

Sin embargo, la modelización aproximada de la magnetización del transformador ha evolucionado mucho y a continuación se mencionan algunas de estas funciones para representar la magnetización del transformador.

A Medina y J Arrillaga [39] usaron una función hiperbólica que reproduce con precisión la característica experimental, esta se basa en la función:

$$F(i, \mathbf{f}) = (m_1 i + b_1 - \mathbf{f})(m_2 i + b_2 - \mathbf{f}) - b_1 b_2 = e\mathbf{f}$$

Donde $e\mathbf{f}$ es un término de corrección que proporciona el ajuste deseado en el codo de saturación de la curva. Esta función conduce a la siguiente expresión para la corriente de magnetización en el primer cuadrante:

$$i = \frac{-B - \sqrt{(B^2 - 4AC)}}{2A}$$

donde:

$$A = m_1 m_2;$$

$$B = m_1(b_2 - \mathbf{f}) + m_2(b_1 - \mathbf{f})$$

$$C = \mathbf{f}^2 - \mathbf{f}(b_1 + b_2 + e)$$

Otro modelo usado por Francisco de León y Adam Semlyen [40] está relacionado con la curva de magnetización estándar real del material magnético.

$$H_{basis} = f_0(B)$$

Como el ciclo de histéresis que modelan es muy delgado, usan un polinomio de aproximación para la curva base con una pendiente inicial muy empinada.

$$H_{basis} = K_{basis} B + K_{n_1} B^{n_1} + K_{n_2} B^{n_2}$$

Dando valores iniciales basados en la referencia [41] resuelven el polinomio. En el modelo asumen que existe una intensidad de campo relacionada con la histéresis, proporcional al cambio en B desde el punto anterior del regreso, es decir, $H_{hist} = K_{hist} (B - B_{rev})$.

Otro modelo más sencillo como el que utiliza el ATP/EMTP por medio de una rutina llamada CONVERT donde se deprecia la influencia de los efectos de la histéresis y de corrientes inducidas y que se basa en una curva de tramos lineales obtenida de valores eficaces, es decir, $V_{RMS} = f(I_{RMS})$. Los detalles de la función usada se pueden ver en [42].

Otro modelo matemático para representar la magnetización sin histéresis (curva an-histéresis), es propuesto por D.C. Jiles, y D.L. Atherton [43]. Para la magnetización an-histéresis han escogido una expresión de Langevin modificada $L(H_2)$ [36] como la función arbitraria $M_s \cdot f(H_e)$. Esta por lo tanto lleva a una expresión para la magnetización an-histéresis [37]

$$M_{an}(H_e) = M_s(\coth(H_e/a) - (a/H_e))$$

Donde a es un parámetro con dimensiones de campo magnético cuyas características dibujan la magnetización an-histéresis. La ecuación de Langevin modificada, ecuación anterior, da origen a una forma elemental del ciclo de histéresis si el coeficiente a es suficientemente grande. Este es el tipo de histéresis que Ewing [6] encontró de sus cálculos basados en interacciones mutuas entre los momentos magnéticos.

C.E. Lin, C.L. Cheng C. y L. Huang, presentan una función sencilla basada en “n” segmentos lineales y que son las muestras de cada período, $i = (i_1 - \phi_n/s_n) + \phi_n/s_n$, para $\phi_n < \phi \leq \phi_{n-1}$, en un trabajo de investigación con medidas en tiempo real [44].

Existen otras muchas funciones para representar las características magnéticas del núcleo en condiciones de saturación. Algunas son más complejas que otras, pero

definitivamente es una parte importante que determina la calidad del modelo del transformador.

En el caso de la determinación de las corrientes de magnetización del transformador para un programa de análisis de armónicos, es muy importante tener una representación adecuada de la curva. Quizá no se justifique el desarrollo de una curva con histéresis, pero sí por lo menos es necesario representar adecuadamente el codo de saturación, debido a que no se puede generalizar una curva para todos los transformadores.

En el presente trabajo, se usa una función analítica que describe una curva del tipo an-histéresis. Esta función se describe en la descripción del modelo.

Capítulo 2

Planteamiento de la modelización propuesta del transformador

2.1 Introducción

En el presente trabajo, se proponen los modelos de transformadores monofásico y trifásico, de tres columnas, dos devanados con funcionamiento en régimen permanente en estado de saturación por sobretensión. El modelo obtiene las salidas de las corrientes de magnetización, adecuadas para el estudio de flujos de cargas con armónicos.

La motivación de este trabajo nace, de un proyecto modular que actualmente se desarrolla en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica de Cataluña. Este proyecto consiste en el desarrollo de un programa informático integral para el análisis de flujos de cargas con armónicos.

El proyecto tiene la finalidad de desarrollar los modelos adecuados de los elementos que integran el sistema de potencia incluyendo cargas no lineales, para el estudio de flujos de cargas con armónicos. Uno de estos elementos es el transformador trifásico con saturación.

Las características de los modelos de transformadores propuestos, basan su diseño conceptual en un desarrollo matemático simple, dividiendo en tres secciones el núcleo magnético de tres columnas para representar las características magnéticas, y sobre todo, el desarrollo y validación de los modelos tiene el soporte de un trabajo experimental.

Esta característica de diseño se ha implementado de esta forma, debido a la complejidad que se ha encontrado en los modelos encontrados en la bibliografía. Por tanto, se pretende tener resultados igualmente aceptables, partiendo de la caracterización adecuada del transformador, en la que los parámetros son obtenidos totalmente de ensayos de laboratorio.

La modelización de los transformadores con saturación propuestos aquí, han sido desarrollados primero, en el programa de simulación PSpice. Esta herramienta ha

sido escogida por su facilidad para desarrollar nuevos modelos y porque existe la licencia gratuita para estudiantes.

Además de los ensayos en cuatro transformadores trifásicos, de tres columnas tipo seco, los modelos desarrollados en el programa PSpice han servido para validar el modelo final para análisis de armónicos, el cual se ha desarrollado en código FORTRAN.

El modelo desarrollado en PSpice obtiene el régimen permanente después de analizar el régimen transitorio, similarmente como el programa ATP/EMTP. Una vez alcanzado el régimen permanente se compara con los registros de laboratorio.

La modelización del transformador trifásico con saturación, puede funcionar como transformador monofásico con excitación de un solo devanado. Y el fenómeno de la interacción entre columnas es adecuadamente representado en la simulación con excitación trifásica.

Ambos modelos, el modelo desarrollado en PSpice y el modelo armónico desarrollado en lenguaje FORTRAN, han sido validados cada uno de ellos contra las medidas obtenidas en el estudio experimental. Y finalmente se han comparado ambos modelos entre sí para comentar las diferencias entre ellos, ventajas, desventajas, cualidades y utilidades de cada uno.

2.2 Modelo monofásico

El modelo clásico que se comentó en la sección 1.3 es el aceptado para la modelización del transformador monofásico. Los esquemas magnético y eléctrico y las ecuaciones escritas en esa sección han sido empleados en este trabajo. La representación de la curva de magnetización para representar la saturación del núcleo será explicada más adelante.

2.3 Modelo trifásico

Para la modelización simplificada que se propone en este trabajo, se estudia un transformador trifásico, con núcleo magnético de tres columnas dos devanados. Se pretende que las principales características para su modelización sean, la sencillez para representar sus circuitos magnético y eléctrico, así como la obtención de sus parámetros a través de ensayos de laboratorio, y que no se necesiten datos adicionales del fabricante.

Primero se hace un planteamiento de las consideraciones generales del modelo propuesto; la representación de las trayectorias de los flujos considerados y su representación matemática.

2.3.1 Sistema magnético

El sistema magnético de la figura 2-1 muestra las trayectorias de los flujos magnéticos lineales y no lineales considerados en el estudio. Los flujos lineales son los que se cierran a través de la reluctancia del aire, y los flujos saturables son aquellos que circulan únicamente por el interior del núcleo, por tanto, encuentran oposición en la reluctancia no lineal del material del núcleo.

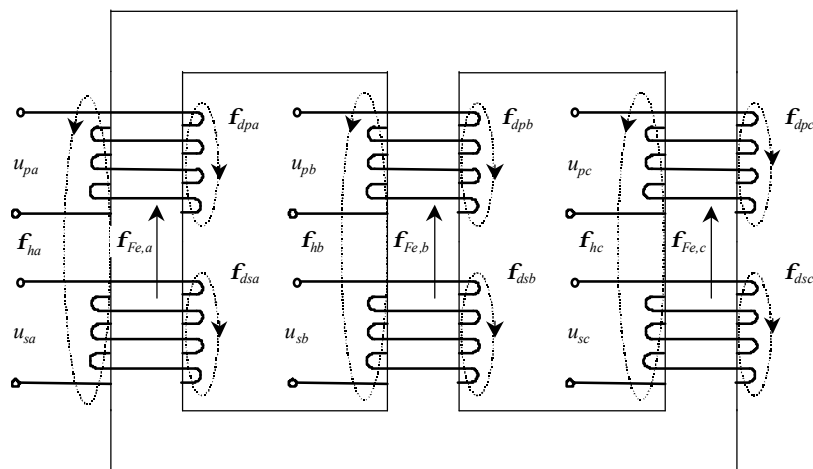


Fig. 2-1 Representación esquemática de los flujos magnéticos

El subíndice usado para identificar las fases es ($k = a, b, c$). Así, con relación a la figura anterior, las tensiones de los devanados primario y secundario están representados respectivamente por u_{pk} y u_{sk} para cada fase k .

$f_{Fe,k}$ es el flujo magnético no lineal unitario circulando por la columna del núcleo correspondiente a la fase k . f_{dpk} es el flujo magnético lineal unitario de dispersión del devanado primario p y de la columna correspondiente a la fase k .

f_{dsk} es el flujo magnético lineal de dispersión del devanado secundario s de la columna correspondiente al devanado de la fase k . Finalmente, f_{hk} es el flujo magnético lineal homopolar de los dos devanados primario y secundario de la columna correspondiente a la fase k .

Por simplicidad, no se incluyen en la figura 2-1 las trayectorias seguidas por los acoplamientos magnéticos de devanados de columnas diferentes. Sin embargo, estos acoplamientos son considerados en el circuito equivalente magnético de la figura 2-2, en una reluctancia magnética equivalente \mathfrak{R}_{dh} donde están incluidos todos los flujos de secuencia cero.

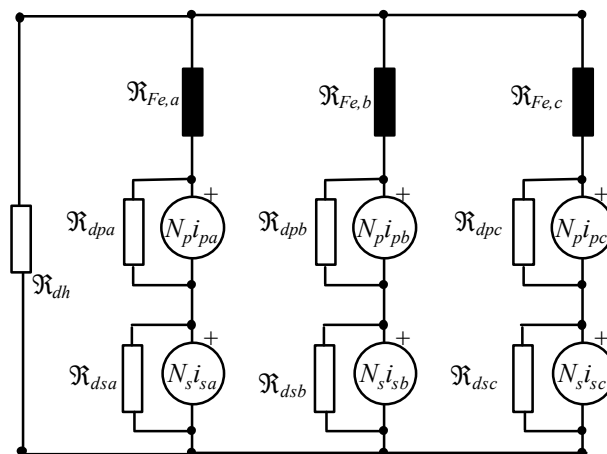


Fig. 2-2 Circuito Magnético del modelo propuesto

Los flujos de acoplamiento magnético entre devanados de la misma columna, representados en la figura 2-1, también están considerados dentro de la reluctancia

magnética equivalente \mathfrak{R}_{dh} representada en la figura 2-2. Las excitaciones para generar estos flujos, están representadas por fuentes de fuerza magnetomotriz fmm . La descripción de los elementos del circuito magnético de la figura 2-2 es la siguiente,

$N_p i_{pk}$ es la excitación magnética del devanado primario de la fase k .

$N_s i_{sk}$ es la excitación magnética del devanado secundario de la fase k .

\mathfrak{R}_{dh} es la reluctancia total equivalente de secuencia cero.

\mathfrak{R}_{dpk} es la reluctancia de dispersión del devanado primario en la columna de la fase k .

\mathfrak{R}_{dsk} es la reluctancia de dispersión del devanado secundario en la columna de la fase k .

$\mathfrak{R}_{Fe,k}$ es la reluctancia no-lineal de la columna k del núcleo magnético.

El número de vueltas de los devanados y las corrientes a través de ellos, representan las fuentes de fmm necesarias para producir el flujo magnético en cada bloque devanado-columna.

Cada una de estas fuentes de fmm tiene una reluctancia lineal conectada en paralelo. \mathfrak{R}_{dpk} representa la reluctancia al flujo de dispersión de cada fase k del devanado primario. Por tanto, \mathfrak{R}_{dsk} es la reluctancia al flujo de dispersión de cada fase k del devanado secundario.

\mathfrak{R}_{dh} es la reluctancia lineal que representa el total de los acoplamientos magnéticos de los devanados primario y secundario de una misma columna y entre columnas diferentes. Con lo cual se considera que las trayectorias de la totalidad de los flujos de secuencia homopolar, están representadas por esta reluctancia.

2.3.2 Circuito eléctrico

El circuito eléctrico considerado en este estudio se muestra en la siguiente figura 2-3. Por simplicidad, se representa el efecto no lineal de la rama de excitación sin considerar las pérdidas en el núcleo.

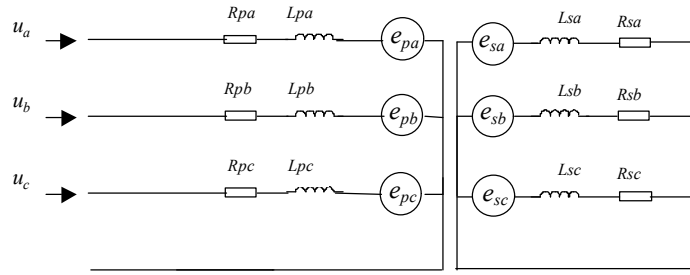


Fig. 2-3 Circuito Eléctrico del Transformador Trifásico Yn-yn.

Las simplificaciones mostradas en los circuitos, magnético y eléctrico de las figuras anteriores permiten realizar un planteamiento sencillo de las ecuaciones, que se escriben en la sección siguiente.

2.3.3 Ecuaciones del modelo

Los circuitos equivalentes del transformador vistos en la sección anterior, pueden expresarse matemáticamente por medio de las ecuaciones siguientes:

El devanado primario, puede representarse con las siguientes ecuaciones,

$$u_{pa} = R_{pa} i_{pa} + L_{dp} \frac{di_{pa}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,a}}{dt} \quad (2.1)$$

$$u_{pb} = R_{pb} i_{pb} + L_{dp} \frac{di_{pb}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,b}}{dt} \quad (2.2)$$

$$u_{pc} = R_{pc} i_{pc} + L_{dp} \frac{di_{pc}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,c}}{dt} \quad (2.3)$$

mientras que el devanado secundario se puede escribir con,

$$u_{sa} = R_{sa} i_{sa} + L_{ds} \frac{di_{sa}}{dt} + N_s \frac{d\mathbf{f}_{Fe,a}}{dt} \quad (2.4)$$

$$u_{sb} = R_{sb} i_{sb} + L_{ds} \frac{di_{sb}}{dt} + N_s \frac{d\mathbf{f}_{Fe,b}}{dt} \quad (2.5)$$

$$u_{sc} = R_{sc} i_{sc} + L_{ds} \frac{di_{sc}}{dt} + N_s \frac{d\mathbf{f}_{Fe,c}}{dt} \quad (2.6)$$

Donde el flujo magnético unitario total relacionado al bloque devanado-columna correspondiente a cada fase tiene dos componentes, el de dispersión más el relacionado al núcleo,

$$\mathbf{f}_{pa} = \mathbf{f}_{dpa} + \mathbf{f}_{Fe,a} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{f}_{pb} = \mathbf{f}_{dpb} + \mathbf{f}_{Fe,b} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{f}_{pc} = \mathbf{f}_{dpc} + \mathbf{f}_{Fe,c} \quad (2.9)$$

y similarmente para el secundario,

$$\mathbf{f}_{sa} = \mathbf{f}_{dsa} + \mathbf{f}_{Fe,a} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{f}_{sb} = \mathbf{f}_{dsb} + \mathbf{f}_{Fe,b} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{f}_{sc} = \mathbf{f}_{dsc} + \mathbf{f}_{Fe,c} \quad (2.12)$$

Al considerar el número de vueltas del devanado, el flujo concatenado total en cada fase para el devanado primario es,

$$\mathbf{y}_{pa} = N_p \mathbf{f}_{dpa} + N_p \mathbf{f}_{Fe,a} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{y}_{pb} = N_p \mathbf{f}_{dpb} + N_p \mathbf{f}_{Fe,b} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{y}_{pc} = N_p \mathbf{f}_{dpc} + N_p \mathbf{f}_{Fe,c} \quad (2.15)$$

y para cada fase del devanado secundario,

$$\mathbf{y}_{sa} = N_s \mathbf{f}_{dsa} + N_s \mathbf{f}_{Fe,a} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{y}_{sb} = N_s \mathbf{f}_{dsb} + N_s \mathbf{f}_{Fe,b} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{y}_{sc} = N_s \mathbf{f}_{dsc} + N_s \mathbf{f}_{Fe,c} \quad (2.18)$$

De las ecuaciones anteriores, el flujo de dispersión concatenado en cada fase, está relacionado con la corriente e inductancia de dispersión correspondiente. Así para el primario se tiene,

$$N_p \mathbf{f}_{dpa} = L_{dpa} i_{pa} \quad (2.19)$$

$$N_p \mathbf{f}_{dpb} = L_{dpb} i_{pb} \quad (2.20)$$

$$N_p \mathbf{f}_{dpc} = L_{dpc} i_{pc} \quad (2.21)$$

y para el devanado secundario,

$$N_s \mathbf{f}_{dsa} = L_{dsa} i_{sa} \quad (2.22)$$

$$N_s \mathbf{f}_{dsb} = L_{dsb} i_{sb} \quad (2.23)$$

$$N_s \mathbf{f}_{dsc} = L_{dsc} i_{sc} \quad (2.24)$$

Las relaciones magnéticas del transformador trifásico de tres columnas incluyendo las características de funcionamiento no lineal, pueden escribirse mediante el siguiente sistema no lineal de ecuaciones, y que definen el diagrama magnético de la figura 2-4.

$$N_p i_{pa} + N_s i_{sa} = f_{\mathfrak{R}a} - f_{\mathfrak{R}dh} \quad (2.25)$$

$$N_p i_{pb} + N_s i_{sb} = f_{\mathfrak{R}b} - f_{\mathfrak{R}dh} \quad (2.26)$$

$$N_p i_{pc} + N_s i_{sc} = f_{\mathfrak{R}c} - f_{\mathfrak{R}dh} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{f}_{Fe,a} + \mathbf{f}_{Fe,b} + \mathbf{f}_{Fe,c} + \mathbf{f}_{dh} = 0 \quad (2.28)$$

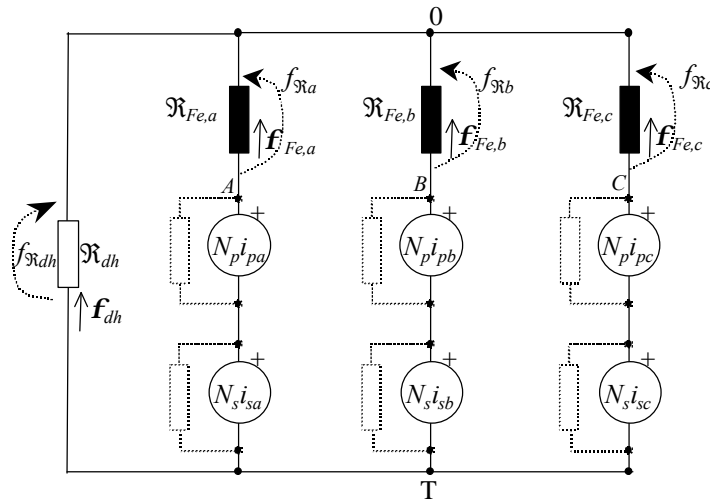


Fig. 2-4 Circuito representativo del núcleo magnético

En el diagrama magnético de la figura anterior, se observa que en cada columna existe una caída de *fmm* debida al paso del flujo magnético a través de la reluctancia no lineal. Por tanto, esta se puede expresar, definiendo la característica del material como una función de la misma caída de *fmm*, por medio de las ecuaciones siguientes,

$$f_{\mathfrak{R}a} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a}) \cdot \mathbf{f}_{Fe,a} \quad (2.29)$$

$$f_{\mathfrak{R}b} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b}) \cdot \mathbf{f}_{Fe,b} \quad (2.30)$$

$$f_{\mathfrak{R}c} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c}) \cdot \mathbf{f}_{Fe,c} \quad (2.31)$$

y la caída de fmm debido a la reluctancia lineal que cierra el flujo total homopolar a través del aire dado por,

$$f_{\mathfrak{R}dh} = \mathfrak{R}_{dh} \cdot \mathbf{f}_{dh} \quad (2.32)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.29 – 2.32) en la ecuación (2.28) se tiene,

$$\frac{f_{\mathfrak{R}a}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a})} + \frac{f_{\mathfrak{R}b}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b})} + \frac{f_{\mathfrak{R}c}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c})} + \frac{f_{\mathfrak{R}dh}}{\mathfrak{R}_{dh}} = 0 \quad (2.33)$$

La ecuación (2.33) conocida como ley de continuidad del flujo para un circuito magnético cerrado, también encuentra aplicación en la figura (2-4).

En resumen, la definición matemática del funcionamiento en régimen permanente del transformador trifásico de tres columnas, se puede expresar por medio de las ecuaciones siguientes, vistas anteriormente y que ahora se vuelven a escribir,

$$u_{pa} = R_{pa} i_{pa} + L_{dp} \frac{di_{pa}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,a}}{dt}$$

$$u_{pb} = R_{pb} i_{pb} + L_{dp} \frac{di_{pb}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,b}}{dt}$$

$$u_{pc} = R_{pc} i_{pc} + L_{dp} \frac{di_{pc}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,c}}{dt}$$

$$u_{sa} = R_{sa} i_{sa} + L_{ds} \frac{di_{sa}}{dt} + N_s \frac{d\mathbf{f}_{Fe,a}}{dt}$$

$$u_{sb} = R_{sb} i_{sb} + L_{ds} \frac{di_{sb}}{dt} + N_s \frac{d\mathbf{f}_{Fe,b}}{dt}$$

$$u_{sc} = R_{sc} i_{sc} + L_{ds} \frac{di_{sc}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,c}}{dt}$$

$$N_p i_{pa} + N_s i_{sa} = f_{\mathfrak{R}a} - f_{\mathfrak{R}dh}$$

$$N_p i_{pb} + N_s i_{sb} = f_{\mathfrak{R}b} - f_{\mathfrak{R}dh}$$

$$N_p i_{pc} + N_s i_{sc} = f_{\mathfrak{R}c} - f_{\mathfrak{R}dh}$$

$$f_{\mathfrak{R}a} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a}) \cdot \mathbf{f}_{Fe,a}$$

$$f_{\mathfrak{R}b} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b}) \cdot \mathbf{f}_{Fe,b}$$

$$f_{\mathfrak{R}c} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c}) \cdot \mathbf{f}_{Fe,c}$$

$$f_{\mathfrak{R}dh} = \mathfrak{R}_{dh} \cdot \mathbf{f}_{dh}$$

$$\frac{f_{\mathfrak{R}a}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a})} + \frac{f_{\mathfrak{R}b}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b})} + \frac{f_{\mathfrak{R}c}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c})} + \frac{f_{\mathfrak{R}dh}}{\mathfrak{R}_{dh}} = 0$$

2.4 Característica de magnetización

La función mostrada en la ecuación (2.34), usada para representar la curva de magnetización del transformador se conoce como curva an-histéresis. Esta curva ofrece la ventaja de representar con buena aproximación la característica no lineal del núcleo magnético, y sus parámetros necesarios se calculan directamente de la curva de histéresis real obtenida mediante un sencillo ensayo de laboratorio.

$$\Re(f) = \frac{1}{\frac{K_1}{\left(1 + \left(\frac{|f|}{f_0}\right)^p\right)^{1/p}} + K_2} \quad (2.34)$$

Para obtener los parámetros se deben desarrollar ensayos de saturación realizados a cada bloque devanado-columna del transformador trifásico. Es decir, primero se obtienen las curvas de histéresis reales de cada bloque.

Por tanto, para el modelo de transformador trifásico con núcleo magnético de tres columnas, se requiere de tres ensayos monofásicos para representar las características no lineales del núcleo magnético completo.

Antes de explicar el proceso de cálculo de los parámetros para obtener la curva de magnetización, en la sección siguiente se describe la función usada y la influencia de cada uno de los parámetros necesarios.

2.4.1 Descripción de la característica de magnetización

La curva an-histéresis usada para representar el comportamiento no lineal del transformador trifásico, tiene la característica de formar el ciclo de histéresis sin área como se muestra en la figura 2-5.

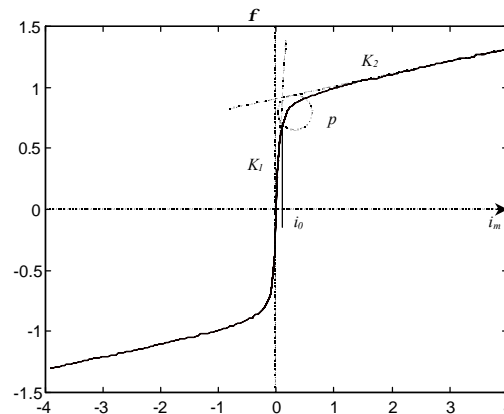


Fig. 2-5 Curva an-histéresis

Para cada unión electromagnética o bloque devanado-columna se requiere una curva que represente sus características electromagnéticas. Por tanto, para cada curva se necesitan cuatro parámetros. En la figura 2-5 se representa la curva an-histéresis y la influencia de cada parámetro ejercida sobre la característica.

Al expresar la relación del flujo con la intensidad, $\mathbf{y} = L i$, siendo $f = N i$, se puede reescribir la ecuación 2.34 de la siguiente forma,

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{N^2 K_1}{\left(1 + \left(\frac{|Ni|}{Ni_0}\right)^p\right)^{1/p}} + N^2 K_2 \quad (2.35)$$

En la figura 2-5, K_1 representa la pendiente de la curva por debajo del punto de saturación o codo, lo que se denomina como región o zona lineal de la curva. El parámetro K_2 representa el ajuste de la pendiente de la curva por encima del codo o bien la zona de saturación.

El parámetro p es el que controla el grado de flexión en la unión de las dos zonas de funcionamiento del transformador. Por tanto, con el parámetro p se puede controlar el ajuste del codo.

Finalmente el parámetro i_0 es el que indica el punto donde la corriente de excitación cambia su relación con el flujo, de lineal a no lineal. Es decir el punto de cambio entre el estado de funcionamiento lineal y la zona de saturación de la corriente de magnetización.

Esta función permite modificar sus cuatro parámetros hasta obtener el perfil de la curva más conveniente. En la figura 2-6 se muestra un ejemplo para diferentes valores de ajuste del parámetro p (2, 5 y 50) para mostrar la influencia en el control del codo de la curva.

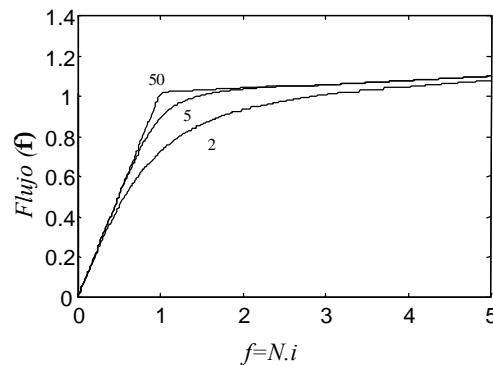


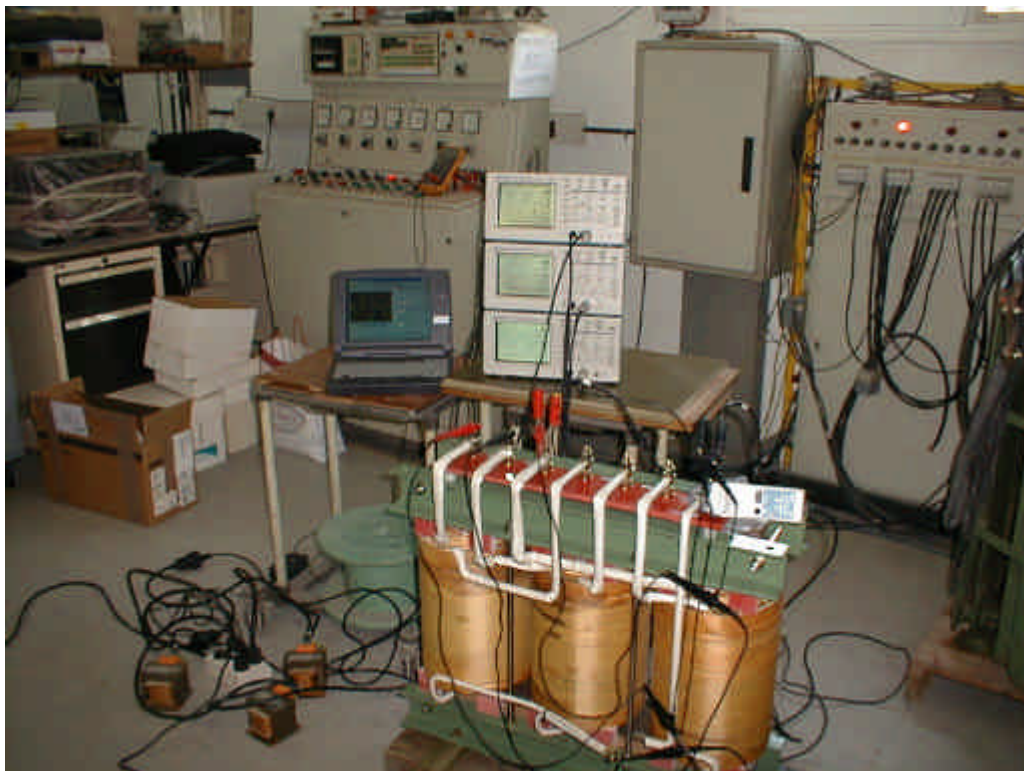
Fig. 2-6 Diferentes valores de ajuste del codo de la curva an-histéresis.

Como se vio en el capítulo anterior, existen muchas funciones para representar la curva de magnetización del transformador. Esta función da unas prestaciones bastante favorables para la modelización del comportamiento no lineal de la saturación del núcleo.

Los parámetros numéricos que se requieren para obtener la curva an-histéresis, se obtienen por medio de un simple ensayo de saturación de cada bloque devanado-columna. Los procedimientos para la obtención de la curva se explican con detalle en el siguiente capítulo dedicado exclusivamente a la parte experimental de este trabajo.

Capítulo 3

Trabajo experimental



3.1 Introducción

La idea de estudiar en el laboratorio el funcionamiento no lineal de los transformadores, fue motivada por la dificultad que siempre ha existido para obtener los parámetros del transformador directamente del fabricante. Por tanto, es necesario realizar ensayos para tener una mejor aproximación de ellos y evitar los datos ficticios por consideraciones basadas en la teoría tradicional.

La parte práctica de este trabajo de investigación se puede dividir en dos objetivos principales, los cuales son, establecer un protocolo de ensayos para caracterizar correctamente el transformador, y por otra parte estudiar con detalle su funcionamiento no lineal para implementar el modelo.

El protocolo de ensayos consiste en formular los procedimientos para desarrollar los ensayos necesarios. Primero para ordenar los procedimientos de los ensayos necesarios para elaborar el modelo conceptual, y una vez implementado este, simplificar el protocolo que indique los procedimientos necesarios únicamente para caracterizar el transformador. Es decir, el procedimiento para obtener los parámetros necesarios para usar el modelo.

Los ensayos fueron realizados en tres laboratorios diferentes. En el laboratorio de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica de Cataluña se ensayaron dos transformadores. En este laboratorio se iniciaron los trabajos de investigación para plantear los modelos.

Se visitaron dos laboratorios de fabricantes de equipos eléctricos. Las empresas SALICRU y MIMAVEN donde se ensayaron otros dos transformadores. Las características de los transformadores se describen a continuación.

3.2 Transformadores usados en los ensayos

Se realizaron ensayos a cuatro transformadores trifásicos, con núcleo magnético de tres columnas, tipo seco. Dos de ellos fueron estudiados en el laboratorio del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UPC y otros dos en laboratorios de empresas fabricantes de equipos eléctricos. En la tabla 3-1 se muestran las características de cada uno de ellos y el laboratorio donde fueron realizados los ensayos.

Tabla 3-1 TRANSFORMADORES USADOS EN LOS ENSAYOS DE LABORATORIO						
NOMBRE DEL LABORATORIO	Datos de placa de los transformadores usados en los ensayos					
	Potencia kVA	Tensión V	Intensidad A	Frec Hz	Esquema de conexión	Relación de transformación
UPC-I	7,5	380/220	11,39/19,68	50	Y-y	1,7273
UPC-II	7,5	380/220	11,45/19,7	50	Y-d	1,7273
SALICRU	7,5	380/220	11,4/19,63	50	Y-z	1,7273
MIMAVEN	60	380/220	91,26/157,6	50	Y-y	1,681

En los ensayos realizados en estos cuatro dispositivos se ha podido observar como influye en el ciclo de histéresis, la influencia de la geometría del núcleo magnético aparte de su característica no lineal.

Por tanto, es muy importante caracterizar adecuadamente la corriente de magnetización debido al funcionamiento del transformador en saturación, sobre todo cuando se han de realizar estudios de análisis de armónicos.

Lo anterior se verá mas adelante en la comparación de los resultados de los ensayos realizados entre los tres transformadores de 7,5 kVA y el de 60 kVA

donde los ciclos de histéresis registrados en cada columna son diferentes aunque se trata de núcleos magnéticos de tres columnas.

3.3 Equipo de laboratorio

Se describe a continuación el equipo de medición y registro usado en los diferentes ensayos así como las fuentes de excitación usadas en los laboratorios, así como también el software usado en la captura y preparación de la información para su utilización.

3.3.1 Equipo de medición y registro

Para la medición y registro de los ensayos fue utilizado un sistema de adquisición de datos consistente en osciloscopios de tres canales. Estos osciloscopios llevan memoria integrada con capacidad para mantener las señales visualizadas en los tres canales de los osciloscopios. La descripción completa del equipo de medición y registro de datos necesario para los ensayos es el siguiente:

- 3 Osciloscopios digitales (Tektronix TDS210)
- 3 Pinzas para medición de corriente (Máx. 20 A rms, Output: 100 mV/A)
- 3 Pinzas para medición de corriente LH240 LEM-HEME (200A CA pk)
- 4 Cables de prueba para medición de tensión (100 X 2500 V pk)
- 1 Ordenador y software para adquisición de datos

La conexión y operación del equipo de registro son muy simples. La figura 3-1 representa el esquema de conexión del equipo de registro para desarrollar los ensayos. A través de los osciloscopios, se pueden visualizar las formas de onda de tensión y corriente simultáneamente y en tiempo real que se están midiendo.

Esta prestación permite observar las veces que sea necesario, el funcionamiento de los transformadores a diferentes niveles de tensión y registrar la señal en el instante más conveniente.

Esto fue aprovechado en el análisis de la evolución de los ciclos de histéresis realizado en cada columna de los transformadores para una excitación monofásica, así como para estudiar la interacción de los flujos magnéticos entre columnas observando la evolución del ciclo de histéresis del transformador con alimentación trifásica y funcionamiento en vacío.

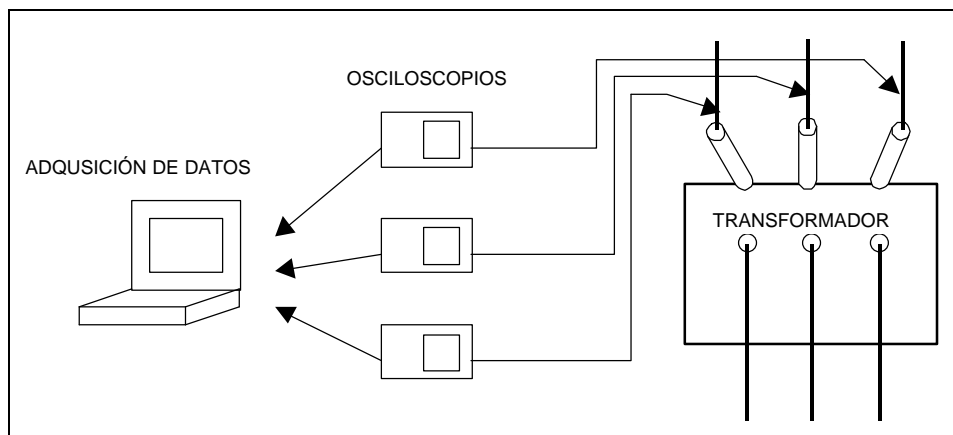


Fig. 3-1 Esquema de conexión del equipo de registro

Los datos son guardados momentáneamente en la memoria de los osciloscopios y después transferidos al ordenador por medio de un software WaveStar desarrollado por Tektronix. Este mismo software es compatible con una amplia gama de modelos de osciloscopios de esta marca, entre ellos el modelo TDS-210, usado en el registro de todos los ensayos de este trabajo experimental.

La transferencia de datos se realiza a través de la interconexión entre el osciloscopio y el ordenador usando el puerto serie RS-232C a través de un cable serie.

Con el mismo software WaveStar se pueden analizar los registros una vez que ya han sido transferidos al ordenador. Igualmente los vectores de puntos de las señales obtenidas en cada canal del osciloscopio, pueden editarse con otros programas gráficos o estadísticos para otros propósitos.

3.3.2 Fuentes de excitación

Es muy común que en los laboratorios de ingeniería eléctrica se cuente con fuentes de tensión variable y mucho más en laboratorios de fabricantes de equipo eléctrico. Esta facilidad ha sido de gran ayuda para realizar el presente trabajo práctico y en los casos donde se encontró un nivel de tensión insuficiente para saturar los transformadores, se recurrió al uso de un transformador intermedio.

En el laboratorio de la UPC, se usaron fuentes de excitación trifásica de tensión variable a través de autotransformadores (0 a 220 Vrms). En los casos de los ensayos de saturación trifásica, se usó otro transformador trifásico intermedio para llevar a niveles por encima del valor nominal del transformador que se estuviese ensayando.

También se realizaron ensayos de excitación directamente de la red para comparar la alimentación trifásica del panel, y descartar posibles errores en la excitación que pudieran atribuirse al panel de tensión variable.

3.4 Ensayos para la obtención de los parámetros del transformador

Los ensayos necesarios para caracterizar los transformadores usados para simularlos, son básicamente cuatro.

- ✓ Ensayos de corto circuito
- ✓ Ensayo de circuito abierto
- ✓ Ensayo de circuito abierto de secuencia cero
- ✓ Ensayos de saturación monofásica

Los parámetros de la rama de magnetización se obtienen como habitualmente se hace, por medio del ensayo de circuito abierto. Sin embargo, en el modelo con saturación que se propone, los parámetros de la rama de magnetización se

representan a través de una curva an-histéresis, la cual se obtiene con ensayos de saturación.

Por tanto, además del habitual ensayo de circuito abierto para calcular los parámetros de la rama de magnetización ($G_c - jB_m$), se han de realizar ensayos de saturación monofásica en cada bloque devanado-columna para definir la curva de magnetización, obtenida directamente de ensayos.

Para estimar una reluctancia equivalente que represente la ruta del flujo de secuencia cero se obtiene, a través del ensayo de circuito abierto de secuencia cero.

Los ensayos no convencionales desarrollados en los cuatro transformadores de prueba, han permitido estudiar el comportamiento no lineal del transformador. Estos ensayos han sido de mucha utilidad desde las bases conceptuales de los modelos propuestos en este trabajo. Pero también han servido durante el desarrollo de los modelos, ajuste y pruebas de validación.

3.4.1 Ensayo de cortocircuito

Como los procedimientos necesarios para obtener los parámetros de dispersión se encuentran en cualquier libro de teoría de circuitos, no se entrará en detalle sobre la obtención de estos parámetros. Aunque sí se presentan los resultados del ensayo de corto circuito para encontrar los parámetros $R + jX$. Se usará como ejemplo, los ensayos seguidos en el transformador UPC-I.

El procedimiento de medidas está basado en los ensayos realizados al transformador trifásico del laboratorio del departamento de Ingeniería eléctrica de la Universidad Politécnica de Cataluña. El transformador es de dos devanados, tipo seco, con los siguientes datos de placa:

Potencia:	7,5 kVA
Relación de tensión:	380 V / 220 V (Y – y)
Relación de intensidades	11,39 A / 19,68 A
Frecuencia:	50 Hz

Los parámetros lineales del transformador se obtienen a través del ensayo de corto circuito. El esquema de conexiones del transformador trifásico para realizar este ensayo se muestra en la figura 3-2.

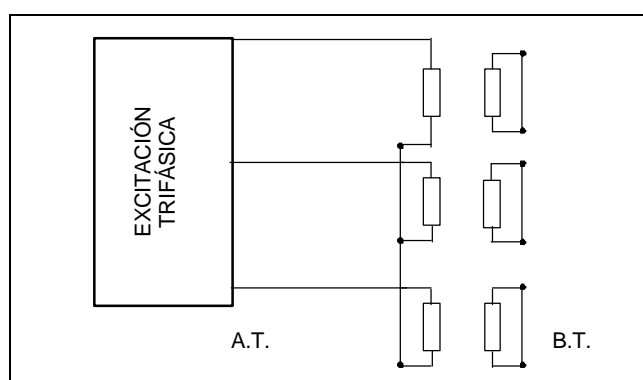


Fig. 3-2 Esquema de conexión para el ensayo de corto circuito

Una vez realizada la conexión trifásica al devanado primario del transformador, manteniendo el devanado secundario en corto circuito, se aplica una tensión variable trifásica hasta que las pinzas de medición de corriente den una lectura similar al valor de la corriente nominal a través del devanado primario.

Alcanzado el valor nominal de las corrientes, se registran las formas de onda de la tensión aplicada y las corrientes obtenidas.

Las mediciones del ensayo de corto circuito al transformador se realizaron en forma simultánea en los tres devanados. Los gráficos de tensiones y corrientes de corto circuito para cada fase se ilustran en la figura 3-3.

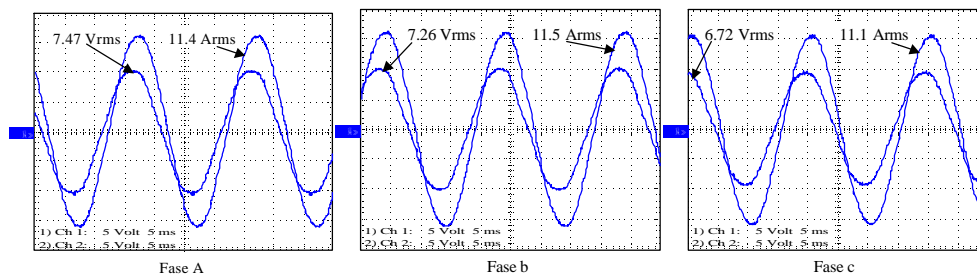


Fig.3-3 Formas de onda de tensión y corriente del ensayo de Corto Circuito.

Los resultados obtenidos en las mediciones y que son utilizados para la obtención de los parámetros lineales del transformador se muestran en la tabla 3-2.

Fase	TENSIÓN rms	TENSIÓN Máx pk	CORRIENTE rms	CORRIENTE Máx pk	Diferencia de fase en tiempo	Diferencia de fase en grados
A	7,47 V	10,4 V	11,4 A	16,2 A	1,15 ms	20,7 grad
B	7,26 V	10,4 V	11,5 A	16,4 A	1,11 ms	19,98 grad
C	6,72 V	9,8 V	11,1 A	15,8 A	1,15 ms	20,7 grad

De las tensiones y corrientes se obtienen los valores de resistencia e inductancia de dispersión de los devanados de cada fase del transformador. Esto se puede obtener aproximadamente por medio de la expresión siguiente.

$$U_{cc} \approx (R_p + R_s + j\omega (L_{dp} + L_{ds})) I_{pcc} \Rightarrow R_p + R_s, (L_{dp} + L_{ds}) \quad (3.1)$$

De esta forma se obtienen los parámetros de dispersión del transformador de una manera muy directa aprovechando únicamente las señales de tensión y corriente del ensayo.

3.4.2 Ensayo de circuito abierto

Aunque en este modelo, los parámetros de la rama de magnetización del transformador no son necesarios para representar la magnetización del núcleo, porque para ello, se usa una curva an-histéresis, se desarrolló el ensayo de circuito abierto para estimar las pérdidas en el núcleo.

Conociendo la tensión y corriente de vacío y la potencia se pueden obtener la susceptancia B_m y la conductancia G_c para obtener la rama de excitación,

$$Y = \sqrt{B_m^2 + G_c^2} \quad (3.2)$$

El esquema de conexión para realizar este ensayo se muestra en la figura 3-4. Al aplicar una tensión nominal en uno de los devanados, en este caso el devanado de baja tensión, mientras el otro devanado se mantiene sin carga o desconectado.

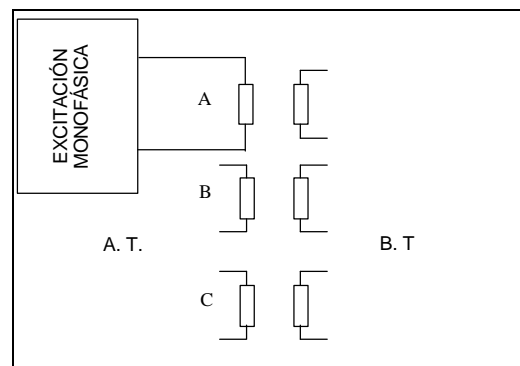


Fig. 3-4 Esquema de conexión empleado en el ensayo de circuito abierto.

Circulará una corriente de magnitud pequeña (corriente de excitación) por el devanado excitado, esta pequeña corriente hace que las pérdidas en el cobre sean mínimas y por tanto con esta corriente de excitación se puede obtener prácticamente las pérdidas en el núcleo.

Se aplica una tensión variable hasta alcanzar el valor nominal del devanado. Una vez almacenadas las señales de tensión de vacío y corriente de excitación de cada

devanado en la memoria del osciloscopio, estas son transferidas al ordenador. En la figura 3-5 se muestran las tensiones y corrientes en cada una de las fases.

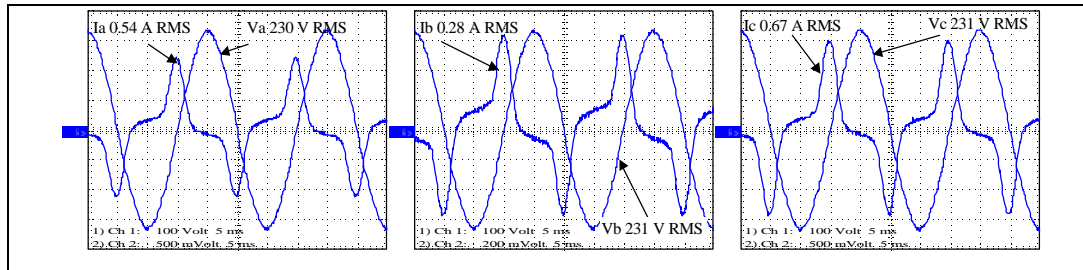


Fig. 3-5 Tensiones y corrientes de cada fase del ensayo de circuito abierto monofásico.

En la tabla 3-3 se muestra las magnitudes de tensión de vacío y corriente de excitación medidas en cada fase y la diferencia de tiempo entre las señales de tensión y corriente.

Tabla 3-3 MAGNITUDES OBTENIDAS DEL ENSAYO DE CIRCUITO ABIERTO						
Fase	TENSIÓN rms	TENSIÓN Máx pk	CORRIENTE rms	CORRIENTE Máx pk	Diferencia de fase en tiempo	Diferencia de fase en grados
A	230 V	325,3	0,54 A	0,76 A	4,7 ms	84,6 grad
B	231 V	326,7	0,28 A	0,39 A	4,7 ms	84,6 grad
C	231 V	326,7	0,67 A	0,94 A	4,7 ms	84,6 grad

3.4.3 Ensayo de circuito abierto de secuencia cero

La reluctancia magnética a través del aire se pueden estimar mediante el ensayo de Circuito Abierto de secuencia cero del transformador trifásico. El esquema de este ensayo se muestra en la figura 3-6, y similarmente que en los ensayos anteriores, los registros se obtuvieron también simultáneamente.

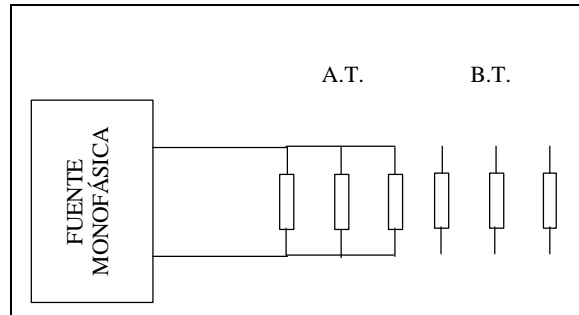


Fig. 3-6 Conexiones del transformador para el ensayo de circuito abierto de secuencia cero.

Los gráficos de las señales de tensión y corriente correspondientes se muestran en la figura 3-7 y los valores medidos se muestran en la tabla 3-4.

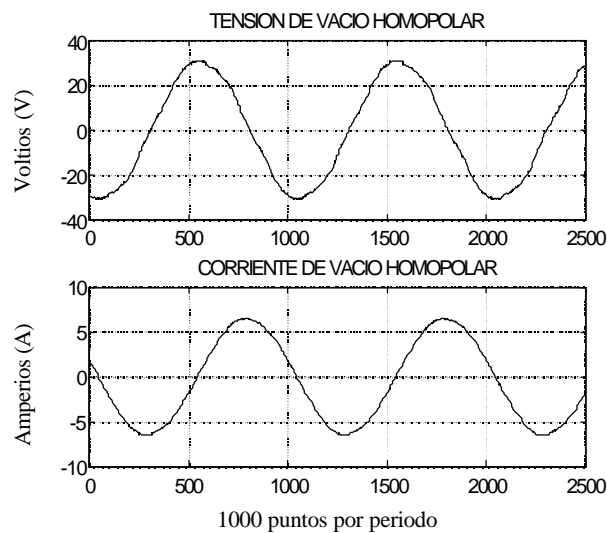


Fig. 3-7 Formas de onda de tensión y corriente del ensayo de circuito abierto de secuencia cero.

Tabla 3-4 REGISTROS DEL ENSAYO DE VACÍO HOMOPOLAR			
*RMS	FASE A	FASE B	FASE C
TENSIÓN (Volts) * (u_{h0})	21,6		
CORRIENTE (Amp) * (I_{h0})	4,49	3,57	4,34
DIF. DE TIEMPO (ms)	4,67		

Las ecuaciones siguientes, se basan en el esquema magnético de la figura 2-3 del capítulo 2. En las ecuaciones (3.3) y (3.4), los subíndices $h0$ se refieren al ensayo de secuencia cero, y el subíndice dh corresponde a la trayectoria seguida por el flujo a través del aire representada en el esquema magnético de la figura 2-3.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_{dh} &= \mathbf{f}_{fa} + \mathbf{f}_{fb} + \mathbf{f}_{fc} = \frac{3Ni}{\mathfrak{R}_{dh}} \\ \mathbf{y} &= N\mathbf{f} = \frac{3N^2}{\mathfrak{R}} i \quad ; \quad L_{dh} = \frac{3N^2}{\mathfrak{R}} \\ u_{h0} &= \mathbf{w} L_{dh} I_{h0} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Por tanto, la reluctancia magnética equivalente a través del aire se obtiene aproximadamente de la siguiente ecuación,

$$\mathfrak{R}_{dh} = \frac{3wI_{h0}}{u_{h0}} \cdot N^2 \quad (3.4)$$

Esta reluctancia equivalente \mathfrak{R}_{dh} es imprescindible en el modelo trifásico en la conexión $Y_n - y_n$, ya permite la circulación del 3^a armónico por el neutro.

3.4.4 Parámetros de dispersión del transformador UPC-I

En la tabla 3-5 se presentan los parámetros obtenidos de los ensayos para el caso del transformador UPC-I. Este transformador se ha usado como ejemplo para describir los procedimientos seguidos de los ensayos realizados a los cuatro transformadores probados.

Tabla 3-5 Parámetros de la rama de dispersión y resistencia del núcleo del transformador UPC-I		
Transformador trifásico 7,5 kVA	Resistencia	Inductancia
Devanado Primario	$R_p = 0,313 \Omega$	$L_{dp} = 0,996 \text{ mH}$
Devanado Secundario	$R_s = 0,105 \Omega$	$L_{ds} = 0,334 \text{ mH}$
Resistencia del núcleo	$R_{Fe} = 1700 \Omega$	
Reluctancia de sec. 0	$\mathfrak{R}_{dh} = 1200 \text{ 1/H}$	

3.4.5 Obtención de los parámetros de la rama de magnetización

En los modelos de transformador monofásico y trifásico con núcleo de tres columnas que se proponen en este trabajo de investigación, la rama de magnetización se representa por medio de la función continua conocida como curva an-histéresis. Por tanto como se mencionó antes, no es imprescindible calcular los parámetros de la rama de magnetización.

De este ensayo se debe obtener el ciclo de histéresis de cada bloque devanado-columna y de cada ciclo obtener los parámetros necesarios para caracterizar la rama magnetizante del transformador. Una para el funcionamiento monofásico y tres curvas an-histéresis para el trifásico con núcleo de tres columnas.

Esta función requiere de cuatro parámetros por cada curva. Los parámetros son determinados directamente de la curva de histéresis real obtenida de un ensayo de:

✓ ENSAYO SATURACIÓN MONOFÁSICA

El nombre de curva an-histéresis que recibe esta característica es debido a que el ciclo de magnetización se dibuja sobre sí mismo en ambos sentidos. Es decir, carece de área o dicho de otra forma carece de histéresis. El área se consigue al introducir la resistencia del hierro. Los detalles de esta curva de magnetización serán descritos más adelante.

3.5 Ensayos de saturación monofásica en transformadores trifásicos

El ensayo de saturación monofásica tiene como objetivo principal, obtener el flujo magnético y corriente de excitación del transformador en cada bloque devanado-columna. De estas dos señales, serán calculados los parámetros numéricos que definirán el comportamiento no lineal del transformador.

Al realizar la excitación de un solo devanado se obtiene el perfil de las corrientes de excitación de cada devanado y el flujo a través de cada columna sin tener influencia de las otras dos columnas.

Con el flujo magnético y corriente de excitación, se pueden determinar aproximadamente los parámetros no lineales asociados a cada bloque devanado-columna del transformador. Esto significa que se han de desarrollar tres ensayos para el transformador de tres columnas.

La figura 3-8 muestra el esquema de conexión del transformador trifásico para el ensayo de saturación monofásica en el bloque devanado-columna de la fase A.

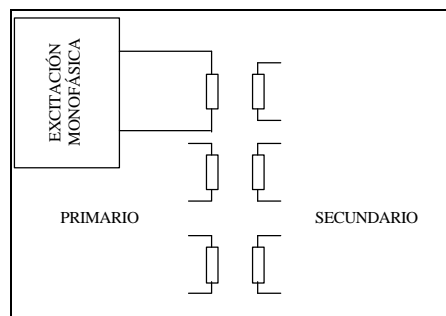


Fig. 3-8 Esquema de conexión del transformador trifásico para el ensayo de saturación de una columna lateral.

La tensión nominal en el devanado es de 220 Vrms. Con la fuente de tensión variable se aplica gradualmente una tensión hasta alcanzar 389 Vrms, lo que

representa una excitación de 1,76 p.u. respecto a la tensión del devanado. La corriente medida a través del devanado de la fase A fue de 6,42 Arms.

La figura 3-9 muestra el registro visualizado en el osciloscopio a través de sus dos canales. Las señales que se ven en la figura son la tensión de excitación medida en bornes del devanado y la corriente de excitación a través de este.

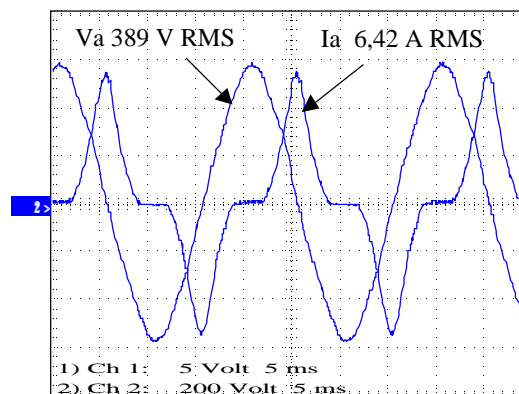


Fig.3-9 Tensión de saturación y corriente de magnetización en el bloque devanado-columna (fase A)

La figura 3-10 muestra los registros de las formas de onda de la tensión y corriente de excitación obtenidas con los ensayos de saturación de la columna central fase B.

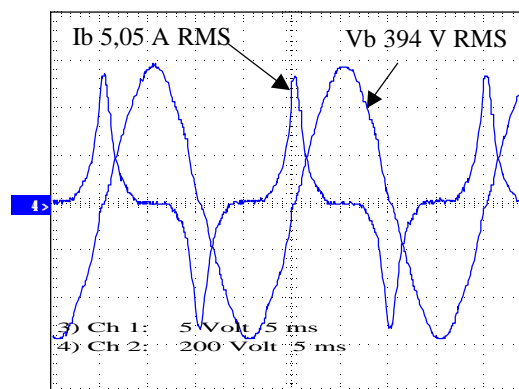


Fig.3-10 Tensión de saturación y corriente de magnetización en el bloque devanado-columna (fase B)

Las señales de tensión y corriente registradas en el osciloscopio como resultado del ensayo de saturación para la columna C se presentan en la figura 3-11.

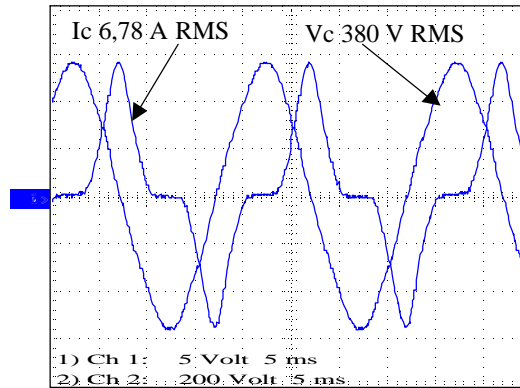


Fig.3-11 Tensión de saturación y corriente de magnetización en el bloque devanado-columna (fase C)

En la tabla 3-6 se presenta un resumen de las magnitudes de las señales de tensión aplicada y las corrientes de excitación medidas en este ensayo de saturación monofásica. En esta tabla se pueden comparar el porcentaje de tensión aplicada a cada devanado por encima del valor nominal y la respuesta de la corriente en cada devanado.

FASE O COLUMNA	TENSIÓN APLICADA			CORRIENTE DE MAGNETIZACIÓN		
	VOLTS RMS	VOLTS MAX	% DE LA NOMINAL	AMPERIOS RMS	AMPERIOS MAX	% DE LA NOMINAL
A	389 V	576 V	169 %	6,42 A	13,8 A	56 %
B	394 V	584 V	171 %	5,05 A	13,6 A	44 %
C	380 V	568 V	165 %	6,78 A	14,2 A	59 %

En este ensayo de saturación monofásica se usó el mismo equipo de registro para los tres registros efectuados en los tres bloques devanado-columna. Es decir, el mismo osciloscopio y los mismos cables de prueba y amperímetro de gancho

(pinza) para los registros de tensión y corriente respectivamente. Con esto se evita tener errores de ajuste o configuración del equipo de registro si se usaran equipos diferentes en cada fase.

