
Capítulo VI

Modelizado Dinámico de Filtros Sintonizables

El Espíritu Divino vio una salida sublime en aquel milagro del análisis, aquel portento del mundo ideal, aquel ente anfibio entre el ser y el no ser, que llamamos raíz imaginaria de la unidad negativa.

Gottfried Leibniz

En el capítulo 4 se ha mostrado el diseño e implementación del filtro analógico con sintonía automática propuesto basado en una estructura *master-slave*, cuyos resultados experimentales han sido expuestos en el capítulo 5. En este capítulo se realiza el modelizado para pequeña señal de dicho filtro. Se presenta en primer lugar un estudio no particularizado a ninguna topología explícita, que intenta generalizar la modelización para cualquier sistema de sintonía automática con características similares al mostrado aquí. Dicho modelizado es necesario para el análisis de estabilidad del sistema con sintonía automática así como, tal y como se lleva a cabo en este capítulo, para el planteamiento sistemático de los controladores adecuados para los lazos de sintonía del sistema.

SUMARIO DEL CAPÍTULO.

Capítulo 6.- <u>Modelizado Dinámico de Filtros Sintonizables</u>	209.
6.1.- Introducción	213.
6.2.- Modelizado Dinámico de Filtros con Capacidad de Sintonía	214.
6.2.1.- Modelo Incremental y Linealizado del Filtro	216.
6.2.2.- Inclusión de la Naturaleza Fasorial de la Señal de Entrada en el Modelo Incremental y Linealizado del Filtro	220.
6.3.- Modelo Incremental y Linealizado para la Topología ‘TQE’	227.
6.3.1.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Amplitud	229.
6.3.2.- Funciones de Transferencia para los Índices de Amplitud	230.
6.3.3.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Desfase	232.
6.3.4.- Funciones de Transferencia para los Índices de Desfase	233.
6.3.5.- Funciones de Transferencia para la Topología ‘TQE’ Alrededor del Punto de Sintonía	234.
6.4.- Mejora del Controlador para la Sintonía Automática de Q a Partir del Modelizado Propuesto	244.
6.4.1.- Diseño del Controlador Mejorado	244.
6.4.2.- Controlador Sintonizado	249.
6.4.3.- Resultados de Simulación	250.
6.5.- Consideraciones sobre el Controlador para la Sintonía Automática de ω_0 a Partir del Modelizado Propuesto	261.
6.6.- Modelo Incremental y Linealizado para la Topología ‘TQE’ Modificada	262.
6.6.1.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Amplitud	264.
6.6.2.- Funciones de Transferencia para los Índices de Amplitud	267.
6.6.3.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Desfase	268.
6.6.4.- Funciones de Transferencia para los Índices de Desfase	269.
6.6.5.- Funciones de Transferencia para la Topología ‘TQE’ Modificada Alrededor del Punto de Sintonía	270.
6.7.- Conclusiones	274.

6.1.- INTRODUCCIÓN.

En el capítulo cuarto se ha explicado el proceso de diseño e implementación del filtro de tiempo continuo pasa-banda con estructura TQE (*Transimpedance Q-Enhancement*) y de los respectivos lazos de sintonía del factor de calidad Q y la frecuencia central ω_0 . Con el fin de ahondar más en el mecanismo de funcionamiento de estos lazos de control, este tema tiene como objetivo principal la modelización matemática de la estructura de filtrado planteada en dicho capítulo.

Conviene indicar que el modelizado y estudio analítico de las estructuras de sintonía automática son escasos en la literatura, independientemente de la tecnología utilizada, a pesar de que el estudio de estabilidad del conjunto filtro *master* más lazos de sintonía está considerado como un problema abierto en este tipo de sistemas [SCH90], [KOZ92], [KOZ93]. La aproximación usual para evitar inestabilidades indeseadas en los filtros es compensar los lazos con una característica con polo claramente dominante, asegurando por tanto la estabilidad en detrimento del ancho de banda de operación de los lazos de control. No obstante, independientemente de la compensación utilizada en los lazos de sintonía, si quiere llevarse a cabo un estudio de estabilidad, aunque sea al menos local, debe obtenerse el correcto modelizado dinámico del filtro.

La etapa de filtrado adaptativa como la que nos ocupa, en la que las entradas de sintonía existentes modifican los parámetros de la estructura de filtrado original, muestra una no linealidad del tipo bilineal, que es bien conocida en diversas áreas del modelizado de sistemas como es el caso de la obtención de modelos promediados en el campo de los convertidores conmutados de potencia [ERI01], [KAS91].

En el modelizado presentado en este capítulo se tomarán como variables de salida el desfase existente entre las señales de salida y entrada al filtro *master* y la amplitud de salida del mismo, pues son estos índices los que se utilizan para la sintonía tanto en frecuencia como en factor de calidad del filtro.

El análisis conduce a un modelo equivalente incremental linealizado para pequeña señal con el que puede obtenerse una serie de funciones de transferencia que relacionan los índices de salida del filtro *master* (desfase entre las señales de salida y entrada al mismo y su amplitud de salida) con sus entradas de control.

A pesar de que este estudio se centrará en el sistema diseñado y realizado en la presente tesis, basado en las ya conocidas estructuras TQE, intenta también generalizar la modelización para cualquier sistema de sintonía automática con características similares de filtrado adaptativo al mostrado aquí. Es por ello que el siguiente apartado se inicia con el planteamiento del modelizado para una estructura genérica de segundo orden antes de particularizar para el caso de las topologías TQE presentadas en los capítulos anteriores.

6.2.- MODELIZADO DINÁMICO DE FILTROS CON CAPACIDAD DE SINTONÍA.

Con el fin de estudiar analíticamente la estabilidad local del sistema de sintonía es necesario realizar el modelizado completo del filtro, y obtener las funciones de transferencia del circuito equivalente aproximado en pequeña señal que relacionen los dos índices de interés (el desfase entre las señales de salida y entrada al filtro, y la amplitud de salida) con sus entradas de control.

Como es bien sabido, en general, una planta multivariable de orden dinámico n puede representarse en el dominio temporal a través de un sistema de ecuaciones diferenciales de n ésimo orden o, equivalentemente, en el espacio de estado de la forma:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (6-1)$$

donde $x(t)$ es el vector de estado, $u(t)$ es el vector de entradas al sistema, y $f(\cdot)$ una función genérica (lineal o no) de ambos.

Particularizando al caso que interesa en el desarrollo de este capítulo, una posible no linealidad es la denominada bilinealidad [ERI01], [KAS91], debida a la aparición de términos formados por el producto de variables de estado y entradas de control. Bajo estas condiciones, el sistema de ecuaciones mostrado en (6-1) puede ser presentado como (figura 6.1):

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) = \mathbf{A}(u(t)) \cdot x(t) + \mathbf{B}(u(t)) \cdot u(t) \quad (6-2)$$

donde $\mathbf{A}(u(t))$ y $\mathbf{B}(u(t))$ son las matrices de coeficientes de la planta, en las que cada uno de los elementos a_{ij} y b_{lk} de las mismas vienen dados en general por funciones f_{ij}^a y f_{lk}^b de los elementos del vector de entrada:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= f_{ij}^a(u(t)) && \text{para } i, j = \{1, 2, \dots, n\} \\ b_{lk} &= f_{lk}^b(u(t)) && \text{para } l = \{1, 2, \dots, n\} \text{ y } k = \{1, 2, \dots, m\} \end{aligned} \quad (6-3)$$

siendo n el orden del sistema y m el número de entradas al mismo (dimensión del vector $u(t)$).

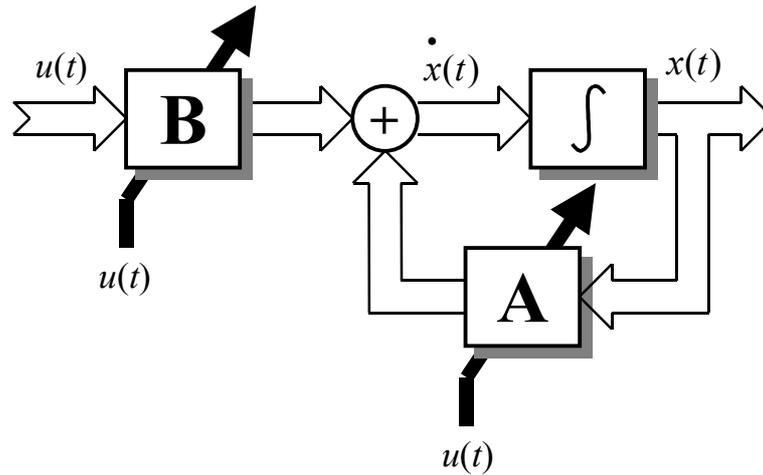


Fig. 6.1.- Diagrama de bloques del modelizado de una planta genérica bilineal.

Concretando a la situación tratada en la presente tesis, la planta corresponde a un filtro analógico de tiempo continuo con capacidad de sintonía, en el que los parámetros que relacionan las variaciones dinámicas de los estados con los propios estados y las entradas al sistema dependen de unas determinadas señales de control. De esta manera, un filtro genérico de orden n para un sistema de filtrado con capacidad de sintonía automática puede ser visto como una planta no lineal controlable compuesta por una entrada de señal, $v_{in}(t)$, n variables de estado $x_1(t)$, ..., $x_n(t)$ y n entradas de control, que se denominarán $v_{C1}(t)$, ..., $v_{Cn}(t)$. Estas entradas de control modifican los parámetros de las matrices **A** y **B** (figura 6.2), obteniendo un caso particular de bilinealidad para filtros adaptativos, en el que la planta considerada puede ser modelizada matricialmente, independientemente de la naturaleza de la señal de entrada aplicada a la misma, a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales como el mostrado en (6-4):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) = \\ &= \mathbf{A}(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \cdot x(t) + \mathbf{B}(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \cdot v_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-4)$$

donde los respectivos términos a_{ij} y b_{ij} de las mismas (con $i, j = \{1, 2, \dots, n\}$) son una combinación de las n señales de control del filtro:

$$a_{ij} = f_{ij}^a(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \quad ; \quad b_{ij} = f_{ij}^b(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \quad (6-5)$$

y el vector de estado está dado por:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (6-6)$$

Por sencillez, se considera a continuación el caso en el que esta combinación sea lineal, con lo que los términos a_{ij} y b_{ij} son, respectivamente, de la forma:

$$a_{ij} = a_1^{ij}v_{C1}(t) + a_2^{ij}v_{C2}(t) + \dots + a_n^{ij}v_{Cn}(t) = \sum_{k=1}^n a_k^{ij}v_{Ck}(t)$$

$$b_{ij} = b_1^{ij}v_{C1}(t) + b_2^{ij}v_{C2}(t) + \dots + b_n^{ij}v_{Cn}(t) = \sum_{k=1}^n b_k^{ij}v_{Ck}(t)$$

(6-7)

de manera que el sistema puede describirse a través de:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n a_k^{11}v_{Ck}(t) & \sum_{k=1}^n a_k^{12}v_{Ck}(t) & \dots & \sum_{k=1}^n a_k^{1n}v_{Ck}(t) \\ \sum_{k=1}^n a_k^{21}v_{Ck}(t) & \sum_{k=1}^n a_k^{22}v_{Ck}(t) & \dots & \sum_{k=1}^n a_k^{2n}v_{Ck}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=1}^n a_k^{n1}v_{Ck}(t) & \sum_{k=1}^n a_k^{n2}v_{Ck}(t) & \dots & \sum_{k=1}^n a_k^{nn}v_{Ck}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n b_k^{11}v_{Ck}(t) \\ \sum_{k=1}^n b_k^{21}v_{Ck}(t) \\ \dots \\ \sum_{k=1}^n b_k^{n1}v_{Ck}(t) \end{bmatrix} \cdot v_{in}(t)$$

(6-8)

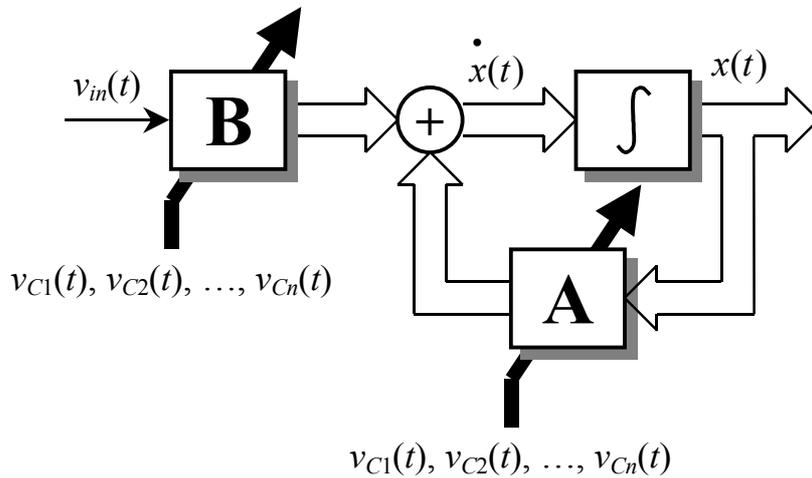


Fig. 6.2.- Diagrama de bloques del modelizado de la planta (filtro con capacidad de sintonía).

6.2.1.- Modelo Incremental y Linealizado del Filtro.

Dado un determinado punto de trabajo del filtro, para estudiar cómo las diferentes variables de estado se relacionan con las señales de control, se realizará una linealización del mismo alrededor de dicho punto. Esta linealización de las ecuaciones del sistema bilineal requiere un modelo incremental donde se consideran desviaciones a partir de valores nominales de la forma:

$$\left. \begin{aligned} v_{Ci}(t) &= V_{Ci} + \tilde{v}_{Ci}(t) \\ v_{in}(t) &= V_{in}(t) + \tilde{v}_{in}(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(t) = X(t) + \tilde{x}(t)$$

(6-9)

considerando perturbaciones (indicadas mediante el símbolo ~) respecto de los valores en estado estacionario en un determinado punto de trabajo (en letras mayúsculas). Nótese que estos valores en el punto de trabajo en general no tienen por qué ser explícitamente niveles de DC, sino que (como ocurre en sistemas de sintonía automática con señal de entrada sinusoidal en el filtro *master*) pueden ser funciones temporales. En

efecto, aunque el estado estacionario de las señales de control V_{C_i} sí son niveles de DC que fijan el punto de sintonía del filtro, el de las variables de estado $X(t)$, al igual que el de la señal de entrada $V_{in}(t)$, corresponde a un régimen senoidal permanente.