Con la aclaración anterior, y después de una serie repetida de ensayos se puede observar en la tabla 3-6 que aún entre las columnas laterales existe una pequeña desigualdad.

Se sabe que en los núcleos de tres columnas la columna central se satura menos que las laterales como se aprecia en las magnitudes de la tabla 3-6 y como se podrá ver en los ensayos. Sin embargo, en la columna C se obtiene una mayor corriente para una tensión menor comparando estos registros con la otra fase lateral, es decir, la fase A.

La figura siguiente presenta en un mismo plano las tres corrientes de excitación registradas en los tres devanados. Se aprecia con claridad la diferencia de la forma de la corriente de la bobina central respecto a las dos laterales.

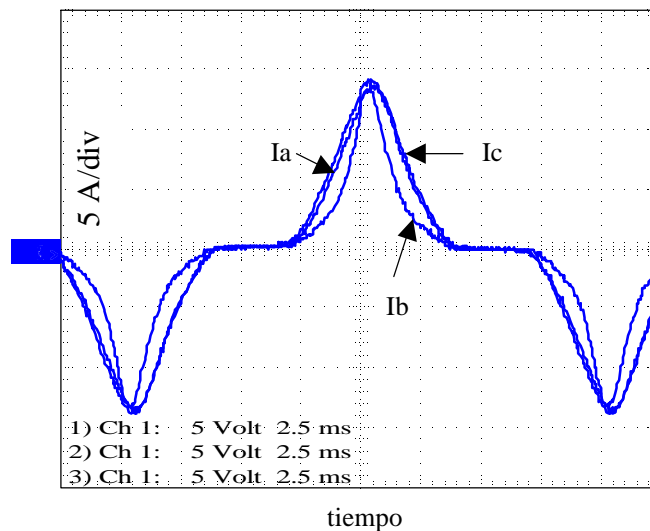


Fig. 3-12 Corrientes de magnetización del ensayo de saturación monofásica de los tres devanados obtenidas en tres ensayos individuales.

Teniendo la tensión de saturación y la corriente de excitación de cada bloque devanado columna, se procede a la obtención de los parámetros que definan el comportamiento no lineal del transformador. Este procedimiento se explica en las secciones siguientes.

3.6 Procedimiento para obtener la curva de magnetización

En la sección 2.3 del capítulo 2 se describió el tipo de curva que será usada para la representación del efecto no lineal de la saturación del núcleo magnético del transformador.

Como primer paso es necesario obtener el ciclo de histéresis real de cada columna. Esto se obtiene al representar la corriente de excitación a través del devanado y el flujo a través de la columna. La corriente se puede medir directamente del ensayo de saturación monofásica. En cambio para obtener el flujo es necesario calcularlo a partir de la tensión medida.

Así pues, llevando la tensión de alimentación a un valor superior al nominal en uno de los devanados (*primario*) del transformador manteniendo abierto el devanado (*secundario*), de forma similar al ensayo de vacío como se muestra en la figura 3-13.

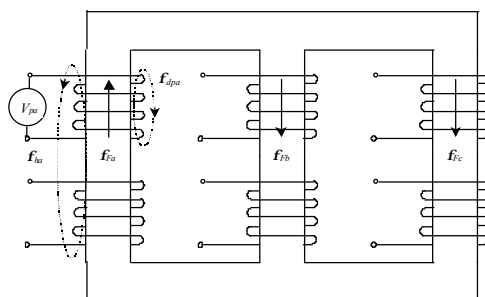


Fig. 3-13 Conexión del transformador trifásico para el ensayo de saturación monofásica en un bloque devanado-columna.

En el transformador trifásico de tres columnas, se hace un ensayo en el devanado de cada columna por separado. Al aplicar una tensión monofásica superior a su valor nominal, solo se satura la columna del devanado excitado. Con lo cual se pueden determinar las características no lineales $\mathfrak{R}(f)$ de cada columna.

En la figura 3-14 se muestra el circuito magnético para representar este ensayo en el caso de una columna o fase lateral, por ejemplo la fase A, donde se desprecia la influencia de K_{Ib} y K_{Ic} . Se mide y se registra con el osciloscopio la corriente de magnetización que circula a través del devanado primario y la tensión monofásica de saturación que se aplica en ese devanado.

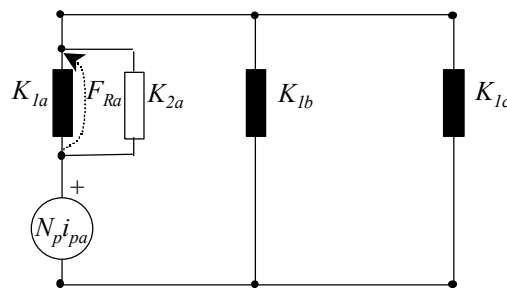


Fig. 3-14 Esquema magnético de la excitación del devanado fase A del transformador trifásico

Los vectores de tensión y corriente quedan digitalizados en la memoria del osciloscopio (figura 3-15) para ser analizados en el ordenador.

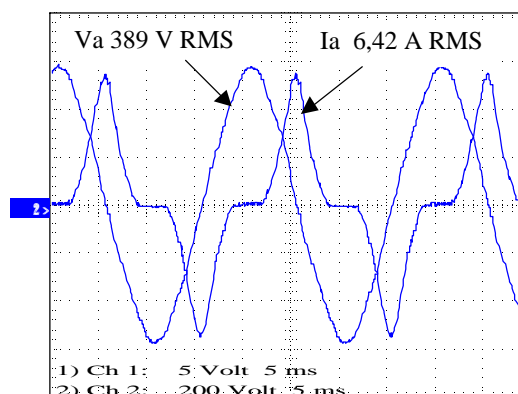


Fig. 3-15 Tensión de saturación y corriente de magnetización medidas en el devanado A.

Para calcular el flujo magnético y dibujar la curva de histéresis real, se necesita que los vectores tengan el número de puntos de un periodo completo.

Una vez que se tiene el vector de tensión en el ordenador, con un sencillo algoritmo se calcula el flujo magnético que servirá para obtener la curva característica de la magnetización de la columna correspondiente.

3.6.1 Obtención del flujo magnético

El flujo se obtiene integrando la tensión medida en terminales del devanado de N espiras como se indica en la ecuación (3.6), al cual se le resta la caída de tensión debida a la resistencia del devanado.

$$\mathbf{f}_t = \frac{1}{N_1} \int_{t=1}^T V(t) dt \quad (3.6)$$

El vector de tensión medido V tiene un periodo de número T de puntos o muestras con lo que cada instante del flujo se obtiene por medio de:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i-1} + \frac{(V_i \cdot \Delta t)}{N_1} \quad (3.7)$$

Por tanto, de la tensión medida en el ensayo de saturación se obtiene el flujo magnético en función del tiempo desfasado 90 grados con respecto a la tensión y en fase con la corriente de magnetización medida. Las formas de onda obtenidas con respecto al tiempo, del flujo $\mathbf{f}(t)$ y la corriente de magnetización $i_m(t)$ se muestran en la siguiente figura.

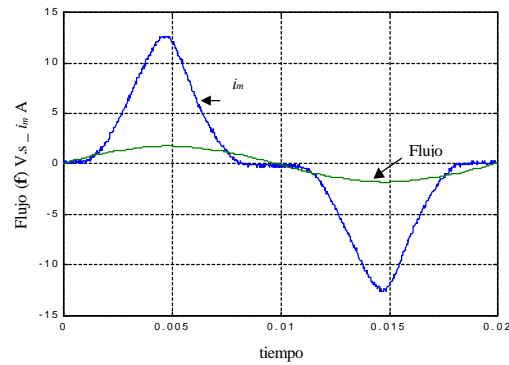


Fig. 3-16 Vectores de flujo magnético y corriente de magnetización.

Es necesario que el vector de flujo cumpla las condiciones de tener un valor medio igual a cero y tener periodicidad. Para esto se resta a cada instante del vector del flujo calculado el promedio de la onda de flujo de ese mismo instante como se indica en la ecuación (3.8).

$$\mathbf{f}_t = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_{T-1}, \mathbf{f}_T] - \frac{\left(\sum_{i=1}^T \mathbf{f}_i \right)}{T} \quad (3.8)$$

Con el flujo magnético y la misma corriente de magnetización medida en el ensayo de saturación monofásica se obtiene la característica de magnetización o curva de histéresis del bloque devanado-columna, como se muestra en la siguiente figura.

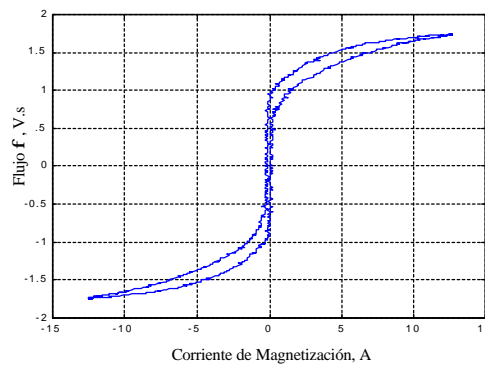


Fig. 3-17 Curva de histéresis real.

3.6.2 Procedimiento del cálculo de los parámetros numéricos para generar la curva de magnetización

El siguiente paso es obtener una aproximación de los valores numéricos de cada uno de los parámetros necesarios de la función analítica. Se asume para esto, que se eliminan los flujos de dispersión de la curva de histéresis real o medida, para estimar el flujo no lineal, es decir:

$$y_{Fk} = N_p \mathbf{f}_{k(\text{medido})} - L_{dk} i_{pk} \quad (3.9)$$

Los valores aproximados de los parámetros (K_1 , K_2 , p e i_0) se obtienen por medio de un algoritmo numérico para el ajuste de curvas por el método de mínimos cuadrados. De este modo, al estimar estos cuatro parámetros, se está estimando un flujo magnético, el cual se puede interpretar con la expresión no lineal siguiente.

$$\mathbf{f}_{est} = \frac{f_{\mathfrak{R}} K_1}{\left(1 + \left(\frac{|f_{\mathfrak{R}}|}{Ni_0}\right)^p\right)^{1/p}} + f_{\mathfrak{R}} K_2 \quad (3.10)$$

Con el flujo estimado en función de los parámetros de la ecuación (3.10) y la corriente de magnetización medida, se obtiene gráfica de la curva an-histéresis como se muestra en la figura 3-18.

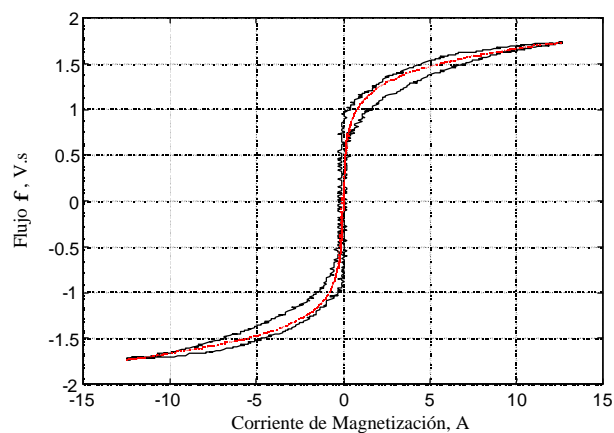


Fig. 3-18 Curva an-histéresis obtenida de la curva de histéresis real "fase A"

Se puede ver que la curva an-histéresis queda dibujada dentro de la histéresis real. Sin embargo, en algunos casos los primeros valores numéricos de los parámetros pueden no ser los más adecuados.

El algoritmo numérico para obtener la aproximación de los valores numéricos de los parámetros (K_1 , K_2 , p y i_0) que definirán la curva an-histéresis no siempre son definitivos aunque sí muy cercanos debido a que influyen ligeramente las otras dos columnas. Por tanto, es necesario ajustar los valores numéricos a “prueba y error” hasta obtener la combinación de parámetros que describan el perfil más adecuado de la curva para cada fase. Es decir, cuando la curva calculada esté mejor centrada dentro de la curva de histéresis real.

3.6.3 Parámetros de la curvas magnetización del transformador UPC-I

En la tabla 3-7 se presentan los valores numéricos de los parámetros que se calculan siguiendo el procedimiento anteriormente descrito.

Columna	K1	K2	i_0	P
A	28	0,0141	0,0721	0,4168
B	4,4	0,0027	0,405	0,963
C	28	0,0145	0,0716	0,4127

Estos parámetros representan las curvas de magnetización del tipo an-histéresis de cada bloque devanado-columna, para simular la magnetización del transformador UPC-I.

Las curvas características de magnetización an-histéresis calculadas de las curvas de histéresis reales del transformador UPC-I se muestran en las siguientes figuras. Las curvas an-histéresis están dentro del área de la curva de histéresis real correspondiente.

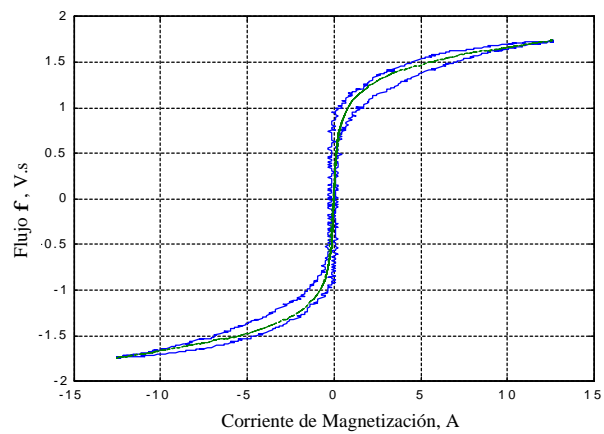


Fig.3-19 Curva de histéresis real y an-histéresis de la columna A del transformador trifásico UPC-I

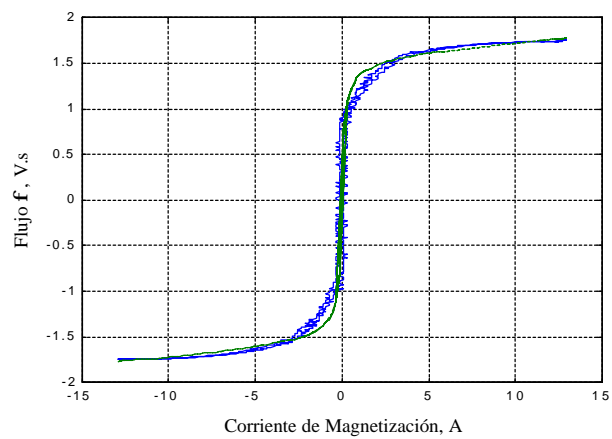


Fig.3-20 Curva de histéresis real y an-histéresis de la columna B del transformador trifásico UPC-I

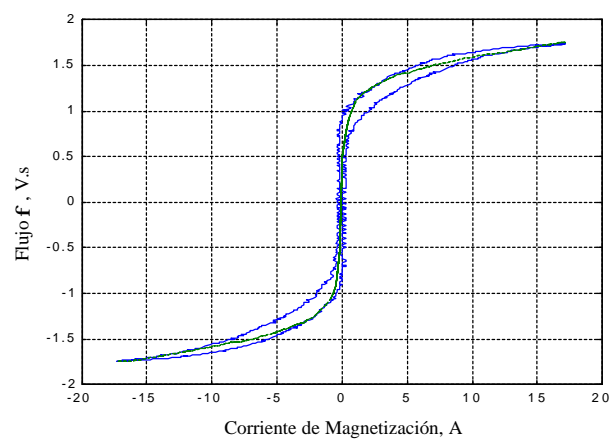


Fig.3-21 Curva de histéresis real y an-histéresis de la columna C del transformador trifásico UPC-I

3.7 Parámetros del transformador MIMAVEN

Los procedimientos para calcular los parámetros de dispersión y de magnetización son los mismos descritos anteriormente para el transformador UPC-I. Por tanto, en esta sección se muestran directamente los resultados de los cálculos, tanto de la rama de dispersión así como de la rama de magnetización.

3.7.1 Parámetros de la rama de dispersión del transformador MIMAVEN

En la tabla 3-8 se presentan los parámetros que representan la rama de dispersión del transformador trifásico de 60 kVA, obtenidos en el ensayo desarrollado en la empresa MIMAVEN, fabricante de transformadores y otros equipos eléctricos.

Tabla 3-8 Parámetros de la rama de dispersión y resistencia del núcleo del transformador MIMAVEN		
Transformador trifásico 60 kVA	Resistencia	Inductancia
Devanado Primario	$R_p = 0,0036 \Omega$	$L_{dp} = 0,1524 \text{ mHr}$
Devanado Secundario	$R_s = 0,001206 \Omega$	$L_{ds} = 0,0511 \text{ mHr}$
Resistencia del núcleo	$R_{Fe} = 277 \Omega$	

3.7.2 Parámetros numéricos para obtener las curvas de magnetización del transformador MIMAVEN

Similarmente que en el procedimiento anterior, se desarrollaron los ensayos de saturación monofásica al transformador MIMAVEN de 60 kVA. Los resultados de este ensayo se muestran directamente en los gráficos de las corrientes de magnetización y tensiones medidas en cada ensayo individual.

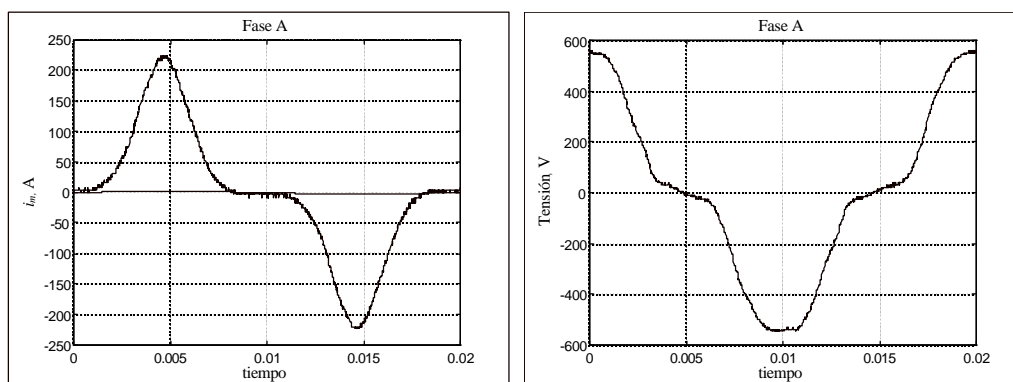


Fig.3-22 Tensión y corriente de magnetización del ensayo de saturación monofásica al transformador trifásico MIMAVEN fase A.

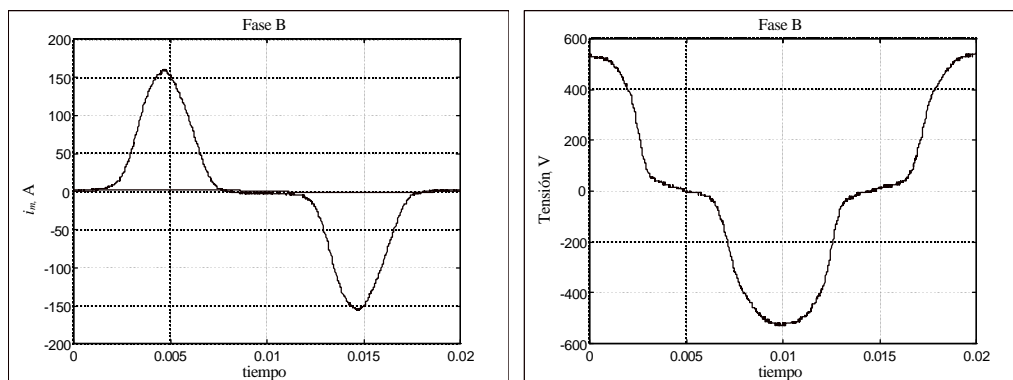


Fig.3-23 Tensión y corriente de magnetización del ensayo de saturación monofásica al transformador trifásico MIMAVEN fase B.

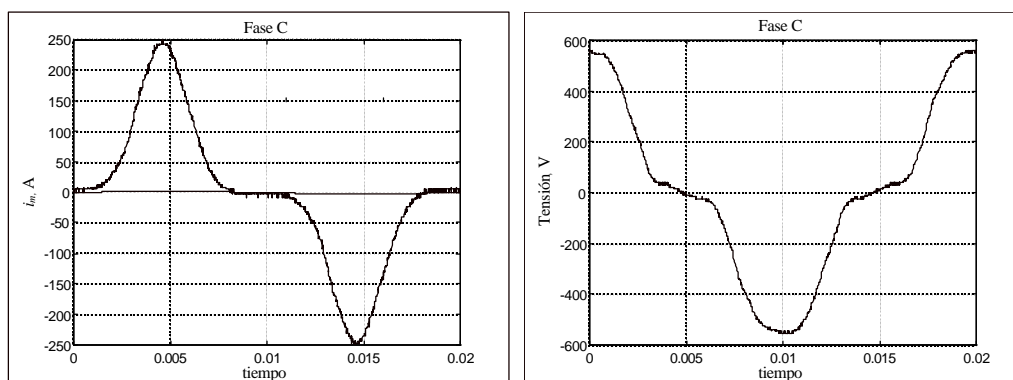


Fig.3-24 Tensión y corriente de magnetización del ensayo de saturación monofásica al transformador trifásico MIMAVEN fase C.

De las señales de tensión medidas se calcula el flujo magnético correspondiente. Con el flujo magnético y la corriente medida en los ensayos, se obtienen los ciclos de histéresis correspondientes a cada bloque devanado-columna.

De estos ciclos de histéresis reales se obtienen los parámetros numéricos para representar las curvas an-histéresis. Los valores numéricos calculados para obtener cada una de las curvas de magnetización se presentan en la tabla 3-9,

Columna	K1	K2	i_0	P
A	0,3333	0,0001	4,05	0,909
B	1,4444	0,0002	0,9	0,93
C	0,3333	0,0001	3,9735	0,902

Con cada uno de estos tres grupos de cuatro parámetros se representan las tres curvas an-histéresis que conjuntamente con los parámetros lineales reproducen el funcionamiento del transformador con saturación.

3.7.3 Curvas de magnetización del transformador MIMAVEN

Los siguientes gráficos muestran las curvas an-histéresis obtenidas de los ciclos de histéresis reales formadas a partir las medidas de los ensayos de saturación monofásica realizados al transformador MIMAVEN. Las curvas an-histéresis están dentro de las curvas de histéresis reales.

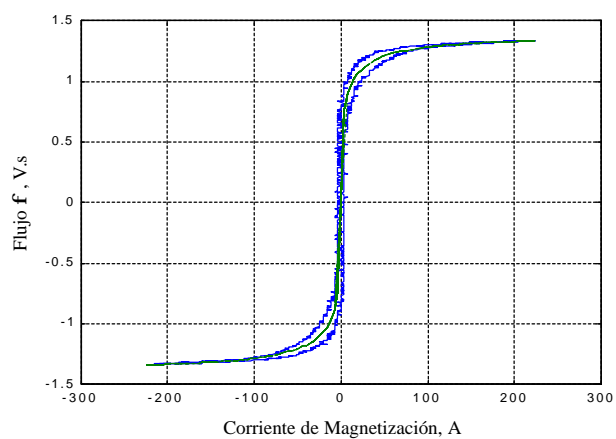


Fig. 3-25 Curva de histéresis real y an-histéresis de la columna A del transformador trifásico MIMAVEN.

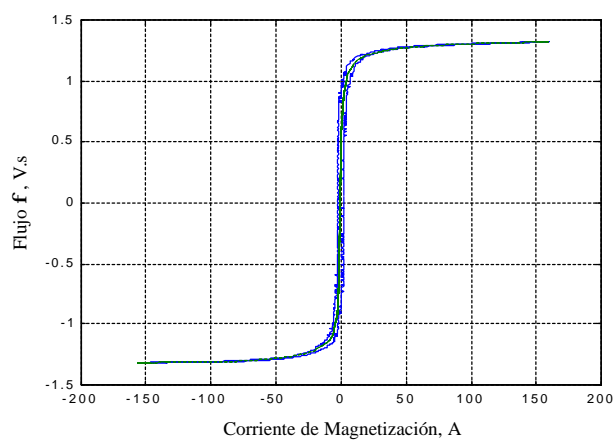


Fig.3-26 Curva de histéresis real y an-histéresis de la columna B del transformador trifásico MIMAVEN.

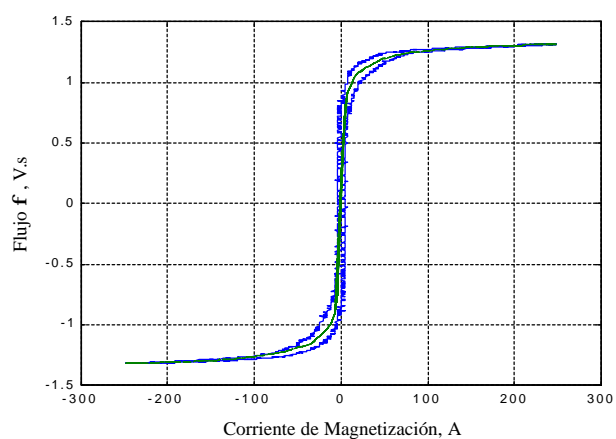


Fig.3-27 Curva de histéresis real y an-histéresis de la columna C del transformador trifásico MIMAVEN.

A este nivel de saturación, de las tres curvas de histéresis reales del transformador de 60 kVA, se puede apreciar que el área de la histéresis se reduce notablemente. Lo mismo pasa en las curvas de los transformadores de 7,5 kVA de los cuales se ha visto la saturación máxima de uno de ellos, UPC-I.

Esto, confirma que la influencia de la resistencia del núcleo magnético para el caso de una saturación influye poco. Esto se muestra en los resultados de las simulaciones del modelo en los capítulos 4 y 6.

3.8 Ensayos para el desarrollo y validación de los modelos

Desde el inicio de los diseños conceptuales de los modelos, se efectuaron algunos ensayos de laboratorio para observar los detalles del fenómeno de la saturación del transformador trifásico. Con la ventaja de las fuentes de tensión variable, se ha podido seguir paso a paso la evolución de este fenómeno.

Estos ensayos consistieron en excitar gradualmente los devanados del transformador y guardar en el osciloscopio las señales medidas. Se calcularon los flujos de cada columna directamente de las tensiones aplicadas, y junto con las corrientes de magnetización medidas se obtuvieron los ciclos de histeresis para los diferentes niveles de excitación.

Estos ensayos fueron de mucha utilidad durante el diseño, desarrollo y validación de los modelos. Estos ensayos pueden dividirse en dos,

- ✓ *Excitación a Diferentes Niveles de Tensión Monofásica*
- ✓ *Excitación a Diferentes Niveles de Tensión Trifásica*

En esta sección se presentarán los resultados de estos ensayos de los dos transformadores que se han elegido como patrones de comparación de los modelos. Es decir, los transformadores UPC-I de 7,5 kVA y MIMAVEN de 60

kVA. A continuación se describen los procedimientos seguidos en cada uno de estos ensayos y los resultados conseguidos.

3.8.1 Ensayos de excitación monofásica en el transformador trifásico UPC-I

Este ensayo consiste en aplicar una tensión monofásica a una bobina del devanado primario a la vez que el secundario se mantiene en circuito abierto. Con este ensayo se dio inicio al desarrollo del modelo monofásico con saturación. Se estudió el comportamiento de la curva de saturación de cada columna excitada.

Se registraron las tensiones inducidas en las bobinas de las fases adyacentes no excitadas para observar la distribución de los flujos. Y finalmente, de esta forma se obtuvieron los parámetros de las curvas de magnetización, llevando la tensión a niveles de saturación.

A continuación se muestran los gráficos de los ensayos de la evolución de la excitación monofásica de cada columna del transformador trifásico UPC-I. Los recuadros superiores de los gráficos muestran las curvas de histéresis y los inferiores muestran las corrientes de magnetización medidas y los flujos calculados de las tensiones medidas. A la tensión nominal, se midió lo siguiente:

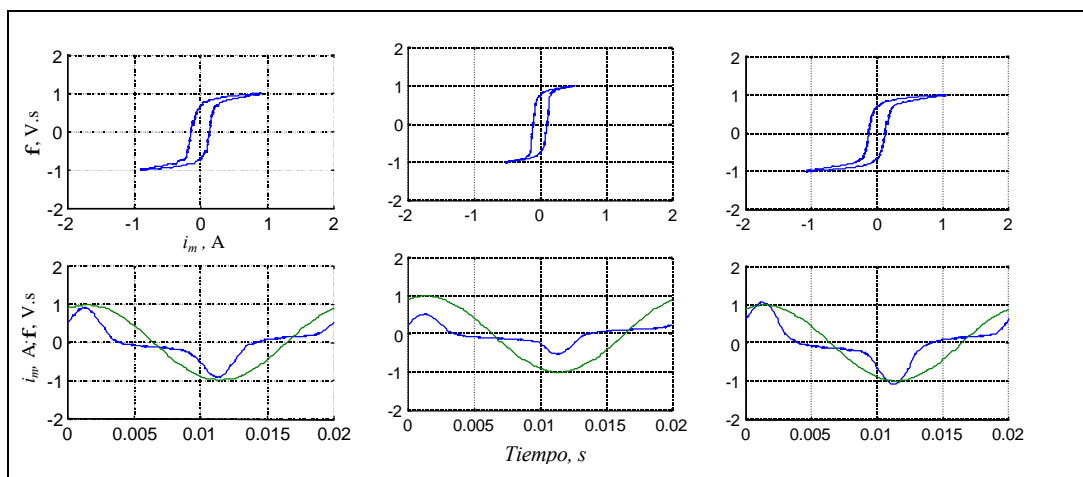


Fig.3-28 Excitación monofásica 220 VCA, fases A, B y C.

Y aplicando una tensión monofásica superior a la nominal (1,4 p.u.) en cada columna por separado, se midió lo siguiente:

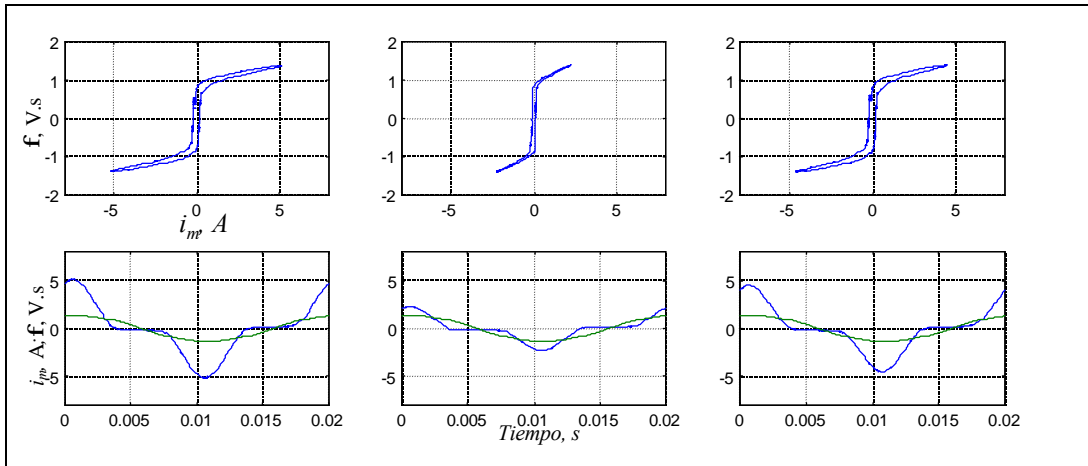


Fig.3-29 Excitación monofásica 310 VCA lado de alta tensión fases A, B y C.

La excitación mayor de cada fase de este ensayo, se ha mostrado antes en la sección (3.6.3) donde se describió el proceso de obtención de las curvas de magnetización.

3.8.2 Ensayos de excitación monofásica al transformador trifásico

MIMAVEN en vacío

A continuación se presentan los registros de los ensayos de excitación monofásica realizados a un transformador de Yn–yn, 380/220 V 60 kVA en los laboratorios de la empresa MIMAVEN. Los ensayos se realizaron en el devanado de alta tensión.

En la 3-30 se presentan en un mismo plano las corrientes de excitación medidas en el devanado de la fase A, a tres niveles diferentes de tensión, 220–287–336 Vrms.

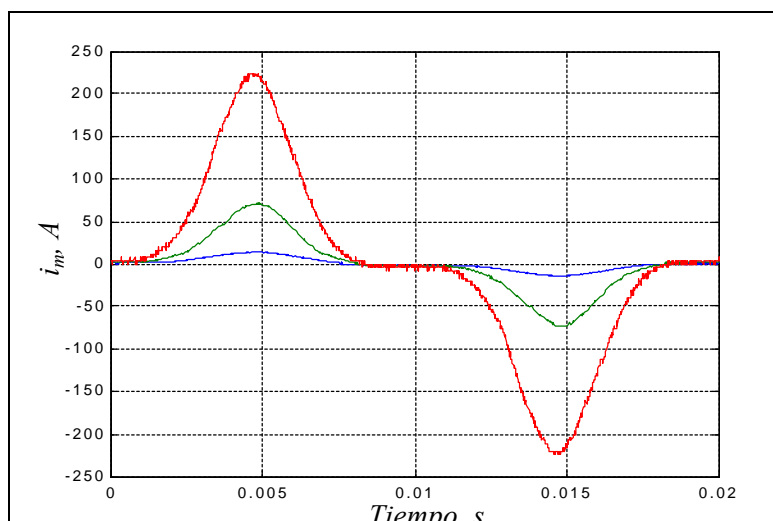


Fig.3-30 Formas de onda de corrientes de magnetización medidas en el devanado de la fase A, a 220-287-336 Vrms respectivamente.

La tensión nominal de devanado es de 220 Vrms, y la corriente de excitación a esta tensión es la de menor magnitud. Por tanto las otras dos formas de onda corresponden a las corrientes de magnetización debidas a tensiones de saturación de 1,3 y 1,53 p.u. respectivamente en ese mismo devanado.

La figura 3-31 muestra las formas de onda de tensiones de excitación medidas en terminales del devanado de la columna lateral A, a tres niveles diferentes.

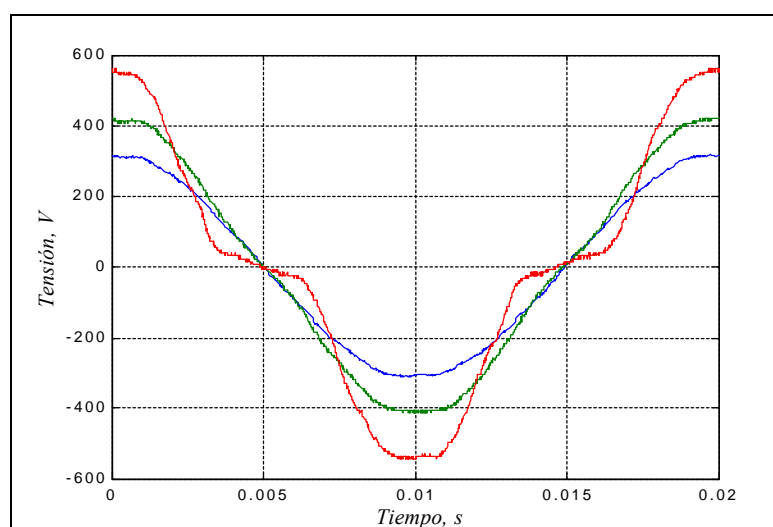


Fig.3-31 Formas de onda de tensiones de excitación medidas en el devanado de la fase A, a 220-287-336 Vrms respectivamente.

Se puede ver que en la forma de onda de tensión de mayor magnitud existe una distorsión importante debido a la magnitud de la corriente de magnetización. Esto se debe probablemente a la debilidad del nodo donde se encuentra conectado el panel de excitación variable con la que se hicieron los ensayos.

Los ensayos de excitación monofásica se realizaron a los mismos niveles de tensión en las tres fases para tener los mismos patrones de comparación entre los resultados gráficos de las medidas.

Por tanto, en la figura 3-32 se muestra la evolución de las corrientes de magnetización medidas en el devanado de la columna central (fase B) del transformador MIMAVEN.

En ella se puede notar la clásica saturación anticipada que se presenta en la columna central respecto a las otras dos columnas laterales. Este efecto se verá en la comparación en un mismo plano de las corrientes entre las tres columnas, en la sección siguiente.

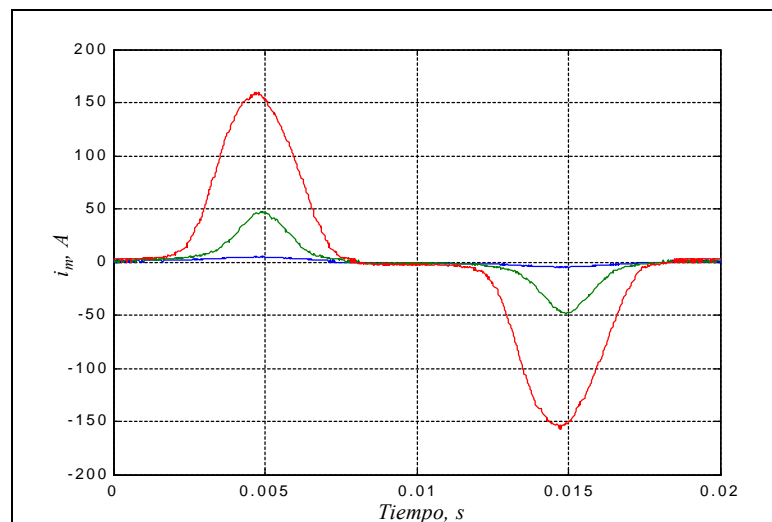


Fig.3-32 Formas de onda de corrientes de magnetización medidas en el devanado de la fase B, a 220-287-336 Vrms respectivamente.

La figura siguiente muestra las formas de onda de tensión medidas en bornes del devanado central.

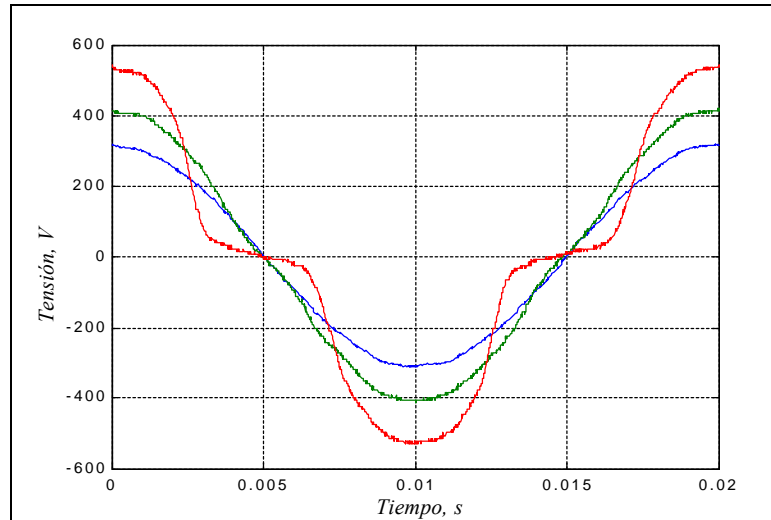


Fig.3-33 Formas de onda de tensiones de excitación medidas en el devanado de la fase A, a 220-287-336 Vrms respectivamente.

Por último se presenta en la figura 3-34 las corrientes medidas en el devanado C del transformador MIMAVEN.

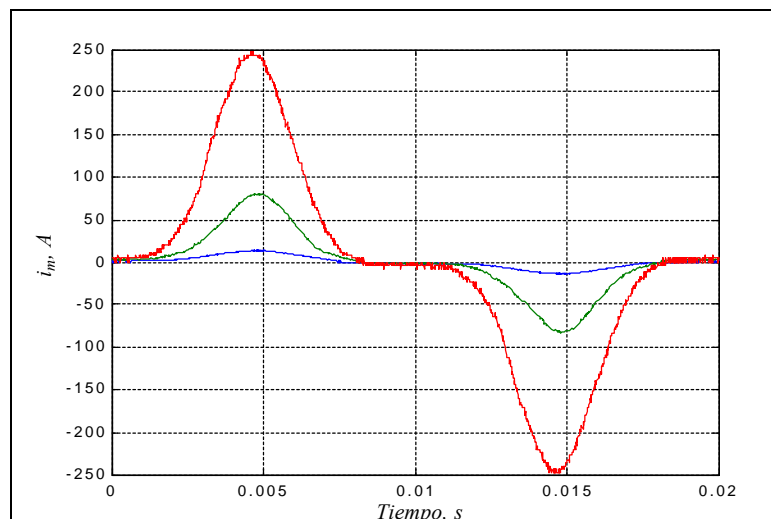


Fig. 3-34 Formas de onda de corrientes de magnetización medidas en el devanado de la fase C, a 220-287-336 Vrms respectivamente.

Y las tensiones medidas en el devanado C son las que se muestran en la figura 3-35 siguiente.

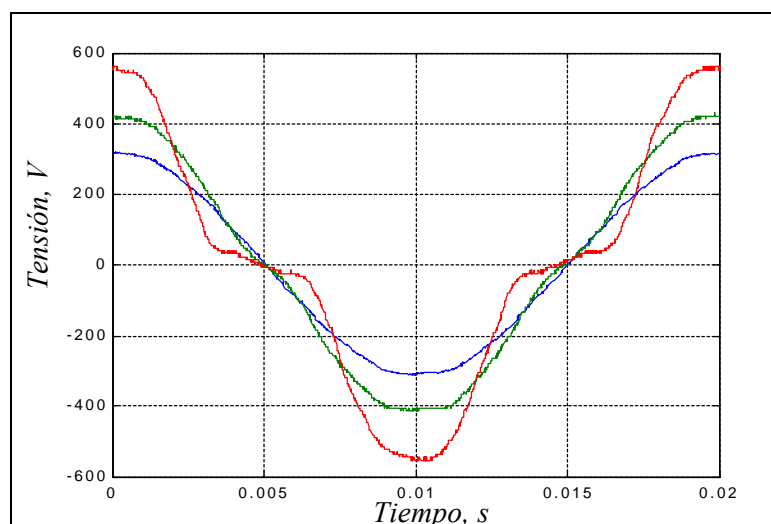


Fig.3-35 Formas de onda de tensiones de excitación medidas en el devanado de la fase C, a 220-287-336 Vrms respectivamente.

De este ensayo, las formas de onda de tensión y corriente de mayor magnitud medidas en cada bloque devanado-columna, han servido para obtener las curvas de magnetización del transformador MIMAVEN.

3.8.3 Comparación de las corrientes de excitación monofásica entre las tres columnas, transformador MIMAVEN.

Una forma muy sencilla de comparar el comportamiento de los tres bloques devanado-columna para el mismo nivel de excitación, es superponer en un mismo plano los gráficos de las tres señales obtenidas, como se muestra en la figura 3-36.

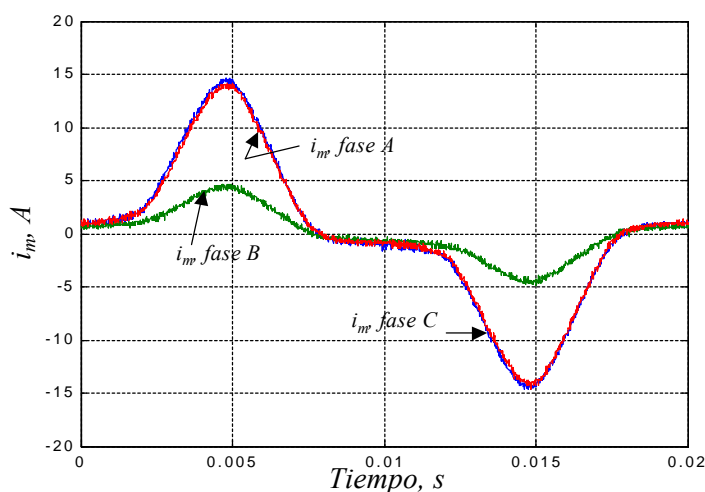


Fig.3-36 Corrientes de magnetización de las tres fases A, B y C para la misma tensión de excitación 220 Vrms.

De la figura anterior, la corriente de menor magnitud corresponde a la bobina central (fase B) y las otras dos de magnitud muy similar a las bobinas de las columnas laterales. Las corrientes de las bobinas laterales son aproximadamente el 3,1 p.u. que la de la bobina central para este nivel de excitación.

Los ciclos de histéresis a la tensión nominal de devanado 220 Vrms para cada una de las columnas, se muestran en la figura 3-37.

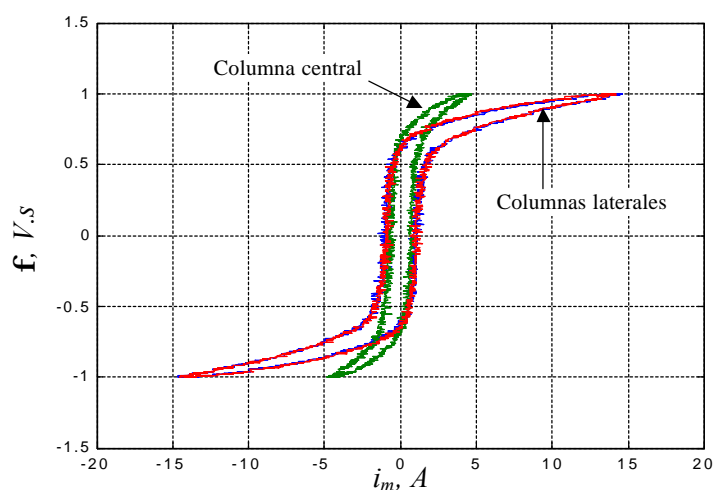


Fig.3-37 Comparación de los ciclos de histéresis de las tres columnas A, B y C para el mismo nivel de tensión de 220 Vrms en cada fase.

Se puede ver fácilmente en la figura anterior, que el ciclo de histéresis de la columna central para este nivel de tensión nominal, se satura menos que los correspondientes a las columnas laterales. Del efecto visual que se puede observar del ciclo de histéresis de la columna central, es como si el codo de saturación fuera menos cerrado que el de los otros dos.

Esto se puede relacionar con la expresión ($\mathfrak{R}_k = l_k / \mu A$). Es decir, al repartirse el flujo magnético de la columna central en dos direcciones al llegar a la unión del yugo en forma de “T”, éste encuentra más área de material saturable. Al dividirse en dos, el flujo encuentra menos reluctancia.

Por tanto, para el mismo nivel de excitación, en núcleos de tres columnas, la columna central se satura menos que las otras dos columnas laterales porque el yugo en “L” de las esquinas hace que todo el flujo atraviese una sección transversal más reducida que la que encuentra el flujo de la columna central.

En las figuras siguientes se presentan las gráficas de las excitaciones a la tensión de 287 Vrms, donde se mantiene la misma tendencia vista en el caso anterior aunque se comienza a notar alguna pequeña diferencia entre las corrientes de las bobinas laterales.

Las figura 3-38 muestra las corrientes de magnetización medidas en cada fase del devanado de alta tensión. La tensión monofásica aplicada es de 287 Vrms en una fase individualmente, manteniendo las otras dos en circuito abierto.

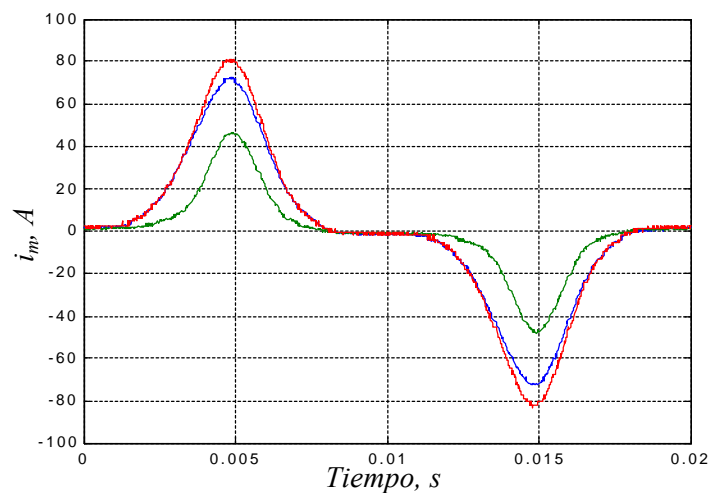


Fig.3-38 Comparación de las corrientes de magnetización individual de las columnas A, B y C para el mismo nivel de tensión de 287 Vrms en cada fase.

Los gráficos de las histéresis reales de cada columna para la excitación monofásica correspondiente a 287 Vrms se presentan en la siguiente figura. El flujo se obtiene de la tensión medida.

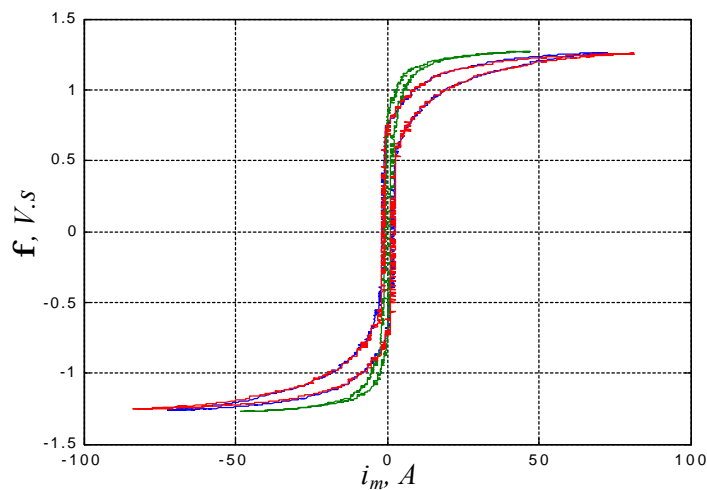


Fig.3-39 Comparación de los ciclos de histéresis de las tres columnas A, B y C para el mismo nivel de tensión de 287 Vrms en cada fase.

Por último los gráficos correspondientes a los niveles máximos de excitación de cada bloque devanado-columna del transformador de 60 kVA. Las corrientes medidas en las bobinas son las siguientes.

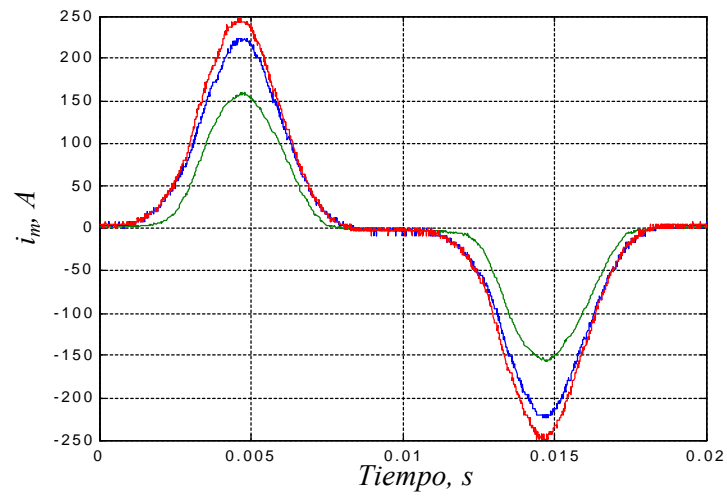


Fig.3-40 Comparación de las corrientes de magnetización individual de las columnas A, B y C para el mismo nivel de tensión de 336 Vrms en cada fase.

Y los gráficos de los ciclos de histéresis obtenidos con los flujos magnéticos calculados de las tensiones correspondientes y las corrientes mostradas en la figura anterior, son los siguientes,

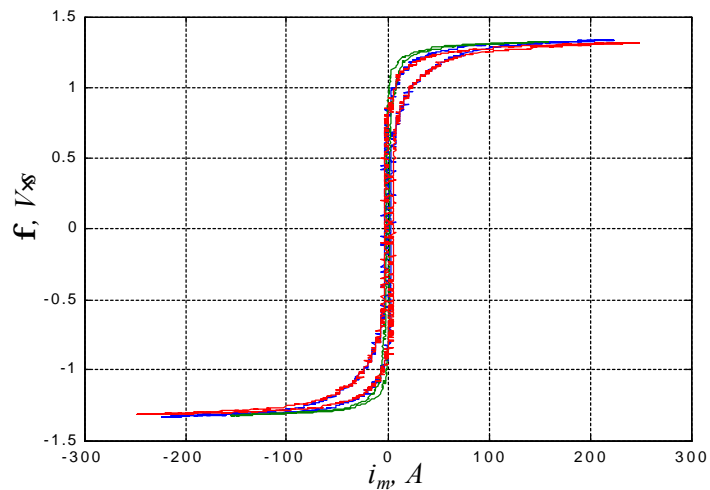


Fig.3-41 Comparación de los ciclos de histéresis de las tres columnas A, B y C para el mismo nivel de tensión de 336 Vrms en cada fase.

3.8.4 Ensayos de excitación trifásica con el transformador en vacío

El objetivo principal de este ensayo es el de estudiar la interacción de los flujos entre columnas para el desarrollo del modelo trifásico y para la validación de las simulaciones contra medidas reales. En los ensayos de excitación trifásica, se hizo un seguimiento de las corrientes de excitación medidas en cada devanado en respuesta a diferentes niveles de excitación.

En el ensayo, además de una fuente de tensión trifásica variable (0-220 Vrms L-L) se usó un transformador trifásico para elevar la tensión por encima del valor nominal del devanado de baja tensión. Esto permitió observar el comportamiento de las formas de onda de tensión y corriente de magnetización con valores inferiores al nominal y con saturación trifásica.

Con las tensiones medidas en cada fase se obtuvieron los flujos magnéticos correspondientes. Con las corrientes de cada bobina y los flujos de la columna correspondiente se obtuvieron los ciclos de histeresis.

La figura 3-42 presenta el esquema de conexión empleado en los devanados del transformador para este ensayo.

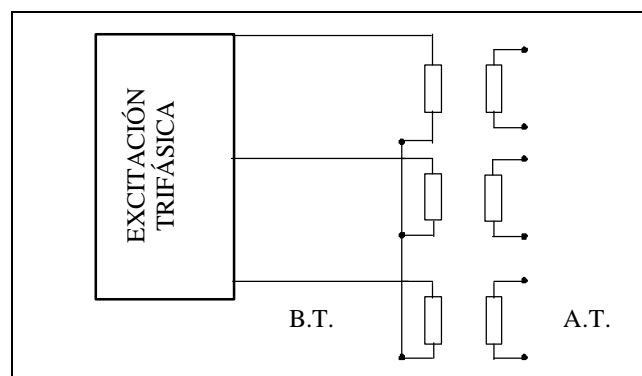


Fig.3-42 Esquema de conexión del transformador para el ensayo de excitación trifásica.

Similarmente que en caso del ensayo monofásico, se describirán los resultados de los ensayos de los transformadores UPC-I y MIMAVEN, ya que estos ensayos servirán para validar los resultados de las simulaciones de los modelos.

3.8.5 Ensayos en el transformador UPC-I

En esta sección se muestran los registros de tensiones y corrientes de excitación, medidos en este ensayo al transformador UPC-I. Las figuras mostradas a continuación corresponden a los registros de los osciloscopios. Estos ensayos se realizaron en el laboratorio de la UPC, con una alimentación trifásica a tres hilos.

Por tanto los registros mostrados corresponden a la conexión Y-y del transformador UPC-I, excitando el devanado de baja tensión y el de alta tensión en vacío. Se ha usado otro transformador trifásico (UPC-II) después de la fuente trifásica variable para rebasar la tensión nominal y alcanzar la saturación.

Las figuras de la izquierda representa las tensiones y corrientes en una secuencia de fases A – B – C. Y las figuras de la derecha, son los registros hechos en las mismas columnas con las fases de las tensiones de alimentación cambiadas, es decir, A – C – B.

Esto se hizo para ver como influye el cambio de fase de la tensión de alimentación del transformador y tener ensayos reales para comparar este efecto en las simulaciones con el modelo. Por otra parte, para descartar algún error en el panel de excitación variable, se hizo esto con alimentación de la red aunque solo a la tensión nominal, y se observó el mismo efecto como se verá a continuación.

Se presentan tres niveles de tensión, 130, 170 y 200 Vrms L-N, para comparar la evolución de las corrientes de excitación y la interacción del flujo magnético entre las tres columnas.

En primer lugar se muestra en la figura 3-43 los resultados de la excitación trifásica a 130 Vrms (L-N) que corresponde a la tensión nominal del devanado del lado de baja tensión.

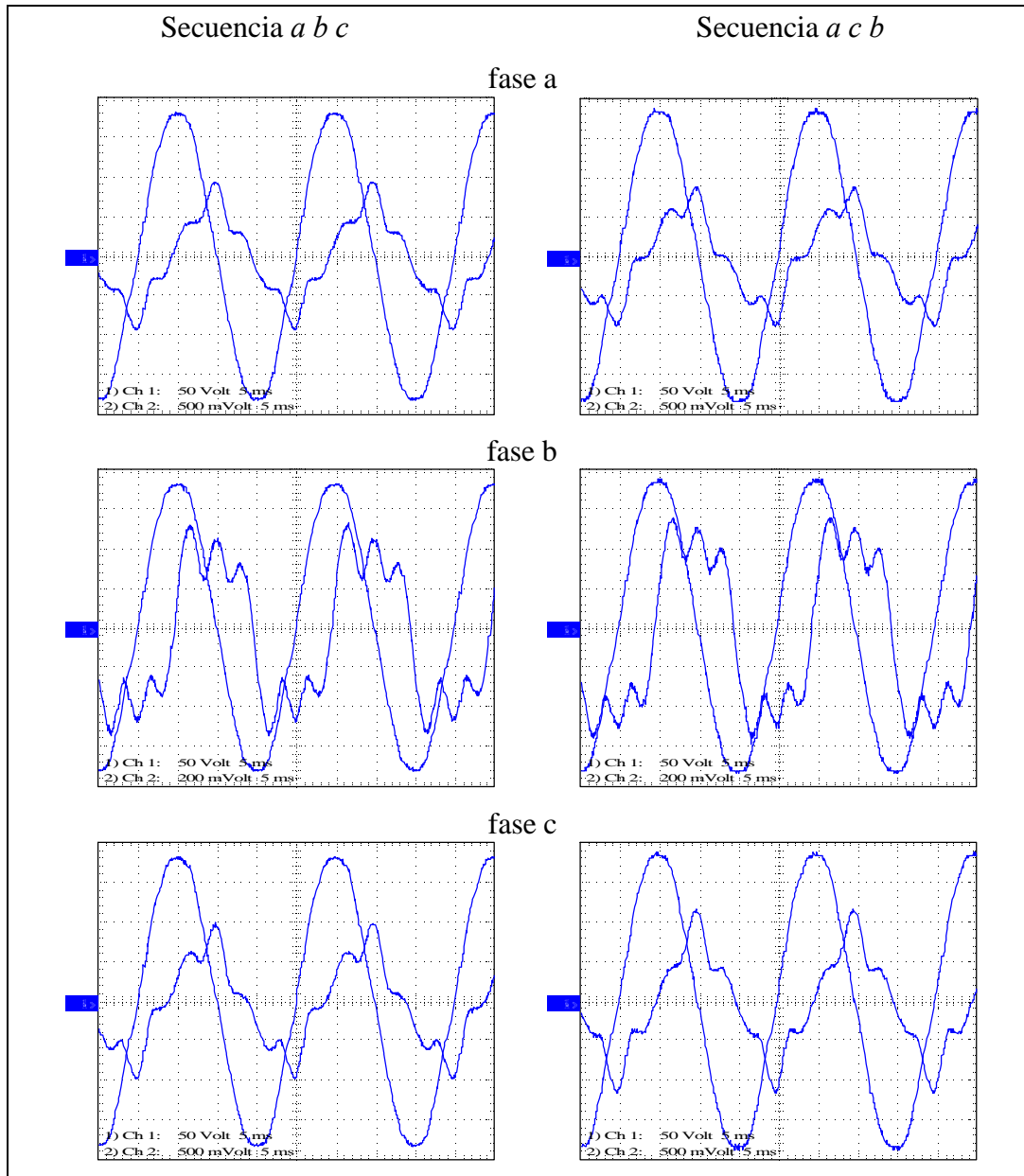


Fig.3-43 Alimentación de tensión trifásica (130 Vrms L – N) al devanado de alta tensión por medio del panel de tensión variable y un transformador intermedio.

La figura 3-44, muestra los registros de excitación del transformador trifásico a 170 Vrms L-N. Esta excitación representa una sobretensión de 1,3 p.u. por encima del valor de la tensión nominal.

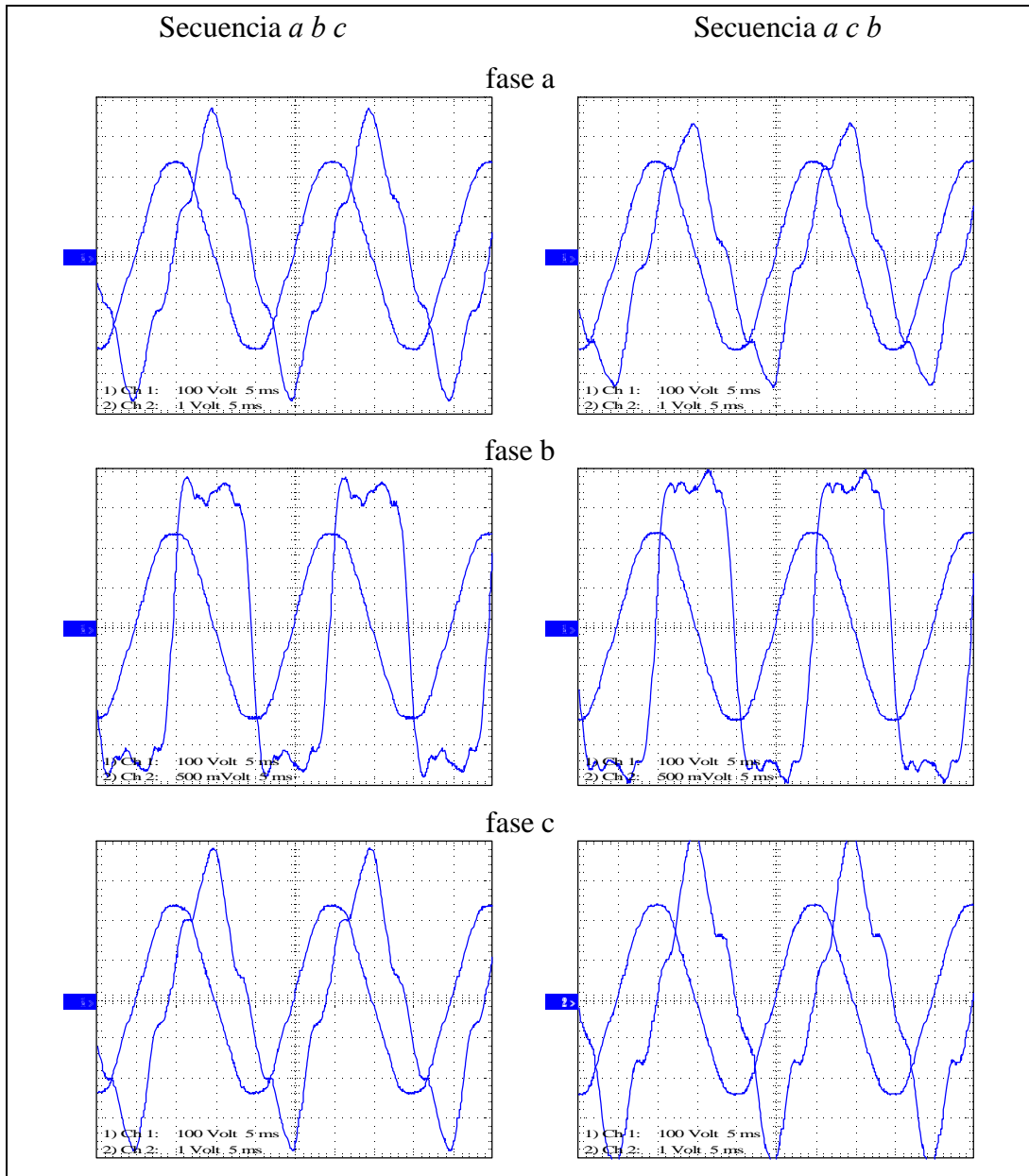


Fig. 3-44 Alimentación de tensión trifásica (170 Vrms L – N) al devanado de alta tensión por medio del panel de tensión variable y un transformador intermedio.

La siguiente figura 3-45 corresponde a los registros de excitación trifásica a 200 Vrms L-N. Esto representa una sobretensión de 1,5 p.u. sobre el valor de la tensión nominal.

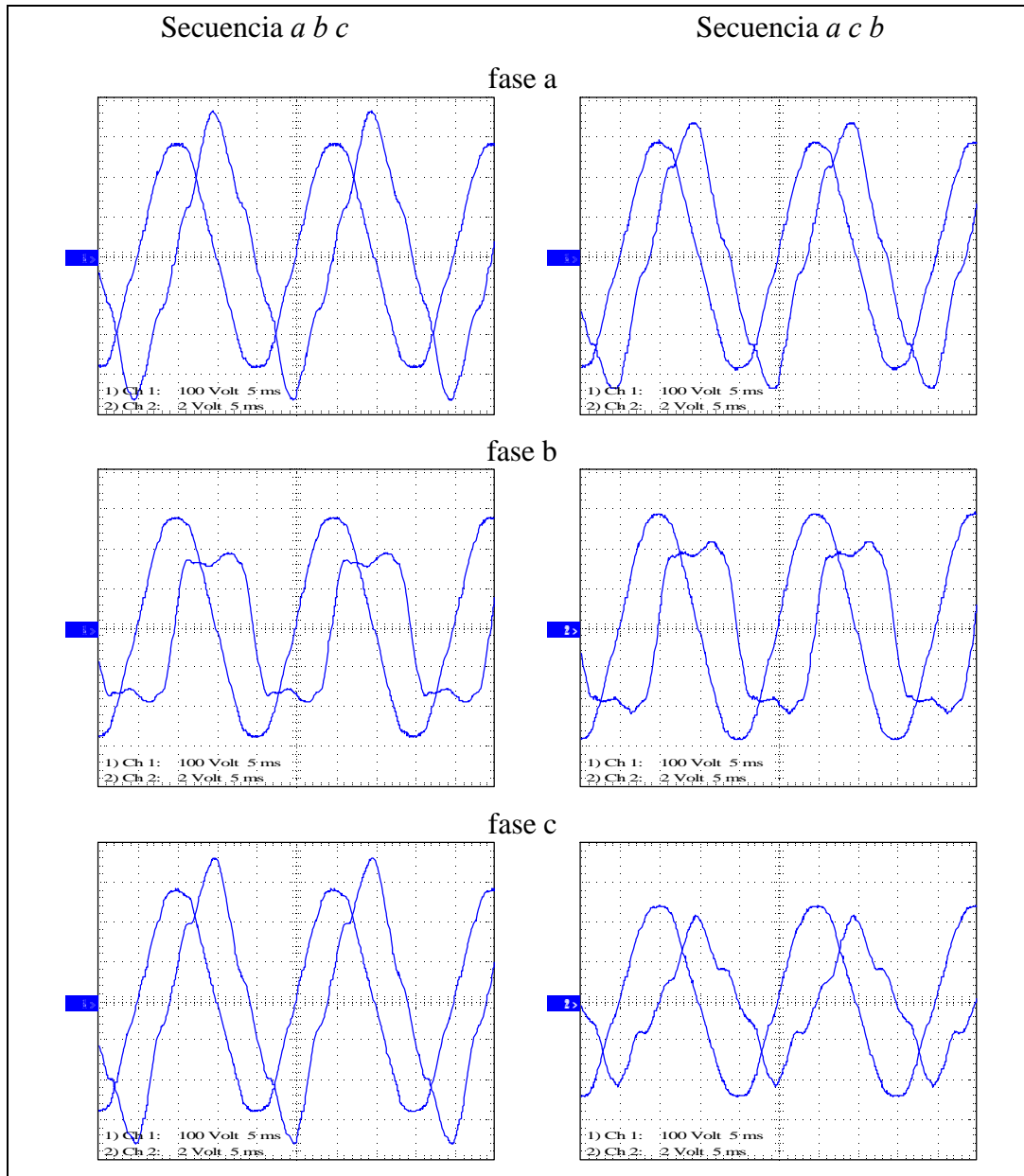


Fig.3-45 Alimentación de tensión trifásica (200 Vrms L – N) al devanado de alta tensión por medio del panel de tensión variable y un transformador intermedio.

A manera de comparación, se realizaron registros con tensión de alimentación directa de la compañía eléctrica. La tensión de la red es de 380 Vrms L-L, lo que permitió alimentar con esta tensión el devanado de alta tensión del transformador

aunque solo a la tensión nominal del devanado de alta tensión. Estos registros se muestran en la figura 3-46.

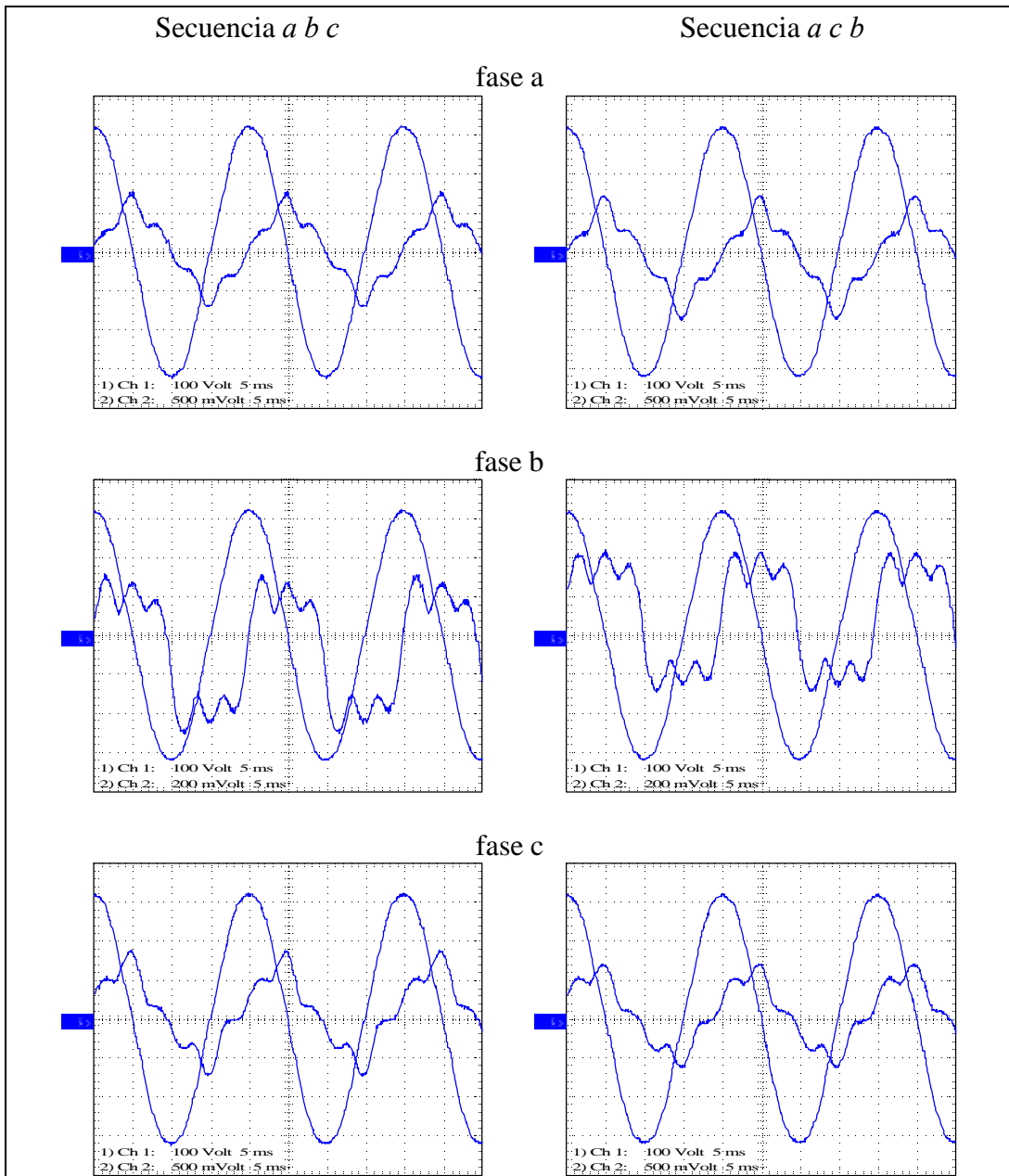


Fig.3-46 Alimentación de tensión trifásica ($380 V_{rms} L-L$) al devanado de alta tensión directamente de la red.

En la última figura se observa también el mismo efecto aunque un poco menos marcado si se compara con las excitaciones al devanado secundario a través de la fuente de tensión trifásica variable.

La diferencia de este efecto notado en los cambios de secuencia de fases en la alimentación, se debe a la robustez que se tiene a través de la red comparada con la fuente de alimentación variable. Este es un factor a tener en cuenta en la comparación entre los ensayos de laboratorio de los transformadores y las simulaciones en el modelo.

3.8.6 Excitación trifásica del transformador UPC-I. Evolución de la saturación trifásica.

La figura 3-47 muestra respectivamente los flujos magnéticos y las corrientes de magnetización de una misma columna. Cada una de estas figuras está acompañada del ciclo de histéresis correspondiente a la columna medida. Estos registros corresponden a la conexión Y-y con excitación en el lado de baja tensión y para la secuencia de fases A-B-C.

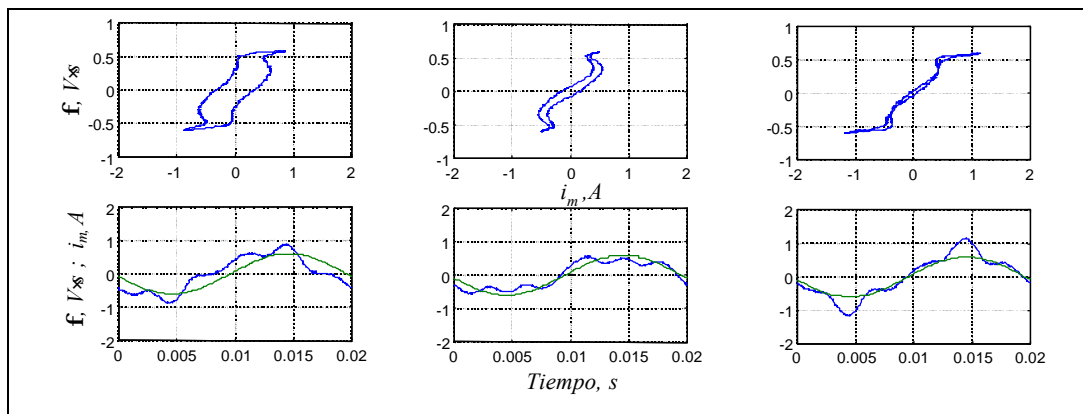


Fig.3-47 Flujo, corriente magnetización y ciclo de histéresis de cada columna con una excitación trifásica en devanado de baja tensión a 130 Vrms L-N.

Se puede ver de la figura anterior, que los ciclos de las fases laterales no son iguales como lo parecen las corrientes de magnetización medidas. Pero esto también se presenta en el transformador MIMAVEN que se mostrará en la siguiente sección.

Lo anterior se debe a la secuencia de fases con la que se aplique la tensión, porque la invertir el orden de la tensión trifásica en las bobinas laterales, el área de la curva de histéresis cambia también.

Las siguientes figuras (3-48 y 3-49) corresponden a las excitaciones con tensión trifásica de 170 y 200 Vrms L–N, respectivamente.

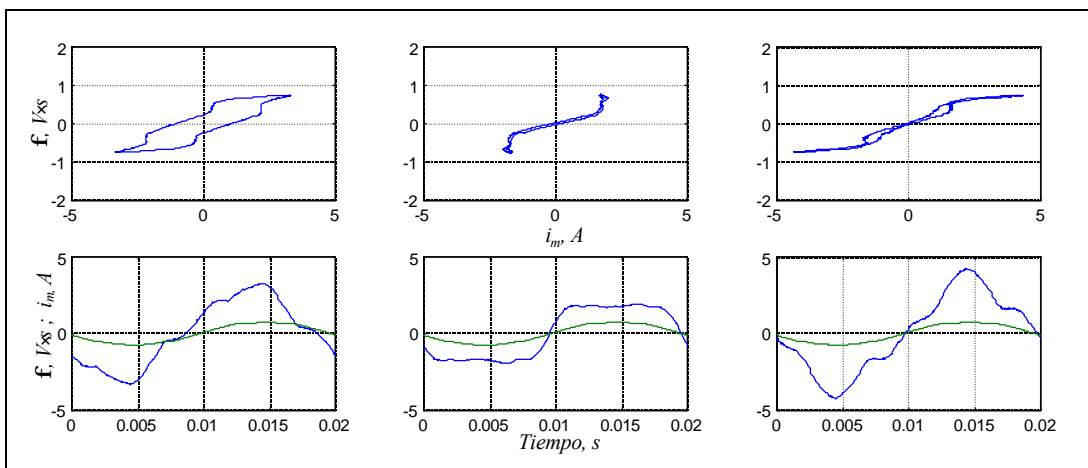


Fig.3-48 Flujo, corriente magnetización y Ciclo de histéresis de cada columna con una excitación trifásica en devanado de baja tensión a 170 Vrms L–N.

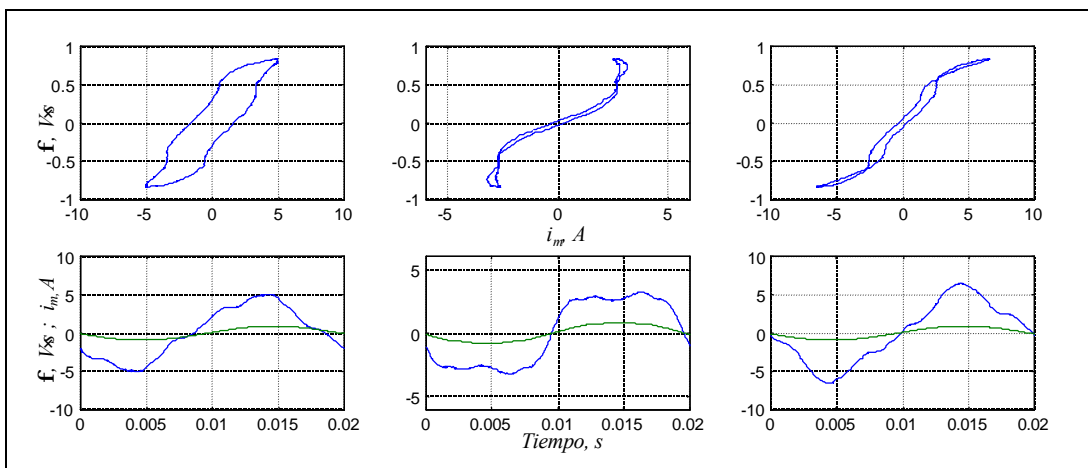


Fig.3-49 Flujo, corriente magnetización y ciclo de histéresis de cada columna con una excitación trifásica en devanado de baja tensión a 200 Vrms L–N.

En los otros dos transformadores que se midieron (UPC-II y SALICRU) de la misma potencia 7,5 kVA, sus ciclos de histéresis presentaban una característica similar. Sin embargo, hay que tener en cuenta que estos transformadores fueron construidos hace muchos años. Es por eso que se ha medido en un transformador

nuevo, recién construido, para tener una forma de comparar también el comportamiento con saturación de transformadores de diferente tamaño como es el transformador MIMAVEN que se comenta a continuación.

3.8.7 Ensayos en el transformador MIMAVEN

En esta sección se describen los ensayos realizados al transformador de 60 kVA, 380/220 V, ya descrito anteriormente. La descripción de los registros obtenidos es similar a la del transformador UPC-I. En este transformador se hicieron los ensayos de vacío con dos conexiones, Y-y y la conexión Yn-yn.

En primer orden se presentan las medidas hechas con la excitación en el devanado de alta tensión conectado Y-y y el lado de baja tensión en vacío.

A continuación se presenta la evolución de las tensiones y corrientes de excitación medidas en la fase A para tres niveles de tensión, 380, 450 y 500 Vrms L-L.

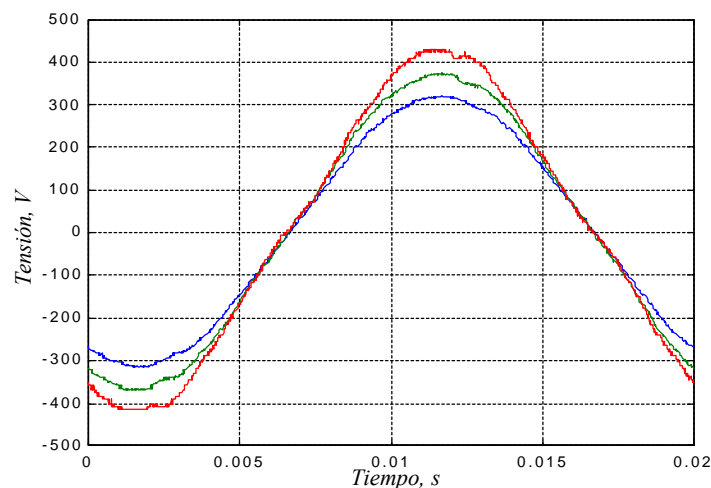


Fig.3-50 Tensiones medidas en bornes del devanado A, a 380, 450 y 500 Vrms (L-L).

La figura 3-51 muestra los flujos calculados directamente de los vectores digitalizados de las tensiones medidas.

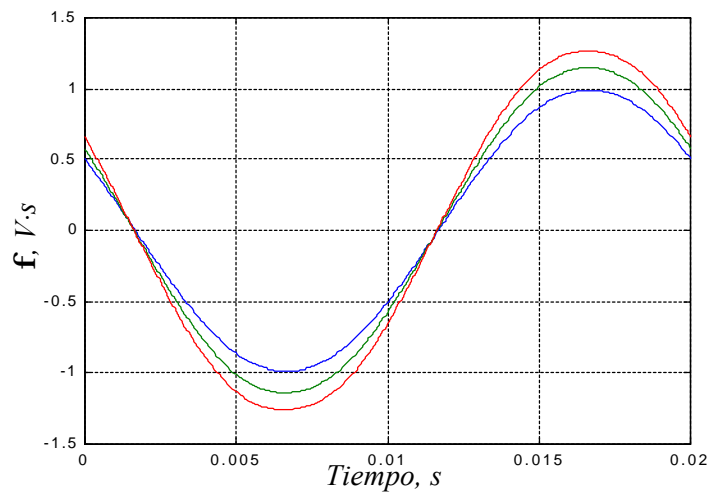


Fig.3-51 Flujos magnéticos calculados de los vectores de tensión de excitación trifásica medidos la bobina de la fase A.

Las corrientes de magnetización medidas en el devanado de la fase A se muestran en la figura 3-52,

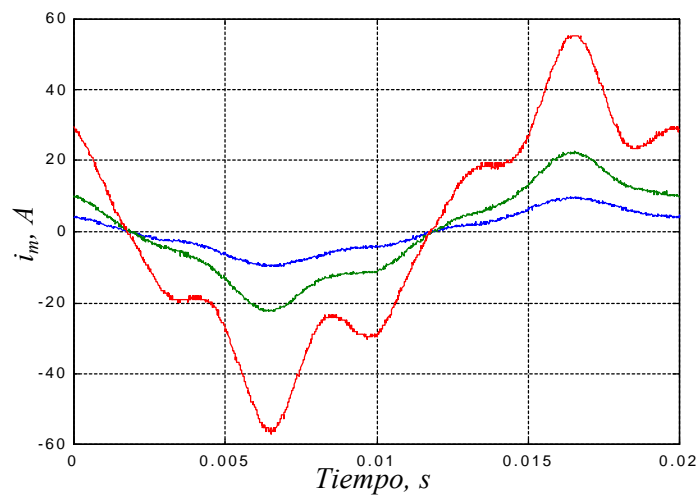


Fig.3-52 Corriente de magnetización medidas en la fase A, obtenidas de los tres niveles de excitación trifásica a 380, 450 y 500 Vrms (L – L).

Los ciclos de histéresis correspondientes a la columna A, obtenidos del flujo magnético y las corrientes de magnetización se muestran en la figura 3-53. En esta figura se puede ver como se deforma la histéresis a medida que aumenta la saturación debido a la interacción de los flujos de las otras dos columnas.

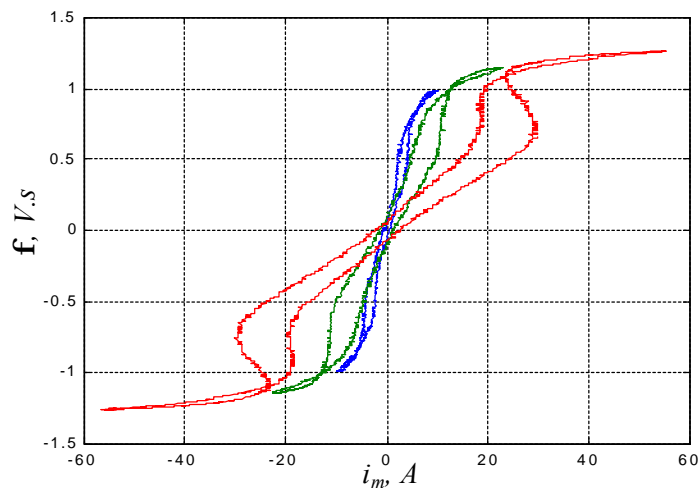


Fig.3-53 Ciclos de histéresis medidos en la columna A, para una excitación trifásica del devanado de alta tensión con conexión Y-y vacío.

A continuación en la figura 3-54 se describen los gráficos de señales medidas y calculadas en el bloque devanado columna central (fase B). En las tres fases se nota una pequeña deformación de la forma de onda de la tensión, debido a la alta inductancia del transformador en vacío y a la alta corriente de magnetización.

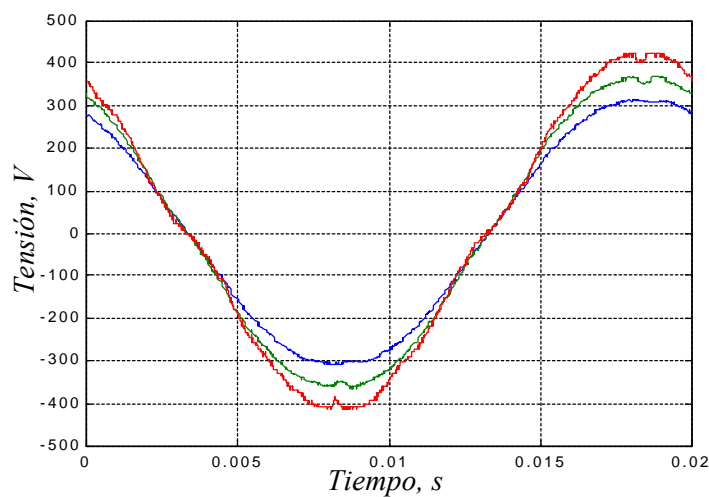


Fig.3-54 Tensiones medidas en bornes del devanado B, a 380, 450 y 500 Vrms (L-L).

Y los flujos magnéticos obtenidos de las tres tensiones anteriores son los que se muestran en la figura 3-55.

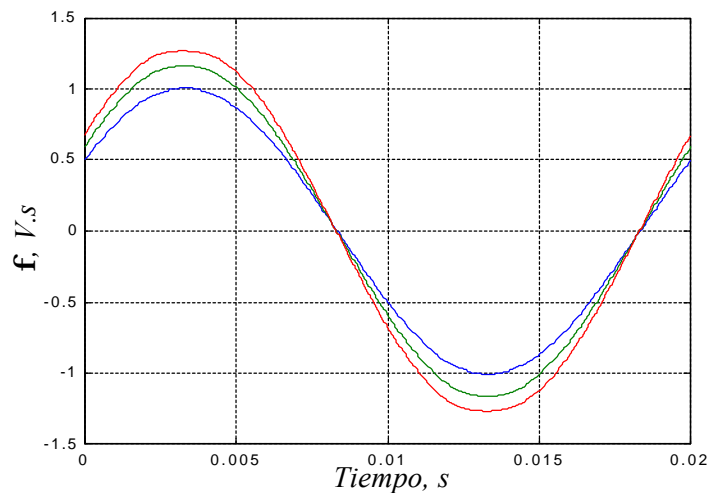


Fig.3-55 Flujos magnéticos de la columna central, calculados de los vectores de tensión de excitación trifásica medidos en la fase B.

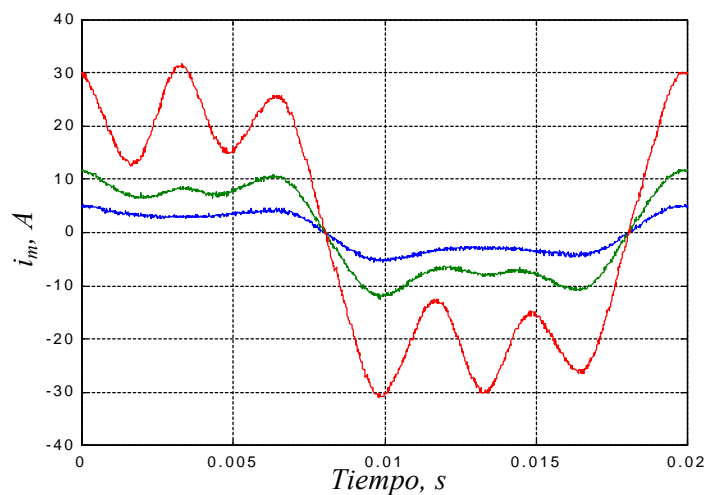


Fig.3-56 Corriente de magnetización medidas en la fase B, obtenidas de los tres niveles de excitación trifásica a 380, 450 y 500 Vrms (L – L).

En la figura 3-56 se aprecia como influyen la interacción de los flujos de las otras dos columnas laterales. Similarmente que en el ensayo de saturación monofásica, la corriente de magnetización de la bobina central es de magnitud inferior que las corrientes de las bobinas laterales.

En la evolución de las curvas de histéresis de la columna central esta deformación tiene la misma tendencia que la encontrada en los transformadores de menor

potencia que también se ensayaron. Sin embargo, las formas en los extremos de los ciclos de histéresis, son completamente diferentes (ver figura 3-57).

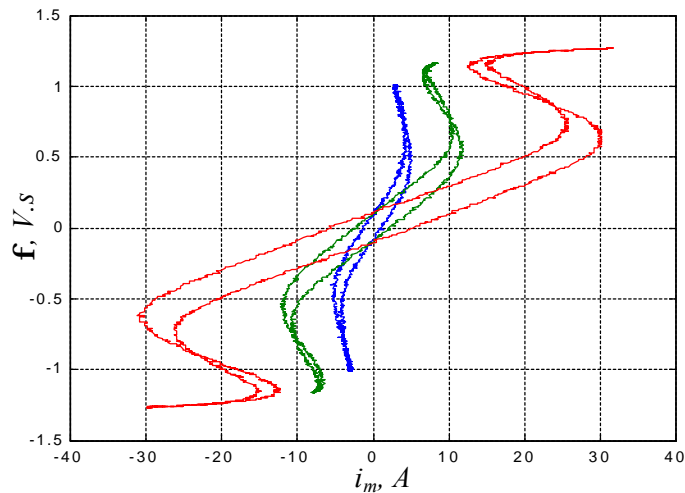


Fig.3-57 Ciclos de histéresis medidos en la columna B, para una excitación trifásica del devanado de alta tensión con conexión Y – y vacío.

A continuación se describen los gráficos de señales medidas y calculadas en el otro bloque devanado-columna lateral (fase C). En la figura 3-58 se muestran los tres niveles de tensión aplicados al devanado.

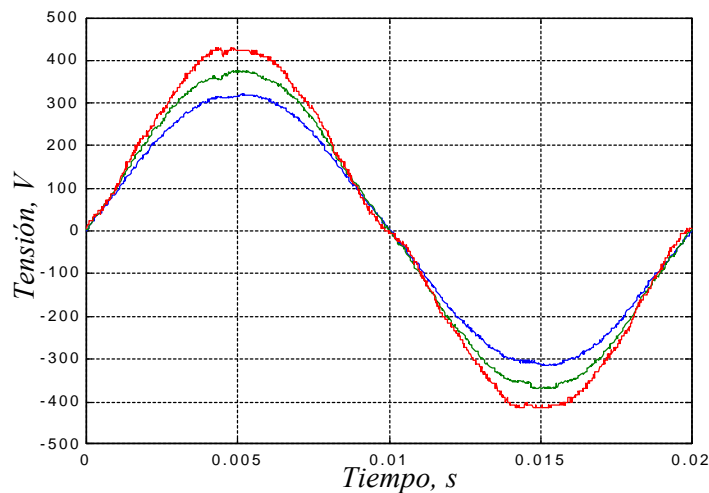


Fig.3-58 Tensiones medidas en bornes del devanado C, a 380, 450 y 500 Vrms (L-L).

Los flujos obtenidos de las tres tensiones de excitación medidas en la fase C son los mostrados en la figura 3-59.

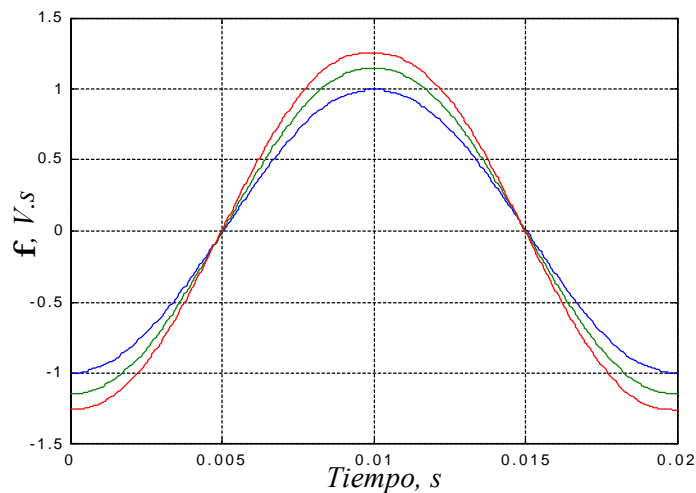


Fig.3-59 Flujos magnéticos de la columna central, calculados de los vectores de tensión de excitación trifásica medidos en la fase C.

En la figura 3-60 se muestran las corrientes de magnetización medidas en la fase C para los tres niveles de tensión.

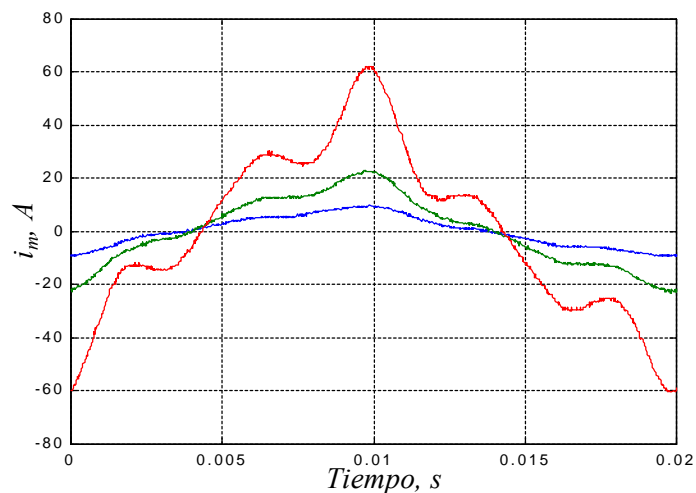


Fig.3-60 Corriente de magnetización medidas en la fase C, obtenidas de los tres niveles de excitación trifásica a 380, 450 y 500 Vrms (L – L).

La gráfica de la evolución del ciclo de histéresis se muestra en la figura 3-61. Esta es muy parecida a la mostrada anteriormente para la otra columna lateral. Y finalmente en la figura 3-62, se muestra una comparación de las corrientes de magnetización y ciclos de histéresis de las tres fases en un mismo plano, para cada nivel de tensión que se ha aplicado en estos ensayos.

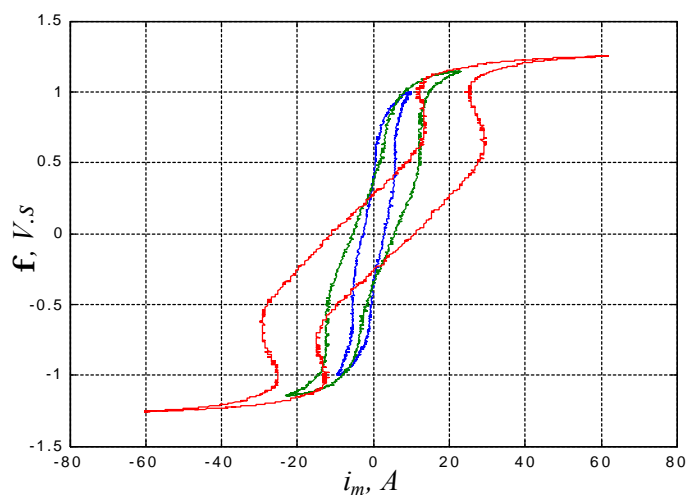


Fig.3-61 Ciclos de histéresis medidos en la columna C, para una excitación trifásica del devanado de alta tensión con conexión Y – y vacío.

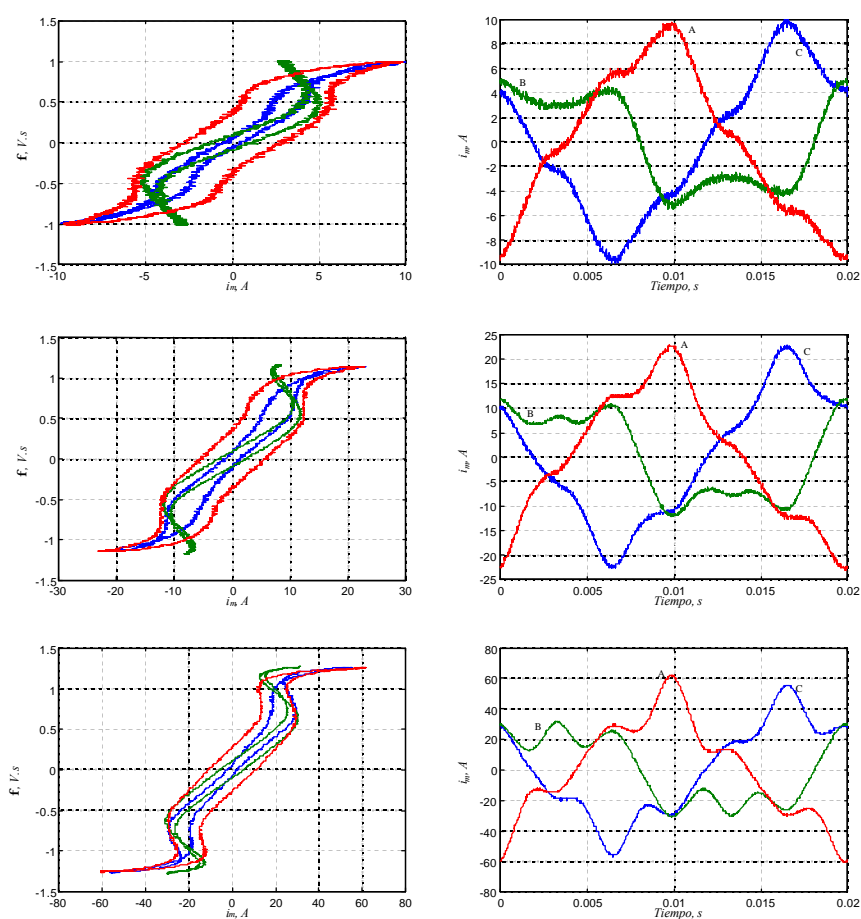


Fig.3-62 Comparación de los ciclos de histéresis de las tres fases, y las tres corrientes de magnetización, tensión aplicada al devanado de alta tensión conectado en Y-y vacío 380, 450 y 500 Vrms L-L respectivamente.

De las figuras anteriores, se puede observar que a pesar de ser parecidas las formas onda de las corrientes de magnetización, cuando se dibujan los ciclos de histéresis, se observa que uno de los ciclos de histéresis de las columnas laterales es de menor área que el otro.

Al invertir el orden de las fases de la tensión de la alimentación, también se invierte la forma de onda de la corriente y con ello el área del ciclo de histéresis. Esto también se observó en los transformadores de 7,5 kVA.

Se debe tener en cuenta que en las simulaciones de los modelos, la tensión de alimentación se hace con fuentes ideales, es decir completamente sinusoidales. Por tanto, si se comparan con las tensiones de saturación registradas en los ensayos, se podrá comparar la diferencia, y esto lógicamente influye en los resultados de la simulación.

La deformación de las señales de tensión registradas en los ensayos, se debe probablemente a la debilidad del nodo de conexión del panel de excitación variable, el cual no está diseñado para alimentar una inductancia tan alta como la que presenta el transformador de 60 kVA en vacío.

Lo anterior se puede comparar con los ensayos de la excitación entre los transformadores de 7,5 kVA y el de 60 kVA, donde se puede observar que la deformación en la tensión de excitación de los transformadores más pequeños es menor que la del transformador de 60 kVA.

Sin embargo, conseguir una señal de tensión puramente sinusoidal para realizar los ensayos puede ser muy difícil o costoso, ya que podría sustituirse por excitación directa de la red a través de transformadores intermedios que sustituyan las fuentes de excitación trifásica variables.

3.8.8 Excitación trifásica del transformador MIMAVEN Yn-y en vacío

En esta sección se describen los ensayos de excitación trifásica a los mismos niveles de tensión que el ensayo anterior, pero con la conexión del neutro a tierra y el devanado de baja tensión sin carga.

Similarmente que en el caso de la conexión sin neutro, las medidas de este ensayo se presentan fase por fase para visualizar la evolución de las señales medidas. Los flujos calculados de las medidas de tensión de cada devanado se presentan primero con respecto al tiempo. Después, con las corrientes de magnetización medidos a través de cada devanado y los flujos magnéticos calculados, se obtienen los ciclos de histéresis para cada excitación.

Las formas de onda de la tensión a 380, 450 y 500 Vrms L-L, para el devanado lateral (fase A), son las que se muestran en la figura 3-63 en un mismo plano para comparar la forma de onda en los tres niveles.

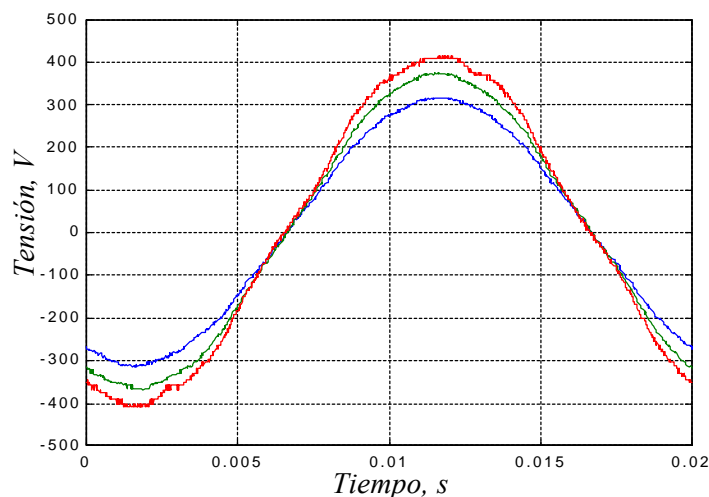


Fig.3-63 Tensiones medidas en bornes del devanado A, a 380, 450 y 500 Vrms (L-L).

Y la evolución del flujo magnético calculado, debido a la corriente de magnetización a través del devanado medido de la columna lateral A, para las tres tensiones de excitación, se muestra en la siguiente 3-64.

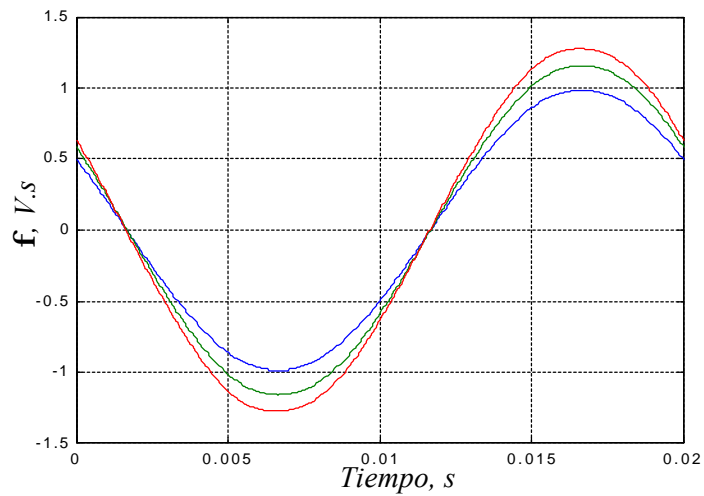


Fig.3-64 Flujos magnéticos calculados de los vectores de tensión de excitación trifásica medidos en la fase A.

Las tres corrientes de magnetización medidas a través de la bobina de la fase A del lado de alta tensión del devanado, son las mostradas en la figura 3-65.

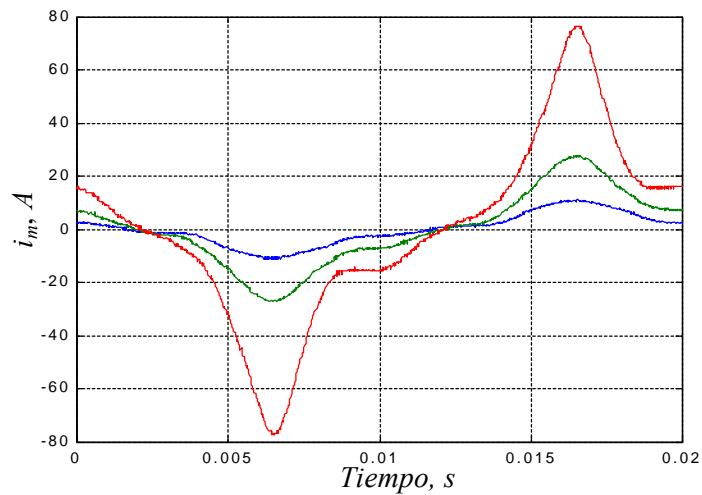


Fig.3-65 Corriente de magnetización medidas en la fase A, obtenidas de los tres niveles de excitación trifásica a 380, 450 y 500 Vrms (L – L).

Y los ciclos de histéresis de la columna A, obtenidos con los flujos calculados y las corrientes de magnetización medidas son mostrados en la figura 3-65.

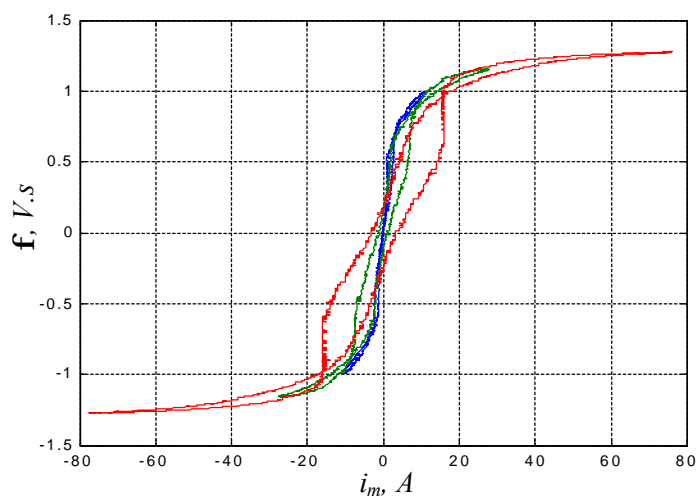


Fig.3-66 Ciclos de histéresis medidos en la columna A, para una excitación trifásica del devanado de alta tensión con conexión Yn-y vacío.

Para el bloque devanado-columna B, las formas de onda de las tensiones aplicadas, los flujos magnéticos calculados, las corrientes de magnetización medidas y los ciclos de histéresis para las tres tensiones, son mostrados en las figuras 3-67, 3-68, 3-69 y 3-70 respectivamente.

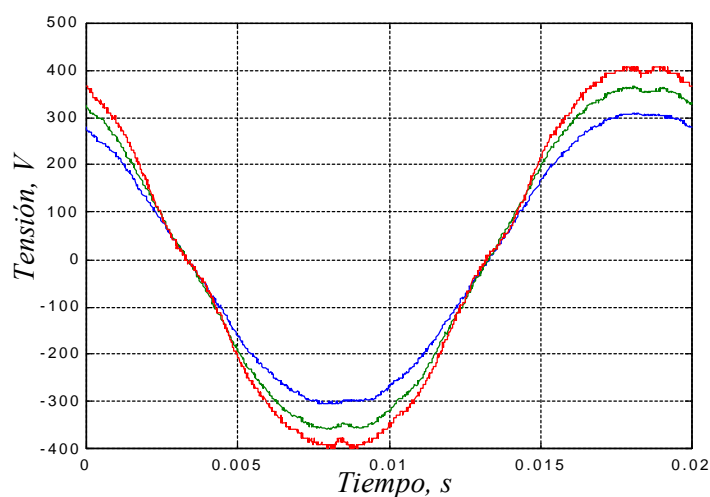


Fig.3-67 Tensiones medidas en bornes del devanado B, a 380, 450 y 500 Vrms (L-L).

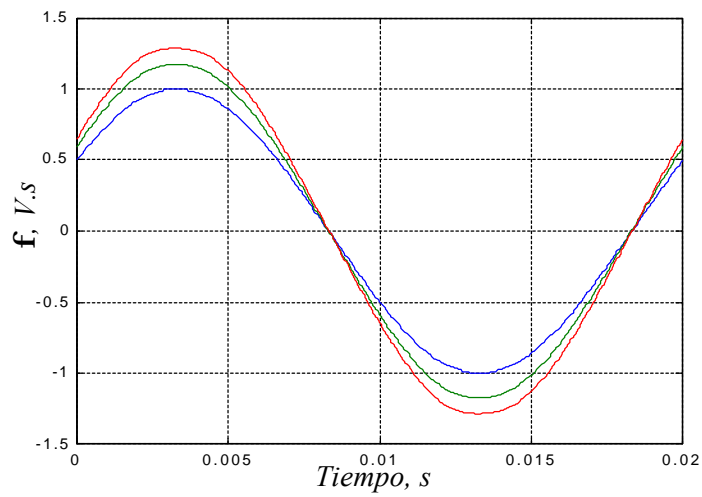


Fig.3-68 Flujos magnéticos calculados de los vectores de tensión de excitación trifásica medidos en la fase B.

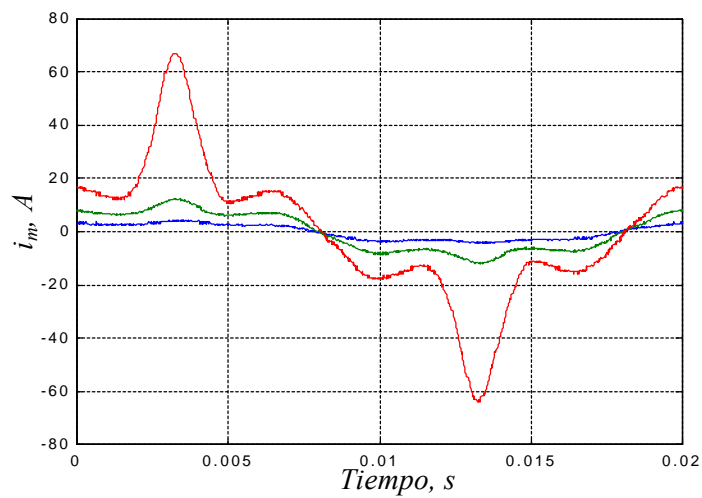


Fig.3-69 Corriente de magnetización medidas en la fase B, obtenidas de los tres niveles de excitación trifásica a 380, 450 y 500 Vrms (L – L).

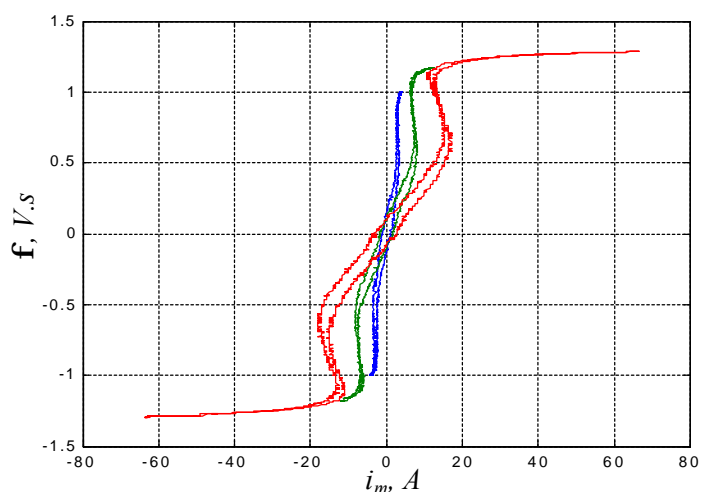


Fig.3-70 Ciclos de histéresis medidos en la columna B, para una excitación trifásica del devanado de alta tensión con conexión Yn-y vacío.

Finalmente para el otro bloque devanado-columna lateral (fase C), se muestran respectivamente en las figuras 3-71, 3-72, 3-73 y 3-74 los resultados gráficos de las tensiones aplicadas y corrientes de magnetización medidas, los flujos calculados y curvas de histéresis.

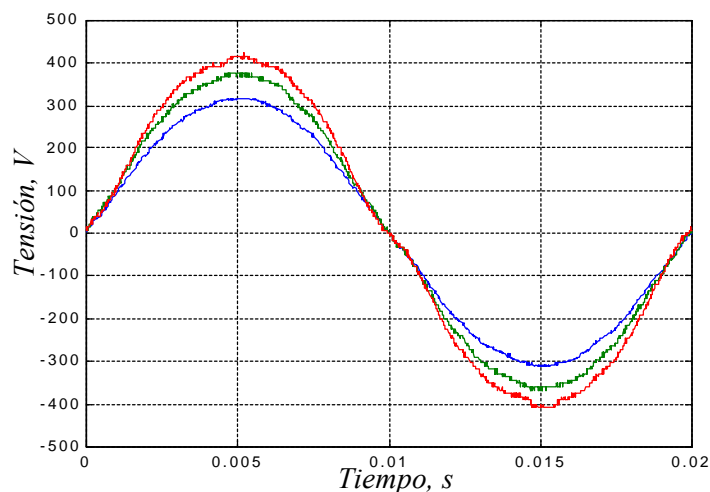


Fig.3-71 Tensiones medidas en bornes del devanado C, a 380, 450 y 500 Vrms (L-L).

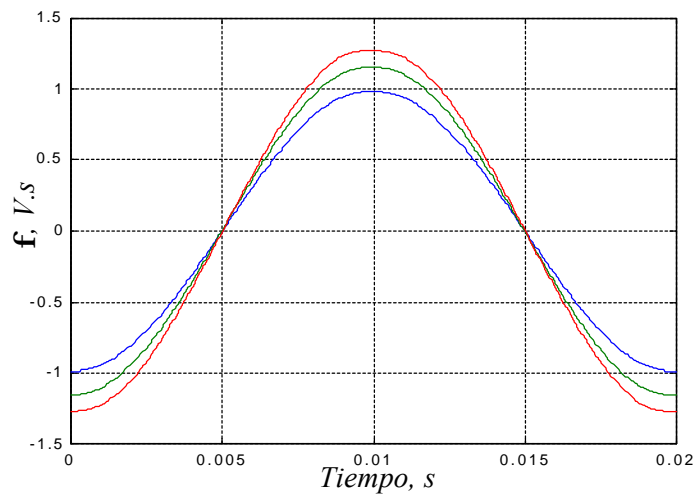


Fig.3-72 Flujos magnéticos calculados de los vectores de tensión de excitación trifásica medidos en la fase C.

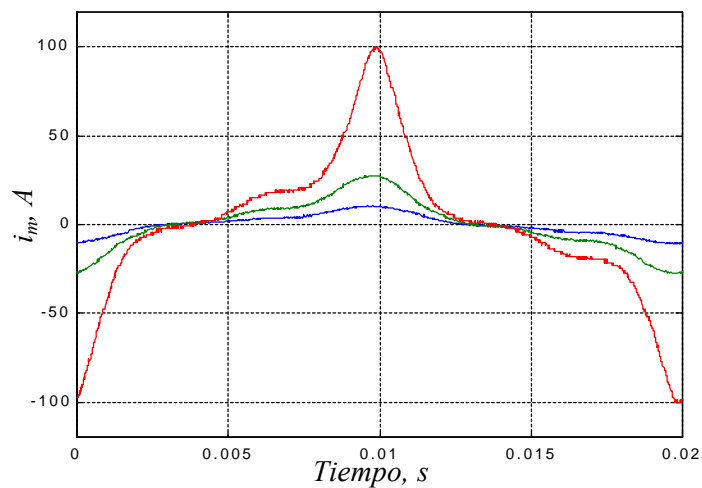


Fig.3-73 Corriente de magnetización medidas en la fase C, obtenidas de los tres niveles de excitación trifásica a 380, 450 y 500 Vrms (L – L).

La gráfica de la evolución del ciclo de histéresis se muestra en la figura 3-74. Esta es muy parecida a la mostrada anteriormente para la otra columna lateral (figura 3-66). Y finalmente en la figura 3-75, se muestra una comparación de las corrientes de magnetización y ciclos de histéresis de las tres fases en un mismo plano, para cada nivel de tensión que se ha aplicado en estos ensayos.

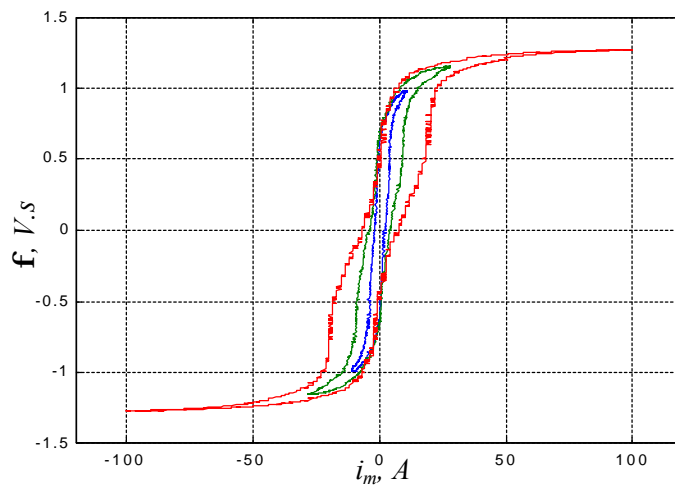


Fig.3-74 Ciclos de histéresis medidos en la columna C, para una excitación trifásica del devanado de alta tensión con conexión Yn-y vacío.