Sustituyendo las relaciones de (6-9) en la ecuación (6-1), expandiendo los términos no lineales resultantes en series de Taylor multivariable alrededor del punto de trabajo, y asumiendo que las perturbaciones son suficientemente pequeñas alrededor de dicho punto para poder despreciar los términos de segundo orden en las perturbaciones $\tilde{x}(t)$ y $\tilde{u}(t)$, se llega a una aproximación linealizada de primer orden del tipo:

$$\frac{dX}{dt} + \frac{d\tilde{x}}{dt} \approx f(X(t), U(t)) + \frac{\partial f}{\partial x} \tilde{x}(t) + \frac{\partial f}{\partial u} \tilde{u}(t) \quad (6-10)$$

Teniendo en cuenta que la solución nominal en el punto de trabajo en sí misma satisface la expresión (6-4), pueden separarse los términos del régimen estacionario de los de perturbación, obteniendo de esta forma el modelo incremental lineal del sistema equivalente para pequeña señal:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} \approx \frac{\partial f}{\partial x} \tilde{x}(t) + \frac{\partial f}{\partial u} \tilde{u}(t) = \mathbf{A} \cdot \tilde{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \tilde{u}(t) \quad (6-11)$$

donde las matrices de coeficientes \mathbf{A} y \mathbf{B} corresponden con las correspondientes matrices Jacobianas de derivadas parciales evaluadas en el punto de operación considerado.

En el caso estudiado en la presente tesis, y en general en la inmensa mayoría de sistemas de sintonía automática, la planta a modelizar es un filtro *master* formado por una estructura de segundo orden con dos tensiones de control (que sintonizan los parámetros ω_0 y Q). De esta forma, en el caso más sencillo en el que los elementos de las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} de la expresión (6-4) vengan dados por combinaciones lineales de dichas señales de control ($v_{C1}(t)$ y $v_{C2}(t)$):

$$a_{ij} = a_1^{ij} v_{C1}(t) + a_2^{ij} v_{C2}(t) \quad ; \quad b_{ij} = b_1^{ij} v_{C1}(t) + b_2^{ij} v_{C2}(t) \quad (6-12)$$

se obtiene un sistema del tipo:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^{11} v_{C1}(t) + a_2^{11} v_{C2}(t) & a_1^{12} v_{C1}(t) + a_2^{12} v_{C2}(t) \\ a_1^{21} v_{C1}(t) + a_2^{21} v_{C2}(t) & a_1^{22} v_{C1}(t) + a_2^{22} v_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} b_1^{11} v_{C1}(t) + b_2^{11} v_{C2}(t) \\ b_1^{21} v_{C1}(t) + b_2^{21} v_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot v_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-13)$$

donde la matriz \mathbf{A} , que fija la dinámica natural de la planta, viene dada por la expresión:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1^{11} v_{C1}(t) + a_2^{11} v_{C2}(t) & a_1^{12} v_{C1}(t) + a_2^{12} v_{C2}(t) \\ a_1^{21} v_{C1}(t) + a_2^{21} v_{C2}(t) & a_1^{22} v_{C1}(t) + a_2^{22} v_{C2}(t) \end{bmatrix} \quad (6-14)$$

Considerando las desviaciones a partir de los valores nominales de la forma expresada en (6-9), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) + \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) + \dot{\tilde{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \\
 = & \begin{bmatrix} a_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) & a_1^{12}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{12}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ a_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) & a_1^{22}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{22}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(t) + \tilde{x}_1(t) \\ X_2(t) + \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} b_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ b_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{bmatrix} \cdot [V_{in}(t) + \tilde{v}_{in}(t)]
 \end{aligned} \tag{6-15}$$

Separando del sistema de ecuaciones los términos del régimen estacionario en el punto de trabajo:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2} & a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2} \\ a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2} & a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2} \\ b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot V_{in}(t) \tag{6-16}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2} & a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2} \\ a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2} & a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} a_1^{11}\tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{11}\tilde{v}_{C2}(t) & a_1^{12}\tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{12}\tilde{v}_{C2}(t) \\ a_1^{21}\tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{21}\tilde{v}_{C2}(t) & a_1^{22}\tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{22}\tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(t) + \tilde{x}_1(t) \\ X_2(t) + \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2} \\ b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \tilde{v}_{in}(t) + \begin{bmatrix} b_1^{11}\tilde{v}_{C1}(t) + b_2^{11}\tilde{v}_{C2}(t) \\ b_1^{21}\tilde{v}_{C1}(t) + b_2^{21}\tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot [V_{in}(t) + \tilde{v}_{in}(t)]
 \end{aligned} \tag{6-17}$$

y despreciando aquellos sumandos que contienen productos cruzados de las variables incrementales:

$$\tilde{v}_{Ci}(t) \cdot \tilde{x}_i(t) \rightarrow 0 \quad \tilde{v}_{Ci}(t) \cdot \tilde{v}_{in}(t) \rightarrow 0 \quad \text{con } i = \{1, 2\} \tag{6-18}$$

se pasa a un modelo dinámico linealizado en pequeña señal del filtro, independientemente del tipo de excitación del mismo, expresado matemáticamente por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2} & a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2} \\ a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2} & a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} a_1^{11}X_1(t) + a_1^{12}X_2(t) + b_1^{11}V_{in}(t) & a_2^{11}X_1(t) + a_2^{12}X_2(t) + b_2^{11}V_{in}(t) \\ a_1^{21}X_1(t) + a_1^{22}X_2(t) + b_1^{21}V_{in}(t) & a_2^{21}X_1(t) + a_2^{22}X_2(t) + b_2^{21}V_{in}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2} \\ b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \tilde{v}_{in}(t)
 \end{aligned} \tag{6-19}$$

o de forma equivalente:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2} & a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2} \\ a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2} & a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^{11}X_1(t) + a_1^{12}X_2(t) + b_1^{11}V_{in}(t) & a_2^{11}X_1(t) + a_2^{12}X_2(t) + b_2^{11}V_{in}(t) & b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2} \\ a_1^{21}X_1(t) + a_1^{22}X_2(t) + b_1^{21}V_{in}(t) & a_2^{21}X_1(t) + a_2^{22}X_2(t) + b_2^{21}V_{in}(t) & b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \\ \tilde{v}_{in}(t) \end{bmatrix} \quad (6-20)$$

donde las matrices **A** y **B** de esta última vienen dadas por las expresiones:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2} & a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2} \\ a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2} & a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_1^{11}X_1(t) + a_1^{12}X_2(t) + b_1^{11}V_{in}(t) & a_2^{11}X_1(t) + a_2^{12}X_2(t) + b_2^{11}V_{in}(t) & b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2} \\ a_1^{21}X_1(t) + a_1^{22}X_2(t) + b_1^{21}V_{in}(t) & a_2^{21}X_1(t) + a_2^{22}X_2(t) + b_2^{21}V_{in}(t) & b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2} \end{bmatrix} \quad (6-21)$$

siendo el vector de estado $\tilde{x}(t)$ y el de entradas $\tilde{u}(t)$ los definidos, respectivamente, por:

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} \quad ; \quad \tilde{u}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \\ \tilde{v}_{in}(t) \end{bmatrix} \quad (6-22)$$

Obsérvese que, a partir de la expresión (6-20), puede afirmarse que las diferentes funciones de transferencia que relacionan incrementos de las variables de estado $\tilde{x}_1(t)$ y $\tilde{x}_2(t)$ con variaciones de las señales de control $\tilde{v}_{C1}(t)$ y $\tilde{v}_{C2}(t)$ tienen los mismos polos que la función de transferencia que relaciona la entrada de señal $\tilde{v}_{in}(t)$ y la salida del filtro, que suele coincidir con alguna de las variables de estado del mismo.

A partir del sistema matricial dado en (6-20) (o (6-19)), y aplicando transformadas de Laplace a ambos lados de la igualdad, se obtiene:

$$s \begin{bmatrix} \tilde{X}(s) \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \tilde{X}(s) + \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{V}_{C1}(s) \\ \tilde{V}_{C2}(s) \\ \tilde{V}_{in}(s) \end{bmatrix} \Rightarrow X(s) = \left[s \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \mathbf{A} \right]^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{V}_{C1}(s) \\ \tilde{V}_{C2}(s) \\ \tilde{V}_{in}(s) \end{bmatrix} \quad (6-23)$$

Por lo que a partir de esta ecuación matricial pueden determinarse las funciones de transferencia que relacionan las dos variables de estado $x_1(t)$ y $x_2(t)$ con la señal de entrada al filtro $v_{in}(t)$ y con las señales de control $v_{C1}(t)$ y $v_{C2}(t)$ en régimen estacionario. La ecuación característica del sistema, que fijará la dinámica natural del mismo (y por tanto los polos de las funciones de transferencia para cualquier entrada) vendrá dada mediante la expresión:

$$\det \begin{bmatrix} s - (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & -a_1^{12}V_{C1} - a_2^{12}V_{C2} \\ -a_1^{21}V_{C1} - a_2^{21}V_{C2} & s - (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} = 0$$

$$s^2 - [(a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) + (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2})]s + [a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}][a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}] - [-a_1^{21}V_{C1} - a_2^{21}V_{C2}][-a_1^{12}V_{C1} - a_2^{12}V_{C2}] = 0$$

(6-24)

6.2.2.- Inclusión de la Naturaleza Fasorial de la Señal de Entrada en el Modelo Incremental y Linealizado del Filtro.

Llegados a este punto, y con el fin de obtener las funciones de transferencia que relacionan la amplitud y fase de las variables de estado con las señales de control, se procederá a continuación a incluir en las ecuaciones la naturaleza fasorial tanto de la señal de entrada al filtro como, en consecuencia, de sus variables de estado. Téngase en cuenta que estos parámetros (amplitud y fase) serán valores representativos de cada una de las variables de estado del filtro y, tal y como se vio en temas anteriores, la correcta extracción de la información de los mismos pasa por la realización de detectores de amplitud y fase a la salida del filtro *master*.

Obsérvese que, a diferencia de los sistemas clásicos de control donde las señales de referencia son generalmente niveles de DC, en el caso presentado la señal de entrada que procesa el filtro y, en consecuencia, sus variables de estado son sinusoidales. Por tanto, puede representarse dicha señal de entrada así como las variables de estado en forma fasorial:

$$v_{in}(t) = A_{in}(t)e^{j(\omega_{in}t)} \Rightarrow \begin{cases} x_1(t) = A_1(t)e^{j(\omega_{in}t + \varphi_1(t))} \\ x_2(t) = A_2(t)e^{j(\omega_{in}t + \varphi_2(t))} \end{cases}$$

(6-25)

donde ω_{in} es la frecuencia de la señal de entrada $v_{in}(t)$, $A_{in}(t)$ (que en el caso general puede ser variable con el tiempo) es su amplitud, y $A_i(t)$ y $\varphi_i(t)$ ($i=\{1,2\}$) son, respectivamente, la amplitud y el desfase respecto a la señal de entrada de la variable de estado $x_i(t)$ considerada (en adelante, y por comodidad, la variable $\varphi_i(t)$ será llamada simplemente ‘desfase’). Antes de considerar perturbaciones alrededor del punto de trabajo, se sustituye en el sistema de ecuaciones general de la planta dado en (6-13) las expresiones fasoriales de (6-25), llegando a:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} A_1(t)e^{j(\omega_{in}t + \varphi_1(t))} \\ A_2(t)e^{j(\omega_{in}t + \varphi_2(t))} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^{11}v_{C1}(t) + a_2^{11}v_{C2}(t) & a_1^{12}v_{C1}(t) + a_2^{12}v_{C2}(t) \\ a_1^{21}v_{C1}(t) + a_2^{21}v_{C2}(t) & a_1^{22}v_{C1}(t) + a_2^{22}v_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1(t)e^{j(\omega_{in}t + \varphi_1(t))} \\ A_2(t)e^{j(\omega_{in}t + \varphi_2(t))} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} b_1^{11}v_{C1}(t) + b_2^{11}v_{C2}(t) \\ b_1^{21}v_{C1}(t) + b_2^{21}v_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot A_{in}(t)e^{j(\omega_{in}t)}$$

(6-26)

Obsérvese que, de esta forma, se ha realizado un interesante cambio de variables que permite modelizar el filtro desde el punto de vista de las variables de salida amplitud y desfase. En efecto, a partir de las dos variables de estado de la planta $x_1(t)$ y $x_2(t)$ definidas en la ecuación (6-22), ambas de alta frecuencia, se obtienen cuatro índices representativos de las mismas $A_1(t)$, $\varphi_1(t)$, $A_2(t)$ y $\varphi_2(t)$, que son componentes de

baja frecuencia (como se observa en las expresiones de (6-25)), y que dan la información necesaria para la realización de la sintonía. Por tanto, la información de interés en banda base del fasor de estado $x_1(t)$ queda englobada en el par de variables o índices $A_1(t)$ y $\varphi_1(t)$, mientras que la información en banda base del fasor de la variable de estado $x_2(t)$ queda a su vez contenida en el par de índices $A_2(t)$ y $\varphi_2(t)$ (figura 6.3).