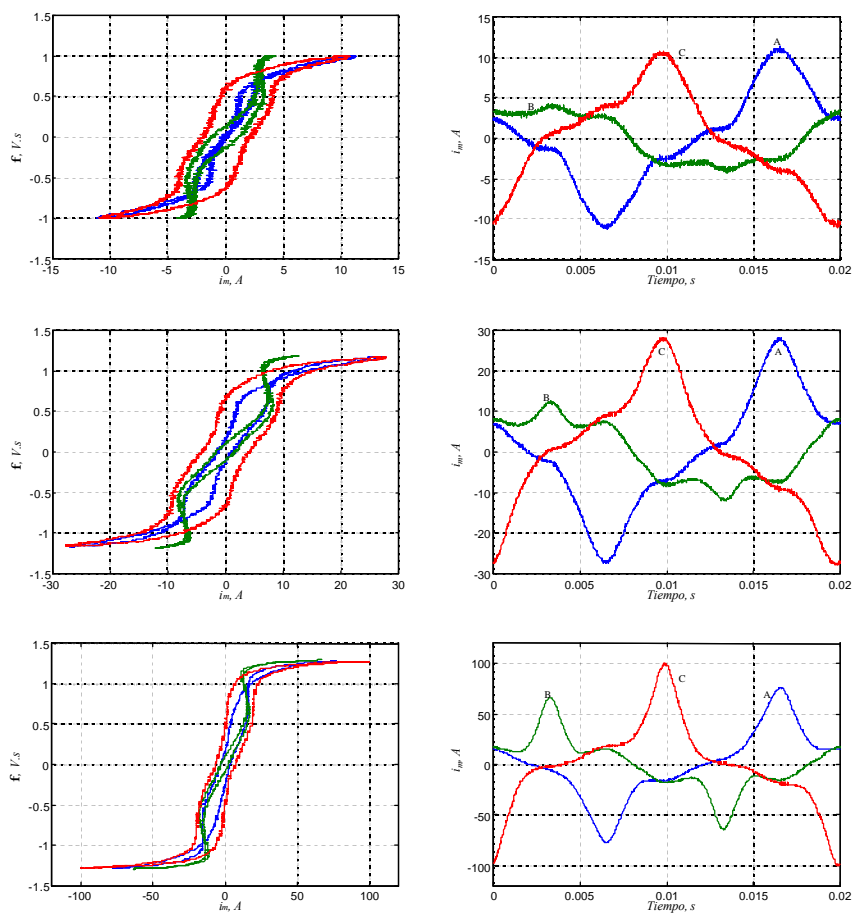
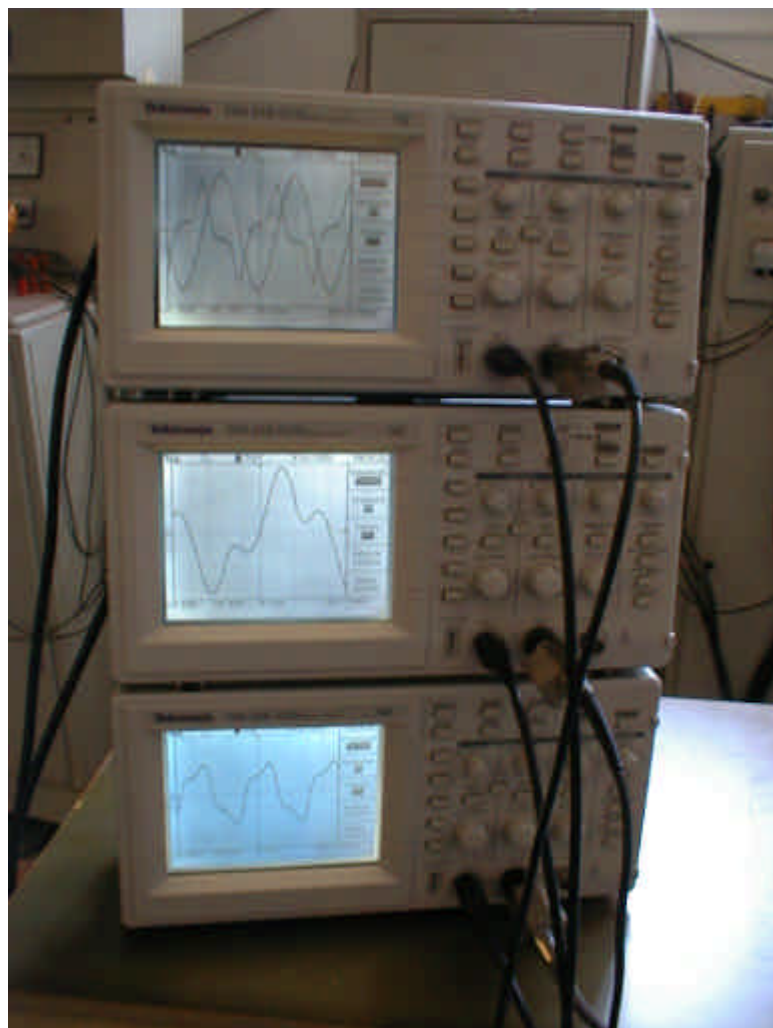


Fig.3-75 Comparación de los ciclos de histéresis de las tres fases, y las tres corrientes de magnetización, tensión aplicada al devanado de alta tensión conectado en Yn-y vacío 380, 450 y 500 Vrms L-L respectivamente.

Capítulo 4

Modelización del transformador en programa de simulación



4.1 Introducción

En este capítulo se documenta el trabajo realizado para el desarrollo del modelo en el programa de simulación de transitorios PSpice. Se justifica la selección de este programa, se comentan sus principales características y se comentan otros programas similares.

Se describen los circuitos, eléctrico y magnético, que integran el modelo desarrollado para las simulaciones en el programa en régimen transitorio. Se describe el listado del modelo en código PSpice, donde están contenidos los parámetros y circuitos eléctrico y magnético del modelo. Los resultados de las simulaciones realizadas, después de alcanzar el régimen permanente se comparan con los ensayos obtenidos en el estudio experimental.

4.2 Desarrollo del modelo en el programa PSpice

Existen varios programas informáticos de simulación para el análisis de circuitos que son muy usados. Entre ellos están SPICE, EMTP, SABER, y KREAN entre otros. Dos de ellos, el SPICE y EMTP son los más usados porque se pueden conseguir con mas facilidad.

El programa EMTP tiene el paso de integración constante, mientras que SPICE tiene un control dinámico del paso de integración. SPICE fue desarrollado para simulación de circuitos integrados, mientras que el EMTP fue desarrollado para la simulación de sistemas de potencia.

La abreviación de (SPICE) significa *Simulation Program with integrated circuit Emphasis*. Este fue desarrollado en la Universidad de California, Berkeley. Existen varias versiones comerciales de SPICE para *Personal Computer* (PC) que trabajan con varios sistemas operativos conocidos. Una versión comercial de SPICE es llamada PSpice y es la que se ha usado en el presente trabajo.

Una de las prestaciones del programa PSpice es que pueden añadirse modelos y usarse conjuntamente con otros que ya contiene el programa. También existe una versión gráfica en la que se dibujan los circuitos y se seleccionan los iconos que simbolizan los modelos que contiene el programa.

Este programa se ha hecho muy popular en los últimos años entre estudiantes y profesores de Universidades, porque se puede obtener gratuitamente y por lo amigable que es su utilización.

Debido a sus prestaciones, el programa PSpice ha sido elegido para iniciar el desarrollo del modelo de transformador con saturación. Desde el planteamiento del diseño conceptual, este programa ha sido una herramienta de mucha ayuda para desarrollar el modelo del transformador, con la ayuda de los ensayos de laboratorio.

La facilidad de obtener las salidas de las simulaciones, es decir, presentación gráfica de la simulación, facilidad para disponer de los vectores de salida y exportarlos a otros programas informáticos para disponer de ellos, ha sido uno de los principales motivos que aconsejaron su utilización en el presente trabajo.

4.2.1 Circuitos que integran el modelo

El modelo desarrollado en PSpice para simular el transformador trifásico con saturación se compone de dos circuitos. Una parte formada con un circuito eléctrico y la otra con un circuito magnético. Dentro del circuito magnético se escriben las ecuaciones que representan las características de magnetización del núcleo. Estos circuitos se describen a continuación.

Las facilidades que se tienen con el programa PSpice permiten formar el circuito eléctrico sencillo mostrado en la figura 4-1.

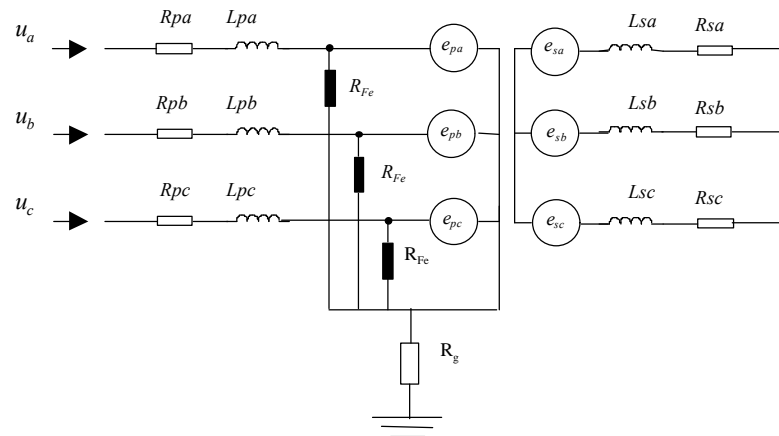


Fig. 4-1 Circuito Equivalente Eléctrico del Transformador Trifásico.

Dentro del mismo listado ha sido desarrollado el circuito magnético que contiene la representación de los efectos de la magnetización del núcleo. Como se observa en el circuito eléctrico, se consideran las pérdidas en el núcleo. La facilidad que el programa PSpice tiene para incluir cualquier elemento, permitió evaluar las influencia de la resistencia del núcleo en diferentes condiciones de saturación.

El circuito magnético ya ha sido comentado en el capítulo 2 y este se muestra nuevamente en la figura 4-2.

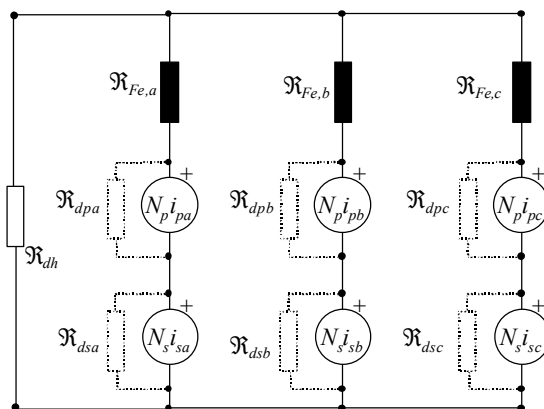


Fig. 4-2 Circuito Magnético del Transformador Trifásico.

Los componentes de este circuito magnético ya han sido explicados en el capítulo 2. Por tanto, a continuación se muestra directamente el listado que representa las instrucciones para entrarlos al programa y ejecutar la simulación.

4.2.2 Listado en código PSpice para la simulación del modelo

El listado de los circuitos que representan los circuitos eléctrico y magnético del transformador propuesto, se presenta exactamente tal y como se escribe en el programa de simulación. Es listado es el siguiente:

```

TRANSFORMADOR TRIFASICO MIMAVEN
* -----
*
*
*   SIMULACIÓN DEL TRANSFORMADOR TRIFASICO MIMAVEN
*
* -----
*   >>>>>          DATOS DE LA SIMULACIÓN          <<<<<<<
*
* .TRAN .2M 20 19.96 .2M skipbp
* .TRAN .2M 10 09.96 .2M skipbp
*
* .PARAM  K1={1/SQRT(3)} K2={SQRT(2)} K0={k1*k2}
+   PI=3.14159265358979 F={2*PI/3}
+   FREQ=50 W0={2*PI*FREQ}
*
*   >>>>>          DESCRIPCIÓN DEL TRANSFORMADOR          <<<<<<<
*
+   SN=60000 U1N=380 U2N=220 WCC=180 ECC=3.25m
+   WFE=522.0 I0=75.1m RT={U1N/U2N}
* -----
*   >>>>>          PARÁMETROS          <<<<<<
*
+   RP1=0.0036   RS2=0.001206
+   LP1=0.1524m  LS2=0.0511m
+   RFEA={277}   RFEB={277}   RFEC={277}
+   N1=1 N11={N1*N1} N2={N1/RT}
*
* >>>> PARAMETROS NUMÉRICOS PARA DEFINIR LA CURVA DE SATURACIÓN <<<<
*
+   LA1={0.3333/N11}          LA2={0.0001/N11}
+   LB1={1.4444/N11}          LB2={0.0002/N11}
+   LC1={0.3333/N11}          LC2={0.0001/N11}
+   ISATA={N1*4.05}           PA={0.909}
+   ISATB={N1*0.90}           PB={0.93}
+   ISATC={N1*3.9735}         PC={0.902}
*
*   >>>>>          TENSIONES L-N RMS          <<<<<<
*
*   FASE A   FASE B   FASE C

```



```

*+   UEF1=233   UEF2=233 UEF3=233
*+   UEF1=240   UEF2=240 UEF3=240
*+   UEF1=250   UEF2=250 UEF3=250
*+   UEF1=260   UEF2=260 UEF3=260
*+   UEF1=270   UEF2=270 UEF3=270
*+   UEF1=280   UEF2=280 UEF3=280
*+   UEF1=290   UEF2=290 UEF3=290
+    UEF1=300   UEF2=300 UEF3=300
*
*                               UM*>>>>TENSION MAX
*
+    UA={UEF1}  UMA={UA*K2}  ALFA1=0
+    UB={UEF2}  UMB={UB*K2}  ALFA2=0
+    UC={UEF3}  UMC={UC*K2}  ALFA3=0
*-----
*
* >>>>>>          PRIMARIO CONEXIÓN Yn <<<<<<<
*
*
ecl 1 0 value {table(time,1m,0,0.5,1)}
*
*
* >>>>>          ALIMENTACIÓN AL PRIMARIO <<<<<<<
*
ESA 10 0 VALUE {UMA*V(1)*COS(W0*TIME+ALFA1-F)}
ESB 20 0 VALUE {UMB*V(1)*COS(W0*TIME+ALFA2+F)}
ESC 30 0 VALUE {UMC*V(1)*COS(W0*TIME+ALFA3)}
*
*   FASE A
*
RP1 10 14 {RP1}
LP1 14 16 {LP1}
RH1 16 100 {RFEA}
EP1 16 100 VALUE {-N1*DDT(I(EFM1))}
*
*   FASE B
*
RP2 20 24 {RP1}
LP2 24 26 {LP1}
RH2 26 100 {RFEB}
EP2 26 100 VALUE {-N1*DDT(I(EFM2))}
*
*   FASE C
*
RP3 30 34 {RP1}
LP3 34 36 {LP1}
RH3 36 100 {RFEC}
EP3 36 100 VALUE {-N1*DDT(I(EFM3))}
*
*   ***** NEUTRO A TIERRA *****
*
RRN0 100 0 0.001
*-----
*
* >>>>>>          SECUNDARIO CONEXIÓN y<<<<<<<
*
*   FASE A

```

```

*
ES4 40 42 VALUE {-N2*DDT(I(EFM1))}
RS4 42 46 {RS2}
LS4 46 ns {LS2}
*
*   FASE B
ES5 50 52 VALUE {-N2*DDT(I(EFM2))}
RS5 52 56 {RS2}
LS5 56 ns {LS2}
*
*   FASE C
*
ES6 60 62 VALUE {-N2*DDT(I(EFM3))}
RS6 62 66 {RS2}
LS6 66 ns {LS2}
*
rfm995 ns 0 {1/0}
* GFM995 ns 0 VALUE {0}
*
*
*   CARGA DEL SECUNDARIO
*
RES1 40 0 40K
RES2 50 0 40K
RES3 60 0 40K
*
* -----
* >>>>>>          DEFINICIÓN DEL CIRCUITO MAGNÉTICO <<<<<<<
*
* >>>>>>>> CURVA DE MAGNETIZACIÓN <<<<<<<<<<<<
*
.func h(x,p,k0,k1,k2) {(k1*(1+(abs(x)/k0)**p)**(-1/p)+k2)*x}
*
EFM1 0 102 VALUE {N1*I(EP1)+N2*I(LS4)}
gf1 102 115 value {h(v(102,115),pa,isata,la1,la2)}
EFM2 0 202 VALUE {N1*I(EP2)+N2*I(LS5)}
gf2 202 115 value {h(v(202,115),pb,isatb,lb1,lb2)}
EFM3 0 302 VALUE {N1*I(EP3)+N2*I(LS6)}
gf3 302 115 value {h(v(302,115),pc,isatc,lc1,lc2)}
*
rfm 115 0 1200
* RFM4 115 0
* -----
*
*
*   LECTURA DEL FLUJO MAGNÉTICO
*
*
ELEA 1A2 0 VALUE {-I(EFM1)*N1}
ELEB 1B2 0 VALUE {-I(EFM2)*N1}
ELEC 1C2 0 VALUE {-I(EFM3)*N1}
* -----
*
* >>>>>>>>SEÑALES DE SALIDA DE LA SIMULACIÓN<<<<<<<<<<<<
*
*.STEP PARAM UEF1 220 250 10
*.PROBE
.PROBE V(10) V(20) V(30) V(40) V(50) V(60) I(LP1) I(LP2) I(LP3)

```

```
+ I(LS4) I(LS5) I(LS6) V(1A2) V(1B2) V(1C2)
.end
*FINAL DEL LISTADO
* -----
```

Con este modelo se hacen simulaciones del transformador trifásico con saturación conexión Y–y, y Y_n–y_n simplemente conectando resistencias de valores muy altos en el devanado secundario.

Los resultados de las simulaciones de este modelo se presentan en la sección siguiente para diferentes niveles de excitación y los esquemas de conexión de devanados antes mencionados. Estos resultados se comparan con los ensayos que se obtuvieron en los estudios hechos en los laboratorios.

4.3 Resultados de las simulaciones del modelo con el programa PSpice

En esta sección se comparan las simulaciones obtenidas en el programa de análisis de transitorios después de que se obtuviera el régimen permanente, contra las medidas obtenidas en laboratorio. Los ensayos que se realizaron son aquellos que se describieron en el capítulo anterior.

Las comparaciones se hacen con las medidas que se obtuvieron de los diferentes ensayos realizados a los transformadores trifásicos UPC-I y MIMAVEN descritos anteriormente. Se validan los registros de tensión, corriente de magnetización y ciclos de histéresis obtenidos en los ensayos contra las simulaciones en el modelo en PSpice.

Las excitaciones de los ensayos cuyas medidas se comparan aquí, están hechas con paneles de tensión variable y un transformador elevador intermedio. Mientras que las excitaciones de las simulaciones se hacen con fuentes de tensión ideales.

La presentación de los ensayos se hace, primero comparando los ensayos del transformador UPC-I de 7,5 kVA, y posteriormente los ensayos similares correspondientes al transformador MIMAVEN de 60 kVA.

4.3.1 Validación del modelo del transformador UPC-I con excitación monofásica.

Los resultados del modelo de transformador trifásico para una excitación monofásica con tensión nominal en el programa de simulación PSpice, se muestran en las figuras 4-3, 4-4, 4-5. Las figuras muestran las gráficas de la excitación monofásica en cada una de las bobinas del devanado de alta tensión. En las figuras que se presentan a continuación, a la izquierda se muestran las medidas obtenidas en los ensayos y a la derecha los resultados de las simulaciones con el modelo.

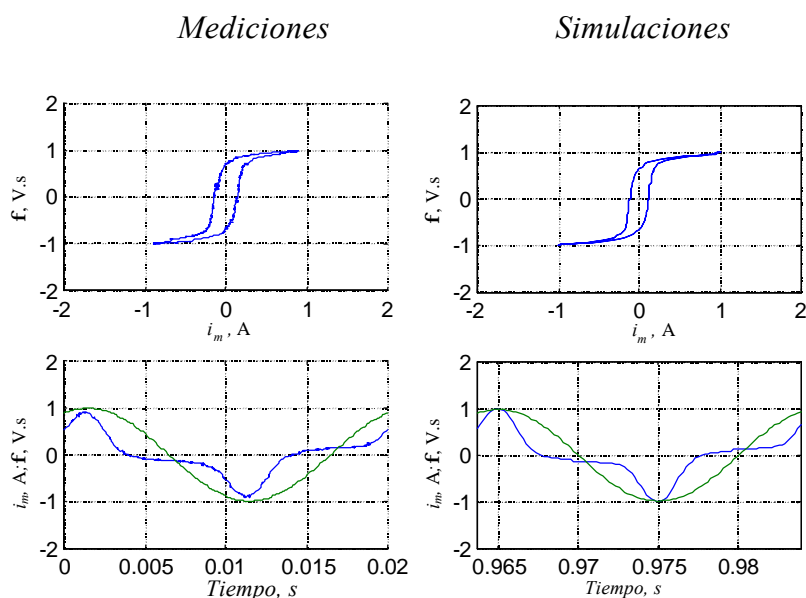


Fig. 4-3 Excitación monofásica de la fase A del devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I, tensión aplicada 220 Vrms (nominal).

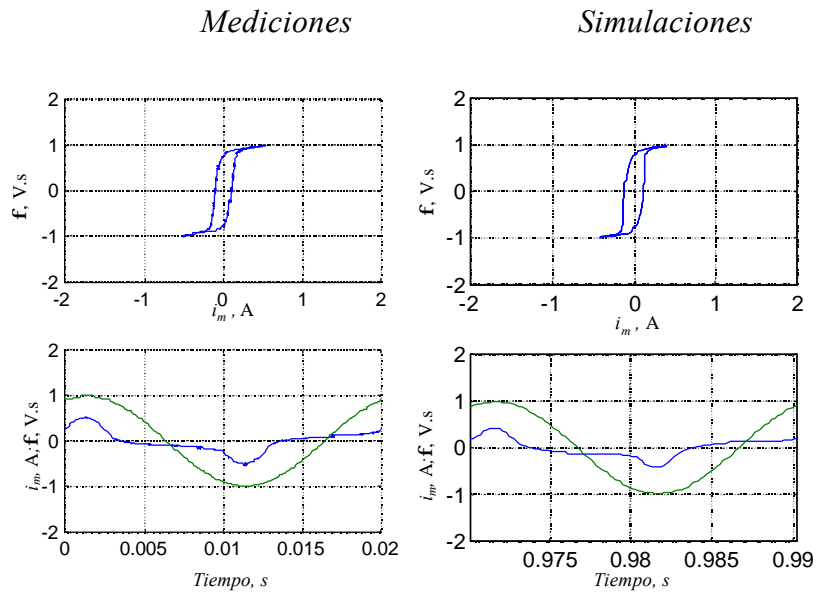


Fig. 4-4 Excitación monofásica de la fase B del devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I, tensión aplicada 220 Vrms (nominal).

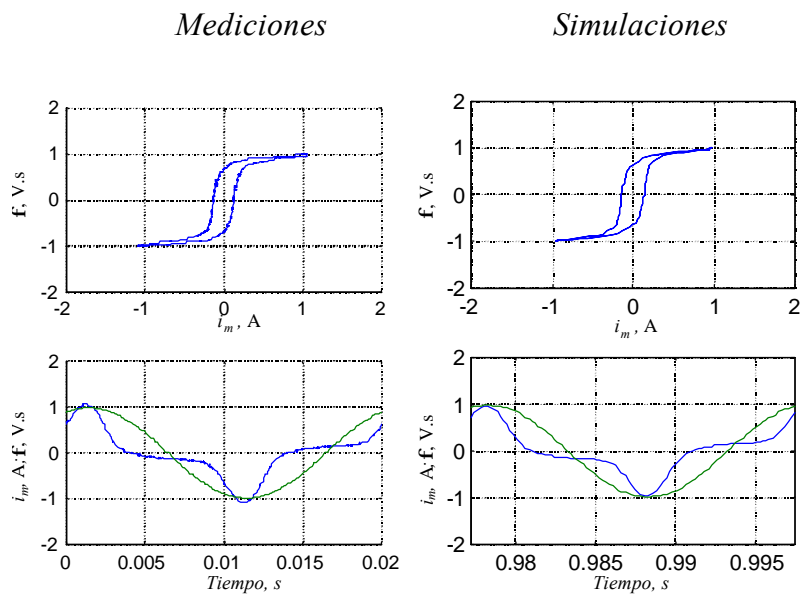


Fig. 4-5 Excitación monofásica de la fase C del devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I, tensión aplicada 220 Vrms (nominal).

Las señales medidas y simuladas para una excitación de 310 Vrms en el lado de alta tensión, se muestran en las figuras 4-6, 4-7 y 4-8.

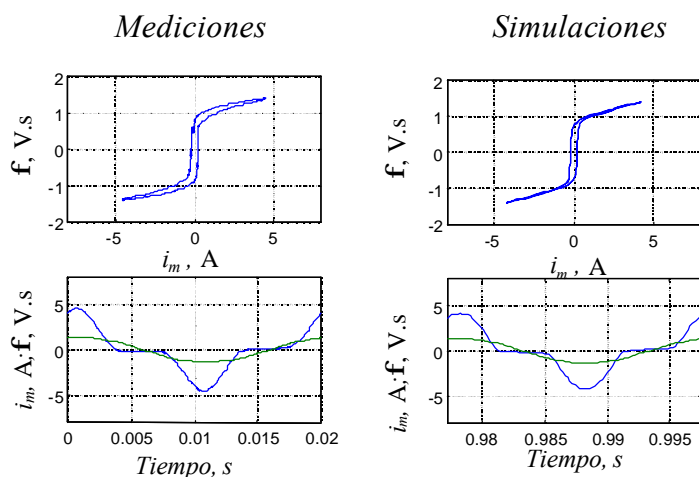


Fig. 4-6 Excitación monofásica de la fase A del devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I, tensión aplicada 310 Vrms (1.4 p.u.).

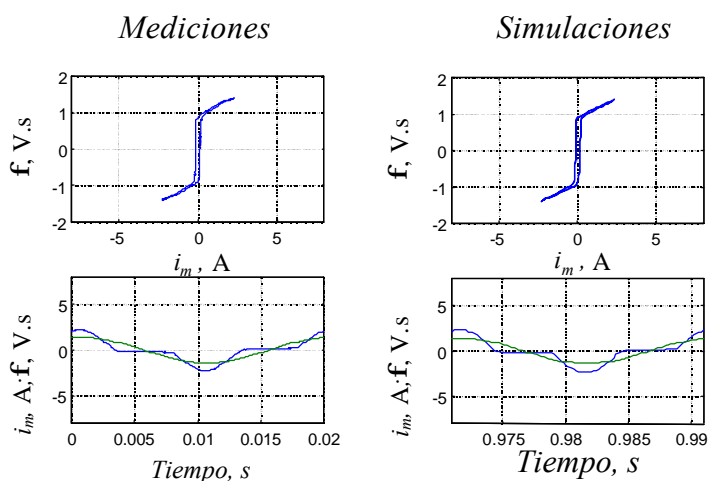


Fig. 4-7 Excitación monofásica de la fase B del devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I, tensión aplicada 310 Vrms (1.4 p.u.).

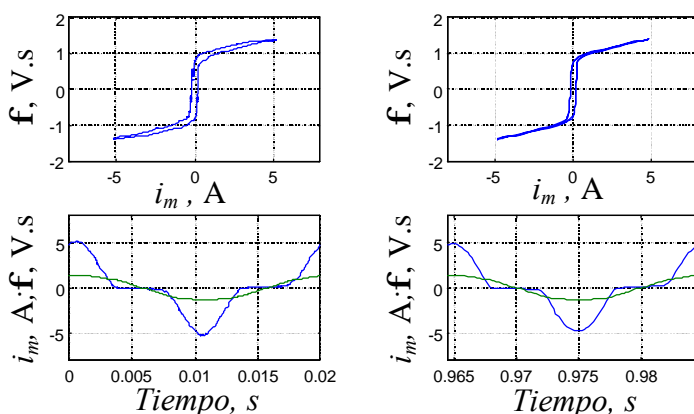


Fig. 4-8 Excitación monofásica de la fase C del devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I, tensión aplicada 310 Vrms (1,4 p.u.).

4.3.2 Validación del modelo del transformador trifásico MIMAVEN con excitación monofásica.

En las figuras 4-9, 4-10 y 4-11 se presentan las simulaciones de las corrientes de magnetización del transformador trifásico con excitación monofásica, y se comparan contra las medidas de los ensayos. La comparación se hace con tensión de excitación de 336 Vrms, que es la tensión máxima de saturación que se aplicó a cada devanado para obtener las curvas de magnetización de cada columna.

En las figuras se contrastan las medidas contra las simulaciones y ensayos correspondientes a cada una de las fases.

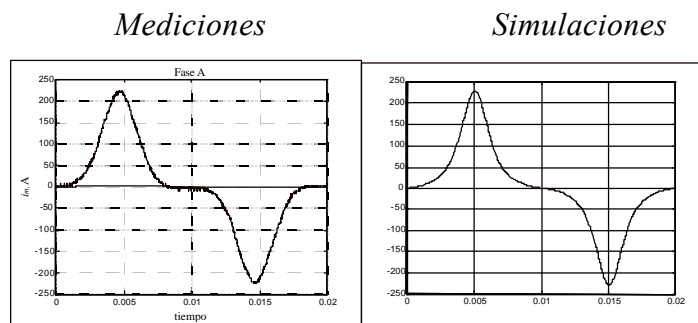


Fig. 4-9 Excitación monofásica de la fase A del devanado de alta tensión del transformador trifásico MIMAVEN, tensión aplicada 336 Vrms (1,53 pu).

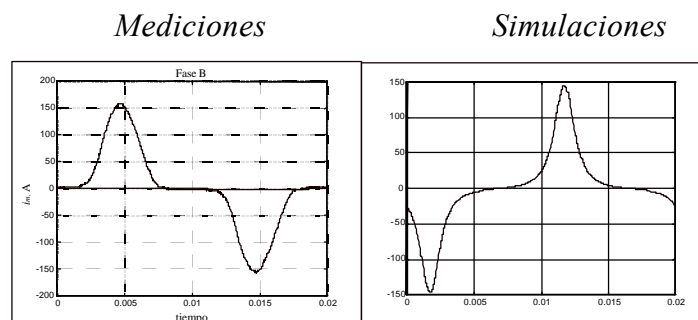


Fig. 4-10 Excitación monofásica de la fase B del devanado de alta tensión del transformador trifásico MIMAVEN, tensión aplicada 336 Vrms (1,53 pu).

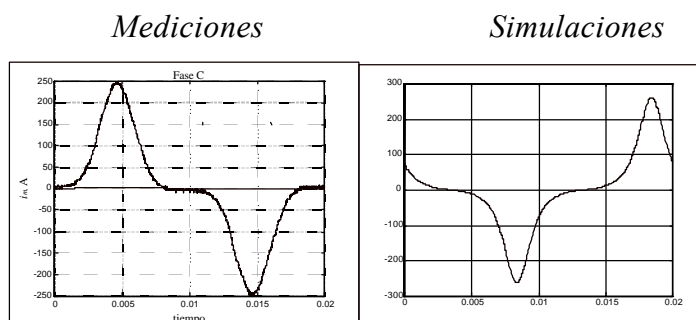


Fig. 4-11 Excitación monofásica de la fase C del devanado de alta tensión del transformador trifásico MIMAVEN, tensión aplicada 336 Vrms (1,53 pu).

4.3.3 Validación del modelo del transformador UPC-I con excitación trifásica

La siguiente figura muestra los gráficos de las corrientes de magnetización, flujos magnéticos e histéresis medidas y simuladas con excitación trifásica a la tensión nominal 130 Vrms del lado de baja tensión. La conexión del transformador en este ensayo es y-Y en vacío. La comparación de los resultados gráficos se hace fase por fase.

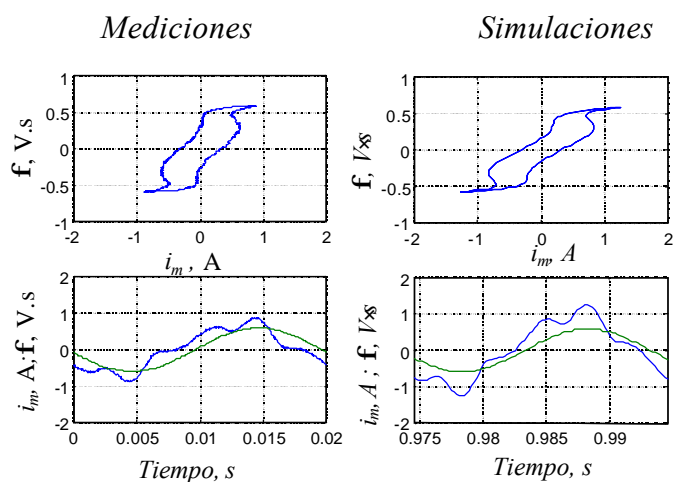


Fig.4-12 Excitación trifásica de 130 Vrms L-N (Nominal), fase A, devanado de baja tensión del transformador trifásico UPC-I.

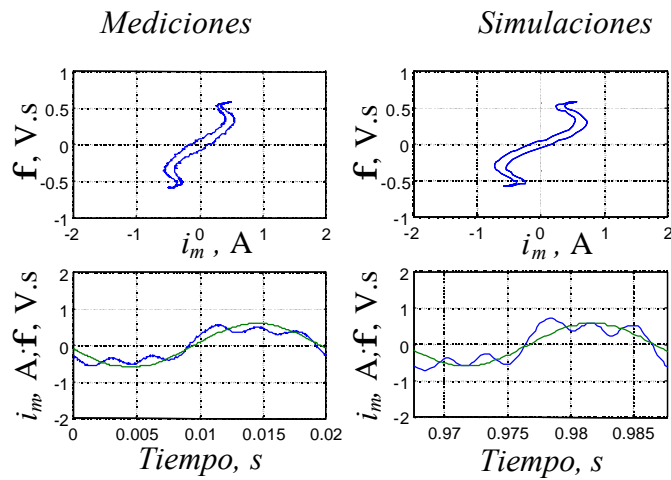


Fig.4-13 Excitación trifásica de 130 Vrms L-N (Nominal), fase B, devanado de baja tensión del transformador trifásico UPC-I.

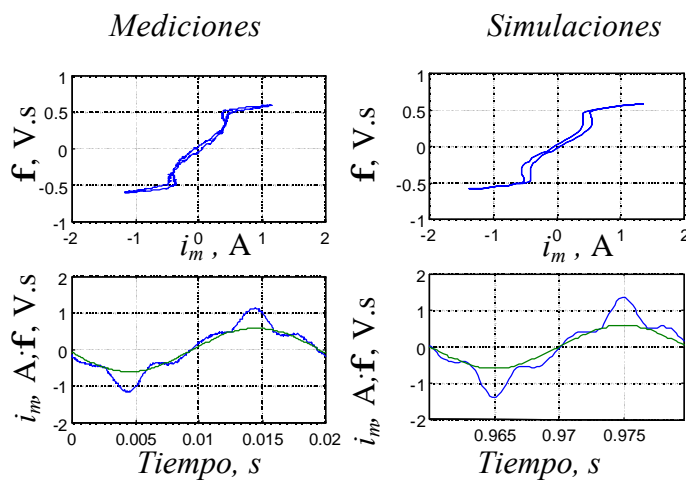


Fig.4-14 Excitación trifásica de 130 Vrms L-N (Nominal), fase C, devanado de baja tensión del transformador trifásico UPC-I.

Las comparaciones para la excitación trifásica 190 Vrms L-N, lo que representa una saturación superior a 1,4 p.u. se muestran en las figuras 4-15, 4-16 y 4-17 para las fases A, B y C respectivamente. La excitación se hace al devanado de baja tensión conectado en y. El devanado de alta tensión está en circuito abierto.

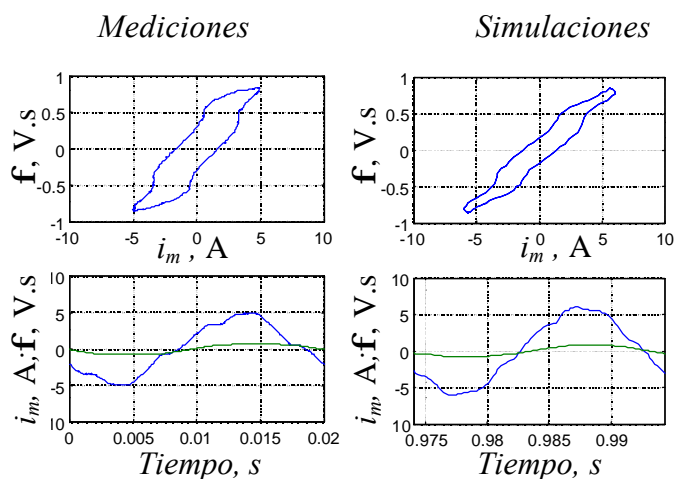


Fig.4-15 Excitación trifásica de 190 Vrms L-N, fase A, devanado de baja tensión del transformador trifásico UPC-I.

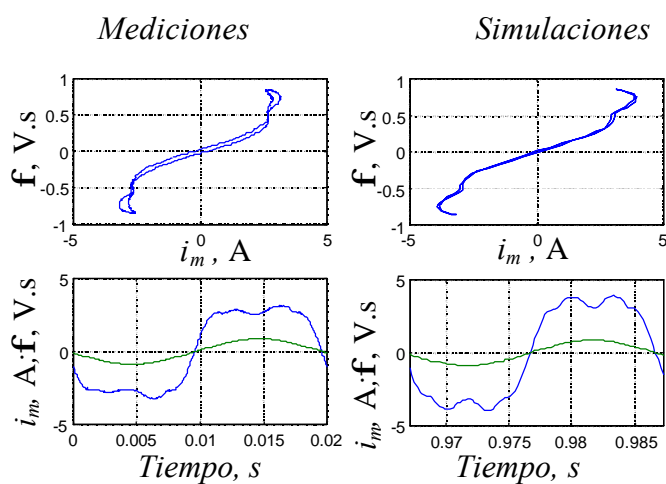


Fig. 4-16 Excitación trifásica de 190 Vrms L-N, fase B, devanado de baja tensión del transformador trifásico UPC-I.

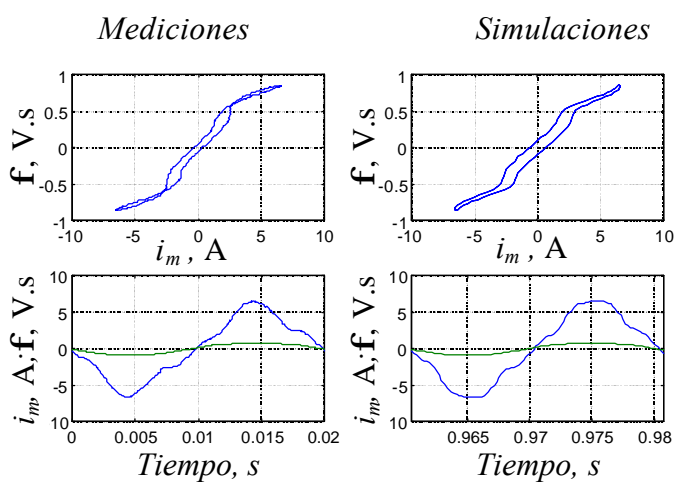


Fig. 4-17 Excitación trifásica de 190 Vrms L-N, fase C, devanado de baja tensión del transformador trifásico UPC-I.

En este transformador se hizo también un ensayo a la tensión nominal del devanado de alta tensión alimentado directamente de la red. Las figuras 4-18, 4-19 y 4-20 muestran la comparación de este ensayo contra las simulaciones a la tensión de 236 Vrms.

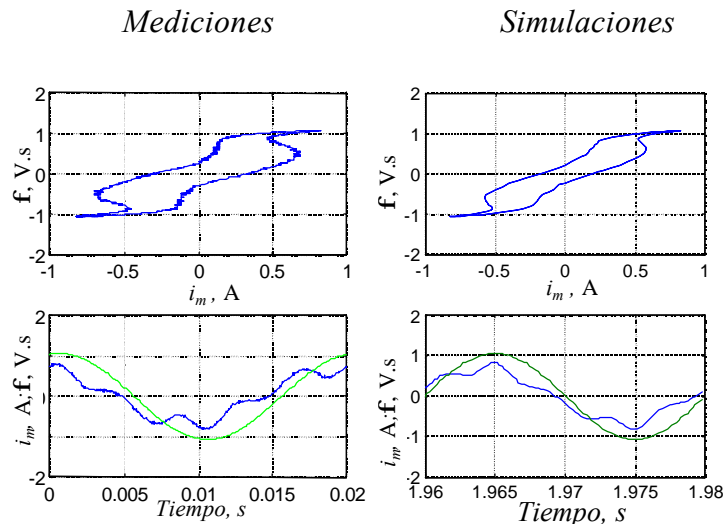


Fig.4-18 Excitación trifásica de 230 Vrms L-N (Nominal), fase A, devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I.

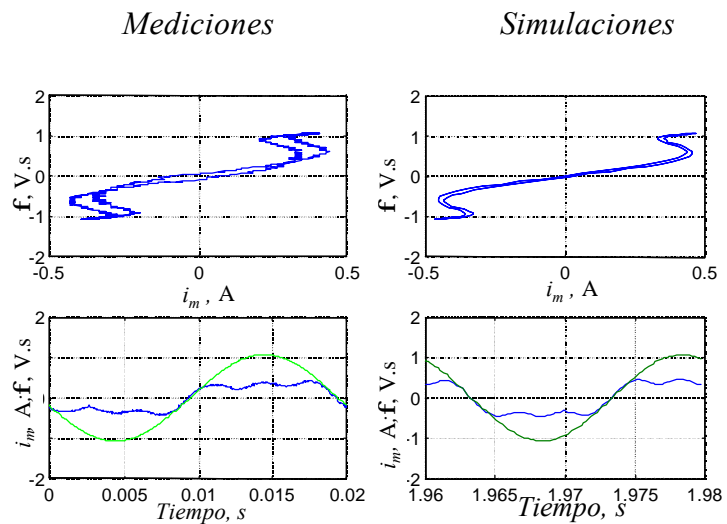


Fig.4-19 Excitación trifásica de 230 Vrms L-N (Nominal), fase B, devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I.

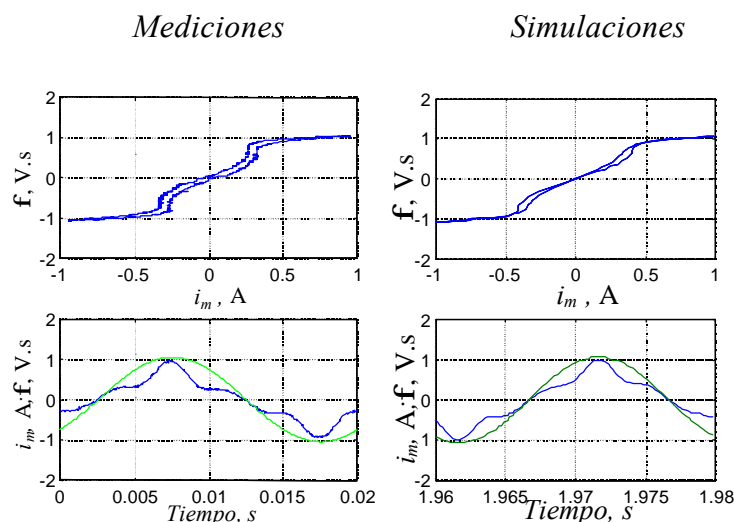


Fig.4-20 Excitación trifásica de 230 Vrms L-N (Nominal), fase C, devanado de alta tensión del transformador trifásico UPC-I.

4.3.4 Validación del modelo del transformador MIMAVEN con excitación trifásica

Las figuras 4-21, 4-22 y 4-23 muestran las corrientes de magnetización medidas y simuladas para cada fase del transformador conectado en Y-y en vacío. Este ensayo corresponde a la excitación trifásica a la tensión nominal del devanado de alta tensión, 380 Vrms L-L.

Las figuras de la izquierda son las comparaciones entre las corrientes obtenidas en las simulaciones con el programa PSpice y las medidas obtenidas del ensayo al transformador de 60 kVA recién fabricado en los laboratorios de la empresa MIMAVEN.

Los gráficos de la derecha corresponden a los ciclos de histéresis obtenidos con los flujos magnéticos y corrientes calculados de las simulaciones contra los registros obtenidos en el laboratorio.

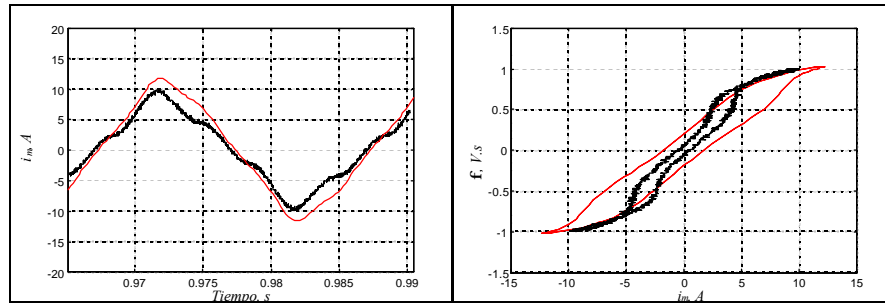


Fig. 4-21 Comparación de la corriente medida y simulada de la fase A, para una excitación de 380 Vrms Y-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

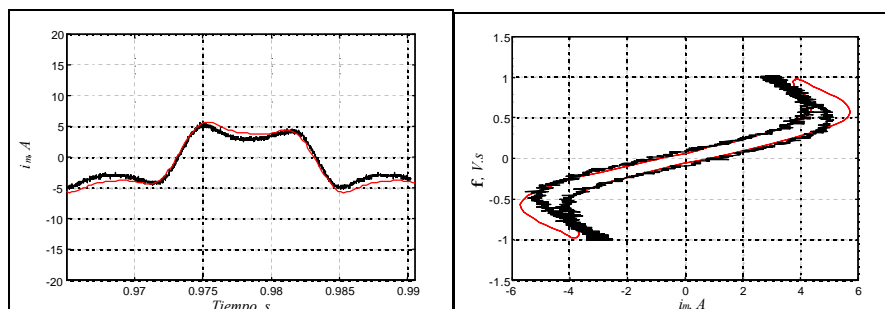


Fig. 4-22 Comparación de la corriente medida y simulada de la fase B, para una excitación de 380 Vrms Y-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

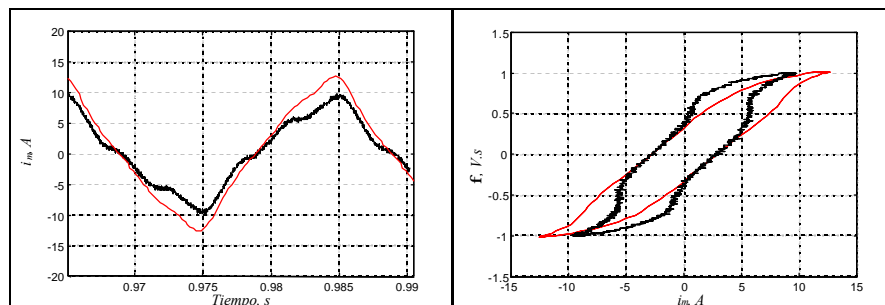


Fig. 4-23 Comparación de la corriente medida y simulada de la fase C, para una excitación de 380 Vrms Y-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

En condiciones de saturación, las corrientes de magnetización a través del devanado excitado se muestran en las siguientes tres figuras. La tensión aplicada a la conexión Y-y en vacío, es de 450 Vrms L-L, lo que representa una saturación de 1,18 p.u.

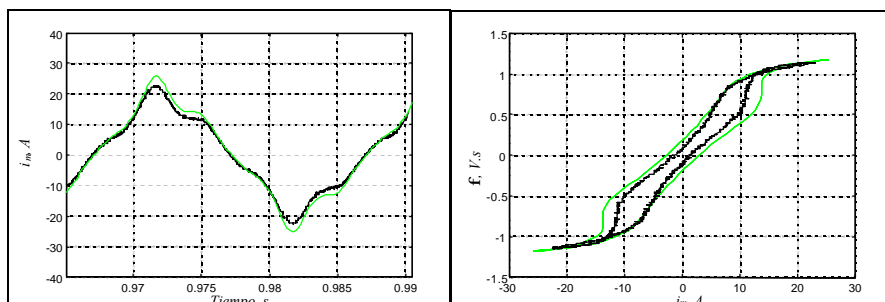


Fig. 4-24 Comparación de la corriente medida y simulada de la fase A, para una excitación de 450 Vrms Y-y y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

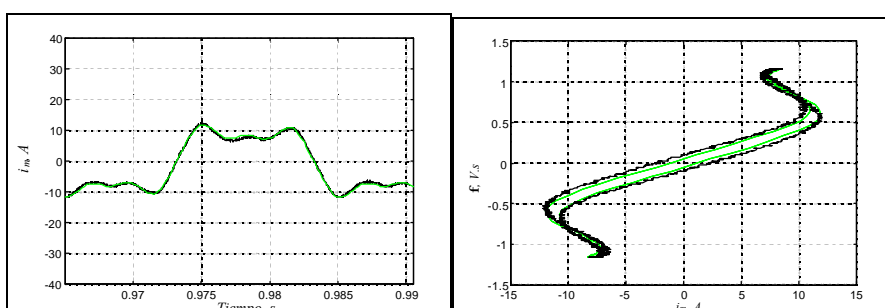


Fig. 4-25 Comparación de la corriente medida y simulada de la fase B, para una excitación de 450 Vrms Y-y y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

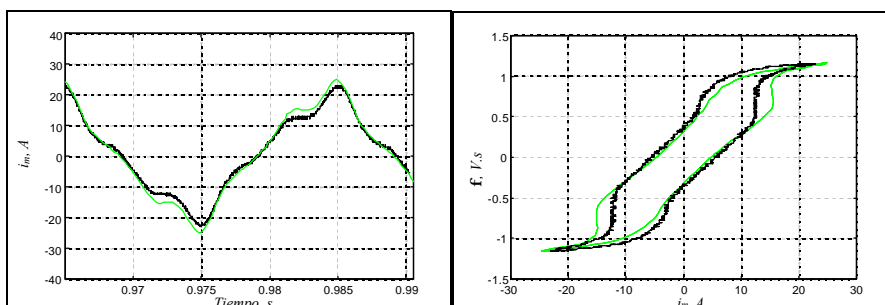


Fig. 4-26 Comparación de la corriente medida y simulada de la fase C, para una excitación de 450 Vrms Y-y y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

Finalmente, para el caso de la excitación del transformador con esta conexión, se muestran en las figuras 4-27, 4-28 y 4-29 las corrientes de magnetización y curvas de histéresis para una tensión de 500 Vrms L-L, lo que representa una saturación del 1,32 p.u.

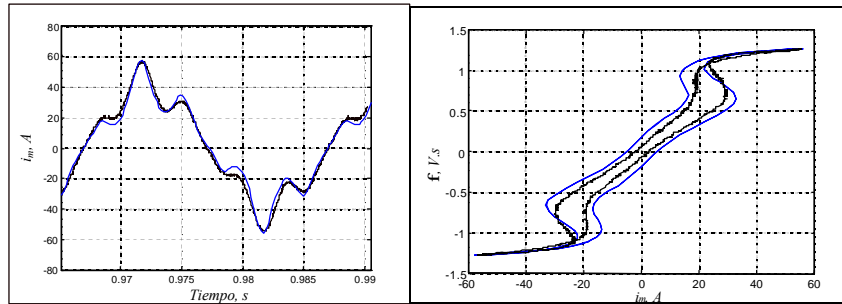


Fig. 4-27 Comparación de la corriente medida y simulada, y del ciclo de histéresis de la fase A, para una excitación de 500 Vrms Y-y vacío del transformador MIMAVEN.

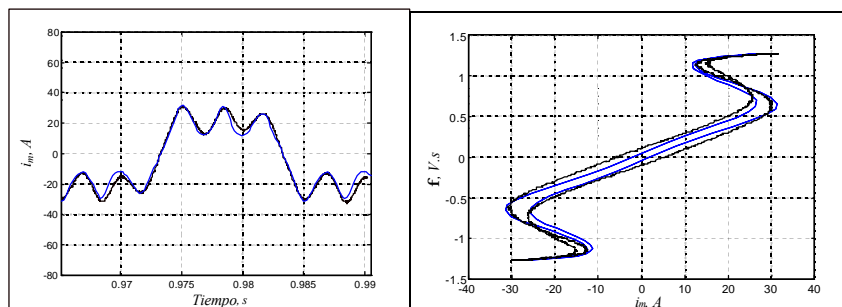


Fig. 4-28 Comparación de la corriente medida y simulada, y del ciclo de histéresis de la fase B, para una excitación de 500 Vrms Y-y vacío del transformador MIMAVEN.

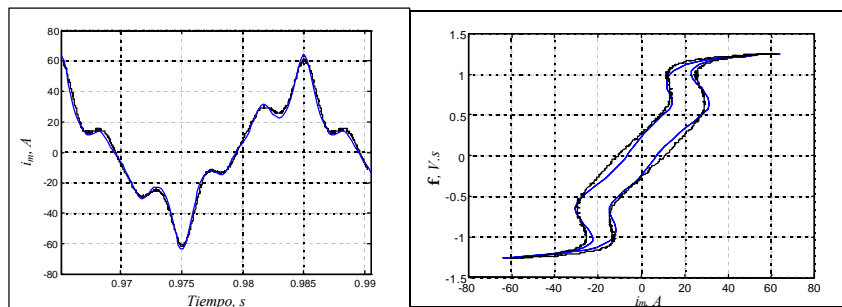


Fig. 4-29 Comparación de la corriente medida y simulada, y del ciclo de histéresis de la fase C, para una excitación de 500 Vrms Y-y vacío del transformador MIMAVEN.

Con la característica de magnetización utilizada, puede verse que a medida que la saturación aumenta, las curvas obtenidas en ensayos y simulaciones son cada vez más parecidas.

4.3.5 Validación del modelo del transformador MIMAVEN con excitación trifásica Yn–y vacío

Las figuras 4-30, 4-31 y 4-32 muestran las corrientes de magnetización medidas y simuladas de cada fase del transformador conectado en Yn–y en vacío con conexión del neutro a tierra en el devanado de excitación. Estos ensayo corresponde a la excitación trifásica a la tensión nominal del devanado de alta tensión, 380 Vrms L–L.

Los gráficos de la izquierda son las comparaciones entre las corrientes obtenidas en las simulaciones con el programa PSpice y las corrientes medidas en el transformador de 60 kVA de la empresa MIMAVEN. Los gráficos de la derecha corresponden a los ciclos de histéresis obtenidos a partir de los flujos magnéticos y corrientes calculadas en las simulaciones y los obtenidos en los laboratorios.

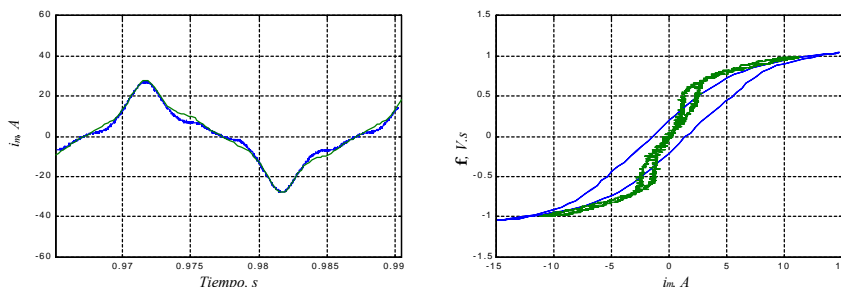


Fig. 4-30 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase A, para una excitación de 380 Vrms, L–L, Yn–y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

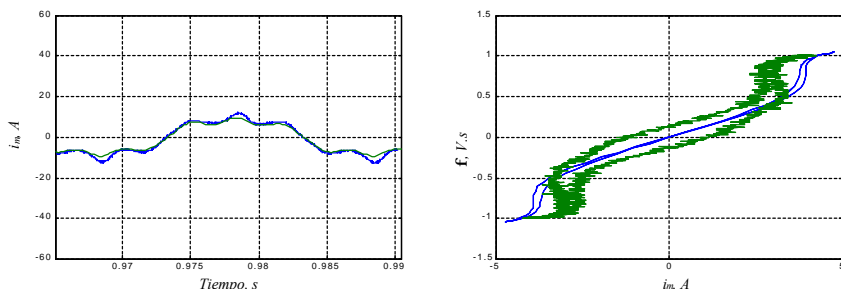


Fig. 4-31 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase B, para una excitación de 380 Vrms, L–L, Yn–y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

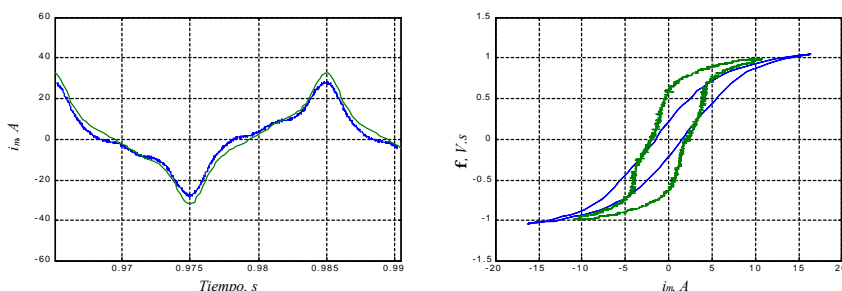


Fig. 4-32 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase C, para una excitación de 380 Vrms, L-L, Yn-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

Ya en condiciones de saturación, se muestran en las figuras 4-33, 4-34 y 4-35 las corrientes de magnetización a través del devanado de alta tensión, excitado a 450 Vrms L-L, lo que representa una saturación de 1,18 p.u. La conexión del devanado excitado es Yn-y en vacío.

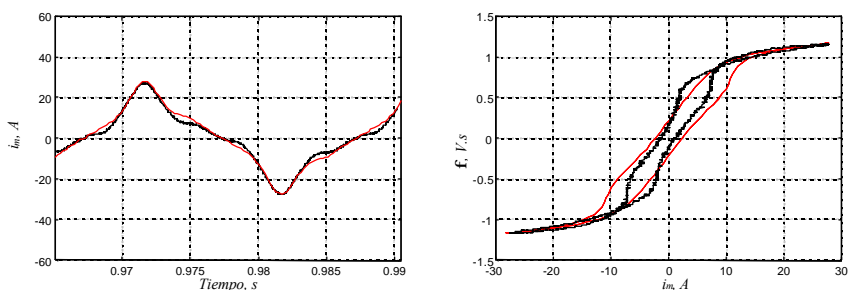


Fig. 4-33 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase A, para una excitación de 450 Vrms, L-L, Yn-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

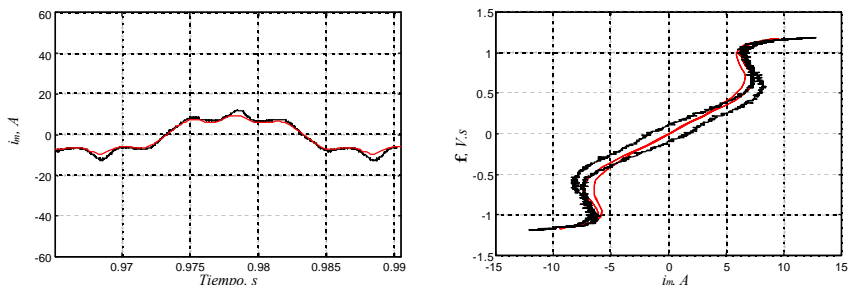


Fig. 4-34 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase B, para una excitación de 450 Vrms, L-L, Yn-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

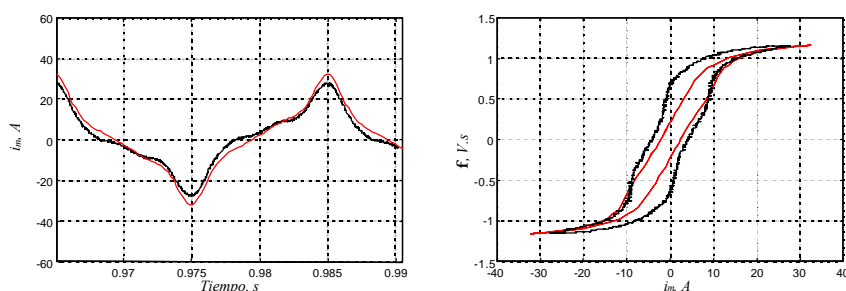


Fig. 4-35 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase C, para una excitación de 450 Vrms, L-L, Yn-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

Finalmente, para el caso de la excitación del transformador con esta misma conexión, las corrientes de magnetización para una tensión de 500 Vrms L-L, lo que representa una saturación del 1,32 p.u. se muestran en las siguientes tres figuras,

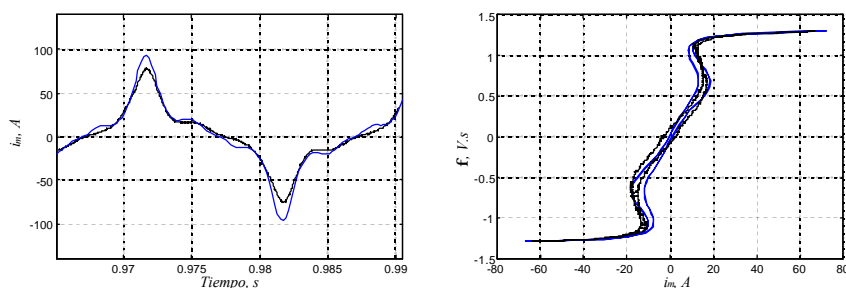


Fig. 4-36 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase A, para una excitación de 500 Vrms, L-L, Yn-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

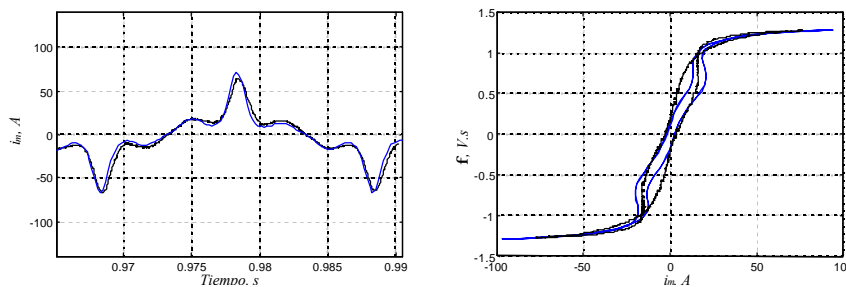


Fig. 4-37 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase B, para una excitación de 500 Vrms, L-L, Yn-y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

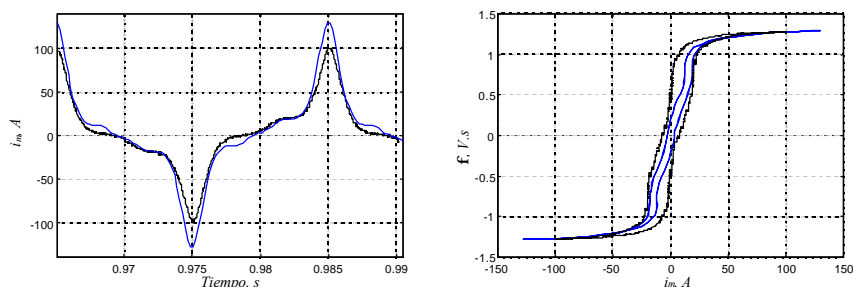


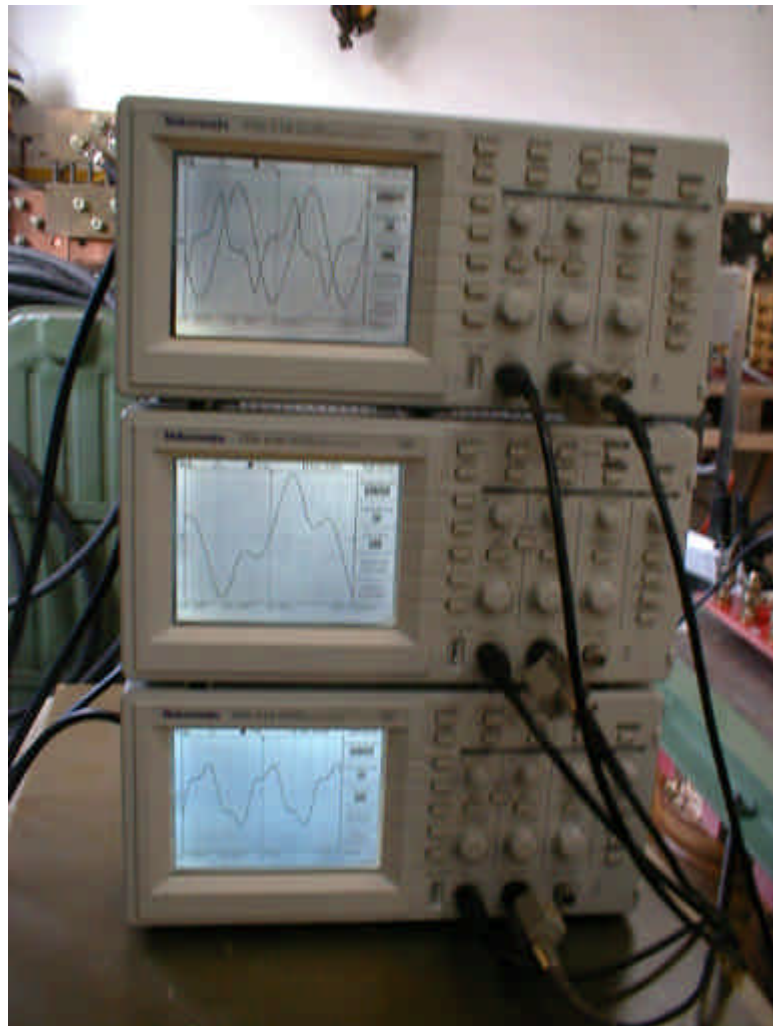
Fig. 4-38 Comparación de la corriente medidas y simulada de la fase C, para una excitación de 500 Vrms, L-L, Yn-y y vacío del transformador MIMAVEN. Ciclos de histéresis correspondientes.

Se puede ver la diferencia entre las corrientes de magnetización en las dos conexiones trifásicas del devanado. En la conexión Yn-y, la circulación de los armónicos por el conductor del neutro de la estrella conectado a tierra, hacen que las corrientes tengan esa forma de campana producida por la 3^a y 5^a armónica y que su magnitud sea mayor.

En el modelo propuesto, la reluctancia equivalente no saturable \mathcal{R}_{dh} de secuencia cero, en el circuito magnético, permite la circulación de estos armónicos.

Capítulo 5

Modelo de transformador monofásico con saturación para análisis de armónicos



5.1 Introducción

Como se ha mencionado en la introducción general, existen muchos modelos para simular el funcionamiento del transformador en saturación, unos más completos que otros. También se ha visto que estos se implementan en programas para análisis de transitorios en sistemas de potencia, básicamente ATP/EMTP.

Se conoce la complejidad de representar el fenómeno de la saturación en estos modelos sobre todo en el caso del modelo trifásico. Aunque son muy completos, la mayoría de estos requieren de parámetros del fabricante y en muy pocos de estos modelos se contrastan resultados con medidas, principalmente porque presentan casos de transformadores de alta tensión y no es fácil realizar ensayos en ellos.

En los casos donde se requiere analizar el contenido de armónicos de cargas no lineales, se requiere tener la forma de onda de la tensión y corriente para estudiar el fenómeno. El uso de un programa de análisis de transitorios para obtener la solución del régimen permanente del transformador con saturación puede resultar costoso debido al tiempo de cálculo que se requiere.

Esto se ha visto en el capítulo 4, con la validación las simulaciones del modelo desarrollado en el programa PSpice contra los ensayos de laboratorio, donde el régimen permanente se puede llegar a obtener después de 500 ciclos dependiendo del nivel de saturación. Esto, si solo se considera la simulación del transformador. En caso de una simulación con otros elementos del sistema de potencia, la solución puede prolongarse mucho tiempo.

Los estudios de análisis de armónicos en sistemas de potencia, suelen realizarse con programas informáticos con los modelos adecuados para obtener el régimen permanente sin calcular todo el transitorio. Es decir, interesa analizar las formas de onda periódicas para obtener su contenido armónico.

En el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica de Cataluña, se desarrolla actualmente un programa para el análisis de flujos de cargas con armónicos. Este programa estará integrado por los diferentes modelos de las cargas no lineales que pueden estar presentes en un sistema de potencia.

Los modelos del transformador monofásico y trifásico con saturación serán entre otros modelos no lineales, parte de las librerías que integrarán este proyecto. El modelo de transformador monofásico clásico aceptado en forma generalizada, fue usado como inicio para el desarrollo del modelo trifásico con saturación en régimen permanente que se propone en este trabajo.

En el apéndice A se documenta el trabajo inicial, donde se hizo el primer intento de la modelización con saturación del transformador monofásico con una curva de magnetización de dos segmentos lineales. El algoritmo desarrollado entonces, es del tipo *fixed-point*, donde se hizo un ejemplo con un sistema típico para obtener el contenido armónico inyectado por el transformador.

En este capítulo se plantean las ecuaciones para representar los efectos de la saturación del núcleo del transformador con excitación monofásica. Este modelo monofásico establece las bases para la modelización del transformador trifásico.

La solución del modelo monofásico en funcionamiento no lineal genera un período de la corriente de magnetización del transformador. Este vector de corriente distorsionada puede ser utilizado directamente en un programa de penetración de armónicos.

El planteamiento de las ecuaciones que se ha desarrollado permite usar el mismo algoritmo de cálculo para ambos modelos, monofásico y trifásico. El sistema queda representado en una matriz de doble diagonal con elementos formados por submatrices y subvectores.

El método que se usa para la resolución del sistema de ecuaciones es del tipo implícito, y la inversión de la matriz se evita con un algoritmo especial que acelera el tiempo de cálculo. Los algoritmos están desarrollados en lenguaje FORTRAN.

Las corrientes de magnetización del transformador monofásico obtenidas de las simulaciones del modelo monofásico por medio de este algoritmo directo, han sido comparadas contra los ensayos de laboratorio que sirvieron para validar el modelo desarrollado en el programa de simulación de transitorios PSpice.

5.2 Planteamiento de las ecuaciones del modelo del transformador monofásico con saturación del núcleo

Para estudiar el fenómeno de la saturación del transformador monofásico, se toma como referencia las ecuaciones (1.1) a (1.5) y los circuitos equivalentes de las figuras 1-1 y 1-2 vistas en el capítulo 1. Al desconectar la carga del secundario, en la figura 1-1, se puede obtener el funcionamiento del transformador en vacío.

Cuando se supone que el devanado secundario del transformador está abierto, la corriente de magnetización comúnmente se aproxima a la corriente del primario consumida por el transformador. Es decir, $i_m \cong i_{p0}$ considerando con esto que en la ecuación (1-4), la corriente del devanado secundario es nula $i_s = 0$.

Entonces el funcionamiento del transformador bajo estas condiciones se puede representar por las medio de las ecuaciones siguientes, a las que se pueden denominar ecuaciones de vacío,

$$u_p = R_p i_m + L_{dp} \frac{di_m}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe}}{dt} \quad (5.1)$$

Por tanto la relación corriente de magnetización y fmm se puede expresar de la siguiente forma,

$$N_p i_m = f_{\mathfrak{R}} \quad (5.2)$$

$$f_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R} \cdot f_{Fe} \quad (5.3)$$

Las ecuaciones (5.1 a 5.3) forman el sistema de ecuaciones no lineal, que pueden también ser usadas para representar el funcionamiento del transformador en condiciones de saturación.

Dado que el propósito de la modelización del transformador con saturación es obtener la influencia de distorsión de la corriente de magnetización, este efecto puede ser representado con una fuente de corriente en la rama de magnetización.

Esto puede realizarse de manera simplificada a través del circuito equivalente eléctrico en **L** como se muestra en la figura 5-1.

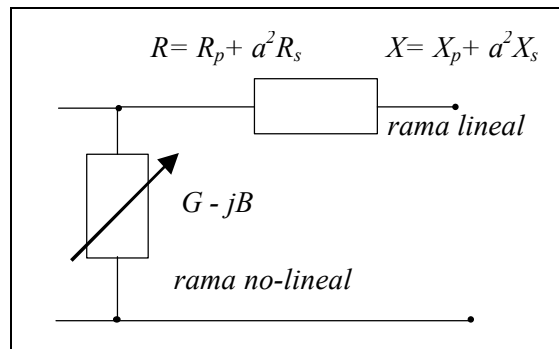


Fig. 5-1 Circuito eléctrico equivalente en **L** o **G**.

La figura (5-2) muestra el esquema final simplificado, donde la rama de magnetización es considerada como una fuente de corriente, la cual inyectará los armónicos producidos por el efecto no lineal de la saturación.

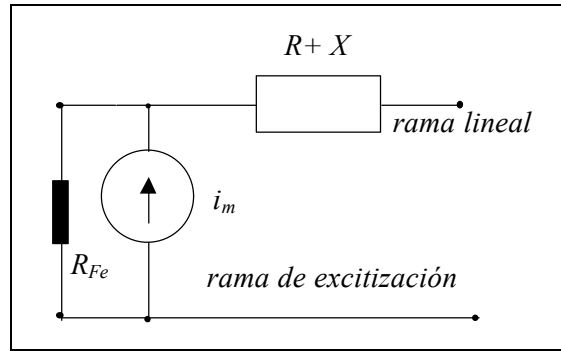


Fig. 5-2 Circuito eléctrico equivalente en L con inyección de armónicos a través de una fuente de corriente.

5.3 Discretización del sistema de ecuaciones

Los estudios de análisis armónico necesitan la forma de onda de la tensión y corriente en forma periódica, es decir, en régimen permanente. Existen entre otros varios, programas de simulación como el ATP/EMTP y PSPICE que permiten incorporar los modelos y resolver sus ecuaciones partiendo del régimen transitorio hasta alcanzar el régimen permanente.

Como las constantes de tiempo del transformador son muy grandes, el tiempo de cálculo para la obtención de la solución del régimen permanente es extenso. Por esta razón, se requiere obtener la corriente de magnetización en régimen permanente de forma directa.

Para esto, se usa el método de discretización de (Euler), el cual usa una aproximación de la interpolación lineal entre los valores de una variable en el tiempo k y $k+1$ expresados en la siguiente ecuación,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \quad (5.4)$$

Donde el subíndice k se refiere al valor de la variable en el tiempo t_k y el subíndice $k+1$ se refiere al valor en el siguiente paso de integración $h=\Delta t$, es decir, $t_{k+1} = t_k + h$, como se muestra en la figura 5-3.

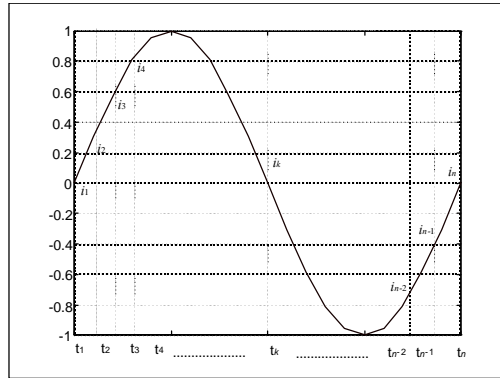


Fig. 5-3 Esquema de la discretización en el tiempo de una función periódica

De acuerdo con la figura (5-3), la determinación de la corriente de magnetización y $f_{\mathfrak{R},k}$ discretizadas en el tiempo, $i_{m,k}$ y $f_{\mathfrak{R},k}$ para $k = 1$ hasta n , se realiza resolviendo un sistema de ecuaciones no lineal de dimensión $2n$.

Las primeras $2(n-1)$ ecuaciones del sistema están constituidas por las ecuaciones (5.1 a 5.3) para un período T de las formas de onda de $i_{m,k}$ y $f_{\mathfrak{R},k}$. Y las últimas dos ecuaciones del sistema, son ocupadas por las condiciones de periodicidad de $i_{m,k}$ y $f_{\mathfrak{R},k}$ las cuales se consiguen por dos métodos diferentes que han sido estudiados en el presente trabajo. Estos métodos son los siguientes:

Método 1.- En la primera opción considerada, las condiciones de periodicidad consisten en imponer que el primero y último elemento de cada vector incógnita sean iguales.

Método 2.- La segunda condición de periodicidad consiste en imponer que el valor medio de cada función incógnita sea cero. Sin embargo, esto implica una restricción adicional, la cual consiste en considerar que no existe componente de CD.

Tabla 5.1	
CONDICIONES DE PERIODICIDAD	
Método	Ecuaciones
1	$i_{m,1} - i_{m,n} = 0$; $f_{\mathfrak{R},1} - f_{\mathfrak{R},n} = 0$
2	$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n i_m^k = 0$; $\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n f_{\mathfrak{R}}^k = 0$

Por tanto, el sistema de ecuaciones (5.1 a 5.3) se puede escribir en forma discreta para cada instante de tiempo k . El número de instantes será el número de puntos en que esté dividido el período.

En la figura anterior, $k = (1, 2, 3, \dots, n-2, n-1, n)$ son los elementos que integran un vector en función del tiempo que se repite periódicamente en un intervalo T , siendo n el último elemento del período de tiempo.

Sustituyendo la ecuación (5.3) en la ecuación (5.1) y resolviendo para cada instante de tiempo, las ecuaciones del transformador se pueden reescribir de la forma siguiente,

$$R_p i_{m,k} + L_{dp} \frac{i_{m,k+1} - i_{m,k}}{h} + N_p \frac{(f_{\mathfrak{R},k+1} / \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})) - (f_{\mathfrak{R},k} / \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k}))}{h} - u_{p,k} = 0 \quad (5.5)$$

$$N_p i_{m,k} - f_{\mathfrak{R},k} = 0 \quad (5.6)$$

donde el flujo magnético se expresa con la relación,

$$\mathbf{f}_{Fe,k} = \frac{f_{\mathfrak{R},k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})} \quad (5.7)$$

Con el concepto de la figura 5-3, las ecuaciones (5.5) y (5.6) se pueden reescribir separando los términos comunes relacionados con las incógnitas que se buscan, es decir, las $i_{m,k}$ y $f_{\mathfrak{R}k}$. De esta forma, para cada instante de tiempo las ecuaciones son, para $k = 1$,

$$G_1(x) = \begin{cases} g_{1,1} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,1} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,2} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},1} + \\ + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},2})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},2} - u_{p,1} = 0 \\ g_{2,1} = N_p \cdot i_{m,1} - f_{\mathfrak{R},1} = 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Para $k = 2$,

$$G_2(x) = \begin{cases} g_{1,2} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,2} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,3} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},2})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},2} + \\ + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},3})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},3} - u_{p,2} = 0 \\ g_{2,2} = N_p \cdot i_{m,2} - f_{\mathfrak{R},2} = 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

y para el k -ésimo instante de tiempo, la función se puede expresar con,

$$G_k(x) = \begin{cases} g_{1,k} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,k} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,k+1} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},k} + \\ + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} - u_{p,k} = 0 \\ g_{2,k} = N_p \cdot i_{m,k} - f_{\mathfrak{R},k} = 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

y así sucesivamente, hasta la ecuación $n-1$ del sistema, como se indica a continuación

$$G_{n-1}(x) = \begin{cases} g_{1,n-1} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,n-1} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,n} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},n-1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},n-1} + \\ + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},n})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},n} - u_{p,n-1} = 0 \\ g_{2,n-1} = N_p \cdot i_{m,n-1} - f_{\mathfrak{R},n-1} = 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

Finalmente puede verse, que para un período de tiempo T formado por n número de instantes, se tendrá un sistema no lineal formado por las ecuaciones (5.5) y (5.6) en $(n-1)$ veces, más las dos ecuaciones que imponen las condiciones de periodicidad, en cualesquiera de los dos métodos estudiados.

El conjunto de este sistema de ecuaciones no lineal se puede expresar de la siguiente forma matricial,

$$\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (5.12)$$

y la representación para cada instante de tiempo k la ecuación (5.12) se puede reescribir de la forma siguiente,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_3 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & \mathbf{A}_{n-2} & \mathbf{B}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{A}_{n-1} & \mathbf{B}_{n-1} \\ \mathbf{E}_{n,1} & \mathbf{E}_{n,2} & \mathbf{E}_{n,3} & \cdots & \mathbf{E}_{n,n-2} & \mathbf{E}_{n,n-1} & \mathbf{E}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \\ \bar{\mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{x}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{x}}_{n-1} \\ \bar{\mathbf{x}}_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_1 \\ \bar{\mathbf{u}}_2 \\ \bar{\mathbf{u}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{u}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{u}}_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

donde los elementos de la matriz y vectores de la ecuación (5.13) se componen de las siguientes submatrices y subvectores:

Submatrices,

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} R_p - \frac{L_{dp}}{h} & -\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})} \\ N_p & -1 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \frac{L_{dp}}{h} & \frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

La fila n de la matriz \mathbf{M} de dimensión $(n \times n)$ depende del método de periodicidad elegido. En la tabla 2 se expresan los valores correspondientes en cada método.

Tabla 5-2	
Método de periodicidad elegido	Valores de los elementos de la fila n de la matriz \mathbf{M}
1	$\mathbf{E}_{n,1} = -\mathbf{E}_{n,n} = \mathbf{I}$, y $\mathbf{E}_{n,k} = 0$, para $(k = 2, \dots, n-1)$
2	$\mathbf{E}_{n,k} = \mathbf{I}$, para $(k = 1, \dots, n)$

Donde \mathbf{I} es una submatriz cuadrada de diagonal unitaria. Para el caso del transformador monofásico de dimensión 2×2 .

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Subvectores,

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} i_{m,k} \\ f_{\mathfrak{N},k} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} u_{p,k} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Esta estructura tiene la ventaja de que este mismo algoritmo es aprovechado en el modelo del transformador trifásico con saturación, donde sólo se ha de modificar la dimensión de las submatrices y subvectores.

Este conjunto de submatrices y subvectores forman un conjunto de ecuaciones no lineales del tipo,

$$\bar{G}(x) = 0 \quad (5.19)$$

Para resolver este tipo de sistema no lineal de n ecuaciones, suelen emplearse métodos de resolución iterativos como el Newton-Raphson.

5.4 Resolución del sistema no lineal

Para resolver el sistema de ecuaciones no lineal del tipo $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = 0$, se ha utilizado el método de Newton-Raphson, que es uno de los métodos numéricos más empleado para la resolución de ecuaciones no lineales, ecuación (5.20).

$$x^{(j+1)} = x^{(j)} - [\mathbf{DG}(\mathbf{x}^{(j)})]^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{x}^{(j)}) \quad (5.20)$$

La ecuación anterior es un algoritmo adecuado para resolver ecuaciones no lineales como el sistema expresado en la ecuación (5-19). De esta forma,

partiendo de un valor inicial de la incógnita cercano al de la solución, el algoritmo realiza un número de iteraciones, con la expresión (5.20), hasta converger cuando se cumple la condición:

$$|\mathbf{G}(\mathbf{x})| \leq \epsilon \quad (5.21)$$

donde ϵ es el error admisible impuesto por el usuario, usualmente $\epsilon=10^{-4}$. El término $\mathbf{DG}(\mathbf{x}^{(j)})$ se conoce como la matriz Jacobiana de $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ evaluada para $x = x^{(j)}$ y donde en cada iteración j se debe volver a calcular. Entonces, para el sistema no lineal expresado en (5.13), el cálculo de la matriz jacobiana adopta la forma,

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}) = \mathbf{M} + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right) \cdot x \quad (5.22)$$

debido a la definición del sistema no lineal $G(x)$. Por tanto la matriz $\mathbf{DG}(\mathbf{x})$ tiene la misma estructura con doble diagonal como la matriz \mathbf{M} . La matriz jacobiana se escribe a continuación.

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{B}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{B}_{n-1} \\ \mathbf{E}_{n,1} & \mathbf{E}_{n,2} & \mathbf{E}_{n,3} & \cdots & \mathbf{E}_{n,n-2} & \mathbf{E}_{n,n-1} & \mathbf{E}_{n,n} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

donde los elementos de la matriz jacobiana son los siguientes:

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{A}_k + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k}))}{\mathbf{e}} \cdot f_{\mathfrak{R},k} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

y

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{B}_k + \begin{bmatrix} 0 & \frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1}))}{\mathbf{e}} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

La última fila de la matriz jacobiana es la misma que en la matriz \mathbf{M} . Las derivadas discretas expresadas en las submatrices del lado derecho en las ecuaciones (5.24) y (5.25), son las que introducen el efecto no lineal del transformador. Debido a su complejidad, estas serán deducidas con detalle posteriormente.

Aunque en la ecuación (5.20) se expresa la matriz jacobiana \mathbf{DG}^{-1} , en sistemas de ecuaciones grandes normalmente no se invierte esta matriz. Esto conduce a reescribir la ecuación (5.20) de la siguiente forma,

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}^{(j)}) (\mathbf{x}^{(j+1)} - \mathbf{x}^{(j)}) = -\mathbf{G}(\mathbf{x}^{(j)}) \quad (5.26)$$

donde la incógnita buscada se representa con la siguiente expresión,

$$\Delta \mathbf{x}^{(j)} = \mathbf{x}^{(j+1)} - \mathbf{x}^{(j)} \quad (5.27)$$

Por lo tanto, cada iteración del método de Newton-Raphson, ecuación (5.20), implica resolver un sistema lineal como el de la ecuación (5.28).

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}^{(j)}) \cdot \Delta \mathbf{x}^{(j)} = -\mathbf{G}(\mathbf{x}^{(j)}) \quad (5.28)$$

5.5 Resolución del sistema lineal

Para la resolución del sistema de ecuaciones, la estructuración del algoritmo con submatrices resulta muy útil, ya que este algoritmo será utilizado también en el modelo trifásico al cual solo habrá que modificar la dimensión de las submatrices y los subvectores. Por tanto, la ecuación (5.28) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}^{(j)}) \cdot \Delta \bar{\mathbf{x}}^{(j)} = -\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{x}^{(j)}) \quad (5.29)$$

o reescribiendo el sistema de $2n$ ecuaciones se tiene,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ \mathbf{E}_{n,1} & \mathbf{E}_{n,2} & \mathbf{E}_{n,3} & \cdots & \mathbf{E}_{n,n-2} & \mathbf{E}_{n,n-1} & \mathbf{E}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{G}}_1(x^{(j)}) \\ -\bar{\mathbf{G}}_2(x^{(j)}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -\bar{\mathbf{G}}_n(x^{(j)}) \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Del sistema lineal anterior, considerando que el vector de incógnitas es,

$$\Delta \bar{\mathbf{x}}^{(j)} = \bar{\mathbf{x}}^{(j+1)} - \bar{\mathbf{x}}^{(j)} \quad (5.31)$$

y que el vector está formado por subvectores de incógnitas,

$$\Delta \bar{\mathbf{x}}^{(j)} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1^{(j+1)} \\ \bar{\mathbf{x}}_2^{(j+1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{x}}_n^{(j+1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \bar{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

donde cada subvector incógnita está formado por

$$\bar{\mathbf{x}}_k^{(j)} = \begin{bmatrix} i_{m,k}^{(j)} \\ f_{\mathfrak{R},k}^{(j)} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

La función es también un vector de longitud $2n$ formado a su vez por subvectores de longitud 2,

$$-\bar{\mathbf{G}}(x^{(j)}) = \begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{G}}_1(x^{(j)}) \\ -\bar{\mathbf{G}}_2(x^{(j)}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -\bar{\mathbf{G}}_n(x^{(j)}) \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

donde están contenidas las ecuaciones del transformador, ecuación (5.10)

$$-\overline{\mathbf{G}}_k(x^{(j)}) = \begin{bmatrix} -g_{1,k}(x^{(j)}) \\ -g_{2,k}(x^{(j)}) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

5.6 Cálculo de los elementos de la matriz $\mathbf{DG}(x)$

Los elementos de la matriz $\mathbf{DG}(x)$ serán las derivadas parciales de las funciones $g_{1,k}$ y $g_{2,k}$ con respecto a las variables $(i_{m,k})$, $(i_{m,k+1})$, $(f_{\mathfrak{R},k})$ y $(f_{\mathfrak{R},k+1})$ del sistema de ecuaciones no lineal del transformador en vacío, reescrito nuevamente a continuación,

$$G_k(x) = \begin{cases} g_{1,k} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,k} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{m,k+1} - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},k}}_{z_{1,k}} + \\ \quad + \underbrace{\left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R},k+1}}_{z_{1,k+1}} - u_{p,k} = 0 \\ g_{2,k} = N_p \cdot i_{m,k} - f_{\mathfrak{R},k} = 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

Los términos $z_{1,k}$ y $z_{1,k+1}$ que aparecen señalizados con “llaves” en la función $g_{1,k}$ de la ecuación anterior, son las expresiones que introducen el efecto no lineal del núcleo magnético, y que por su característica más adelante serán nombradas nuevamente.

Estas derivadas parciales asociadas a la estructura de las submatrices \mathbf{C}_k y \mathbf{D}_k de la ecuación (5.30) serían respectivamente,

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1,k}}{\partial i_{pk}} & \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} \\ \frac{\partial g_{2,k}}{\partial i_{pk}} & \frac{\partial g_{2,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

y

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1,k}}{\partial i_{pk+1}} & \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} \\ \frac{\partial g_{2,k}}{\partial i_{pk+1}} & \frac{\partial g_{2,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Donde las derivadas parciales de $g_{1,k}$ y $g_{2,k}$ respecto a $(i_{m,k})$ y $(f_{\mathfrak{R},k})$ que corresponden a la submatriz \mathbf{C}_k son:

$$c_{11} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial i_{m,k}} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h} \right) \quad (5.39)$$

$$c_{12} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} = -\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})} - \frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k}))}{\mathbf{e}} \cdot f_{\mathfrak{R},k} \quad (5.40)$$

$$c_{21} = \frac{\partial g_{2,k}}{\partial i_{m,k}} = (N_p) \quad (5.41)$$

$$c_{22} = \frac{\partial g_{2,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} = (-1) \quad (5.42)$$

y las derivadas parciales de $g_{1,k}$ y $g_{2,k}$ respecto a $(i_{m,k+1})$ y $(f_{\mathfrak{R},k+1})$ que corresponden a \mathbf{D}_k son,

$$d_{11} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial i_{m,k+1}} = \left(\frac{L_{dp}}{h} \right) \quad (5.43)$$

$$d_{12} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} = \frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})} + \frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1}))}{\mathbf{e}} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} \quad (5.44)$$

$$d_{21} = \frac{\partial g_{2,k}}{\partial i_{m,k+1}} = 0 \quad (5.45)$$

$$d_{22} = \frac{\partial g_{2,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} = 0 \quad (5.46)$$

En las derivadas parciales anteriores se puede ver que la mayoría de los términos son iguales a los elementos de las submatrices \mathbf{A}_k y \mathbf{B}_k de la matriz \mathbf{M} , excepto los términos c_{12} y d_{12} .

En estos términos está contenida la característica magnética del transformador, es decir, las características no lineales del material del núcleo magnético. Dada la complejidad de estos términos, se describe con más detalle el desarrollo de cada uno de ellos.

Primeramente, para calcular el elemento $c_{12} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}}$, el único término función de $(f_{\mathfrak{R},k})$ es $z_{1,k}$, señalado en la ecuación (5.36), el cual se puede escribir de la siguiente forma,

$$z_{1,k} = y_{1,k} \cdot f_{\mathfrak{R},k} \quad (5.47)$$

por tanto, la derivada parcial de $g_{1,k}$ respecto a $(f_{\mathfrak{R},k})$ será la derivada de la expresión anterior, es decir,

$$\frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} = \frac{\partial}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} (y_{1,k} \cdot f_{\mathfrak{R},k}) = y_{1,k} \cdot 1 + \frac{\partial y_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} \cdot f_{\mathfrak{R},k} \quad (5.48)$$

donde el elemento c_{12} es,

$$c_{12} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}} = - \frac{N_p}{\underbrace{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})}_{a=y_{1,k}}} - \frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k}))}{\underbrace{\mathbf{e}}_{a' = \frac{\partial y_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k}}}} \cdot f_{\mathfrak{R},k} \quad (5.49)$$

donde se calcula la derivada en forma numérica. Con las ecuaciones (5.22) y (5.49) se puede ver que cada submatriz \mathbf{C}_k se compone de,

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a'_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

lo anterior se deduce recordando que la submatriz \mathbf{A}_k es de la forma,

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_p - \frac{L_d}{h} & -\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k})} \\ N_p & -1 \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

y el segundo término de la ecuación (5.50) numéricamente expresado es,

$$a'_{12} = - \frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k}))}{\mathbf{e}} \cdot f_{\mathfrak{R},k} \quad (5.52)$$

De la misma forma, para calcular el elemento $d_{12} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}}$, el único término función de $(f_{\mathfrak{R},k+1})$ es $z_{1,k+1}$ señalado en la ecuación (5.36). El cual puede escribirse de la siguiente forma,

$$z_{1,k+1} = y_{1,k+1} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} \quad (5.53)$$

por tanto, la derivada parcial de g_1 respecto a $(f_{\mathfrak{R},k+1})$ puede escribirse como,

$$\frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} = \frac{\partial}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}}(y_{1,k+1} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1}) = y_{1,k+1} \cdot 1 + \frac{\partial y_{1,k+1}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} \quad (5.54)$$

el elemento d_{12} de la submatriz \mathbf{D}_k es,

$$d_{12} = \frac{\partial g_{1,k}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}} = \underbrace{\frac{N_p}{h \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})}}_{b_{12}=y_{1,k+1}} + \underbrace{\frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1}))}{\mathbf{e}}}_{b'_{12} = \frac{\partial y_{1,k+1}}{\partial f_{\mathfrak{R},k+1}}} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} \quad (5.55)$$

Asimismo, con las ecuaciones (5.22) y (5.55) se puede ver que cada submatriz \mathbf{D}_k se compone de,

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b'_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

teniendo en cuenta que la submatriz \mathbf{B}_k es,

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_d}{h} & \frac{N_p}{h \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1})} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

y el segundo término de la ecuación (5.56) numéricamente expresado es,

$$b'_{12} = \frac{N_p}{h} \frac{(1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1} + \mathbf{e})) - (1/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R},k+1}))}{\mathbf{e}} \cdot f_{\mathfrak{R},k+1} \quad (5.58)$$

El incremento, $\varepsilon = (\Delta f_{\mathfrak{R},k}) = (\Delta f_{\mathfrak{R},k+1})$ es un valor elegido por el usuario.

En resumen, debido a la característica no lineal del núcleo magnético, los elementos de la matriz $\mathbf{DG}(\mathbf{x})$ adoptan la estructura,

$$\mathbf{DG}(x) \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{C}_k = \mathbf{A}_k + \Delta\mathbf{A}_k \\ \mathbf{D}_k = \mathbf{B}_k + \Delta\mathbf{B}_k \end{cases}$$

La diferencia entre el valor especificado de la función y su valor calculado en cada iteración, también se puede expresar como un vector error,

$$\left[-\overline{\mathbf{G}}_k(x^{(j)}) \right] = \left[\Delta\overline{\mathbf{G}}_k(x^{(j)}) \right] \quad (5.59)$$

Con esto, se llega a tener la siguiente estructura final del sistema de ecuaciones lineal dado anteriormente en la expresión (5.30) y que a continuación se vuelve a escribir,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ \mathbf{E}_{n,1} & \mathbf{E}_{n,2} & \mathbf{E}_{n,3} & \cdots & \mathbf{E}_{n,n-2} & \mathbf{E}_{n,n-1} & \mathbf{E}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\overline{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \Delta\overline{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta\overline{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{G}}_1(x^{(j)}) \\ \overline{\mathbf{G}}_2(x^{(j)}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{\mathbf{G}}_n(x^{(j)}) \end{bmatrix}$$

Como se observa la estructura de la matriz $\mathbf{DG}(\mathbf{x})$ es muy dispersa. Para hacer más eficiente su resolución, se han desarrollado dos algoritmos especiales que agilizan y minimizan el número de operaciones posibles. El algoritmo que dependerá de la opción de condiciones de periodicidad elegida. Estos algoritmos se describen en la siguiente sección.

5.7 Algoritmo para resolución del sistema de ecuaciones lineal

Dada la estructura de doble diagonal de la matriz **DG**, la solución del sistema puede acelerarse y ahorrar cálculos y espacio de memoria de ordenador. Es decir, es mucho más rápido resolver el sistema en forma de tres vectores (**C**, **D**, **G**) de dimensiones $2n$ en lugar de un sistema con una matriz ($2n \times 2n$).

Para poder hacer lo anterior, se requiere obtener un sistema equivalente con una matriz triangular de coeficientes donde se eliminen las submatrices de la última fila que corresponden a las condiciones de periodicidad que se hayan elegido.

Este algoritmo, efectúa la eliminación de las submatrices en la última fila de la matriz **DG**, obtiene la matriz triangular del sistema y finalmente lo resuelve por sustitución inversa. Al calcular la matriz triangular del sistema equivalente, el sistema se puede resolver como tres vectores de dimensiones ($2n$) en lugar de una matriz cuadrada ($2n \times 2n$). Con lo cual, se optimiza el número de operaciones, se ahorra el tiempo de cálculo y espacio en memoria de ordenador.

5.7.1 Procedimiento del algoritmo de eliminación gaussiana optimizado

Como se mencionó antes el objetivo de este algoritmo es obtener la matriz triangular de coeficientes para calcular las incógnitas por medio de la sustitución inversa. Por tanto, después de obtener la solución del método de Newton, el algoritmo calcula un sistema equivalente con una matriz triangular de coeficientes tal como se muestra en la siguiente ecuación,

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & 0 & & & 1 & (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\mathbf{D}_{n-2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\mathbf{D}_{n-1}) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mathbf{q}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta \mathbf{x}}_1 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_2 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-2} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-1} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\overline{\mathbf{G}}_1) \\ (\mathbf{C}_2^{-1}\overline{\mathbf{G}}_2) \\ (\mathbf{C}_3^{-1}\overline{\mathbf{G}}_3) \\ \vdots \\ \vdots \\ (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\overline{\mathbf{G}}_{n-2}) \\ (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\overline{\mathbf{G}}_{n-1}) \\ \overline{\mathbf{e}}_n \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

para después obtener la solución final por sustitución inversa. Con el sistema anterior se puede ver que la matriz equivalente tiene doble diagonal, y en el último elemento en la diagonal unidad hay un coeficiente \mathbf{q}_n y en el vector solución otro coeficiente $\overline{\mathbf{e}}_n$. Por tanto la sustitución inversa se puede llevar a cabo con tres vectores de longitud $2n$ en lugar de la matriz ($2n \times 2n$).

El proceso de obtención de estos dos coeficientes finales, dependerá del método de periodicidad elegido, cuya formulación general se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 5-3	
Método 1	Método 2
Para $k=1$, $\mathbf{q}_1 = [\mathbf{I}]$; $\overline{\mathbf{e}}_1 = \overline{\mathbf{G}}_n$ para $k = (2, \dots, n-1)$ $\mathbf{q}_k = -[\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \mathbf{D}_{k-1}] \cdot (-1)^k$ $\overline{\mathbf{e}}_k = \overline{\mathbf{e}}_{k-1} - (\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \overline{\mathbf{G}}_{k-1})$ para $k = n$, $\mathbf{q}_n = -[\mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \mathbf{D}_{n-1}] \cdot (-1)^n - [\mathbf{I}]$ $\overline{\mathbf{e}}_n = \overline{\mathbf{e}}_{n-1} - (\mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \overline{\mathbf{G}}_{n-1})$	Para $k=1$, $\mathbf{q}_1 = [\mathbf{I}]$; $\overline{\mathbf{e}}_1 = \overline{\mathbf{G}}_n$ para $k = (2, \dots, n-1)$ $\mathbf{q}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \mathbf{D}_{k-1}]$ $\overline{\mathbf{e}}_k = \overline{\mathbf{e}}_{k-1} - (\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \overline{\mathbf{G}}_{k-1})$ para $k = n$, $\mathbf{q}_n = [\mathbf{I} - \mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \mathbf{D}_{n-1}]$ $\overline{\mathbf{e}}_n = \overline{\mathbf{e}}_{n-1} - (\mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \overline{\mathbf{G}}_{n-1})$

Los detalles de la formulación para resolver el sistema lineal en cada uno de los dos métodos se explican en la siguiente sección.

5.7.2 Procedimiento con el método 1

Como se vio anteriormente, una de las condiciones de periodicidad, consiste en imponer que en cada uno de los vectores de incógnitas se cumpla que los puntos extremos sean iguales, es decir,

$$i_{m,1} - i_{m,n} = 0$$

$$f_{\mathfrak{R},1} - f_{\mathfrak{R},n} = 0$$

Debido a estas condiciones de periodicidad, una vez alcanzada la solución del método Newton, la última fila de la matriz **DG** tendrá la forma siguiente,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ \mathbf{q}_{n,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -\mathbf{I}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}_1(x^{(j)}) \\ \bar{\mathbf{G}}_2(x^{(j)}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-1}(x^{(j)}) \\ \bar{\mathbf{G}}_n(x^{(j)}) \end{bmatrix}$$

El proceso seguido por el algoritmo es el siguiente: Sea \mathbf{q}_k y \mathbf{e}_k los coeficientes para formar el sistema equivalente de ecuaciones que se quiere resolver. Estos coeficientes tienen los siguientes valores iniciales, cuando $k=1$, en la primera columna de la última fila de la matriz se tiene,

$$\mathbf{q}_{n,1} = [\mathbf{1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

mientras que el coeficiente $\bar{\mathbf{e}}_1$, en la última posición del vector error de la función, inicia con valor,

$$\bar{\mathbf{e}}_1 = \bar{\mathbf{G}}_n = \begin{bmatrix} g_{1,n} \\ g_{2,n} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

A partir de aquí, se calculan los coeficientes \mathbf{q}_k , para $(k = 2, 3, \dots, n)$ eliminando a su vez el coeficiente anterior \mathbf{q}_{k-1} trasladándose columna por columna hasta la posición (n,n) de la matriz con un valor final \mathbf{q}_n como se observa en la siguiente secuencia de ecuaciones.

El primer paso consiste en anular el coeficiente \mathbf{q}_1 y calcular los nuevos coeficientes \mathbf{q}_2 y \mathbf{e}_2 como se ve en la ecuación (5.63),

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ 0 & \mathbf{q}_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mathbf{I}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Delta x}_1 \\ \bar{\Delta x}_2 \\ \bar{\Delta x}_3 \\ \vdots \\ \bar{\Delta x}_{n-2} \\ \bar{\Delta x}_{n-1} \\ \bar{\Delta x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\bar{\mathbf{G}}_1) \\ \bar{\mathbf{G}}_2 \\ \bar{\mathbf{G}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-1} \\ \bar{\mathbf{e}}_2 \end{bmatrix}$$

~~\mathbf{q}_1~~

(5.63)

Para la actualización del sistema anterior, se multiplica la primera fila por la inversa de la submatriz \mathbf{C}_1 quedando la expresión siguiente,

$$\Delta x_1 + (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1).\Delta x_2 = \mathbf{C}_1^{-1}.\bar{\mathbf{G}}_1 \quad (5.64)$$

La ecuación anterior es la nueva primera fila del sistema de ecuaciones equivalente. La eliminación del coeficiente \mathbf{q}_1 se ha obtenido primero, al multiplicar la ecuación anterior por \mathbf{q}_1 ,

$$(\mathbf{q}_1) \cdot \Delta x_1 + (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_1) \cdot \Delta x_2 = \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \overline{\mathbf{G}}_1 \quad (5.65)$$

y segundo, al restar la ecuación anterior de la última fila de la matriz, quedando la expresión siguiente,

$$(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_1) \cdot \Delta x_1 + \left(\underbrace{0 - \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_1}_{\mathbf{q}_2} \right) \cdot \Delta x_2 + (-\mathbf{I}) \cdot \Delta x_n = \underbrace{\mathbf{e}_1 - \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \overline{\mathbf{G}}_1}_{\mathbf{e}_2} \quad (5.66)$$

De la ecuación anterior, se ha eliminado \mathbf{q}_1 de la primera columna y se han obtenido los nuevos coeficientes \mathbf{q}_2 , que aparece ahora en la segunda columna, y \mathbf{e}_2 ha sustituido al anterior. Las ecuaciones (5.64) y (5.66) representan la primera actualización del sistema de ecuaciones equivalente mostrado en la ecuación (5.63).

Resumiendo el procedimiento de cálculo de los coeficientes, estos se pueden expresar por medio de las ecuaciones siguientes,

$$\mathbf{q}_2 = -[\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_1] \cdot (-1)^2 \quad (5.67)$$

Teniendo en cuenta que \mathbf{q}_1 es una matriz de diagonal unidad, el coeficiente \mathbf{q}_2 la ecuación (5.67) se pueden reescribir de la siguiente forma,


$$\mathbf{q}_2 = -\mathbf{C}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_1 \quad (5.68)$$

El coeficiente \mathbf{e}_2 se obtiene por medio de la siguiente ecuación,

$$\bar{\mathbf{e}}_2 = \bar{\mathbf{e}}_1 - (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \bar{\mathbf{G}}_1) \quad (5.69)$$

El siguiente paso, es obtener los nuevos coeficientes \mathbf{q}_3 y \mathbf{e}_3 anulando el coeficiente \mathbf{q}_2 para obtener la 2ª actualización del sistema de ecuaciones equivalente que se muestra en la ecuación (5.70),

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ 0 & 0 & \mathbf{q}_3 & \cdots & 0 & 0 & \mathbf{I}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Delta x}_1 \\ \bar{\Delta x}_2 \\ \bar{\Delta x}_3 \\ \vdots \\ \bar{\Delta x}_{n-2} \\ \bar{\Delta x}_{n-1} \\ \bar{\Delta x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\bar{\mathbf{G}}_1) \\ (\mathbf{C}_2^{-1}\bar{\mathbf{G}}_2) \\ \bar{\mathbf{G}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-1} \\ \bar{\mathbf{e}}_3 \end{bmatrix}$$



El proceso es similar al anterior. Se multiplica la segunda fila de la matriz de la ecuación (5.63) por la inversa de la submatriz \mathbf{C}_2 ,

$$\Delta x_2 + (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) \cdot \Delta x_3 = \mathbf{C}_2^{-1} \cdot \bar{\mathbf{G}}_2 \quad (5.71)$$

La ecuación anterior es la nueva segunda fila del sistema de ecuaciones equivalente. La actualización de la última fila se obtiene con la eliminación del coeficiente \mathbf{q}_2 , primero multiplicando la ecuación anterior por \mathbf{q}_2 ,

$$(\mathbf{q}_2) \cdot \Delta x_2 + (\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) \cdot \Delta x_3 = \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{C}_2^{-1} \cdot \bar{\mathbf{G}}_2 \quad (5.72)$$

y después restando la ecuación anterior de la última fila de la matriz, donde está ubicado el coeficiente $\mathbf{q}_2 = -\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1$ de la ecuación (5.63),

$$(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_2) \cdot \Delta x_2 + \left(\underbrace{0 - (\mathbf{q}_2) \cdot (\mathbf{C}_2^{-1} \mathbf{D}_2)}_{\mathbf{q}_3} \right) \cdot \Delta x_3 + (-\mathbf{I}) \cdot \Delta x_m = \underbrace{\mathbf{e}_2 - \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{C}_2^{-1} \overline{\overline{\mathbf{G}}_2}}_{\mathbf{e}_3} \quad (5.73)$$

De la ecuación anterior, se ha eliminado \mathbf{q}_2 y se han obtenido los coeficientes \mathbf{q}_3 y \mathbf{e}_3 . Esta ecuación representa la nueva actualización de la última fila del sistema de ecuaciones equivalente mostrado en la ecuación (5.70). Y los nuevos coeficientes se obtienen con las siguientes expresiones,

$$\mathbf{q}_3 = - \left[\mathbf{q}_{(2)} \mathbf{C}_{(2)}^{-1} \mathbf{D}_{(2)} \right] \cdot (-1)^3 \quad (5.74)$$

$$\overline{\overline{\mathbf{e}}}_3 = \overline{\overline{\mathbf{e}}}_2 - \left(\mathbf{q}_2 \mathbf{C}_2^{-1} \overline{\overline{\mathbf{G}}}_2 \right) \quad (5.75)$$

Siguiendo el mismo procedimiento se obtienen las siguientes actualizaciones del sistema. Por tanto, para obtener la k -ésima actualización se obtienen los coeficientes correspondientes con las ecuaciones generales siguientes,

$$\mathbf{q}_k = - \left[\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \mathbf{D}_{k-1} \right] \cdot (-1)^k \quad (5.76)$$

$$\overline{\overline{\mathbf{e}}}_k = \overline{\overline{\mathbf{e}}}_{k-1} - \left(\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \overline{\overline{\mathbf{G}}}_{k-1} \right) \quad (5.77)$$

y la actualización k -ésima del sistema de ecuaciones es el siguiente,

$$\begin{bmatrix}
 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \ddots & & & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & & & 1 & (\mathbf{C}_k^{-1}\mathbf{D}_k) & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & & \dots & \dots & & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{q}_k & \dots & 0 & \mathbf{I}_{n,n}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_1 \\
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_2 \\
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_3 \\
 \vdots \\
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_k \\
 \vdots \\
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-2} \\
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-1} \\
 \overline{\Delta \mathbf{x}}_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 (\mathbf{C}_1^{-1}\overline{\mathbf{G}}_1) \\
 (\mathbf{C}_2^{-1}\overline{\mathbf{G}}_2) \\
 (\mathbf{C}_3^{-1}\overline{\mathbf{G}}_3) \\
 \vdots \\
 (\mathbf{C}_k^{-1}\overline{\mathbf{G}}_k) \\
 \vdots \\
 \overline{\mathbf{G}}_{n-2} \\
 \overline{\mathbf{G}}_{n-1} \\
 \mathbf{e}_k
 \end{bmatrix}
 \quad (5.78)$$

$\left[\overline{\mathbf{q}}_{k-1} \right]$

Finalmente para encontrar los últimos coeficientes \mathbf{q}_k y \mathbf{e}_k cuando $(k = n)$, teniendo en cuenta las condiciones de periodicidad impuestas,

$$\overline{\Delta \mathbf{x}}_n = \overline{\Delta \mathbf{x}}_1 \quad (5.79)$$


los últimos coeficientes se obtienen con las ecuaciones siguientes,

$$\mathbf{q}_n = -\left[\mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \mathbf{D}_{n-1} \right] \cdot (-1)^n - [\mathbf{I}] \quad (5.80)$$

$$\overline{\mathbf{e}}_n = \overline{\mathbf{e}}_{n-1} - \left(\mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \overline{\mathbf{G}}_{n-1} \right) \quad (5.81)$$

Para llegar a la última actualización del sistema equivalente expresado en la ecuación siguiente.

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots & \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & & 1 & (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\mathbf{D}_{n-2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\mathbf{D}_{n-1}) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mathbf{q}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta \mathbf{x}}_1 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_2 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-2} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-1} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\overline{\mathbf{G}}_1) \\ (\mathbf{C}_2^{-1}\overline{\mathbf{G}}_2) \\ (\mathbf{C}_3^{-1}\overline{\mathbf{G}}_3) \\ \vdots \\ \vdots \\ (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\overline{\mathbf{G}}_{n-2}) \\ (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\overline{\mathbf{G}}_{n-1}) \\ \overline{\mathbf{e}}_n \end{bmatrix}$$



(5.82)

De esta forma, el sistema equivalente queda listo para resolverse directamente por sustitución inversa.

5.7.3 Procedimiento con el método 2

En este algoritmo, para obtener la solución en régimen permanente del transformador con saturación, se impone que el valor medio de la función discretizada en el tiempo, sea igual a cero, es decir,

$$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n i_m^k = 0 \quad ; \quad \frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n f_{\text{gr}}^k = 0$$

Esto se logra, haciendo que todos los elementos de la fila n de la matriz \mathbf{DG} contengan la submatriz \mathbf{I} de diagonal unidad, como se indica en la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ \mathbf{q}_1 & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta \mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{G}}_1^{(j)} \\ \overline{\mathbf{G}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{\mathbf{G}}_{n-1}^{(j)} \\ \overline{\mathbf{e}}_1 \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

Los valores iniciales de los coeficientes son los siguientes,

$$\mathbf{q}_1 = [\mathbf{I}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.84)$$

$$\overline{\mathbf{e}}_1 = \overline{\mathbf{G}}_n \quad (5.85)$$

El primer paso consiste en anular el coeficiente \mathbf{q}_1 y calcular los nuevos coeficientes \mathbf{q}_2 y \mathbf{e}_2 como se ve en la ecuación (5.86),

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\ 0 & \mathbf{q}_2 & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta \mathbf{x}}_1 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_2 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-2} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-1} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\overline{\mathbf{G}}_1) \\ \overline{\mathbf{G}}_2 \\ \overline{\mathbf{G}}_3 \\ \vdots \\ \overline{\mathbf{G}}_{n-2} \\ \overline{\mathbf{G}}_{n-1} \\ \overline{\mathbf{e}}_2 \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

Para la actualización del sistema anterior, se multiplica la primera fila por la inversa de la submatriz \mathbf{C}_1 , quedando la expresión siguiente,

$$\Delta x_1 + (\mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{D}_1) \cdot \Delta x_2 = \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \bar{\bar{\mathbf{G}}}_1 \quad (5.87)$$

La ecuación anterior es la nueva primera fila del sistema de ecuaciones equivalente. La eliminación del coeficiente \mathbf{q}_1 se ha obtenido primero, al multiplicar la ecuación anterior por \mathbf{q}_1 ,

$$(\mathbf{q}_1) \cdot \Delta x_1 + (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{D}_1) \cdot \Delta x_2 = \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \bar{\bar{\mathbf{G}}}_1 \quad (5.88)$$

y segundo, restar la ecuación anterior de la última fila de la matriz, quedando la expresión siguiente,

$$\begin{aligned} (\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_1) \Delta x_1 + \left(\underbrace{\mathbf{I} - \mathbf{q}_1 \mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{D}_1}_{\mathbf{q}_2} \right) \Delta x_2 + (\mathbf{I} - 0) \Delta x_3 + \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots + (\mathbf{I} - 0) \Delta x_{n-1} + (\mathbf{I} - 0) \Delta x_n = \underbrace{\mathbf{e}_1 - \mathbf{q}_1 \mathbf{C}_1^{-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_1}_{\mathbf{e}_2} \end{aligned} \quad (5.89)$$

De la ecuación anterior, se ha eliminado \mathbf{q}_1 de la primera columna y se han obtenido los nuevos coeficientes \mathbf{q}_2 , que aparece ahora en la segunda columna, y \mathbf{e}_2 . Las ecuaciones (5.87) y (5.89) representan la primera actualización del sistema de ecuaciones equivalente mostrado en la ecuación (5.86).