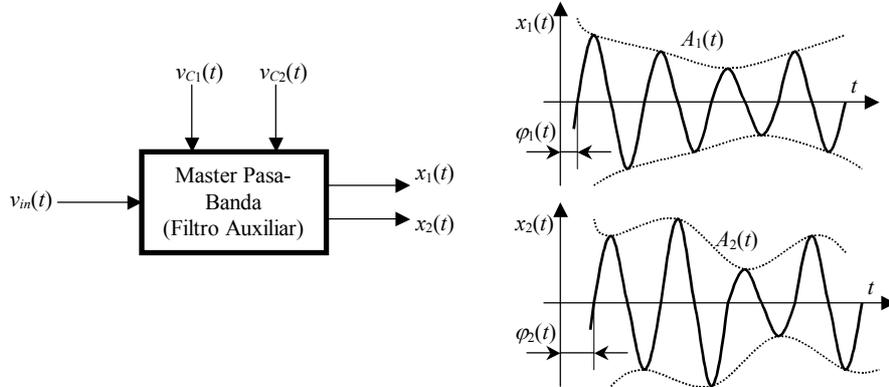


Fig. 6.3.- Cambio de variables que permite modelizar el filtro desde el punto de vista de las variables de salida amplitud y desfase. La información de interés en banda base del fasor de estado $x_1(t)$ queda englobada en el par de variables o índices $A_1(t)$ y $\varphi_1(t)$, mientras que la información en banda base del fasor de la variable de estado $x_2(t)$ queda a su vez contenida en el par de índices $A_2(t)$ y $\varphi_2(t)$

La obtención de índices puede ser considerada como una aproximación a la operación de demodulación a banda base, con el fin de extraer del fasor de estado $v_O(t)$ (señal portadora) la información (de variación lenta) de desfase y amplitud necesaria para la sintonía tanto de la frecuencia como del factor de calidad del filtro.

El sistema ‘equivalente’ en baja frecuencia sigue siendo no lineal. Con objeto de linealizar, y al igual que se ha realizado en las expresiones dadas en (6-9), pueden considerarse desviaciones a partir de valores nominales de la forma:

$$\left. \begin{array}{l} v_{C1}(t) = V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t) \\ v_{C2}(t) = V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t) \\ A_{in}(t) = A_{in} + \tilde{A}_{in}(t) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} A_1(t) = A_1 + \tilde{A}_1(t) & A_2(t) = A_2 + \tilde{A}_2(t) \\ \varphi_1(t) = \varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t) & \varphi_2(t) = \varphi_2 + \tilde{\varphi}_2(t) \end{cases} \quad (6-27)$$

donde los sumandos sin el símbolo \sim representan los niveles DC en el punto de trabajo considerado. Sustituyendo las ecuaciones de (6-27) en las expresiones (6-26) se llega a una descripción matemática del sistema equivalente en banda base de ecuaciones lineales (siguiendo con el proceso descrito en la ecuación (6-11)) para un determinado punto de trabajo del filtro, fijado por los niveles de DC de las variables de control V_{C1} y V_{C2} :

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} (A_1 + \tilde{A}_1(t)) e^{j(\omega_{in}t + \varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t))} \\ (A_2 + \tilde{A}_2(t)) e^{j(\omega_{in}t + \varphi_2 + \tilde{\varphi}_2(t))} \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} a_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) & a_1^{12}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{12}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ a_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) & a_1^{22}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{22}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{bmatrix} \cdot \\
 & \cdot \begin{bmatrix} (A_1 + \tilde{A}_1(t)) e^{j(\omega_{in}t + \varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t))} \\ (A_2 + \tilde{A}_2(t)) e^{j(\omega_{in}t + \varphi_2 + \tilde{\varphi}_2(t))} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ b_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{bmatrix} \cdot (A_{in} + \tilde{A}_{in}(t)) e^{j(\omega_{in}t)} \\
 & \tag{6-28}
 \end{aligned}$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_1(t) e^{j(\varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t))} + j(A_1 + \tilde{A}_1(t)) (\omega_{in} + \dot{\tilde{\varphi}}_1(t)) e^{j(\varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t))} \\ \dot{\tilde{A}}_2(t) e^{j(\varphi_2 + \tilde{\varphi}_2(t))} + j(A_2 + \tilde{A}_2(t)) (\omega_{in} + \dot{\tilde{\varphi}}_2(t)) e^{j(\varphi_2 + \tilde{\varphi}_2(t))} \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} a_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) & a_1^{12}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{12}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ a_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) & a_1^{22}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{22}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{bmatrix} \cdot \\
 & \cdot \begin{bmatrix} (A_1 + \tilde{A}_1(t)) e^{j(\varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t))} \\ (A_2 + \tilde{A}_2(t)) e^{j(\varphi_2 + \tilde{\varphi}_2(t))} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ b_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{bmatrix} \cdot (A_{in} + \tilde{A}_{in}(t)) \\
 & \tag{6-29}
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la identidad de Euler de las expresiones fasoriales:

$$e^{j(\varphi_i + \tilde{\varphi}_i(t))} = \cos(\varphi_i + \tilde{\varphi}_i(t)) + j \sin(\varphi_i + \tilde{\varphi}_i(t)) \quad \text{para } i = \{1, 2\} \tag{6-30}$$

y que el estudio en pequeña señal permite realizar las aproximaciones:

$$\begin{aligned}
 \cos(\varphi_i + \tilde{\varphi}_i(t)) &= \cos \varphi_i \cos \tilde{\varphi}_i(t) - \sin \varphi_i \sin \tilde{\varphi}_i(t) \approx \cos \varphi_i - \tilde{\varphi}_i(t) \sin \varphi_i \\
 \sin(\varphi_i + \tilde{\varphi}_i(t)) &= \sin \varphi_i \cos \tilde{\varphi}_i(t) + \cos \varphi_i \sin \tilde{\varphi}_i(t) \approx \sin \varphi_i + \tilde{\varphi}_i(t) \cos \varphi_i \\
 & \tag{6-31}
 \end{aligned}$$

del sistema de ecuaciones dado en (6-28) puede obtenerse el modelo incremental para pequeña señal dado por:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \dot{\tilde{A}}_1(t)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))(\cos\varphi_1+j\sin\varphi_1) + j\left(\omega_{in} + \dot{\tilde{\varphi}}_1(t)\right)\left(A_1 + \tilde{A}_1(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))(\cos\varphi_1+j\sin\varphi_1) \\ \dot{\tilde{A}}_2(t)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))(\cos\varphi_2+j\sin\varphi_2) + j\left(\omega_{in} + \dot{\tilde{\varphi}}_2(t)\right)\left(A_2 + \tilde{A}_2(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))(\cos\varphi_2+j\sin\varphi_2) \end{array} \right] = \\
 & \left[\begin{array}{l} a_1^{11}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{11}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_1 + \tilde{A}_1(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))e^{j\varphi_1} \\ a_1^{21}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{21}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_1 + \tilde{A}_1(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))e^{j\varphi_1} \end{array} \right] + \\
 & \left[\begin{array}{l} a_1^{12}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{12}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_2 + \tilde{A}_2(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))e^{j\varphi_2} \\ a_1^{22}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{22}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_2 + \tilde{A}_2(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))e^{j\varphi_2} \end{array} \right] + \\
 & \left[\begin{array}{l} b_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ b_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{array} \right] \cdot (A_{in} + \tilde{A}_{in}(t))
 \end{aligned} \tag{6-32}$$

o de forma más compacta:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \dot{\tilde{A}}_1(t)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))e^{j\varphi_1} + j\left(\omega_{in} + \dot{\tilde{\varphi}}_1(t)\right)\left(A_1 + \tilde{A}_1(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))e^{j\varphi_1} \\ \dot{\tilde{A}}_2(t)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))e^{j\varphi_2} + j\left(\omega_{in} + \dot{\tilde{\varphi}}_2(t)\right)\left(A_2 + \tilde{A}_2(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))e^{j\varphi_2} \end{array} \right] = \\
 & \left[\begin{array}{l} a_1^{11}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{11}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_1 + \tilde{A}_1(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))e^{j\varphi_1} \\ a_1^{21}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{21}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_1 + \tilde{A}_1(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_1(t))e^{j\varphi_1} \end{array} \right] + \\
 & \left[\begin{array}{l} a_1^{12}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{12}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_2 + \tilde{A}_2(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))e^{j\varphi_2} \\ a_1^{22}(V_{C1}(t) + \tilde{v}_{C1}(t)) + a_2^{22}(V_{C2}(t) + \tilde{v}_{C2}(t))\left(A_2 + \tilde{A}_2(t)\right)(1+j\tilde{\varphi}_2(t))e^{j\varphi_2} \end{array} \right] + \\
 & \left[\begin{array}{l} b_1^{11}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{11}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \\ b_1^{21}(V_{C1} + \tilde{v}_{C1}(t)) + b_2^{21}(V_{C2} + \tilde{v}_{C2}(t)) \end{array} \right] \cdot (A_{in} + \tilde{A}_{in}(t))
 \end{aligned} \tag{6-33}$$

Separando del anterior conjunto de ecuaciones los términos de régimen estacionario:

$$\left[\begin{array}{l} (j\omega_{in}A_1)e^{j(\varphi_1)} \\ (j\omega_{in}A_2)e^{j(\varphi_2)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2} & a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2} \\ a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2} & a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{l} A_1e^{j(\varphi_1)} \\ A_2e^{j(\varphi_2)} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2} \\ b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2} \end{array} \right] \cdot A_{in} \tag{6-34}$$

y despreciando aquellos sumandos que contienen productos cruzados de las variables incrementales o de sus derivadas (esto es, realizando una aproximación de pequeña señal):

$$\begin{aligned}
 \tilde{v}_{Ci}(t) \cdot \tilde{A}_i(t) &\rightarrow 0 & \tilde{v}_{Ci}(t) \cdot \tilde{A}_{in}(t) &\rightarrow 0 & \tilde{A}_i(t) \cdot \tilde{\varphi}_i(t) &\rightarrow 0 & \tilde{v}_{Ci}(t) \cdot \tilde{\varphi}_i(t) &\rightarrow 0 \\
 \dot{\tilde{A}}_i(t) \cdot \tilde{\varphi}_i(t) &\rightarrow 0 & \tilde{A}_i(t) \cdot \dot{\tilde{\varphi}}_i(t) &\rightarrow 0 & \tilde{\varphi}_i(t) \cdot \dot{\tilde{\varphi}}_i(t) &\rightarrow 0
 \end{aligned} \tag{6-35}$$

queda un sistema incremental linealizado de la forma:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_1(t)e^{j\varphi_1} + j\omega_m \tilde{A}_1 e^{j\varphi_1} - \omega_m A_1 \tilde{\varphi}_1(t)e^{j\varphi_1} + jA_1 \dot{\tilde{\varphi}}_1(t)e^{j\varphi_1} \\ \dot{\tilde{A}}_2(t)e^{j\varphi_2} + j\omega_m \tilde{A}_2 e^{j\varphi_2} - \omega_m A_2 \tilde{\varphi}_2(t)e^{j\varphi_2} + jA_2 \dot{\tilde{\varphi}}_2(t)e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} a_1^{11} \tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{11} \tilde{v}_{C2}(t) & a_1^{12} \tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{12} \tilde{v}_{C2}(t) \\ a_1^{21} \tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{21} \tilde{v}_{C2}(t) & a_1^{22} \tilde{v}_{C1}(t) + a_2^{22} \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 e^{j\varphi_1} \\ A_2 e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} a_1^{11} V_{C1}(t) + a_2^{11} V_{C2}(t) & a_1^{12} V_{C1}(t) + a_2^{12} V_{C2}(t) \\ a_1^{21} V_{C1}(t) + a_2^{21} V_{C2}(t) & a_1^{22} V_{C1}(t) + a_2^{22} V_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{A}_1(t)e^{j\varphi_1} \\ \tilde{A}_2(t)e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} a_1^{11} V_{C1} + a_2^{11} V_{C2} & a_1^{12} V_{C1} + a_2^{12} V_{C2} \\ a_1^{21} V_{C1} + a_2^{21} V_{C2} & a_1^{22} V_{C1} + a_2^{22} V_{C2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} jA_1 \tilde{\varphi}_1(t)e^{j\varphi_1} \\ jA_2 \tilde{\varphi}_2(t)e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} b_1^{11} \tilde{v}_{C1}(t) + b_2^{11} \tilde{v}_{C2}(t) \\ b_1^{21} \tilde{v}_{C1}(t) + b_2^{21} \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} \cdot A_m + \begin{bmatrix} b_1^{11} V_{C1} + b_2^{11} V_{C2} \\ b_1^{21} V_{C1} + b_2^{21} V_{C2} \end{bmatrix} \tilde{A}_m(t)
 \end{aligned} \tag{6-36}$$

Operando algebraicamente, ordenando términos adecuadamente y separando partes reales e imaginarias de las ecuaciones se llega a un sistema lineal equivalente definido por las expresiones:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_1(t) \\ \dot{\tilde{A}}_2(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_2(t) \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} (a_1^{11} V_{C1} + a_2^{11} V_{C2}) & (a_1^{12} V_{C1} + a_2^{12} V_{C2}) \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & \omega_m A_1 & (a_1^{12} V_{C1} + a_2^{12} V_{C2}) A_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21} V_{C1} + a_2^{21} V_{C2}) \cos(\varphi_2 - \varphi_1) & (a_1^{22} V_{C1} + a_2^{22} V_{C2}) & (a_1^{21} V_{C1} + a_2^{21} V_{C2}) A_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) & \omega_m A_2 \\ -\frac{\omega_m}{A_1} & -\frac{a_1^{12} V_{C1} + a_2^{12} V_{C2}}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{11} V_{C1} + a_2^{11} V_{C2}) & (a_1^{12} V_{C1} + a_2^{12} V_{C2}) \frac{A_2}{A_1} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ -\frac{a_1^{21} V_{C1} + a_2^{21} V_{C2}}{A_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) & -\frac{\omega_m}{A_2} & (a_1^{21} V_{C1} + a_2^{21} V_{C2}) \frac{A_1}{A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) & (a_1^{22} V_{C1} + a_2^{22} V_{C2}) \end{bmatrix} \cdot \\
 & \begin{bmatrix} \tilde{A}_1(t) \\ \tilde{A}_2(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \\ \tilde{\varphi}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^{11} A_1 + a_2^{12} A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_1^{11} A_m \cos(\varphi_1) & a_1^{11} A_1 + a_2^{12} A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_2^{11} A_m \cos(\varphi_1) \\ a_1^{21} A_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_1^{22} A_2 + b_1^{21} A_m \cos(\varphi_2) & a_2^{21} A_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^{22} A_2 + b_2^{21} A_m \cos(\varphi_2) \\ -\frac{a_1^{12} A_2}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_1^{11} A_m}{A_1} \sin(\varphi_1) & -\frac{a_2^{12} A_2}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_2^{11} A_m}{A_1} \sin(\varphi_1) \\ -\frac{a_1^{21} A_1}{A_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_1^{21} A_m}{A_2} \sin(\varphi_2) & -\frac{a_2^{21} A_1}{A_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_2^{21} A_m}{A_2} \sin(\varphi_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} (b_1^{11} V_{C1} + b_2^{11} V_{C2}) \cos(\varphi_1) \\ (b_1^{21} V_{C1} + b_2^{21} V_{C2}) \cos(\varphi_2) \\ -\frac{b_1^{11} V_{C1} + b_2^{11} V_{C2}}{A_1} \sin(\varphi_1) \\ -\frac{b_1^{21} V_{C1} + b_2^{21} V_{C2}}{A_2} \sin(\varphi_2) \end{bmatrix} \tilde{A}_m(t)
 \end{aligned} \tag{6-37}$$

que relacionan variaciones dinámicas de las amplitudes ($\tilde{A}_1(t)$ y $\tilde{A}_2(t)$) y los desfases ($\tilde{\varphi}_1(t)$ y $\tilde{\varphi}_2(t)$) de las variables de estado con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{C1}(t)$ y $\tilde{v}_{C2}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_{in}(t)$).

Si se considera que el lazo de sintonía del factor de calidad posee por diseño una constante de tiempo mucho mayor que el que sintoniza la frecuencia central, los estudios de sus correspondientes dinámicas pueden ser separadas (tal y como se expuso en el tema 4). Esto conlleva que los efectos de las perturbaciones sobre las variables de amplitud ($\tilde{A}_1(t)$ y $\tilde{A}_2(t)$) y de desfase ($\tilde{\varphi}_1(t)$ y $\tilde{\varphi}_2(t)$) pueden ser estudiados aproximadamente de forma independiente. Por tanto, si las perturbaciones se realizan en uno de los dos lazos de control, mientras que el otro lazo mantiene la variable de salida a su valor nominal en el punto de operación (aproximación cuasiestática), el anterior sistema de ecuaciones puede ser descompuesto de forma aproximada en dos sistemas independientes de la forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_1(t) \\ \dot{\tilde{A}}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & (a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2})\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2})\cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_1(t) \\ \tilde{A}_2(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} a_1^{11}A_1 + a_1^{12}A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_1^{11}A_{in}\cos(\varphi_1) & a_2^{11}A_1 + a_2^{12}A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_2^{11}A_{in}\cos(\varphi_1) \\ a_1^{21}A_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_1^{22}A_2 + b_1^{21}A_{in}\cos(\varphi_2) & a_2^{21}A_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^{22}A_2 + b_2^{21}A_{in}\cos(\varphi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} (b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2})\cos(\varphi_1) \\ (b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2})\cos(\varphi_2) \end{bmatrix} \tilde{A}_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-38)$$

que equivalentemente puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_1(t) \\ \dot{\tilde{A}}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & (a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2})\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2})\cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_1(t) \\ \tilde{A}_2(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} a_1^{11}A_1 + a_1^{12}A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_1^{11}A_{in}\cos(\varphi_1) & a_2^{11}A_1 + a_2^{12}A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_2^{11}A_{in}\cos(\varphi_1) \\ a_1^{21}A_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_1^{22}A_2 + b_1^{21}A_{in}\cos(\varphi_2) & a_2^{21}A_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^{22}A_2 + b_2^{21}A_{in}\cos(\varphi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} (b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2})\cos(\varphi_1) \\ (b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2})\cos(\varphi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6-39)$$

y que relacionan variaciones de las amplitudes ($\tilde{A}_1(t)$ y $\tilde{A}_2(t)$) de las variables de estado con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{C1}(t)$ y $\tilde{v}_{C2}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_{in}(t)$), estando las nuevas matrices **A'** y **B'** definidas como:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & (a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2})\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2})\cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} \quad (6-40)$$

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} a_1^{11}A_1 + a_1^{12}A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_1^{11}A_m\cos(\varphi_1) & a_2^{11}A_1 + a_2^{12}A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b_2^{11}A_m\cos(\varphi_1) \\ a_1^{21}A_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_1^{22}A_2 + b_1^{21}A_m\cos(\varphi_2) & a_2^{21}A_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^{22}A_2 + b_2^{21}A_m\cos(\varphi_2) \\ (b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2})\cos(\varphi_1) \\ (b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2})\cos(\varphi_2) \end{bmatrix} \quad (6-41)$$

y:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & (a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2})\frac{A_2}{A_1}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2})\frac{A_1}{A_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_1(t) \\ \tilde{\varphi}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{a_1^{12}A_2}{A_1}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_1^{11}A_m}{A_1}\sin(\varphi_1) & -\frac{a_2^{12}A_2}{A_1}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_2^{11}A_m}{A_1}\sin(\varphi_1) \\ -\frac{a_1^{21}A_1}{A_2}\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_1^{21}A_m}{A_2}\sin(\varphi_2) & -\frac{a_2^{21}A_1}{A_2}\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_2^{21}A_m}{A_2}\sin(\varphi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2}}{A_1}\sin(\varphi_1) \\ -\frac{b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2}}{A_2}\sin(\varphi_2) \end{bmatrix} \tilde{A}_m(t) \quad (6-42)$$

o de forma similar:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & (a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2})\frac{A_2}{A_1}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2})\frac{A_1}{A_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_1(t) \\ \tilde{\varphi}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{a_1^{12}A_2}{A_1}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_1^{11}A_m}{A_1}\sin(\varphi_1) & -\frac{a_2^{12}A_2}{A_1}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_2^{11}A_m}{A_1}\sin(\varphi_1) \\ -\frac{a_1^{21}A_1}{A_2}\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_1^{21}A_m}{A_2}\sin(\varphi_2) & -\frac{a_2^{21}A_1}{A_2}\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_2^{21}A_m}{A_2}\sin(\varphi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{C1}(t) \\ \tilde{v}_{C2}(t) \\ \tilde{A}_m(t) \end{bmatrix} \quad (6-43)$$

que a su vez relacionan las variaciones de los desfases ($\tilde{\varphi}_1(t)$ y $\tilde{\varphi}_2(t)$) de las variables de estado con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{C1}(t)$ y $\tilde{v}_{C2}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_in(t)$), siendo las matrices \mathbf{A}'' y \mathbf{B}'' de este segundo sistemas las dadas por:

$$\mathbf{A}'' = \begin{bmatrix} (a_1^{11}V_{C1} + a_2^{11}V_{C2}) & (a_1^{12}V_{C1} + a_2^{12}V_{C2})\frac{A_2}{A_1}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (a_1^{21}V_{C1} + a_2^{21}V_{C2})\frac{A_1}{A_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (a_1^{22}V_{C1} + a_2^{22}V_{C2}) \end{bmatrix} \quad (6-44)$$

$$\mathbf{B}'' = \begin{bmatrix} -\frac{a_1^{12}A_2}{A_1}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_1^{11}A_{in}}{A_1}\sin(\varphi_1) & -\frac{a_2^{12}A_2}{A_1}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{b_2^{11}A_{in}}{A_1}\sin(\varphi_1) \\ -\frac{a_1^{21}A_1}{A_2}\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_1^{21}A_{in}}{A_2}\sin(\varphi_2) & -\frac{a_2^{21}A_1}{A_2}\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{b_2^{21}A_{in}}{A_2}\sin(\varphi_2) \\ -\frac{b_1^{11}V_{C1} + b_2^{11}V_{C2}}{A_1}\sin(\varphi_1) \\ -\frac{b_1^{21}V_{C1} + b_2^{21}V_{C2}}{A_2}\sin(\varphi_2) \end{bmatrix} \quad (6-45)$$

Obsérvese que comparando el sistema resultante en (6-39) con el original dado en (6-20), puede apreciarse cómo la nueva matriz \mathbf{A}' del sistema obtenido, que relaciona las variaciones de amplitudes con sus derivadas, difiere de la matriz \mathbf{A} en (6-20), que relaciona directamente las variables de estado con sus derivadas, en el factor $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ en los términos de una de las dos diagonales de la misma. Esta diferencia hace que los polos de las nuevas funciones de transferencia, que relacionan amplitudes de las variables de estado con las tensiones de control, sean diferentes de los polos de las funciones de transferencia cuando se considera como salida las propias variables de estado. De forma similar, la matriz \mathbf{A}'' del sistema de ecuaciones en (6-43), que relaciona las variaciones de desfases con sus derivadas, se diferencia de la correspondiente matriz \mathbf{A} en (6-20) por la aparición de los factores $(A_2/A_1)\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ y $(A_1/A_2)\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ en los términos de una de las diagonales.

6.3.- MODELO INCREMENTAL Y LINEALIZADO PARA LA TOPOLOGÍA 'TQE'.

Concretando para la estructura de filtrado TQE estudiada en la presente tesis (figura 6.4), y particularizando para el caso en que $R_1=R_3=R_{IN}$, las ecuaciones de estado bilineales del filtro son:

$$\begin{aligned} \dot{v}_o(t) &= \frac{K_1}{C}(v_1(t) - v_o(t))v_{CF}(t) + \frac{K_2}{C}(v_o(t))v_{CQ}(t) + \frac{K_1}{C}(v_{CF}(t))v_{in}(t) \\ \dot{v}_1(t) &= -\frac{K_1}{C}(v_1(t))v_{CF}(t) - \frac{K_2}{C}(v_o(t))v_{CQ}(t) - \frac{K_1}{C}(v_{CF}(t))v_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-46)$$

que de forma matricial pueden expresarse como:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_o(t) \\ \dot{v}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{CQ}(t)}{C/K_2} - \frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} & \frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \\ -\frac{v_{CQ}(t)}{C/K_2} & -\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_o(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \\ -\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot v_{in}(t) \quad (6-47)$$

donde el vector de estado $x(t)$ está formado por las respectivas salidas $v_o(t)$ y $v_1(t)$ de los amplificadores operacionales del circuito (que corresponden con las tensiones en bornes de los condensadores de realimentación de los mismos), y las entradas o tensiones de control están definidas como $v_{CF}(t)$ y $v_{CQ}(t)$. Las constantes K_1 y K_2 , así como las tensiones de control $v_{CF}(t)$ y $v_{CQ}(t)$, se relacionan con las resistencias R_1 , R_2 , R_3 y R_{IN} implementadas mediante las células MRC del filtro a través de la ecuación (para el modelo simple del MRC) deducida en el capítulo 3 de la presente memoria:

$$R_1 = R_3 = R_{IN} = \frac{1}{K' \cdot \left(\frac{W}{L}\right)_1 \cdot v_{CF}(t)} = \frac{1}{K_1 \cdot v_{CF}(t)} \quad ; \quad R_2 = \frac{1}{K' \cdot \left(\frac{W}{L}\right)_2 \cdot v_{CQ}(t)} = \frac{1}{K_2 \cdot v_{CQ}(t)} \quad (6-48)$$

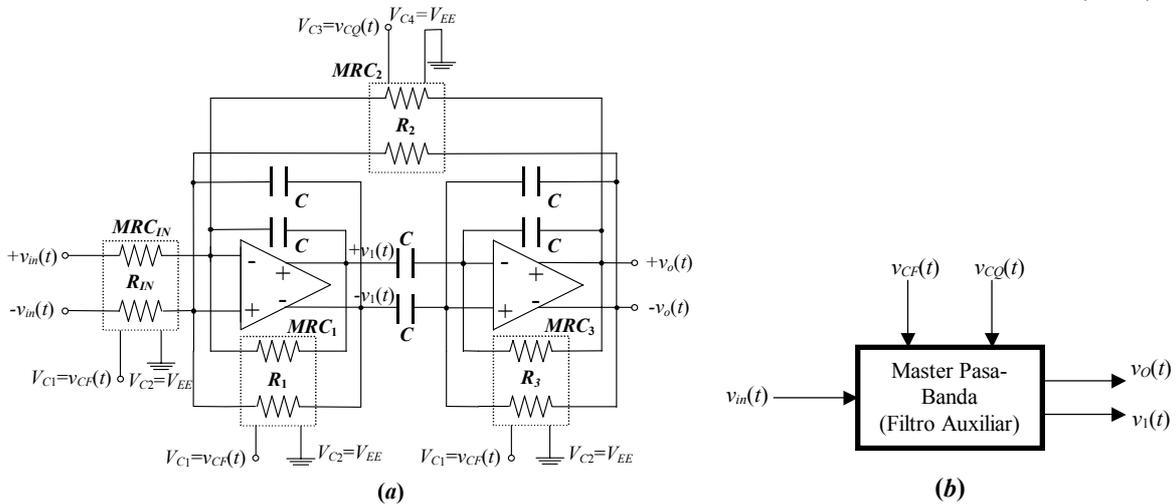


Fig. 6.4.- (a) Filtro de 2° orden MRC-C pasa-banda con estructura TQE.

(b) El filtro visto como un sistema de control con su respectivo conjunto de entradas y salidas.

Perturbando las señales del sistema (vector de entradas y, en consecuencia, variables de estado) de forma similar a como se realiza en (6-9) respecto del punto de trabajo de régimen estacionario, se llega a la determinación de la función de transferencia, ya presentada en capítulos anteriores, que relaciona la señal de salida del filtro con la de entrada:

$$\frac{\tilde{v}_O(s)}{\tilde{v}_in(s)} = \frac{\left(\frac{K_1 V_{CF}}{C}\right) s}{s^2 + \left(\frac{2K_1 V_{CF}}{C} - \frac{K_2 V_{CQ}}{C}\right) s + \left(\frac{K_1 V_{CF}}{C}\right)^2} = \frac{\left(\frac{1}{R_1 C}\right) s}{s^2 + \left(\frac{2}{R_1 C} - \frac{1}{R_2 C}\right) s + \left(\frac{1}{R_1 C}\right)^2} \quad (6-49)$$

6.3.1.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Amplitud.