Resumiendo el procedimiento de cálculo de los coeficientes, estos se pueden expresar por medio de las ecuaciones siguientes,

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{I} - [\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_1] \quad (5.90)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{e}}}_2 = \bar{\bar{\mathbf{e}}}_1 - (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \bar{\bar{\mathbf{G}}}_1) \quad (5.91)$$


Los coeficientes se pueden reescribir de la siguiente forma,

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{I} - \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_1 \quad (5.92)$$

$$\bar{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{e}_1 - \mathbf{C}_1^{-1} \cdot \bar{\mathbf{G}}_1 \quad (5.93)$$

El siguiente paso, es obtener los nuevos coeficientes \mathbf{q}_3 y \mathbf{e}_3 anulando el coeficiente \mathbf{q}_2 para obtener la 2ª actualización del sistema de ecuaciones equivalente que se muestra en la ecuación (5.94),

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{q}_3 & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_2 \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_{n-2} \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_{n-1} \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\bar{\mathbf{G}}_1) \\ (\mathbf{C}_2^{-1}\bar{\mathbf{G}}_2) \\ \bar{\mathbf{G}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-1} \\ \bar{\mathbf{e}}_3 \end{bmatrix}$$


 $[\bar{\mathbf{q}}_2]$

El proceso es similar al anterior. Se multiplica la segunda fila de la matriz de la ecuación (5.86) por la inversa de la submatriz \mathbf{C}_2 ,

$$\Delta x_2 + (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) \cdot \Delta x_3 = \mathbf{C}_2^{-1} \cdot \bar{\mathbf{G}}_2 \quad (5.95)$$

La ecuación anterior es la nueva segunda fila del sistema de ecuaciones equivalente. La actualización de la última fila se obtiene con la eliminación del coeficiente \mathbf{q}_2 , primero multiplicando la ecuación anterior por \mathbf{q}_2 ,

$$(\mathbf{q}_2) \cdot \Delta x_2 + (\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) \cdot \Delta x_3 = \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{C}_2^{-1} \cdot \bar{\mathbf{G}}_2 \quad (5.96)$$

y después restando la ecuación anterior de la última fila de la matriz, donde está ubicado el coeficiente $\mathbf{q}_2 = -\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1$ de la ecuación (5.86),

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_2)\Delta x_2 + \left(\underbrace{\mathbf{I} - \mathbf{q}_2 \mathbf{C}_2^{-1} \mathbf{D}_2}_{\mathbf{q}_3} \right) \Delta x_3 + (\mathbf{I} - 0)\Delta x_4 + \dots \dots \dots \\
 \dots \dots \dots + (\mathbf{I} - 0)\Delta x_{n-1} + (\mathbf{I} - 0)\Delta x_n = \underbrace{\mathbf{e}_2 - \mathbf{q}_2 \mathbf{C}_2^{-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_2}_{\mathbf{e}_3}
 \end{aligned} \tag{5.97}$$

De la ecuación anterior, se ha eliminado \mathbf{q}_2 y se han obtenido los coeficientes \mathbf{q}_3 y \mathbf{e}_3 . Esta ecuación representa la nueva actualización de la última fila del sistema de ecuaciones equivalente mostrado en la ecuación (5.94). Y los parámetros se obtienen con las siguientes expresiones,

$$\mathbf{q}_3 = \mathbf{I} - \left[\mathbf{q}_2 \mathbf{C}_2^{-1} \mathbf{D}_2 \right] \tag{5.98}$$

$$\bar{\bar{\mathbf{e}}}_3 = \bar{\bar{\mathbf{e}}}_2 - \left(\mathbf{q}_2 \mathbf{C}_2^{-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_2 \right) \tag{5.99}$$

Siguiendo el mismo procedimiento se obtienen las siguientes actualizaciones del sistema. Por tanto, para obtener la *k-ésima* actualización se obtienen los coeficientes correspondientes con las ecuaciones generales siguientes,

$$\mathbf{q}_k = \left[\mathbf{I} - \mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \mathbf{D}_{k-1} \right] \tag{5.100}$$

$$\bar{\bar{\mathbf{e}}}_k = \bar{\bar{\mathbf{e}}}_{k-1} - \left(\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_{k-1} \right) \tag{5.101}$$

y la *k-ésima* actualización del sistema de ecuaciones es el siguiente,

$$\begin{bmatrix}
 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \ddots & & & & 0 \\
 \vdots & \vdots & & \ddots & & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & & 1 & (\mathbf{C}_k^{-1}\mathbf{D}_k) & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\
 0 & 0 & & \dots & \dots & & \mathbf{D}_{n-2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D}_{n-1} \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{q}_k & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_1 \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_2 \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_3 \\
 \vdots \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_k \\
 \vdots \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_{n-2} \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_{n-1} \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 (\mathbf{C}_1^{-1}\bar{\mathbf{G}}_1) \\
 (\mathbf{C}_2^{-1}\bar{\mathbf{G}}_2) \\
 (\mathbf{C}_3^{-1}\bar{\mathbf{G}}_3) \\
 \vdots \\
 (\mathbf{C}_k^{-1}\bar{\mathbf{G}}_k) \\
 \vdots \\
 \bar{\mathbf{G}}_{n-2} \\
 \bar{\mathbf{G}}_{n-1} \\
 \bar{\mathbf{e}}_k
 \end{bmatrix}
 \tag{5.102}$$

$\left[\begin{matrix} \nearrow \\ \times \\ \searrow \end{matrix} \right]_{k-1}$

Y para encontrar los coeficientes finales cuando $k=n$, teniendo en cuenta se ha impuesto como condición el valor medio de la función igual a cero, los últimos coeficientes se obtienen con las ecuaciones siguientes,

$$\mathbf{q}_n = \left[\mathbf{I} - \mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \mathbf{D}_{n-1} \right] \tag{5.103}$$

$$\bar{\mathbf{e}}_n = \bar{\mathbf{e}}_{n-1} - \left(\mathbf{q}_{n-1} \mathbf{C}_{n-1}^{-1} \bar{\mathbf{G}}_{n-1} \right) \tag{5.104}$$

Para llegar a la última actualización del sistema equivalente expresado en la ecuación siguiente.

$$\begin{bmatrix}
 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \ddots & & & & 0 \\
 \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\
 \vdots & & & & \ddots & & & \vdots \\
 0 & 0 & & & 1 & (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\mathbf{D}_{n-2}) & & 0 \\
 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\mathbf{D}_{n-1}) & \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mathbf{q}_n &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_1 \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_2 \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_3 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_{n-2} \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_{n-1} \\
 \Delta \bar{\mathbf{x}}_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 (\mathbf{C}_1^{-1}\bar{\mathbf{G}}_1) \\
 (\mathbf{C}_2^{-1}\bar{\mathbf{G}}_2) \\
 (\mathbf{C}_3^{-1}\bar{\mathbf{G}}_3) \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\bar{\mathbf{G}}_{n-2}) \\
 (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\bar{\mathbf{G}}_{n-1}) \\
 \bar{\mathbf{e}}_n
 \end{bmatrix}
 \tag{5.105}$$

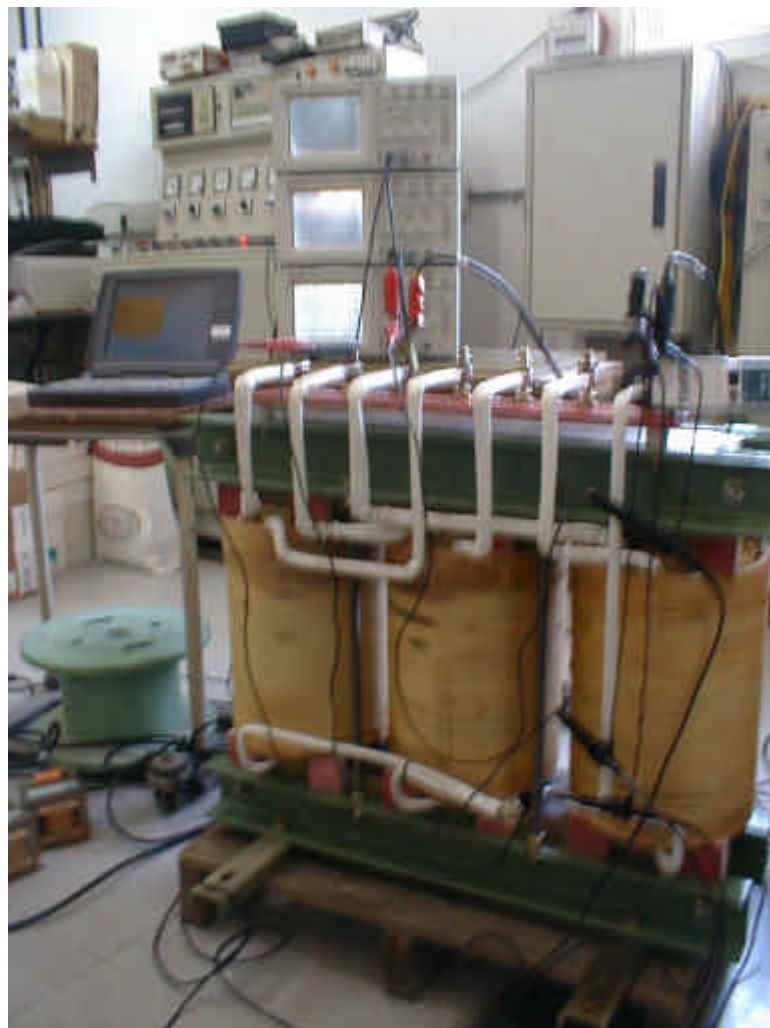
$\left[\begin{matrix} \nearrow \\ \times \\ \searrow \end{matrix} \right]_{n-1}$

De esta forma, el sistema equivalente está preparado para resolverse directamente por sustitución inversa, partiendo de los coeficientes finales que dieron lugar a la matriz triangular.

Este algoritmo es válido para resolver el sistema de ecuaciones lineal del modelo del transformador trifásico que se presenta en el siguiente capítulo, donde solo cambian las dimensiones del sistema.

Capítulo 6

Modelo de transformador trifásico con saturación para análisis de armónicos



6.1 Introducción

La idea del desarrollo de un modelo sencillo, práctico y útil del transformador trifásico conduce a plantear el problema de la saturación del núcleo de forma simple tal como se hizo en el modelo monofásico. Por esto, la modelización del transformador trifásico se hará bajo el mismo desarrollo estructural de ecuaciones empleado en el modelo monofásico.

Aquí será aprovechado el mismo algoritmo usado en el desarrollo del modelo monofásico, donde solo se habrán de cambiar las dimensiones de los submatrices y subvectores. Por otra parte, se plantea el problema igualmente bajo el mismo esquema simplificado en L como se muestra en la figura siguiente.

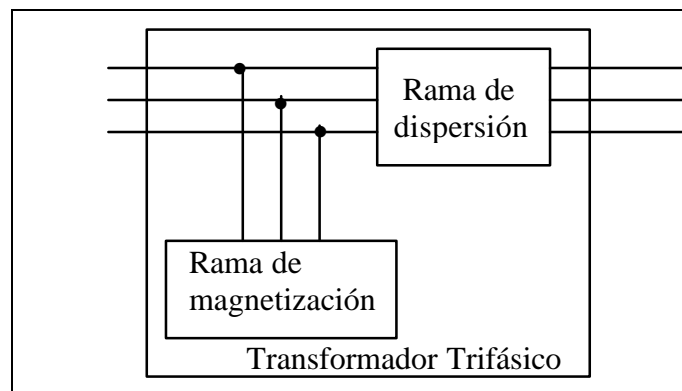


Fig. 6-1 Diagrama de bloques para la modelización del transformador trifásico

A diferencia del modelo implementado en el programa PSpice, en la programación del modelo en lenguaje de FORTRAN se debe buscar la manera de minimizar el número de nudos del circuito. Ya que de esto dependerá el número de ecuaciones y operaciones que haya de realizar el algoritmo.

El planteamiento del modelo trifásico en L como se indica en el diagrama de bloques de la figura 6-1, conduce a plantear el circuito eléctrico, conectando la resistencia del núcleo delante de la rama de dispersión como se muestra en la figura 6-2.

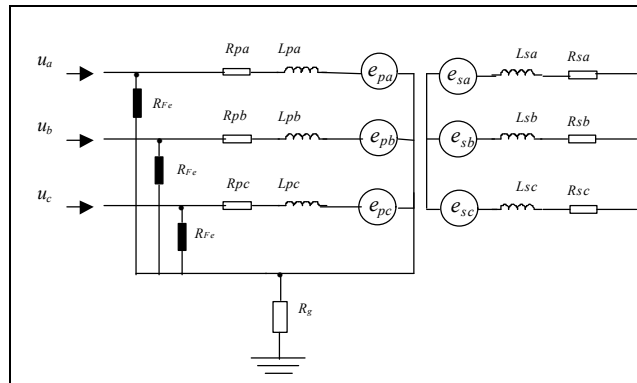


Fig. 6-2 Circuito Equivalente Eléctrico del Transformador Trifásico.

Con el circuito de la figura 6-2, se obtienen un sistema de ecuaciones (7x7) mientras que con el circuito planteado para el modelo en el programa PSpice, se tendría que resolver un sistema de (10x10). Esta diferencia es importante por el tiempo de resolución del sistema.

De las simulaciones obtenidas en el modelo desarrollado en el programa de análisis de transitorios PSpice, se observó que en condiciones de saturación la influencia de las corrientes a través de la resistencia del núcleo es prácticamente nula. Debido a esto, estas corrientes se calculan directamente. Por tanto, en el algoritmo no se tendrán en cuenta.

6.2 Planteamiento de la formulación

Suponiendo que al desconectar la carga del transformador trifásico, dejándolo en vacío, este funcionará en su zona de saturación. En estas condiciones, las corrientes de devanados secundarios se consideran insignificantes,

$$i_{sa} = i_{sb} = i_{sc} = 0 \quad (6.1)$$

Por tanto, teniendo en cuenta esta condición, como se hizo para el transformador monofásico, las corrientes del primario se consideran como las corrientes de magnetización.

$$i_{ma} = i_{pa} \quad ; \quad i_{mb} = i_{pb} \quad ; \quad i_{mc} = i_{pc} \quad (6.2)$$

En tal caso, las ecuaciones para representar el funcionamiento del transformador trifásico en condiciones de vacío y/o saturación, podrían expresarse de la forma siguiente.

La relación tensión, flujo y corriente de las fases del devanado primario,

$$u_{pa} = R_{pa} i_{ma} + L_{dp} \frac{di_{ma}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,a}}{dt} \quad (6.3)$$

$$u_{pb} = R_{pb} i_{mb} + L_{dp} \frac{di_{mb}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,b}}{dt} \quad (6.4)$$

$$u_{pc} = R_{pc} i_{mc} + L_{dp} \frac{di_{mc}}{dt} + N_p \frac{d\mathbf{f}_{Fe,c}}{dt} \quad (6.5)$$

Estas ecuaciones pueden describir el circuito magnético siguiente, en el que se ha cancelado la influencia del devanado secundario.

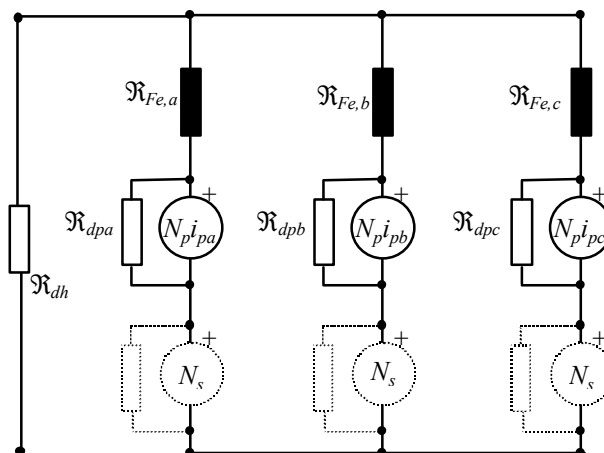


Fig.6-3 Circuito Magnético del transformador 3f en vacío

El equilibrio de las fuerzas magnéticas a través del núcleo se compone, ahora sin las fuentes de f_{mm} del devanado secundario, como se indica en las siguientes ecuaciones,

$$N_p i_{ma} = f_{\mathfrak{R}a} - f_{\mathfrak{R}dh} \quad (6.6)$$

$$N_p i_{mb} = f_{\mathfrak{R}b} - f_{\mathfrak{R}dh} \quad (6.7)$$

$$N_p i_{mc} = f_{\mathfrak{R}c} - f_{\mathfrak{R}dh} \quad (6.8)$$

De acuerdo con la figura 6-3, la expresión de la ley de continuidad de los circuitos magnéticos cerrados, en este caso para un núcleo magnético de tres columnas, se puede expresar de la forma siguiente,

$$\mathbf{f}_{Fe,a} + \mathbf{f}_{Fe,b} + \mathbf{f}_{Fe,c} + \mathbf{f}_{dh} = 0 \quad (6.9)$$

teniendo en cuenta que las características del núcleo magnético son de la forma,

$$f_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}}) \cdot \mathbf{f}_{Fe} \quad (6.10)$$

entonces la ley de continuidad de los circuitos magnéticos cerrados, se puede reescribir de la siguiente forma,

$$\frac{f_{\mathfrak{R}a}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a})} + \frac{f_{\mathfrak{R}b}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b})} + \frac{f_{\mathfrak{R}c}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c})} + \frac{f_{\mathfrak{R}dh}}{\mathfrak{R}_{dh}} = 0 \quad (6.11)$$

Teniendo en cuenta la operación del transformador en condiciones de vacío, las expresiones anteriores del balance magnético describen el circuito magnético de la figura siguiente.

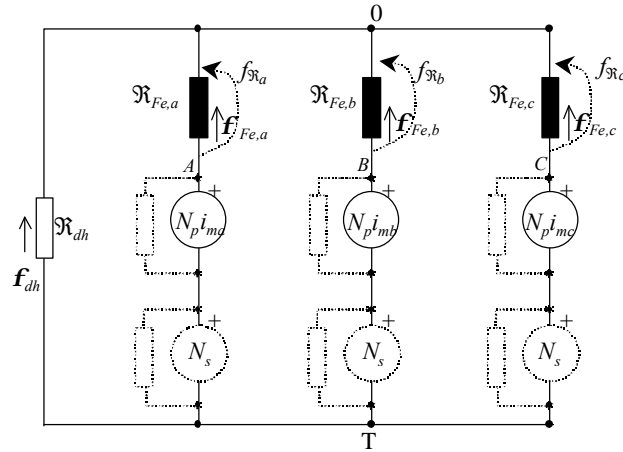


Fig. 6-4 Circuito representativo del núcleo magnético

El complejo funcionamiento del transformador trifásico de tres columnas debido a la saturación se compone tanto del comportamiento individual de cada bloque devanado-columna, así como de la interacción entre el flujo de cada columna y los flujos de las otras.

6.3 Ecuaciones de vacío discretizadas

En el modelo trifásico se utiliza el mismo diseño conceptual usado en el algoritmo desarrollado para el modelo monofásico. Por esto, se pueden expresar las ecuaciones discretizadas para el transformador trifásico con un planteamiento similar como se hizo para el monofásico.

Por tanto, si $k = (1, 2, 3, \dots, n-1, n)$ son los elementos definidos para un periodo de tiempo, las ecuaciones anteriores que definen el funcionamiento del transformador trifásico en vacío se pueden expresar como sigue:

$$R_{pa}i_{ma,k} + L_{dp} \frac{i_{ma,k+1} - i_{ma,k}}{h} + N_p \frac{(f_{\mathfrak{R}a,k+1}/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a,k+1})) - (f_{\mathfrak{R}a,k}/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a,k}))}{h} - u_{pa,k} = 0 \quad (6.12)$$

$$R_{pb}i_{mb,k} + L_{dp} \frac{i_{mb,k+1} - i_{mb,k}}{h} + N_p \frac{(f_{\mathfrak{R}b,k+1}/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b,k+1})) - (f_{\mathfrak{R}b,k}/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b,k}))}{h} - u_{pb,k} = 0 \quad (6.13)$$

$$R_{pc}i_{mc,k} + L_{dp} \frac{i_{mc,k+1} - i_{mc,k}}{h} + N_p \frac{(f_{\mathfrak{R}c,k+1}/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c,k+1})) - (f_{\mathfrak{R}c,k}/\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c,k}))}{h} - u_{pc,k} = 0 \quad (6.14)$$

$$N_p i_{ma,k} - f_{\mathfrak{R}a,k} + f_{\mathfrak{R}dh,k} = 0 \quad (6.15)$$

$$N_p i_{mb,k} - f_{\mathfrak{R}b,k} + f_{\mathfrak{R}dh,k} = 0 \quad (6.16)$$

$$N_p i_{mc,k} - f_{\mathfrak{R}c,k} + f_{\mathfrak{R}dh,k} = 0 \quad (6.17)$$

$$\frac{f_{\mathfrak{R}a,k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a,k})} + \frac{f_{\mathfrak{R}b,k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b,k})} + \frac{f_{\mathfrak{R}c,k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c,k})} + \frac{f_{\mathfrak{R}dh,k}}{\mathfrak{R}_{dh}} = 0 \quad (6.18)$$

A este sistema de ecuaciones debe incorporarse las condiciones que impongan la periodicidad en las funciones incógnitas, es decir, las corrientes de devanado y las columnas consideradas en el circuito magnético.

Estas condiciones son las mismas que se plantearon en el modelo de transformador monofásico. Por tanto, estas condiciones expresadas para el transformador trifásico se muestran a continuación.

Método 1: Se impone que los puntos extremos de los vectores incógnita sean iguales. Esto se muestra en la tabla siguiente.

Tabla 6-1	
MÉTODO 1	
PUNTOS EXTREMOS DE VECTORES IGUALES	
Para las corrientes de devanados	Para las fuerzas magnetomotrices de las columnas consideradas
$i_{ma,1} - i_{ma,n} = 0$	$f_{\mathfrak{R}a,1} - f_{\mathfrak{R}a,n} = 0$
$i_{mb,1} - i_{mb,n} = 0$	$f_{\mathfrak{R}b,1} - f_{\mathfrak{R}b,n} = 0$
$i_{mc,1} - i_{mc,n} = 0$	$f_{\mathfrak{R}c,1} - f_{\mathfrak{R}c,n} = 0$
	$f_{\mathfrak{R}dh,1} - f_{\mathfrak{R}dh,n} = 0$

Método 2: En la segunda alternativa, se impone que el valor medio de la función incógnita sea igual a cero.

Tabla 6-2	
MÉTODO 2	
VALOR MEDIO DE LA FUNCIÓN IGUAL A CERO	
Para las corrientes de devanados	Para las fuerzas magnetomotrices de las columnas consideradas
$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n i_{ma}^k = 0$	$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n f_{\mathfrak{R}a}^k = 0$
$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n i_{mb}^k = 0$	$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n f_{\mathfrak{R}b}^k = 0$
$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n i_{mc}^k = 0$	$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n f_{\mathfrak{R}c}^k = 0$
	$\frac{\Delta t}{T} \sum_{k=1}^n f_{\mathfrak{R}dh}^k = 0$

Igualmente que en el caso monofásico, las expresiones matemáticas (6.12 a 6.18), más las condiciones de periodicidad elegidas entre las dos opciones, constituyen un sistema de ecuaciones no lineal, aunque ahora de mayor dimensión, pero que igualmente puede ser representado por un sistema de ecuaciones no lineal del tipo,

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{M} \mathbf{x} - \mathbf{u} = \mathbf{0}$$

El sistema de ecuaciones anterior también está formado por submatrices y subvectores que contienen las ecuaciones del transformador trifásico. Lo que ha cambiado respecto al algoritmo del modelo monofásico, es el tamaño del sistema, que ahora es de $7n \times 7n$.

Para expresar con mejor claridad cómo están formados los términos de las submatrices y subvectores, las ecuaciones (6.12 a 6.18) se pueden reescribir separando los términos comunes que son factores de las incógnitas buscadas. Las ecuaciones generales se repiten para todo ($k = 1, 2, 3, \dots, n-1$), y en ellas están expresadas las interacciones magnéticas entre columnas del transformador.

Teniendo en cuenta que el paso de integración aplicando la regla trapezoidal es $h = \Delta t$, entonces las ecuaciones del transformador considerando la saturación magnética se pueden escribir como sigue: Para la fase A se tiene,

$$G_{ak}(x) = \begin{cases} g_{a1} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{ma,k} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{ma,k+1} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a,k})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R}a,k} + \\ \quad + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a,k+1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R}a,k+1} - u_{pa,k} = 0 \\ g_{a2} = N_p \cdot i_{ma,k} - f_{\mathfrak{R}a,k} + f_{\mathfrak{R}dh,k} = 0 \end{cases} \quad (6.19)$$

para la fase B,

$$G_{bk}(x) = \begin{cases} g_{b1} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{mb,k} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{mb,k+1} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b,k})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R}b,k} + \\ \quad + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b,k+1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R}b,k+1} - u_{pb,k} = 0 \\ g_{b2} = N_p \cdot i_{mb,k} - f_{\mathfrak{R}b,k} + f_{\mathfrak{R}dh,k} = 0 \end{cases} \quad (6.20)$$

y para la fase C,

$$G_{ck}(x) = \begin{cases} g_{c1} = \left(R_p - \frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{mc,k} + \left(\frac{L_{dp}}{h}\right) \cdot i_{mc,k+1} - \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c,k})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R}c,k} + \\ \qquad \qquad \qquad + \left(\frac{N_p}{h\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c,k+1})}\right) \cdot f_{\mathfrak{R}c,k+1} - u_{pc,k} = 0 \\ g_{c2} = N_p \cdot i_{mc,k} - f_{\mathfrak{R}c,k} + f_{\mathfrak{R}dh,k} = 0 \end{cases} \quad (6.21)$$

y la expresión de la ley de continuidad del flujo dentro del circuito magnético para el caso del transformador trifásico con núcleo de tres columnas, es la siguiente:

$$G_{dk}(x) = \left\{ g_{\Sigma F} = \frac{f_{\mathfrak{R}a,k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}a,k})} + \frac{f_{\mathfrak{R}b,k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}b,k})} + \frac{f_{\mathfrak{R}c,k}}{\mathfrak{R}(f_{\mathfrak{R}c,k})} + \frac{f_{\mathfrak{R}dh,k}}{\mathfrak{R}_{dh}} = 0 \right. \quad (6.22)$$

Donde el cuarto término de la ecuación (6.22) representa el camino del flujo no saturable que se cierra a través del aire. En este término también están incluidos de manera proporcional los flujos de dispersión de los acoplamientos magnéticos entre bobinas de la misma columna.

El sistema de ecuaciones no lineal se puede escribir para representar el número n de muestras en un periodo, tal como se expresa a continuación, donde la dimensión del sistema ahora es $7n$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_3 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & & \mathbf{A}_{n-2} & \mathbf{B}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{A}_{n-1} & \mathbf{B}_{n-1} \\ \mathbf{E}_{n,1} & \mathbf{E}_{n,2} & \mathbf{E}_{n,3} & \cdots & \mathbf{E}_{n,n-2} & \mathbf{E}_{n,n-1} & \mathbf{E}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \\ \bar{\mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{x}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{x}}_{n-1} \\ \bar{\mathbf{x}}_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_1 \\ \bar{\mathbf{u}}_2 \\ \bar{\mathbf{u}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{u}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{u}}_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

Como se puede observar el sistema de ecuaciones planteado tanto para el modelo monofásico como el trifásico es el mismo, incluyendo la última fila de la matriz donde se imponen las condiciones de periodicidad. Esto representa la ventaja de usar el mismo algoritmo de resolución de las ecuaciones para ambos modelos. La diferencia radica en el número de ecuaciones que se están considerando. Es decir, los tamaños de las submatrices y subvectores.

Cada elemento \mathbf{A}_k y \mathbf{B}_k de la matriz \mathbf{M} , ahora son submatrices cuadradas de dimensión (7×7) con la estructura siguiente.

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_h & -\mathbf{I}_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_p & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \mathbf{d}_h & -\mathbf{I}_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_p & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{d}_h & -\mathbf{I}_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_p & -1 & 1 \\ 0 & \mathbf{g}_a & 0 & \mathbf{g}_b & 0 & \mathbf{g}_c & \mathbf{g}_d \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} l_h & \mathbf{I}_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_h & \mathbf{I}_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_h & \mathbf{I}_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Como se aplica el mismo método de aproximación numérica de la derivada, al discretizar las ecuaciones del transformador trifásico, los elementos de las submatrices se han ordenado de la siguiente manera.

La submatriz \mathbf{A}_k , contiene todos los términos con subíndice k mientras que la submatriz \mathbf{B}_k , contiene los términos con subíndice $k+1$ de las ecuaciones (6.19 a 6.21). Teniendo en cuenta que ($k = 1, 2, \dots, n$). Cada uno de los elementos de las submatrices contiene los siguientes términos,

$$\mathbf{d}_h = R_p - \frac{L_{dp}}{h} \quad (6.26)$$

$$l_h = \frac{L_{dp}}{h} \quad (6.27)$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{N_p}{h \cdot \Re(f_{\Re a})} \quad ; \quad \mathbf{I}_b = \frac{N_p}{h \cdot \Re(f_{\Re b})} \quad ; \quad \mathbf{I}_c = \frac{N_p}{h \cdot \Re(f_{\Re c})} \quad (6.28)$$

$$\mathbf{g}_a = \frac{1}{\Re(f_{\Re a})} \quad ; \quad \mathbf{g}_b = \frac{1}{\Re(f_{\Re b})} \quad ; \quad \mathbf{g}_c = \frac{1}{\Re(f_{\Re c})} \quad ; \quad \mathbf{g}_d = \frac{1}{\Re_{dh}} \quad (6.29)$$

La fila n de la matriz \mathbf{M} depende del método de periodicidad elegido. En la tabla 6-3 se escriben los valores correspondientes a los elementos $\mathbf{E}_{n,k}$ de esa fila para cada método.

Tabla 6-3	
Método de periodicidad elegido	Elementos de la última fila de la matriz \mathbf{M}
1	$\mathbf{E}_{n,1} = -\mathbf{E}_{n,n} = \mathbf{I}$, y $\mathbf{E}_{n,k} = 0$, para ($k = 2, \dots, n-1$)
2	$\mathbf{E}_{n,k} = \mathbf{I}$, para ($k = 1, \dots, n$)

Los valores de los elementos $\mathbf{E}_{n,k}$ en la última fila de la matriz \mathbf{M} serán expresados por una submatriz diagonal unidad \mathbf{I} . El tamaño de esta submatriz, para el

transformador trifásico, ahora es de (7×7) y su ubicación dependerá de la opción de periodicidad elegida, como se planteó en el modelo monofásico.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Los subvectores $\bar{\mathbf{x}}_k$ tienen dimensiones (7×1) y la estructura siguiente,

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} i_{ma,k} \\ f_{\mathfrak{R}a,k} \\ i_{mb,k} \\ f_{\mathfrak{R}b,k} \\ i_{mc,k} \\ f_{\mathfrak{R}c,k} \\ f_{\mathfrak{R}dh,k} \end{bmatrix} ; \quad \bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \begin{bmatrix} i_{ma,k+1} \\ f_{\mathfrak{R}a,k+1} \\ i_{mb,k+1} \\ f_{\mathfrak{R}b,k+1} \\ i_{mc,k+1} \\ f_{\mathfrak{R}c,k+1} \\ f_{\mathfrak{R}dh,k+1} \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

y el subvector $\bar{\mathbf{u}}_{pk}$, de tensiones es de la forma,

$$\bar{\mathbf{u}}_k = \begin{bmatrix} u_{pa,k} \\ 0 \\ u_{pb,k} \\ 0 \\ u_{pc,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

De esta forma se aprovecha la estructura del algoritmo usada en el desarrollo del modelo del transformador monofásico, donde solo ha cambiado la dimensión de las submatrices y subvectores.

Por tanto, el sistema de ecuaciones no lineal se resuelve igualmente por medio del método numérico de Newton-Raphson iterando hasta converger.

6.4 Obtención de las corrientes de magnetización y *ffm*.

El comportamiento de la caracterización del transformador trifásico conduce a un sistema de $7n$ ecuaciones no lineal similar al del modelo monofásico. Por tanto, este nuevo sistema no lineal puede ser resuelto numéricamente de la misma manera. El método de resolución Newton-Raphson usado en el modelo monofásico, es también usado aquí para resolver iterativamente un sistema lineal de mayor dimensión de la forma,

$$DG(x^{(j)}) \cdot \Delta x^{(j)} = -G(x^{(j)})$$

El método converge cuando se cumple la condición $|G(x)| \leq \epsilon$, donde ϵ es el error admisible impuesto por el usuario, normalmente $\epsilon = 10^{-4}$.

Como la estructuración con submatrices y subvectores para el modelo trifásico permite representar el sistema de ecuaciones con el mismo algoritmo desarrollado en el modelo monofásico, se explica a continuación como están formados los elementos del sistema de ecuaciones no lineal para el modelo trifásico.

La estructura de la matriz trifásica $DG(\mathbf{x})$ es la misma que la del sistema monofásico,

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{B}_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{B}_{n-1} \\ \mathbf{E}_{n,1} & \mathbf{E}_{n,2} & \mathbf{E}_{n,3} & \cdots & \mathbf{E}_{n,n-2} & \mathbf{E}_{n,n-1} & \mathbf{E}_{n,n} \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

Por tanto, similarmente que en el modelo monofásico, las derivadas parciales de esta matriz son de la forma,

$$\mathbf{DG}(\mathbf{x}) = \mathbf{M} + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right) \cdot x \quad (6.34)$$

Donde los elementos \mathbf{C}_k y \mathbf{D}_k de la matriz \mathbf{DG} representan las derivadas parciales de los elementos de la matriz \mathbf{M} , es decir, las derivadas parciales de las funciones expresadas en las ecuaciones (6.28 a 6.30).

$$g_{1a,k}, g_{2a,k}, g_{1b,k}, g_{2b,k}, g_{1c,k}, g_{2c,k}, g_{\Sigma f,k}$$

con respecto a las variables,

$$i_{ma}, i_{mb}, i_{mc}, f_{\Re a}, f_{\Re b}, f_{\Re c}, f_{\Re dh}$$

La última fila de la matriz \mathbf{DG} es la misma que en la matriz \mathbf{M} . Por tanto los elementos \mathbf{C}_k y \mathbf{D}_k de esta matriz tienen la siguiente estructura. Primero los elementos de la submatriz \mathbf{C}_k , por tanto, recordando la forma de la submatriz \mathbf{A}_k de la ecuación (6.24) se tiene,

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_h & -\mathbf{I}_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_p & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \mathbf{d}_h & -\mathbf{I}_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_p & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{d}_h & -\mathbf{I}_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_p & -1 & 1 \\ 0 & \mathbf{g}_a & 0 & \mathbf{g}_b & 0 & \mathbf{g}_c & \mathbf{g}_d \end{bmatrix}$$

La submatriz correspondiente \mathbf{C}_k de derivadas parciales toma la estructura siguiente,

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial i_{ma,k}} & \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial f_{\Re a,k}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_{2a,k}}{\partial i_{ma,k}} & \frac{\partial g_{2a,k}}{\partial f_{\Re a,k}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{2a,k}}{\partial f_{\Re dh,k}} \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial i_{mb,k}} & \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial f_{\Re b,k}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_{2b,k}}{\partial i_{mb,k}} & \frac{\partial g_{2b,k}}{\partial f_{\Re b,k}} & 0 & 0 & \frac{\partial g_{2b,k}}{\partial f_{\Re dh,k}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial i_{mc,k}} & \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial f_{\Re c,k}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{2c,k}}{\partial i_{mc,k}} & \frac{\partial g_{2c,k}}{\partial f_{\Re c,k}} & \frac{\partial g_{2c,k}}{\partial f_{\Re dh,k}} \\ 0 & \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re a,k}} & 0 & \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re b,k}} & 0 & \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re c,k}} & \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re dh,k}} \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Y recordando la forma de la submatriz \mathbf{B}_k de la matriz \mathbf{M} ,

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} l_h & \mathbf{I}_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_h & \mathbf{I}_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_h & \mathbf{I}_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde la submatriz \mathbf{D}_k de derivadas parciales de la matriz \mathbf{DG} tiene la estructura siguiente,

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial i_{ma,k+1}} & \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial f_{\Re a,k+1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial i_{mb,k+1}} & \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial f_{\Re b,k+1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial i_{mc,k+1}} & \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial f_{\Re c,k+1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Los elementos no nulos de la submatrices \mathbf{C}_k y \mathbf{D}_k , resultado de las derivadas parciales de \mathbf{A}_k y \mathbf{B}_k , son descritos a continuación. Primero se escriben los elementos de \mathbf{C}_k ,

$$c_{11} = \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial i_{ma,k}} = \left(R - \frac{L_{dp}}{h} \right)$$

$$c_{12} = \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial f_{\Re a,k}} = - \left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re a,k})} \right) - \left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re a,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re a,k}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re a,k}$$

$$c_{21} = \frac{\partial g_{2a,k}}{\partial i_{ma,k}} = (N_p) \quad ; \quad c_{22} = \frac{\partial g_{2a,k}}{\partial f_{\Re a,k}} = (-1) \quad ; \quad c_{27} = \frac{\partial g_{2a,k}}{\partial f_{\Re dh,k}} = (1)$$

$$c_{33} = c_{55} = c_{11}$$

$$c_{34} = \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial f_{\Re b,k}} = - \left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re b,k})} \right) - \left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re b,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re b,k}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re b,k}$$

$$c_{43} = c_{65} = c_{21}$$

$$c_{56} = \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial f_{\Re c,k}} = - \left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re c,k})} \right) - \left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re c,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re c,k}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re c,k}$$

$$c_{44} = c_{66} = c_{22}$$

$$c_{47} = c_{67} = c_{27}$$

$$c_{72} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re a,k}} = \left(\frac{1}{\Re(f_{\Re a,k})} \right) + \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re a,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re a,k}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re a,k}$$

$$c_{74} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re b,k}} = \left(\frac{1}{\Re(f_{\Re b,k})} \right) + \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re b,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re b,k}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re b,k}$$

$$c_{76} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re c,k}} = \left(\frac{1}{\Re(f_{\Re c,k})} \right) + \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re c,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re c,k}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re c,k}$$

$$c_{77} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re dh,k}} = \left(\frac{1}{\Re_{dh,k}} \right)$$

Y los elementos no nulos de la submatriz \mathbf{D}_k son los siguientes,

$$d_{11} = \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial i_{ma,k+1}} = \left(\frac{L_{dp}}{h} \right)$$

$$d_{12} = \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial f_{\Re a,k+1}} = \left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re a,k+1})} \right) + \left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re a,k+1} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re a,k+1}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re a,k+1}$$

$$d_{34} = \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial f_{\Re b,k+1}} = \left(\frac{N_p}{h\Re(f_{\Re b,k+1})} \right) + \left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re b,k+1} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re b,k+1}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re b,k+1}$$

$$d_{56} = \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial f_{\Re c,k+1}} = \left(\frac{N_p}{h\Re(f_{\Re c,k+1})} \right) + \left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re c,k+1} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re c,k+1}))}{\mathbf{e}} \right) \cdot f_{\Re c,k+1}$$

$$d_{33} = d_{55} = d_{11}$$

Puede observarse que las derivadas parciales de la mayoría de los elementos de \mathbf{C}_k y \mathbf{D}_k son similares a los términos de las submatrices \mathbf{A}_k y \mathbf{B}_k respectivamente a excepción de aquellos que se derivan con respecto a $(f_{\Re,k})$ y $(f_{\Re,k+1})$. Los elementos derivados con respecto a las f_{mm} dan a la submatriz \mathbf{C}_k la forma de $\mathbf{A}_k + \mathbf{DA}_k$ y a la submatriz \mathbf{D}_k la forma de $\mathbf{B}_k + \mathbf{DB}_k$.

Es decir, \mathbf{C}_k se forma con la expresión siguiente,

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{27} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & a_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} & a_{67} \\ 0 & a_{72} & 0 & a_{74} & 0 & a_{76} & a_{77} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a'_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a'_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a'_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a'_{72} & 0 & a'_{74} & 0 & a'_{76} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Donde los términos de \mathbf{C}_k formados de dos componentes $c = a + a'$, siendo $a' = \mathbf{DA}_k$, se reescriben a continuación,

$$c_{12} = \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial f_{\Re a,k}} = - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h\Re(f_{\Re a,k})} \right)}_{a_{12}} - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re a,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re a,k}))}{\mathbf{e}} \right)}_{a'_{12}} \cdot f_{\Re a,k} \quad (6.38)$$

$$c_{34} = \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial f_{\Re b,k}} = - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re b,k})} \right)}_{a_{34}} - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h} \right)}_{a_{34}} \cdot \underbrace{\left(\frac{(1/\Re(f_{\Re b,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re b,k}))}{\mathbf{e}} \right)}_{a_{34}} \cdot f_{\Re b,k} \quad (6.39)$$

$$c_{56} = \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial f_{\Re c,k}} = - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re c,k})} \right)}_{a_{56}} - \underbrace{\left(\frac{N_p}{h} \right)}_{a_{56}} \cdot \underbrace{\left(\frac{(1/\Re(f_{\Re c,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re c,k}))}{\mathbf{e}} \right)}_{a_{56}} \cdot f_{\Re c,k} \quad (6.40)$$

$$c_{72} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re a,k}} = \underbrace{\left(\frac{1}{\Re(f_{\Re a,k})} \right)}_{a_{72}} + \underbrace{\left(\frac{(1/\Re(f_{\Re a,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re a,k}))}{\mathbf{e}} \right)}_{a_{72}} \cdot f_{\Re a,k} \quad (6.41)$$

$$c_{74} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re b,k}} = \underbrace{\left(\frac{1}{\Re(f_{\Re b,k})} \right)}_{a_{74}} + \underbrace{\left(\frac{(1/\Re(f_{\Re b,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re b,k}))}{\mathbf{e}} \right)}_{a_{74}} \cdot f_{\Re b,k} \quad (6.42)$$

$$c_{76} = \frac{\partial g_{\Sigma f,k}}{\partial f_{\Re c,k}} = \underbrace{\left(\frac{1}{\Re(f_{\Re c,k})} \right)}_{a_{76}} + \underbrace{\left(\frac{(1/\Re(f_{\Re c,k} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re c,k}))}{\mathbf{e}} \right)}_{a_{76}} \cdot f_{\Re c,k} \quad (6.43)$$

Y la submatriz \mathbf{D}_k que contiene los términos $k+1$, se forma de la expresión siguiente,

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{55} & b_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b'_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b'_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b'_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

Donde los términos de \mathbf{D}_k formados de dos componentes $d = b + b'$, siendo $b' = \mathbf{DB}_k$, se reescriben a continuación,

$$d_{12} = \frac{\partial g_{1a,k}}{\partial f_{\Re a,k+1}} = \underbrace{\left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re a,k+1})} \right)}_{b_{12}} + \underbrace{\left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re a,k+1} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re a,k+1}))}{\mathbf{e}} \right)}_{b'_{12}} \cdot f_{\Re a,k+1} \quad (6.45)$$

$$d_{34} = \frac{\partial g_{1b,k}}{\partial f_{\Re b,k+1}} = \underbrace{\left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re b,k+1})} \right)}_{b_{34}} + \underbrace{\left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re b,k+1} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re b,k+1}))}{\mathbf{e}} \right)}_{b'_{34}} \cdot f_{\Re b,k+1} \quad (6.46)$$

$$d_{56} = \frac{\partial g_{1c,k}}{\partial f_{\Re c,k+1}} = \underbrace{\left(\frac{N_p}{h \Re(f_{\Re c,k+1})} \right)}_{b_{56}} + \underbrace{\left(\frac{N_p}{h} \right) \cdot \left(\frac{(1/\Re(f_{\Re c,k+1} + \mathbf{e})) - (1/\Re(f_{\Re c,k+1}))}{\mathbf{e}} \right)}_{b'_{56}} \cdot f_{\Re c,k+1} \quad (6.47)$$

Por último, los vectores del sistema de ecuaciones son, el vector de incógnitas formado por subvectores,

$$\Delta \bar{\mathbf{x}}^{(j)} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \bar{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1^{(j+1)} \\ \bar{\mathbf{x}}_2^{(j+1)} \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{x}}_n^{(j+1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1^{(j)} \\ \bar{\mathbf{x}}_2^{(j)} \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{x}}_n^{(j)} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

y cada subvector incógnita, de longitud 7 es

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} i_{ma,k} \\ f_{\mathcal{R}a,k} \\ i_{mb,k} \\ f_{\mathcal{R}b,k} \\ i_{mc,k} \\ f_{\mathcal{R}c,k} \\ f_{\mathcal{R}dh,k} \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

La función es también un vector de longitud $7n$ el cual está formado por n subvectores de longitud 7,

$$-\bar{\mathbf{G}}(x^{(j)}) = - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}_1(x^{(j)}) \\ \bar{\mathbf{G}}_2(x^{(j)}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{G}}_{n-1}(x^{(j)}) \\ \bar{\mathbf{G}}_n(x^{(j)}) \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

En cada subvector $\overline{\overline{\mathbf{G}}}_k$ está formado por las ecuaciones (6.26 a 6.29) del transformador trifásico,

$$-\overline{\overline{\mathbf{G}}}_k(x^{(j)}) = \begin{bmatrix} -g_{a1,k}(x^{(j)}) \\ -g_{a2,k}(x^{(j)}) \\ -g_{b1,k}(x^{(j)}) \\ -g_{b2,k}(x^{(j)}) \\ -g_{c1,k}(x^{(j)}) \\ -g_{c2,k}(x^{(j)}) \\ -g_{\Sigma f,k}(x^{(j)}) \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

Como se trata del mismo algoritmo empleado en transformador monofásico, donde lo que ha cambiado son las dimensiones del sistema de ecuaciones $7n$.

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{D}_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{D}_2) & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & & 1 & (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\mathbf{D}_{n-2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\mathbf{D}_{n-1}) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mathbf{q}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta \mathbf{x}}_1 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_2 \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-2} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_{n-1} \\ \overline{\Delta \mathbf{x}}_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_1^{-1}\overline{\overline{\mathbf{G}}}_1) \\ (\mathbf{C}_2^{-1}\overline{\overline{\mathbf{G}}}_2) \\ (\mathbf{C}_3^{-1}\overline{\overline{\mathbf{G}}}_3) \\ \vdots \\ \vdots \\ (\mathbf{C}_{n-2}^{-1}\overline{\overline{\mathbf{G}}}_{n-2}) \\ (\mathbf{C}_{n-1}^{-1}\overline{\overline{\mathbf{G}}}_{n-1}) \\ \overline{\mathbf{e}}_n \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

La resolución del sistema se efectúa de la misma forma que el sistema monofásico. Es decir, se obtiene un sistema equivalente con una matriz triangular de coeficientes para emular la matriz en dos vectores y posteriormente se resuelve por sustitución inversa.

Como este procedimiento para resolver el sistema lineal ya ha sido explicado en el modelo monofásico, no se repetirá para el caso trifásico.

6.5 Validación del modelo contra ensayos de laboratorio

En esta sección se comparan las simulaciones del modelo del transformador trifásico con saturación contra las medidas realizadas en los laboratorios MIMAVEN al transformador trifásico de 60 kVA en vacío. Los niveles de tensión trifásica aplicada en los ensayos que se realizaron son: 380, 450 y 500 Vrms (L-L). Los ensayos se realizaron primero, excitando el devanado de alta tensión en Y-y en vacío y posteriormente con conexión Yn-y en vacío.

En las figuras siguientes se comparan las corrientes de magnetización medidas en cada bobina del devanado excitado. En todos los casos, las gráficas en color negro representan la corriente medida en el ensayo correspondiente y las de color diferente son las gráficas de corriente de magnetización obtenidas de la simulación del transformador.

Para la representación gráfica de estas medidas y simulaciones en una misma figura, se han capturado las formas de onda medidas en el osciloscopio y las gráficas de salidas del programa de simulación. Se han desarrollado varios programas gráficos en código Matlab para poder comparar las medidas y las simulaciones en un mismo plano.

Las figuras 6-5 a 6-7 comparan medidas de laboratorio contra los resultados de la simulación del modelo con el algoritmo directo con una excitación a la tensión nominal teniendo el secundario abierto, para una discretización de 100 puntos y otra de 400.

Las figuras 6-8 a 6-10 muestran la comparación de las corrientes de magnetización medidas y simuladas para una saturación de 1,8 p.u. y en las figuras 6-11 a 6-13 se muestran los resultados para una saturación de 1,32 p.u. en conexión Y-n. Las figuras 6-14 a 6-16, 6-17 a 19 y 6-20 a 6-22 muestran los resultados obtenidos para las tensiones 380, 450 y 500 Vrms L-L respectivamente con conexión Yn-y con el secundario en circuito abierto.

6.5.1 Validación del modelo. 380 Vrms (L-L), Y-y en vacío

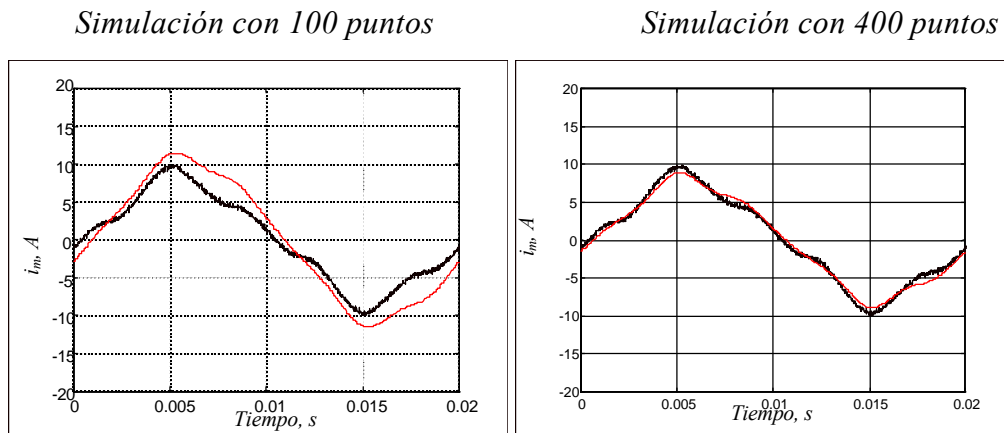


Fig. 6-5 Corriente de magnetización de la fase A, excitación trifásica, 380 Vrms Y-y en vacío.

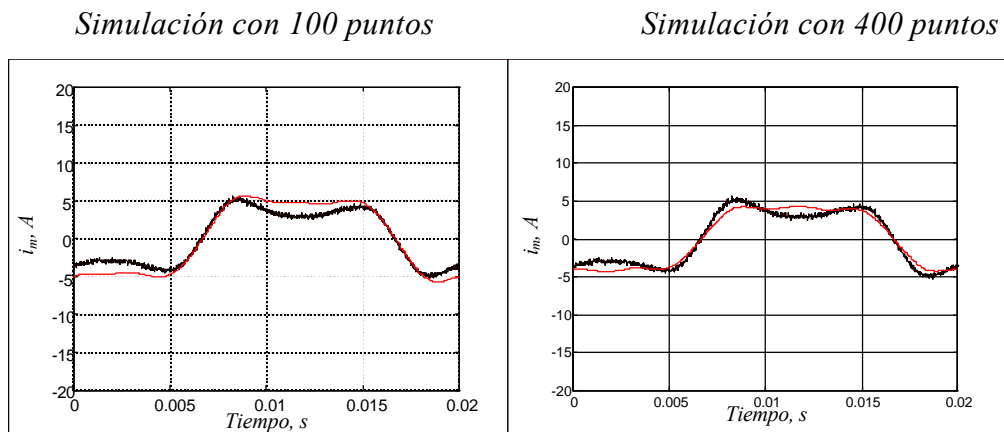


Fig. 6-6 Corriente de magnetización de la fase B, excitación trifásica, 380 Vrms Y-y en vacío.

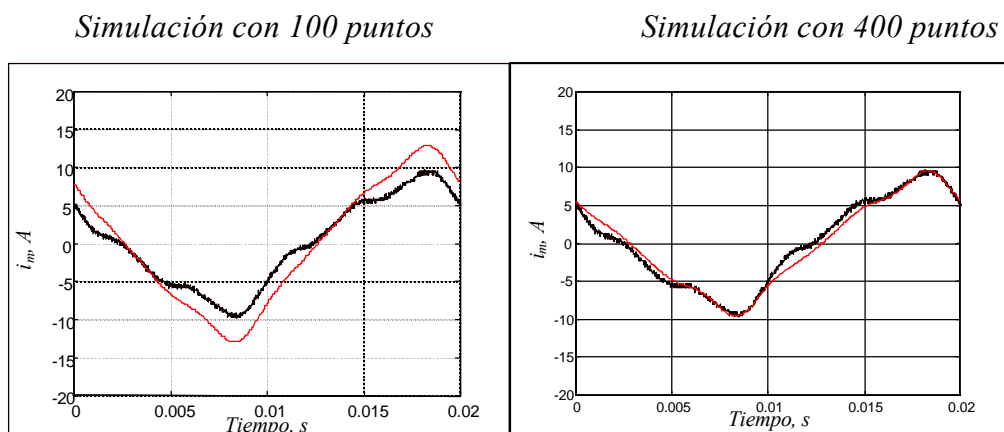


Fig. 6-7 Corriente de magnetización de la fase C, excitación trifásica, 380 Vrms Y-y en vacío.

6.5.2 Validación del modelo. 450 Vrms (L-L), Y-y en vacío

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

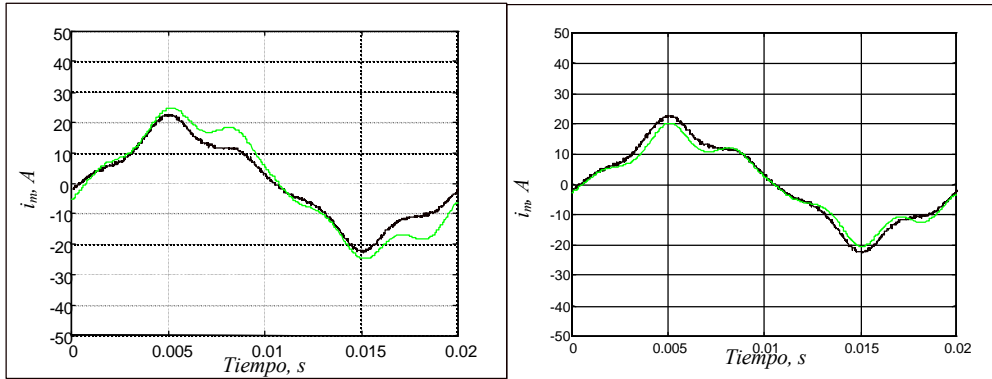


Fig. 6-8 Corriente de magnetización de la fase A, excitación trifásica, 450 Vrms Y-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

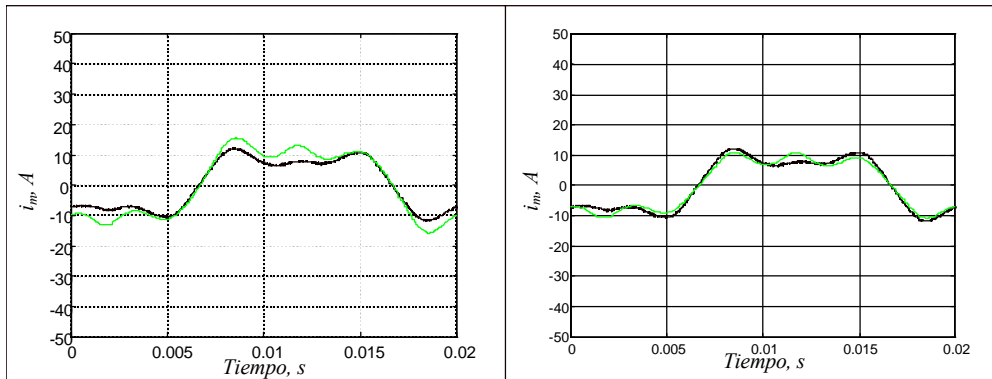


Fig. 6-9 Corriente de magnetización de la fase B, excitación trifásica, 450 Vrms Y-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

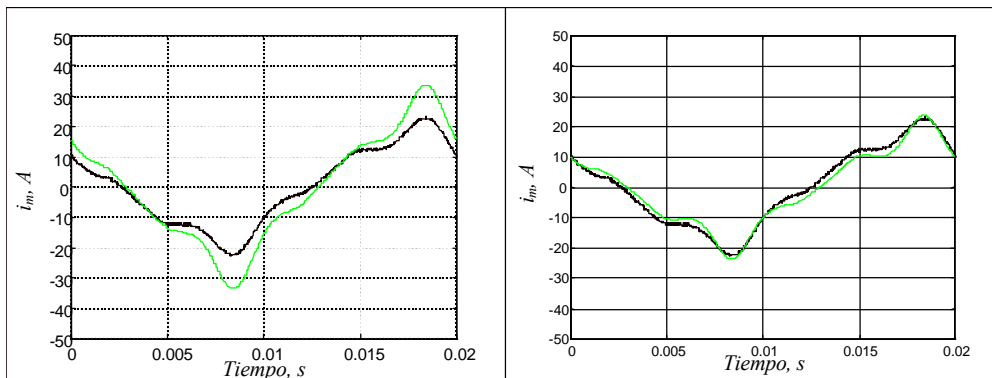


Fig. 6-10 Corriente de magnetización de la fase C, excitación trifásica, 450 Vrms Y-y en vacío.

6.5.3 Validación del modelo. 500 Vrms (L-L), Y-y en vacío

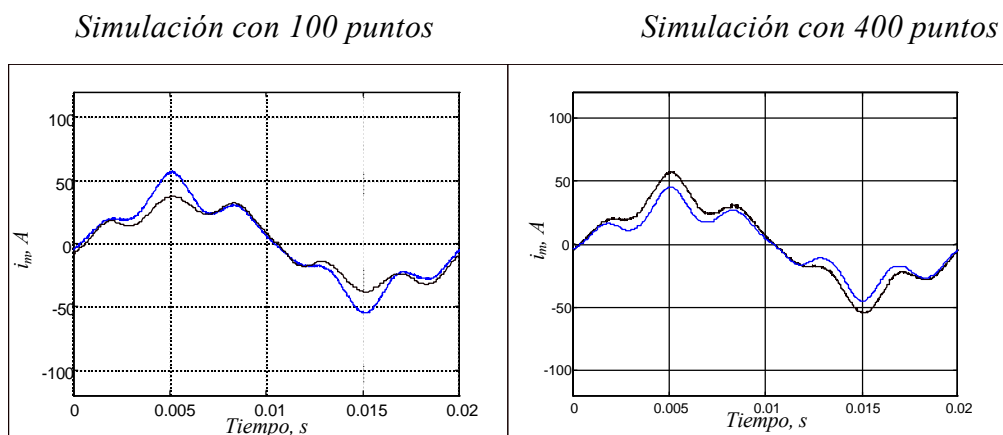


Fig. 6-11 Corriente de magnetización de la fase A, excitación trifásica, 500 Vrms Y-y en vacío.

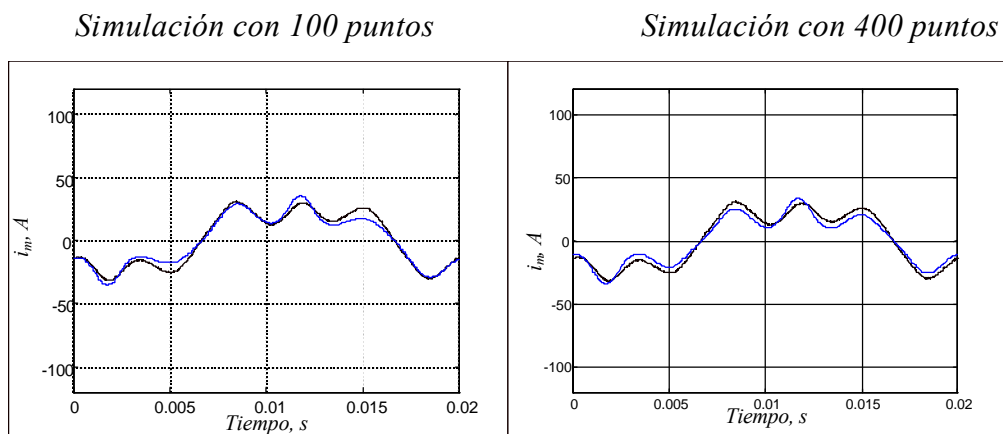


Fig. 6-12 Corriente de magnetización de la fase B, excitación trifásica, 500 Vrms Y-y en vacío.

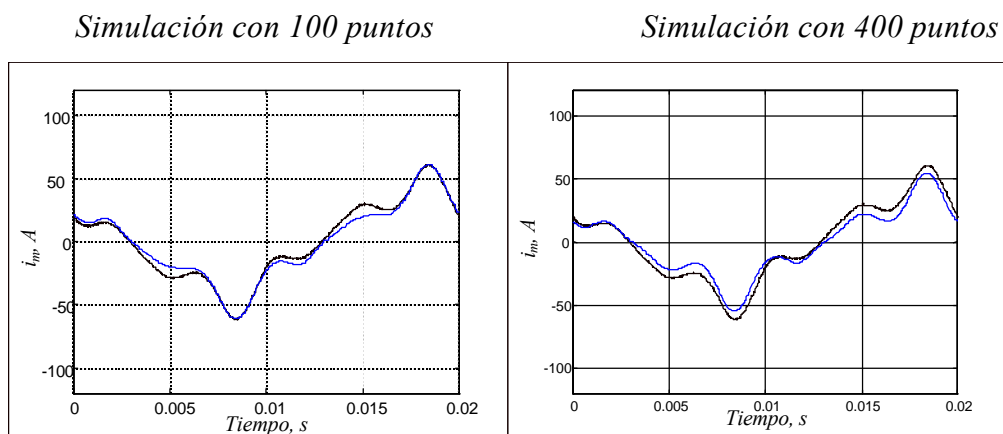


Fig. 6-13 Corriente de magnetización de la fase C, excitación trifásica, 500 Vrms Y-y en vacío.