Con objeto de determinar las relaciones entre los índices de interés $A_O(t)$ (amplitud de la señal de salida del filtro) y $\varphi_O(t)$ (desfase de dicha señal respecto de la tensión de entrada) y las señales de control $v_{CF}(t)$ y $v_{CQ}(t)$, tanto la señal de entrada al filtro (señal de referencia) como las variables de estado se definen en forma fasorial tal y como se expresó en (6-25):

$$v_{in}(t) = A_{in}(t)e^{j(\omega_m t)} \quad ; \quad v_O(t) = A_O(t)e^{j(\omega_m t + \varphi_O(t))} \quad ; \quad v_1(t) = A_1(t)e^{j(\omega_m t + \varphi_1(t))} \quad (6-50)$$

Sustituyendo en el sistema de ecuaciones de la planta dado en (6-47) las expresiones sinusoidales de (6-50), se llega a:

$$\begin{aligned} \dot{A}_O(t)e^{j\omega_m t + j\varphi_O(t)} + A_O(t) \left[j\omega_m + j\dot{\varphi}_O(t) \right] e^{j\omega_m t + j\varphi_O(t)} &= \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(A_1(t)e^{j\varphi_1(t)} - A_O(t)e^{j\varphi_O(t)} \right) v_{CF}(t) + \\ &+ \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_2} \left(A_O(t)e^{j\varphi_O(t)} \right) v_{CQ}(t) + \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(v_{CF}(t) \right) A_{in}(t) \\ \dot{A}_1(t)e^{j\omega_m t + j\varphi_1(t)} + A_1(t) \left[j\omega_m + j\dot{\varphi}_1(t) \right] e^{j\omega_m t + j\varphi_1(t)} &= -\frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(A_1(t)e^{j\varphi_1(t)} \right) v_{CF}(t) - \\ &- \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_2} \left(A_O(t)e^{j\varphi_O(t)} \right) v_{CQ}(t) - \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(v_{CF}(t) \right) A_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-51)$$

Al igual que se ha realizado en las expresiones dadas en (6-9), pueden considerarse desviaciones a partir de valores nominales de la forma:

$$\left. \begin{aligned} v_{CF}(t) &= V_{CF} + \tilde{v}_{CF}(t) \\ v_{CQ}(t) &= V_{CQ} + \tilde{v}_{CQ}(t) \\ A_{in}(t) &= A_{in} + \tilde{A}_{in}(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} A_O(t) = A_O + \tilde{A}_O(t) & A_1(t) = A_1 + \tilde{A}_1(t) \\ \varphi_O(t) = \varphi_O + \tilde{\varphi}_O(t) & \varphi_1(t) = \varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t) \end{cases} \quad (6-52)$$

Sustituyendo las ecuaciones de (6-52) en las expresiones (6-51) se llega a la descripción matemática del sistema equivalente en banda base de ecuaciones lineales (siguiendo con el proceso descrito en el caso genérico) que relaciona variaciones de las amplitudes ($\tilde{A}_O(t)$ y $\tilde{A}_1(t)$) de las variables de estado con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_{in}(t)$), para un determinado punto de trabajo del filtro fijado por los niveles de DC de las variables de control V_{CF} y V_{CQ} :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_0(t) \\ \dot{\tilde{A}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \\ -\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_0(t) \\ \tilde{A}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) - \frac{A_o}{C/K_1} + \frac{A_1}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & \frac{A_o}{C/K_2} \\ -\frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) - \frac{A_1}{C/K_1} & -\frac{A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) \\ -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) \end{bmatrix} \tilde{A}_{in}(t)
 \end{aligned} \tag{6-53}$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_0(t) \\ \dot{\tilde{A}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \\ -\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_0(t) \\ \tilde{A}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) - \frac{A_o}{C/K_1} + \frac{A_1}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & \frac{A_o}{C/K_2} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) \\ -\frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) - \frac{A_1}{C/K_1} & -\frac{A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6-54}$$

En la figura 6.5.b puede apreciarse el modelizado equivalente del filtro mostrado en la figura 6.5.a, donde las nuevas matrices \mathbf{A}' y \mathbf{B}' vienen dadas por las expresiones:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}' &= \begin{bmatrix} \frac{V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \\ -\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}' &= \begin{bmatrix} \frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) - \frac{A_o}{C/K_1} + \frac{A_1}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & \frac{A_o}{C/K_2} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) \\ -\frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) - \frac{A_1}{C/K_1} & -\frac{A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6-55}$$

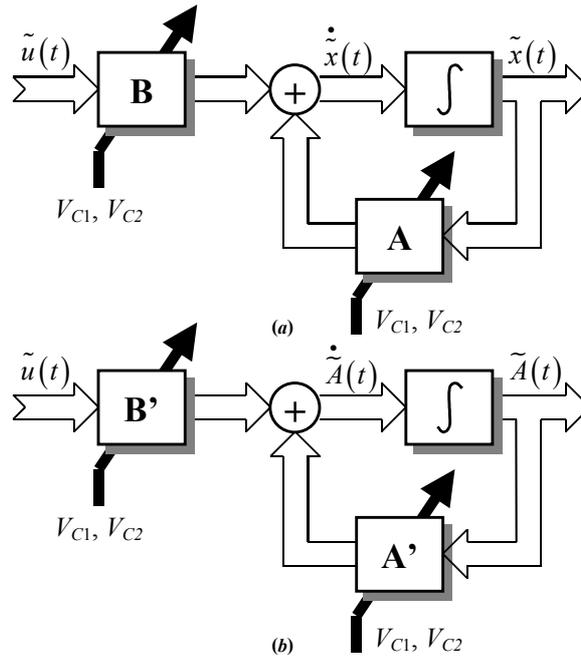


Fig. 6.5.- (a) Diagrama de bloques del modelizado de la planta (filtro).
 (b) Representación del diagrama de bloques del modelizado del sistema equivalente.

6.3.2.- Funciones de Transferencia para los Índices de Amplitud.

Aplicando transformadas de Laplace al sistema de ecuaciones mostrado en (6-54):

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_O(s) \\ \tilde{A}_1(s) \end{bmatrix} = [s\mathbf{1} - \mathbf{A}']^{-1} \cdot \left\{ \mathbf{B}' \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(s) \\ \tilde{v}_{CQ}(s) \\ \tilde{A}_m(s) \end{bmatrix} \right\} \quad (6-56)$$

se llega a las funciones de transferencia que relacionan las amplitudes ($\tilde{A}_O(t)$ y $\tilde{A}_1(t)$) de las variables de estado con las tensiones de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$ que sintonizan, respectivamente, la frecuencia central y el factor de calidad del filtro:

$$\frac{\tilde{A}_O(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{\frac{A_1 \cos(\varphi_O - \varphi_1) - A_O + A_{in} \cos \varphi_O}{C/K_1} \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) - \frac{V_{CF}}{C^2/K_1^2} (A_1 + A_{in} \cos \varphi_1) \cos(\varphi_O - \varphi_1)}{\Delta(s)} \quad (6-57)$$

$$\frac{\tilde{A}_O(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{A_O}{C/K_2} \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} [1 - \cos^2(\varphi_O - \varphi_1)] \right)}{\Delta(s)} \quad (6-58)$$

$$\frac{\tilde{A}_1(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{-\frac{A_1 + A_m \cos \varphi_1}{C/K_1} \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} - \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) - \frac{V_{CQ}}{C^2/K_1 K_2} [A_1 \cos(\varphi_o - \varphi_1) - A_o + A_m \cos \varphi_o] \cos(\varphi_o - \varphi_1)}{\Delta(s)} \quad (6-59)$$

$$\frac{\tilde{A}_1(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{-\frac{A_o \cos(\varphi_o - \varphi_1)}{C/K_2} \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} \right)}{\Delta(s)} \quad (6-60)$$

donde $\Delta(s)$, el denominador de todas las funciones de transferencia, está dado por el polinomio de 2º grado:

$$\Delta(s) = s^2 + \left(\frac{2V_{CF}}{C/K_1} - \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) s + \left(\frac{V_{CF}^2}{C^2/K_1^2} - \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C^2/K_1 K_2} [1 - \cos^2(\varphi_o - \varphi_1)] \right) \quad (6-61)$$

6.3.3.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Desfase.

El sistema linealizado equivalente que relaciona las variaciones de los desfases ($\tilde{\varphi}_o(t)$ y $\tilde{\varphi}_1(t)$) de las variables de estado $v_o(t)$ y $v_1(t)$ con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_m(t)$), viene dado por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_o(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) & \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \frac{A_1}{A_o} \cos(\varphi_o - \varphi_1) \\ \left(-\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) \frac{A_o}{A_1} \cos(\varphi_o - \varphi_1) & \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_o(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{A_1}{A_o} \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_m}{A_o} \sin(\varphi_o) \right) & 0 \\ \frac{1}{C/K_1} \frac{A_m}{A_1} \sin(\varphi_1) & \frac{1}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_o} \sin(\varphi_o) \\ +\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_1} \sin(\varphi_1) \end{bmatrix} \tilde{A}_m(t) \end{aligned} \quad (6-62)$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_o(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) & \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \frac{A_1}{A_o} \cos(\varphi_o - \varphi_1) \\ \left(-\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) \frac{A_o}{A_1} \cos(\varphi_o - \varphi_1) & \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_o(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{A_1}{A_o} \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_{in}}{A_o} \sin(\varphi_o) \right) & 0 & -\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_o} \sin(\varphi_o) \\ \frac{1}{C/K_1} \frac{A_{in}}{A_1} \sin(\varphi_1) & \frac{1}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & + \frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_1} \sin(\varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6-63}$$

donde las matrices \mathbf{A}'' y \mathbf{B}'' de este segundo sistema vienen dadas por las expresiones:

$$\mathbf{A}'' = \begin{bmatrix} \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) & \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \frac{A_1}{A_o} \cos(\varphi_o - \varphi_1) \\ \left(-\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) \frac{A_o}{A_1} \cos(\varphi_o - \varphi_1) & \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \end{bmatrix} \tag{6-64}$$

$$\mathbf{B}'' = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{A_1}{A_o} \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_{in}}{A_o} \sin(\varphi_o) \right) & 0 & -\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_o} \sin(\varphi_o) \\ \frac{1}{C/K_1} \frac{A_{in}}{A_1} \sin(\varphi_1) & \frac{1}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & + \frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_1} \sin(\varphi_1) \end{bmatrix} \tag{6-65}$$

6.3.4.- Funciones de Transferencia para los Índices de Desfase.

Aplicando transformadas de Laplace al sistema de ecuaciones mostrado en (6-63):

$$\begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_o(s) \\ \tilde{\varphi}_1(s) \end{bmatrix} = [s\mathbf{1} - \mathbf{A}'']^{-1} \cdot \left\{ \mathbf{B}'' \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(s) \\ \tilde{v}_{CQ}(s) \\ \tilde{A}_{in}(s) \end{bmatrix} \right\} \tag{6-66}$$

de forma similar a como se ha realizado para los índices de amplitud, el proceso conduce a las funciones de transferencia que relacionan los desfases ($\tilde{\varphi}_o(t)$ y $\tilde{\varphi}_1(t)$) de las variables de estado con la tensión de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ que sintoniza la frecuencia central del filtro y con la que sintoniza el factor de calidad $\tilde{v}_{CQ}(t)$:

$$\frac{\tilde{\varphi}_o(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{1}{A_o C / K_1} \frac{s(A_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_o) - A_{in} \sin(\varphi_o)) + \frac{V_{CF}}{C/K_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o)(A_1 + A_{in} \cos \varphi_1)}{\Delta(s)} \tag{6-67}$$

$$\frac{\tilde{\varphi}_o(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{V_{CF}}{C^2/K_1K_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_o) \sin(\varphi_1 - \varphi_o)}{\Delta(s)} \quad (6-68)$$

$$\frac{\tilde{\varphi}_1(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{\frac{1}{A_1C/K_1} \left[s(A_{in} \sin \varphi_1) + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_o) (A_1 \sin(\varphi_o - \varphi_1) + A_{in} \sin \varphi_o) + A_{in} \sin \varphi_1 \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} - \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) \right]}{\Delta(s)} \quad (6-69)$$

$$\frac{\tilde{\varphi}_1(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{1}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} - \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right)}{\Delta(s)} \quad (6-70)$$

siendo el denominador de las funciones de transferencia $\Delta(s)$ el mismo determinante mostrado previamente en la ecuación (6-61) como denominador de las funciones de transferencia que relacionan las amplitudes ($\tilde{A}_o(t)$ y $\tilde{A}_1(t)$) de las variables de estado con las tensiones de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$:

$$\Delta(s) = s^2 + \left(\frac{2V_{CF}}{C/K_1} - \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) s + \left(\frac{V_{CF}^2}{C^2/K_1^2} - \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C^2/K_1K_2} [1 - \cos^2(\varphi_o - \varphi_1)] \right) \quad (6-71)$$

6.3.5.- Funciones de Transferencia para la Topología 'TQE' Alrededor del Punto de Sintonía.

El modelo obtenido en el punto anterior corresponde al del filtro *master* que se encuentra insertado en los lazos de control de frecuencia y factor de calidad. Recuérdese que dicho filtro procesa como señal de entrada la de referencia cuya frecuencia ω_{in} corresponde con la consigna o referencia a la que se desea ajustar la frecuencia central del filtro *master* ω_o (y, por tanto, del *slave*), donde ésta última viene dada para la topología TQE por (capítulo 4):

$$\omega_o = \frac{V_{CF}K_1}{C} \quad (6-72)$$

Cuando el nivel de DC V_{CF} es tal que:

$$V_{CF} = \frac{C}{K_1} \omega_{in} \quad (6-73)$$

las perturbaciones o desplazamientos se realizan alrededor del punto de sintonía en frecuencia (es decir, del punto deseado en el que la frecuencia de la señal de entrada coincide con la frecuencia central del filtro, $\omega_{in} = \omega_o$). En torno de dicho punto se cumplen las relaciones aproximadas:

$$\begin{aligned}
 \varphi_0 &\approx 0^\circ & , & & \varphi_1 &\approx 135^\circ \\
 A_0 &\approx QA_{in} & , & & A_1 &\approx \sqrt{2}A_0 \approx \sqrt{2} \cdot QA_{in}
 \end{aligned}
 \tag{6-74}$$

En estas condiciones, las ecuaciones del sistema linealizado en pequeña señal se simplifican a la forma:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_0(t) \\ \dot{\tilde{A}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & -\frac{V_{CF}}{\sqrt{2}C/K_1} \\ \frac{V_{CQ}}{\sqrt{2}C/K_2} & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{A}_0(t) \\ \tilde{A}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{A_m(1-2Q)}{C/K_1} & \frac{QA_m}{C/K_2} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \\ \frac{A_m(1-2Q)}{\sqrt{2}C/K_1} & \frac{QA_m}{\sqrt{2}C/K_2} & \frac{V_{CF}}{\sqrt{2}C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{6-75}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_0(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \\ \frac{V_{CQ}}{2C/K_2} & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_0(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{1}{C/K_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2QC/K_1} & \frac{1}{2C/K_2} & \frac{V_{CF}}{2QA_m C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{6-76}$$

y el determinante $\Delta(s)$ mostrado en las expresiones (6-61) y (6-71), particularizado al punto de sintonía en el que la frecuencia de la señal de entrada coincide con la frecuencia central del filtro ($\omega_m = \omega_0$), y que forma el denominador de todas las funciones de transferencia, está dado (utilizando la igualdad (6-72)) por:

$$\Delta(s) = s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q} \right) s + \omega_0^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)
 \tag{6-77}$$

Las funciones de transferencia que relacionan variaciones de la amplitud de salida del filtro ($\tilde{A}_0(t)$) y del desfase de la señal de salida ($\tilde{\varphi}_0(t)$) con perturbaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$) pasan a valer, alrededor de dicho punto de sintonía:

$$H_{AF}(s) = \frac{\tilde{A}_O(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{\frac{1-2Q}{C/K_1} A_m \left(s + \frac{\omega_o}{2} \right)}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q} \right) s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} \quad (6-78)$$

$$H_{AQ}(s) = \frac{\tilde{A}_O(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{QA_m}{C/K_2} \left(s + \frac{\omega_o}{2} \right)}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q} \right) s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} \quad (6-79)$$

$$H_{\varphi F}(s) = \frac{\tilde{\varphi}_O(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{1}{C/K_1} \frac{s + \omega_o \frac{1}{2Q}}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q} \right) s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} \quad (6-80)$$

$$H_{\varphi Q}(s) = \frac{\tilde{\varphi}_O(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = -\frac{1}{C/K_2} \frac{\frac{\omega_o}{2}}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q} \right) s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} \quad (6-81)$$

De estas cuatro expresiones, si se tiene en cuenta que el lazo de sintonía del factor de calidad posee una constante de tiempo mucho mayor que el que sintoniza la frecuencia central, con lo cual el estudio de sus correspondientes dinámicas puede realizarse por separado (tal y como se expuso en el tema 4), sólo dos son las consideradas para el diseño de los controladores del filtro con sintonía automática. En efecto, la función de transferencia $H_{\varphi F}(s)$ dada en (6-80), que relaciona variaciones instantáneas del desfase de salida $\tilde{\varphi}_O(t)$ con la tensión de control $\tilde{v}_{CF}(t)$, es la considerada para el diseño del controlador que sintoniza la frecuencia central del filtro, pues es la que queda englobada dentro del correspondiente lazo. Por su parte, la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ (ecuación (6-79)), que relaciona las variaciones de la amplitud de la tensión de salida $\tilde{A}_O(t)$ con la tensión de control $\tilde{v}_{CQ}(t)$, es la que se considera para el diseño del que sintoniza el factor de calidad del filtro ya que es la que se engloba dentro del correspondiente lazo. La siguiente figura representa el diagrama de bloques del sistema de sintonía automático donde se muestran las cuatro funciones de transferencia que modelizan el filtro, de las cuales $H_{AQ}(s)$ y $H_{\varphi F}(s)$ son las consideradas para el estudio de los lazos de control de la sintonía de factor de calidad y frecuencia central.

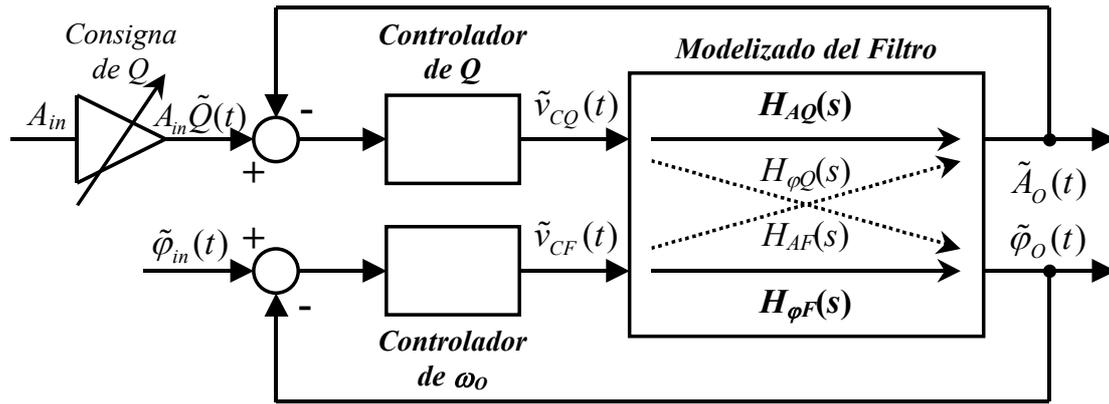


Fig. 6.6.- Diagrama de bloques del sistema de sintonía automática donde se muestran las cuatro funciones de transferencia que modelizan el filtro, de las cuales dos ($H_{AQ}(s)$ y $H_{\phi F}(s)$) son las consideradas para el estudio de los lazos de control de la sintonía de factor de calidad y frecuencia central.

Las figuras 6.7 y 6.8 muestran respectivamente las curvas de Bode de ganancia y fase de las funciones de transferencia $H_{AQ}(s)$ y $H_{\phi F}(s)$ cuando se efectúa una variación paramétrica de los puntos de trabajo al modificar la frecuencia central f_o del filtro (donde el parámetro ω_o de las funciones obtenidas viene dado por $2\pi f_o$) desde 1000 Hz a 15 kHz (con incrementos de 1000 Hz), manteniendo el valor de Q constante e igual a 0,5 y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100$ mV. Tanto en esta simulación como en todas las posteriores se han utilizado como parámetros característicos $K_1=382,5 \cdot 10^{-9}$ F/V·s, $K_2=764,9 \cdot 10^{-9}$ F/V·s y $C=5$ pF.

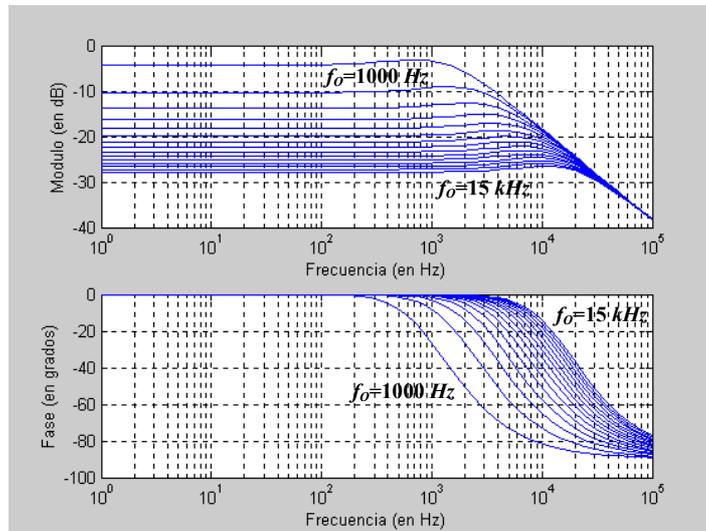


Fig. 6.7.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ cuando se efectúa una variación paramétrica de los puntos de trabajo al modificar la frecuencia central f_o desde 1000 Hz a 15 kHz (con incrementos de 1000 Hz), manteniendo el valor de Q constante e igual a 0,5 y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100$ mV (la curva de ganancia superior y de fase izquierda corresponden a $f_o=1000$ Hz y la inferior de ganancia y derecha de fase para 15 kHz).

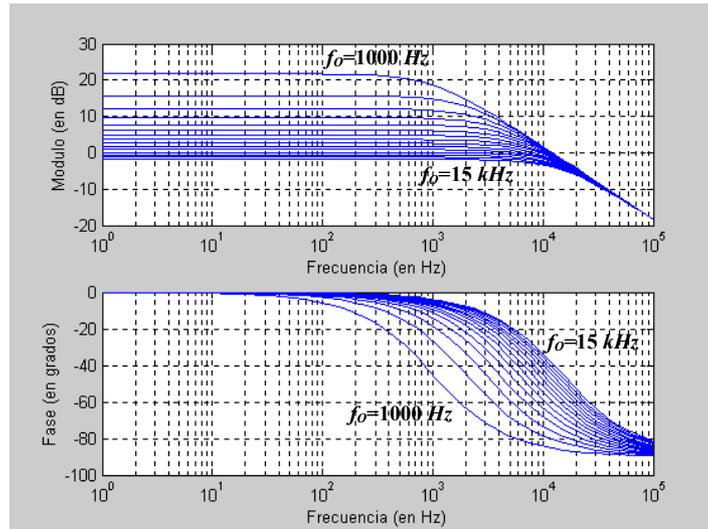


Fig. 6.8.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{\phi f}(s)$ cuando se efectúa una variación paramétrica de los puntos de trabajo al modificar la frecuencia central f_0 desde 1000 Hz a 15 kHz (con incrementos de 1000 Hz), manteniendo el valor de Q constante e igual a 0,5 y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100$ mV (la curva de ganancia superior y de fase izquierda corresponden a $f_0=1000$ Hz y la inferior de ganancia y derecha de fase para 15 kHz).

Como puede observarse, la función $H_{AQ}(s)$ presenta una característica pasabajos, cuyos polos complejos-conjugados están situados a una frecuencia natural $\omega_{n,HAQ(s)}$ que viene dada por la relación:

$$\omega_{n,HAQ(s)} = \omega_o \cdot \sqrt{\frac{1}{2Q}} \quad (6-82)$$

y un cero $\omega_{z,HAQ(s)}$ en el semiplano izquierdo de valor:

$$\omega_{z,HAQ(s)} = \frac{\omega_o}{2} \quad (6-83)$$

mientras que su ganancia en baja frecuencia está determinada por los parámetros circuitales del filtro:

$$\left| H_{AQ}(\omega \rightarrow 0) \right| = \frac{QA_{in} \left(\frac{\omega_o}{2} \right)}{\omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} = \frac{Q^2 A_{in}}{\omega_o C / K_2} \quad (6-84)$$

Obsérvese que la ganancia de la función de transferencia, y por extensión la ganancia de lazo del sistema de sintonía de Q , es directamente proporcional a la amplitud de la señal de entrada (fenómeno característico presentado a menudo en sistemas no lineales). Ello conlleva que para obtener una elevada ganancia de lazo convenga trabajar con niveles de amplitud de entrada relativamente importantes. Además, la ganancia es directamente proporcional al cuadrado del factor de calidad del filtro, e inversamente proporcional a la frecuencia de sintonía y a los parámetros constructivos del filtro (C y K_2). Por tanto, requerimientos de una frecuencia de sintonía

elevada simultáneamente con un factor de calidad bajo hace que la ganancia de lazo pueda disminuir considerablemente, con la consiguiente ralentización en el proceso de sintonía del filtro en tales circunstancias.

Por su parte, la función de transferencia $H_{\phi F}(s)$ presenta un comportamiento paso-bajos similar a la anterior con sus dos polos situados a una frecuencia natural $\omega_{n,H\phi F(s)}$ que viene dada por la relación (6-82) y un cero $\omega_{z,H\phi F(s)}$ en el semiplano izquierdo de valor:

$$\omega_{z,H\phi F(s)} = \frac{\omega_o}{2Q} \tag{6-85}$$

mientras que su ganancia en baja frecuencia está determinada por los parámetros del filtro:

$$\left| H_{\phi F}(\omega \rightarrow 0) \right| = \frac{\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{\omega_o}{2Q} \right)}{\omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} = \frac{1}{\omega_o C / K_1} \tag{6-86}$$

En esta expresión se observa que la ganancia de la función de transferencia, y por consiguiente la ganancia de lazo del sistema de sintonía en frecuencia, es inversamente proporcional a la frecuencia de sintonía y a los parámetros constructivos del filtro (C y K_1 , aunque no K_2). Al igual que para la ganancia de lazo del sistema de sintonía de Q , sintonías a frecuencia elevadas pueden hacer que la ganancia de lazo disminuya de forma importante, aunque en este caso, y a diferencia de la ganancia dada en (6-84) para el lazo de Q , ésta es independiente del factor de calidad existente en el filtro y de la amplitud de la señal de entrada al mismo.

Las figuras 6.9 y 6.10 representan el juego de curvas de Bode de ganancia y fase de las mismas funciones de transferencia $H_{A\phi}(s)$ y $H_{\phi F}(s)$ cuando se efectúa también una variación paramétrica de los puntos de trabajo al modificar la frecuencia central f_o (donde el parámetro ω_o de las funciones viene dado por $2\pi f_o$) desde 1000 Hz a 15 kHz (con incrementos de 1000 Hz), manteniendo el valor de Q constante e igual a 15 (amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100 \text{ mV}$).