6.5.4 Validación del modelo. 380 Vrms (L-L), Yn-y en vacío

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

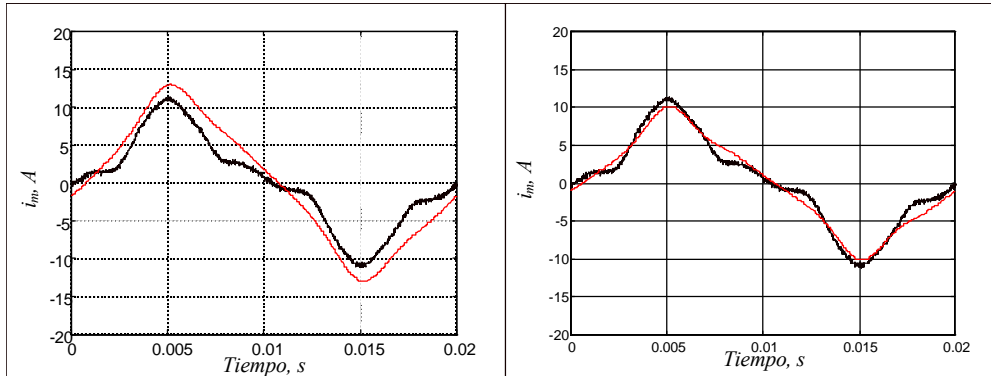


Fig. 6-14 Corriente de magnetización de la fase A, excitación trifásica, 380 Vrms Yn-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

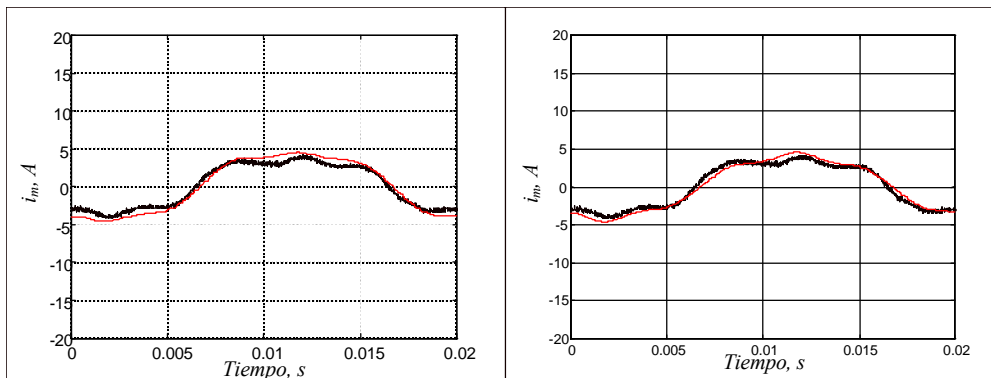


Fig. 6-15 Corriente de magnetización de la fase B, excitación trifásica, 380 Vrms Yn-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

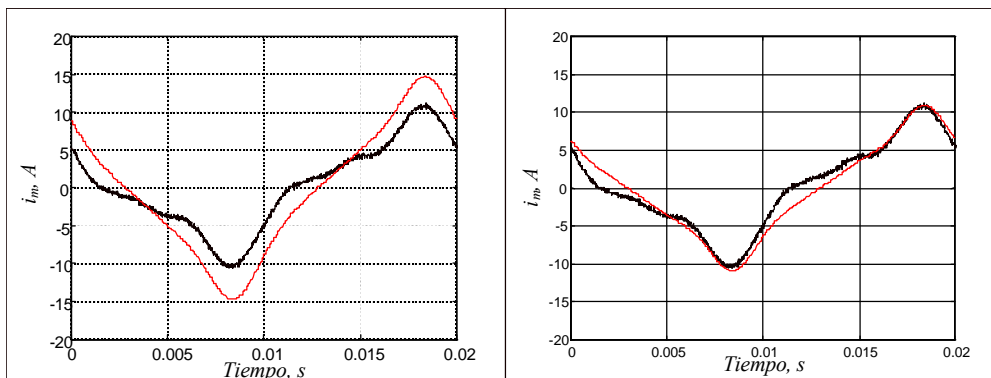


Fig. 6-16 Corriente de magnetización de la fase C, excitación trifásica, 380 Vrms Yn-y en vacío.

6.5.5 Validación del modelo. 450 Vrms (L-L), Yn-y en vacío

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

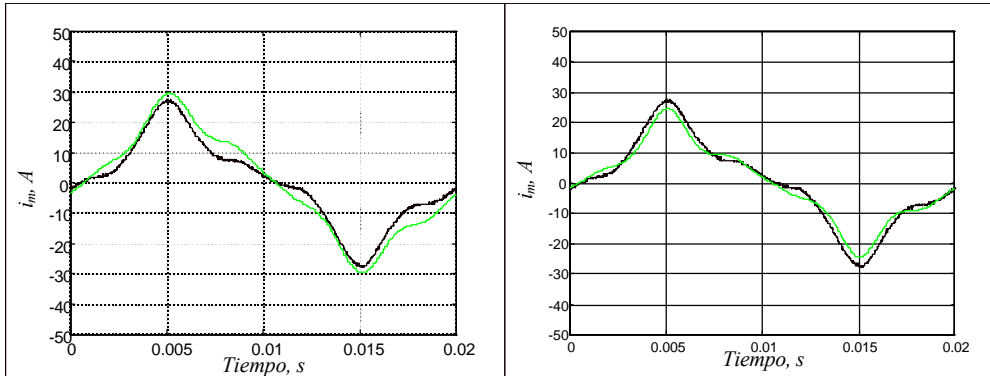


Fig. 6-17 Corriente de magnetización de la fase A, excitación trifásica, 450 Vrms Yn-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

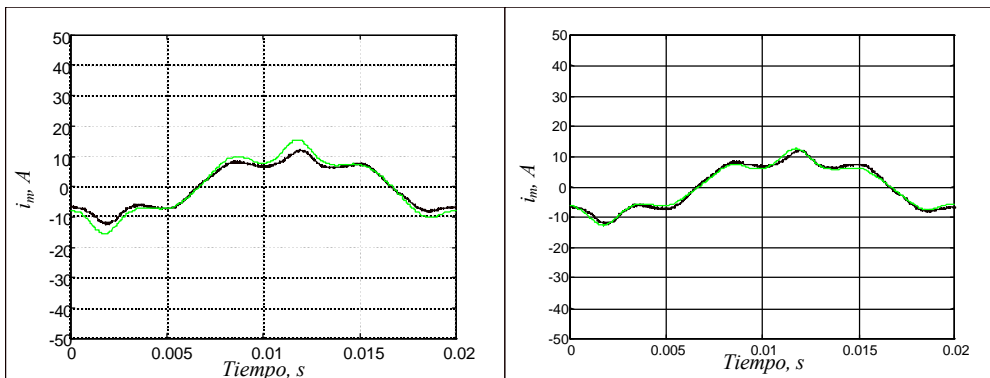


Fig. 6-18 Corriente de magnetización de la fase B, excitación trifásica, 450 Vrms Yn-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

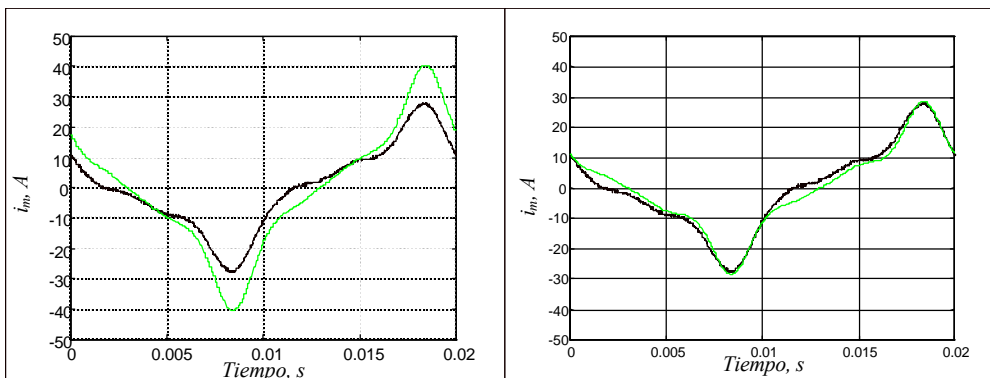


Fig. 6-19 Corriente de magnetización de la fase C, excitación trifásica, 450 Vrms Yn-y en vacío.

6.5.6 Validación del modelo. 500 Vrms (L-L), Yn-y en vacío

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

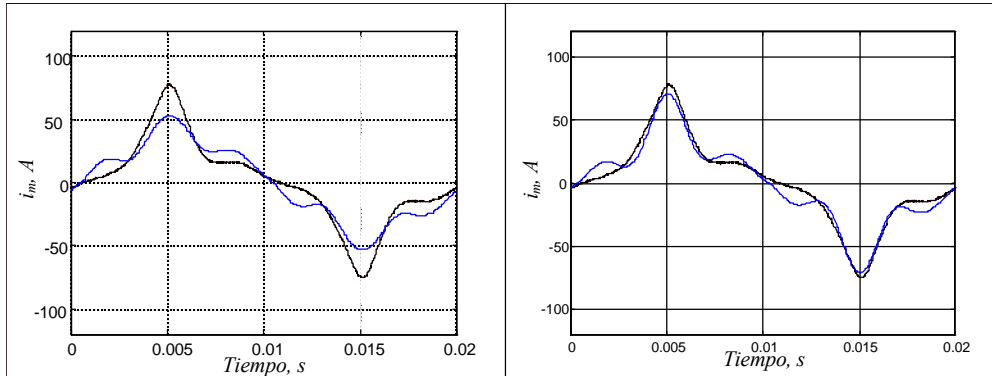


Fig. 6-20 Corriente de magnetización de la fase A, excitación trifásica, 500 Vrms Yn-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

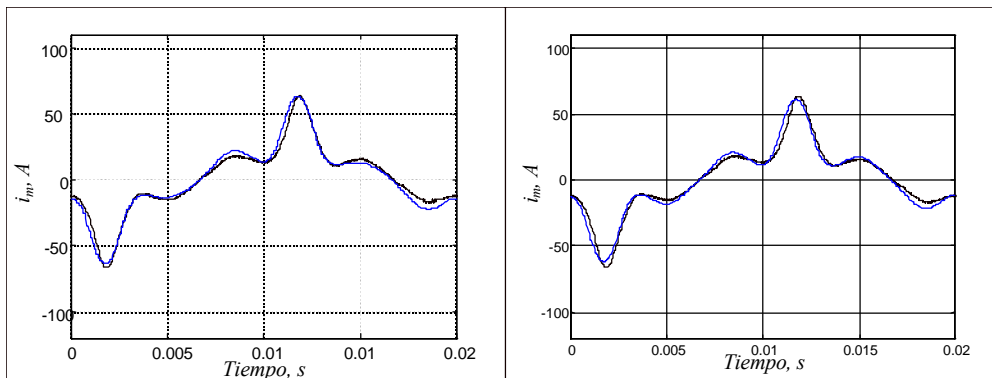


Fig. 6-21 Corriente de magnetización de la fase B, excitación trifásica, 500 Vrms Yn-y en vacío.

Simulación con 100 puntos

Simulación con 400 puntos

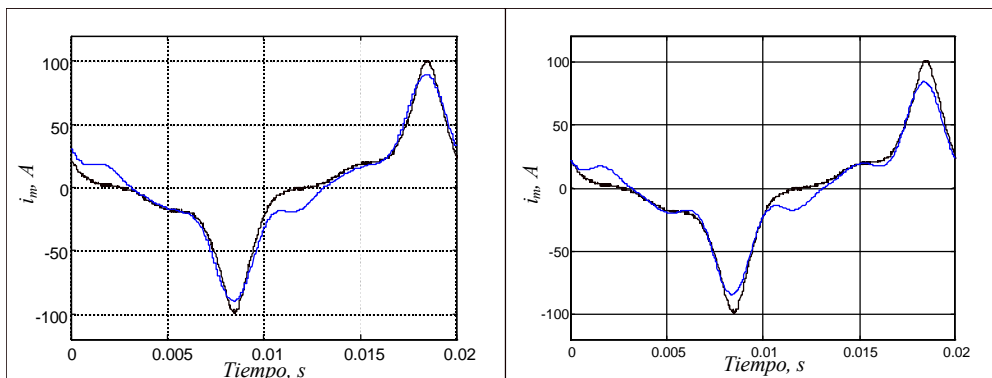


Fig. 6-22 Corriente de magnetización de la fase C, excitación trifásica, 500 Vrms Yn-y en vacío.

En las figuras anteriores se puede ver la diferencia de las simulaciones del modelo para dos dimensiones del vector de corriente. Esto se puede aumentar y disminuir para tener menor o mayor precisión.

Los vectores de corriente de magnetización obtenidos con este algoritmo, pueden ser directamente utilizados en programas de análisis de armónicos. Se presenta a continuación el contenido armónico de las tres corrientes vistas anteriormente, donde se muestra la amplitud en p.u. de los armónicos característicos.

6.5.7 Distorsión armónica de corriente para la excitación trifásica de 500 Vrms (L-L), Yn-y en vacío

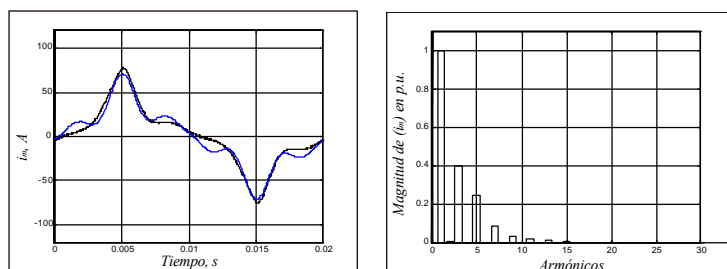


Fig. 6-23 Contenido armónico de la corriente de magnetización de la fase A, 500 Vrms Yn-y en vacío.

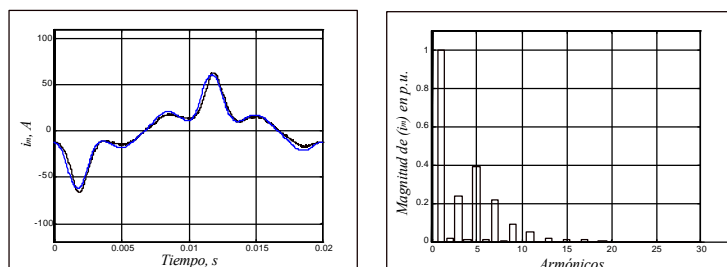


Fig. 6-24 Contenido armónico de la corriente de magnetización de la fase B, 500 Vrms Yn-y en vacío.

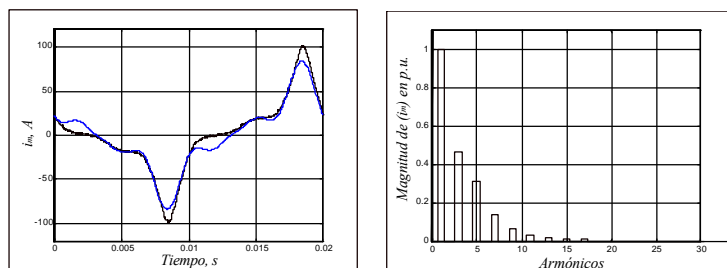


Fig. 6-25 Contenido armónico de la corriente de magnetización de la fase C, 500 Vrms Yn-y en vacío.

Para finalizar, las simulaciones obtenidas con el modelo del transformador trifásico en régimen permanente directo desarrollado en el programa FORTRAN, se compara contra las simulaciones del modelo desarrollado en el programa PSpice visto en el capítulo 4.

Con esta comparación se puede ver la rapidez de la obtención de las corrientes de magnetización en régimen permanente directo, mientras que la solución obtenida con el modelo desarrollado en el programa de resolución de transitorios puede llevar un tiempo considerable.

6.6 Comparación de las simulaciones del modelo obtenidas en PSpice y el algoritmo de resolución directa

Las figuras siguientes muestran las soluciones de las simulaciones del modelo de transformador trifásico desarrollados en los dos programas PSpice y el algoritmo de resolución directa del régimen permanente desarrollado en lenguaje FORTRAN. Se presentan seis ejemplos comparativos donde se varía la cantidad de puntos de los vectores de corriente de magnetización obtenidos con el algoritmo directo.

Las corrientes obtenidas en las simulaciones del modelo en PSpice se comparan contra las simulaciones del algoritmo directo para tres números de puntos diferentes, 200, 500 y 1000. La comparación de los dos modelos, primero se hace con el caso de saturación trifásica a 500 Vrms (L-L), Y-y en vacío. Posteriormente con la conexión Yn-y en vacío. En las comparaciones se puede apreciar el tiempo que tarda el programa PSpice para obtener la solución del régimen permanente de las corrientes de magnetización.

En cambio, el programa de resolución directa del régimen permanente llega a la solución en un número de iteraciones del orden de 5 a 9 dependiendo del número de puntos de discretización.

6.6.1 Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 200 puntos)

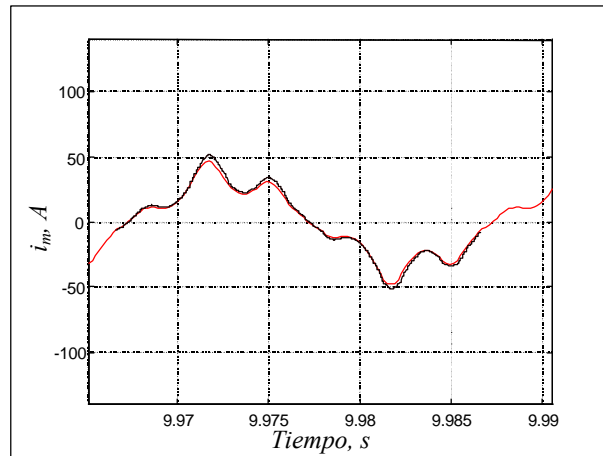


Fig. 6-26 Corriente de magnetización de la fase A

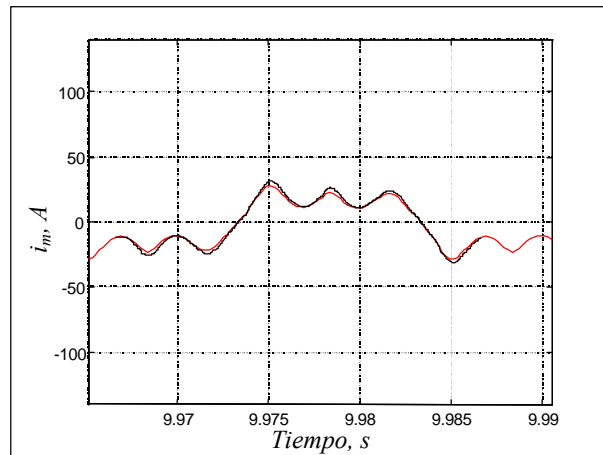


Fig. 6-27 Corriente de magnetización de la fase B

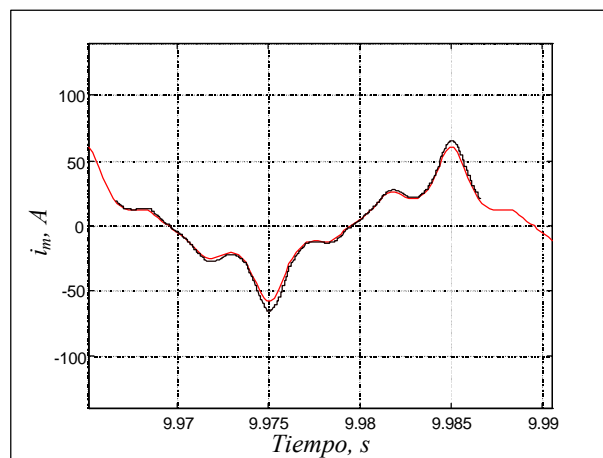


Fig. 6-28 Corriente de magnetización de la fase C

6.6.2 Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 500 puntos)

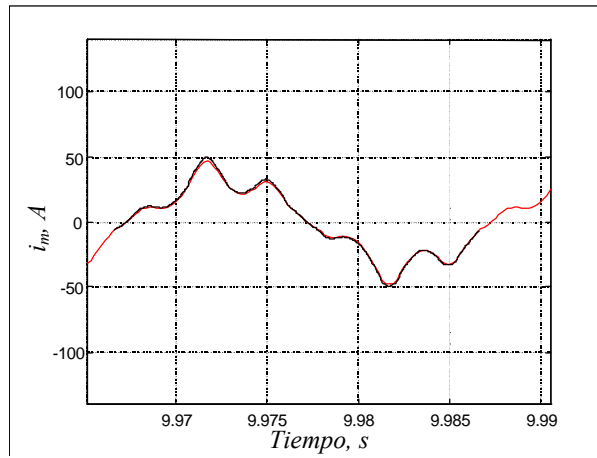


Fig. 6-29 Corriente de magnetización de la fase A

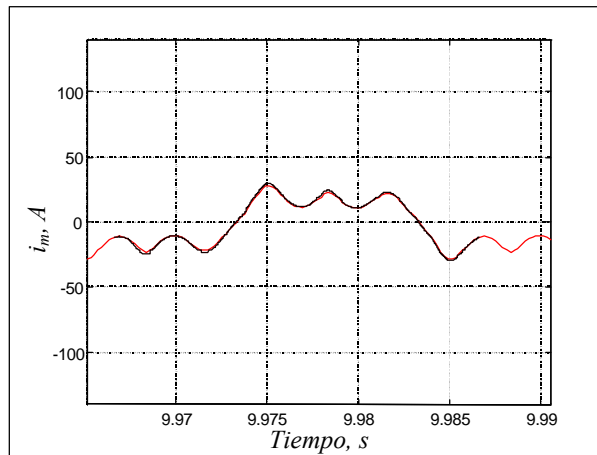


Fig. 6-30 Corriente de magnetización de la fase B

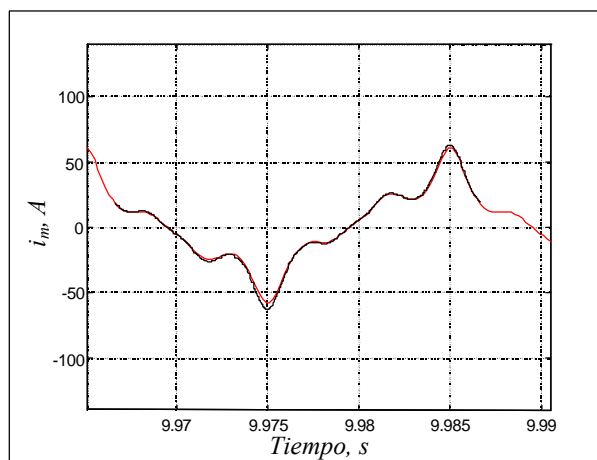


Fig. 6-31 Corriente de magnetización de la fase C

6.6.3 Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 1000 puntos)

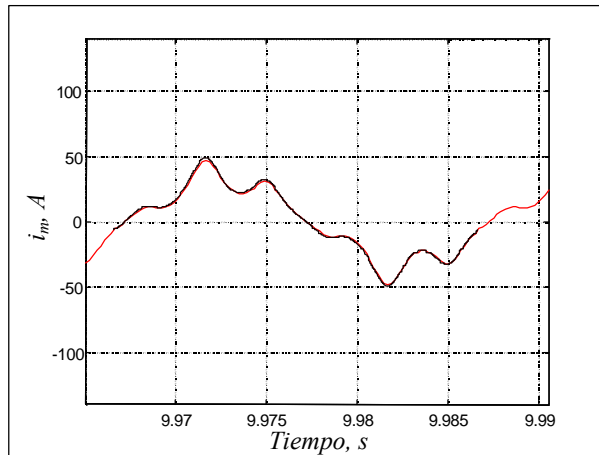


Fig. 6-32 Corriente de magnetización de la fase A

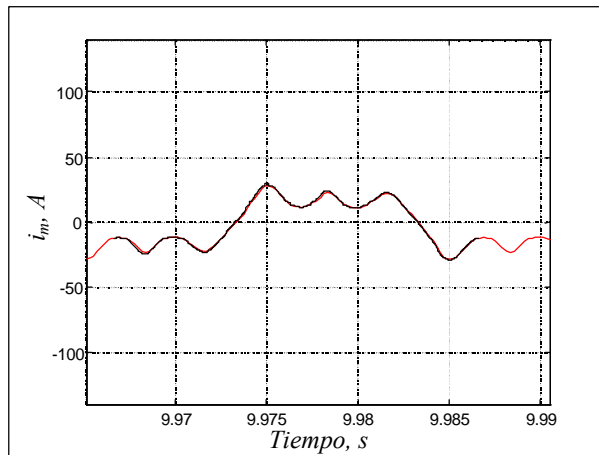


Fig. 6-33 Corriente de magnetización de la fase B

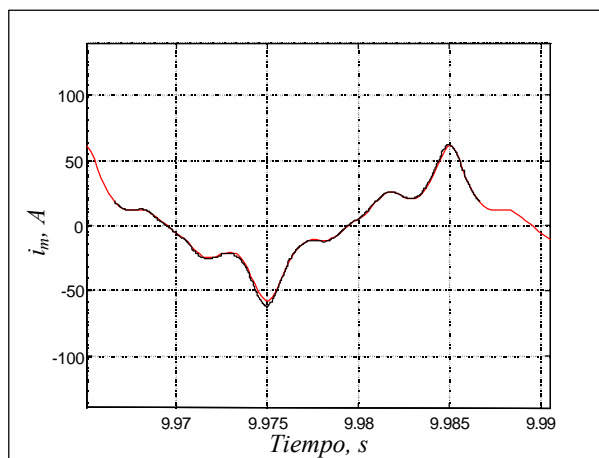


Fig. 6-34 Corriente de magnetización de la fase C

De las figuras anteriores puede verse como influye la cantidad de puntos en que se discreticen las ecuaciones del transformador trifásico. Sin embargo, no se aprecia una diferencia significativa cuando se comparan las simulaciones con pocos puntos. El listado del algoritmo de resolución directa del régimen permanente directo desarrollado en código FORTRAN, se presentan en el apéndice B.

Las figuras siguientes muestran los resultados de las simulaciones del algoritmo directo y del programa PSpice, para el caso de la excitación del devanado de alta tensión conectado en Y_n -y con el lado de baja tensión en vacío. La excitación de 500 Vrms L-L representa una sobretensión de 1,32 p.u. en el transformador de 60 kVA.

En las figuras siguientes puede verse que la solución de la simulación del modelo en el programa PSpice alcanza la solución en casi 10 segundos. Es el tiempo que ha tardado en alcanzar el régimen permanente. También se observa que se ha dibujado poco más de un periodo para poder comparar con el periodo que se obtiene del algoritmo directo.

Para la comparación de estas simulaciones, se han realizado programas de lectura de datos de los archivos de salida de los programas usados y se han graficado simultáneamente usando el programa MATLAB.

Asimismo, los puntos obtenidos del programa pueden ser usados en un programa de análisis de flujos de cargas con armónicos. Esto, es uno de los objetivos del presente trabajo, ya que el modelo del transformador trifásico con núcleo de tres columnas en saturación, será una librería la cual se integrará a un programa modular para análisis de flujos de carga con armónicos, el cual contendrá otros modelos de cargas no lineales.

6.6.4 Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 200 puntos)

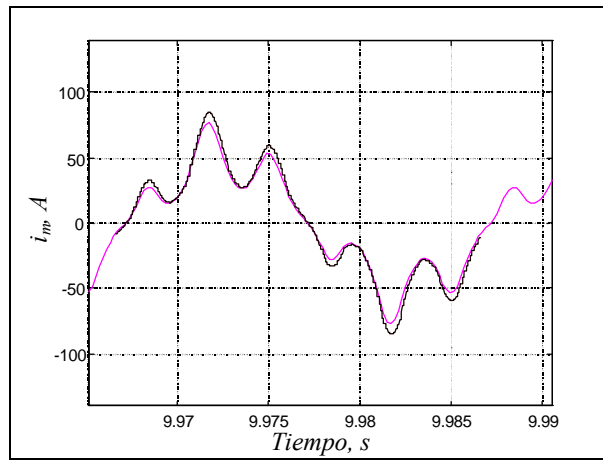


Fig. 6-35 Corriente de magnetización de la fase A

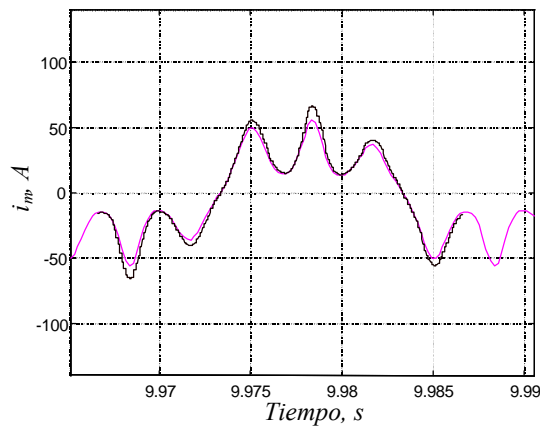


Fig. 6-36 Corriente de magnetización de la fase B

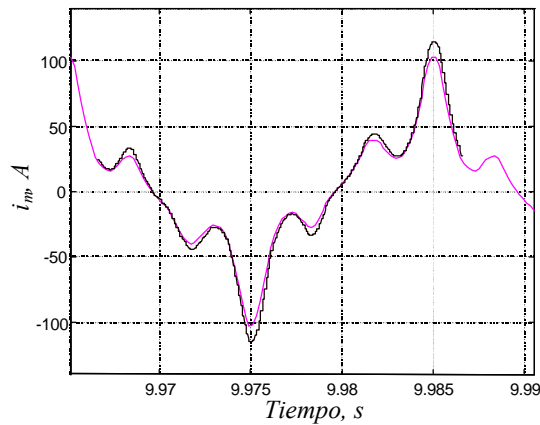


Fig. 6-37 Corriente de magnetización de la fase C

6.6.5 Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 500 puntos)

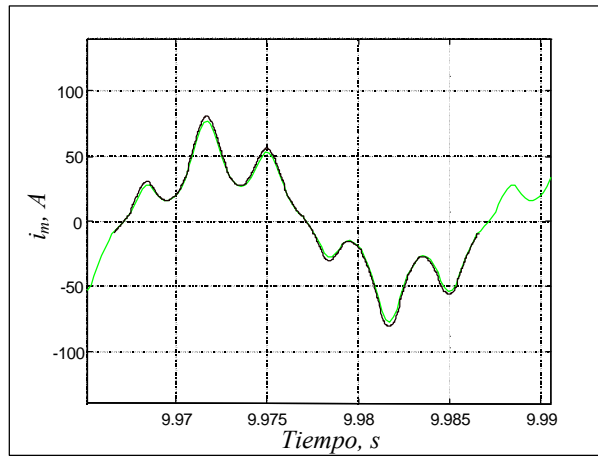


Fig. 6-38 Corriente de magnetización de la fase A

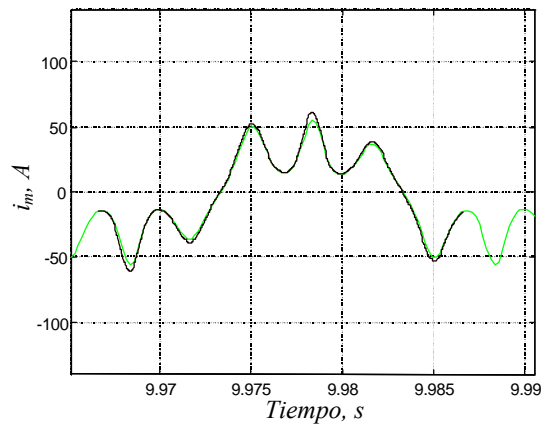


Fig. 6-39 Corriente de magnetización de la fase B

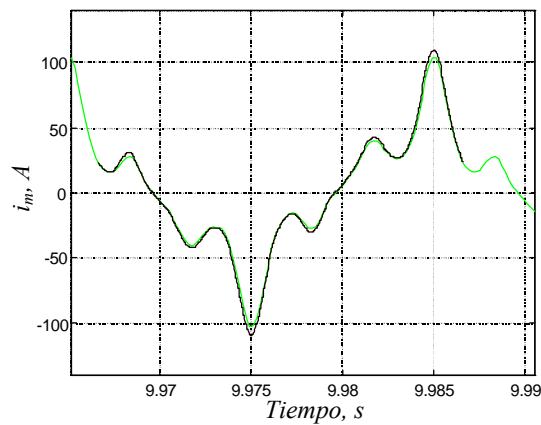


Fig. 6-40 Corriente de magnetización de la fase C

6.6.6 Solución de modelo PSpice y algoritmo directo (con 1000 puntos)

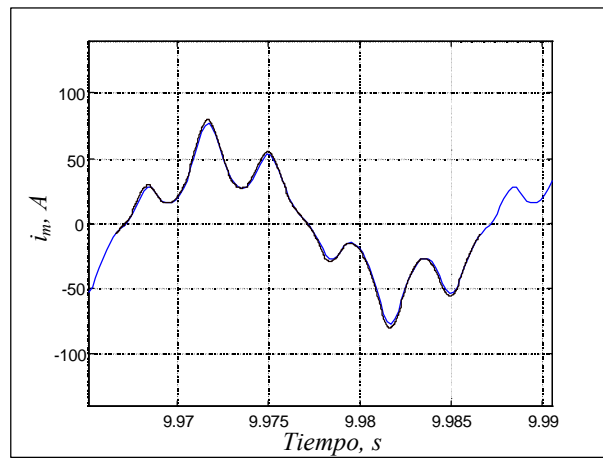


Fig. 6-41 Corriente de magnetización de la fase A

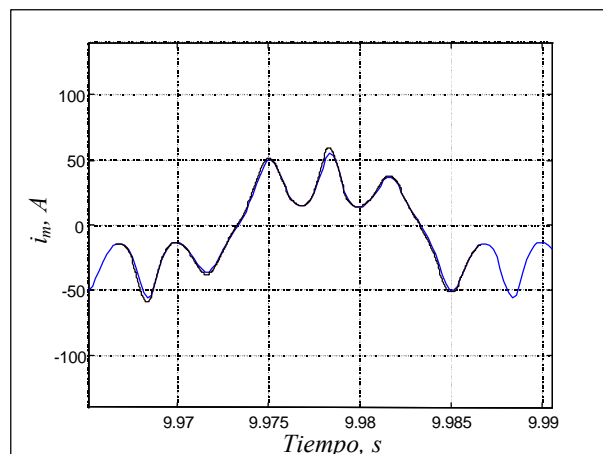


Fig. 6-42 Corriente de magnetización de la fase B

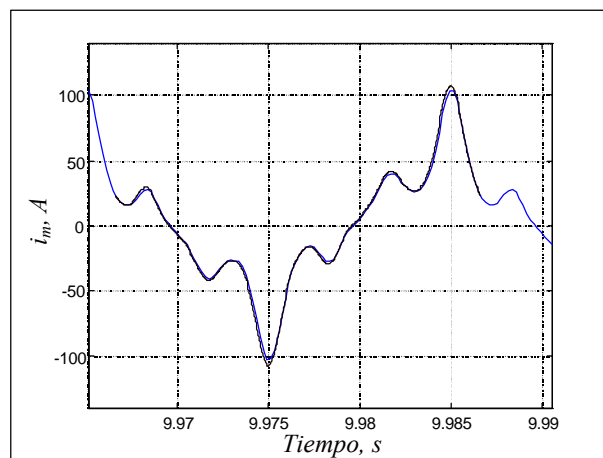


Fig. 6-43 Corriente de magnetización de la fase C

En esta sección se ha comparado la solución del modelo con el programa PSpice y el algoritmo de solución directa. La simulación del modelo del transformador trifásico con saturación, se ha realizado con una excitación trifásica en el devanado de alta tensión de 500 Vrms (L-L). La conexión del devanado excitado es Yn–y con el secundario en vacío.

En las comparaciones se puede apreciar el tiempo que tarda el programa PSpice para obtener la solución, mientras que el algoritmo resuelve directamente un periodo de 50 Hz, de las corrientes de magnetización.

El eje de tiempo de la solución del algoritmo es de 0 a 0,02 segundos, es decir, un periodo de tiempo para 50 Hz. Sin embargo, para realizar la comparación, esta gráfica se ha superpuesto a la solución del programa PSpice y se ha mantenido el eje de tiempo de este último para comparar la diferencia.

Se han comparado los resultados de la simulación del programa PSpice contra los resultados de la simulación con el algoritmo directo con tres números diferentes de puntos considerados en la discretización (200, 500 y 1000). Esto permite comparar el propio algoritmo numérico, cuando se aumenta la dimensión n del sistema de ecuaciones ($7n \times 7n$).

Capítulo 7

Conclusiones

7.1 Conclusiones y aportaciones

Los resultados del presente trabajo han sido una combinación de una aportación teórica y un trabajo experimental. La parte teórica consiste en una modelización completa y a la vez sencilla, del fenómeno electromagnético del transformador en el caso de saturación.

El trabajo experimental ha sido indispensable porque ha permitido el diseño conceptual, y además desarrollar, ajustar y validar los modelos presentados. Los resultados más relevantes de este trabajo son los siguientes:

1. La modelización del transformador ha sido realizada bajo la idea de una formulación sencilla y que sus parámetros necesarios sean fáciles de obtener en laboratorio, sin necesidad de parámetros constructivos o de diseño que solo pueda proporcionar el fabricante.
2. Se ha desarrollado un procedimiento de medidas de laboratorio para la obtención de los parámetros necesarios para caracterizar el transformador trifásico de tres columnas.
3. Entre los diferentes modelos de curvas de magnetización estudiados, se ha elegido una curva del tipo an-histéresis para representar la no linealidad de la saturación del núcleo. Esta curva ha permitido un ajuste final del modelo de forma cómoda y sencilla.
4. Se han desarrollado ensayos en cuatro transformadores trifásicos de tres columnas del tipo seco. Tres de ellos son de una potencia de 7,5 kVA, dos pertenecen al laboratorio del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UPC y uno al laboratorio de la empresa SALICRU. El cuarto transformador es de una potencia de 60 kVA y las medidas se realizaron en los laboratorios de la empresa MIMAVEN.

5. Los modelos propuestos del transformador monofásico y trifásico han sido implementados inicialmente en el programa de simulación PSpice. La modelización por medio de esta herramienta fue realizada en paralelo con los ensayos de laboratorio para ajustar el modelo.
6. Los resultados de las simulaciones del modelo que se han presentado en este trabajo, demuestran gran concordancia con las medidas de laboratorio para distintos niveles de saturación. Esto confirma que la modelización sencilla propuesta en este trabajo, es suficientemente correcta para representar el difícil fenómeno del transformador trifásico en saturación.
7. Se ha desarrollado un algoritmo para la obtención de forma directa del régimen permanente del transformador monofásico y la del trifásico de tres columnas con saturación. Los resultados de las simulaciones obtenidas con este algoritmo demuestran gran concordancia con las medidas de laboratorio.
8. La formulación del modelo monofásico con saturación ha servido como base para el desarrollo matemático del modelo trifásico en el que se representa aceptablemente la interacción de los flujos magnéticos entre columnas.
9. Se ha utilizado una estructura modular con submatrices y subvectores la cual permite la utilización del mismo algoritmo para ambos modelos monofásico y trifásico. El caso monofásico se caracteriza por usar submatrices de dimensión $2n \times 2n$. En el trifásico los elementos son de dimensión $7n \times 7n$, siendo n es el número de puntos en los que se han discretizado las ecuaciones del transformador.
10. Se han validado los resultados entre las simulaciones del programa PSpice y del algoritmo de obtención del régimen permanente directo. En éste último, se ha estudiado la dependencia del algoritmo directo en función del número de puntos en que se discretizan las ecuaciones.

11. El algoritmo es adecuado para incorporar los modelos propuestos del transformador en programas de estudio de armónicos en redes eléctricas.
12. Dada la sencillez del modelo propuesto, éste puede usarse también para usos didácticos en el estudio del fenómeno de la saturación en laboratorio. Se incluyen los listados de la programación del modelo, tanto del programa PSpice como del algoritmo.

7.2 Trabajos futuros

1. Mejorar el proceso de obtención de los parámetros de la curva de magnetización, utilizando el algoritmo de régimen permanente directo dentro de un programa de optimización.
2. Estudiar en laboratorio otros transformadores de mayor tamaño y diferentes conexiones.
3. Desarrollar el algoritmo de obtención del régimen permanente directo para otras conexiones de los devanados.
4. Estudiar la aplicación del modelo para el fenómeno de la energización del transformador.
5. Estudiar la compatibilidad del modelo para adaptarse a otros programas de simulación.

Apéndice

APÉNDICE A

1. Modelo de transformador monofásico con saturación para estudio de armónicos en sistemas de potencia

La operación no lineal del transformador se ha representado por diferentes autores por medio de curvas flujo - corriente del tipo segmentos lineales, es decir representando la curva de magnetización del transformador mediante dos o más tramos de líneas rectas.

La figura A-1 representa el circuito equivalente tipo “T” en el que se basa este modelo. En la Figura A-1a, la resistencia de los conductores los devanados se representan por (r_1 y r_2) que son las perdidas del cobre. Las reactancias de dispersión son (x_1 y x_2).

El efecto no lineal producido por la corriente de excitación se representa por una inductancia variable $L(i)$ para representar la magnetización del núcleo. Las perdidas en el núcleo no son consideradas en este modelo.

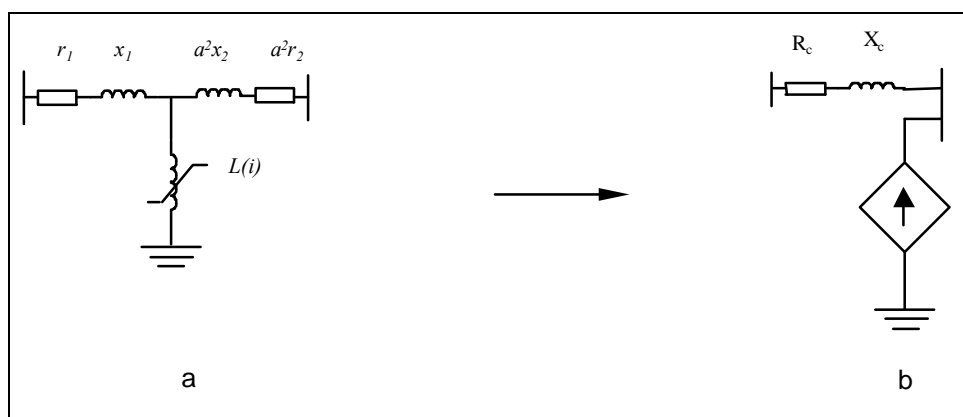


Fig. A-1 Circuito Equivalente del transformador Monofásico con Saturación

En la figura A-1b se muestra la simplificación del circuito representando los valores equivalentes de ambos lados del transformador referidos al lado primario. La rama de magnetización se representa por una fuente de corriente no lineal.

$$u = r \cdot i + \frac{d\mathbf{f}}{dt} = r \cdot i + \frac{d}{dt} (L \cdot i) \quad (\text{A.1})$$

La ecuación (A.1) representa el modelo mostrado en la figura A-1. La curva utilizada para definir la saturación es del tipo de tramos lineales como se muestra en la figura A-2, donde la inductancia varía en función de la corriente, es decir:

$$L = L_0 \quad \text{si} \quad i < i_0$$

y

$$L = L_1 \quad \text{si} \quad i > i_0$$

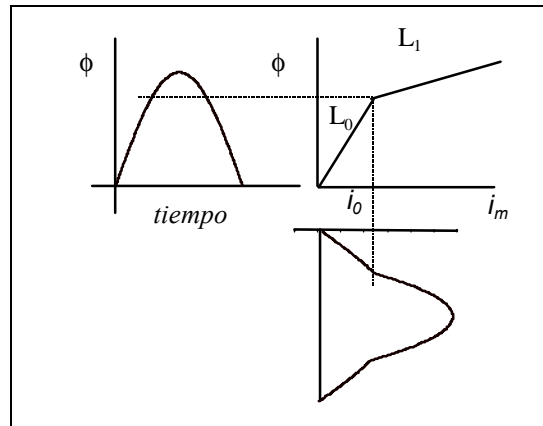


Fig. A-2 Curva (flujo - corriente)

Donde la pendiente (inductancia) de la curva cambiará su valor en función de la corriente. De lo anterior el efecto de la saturación se obtiene por medio de:

$$L^{(n)} = f(i^{(n-1)})$$

Lo cual conduce a un método de resolución numérica iterativo. Este tipo de curva de saturación también se ha analizado con un número mayor de segmentos para mejorar la convergencia. La figura A-3 es un esquema del mallado que representa la distribución del número de elementos en los que se divide un periodo de la

incógnita a determinar, donde se consideran las condiciones adecuadas para que se obtenga la solución en un periodo de tiempo, es decir, en régimen permanente.

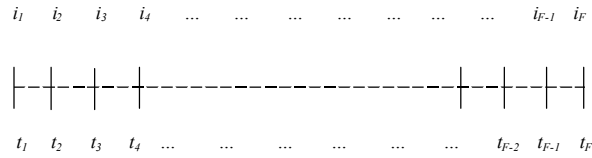


Fig. A-3 Malla de discretización en un periodo

Con relación a la figura A-3, h es el paso de integración. Si n el número de iteración actual en el proceso de cálculo y t_k el instante de tiempo, la ecuación (A.1) se puede escribir de la siguiente forma:

$$r \cdot i_k^n + L (i_k^{n-1}) \cdot \left(\frac{i_{k+1}^n - i_k^n}{h} \right) - u_k = 0 \tag{A.2}$$

Definiendo los coeficientes necesarios para simplificar las operaciones, se obtiene lo siguiente:

$$A_k = \left(r - \frac{L(i_k^{(n-1)})}{h} \right) \tag{A.3}$$

$$B_k = \left(\frac{L(i_k^{(n-1)})}{h} \right) \tag{A.4}$$

Teniendo en cuenta que la primera corriente obtenida es lineal, y reagrupando los términos que incluyen las inductancias en la última iteración, la ecuación (A.2) se puede escribir de la siguiente forma:

$$u_k^{(n)} = A_k \cdot i_k^{(n)} + B_k \cdot i_{k+1}^{(n)} \tag{A.5}$$

donde $k = 1, 2, \dots, F-1$

Esta ecuación junto con las condiciones de periodicidad, conduce a un sistema de ecuaciones de la forma:

$$[u] = [M] [i]$$

Donde (\vec{u}) e (\vec{i}) son los vectores de tensión y corriente en bornes del devanado y la matriz M representa los elementos A_2 y B_2 . Como la inductancia es una función de la corriente obtenida en la última iteración, entonces la ecuación (A.5) puede escribirse como sigue:

$$[i^{(n)}] = [M^{(n-1)}]^{-1} [u^{(n)}] \quad (A.6)$$

El sistema de ecuaciones lineales conteniendo los elementos obtenidos en las ecuaciones (A.3) y (A.4), se muestra a continuación en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & B_2 & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & B_3 & 0 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & .. & .. & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & .. & .. & 0 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & .. & .. & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & .. & .. & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & A_{F-2} & B_{F-2} & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & A_{F-1} & B_{F-1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ i_{F-1} \\ i_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ u_{F-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

Dada la estructura Bi-diagonal de la matriz M, para la solución de este sistema de ecuaciones, se pueden obtener unos coeficientes iterativos a_2 y e_2 que aceleren el proceso de calculo.

Cuando $k = 1$, los coeficientes tienen los siguientes valores de inicio:

$$a_{(1)} = 1 \quad \text{y} \quad e_{(1)} = -\frac{u_{(1)}}{A_{(1)}}$$

Cuando $k = 2, 3, 4, \dots, F-1$, los coeficientes se obtienen por medio de:

$$a_k = -\left[a_{(k-1)} \cdot \left(\frac{B_{(k-1)}}{A_{(k-1)}} \right) \right] \cdot (-1)^k \quad \text{y} \quad e_{(k)} = e_{(k-1)} - \left(u_{(k)} \cdot \frac{a_{(k)}}{A_{(k)}} \right)$$

y para el último elemento $k = F$, $(i_F = i_1)$

$$a_F = -\left[a_{(F-1)} \cdot \left(\frac{B_{(F-1)}}{A_{(F-1)}} \right) \right] \cdot (-1)^{F-1}$$

$$e_F = e_{F-1}$$

Finalmente el sistema de ecuaciones toma la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & B_2 & 0 & . & . & . & . & 0 & i_1 & u_1 \\ 0 & 0 & A_3 & B_3 & 0 & . & . & . & 0 & i_2 & u_2 \\ 0 & . & 0 & .. & .. & 0 & . & . & 0 & i_3 & u_3 \\ 0 & . & . & 0 & .. & .. & 0 & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 0 & .. & .. & 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_F & i_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ i_{F-1} \\ i_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ u_{F-1} \\ e_F \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Este sistema de ecuaciones se resuelve directamente por el método de sustitución hacia atrás. La matriz M es modificada en cada iteración n , y el procedimiento iterativo se detiene después de encontrar una diferencia mínima de error entre iteraciones sucesivas previamente establecido con la siguiente condición.

$$\| i^{(m)} - i^{(m-1)} \| \leq \epsilon_1$$

En la mayoría de casos, la convergencia se alcanza entre un número de iteraciones que oscila entre 5 y 10. En la figura A-4, se muestran los pasos que sigue el algoritmo desarrollado para obtener la corriente de excitación.

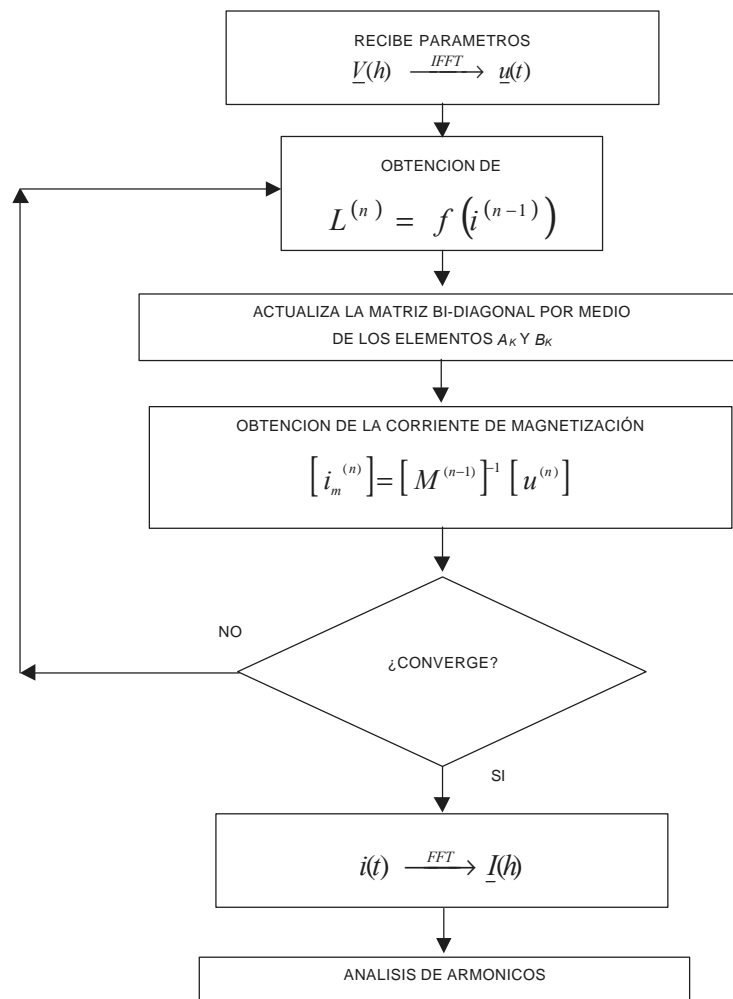


Fig. A-4 Algoritmo para obtener la corriente de excitación del transformador

2. Estudio para mejorar la convergencia del algoritmo

La saturación en este modelo se ha representado por una curva $(f - i_m)$ formada de segmentos lineales mostrado en la figura A-2.

Para mejorar la convergencia de la solución de la corriente de excitación empleando una curva $(f-i_m)$ con dos segmentos, se analizaron dos procedimientos llamados: *Variación gradual del "codo"*, y *Reducción gradual de la pendiente*. Estos dos procedimientos se muestran gráficamente en la figura A-5.

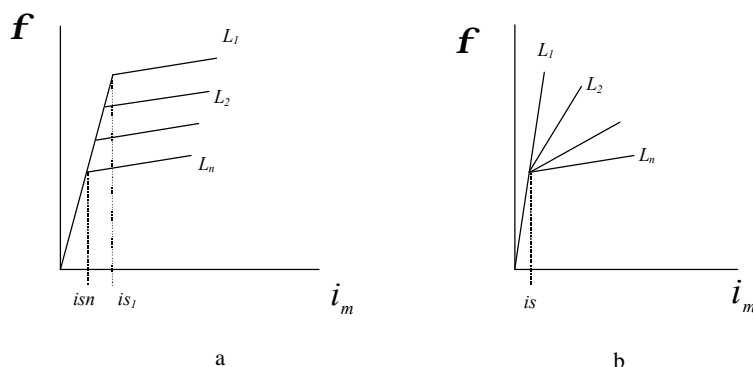


Fig. A-5 Curva (flujo - corriente) con dos tramos lineales. a) Desplazamiento de rodilla. b) Reducción de la pendiente.

En ambos casos, se parte de una curva de saturación “real” definida por el transformador y que es la curva a la cual se pretende llegar con las estrategias que se describen a continuación. El primer procedimiento fig. A-5a consiste en iniciar el proceso de cálculo en un “punto de codo” inicial de la curva $(f-i_m)$ que es el punto donde el transformador pasa del estado lineal a la región de saturación.

Según la evolución del cálculo, este punto se irá acercando al valor real previamente establecido por el “punto de codo” de la curva “real” de saturación del transformador. Nótese que la pendiente del segundo segmento de la curva se mantiene sin variación.

En la fig. A-5b se muestra gráficamente el segundo procedimiento. En éste el proceso asigna un valor de inicio a la pendiente correspondiente a la región de saturación de la curva $(f-i_m)$ y este valor se irá acercando gradualmente hasta alcanzar el valor real de la pendiente del segundo segmento de la curva real del

transformador. Nótese que el “punto de codo” permanece constante durante el proceso de cálculo.

Con los análisis anteriores se han estudiado dos opciones para mejorar la convergencia del algoritmo incluyendo curvas con más de dos segmentos lineales con lo cual los resultados fueron bastante satisfactorios y la solución se obtiene entre 3 y 5 iteraciones. La aplicación de una curva con dos segmentos, el algoritmo en algunos casos necesitó un número mayor de iteraciones para converger en la solución, entre 4 y 7.

Sin embargo el modelo de curva con dos segmentos lineales, se logró mejorar aún más, aplicando una estrategia de interpolación puntual justo en el punto de cambio de la zona de operación lineal a saturación de la curva ($f-i_m$). Esto consiste en determinar dos valores intermedios de inductancias en un solo paso de integración. Estas inductancias serán proporcionales la cercanía del punto $t(k)$ de la malla de discretización, obteniendo con esto que se distribuya el cambio de pendiente de la curva de saturación en un solo paso de integración.

Esta estrategia permitió, junto con la simetría de medio periodo, acelerar el proceso de cálculo reduciendo a un máximo de 3 el número de iteraciones para obtener la solución.

3. Validación del modelo del transformador monofásico con saturación

La validación del modelo se ha realizado con los programas de simulación convencionales de resolución de transitorios PSpice y ATP/EMTP, donde este último (Electromagnetic Transients Program) es ampliamente usado en análisis de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia.

El modelo propuesto se simuló en ambos programas para resolverlos de forma temporal. Con los dos programas, los resultados fueron idénticos con la diferencia

del tiempo que emplean en alcanzar el estado permanente obteniendo previamente la solución transitoria.

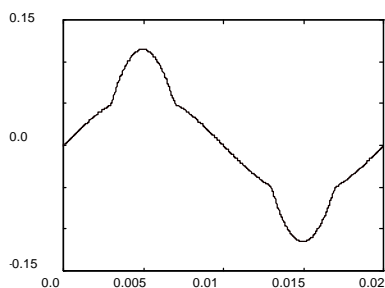


Fig. A-6 Corriente obtenida con el modelo propuesto

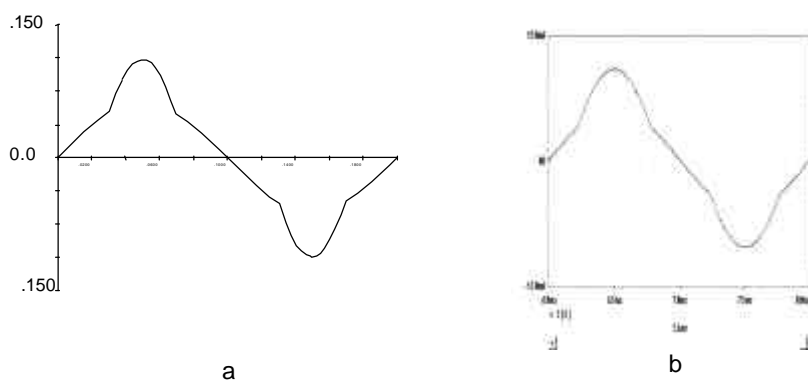


Fig. A-7 Corriente obtenida con los programas, a) ATP/EMTP y b) PSpice

La corriente de magnetización obtenida con el modelo presentado en este proyecto se puede ver en la figura A-6, y su validación en los programas ATP/EMTP y PSpice se muestran en la figura A-7.

4. Algoritmo para análisis de armónicos de sistemas de potencia con transformadores en saturación

Una desconexión imprevista de la carga de un transformador ocasionará un incremento importante de tensión, y lo hará operar en su zona de saturación. El contenido armónico que se genera bajo estas condiciones, puede dañar el propio

transformador además de inyectar armónicos a usuarios adyacentes en un punto de acoplamiento común.

En la figura A-8 se muestra el diagrama de flujos del algoritmo para realizar el análisis de armónicos en un sistema de potencia monofásico el cual contiene el modelo del transformador monofásico con saturación.

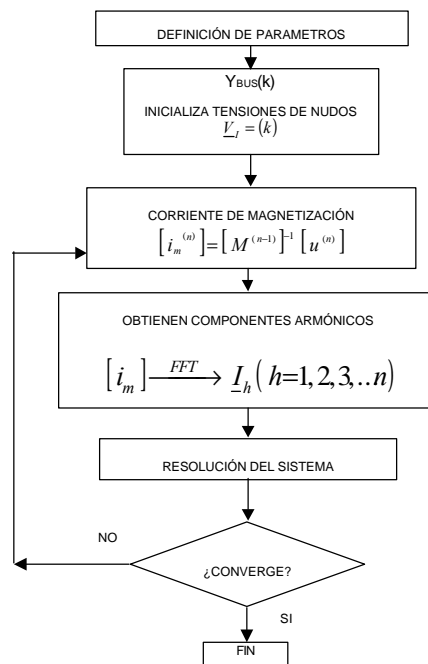


Fig. A-8 Algoritmo para el análisis de armónicos en sistemas de potencia que contienen transformadores con saturación

Este se ha desarrollado por el método conocido como Análisis Armónico Iterativo (IHA) y por medio de la ecuación de admitancias de nodos.

El objetivo de este algoritmo es, incluir el modelo del transformador monofásico con saturación dentro de un sistema de potencia en el que se analice el contenido armónico causado por la operación no-lineal.

El algoritmo genera un listado del contenido armónico de las tensiones de cada nodo del sistema conteniendo transformadores con operación en su zona de saturación.

5. Descripción del algoritmo

Definición de parámetros del sistema, parámetros del modelo del transformador, condiciones iniciales, criterios de convergencia, etc.

Valores iniciales de tensiones de cada nodo como $\underline{V}_0 = \underline{V}_1 = \dots = \underline{V}_q = 1$ p.u., donde “q” representa el número de nodos del sistema.

Partiendo de los componentes armónicos de la tensión se obtiene la corriente de magnetización de cada transformador. En la discretización de esta corriente se usa el método de las diferencias finitas $I_{NL} = f(V_{NL})$ y esta ecuación es resuelta como un problema de punto fijo. El proceso iterativo se detiene por medio de una diferencia de error controlado por ϵ_1 . Los componentes armónicos de I_{NL} se obtienen por medio de FFT.

Las tensiones en los nodos se obtienen resolviendo el sistema $[Y][V] = [J]$ para cada frecuencia y como un flujo de cargas para la frecuencia fundamental.