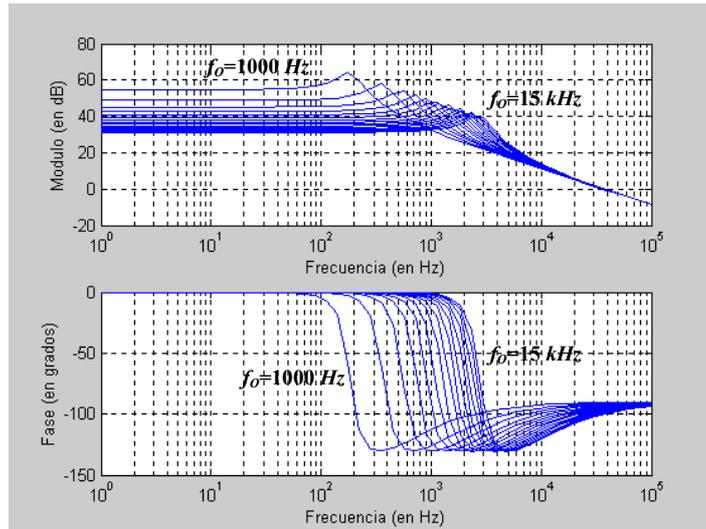


Fig. 6.9.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ cuando se efectúa una variación paramétrica de los puntos de trabajo al modificar la frecuencia central f_0 desde 1000 Hz a 15 kHz (con incrementos de 1000 Hz), manteniendo el valor de Q constante e igual a 15 y la amplitud de la señal de entrada $A_m=100\text{ mV}$ (la curva de ganancia superior y de fase izquierda corresponden a $f_0=1000\text{ Hz}$ y la inferior de ganancia y derecha de fase para 15 kHz).

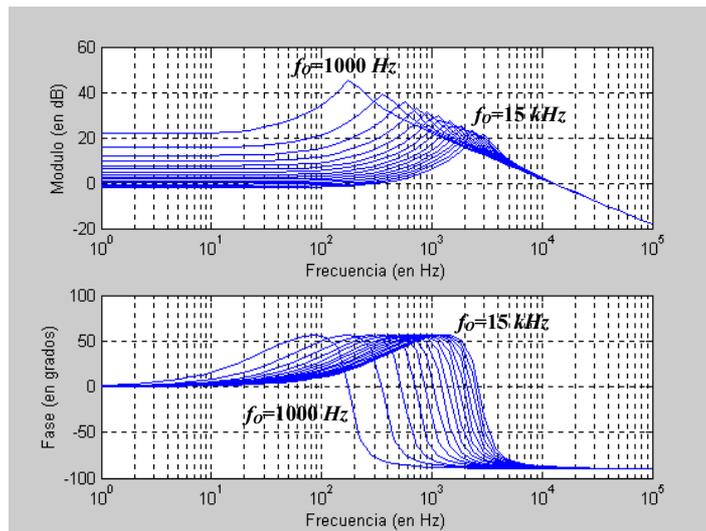


Fig. 6.10.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{\phi F}(s)$ cuando se efectúa una variación paramétrica de los puntos de trabajo al modificar la frecuencia central f_0 desde 1000 Hz a 15 kHz (con incrementos de 1000 Hz), manteniendo el valor de Q constante e igual a 15 y la amplitud de la señal de entrada $A_m=100\text{ mV}$ (la curva de ganancia superior y de fase izquierda corresponden a $f_0=1000\text{ Hz}$ y la inferior de ganancia y derecha de fase para 15 kHz).

Obsérvese que el efecto de un mayor factor de calidad en el filtro hace que las funciones de transferencia tengan un pico de resonancia más acusado que en las mostradas en las figuras 6.7 y 6.8. Es importante destacar el efecto negativo que tiene sobre la función $H_{AQ}(s)$ un incremento en el factor de calidad Q del circuito, puesto que esto hace que el polo doble se presente antes que el cero de la función. En efecto, a mayor Q , la frecuencia donde se presentan los dos polos (cuyo valor es $\omega_{n,HAQ(s)} = \omega_0 / \sqrt{2Q}$) se aleja respecto el cero (situado a una frecuencia $\omega_{z,HAQ(s)} = \omega_0 / 2$), lo que ocasiona un desfase adicional en la zona central de las curvas que hace disminuir el margen de fase del lazo de control (comparar curvas de desfase de las figuras 6.9 y 6.10). Este desfase adicional no sucede en la función $H_{\phi F}(s)$, puesto que

el cero (situado a $\omega_{z,H\phi F(s)} = \omega_o/2Q$) siempre queda a una frecuencia inferior a la de los polos (dada a $\omega_{n,H\phi F(s)} = \omega_o / \sqrt{2Q}$).

Por otro lado, las figuras 6.11 y 6.12 reflejan el juego de curvas de Bode cuando la frecuencia de sintonía está en 300 Hz y la variación paramétrica corresponde a un barrido del factor de calidad cuando se modifica desde 0,5 a 15,5 con incrementos de una unidad (manteniendo la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100\text{ mV}$).

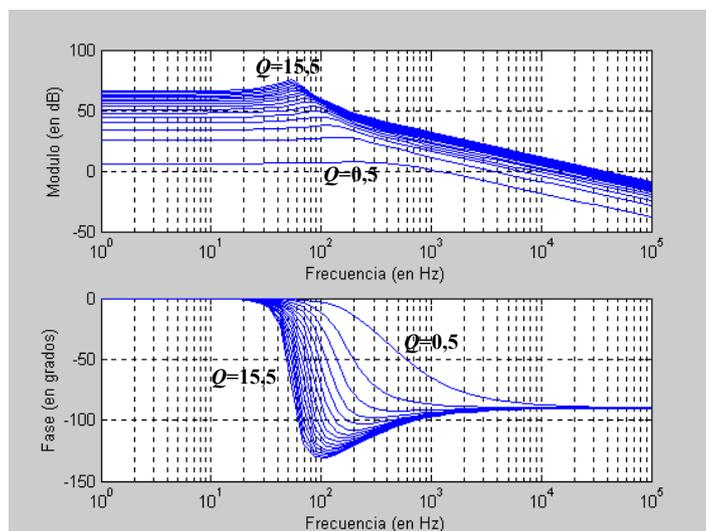


Fig. 6.11.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ al efectuar una variación paramétrica correspondiente a un barrido del factor de calidad cuando se modifica desde 0,5 a 15,5 con incrementos de una unidad, manteniendo el valor de la frecuencia central del filtro constante e igual a 300 Hz, y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100\text{ mV}$ (la curva de ganancia inferior y de fase derecha corresponden a $Q=0,5$ y la superior de ganancia e izquierda de fase para 15,5).

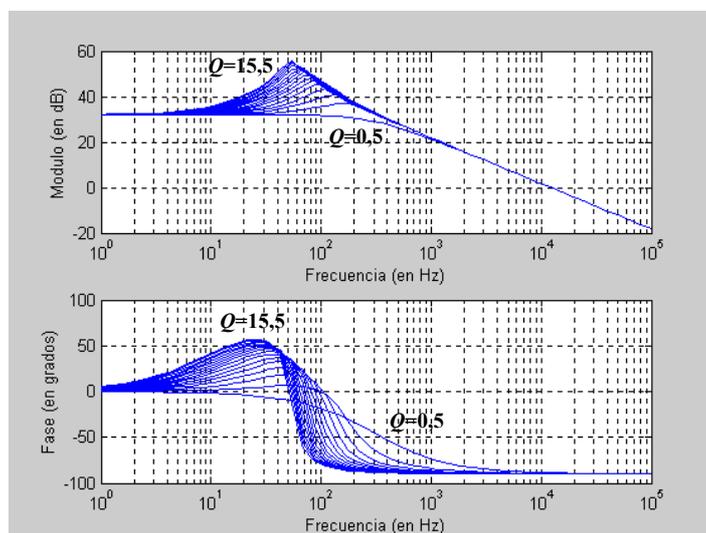


Fig. 6.12.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{\phi F}(s)$ al efectuar una variación paramétrica correspondiente a un barrido del factor de calidad cuando se modifica desde 0,5 a 15,5 con incrementos de una unidad, manteniendo el valor de la frecuencia central del filtro constante e igual a 300 Hz, y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100\text{ mV}$ (la curva de ganancia inferior y de fase derecha corresponden a $Q=0,5$ y la superior de ganancia e izquierda de fase para 15,5).

Finalmente, las figuras 6.13 y 6.14 muestran el juego de curvas de Bode cuando la frecuencia de sintonía está en 15 kHz y el factor de calidad se modifica desde 0,5 a

15,5 con incrementos de una unidad (manteniendo la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100\text{ mV}$). Obsérvese, como ya se ha comentado previamente, que la ganancia en bajas frecuencias de la función $H_{\phi F}(s)$ es independiente del factor de calidad del filtro, mientras que éste sí influye en la ganancia en bajas frecuencias de la función $H_{AQ}(s)$. A la vista de estas gráficas, conviene señalar que el incremento del factor de calidad del filtro proporciona una mayor ganancia de lazo y un desfase adicional más acusado en la función de transferencia $H_{AQ}(s)$, que repercute negativamente en la estabilidad del lazo de sintonía del factor de calidad.

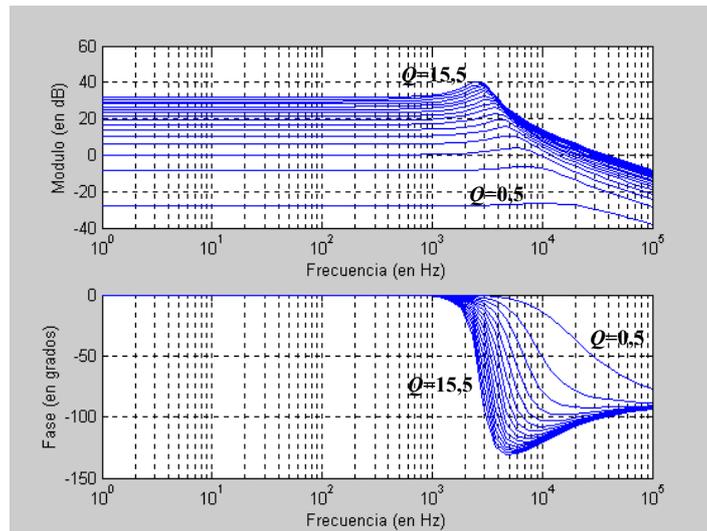


Fig. 6.13.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ al efectuar una variación paramétrica correspondiente a un barrido del factor de calidad cuando se modifica desde 0,5 a 15,5 con incrementos de una unidad, manteniendo el valor de la frecuencia central del filtro constante e igual a 15 kHz, y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100\text{ mV}$ (la curva de ganancia inferior y de fase derecha corresponden a $Q=0,5$ y la superior de ganancia e izquierda de fase para 15,5).

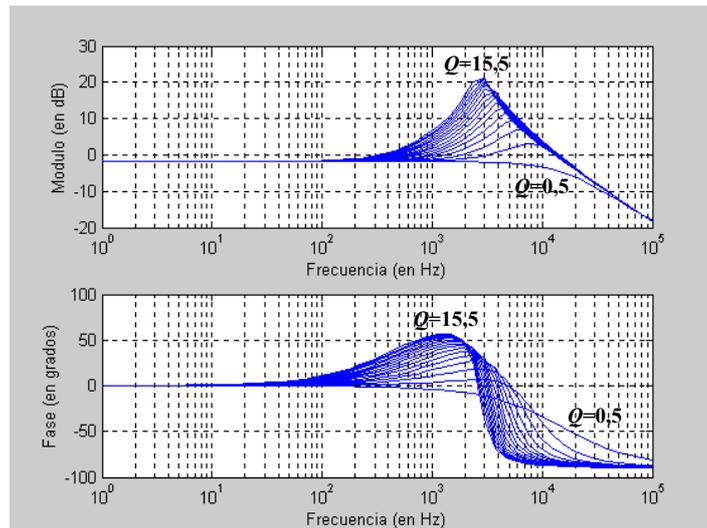


Fig. 6.14.- Curvas de Bode de ganancia y fase de la función de transferencia $H_{\phi F}(s)$ al efectuar una variación paramétrica correspondiente a un barrido del factor de calidad cuando se modifica desde 0,5 a 15,5 con incrementos de una unidad, manteniendo el valor de la frecuencia central del filtro constante e igual a 15 kHz, y la amplitud de la señal de entrada $A_{in}=100\text{ mV}$ (la curva de ganancia inferior y de fase derecha corresponden a $Q=0,5$ y la superior de ganancia e izquierda de fase para 15,5).

Como validación de las anteriores funciones obtenidas, se han obtenido diferentes respuestas transitorias del filtro por simulación mediante MATLAB[®], ante

variaciones de la tensión de control que sintoniza el factor de calidad $v_{CQ}(t)$ y la frecuencia central $v_{CF}(t)$, y para diferentes puntos de trabajo. El modelizado con SIMULINK[®] del filtro TQE sobre el que se ha estudiado su comportamiento transitorio se aprecia en la figura 6.15.

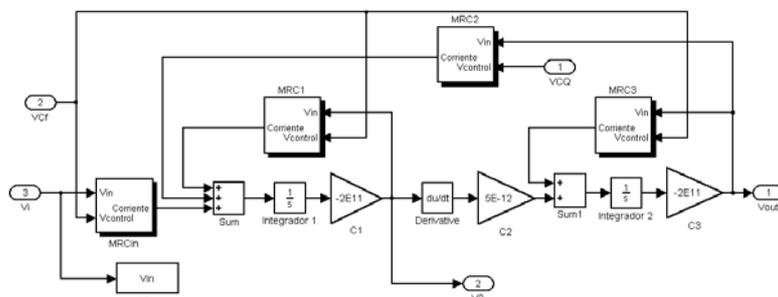


Fig. 6.15.- Diagrama de bloques en SIMULINK[®] que modeliza el filtro con estructura TQE utilizado para el estudio de la respuesta transitoria del mismo.

Las dos figuras siguientes muestran sendas respuestas transitorias de la señal de salida para una frecuencia central del filtro y de entrada iguales a 100 Hz, y con una amplitud de entrada de 100 mV. En la figura 6.16, y antes de los 50 ms, el valor de $v_{CQ}(t)$ es tal que el factor de calidad vale 0,5. En el instante $t=50$ ms se produce una pequeña variación en escalón de dicha tensión que hace incrementar el factor de calidad hasta casi 0,65, lo que origina una respuesta del sistema claramente sobreamortiguada. Esto se corresponde con el juego de curvas de la figura 6.11, donde se aprecia que para pequeños valores de Q las curvas presentan un pico de resonancia pequeño o inexistente.