Si la tensión que se obtiene en el nodo del transformador en la última iteración satisface la expresión $\|V_{NL}^{(m)} - V_{NL}^{(m-1)}\| \leq \epsilon_2$ el proceso se detiene. En caso contrario, el proceso regresa al punto c). El control de iteraciones es ϵ_2 .

6. Validación del algoritmo de análisis armónico con programas de análisis de transitorios

El algoritmo descrito en el apartado anterior, ha sido validado en los programas de resolución temporal PSpice y ATP/EMTP con resultados satisfactorios. Esto se representa por medio de un ejemplo sencillo para analizar y validar el algoritmo desarrollado y mencionado anteriormente.

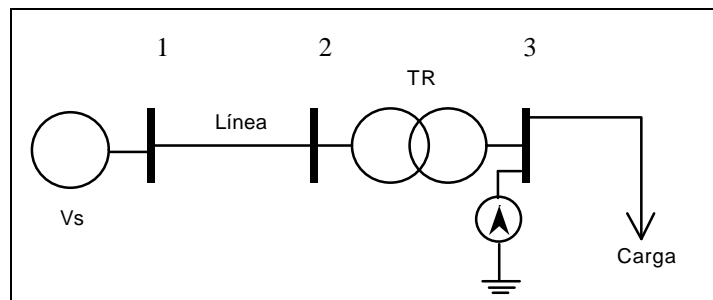


Fig. A-9 Sistema de potencia de prueba

La figura A-9 representa un sistema de potencia típico en el que se incluye el modelo del transformador. La Tabla A-1 muestra los principales componentes armónicos de la tensión en el nodo 3.

Orden armónico	V3
1	0.9743 - 0.0026i
3	0.0744 + 0.0039i
5	-0.0103 - 0.0013i
7	-0.0288 - 0.0028i
9	0.0006 + 0.0005i
11	0.0180 + 0.0028i
13	0.0036 + 0.0004i

La figura A-10 (a y b) muestra las forma de onda de la tensión en ese nodo y la corriente no-lineal debida a la excitación del transformador respectivamente, que genera la distorsión de la tensión en el nodo.

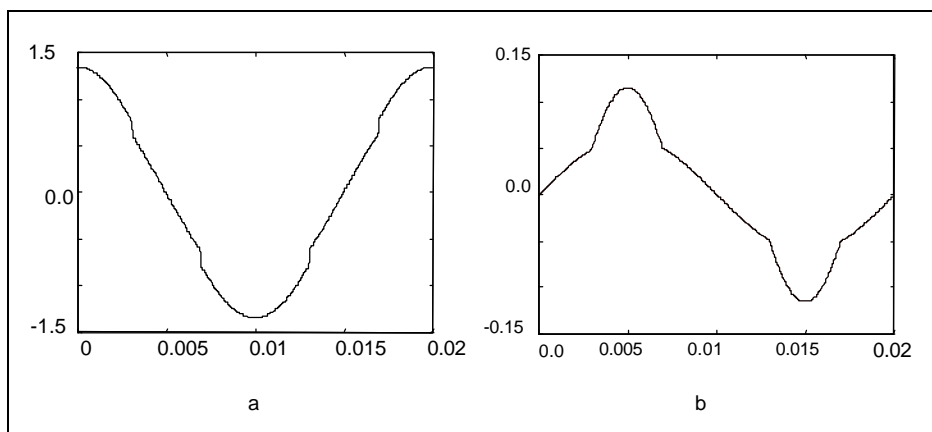


Fig. A-10 a) Tensión, b) Corriente de excitación del transformador en el nodo 3

Los resultados del ejemplo obtenidos con el algoritmo usando este método directo, han sido comparados con las técnicas de resolución temporal usadas por los programas de simulación EMTP/ATP y PSpice.

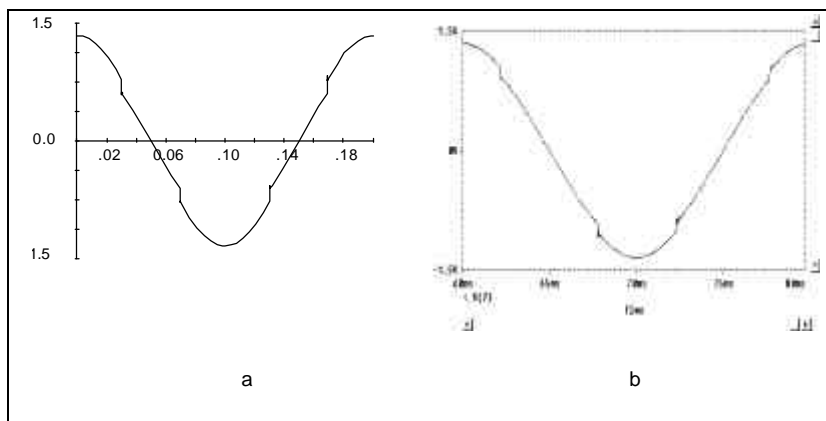


Fig. A-11 Tensión en el nodo 3 a) ATP/EMTP, b) PSpice

Como se puede ver por esta comparación, sin importar el método utilizado, la solución es la misma. La diferencia que puede subrayarse, es que la solución del funcionamiento del transformador con saturación en régimen permanente directo del modelo presentado, se obtiene en menor tiempo que con las técnicas usadas por los programas de transitorios.

La similitud de resultados entre la solución obtenida por este algoritmo y las simulaciones de los programas PSpice y EMTP/ATP, dan validez suficiente del algoritmo propuesto. Las siguientes tablas y figuras muestran los resultados obtenidos entre el algoritmo presentado y los programas de simulación de transitorios.

Las Tablas A-2 y A-3 muestran el contenido armónico en la tensión del nodo 3 para el ejemplo de la figura A-9. Las figuras A-11a y A-11b corresponden a las formas de onda de la tensión en ese nodo, obtenidos con PSpice y EMTP/ATP respectivamente y las figuras A-12a y A-12b muestran las corrientes de magnetización del transformador obtenidas en cada programa respectivamente.

Tabla A-2 Contenido armónico obtenido en PSpice	
Orden armónico	V3
1	0.9741 - 0.0024i
3	0.0741 + 0.0036i
5	-0.0102 - 0.0011i
7	-0.0283 - 0.0027i
9	0.0006 + 0.0008i
11	0.0181 + 0.0026i
13	0.0034 + 0.0003i

Tabla A-3 Contenido armónico obtenido en ATP/EMTP	
Orden armónico	V3
1	0.9742 - 0.0026i
3	0.0747 + 0.0040i
5	-0.0100 - 0.0014i
7	-0.0287 - 0.0026i
9	0.0007 + 0.0006i
11	0.0181 + 0.0029i
13	0.0033 + 0.0005i

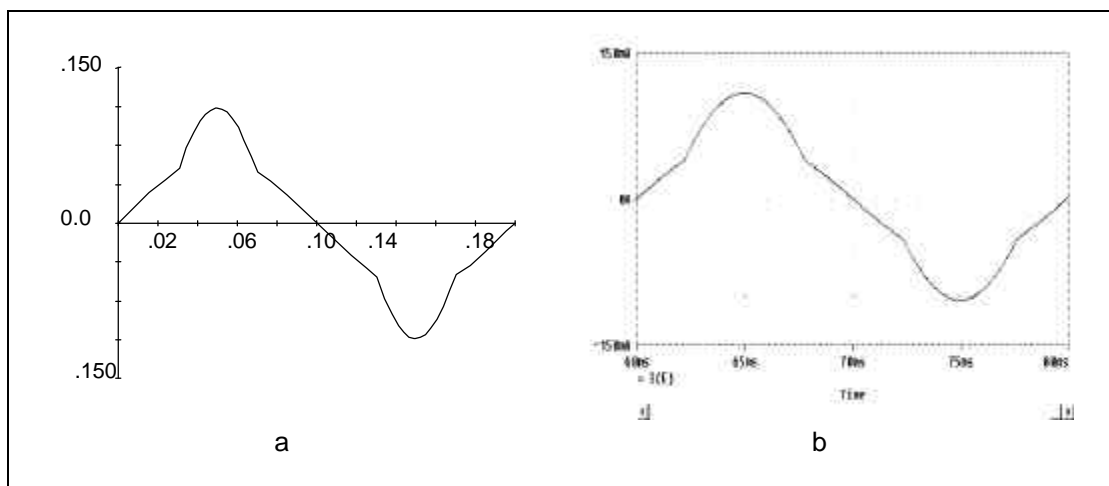


Fig. A-12 Forma de onda de la corriente de excitación obtenida con los programas de simulación, a) ATP/EMTP, b) PSpice

Con este algoritmo se obtiene un ahorro de memoria de ordenador y rápida obtención del funcionamiento de transformadores con saturación en régimen permanente directo. El funcionamiento de este algoritmo ha sido validado con programas de resolución en el dominio del tiempo con resultados muy favorables.

El planteamiento de este algoritmo permite ampliar su alcance para sistemas el análisis de sistemas trifásicos e incluir modelos de transformadores con saturación más completos.

APÉNDICE B

1. Listado del algoritmo del modelo del transformador trifásico con saturación. Código FORTRAN.

```

C   trafos.FOR
C
C   IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
C   integer np,nd
C   parameter (np=7)
C   parameter (nd=1000)
C   integer ii,npun,kk
C   dimension eent(nd),u(nd,np),a(nd,np,np),b(nd,np,np)
C   dimension du(nd,np),eentb(nd),eentc(nd)
C   dimension ical(nd,np),icali(nd,np)
C   dimension icalso(nd,np)
C
C   COMMON /DATOS/ lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,
C   +             lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,relhom
C
C
C   OPEN(7,FILE='CCOR2.SAL',STATUS='UNKNOWN')
C
C   call lectura(npun,us,res,lbob,nes,hh,ndra,ndrb,ndrc,mpun)
C
C
C   pi = 3.14159
C   pprint = 0
C
C
C   *****
C
C   IF (PPRINT.EQ.1) WRITE(*,*) 'A'
C
C
C   errviejo=1e+9
C   retro=0
C   avanf=0
C   coinc=1
C
C   generación de vectores
C   *****
C
C   inicializacion
C
C   do 5 ii=1,npun
C   do 5 i=1,np
C       icali(ii,i)=0
C       u(ii,i)=0
C   do 5 j=1,np
C       a(ii,i,j)=0
C       b(ii,i,j)=0

```

```

5  continue
c
c  excitación conocida
c
  ws=2*pi*50
  do 10 ii=1,npun
    t=(ii-1)*0.02/rnpun
    fascen=0.04/rnpun
    eent(ii)=sqrt(2.0)*us*cos(ws*t)
    eentb(ii)=sqrt(2.0)*us*cos(ws*t-2*pi/3)
    eentc(ii)=sqrt(2.0)*us*cos(ws*t+2*pi/3)
c    eent(ii)=us*cos(ws*t)+(us/5)*cos(3*ws*t)
c
10 continue
C
c  calculo de coeficientes constantes
c
  call coefcon(npun,res,lbob,nes,hh,ndra,ndrb,ndrc,a,b)
c
c  valores iniciales
c
  do 15 ii=1,npun
    do 15 i=1,np
      icali(ii,i)=0
      ical(ii,i)=0
15 continue
c
c  vector de excitaciones
c
  do 16 ii=1,npun
    u(ii,1)=eent(ii)
    u(ii,3)=eentb(ii)
    u(ii,5)=eentc(ii)
    u(ii,2)=0
    u(ii,4)=0
    u(ii,6)=0
c  cambio 1
    u(ii,7)=0
16 continue
  u(npun,1)=0
  u(npun,3)=0
  u(npun,5)=0
c
c
c  calculo del error -f(x)=-Mx+u=0
c
  conta=0
c
888 continue
c
c  modificación de la función error
c
  call funerr(npun,ical,a,b,u,du,nes,hh)
c
c  calculo del error para gestión del paso
c
  conta=conta+1
c

```

```

error=0
do 26 ii=1,npun
do 26 i=1,np
error=error+du(ii,i)**2
26 continue
error=sqrt(error)
write(*,*)'error=',error,'inc=',coinc
c
c corrección del incremento cuando error crece
c
if (avanf.EQ.1.0) goto 889
if (error.LE.errviejo) then
do 135 ii=1,npun
do 135 j=1,np
icali(ii,j)=ical(ii,j)
135 continue
errviejo=error
retro=0
avanf=0
ccoeee=ccoeee+1
end if
c
if (error.GT.errviejo) then
do 136 ii=1,npun
do 136 j=1,np
ical(ii,j)=icali(ii,j)+0.01*icalso(ii,j)
icali(ii,j)=ical(ii,j)
coinc=0.01
136 continue
retro=1
avanf=1
ccoeee=0
end if
c
if(retro.EQ.1.0) goto 888
c
if(ccoeee.GT.4.0) then
ccoeee=0
coinc=coinc*10
if (coinc.GE.1.0) coinc=1.0
end if
c
if (error.LT.1e-4) goto 777
c
c
c modificación de la jacobiana
c
c
889 avanf=0
c
call jacobi(npun,a,b,ical,nes,hh)
c
c
c resolución del sistema
C *****
C
call resuelve(npun,a,b,du,icalso,pprint)
c

```

```

c  actualización de los valores de i y F
c
  do 35 ii=1,npun
    do 35 j=1,np
      ical(ii,j)=icali(ii,j)+coinc*icalso(ii,j)
35  continue
c
  if (conta.GT.400) goto 777
  goto 888
c
c
C  DIBUJO DE LAS CURVAS
C *****
C
777 do 998 ii=1,1000
    rii=ii
    kk=(rii*npun-1e-6)/1000
c    if (kk.GT.(npun-2)) kk=npun-2
    econ=eent(kk+1)
    igraf1=ical(kk+1,1)
    igraf2=ical(kk+1,5)
    igraf3=ical(kk+1,3)
    t=(ii)*0.02/1000
    rkk=kk+1
    WRITE(7,999) t,econ,igraf3,igraf1,igraf2
c    WRITE(*,999) t,rkk,econ,igraf1,igraf2
c
998 continue
C
999  FORMAT (' ',5E15.8)
C

      END
c
c *****
c
c  subroutine lectura(npun,us,res,lbob,nes,hh,ndra,ndrb,ndrc,rnpun)
c
c  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
  integer np,nd
  parameter (np=7)
  parameter (nd=1000)
  integer npun
c
c  COMMON /DATOS/ lbfma,lbm2a,pppa,ff0a,lbfmb,lbm2b,pppb,ff0b,
+    lbfmc,lbm2c,pppc,ff0c,relhom
c
c  OPEN(6,FILE='tr7traf1.num',STATUS='UNKNOWN')
C
  READ(6,*) npun
  WRITE(*,*) 'npun=',npun
  READ(6,*) us
  WRITE(*,*) 'us=',us
  READ(6,*) res
  WRITE(*,*) 'res=',res
  READ(6,*) bob
  WRITE(*,*) 'bob=',bob
  READ(6,*) nes

```



```

WRITE(*,*) 'nes=',nes
READ(6,*) bmfa
WRITE(*,*) 'bmfa=',bmfa
READ(6,*) bm2a
WRITE(*,*) 'bm2a=',bm2a
READ(6,*) pppa
WRITE(*,*) 'pppa=',pppa
READ(6,*) ff0a
WRITE(*,*) 'ff0a=',ff0a
READ(6,*) bmfb
WRITE(*,*) 'bmfb=',bmfb
READ(6,*) bm2b
WRITE(*,*) 'bm2b=',bm2b
READ(6,*) pppb
WRITE(*,*) 'pppb=',pppb
READ(6,*) ff0b
WRITE(*,*) 'ff0b=',ff0b
READ(6,*) bmfc
WRITE(*,*) 'bmfc=',bmfc
READ(6,*) bm2c
WRITE(*,*) 'bm2c=',bm2c
READ(6,*) pppc
WRITE(*,*) 'pppc=',pppc
READ(6,*) ff0c
WRITE(*,*) 'ff0c=',ff0c
READ(6,*) relhom
WRITE(*,*) 'relhom=',relhom
C
  rnpun=npun
  hh=0.02/(rnpun-1)
  lbob=bob
  lbfmfa=bfmfa
  lbfm2a=bfm2a
  ndr=lbmf/nes
  lbfmfb=bfmfb
  lbfm2b=bfm2b
  ndr=lbmf/nes
  lbfmfc=bfmfc
  lbfm2c=bfm2c
  ndr=lbmf/nes
c
c
  if (npun.GT.nd) then
    write(*,*)'numero de puntos mayor de 1000'
    stop
  end if
c
  return
end
c
c *****
c
  subroutine jacobi(npun,a,b,ical,nes,hh)
c
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
  integer np,nd
  parameter (np=7)
  parameter (nd=1000)

```

```

integer ii,npun
dimension a(nd,np,np),b(nd,np,np)
dimension ical(nd,np)
c
COMMON /DATOS/ lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,
+             lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,relhom
c
c
eps=0.0001
c
do 33 ii=1,npun-1
c
    f1=ical(ii,2)
    f2=ical(ii+1,2)
    call noline(lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,f1+eps,r1)
    call noline(lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,f1,r2)
    call noline(lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,f2+eps,r3)
    call noline(lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,f2,r4)
    ndr1=(f1+eps)*nes/r1
    ndr2=f1*nes/r2
    ndr3=(f2+eps)*nes/r3
    ndr4=f2*nes/r4
        de1a=(ndr1-ndr2)/(eps)
        de2=(ndr3-ndr4)/(eps)
        a(ii,1,2)=-de1a/(hh)
        b(ii,1,2)=de2/(hh)
    f1=ical(ii,4)
    f2=ical(ii+1,4)
    call noline(lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,f1+eps,r1)
    call noline(lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,f1,r2)
    call noline(lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,f2+eps,r3)
    call noline(lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,f2,r4)
    ndr1=(f1+eps)*nes/r1
    ndr2=f1*nes/r2
    ndr3=(f2+eps)*nes/r3
    ndr4=f2*nes/r4
        de1b=(ndr1-ndr2)/(eps)
        de2=(ndr3-ndr4)/(eps)
        a(ii,3,4)=-de1b/(hh)
        b(ii,3,4)=de2/(hh)
    f1=ical(ii,6)
    f2=ical(ii+1,6)
    call noline(lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,f1+eps,r1)
    call noline(lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,f1,r2)
    call noline(lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,f2+eps,r3)
    call noline(lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,f2,r4)
    ndr1=(f1+eps)*nes/r1
    ndr2=f1*nes/r2
    ndr3=(f2+eps)*nes/r3
    ndr4=f2*nes/r4
        de1c=(ndr1-ndr2)/(eps)
        de2=(ndr3-ndr4)/(eps)
        a(ii,5,6)=-de1c/(hh)
        b(ii,5,6)=de2/(hh)
    a(ii,7,2)=de1a
    a(ii,7,4)=de1b
    a(ii,7,6)=de1c
33 continue

```

```

c
c
  return
  end
c
c *****
c
  subroutine funerr(npun,ical,a,b,u,du,nes,hh)
c
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
  integer np,nd
  parameter (np=7)
  parameter (nd=1000)
  integer ii,npun
  dimension u(nd,np),a(nd,np,np),b(nd,np,np)
  dimension du(nd,np),suma(np)
  dimension av(np,np),bv(np,np),mr12(np),ms12(np),mt12(np)
  dimension ical(nd,np),calv1(np),calv2(np),uv(np)
c
  COMMON /DATOS/ lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,
+               lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,relhom
c
  do 30 ii=1,npun-1
    f1=ical(ii,2)
    f2=ical(ii+1,2)
    call noline(lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,f1,r1a)
    call noline(lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,f2,r2)
    ndr1=nes/r1a
    ndr2=nes/r2
        a(ii,1,2)=-ndr1/(hh)
        b(ii,1,2)=ndr2/(hh)
    f1=ical(ii,4)
    f2=ical(ii+1,4)
    call noline(lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,f1,r1b)
    call noline(lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,f2,r2)
    ndr1=nes/r1b
    ndr2=nes/r2
        a(ii,3,4)=-ndr1/(hh)
        b(ii,3,4)=ndr2/(hh)
    f1=ical(ii,6)
    f2=ical(ii+1,6)
    call noline(lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,f1,r1c)
    call noline(lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,f2,r2)
    ndr1=nes/r1c
    ndr2=nes/r2
        a(ii,5,6)=-ndr1/(hh)
        b(ii,5,6)=ndr2/(hh)
    a(ii,7,2)=1/r1a
    a(ii,7,4)=1/r1b
    a(ii,7,6)=1/r1c
c
  a(ii,7,7)=1
c
  30 continue
c
c
  do 20 ii=1,npun-1
    do 21 i=1,np
      uv(i)=u(ii,i)
      calv1(i)=ical(ii,i)

```

```

        calv2(i)=ical(ii+1,i)
        do 21 j=1,np
            av(i,j)=a(ii,i,j)
            bv(i,j)=b(ii,i,j)
21      continue
        call prod12(-av,calv1,mr12)
        call prod12(-bv,calv2,ms12)
        call suma12(mr12,ms12,mt12)
        call suma12(mt12,uv,mr12)
        do 22 j=1,np
            du(ii,j)=mr12(j)
22      continue
20      continue
        do 24 j=1,np
            suma(j)=0
24      continue
        do 23 ii=1,npun
            do 23 j=1,np
                suma(j)=suma(j)+ical(ii,j)
23      continue
        do 25 j=1,np
            du(npun,j)=-suma(j)
25      continue
c
c
        return
        end
c
c *****
c
        subroutine coefcon(npun,res,lbob,nes,hh,ndra,ndrb,ndrc,a,b)
        IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
        integer np,nd
        parameter (np=7)
        parameter (nd=1000)
        integer ii,npun
        dimension a(nd,np,np),b(nd,np,np)
c
        COMMON /DATOS/ lbmfa,lbm2a,pppa,ff0a,lbmfb,lbm2b,pppb,ff0b,
        +          lbmfc,lbm2c,pppc,ff0c,relhom
C
        do 11 ii=1,npun-1
            a(ii,1,1)=res-lbob/hh
            a(ii,1,2)=-ndra/hh
            a(ii,2,1)=nes
            a(ii,2,2)=-1
C          a(ii,2,3)=-nes
C          a(ii,2,4)=1
            b(ii,1,1)=lbob/hh
            b(ii,1,2)=ndra/hh
            a(ii,3,3)=res-lbob/hh
            a(ii,3,4)=-ndrb/hh
            b(ii,3,3)=lbob/hh
            b(ii,3,4)=ndrb/hh
            a(ii,4,3)=nes
            a(ii,4,4)=-1
C          a(ii,4,5)=-nes
C          a(ii,4,6)=1

```

```

        a(ii,5,5)=res-lbob/hh
        a(ii,5,6)=-ndrc/hh
C  CAMBIO 2
        a(ii,6,5)=nes
        a(ii,6,6)=-1
        a(ii,7,2)=ndrc
        a(ii,7,4)=ndrc
        a(ii,7,6)=ndrc
        a(ii,7,7)=1/relhom
        b(ii,5,5)=lbob/hh
        b(ii,5,6)=ndrc/hh
        a(ii,2,7)=1
        a(ii,4,7)=1
        a(ii,6,7)=1
c
11 continue
c
    return
    end
c
c *****
c
    subroutine resolve(npun,a,b,u,ical,pprint)
c
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
    integer np,nd
    parameter (np=7)
    parameter (nd=1000)
    integer ii,npun,i,j
    dimension u(nd,np),a(nd,np,np),b(nd,np,np)
    dimension am(nd,np,np),em(nd,np),ical(nd,np)
    dimension amv(np,np),av(np,np),bv(np,np),unv(np,np),uv(np)
    dimension emv(np),icalv(np),mr12(np),mt12(np)
    dimension mi(np,np),mr(np,np),ms(np,np),mt(np,np),ms12(np)
c
    if (pprint.eq.1) write(*,*)'bbb'
c
    do 2 i=1,np
    do 2 j=1,np
unv(i,j)=0
        if (i.EQ.j) unv(i,i)=1
    2 continue
c
    do 40 i=1,np
        uv(i)=u(1,i)
    do 40 j=1,np
        av(i,j)=a(1,i,j)
        am(1,i,j)=unv(i,j)
    40 continue
    if (pprint.eq.1) write(*,*)'ccc'
    call inve22(av,mi)
    call prod12(-mi,uv,mr12)
    do 41 i=1,np
        em(1,i)=mr12(i)
    41 continue
c
c  am(1)=1 ; em(1)=-u(1)/a(1)
    if (pprint.eq.1) then

```

```

write(*,*)'em(1)'
write(*,*) em(1,1),em(1,2)
end if
c
do 50 ii=2,npun
  do 51 i=1,np
    do 51 j=1,np
      av(i,j)=a(ii-1,i,j)
      amv(i,j)=am(ii-1,i,j)
      bv(i,j)=b(ii-1,i,j)
51    continue
      call inve22(av,mi)
      call prod22(amv,mi,mr)
      call prod22(mr,bv,ms)
      call suma22(unv,-ms,mt)
      do 52 i=1,np
        do 52 j=1,np
          am(ii,i,j)=mt(i,j)
52    continue
c    am(ii)=1-am(ii-1)*(1/a(ii-1))*b(ii-1)
if (pprint.eq.1) then
write(*,*)'am(npun)'
write(*,*) am(npun,1,1),am(npun,1,2),am(npun,2,1),am(npun,2,2)
end if
c
50 continue
c am(npun)=1-am(npun-1)*(1/a(npun-1))*b(npun-1)
do 56 ii=2,npun-1
  do 54 i=1,np
    uv(i)=u(ii,i)
    emv(i)=em(ii-1,i)
    do 54 j=1,np
      av(i,j)=a(ii,i,j)
      amv(i,j)=am(ii,i,j)
54    continue
      call inve22(av,mi)
      call prod22(amv,mi,mr)
      call prod12(-mr,uv,mr12)
      call suma12(emv,mr12,mt12)
      do 55 i=1,np
        em(ii,i)=mt12(i)
55    continue
c    em(ii)=em(ii-1)-am(ii)*(1/a(ii))*u(ii)
56 continue
      do 65 i=1,np
        em(npun,i)=em(npun-1,i)+u(npun,i)
65    continue
      if (pprint.eq.1) then
write(*,*)'em(k)'
do 71 ii=2,npun
write(*,*) em(ii,1),em(ii,2)
71 continue
end if
c
c  resolución hacia atrás
c *****
c
do 58 i=1,np

```

```

        emv(i)=em(npun,i)
        do 58 j=1,np
            amv(i,j)=am(npun,i,j)
58      continue
        call inve22(amv,mi)
        call prod12(mi,emv,mr12)
        do 66 i=1,np
            ical(npun,i)=mr12(i)
66      continue
c      ical(npun)=em(npun)/am(npun)
do 60 ii=npun-1,1,-1
    do 59 i=1,np
        icalv(i)=ical(ii+1,i)
        uv(i)=u(ii,i)
        do 59 j=1,np
            av(i,j)=a(ii,i,j)
            bv(i,j)=b(ii,i,j)
59      continue
        call inve22(av,mi)
        call prod12(bv,icalv,mr12)
        call suma12(uv,-mr12,ms12)
        call prod12(mi,ms12,mt12)
        do 67 i=1,np
            ical(ii,i)=mt12(i)
67      continue
c      ical(ii)=(u(ii)-b(ii)*ical(ii+1))/a(ii)
60      continue
c
    if (pprint.eq.1) then
        write(*,*)'ical'
        do 70 ii=1,npun
            write(*,*) ical(ii,1),ical(ii,2)
70      continue
        end if
c
    return
end
c
subroutine inve22(m,mi)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
    integer np
    parameter (np=7)
    dimension m(np,np),mi(np,np)
    dimension A(10,10),B(10),WORK(10)
    INTEGER IPVT(10),N,NDIM,i,j,k
    NDIM=10
    N=np
c
    do 10 i=1,np
        do 10 j=1,np
            A(i,j)=m(i,j)
10      continue
c
    CALL DECOMP(NDIM,N,A,COND,IPVT,WORK)
C
    do 20 i=1,np
        do 30 j=1,np
            B(j)=0

```

```

30    continue
        B(i)=1
        CALL SOLVE(NDIM,N,A,B,IPVT)
        do 40 k=1,np
            mi(k,i)=B(k)
40    continue
20    continue
C
        return
    end
    subroutine prod22(m1,m2,m3)
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
        integer np
        parameter (np=7)
        dimension m1(np,np),m2(np,np),m3(np,np)
        do 10 i=1,np
            do 10 j=1,np
                m3(i,j)=0
10    continue
            do 20 i=1,np
                do 20 j=1,np
                    do 20 k=1,np
                        m3(i,j)=m3(i,j)+m1(i,k)*m2(k,j)
20    continue
            return
        end
    subroutine suma22(m1,m2,m3)
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
        integer np
        parameter (np=7)
        dimension m1(np,np),m2(np,np),m3(np,np)
        do 10 i=1,np
            do 10 j=1,np
                m3(i,j)=m1(i,j)+m2(i,j)
10    continue
        return
    end
    subroutine prod12(m1,m2,m3)
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
        integer np
        parameter (np=7)
        dimension m1(np,np),m2(np),m3(np)
        do 10 i=1,np
            m3(i)=0
10    continue
            do 20 i=1,np
                do 20 k=1,np
                    m3(i)=m3(i)+m1(i,k)*m2(k)
20    continue
            return
        end
    subroutine suma12(m1,m2,m3)
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
        integer np
        parameter (np=7)
        dimension m1(np),m2(np),m3(np)
        do 10 i=1,np
            m3(i)=m1(i)+m2(i)

```



```

10    continue
      return
      end
      subroutine noline(k1,k2,p,f0,f,r)
        IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
        coci=(1+(abs(f)/f0)**p)**(1/p)
        r=1/((k1/coci)+k2)
      return
      end
C
SUBROUTINE DECOMP(NDIM,N,A,COND,IPVT,WORK)
C
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-G,O-Z), INTEGER (H-N)
C
PARAMETER(HN21=10)
C
C
INTEGER NDIM,N
DIMENSION A(HN21,HN21),WORK(HN21)
INTEGER IPVT(HN21)
INTEGER NM1,I,J,K,KP1,KB,KM1,M
C
NDIM=HN21
C
IPVT(N)=1
IF(N.EQ.1) GO TO 80
NM1=N-1
ANORM=0.0
DO 10 J=1,N
  T=0.0
  DO 5 I=1,N
    T=T+ABS(A(I,J))
5  CONTINUE
  IF(T.GT.ANORM) ANORM=T
10 CONTINUE
DO 35 K=1,NM1
  KP1=K+1
  M=K
  DO 15 I=KP1,N
    IF(ABS(A(I,K)).GT.ABS(A(M,K))) M=I
15 CONTINUE
  IPVT(K)=M
  IF(M.NE.K) IPVT(N)=-IPVT(N)
  T=A(M,K)
  A(M,K)=A(K,K)
  A(K,K)=T
  IF(T.EQ.0.0) GO TO 35
  DO 20 I=KP1,N
    A(I,K)=-A(I,K)/T
20 CONTINUE
C
DO 30 J=KP1,N
  T=A(M,J)
  A(M,J)=A(K,J)
  A(K,J)=T
  IF(T.EQ.0.0) GO TO 30
  DO 25 I=KP1,N
    A(I,J)=A(I,J)+A(I,K)*T

```

```

25  CONTINUE
30  CONTINUE
35  CONTINUE
    DO 50 K=1,N
        T=0.0
        IF(K.EQ.1)GO TO 45
        KM1=K-1
        DO 40 I=1,KM1
            T=T+A(I,K)*WORK(I)
40  CONTINUE
45  EK=1.0
        IF(T.LT.0.0) EK=-1.0
        IF(A(K,K).EQ.0.0) GO TO 90
        WORK(K)=- (EK+T)/A(K,K)
50  CONTINUE
        DO 60 KB=1,NM1
            K=N-KB
            T=0.0
            KP1=K+1
            DO 55 I=KP1,N
                T=T+A(I,K)*WORK(K)
55  CONTINUE
            WORK(K)=T
            M=IPVT(K)
            IF(M.EQ.K)GO TO 60
            T=WORK(M)
            WORK(M)=WORK(K)
            WORK(K)=T
60  CONTINUE
            YNORM=0.0
            DO 65 I=1,N
                YNORM=YNORM+ABS(WORK(I))
65  CONTINUE
            CALL SOLVE(NDIM,N,A,WORK,IPVT)
            ZNORM=0.0
            DO 70 I=1,N
                ZNORM=ZNORM+ABS(WORK(I))
70  CONTINUE
            COND=ANORM*ZNORM/YNORM
            IF(COND.LT.1.0) COND=1.0
            RETURN
80  COND=1.0
            IF(A(1,1).NE.0.0) RETURN
90  COND=1.0E+32
            RETURN
            END
C
C
C  SUBROUTINE SOLVE(NDIM,N,A,B,IPVT)
C
C  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-G,O-Z), INTEGER (H-N)
C
C  PARAMETER(HN21=10)
C
C
C  DIMENSION IPVT(HN21)
C  DIMENSION A(HN21,HN21), B(HN21)
C  INTEGER NDIM,N

```

```
INTEGER KB,KM1,NM1,KP1,I,K,M
C
NDIM=HN21
C
IF(N.EQ.1) GO TO 50
NM1=N-1
DO 20 K=1,NM1
  KP1=K+1
  M=IPVT(K)
  T=B(M)
  B(M)=B(K)
  B(K)=T
  DO 10 I=KP1,N
    B(I)=B(I)+A(I,K)*T
10  CONTINUE
20  CONTINUE
DO 40 KB=1,NM1
  KM1=N-KB
  K=KM1+1
  B(K)=B(K)/A(K,K)
  T=-B(K)
  DO 30 I=1,KM1
    B(I)=B(I)+A(I,K)*T
30  CONTINUE
40  CONTINUE
50  B(1)=B(1)/A(1,1)
RETURN
END
```

c

APÉNDICE C

1. Transformador trifásico, tres columnas modelización lineal

Siguiendo las consideraciones del estudio del transformador trifásico documentado en el capítulo 2, donde fueron planteadas las bases para la modelización propuesta en este trabajo, se presenta a continuación el planteamiento matemático de este transformador con funcionamiento en la zona lineal de su curva de magnetización.

Por tanto, las figuras que se presentaron en el capítulo 2 para la representación magnética del transformador siguen siendo validas para esta formulación.

2. Formulación

Cuando el transformador funciona en la zona lineal de su curva de saturación, las ecuaciones que representan su funcionamiento, escritas en forma matricial, son las siguientes.

Las relaciones tensión - corriente son de la forma,

$$[\mathbf{u}] = [\mathbf{r}][\mathbf{i}] + [\mathbf{M}] \frac{d}{dt} [\mathbf{i}] \quad (1)$$

La matriz $[\mathbf{M}]$ se ha supuesto constante (no se considera la saturación del núcleo).

Los vectores de tensiones $[\mathbf{u}]$, e intensidades $[\mathbf{i}]$ son de la siguiente forma:

$$[\mathbf{u}] = [u_{pa}, u_{pb}, u_{pc}, u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}] \quad (2)$$

$$[\mathbf{i}] = [i_{pa}, i_{pb}, i_{pc}, i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}] \quad (3)$$

La matriz de resistencias $[\mathbf{r}]$ es una matriz diagonal de valores:

$$[\mathbf{r}] = \text{diag}[r_p, r_p, r_p, r_s, r_s, r_s] \quad (4)$$

Los subíndices p y s se refieren a primario y secundario respectivamente, y los subíndices (a, b, c) a las fases.

Suponiendo que el flujo concatenado por cada bobina es de la forma $\mathbf{y} = \mathbf{y}_A + \mathbf{y}_{Fe}$, donde los subíndices A corresponde al aire y Fe al núcleo magnético (hierro). Así se tiene:

$$[\mathbf{y}_A] = [\mathbf{M}_A][\mathbf{i}] \quad (5)$$

$$[\mathbf{y}_{Fe}] = [\mathbf{M}_{Fe}][\mathbf{i}] \quad (6)$$

Considerando que las bobinas son concéntricas, la matriz de acoplamientos del aire $[\mathbf{M}_A]$ solo tiene términos de bobinas de la misma columna (el acoplamiento entre bobinas de distintas columnas se considera despreciable). El flujo concatenado por cada bobina del devanado primario que se cierra a través del aire se expresa de la siguiente forma,

$$\mathbf{y}_{A,pa} = N_p \mathbf{f}_{A,pa} = \frac{N_p^2 i_{pa}}{\mathfrak{R}_{dp}} \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_{A,pb} = N_p \mathbf{f}_{A,pb} = \frac{N_p^2 i_{pb}}{\mathfrak{R}_{dp}} \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_{A,pc} = N_p \mathbf{f}_{A,pc} = \frac{N_p^2 i_{pc}}{\mathfrak{R}_{dp}} \quad (9)$$

Como consecuencia, la parte de la matriz de acoplamientos magnéticos asociada con el aire se puede expresar de la forma siguiente:

$$[\mathbf{M}_A] = \begin{bmatrix} L_{pd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{pd} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{pd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L_{sd}}{r_d^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_{sd}}{r_d^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_{sd}}{r_d^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Los elementos de la matriz anterior representan lo siguiente:

$$L_{pd} = \frac{N_p^2}{\mathfrak{R}_{dp}} \quad ; \quad L_{sd} = \frac{N_s^2}{\mathfrak{R}_{ds}} \quad ; \quad r_d = \frac{N_p}{N_s}$$

L_{pd} y L_{sd} representan las inductancias de dispersión del devanado primario y secundario. Con referencia a la figura 2-4, sin considerar los flujos que se cierran a través del aire o el tanque en la cuarta columna, se tiene en cuenta el flujo que circula únicamente por el núcleo magnético, cumpliéndose la ley de continuidad del flujo expresada por,

$$\mathbf{f}_{Fe,a} + \mathbf{f}_{Fe,b} + \mathbf{f}_{Fe,c} + \mathbf{f}_{dh} = 0$$

Teniendo en cuenta que para cada columna la,

$$G_A = \frac{1}{\mathfrak{R}_a} \quad ; \quad G_B = \frac{1}{\mathfrak{R}_b} \quad ; \quad G_C = \frac{1}{\mathfrak{R}_c} \quad ; \quad G_{dh} = \frac{1}{\mathfrak{R}_{dh}}$$

Por tanto, para la figura 2-4, la ecuación de continuidad del flujo se puede reescribir de la siguiente forma,

$$f_{A0}G_A + f_{B0}G_B + f_{C0}G_C + f_{\mathfrak{R}dh}G_{dh} = 0 \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que las excitaciones de “*fmm*” de cada columna del circuito magnético de la figura 2-4, corresponden con las expresiones,

$$f_a = f_{AT} \quad ; \quad f_b = f_{BT} \quad ; \quad f_c = f_{BT}$$

donde las caídas de potencial magnético debido a las reluctancias no lineales asociadas con el núcleo magnético son,

$$f_{\mathfrak{R}a} = (f_{AT} - f_{0T}) \quad (12)$$

$$f_{\mathfrak{R}b} = (f_{BT} - f_{0T}) \quad (13)$$

$$f_{\mathfrak{R}c} = (f_{CT} - f_{0T}) \quad (14)$$

Por tanto la ecuación (11) se puede reescribir de la forma siguiente,

$$(f_{AT} - f_{0T})G_A + (f_{BT} - f_{0T})G_B + (f_{CT} - f_{0T})G_C + (0 - f_{0T})G_{dh} = 0 \quad (15)$$

donde el potencial magnético del nudo “0” respecto a la referencia “T” del circuito magnético de la figura 2-4 se puede expresar de la siguiente manera,

$$f_{0T} = \frac{G_a \cdot f_a + G_b \cdot f_b + G_c \cdot f_c}{G_a + G_b + G_c + G_d} \quad (16)$$

Por lo tanto, el flujo magnético unitario de cada columna se puede expresar como,

$$\mathbf{f}_{Fe,k} = G_k (f_k - f_{0T}) \quad (17)$$

Y sustituyendo la ecuación (17) en (16) se tiene,

$$\mathbf{f}_{Fe,k} = G_k \left(f_k - \frac{G_a \cdot f_a + G_b \cdot f_b + G_c \cdot f_c}{G_a + G_b + G_c + G_{dh}} \right) \quad (18)$$

$k = a, b, c$

En el caso del núcleo de tres columnas proporcionalmente iguales de valor,

$$G_a = G_b = G_c = G \quad (19)$$

donde la permeancia lineal representada en el circuito magnético es,

$$G_{dh} = \mathbf{k} \cdot G \quad (20)$$

siendo κ del orden de 0.001. Sustituyendo en la ecuación (18), las consideraciones expresadas en las ecuaciones (19) y (20) se tiene lo siguiente,

$$\mathbf{f}_{Fe,k} = G \cdot \left(f_k - \frac{G \cdot (f_a + f_b + f_c)}{G \cdot (3 + \mathbf{k})} \right) \quad (21)$$

donde la ecuación anterior se puede expresar en forma genérica como sigue,

$$\mathbf{f}_{Fe,k} = \frac{G}{(3 + \mathbf{k})} \cdot ((3 + \mathbf{k}) \cdot f_k - (f_a + f_b + f_c)) \quad (22)$$

Por tanto para la columna “a”, $k = a$ la ecuación anterior se escribe como sigue,

$$\mathbf{f}_{Fe,a} = \frac{G}{(\mathbf{k} + 3)} \cdot ((\mathbf{k} + 3) \cdot f_a - (f_a + f_b + f_c)) \quad (23)$$

$$\mathbf{f}_{Fe,a} = \frac{G}{(3 + \mathbf{k})} \cdot (\mathbf{k} f_a + 2f_a - f_b - f_c) \quad (24)$$

Bajo la consideración de que las tres columnas son idénticas, las expresiones de los flujos unitarios se simplifican, quedando de la siguiente forma:

$$\mathbf{f}_{Fe,b} = \frac{G}{(3+\mathbf{k})} \cdot (\mathbf{k}f_b + 2f_b - f_a - f_c) \quad (25)$$

$$\mathbf{f}_{Fe,c} = \frac{G}{(3+\mathbf{k})} \cdot (\mathbf{k}f_c + 2f_c - f_a + f_b) \quad (26)$$

Las excitaciones de cada columna son:

$$f_a = N_p i_{pa} + N_s i_{sa} \quad (27)$$

$$f_b = N_p i_{pb} + N_s i_{sb} \quad (28)$$

$$f_c = N_p i_{pc} + N_s i_{sc} \quad (29)$$

De lo anterior, el flujo concatenado por las bobinas a , b y c del primario y que se cierra a través del núcleo, se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{y}_{Fe,pa} = N_p \mathbf{f}_{Fe,a} = \frac{G \cdot N_p}{(3+\mathbf{k})} \left((2+\mathbf{k}) \cdot (N_p i_{pa} + N_s i_{sa}) - (N_p i_{pb} + N_s i_{sb}) - (N_p i_{pc} + N_s i_{sc}) \right) \quad (30)$$

$$\mathbf{y}_{Fe,pb} = N_p \mathbf{f}_{Fe,b} = \frac{G \cdot N_p}{(3+\mathbf{k})} \left((2+\mathbf{k}) \cdot (N_p i_{pb} + N_s i_{sb}) - (N_p i_{pa} + N_s i_{sa}) - (N_p i_{pc} + N_s i_{sc}) \right) \quad (31)$$

$$\mathbf{y}_{Fe,pc} = N_p \mathbf{f}_{Fe,c} = \frac{G \cdot N_p}{(3+\mathbf{k})} \left((2+\mathbf{k}) \cdot (N_p i_{pc} + N_s i_{sc}) - (N_p i_{pa} + N_s i_{sa}) - (N_p i_{pb} + N_s i_{sb}) \right) \quad (32)$$

Por tanto, la matriz de acoplamiento correspondiente al núcleo es:

$$[\mathbf{M}_{Fe}] = \begin{bmatrix} M' & \frac{-M}{2} & \frac{-M}{2} & \frac{M'}{r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{-M}{2.r_d} \\ \frac{-M}{2} & M' & \frac{-M}{2} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{M'}{r_d} & \frac{-M}{2.r_d} \\ \frac{-M}{2} & \frac{-M}{2} & M' & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{M'}{r_d} \\ M' & \frac{-M}{2} & \frac{-M}{2} & \frac{M'}{r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{-M}{2.r_d} \\ r_d & \frac{2.r_d}{2} & \frac{2.r_d}{2} & r_d^2 & \frac{2.r_d^2}{2} & \frac{2.r_d^2}{2} \\ \frac{-M}{2.r_d} & \frac{M'}{r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{M'}{r_d} & \frac{-M}{2.r_d} \\ \frac{2.r_d}{2} & \frac{r_d}{2} & \frac{2.r_d}{2} & \frac{2.r_d^2}{2} & \frac{r_d^2}{2} & \frac{2.r_d^2}{2} \\ \frac{-M}{2.r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{M'}{r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{-M}{2.r_d} & \frac{M'}{r_d} \\ \frac{2.r_d}{2} & \frac{2.r_d}{2} & \frac{r_d}{2} & \frac{2.r_d^2}{2} & \frac{2.r_d^2}{2} & \frac{r_d^2}{2} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Los términos dentro de la matriz son:

$$M' = M + M_h \quad ; \quad M = \frac{2 \cdot G \cdot N_p^2}{(\mathbf{k} + 3)} \cong \frac{2 \cdot G \cdot N_p^2}{3}$$

$$M_h = \frac{\mathbf{k} \cdot G \cdot N_p^2}{(\mathbf{k} + 3)} \cong \frac{\mathbf{k} \cdot G \cdot N_p^2}{3} \quad ; \quad r_d = \frac{N_p}{N_s}$$

La matriz de acoplamientos (suponiendo que no hay saturación ni pérdidas en el hierro y que las tres columnas son iguales) es la suma de $[\mathbf{M}_A]$ y $[\mathbf{M}_{Fe}]$, quedando de la forma siguiente:

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} L_p & M_p & M_p & L_{ps} & M_{ps} & M_{ps} \\ M_p & L_p & M_p & M_{ps} & L_{ps} & M_{ps} \\ M_p & M_p & L_p & M_{ps} & M_{ps} & L_{ps} \\ L_{ps} & M_{ps} & M_{ps} & L_s & M_s & M_s \\ M_{ps} & L_{ps} & M_{ps} & M_s & L_s & M_s \\ M_{ps} & M_{ps} & L_{ps} & M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \quad (34)$$

donde los parámetros cumplen las relaciones siguientes:

$$L_p = L_{pd} + M_h + M ; \quad L_{ps} = \frac{(M_h + M)}{r_d} ;$$

$$L_s = \frac{(L_{sd} + M_h + M)}{r_d^2} ;$$

$$M_p = \frac{-M}{2} ; \quad M_{ps} = \frac{-M}{2 \cdot r_d} ; \quad M_s = \frac{-M}{2 \cdot r_d^2} ;$$

$$r_d = \frac{N_p}{N_s}$$

La relación entre la fmm y el flujo, en el caso de funcionamiento lineal del transformador es $f_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R} \mathbf{f}$ donde \mathfrak{R} es constante.

APÉNDICE D

1. Referencias y bibliografía

- [1] L. Rabins, "Transformer Reactance Calculations with Digital Computers", AIEE Transactions, Vol. 75 Pt. I, July 1956, pp. 261-267.
- [2] P.I. Fergestad and T. Henriksen, "Transient Oscillations in Multiwinding Transformer", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, March-April 1974, pp. 500-509.
- [3] P.I. Fergestad and T. Henriksen, "Inductances for the Calculations of transient Oscillation in Transformers", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, March-April 1974, pp. 510-517.
- [4] D.J. Wilcox, M. Colon, and W.G. Hurley, "Calculations of Self and Mutual Impedances for Coils on Ferromagnetic Cores", IEE Proceeding, Vol. 135, Pt. A, No. 7 September 1988, pp. 470-476.
- [5] D.J. Wilcox, W.G. Hurley, and M. Colon, "Calculations of Self and Mutual Impedances of Between Sections of Transformer Windings", IEE Proceeding, Vol. 136, Pt. C, No. 5 September 1989, pp. 308-314.
- [6] D.J. Wilcox, "Theory of Transformer Modelling Using Modal Analysis", IEE Proceeding, Vol. 138, Pt. C, No. 2 March 1991, pp. 121-128.
- [7] W.J. McNutt, T.J. Blalock, and R.A. Hilton, "Response of Transformers Windings to System Voltages", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, No. 2, March-April 1974, pp. 457-467.
- [8] R.C. Degeneff, "A General Method of Determining Resonances in Transformers Windings", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No. 2, March-April 1977, pp. 423-430.
- [9] R.C. Degeneff, M.R. Gutierrez, and P.J. McKenny, "A Method for Constructing Reduced Order Transformer Models for Systems Studies from Detailed Lumped Parameters Models", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No. 2, April 1992, pp. 649-655.
- [10] L.F. Blume, editor, "Transformer Engineering", Second Edition, John Wiley and Sons, 1951.
- [11] J.H. McWhirter, C.D. Fahmkopf, and J.H. Steele, "Determination of Impulse Stresses within Transformers Windings by Computers", AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, February 1957, pp. 1267-1274.
- [12] R.B. Shipley, D. Coleman, and C.F. Watts, "Transformers Circuits for Digital Studies", AIEE Transactions Pt. III (Power Apparatus and Systems), Vol-81, February 1963, pp. 1028-1031.
- [13] H.W. Dommel, "Transformer Models in the Simulation of Electromagnetic Transients", Proc. 5th Power Systems Computation Conference, 1975, Sept. 1-5, paper 3.1/4.
- [14] V. Brandwanj, H. W. Dommel, and I.I. Dommel, "Matrix Representation of Three-Phase N-Winding Transformers for Steady-State and Transient Studies", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 6, June 1982, pp. 1369-1378.
- [15] R.C. Dugan, R. Gabrik, J.C. Wright, and K.W. Patten, "Validate Techniques for Modelling Shell-Form EHV Transformers", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-4, April 1989, pp. 1070-1078.
- [16] E. Colin Cherry, "The Duality Between Interlinked Electric and Magnetic Circuits and the Formation of Transformers equivalent Circuits", Proc. Of the Physical Society, Vol. (B) 62, Feb. 1949, pp. 101-111.
- [17] G.R. Slemon, "Equivalent Circuit for transformer and Machines Including Nonlinear Effects", Proc. IEE. Part IV, Vol. 100, 1953, pp. 129-143.
- [18] H. Edelman, "Anschauliche Ermittlung von Transformatorersatzschaltbildern", Arch. Elektr. Übertragung, Vol. 13, 1959, pp. 253-261.
- [19] L. Krahenbuhl, B. Kulicke, and A. Webs, "Simulationsmodell eines Mehrwicklungstransformators zur Untersuchung von Sättigungsvorgängen", Siemens Forschungs- und Entwicklungsbericht, Band 12(1983), Nr. 4, pp. 232-235.
- [20] C. M. Arturi "Transient simulation and analysis of a three-phase five-limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 6, no. 1, January 1991, pp. 196-207

- [21] M.D'Amore and M. Salermo, "Simplified Models for Simulating Transformer Windings Subject to Impulse Voltage", paper No. A 79 431-8, presented at the IEEE PES Summer Meeting, July 15-20, 1979.
- [22] E.P. Dick and W. Watson, "Transformer Models for Transients Studies Based on Field Measurements", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 1, January 1981, pp. 409-418.
- [23] S. Cristina, M.D'Amore and M. Salermo, "Digital Simulator of Transformer Windings Subject to Impulse Voltage", IEE Proceeding, Vol. 129, Pt. C, No. 4, July 1982, pp. 172-176.
- [24] A. Keyhani, S. M. Miri, and S. Hao, "Parameters Estimation for Power Transformer Models from Time-Domain Data", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 1, No. 3, July 1986.
- [25] P.T.M. Vaessen, "Transformer Model for High Frequencies" IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, No.4, October 1988, pp. 1761-1768.
- [26] Q. Su, R.E. James, and D. Sutanto, "A Z-Transform Model of transformers for the Study of Electromagnetic Transients in Power Systems", Vol. 5, No. 1, February 1990, pp. 27-33.
- [27] A. Keyhani, S.W. Chua, and S.A. Sebo, "Maximum Likelihood Estimation of Transformer High Frequency Parameters from Test Data", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No. 2, April 1991, pp. 858-865.
- [28] Y. Liu, S.A. Sebo, R. Caldecott, D.G. Kasten, and S.E. Wright, "Power Transformer Resonance – Measurements and Prediction", paper presented at the IEEE/PES Winter Meeting, February 3-7. 1991, paper No. 91 WM 048-9 PWRD.
- [29] A. O. Soysal, "A Method for Wide Frequency Range Modeling of power Transformers and Rotating Machines", Proc. IEEE Transmission and Distribution Conference, 1991, pp. 560-566.
- [30] A. Morched, L. Marti, and J. Ottevangers, "A High Frequency Transformer model for the EMTP", paper No. 92 SM 359-0 PWRD presented at the 1992 IEEE/PES Summer Meeting.
- [31] A.O. Soysal and A. Semlyen, "Practical Transfer Function Estimation and its Applications to Wide Frequency Range Representation of Transformers", paper No. 92 SM 358-2 PWRD presented at the 1992 IEEE/PES Summer Meeting.
- [32] P. Silvester, and M.V.K. Chari, "Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, No. 7, Sept./Oct. 1970, pp. 1642-1651.
- [33] M.V.K. Chari, J. D'aAngelo, M.A. Palmo, and D.K. Sharma, "Application of Three-Dimensional Electromagnetic Analysis Methods to Electrical Machinery and Devices", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. EC-1, No. 2, June 1986, pp. 145-157..
- [34] N.A. Demerdash, T.W. Nehl, F.A. Fuad, and O.A. Mohammed, "Three Dimensional Finite Element Vector Potential Formulation of Magnetic Fields in Electrical Apparatus", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 8, August 1981, pp. 4104-4111.
- [35] N.A. Demerdash, T.W. Nehl, F.A. Fuad, and O.A. Mohammed, "Experimental Verification and Application of the Three-Dimensional Finite Element Vector Potential Method in Electrical Apparatus", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 8, August 1981, pp. 4112-4122.
- [36] R.S. Girgis, A.A. Yannucci, and J.B. Templeton, "Performance Parameters of Power Transformer Using 3D Magnetic Field Calculations", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 9, Sept. 1984, pp. 2708-2713.
- [37] G. Lian, Y. Ruopin, and C. Pizhang, "An Equivalent Magnetization Surface Current Approach of Calculation 3-Dimensional Leakage Fields of a Transformer", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 3, July 1992, pp.376-383.
- [38] X. Chen, S. S. Ventaka, "A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies" *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 12, No. 2, April 1997, pp. 775-782
- [39] A. Medina, J. Arrillaga, "Simulation of Multilimb Power Transformers in the Harmonic Domain", IEE PROCEEDINGS-C, Vol. 139, No.3, May.1992, pp. 269-276.
- [40] Francisco de León, Adam Semlyen, "A Simple Representation of Dynamic Hysteresis Losses in Power Transformers", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No.1, pp. 315-321, January 1995.

- [41] N. Rajakovic and A. Semlyen, "Harmonic Domain Analysis of Field Variables Related to Eddy Current and Hysteresis Losses in Saturated Laminations", "IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 2, April 1989, pp.1111-1116.
- [42] H.W. Dommel; A. Yan, Shi Wei, "Harmonic from Transformer Saturation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol PWRD-1, No.2, April 1986, pp 209-215.
- [43] D.C. Jiles, D. L. Atherton, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 61 (1986) 48-60 Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland Physics Publishing Division)
- [44] C.E. Lin, C.L. Cheng C. L. Huang, "Hysteresis Characteristic Analysis of Transformer Under Different Excitations using Real Time Measurement", IEEE Transactions on Power Delivery Vol. 6, No. 2, April 1991
- [45] W.L.A. Neves, H.W. Dommel, "On Modelling Iron Core Nonlinearities", IEEE Transaction on Power System, vol. PWRS-8, May 1993, pp. 417-425.
- [46] W.L.A. Neves, H.W. Dommel, "Saturation curves of delta-connected transformers from measurements", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, July 1995, pp. 1432-1437.
- [47] K.J. Binns, P.J. Lawrenson, C.W. Trowbridge, The Analytical and numerical solution of Electric and Magnetic Fields, John Wiley 1992.
- [48] J. Arrillaga, D.A. Bradley, P.S. Bodger, Power System Harmonics, John Wiley 1985.
- [49] M.S. Nakhla, J. Vlach, "A piecewise harmonic balance technique for determination of periodic response of nonlinear systems", IEEE Transactions on Circuits and Systems, February 1976, pp. 85-90.
- [50] H.W. Dommel, EMTP Theory Book BPA, Portland, 1986.
- [51] G. Nayak, G. Irwin, A. Neufeld, "Guianhances electromagnetic transients simulation tools", IEEE Computer Applications in Power, Vol. 8, No. 1, January 1995, pp. 17-22.
- [52] P.P. Silvester, R.L. Ferrari, "FINITE ELEMENTS FOR ELECTRICAL ENGINEERS", Cambridge University Press.
- [53] M.V.K. Chair & P.P. Silvester, Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems. , John Wiley & Sons 1980.
- [54] R.E. White, An introduction to the Finite Element Method with Applications to Nonlinear Problems. , John Wiley & Sons 1985
- [55] Semlyen, E. Acha, J. Arrillaga, "Newton-Type algorithms for the harmonic phasor analysis of non linear power circuits in periodical steady state with special reference to magnetic nonlinearities", IEEE PowerEngineering Society, IEEE/PES 1987 Winter Meeting, New Orleans, Louisiana, February 1-6, 1987.
- [56] E. Acha, J. Arrillaga, A. Medina, A. Semlyen., "General frame of reference for analysis of harmonic distortion in systems with multiple transformer nonlinearities". IEE Proceedings, Vol. 136, Pt. C, No. 5, September 1989, pp. 271-278.
- [57] W. Xu, T.G. Martinich, J.H. Sawada, Y. Mansour, "Harmonics from SVC transformer saturation with direct current offset", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 3, July 1994, pp. 1502-1509.

2. Publicaciones producidas durante el desarrollo de la Tesis

- 1- J Pedra, L. Sainz, R. López, S. Bogarra, "Transformer Saturation Model for the Harmonic Analysis on Power System", presentado en el congreso (ICHQP'98) "International Conference on Harmonics and Quality of Power", anteriormente (ICHPS), organizado por IEEE/PES y NTUA, en Atenas, Grecia, (14 - 16) octubre de 1998.
- 2- R. López, J Pedra, L. Sainz, "Transformer Simulation Useful for Harmonic Analysis" presentado en septiembre de 1998 en el congreso "24th ICCIE en la

Universidad de Brunel University, en Londres U.K.”, ha sido publicado en la revista técnica Elsevier Science.

- 3- S. Bogarra, R. López, “Modelización de Transformadores de Distribución de Tres Columnas Mediante PSpice”. Presentado en as Jornades Tècniques sobre Energia organizada por la Associació d’Enginyers Industrials de Catalunya celebradas en Barcelona en 1998, España.
- 4- A.L. Orille, S. Bogarra, J.A. Valencia, R. López, J. Iglesias, “Modelización de Transformadores de Tres Columnas para el Diseño de Protecciones Digitales”, presentado en el congreso internacional “6ª Jornadas Luso - Espanholas de Engenharia Eletrotecnica”, (Lisboa, 7 – 9 julio de 1999).
- 5- J. Pedra, R. López, F. Córcoles, R. L. Alves, J. Riera, “Modelo de Transformador Trifásico para Simulink”, en el congreso internacional “IEEE-ANDESCON99”, (Venezuela 8 - 10 de septiembre de 1999).