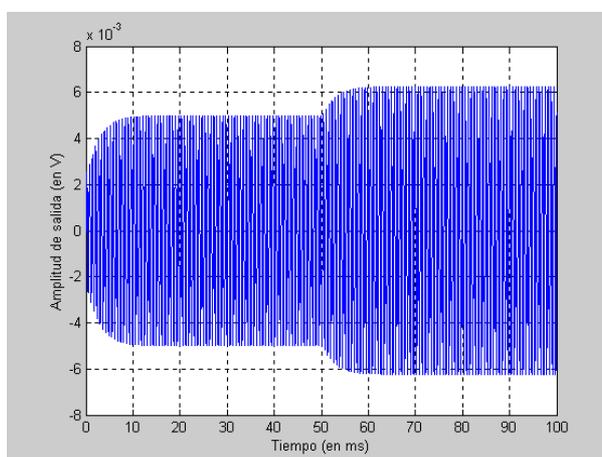


Fig. 6.16.- Respuesta transitoria de la señal de salida del filtro TQE para una frecuencia central y de entrada iguales a 100 Hz y con una amplitud de entrada de 100 mV. Antes de los 50 ms, el valor de $v_{CQ}(t)$ es tal que el factor de calidad vale 0,5. En el instante $t=50$ ms se produce una variación en escalón de dicha tensión que hace incrementar el factor de calidad hasta casi 0,65.

El comportamiento de la planta cambia de forma notable en el momento en que el factor de calidad aumenta. En efecto, en la figura 6.17, y antes de los 50 ms, el valor de $v_{CQ}(t)$ es tal que el factor de calidad vale 15. En el instante $t=50$ ms se produce una variación en escalón de dicha tensión que hace incrementar el factor de calidad hasta aproximadamente 19, lo que origina en este caso una respuesta del sistema claramente subamortiguada. Comparando esta respuesta con el juego de curvas de la figura 6.11, se

corroborar claramente los picos de resonancia que aparecen en ellas para elevados valores de Q . Obsérvese que en estas condiciones de funcionamiento del filtro, la respuesta del mismo es destacadamente más crítica que en las condiciones mostradas en la figura 6.16 (nótese que el margen de fase en las gráficas de la figura 6.11 puede quedar reducido de forma importante para factores de calidad elevados), lo que podría conllevar la inestabilidad del sistema cuando trabajase en lazo cerrado a través de los controles de sintonía.

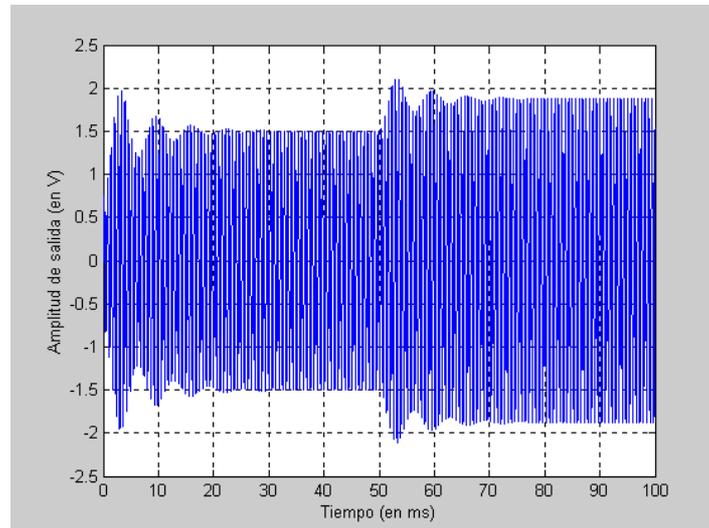


Fig. 6.17.- Respuesta transitoria de la señal de salida del filtro TQE para una frecuencia central y de entrada iguales a 100 Hz y con una amplitud de entrada de 100 mV . Antes de los 50 ms , el valor de $v_{CQ}(t)$ es tal que el factor de calidad vale 15. En el instante $t=50\text{ ms}$ se produce una variación en escalón de dicha tensión que hace incrementar el factor de calidad hasta aproximadamente 19.

Las anteriores dos figuras ponen de manifiesto la importancia de los valores de los parámetros del filtro en el punto de trabajo, y cómo los controladores que sintonicen factor de calidad y frecuencia deberán diseñarse teniendo en cuenta el caso más desfavorable posible. En los siguientes apartados se muestra el proceso sistemático de diseño de los controladores, utilizando como ejemplo la estructura TQE, a partir de las funciones de transferencia obtenidas en las páginas precedentes.

6.4.- MEJORA DEL CONTROLADOR PARA LA SINTONÍA AUTOMÁTICA DE Q A PARTIR DEL MODELIZADO PROPUESTO.

6.4.1.- Diseño del Controlador Mejorado.

Las funciones de transferencia obtenidas dan una primera información para el diseño de controladores mejorados para los lazos de sintonía. En efecto, el conocer la función de transferencia que relaciona las variaciones de la amplitud de salida $\tilde{A}_o(t)$ con las de la tensión de control $\tilde{v}_{CQ}(t)$ que sintoniza el factor de calidad del *master*, permite diseñar un controlador para la sintonía de Q con mejores prestaciones. Lo mismo puede decirse para la obtención de un controlador para el lazo de sintonía de ω_o

a partir de la función de transferencia que relaciona las variaciones del desfase de la señal de salida $\tilde{\varphi}_O(t)$ respecto a la señal de entrada con las de la tensión de control de la sintonía en frecuencia $\tilde{v}_{CF}(t)$.

Una cualidad importante de los controles para sintonía automática es la de minimizar el error en estado estacionario. Por lo tanto, un posible controlador sería aquél que compensase a través de una acción integral. En consecuencia, en la práctica es común que el controlador sea, idealmente, un simple integrador con un polo en el origen expresado matemáticamente de la forma:

$$H_{CQ}(s) = \frac{K_I}{s} \tag{6-87}$$

donde K_I es la constante integral del controlador. Obsérvese, no obstante, que no es la opción más adecuada, puesto que la inclusión de dicho control empeora significativamente el margen de fase del sistema y podría hacer por tanto inestable el lazo de control de Q (ver curvas asintóticas de ganancia y fase de la figura 6.18).

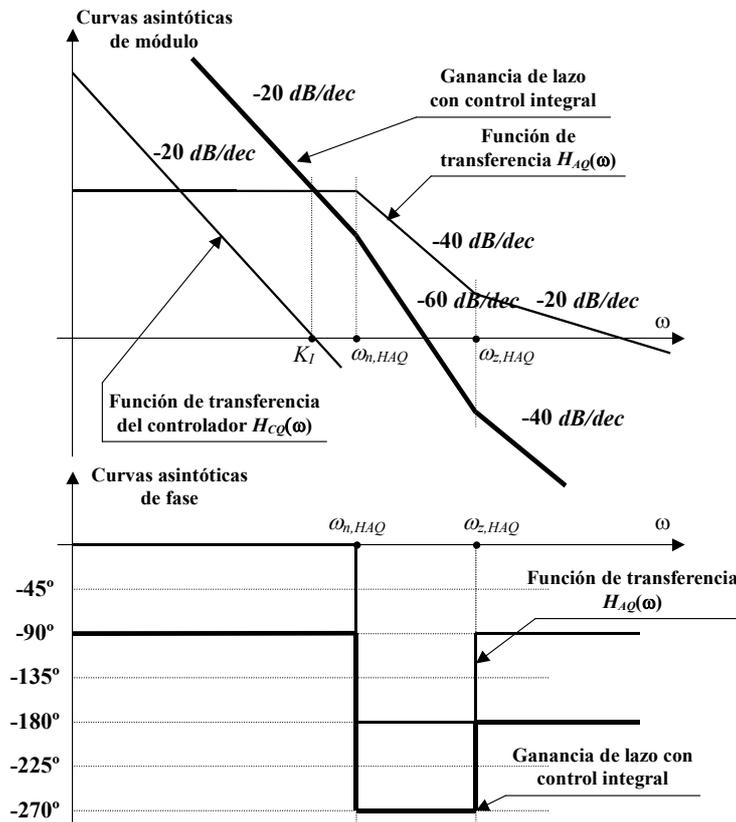


Fig. 6.18.- Curvas asintóticas de módulo y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ y de la ganancia de lazo con un controlador integral, donde se muestra la posición relativa de la frecuencia de ganancia unidad K_I del controlador integral respecto a las frecuencias donde se sitúan los polos y cero de la planta. Obsérvese que el margen de fase obtenido es insuficiente para garantizar la estabilidad del sistema.

Para evitar el problema de posibles inestabilidades, se tienen dos posibilidades:

- 1.- Disminuir la ganancia K_I del controlador integral para asegurar en todo el rango frecuencial de sintonía del filtro el margen de ganancia necesario para la estabilidad.
- 2.- Añadir un cero en la función de transferencia del controlador que compense el desfase de $\pi/2$ añadido por el polo en el origen.

La primera alternativa, común en la bibliografía existente, conlleva dos importantes limitaciones. La principal de ellas hace referencia a que podría existir un límite en bajas frecuencias en el margen de sintonía, por debajo del cual el sistema pasaría a ser inestable. Esto es debido a que, a frecuencias de sintonía bajas, y debido al desfase ocasionado por los polos y cero de la función de transferencia $H_{AQ}(\omega)$ (proporcionales a la frecuencia de sintonía ω_0 –expresiones (6-82) y (6-83)–), al que se sumarían los 90° del control integral, la compensación por acción integral es menos efectiva y, por tanto, el margen de fase podría no ser suficiente para hacer que el sistema sea estable (caso representado en la figura 6.18). Por tanto, convendría disminuir la ganancia K_I del controlador por debajo de un valor máximo y/o aumentar la frecuencia mínima de sintonía para así alejar la frecuencia $\omega_{n,HAQ}$ de la función de transferencia $H_{AQ}(\omega)$ de la frecuencia de ganancia unidad K_I del integrador (ver figura 6.19).

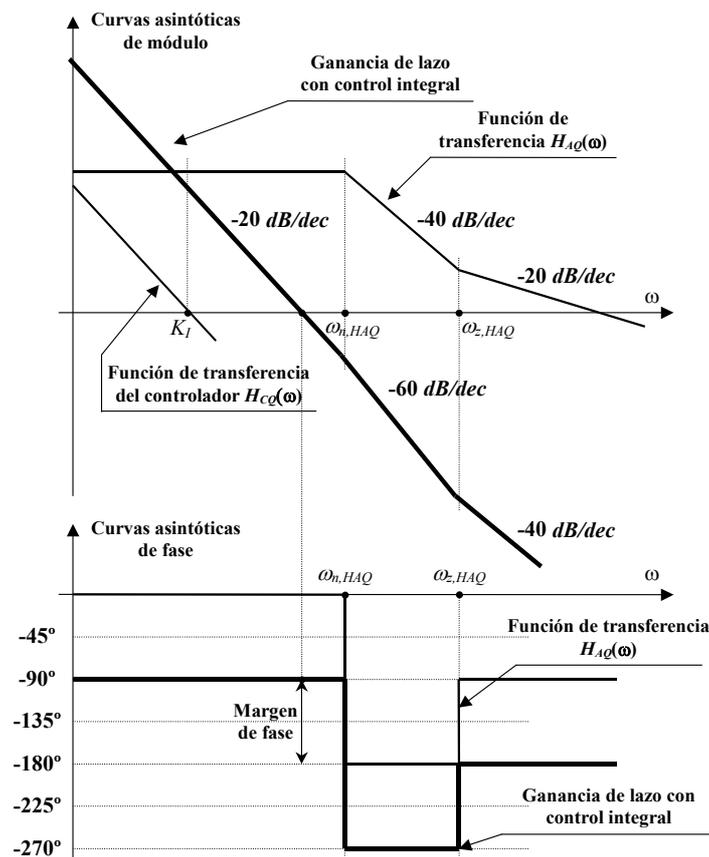


Fig. 6.19.- Curvas asintóticas de módulo y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ y de la ganancia de lazo con un controlador integral, donde se muestra la posición relativa de la frecuencia de ganancia unidad K_I del controlador integral respecto a las frecuencias donde se sitúan los polos y cero de la planta. En este caso se asegura un margen de fase suficiente para la estabilidad del sistema.

A esto, cabe añadir que la disminución de la ganancia integral comporta que la ya comentada velocidad de respuesta del lazo en los transitorios de sintonía de Q pueda empeorar significativamente. Por tanto, y con el fin de ampliar el margen frecuencial de sintonía a frecuencias bajas, conviene añadir un cero ω_z en la función de transferencia del integrador:

$$H_{CQ}(s) = K_I \cdot \frac{\left(\frac{s}{\omega_z} + 1\right)}{s} \quad (6-88)$$

asegurando que la frecuencia ω_z de este nuevo cero esté siempre por debajo de la mínima frecuencia $\omega_{n,HAQ(s)}$ donde están situados los polos complejos conjugados de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$:

$$0 < \omega_z \leq \omega_{n,HAQ(s)}|_{MIN} = \omega_{O,MIN} \cdot \sqrt{\frac{1}{2Q_{MAX}}} \quad (6-89)$$

Finalmente, y con el fin de atenuar a razón de -40 dB/dec los armónicos originados en el proceso de detección de los índices (es decir, el rizado de la tensión de control que se aplica para la sintonía del filtro), conviene añadir un segundo polo ω_p en la función de transferencia del controlador, de forma que ésta vendrá dada por:

$$H_{CQ}(s) = K_I \cdot \frac{\left(\frac{s}{\omega_z} + 1\right)}{s \left(\frac{s}{\omega_p} + 1\right)} \quad (6-90)$$

donde la situación de dicho polo debe estar suficientemente alejado del margen frecuencial de sintonía del filtro con el fin de no añadir un desfase adicional que podría empeorar el margen de fase del sistema; es decir:

$$\omega_p > \omega_{z,HAQ(s)}|_{MAX} = \frac{\omega_{O,MAX}}{2} \quad (6-91)$$

De esta forma, las curvas asintóticas de ganancia y fase de la figura 6.18 quedan modificadas, tal y como se puede apreciar en la figura 6.20.

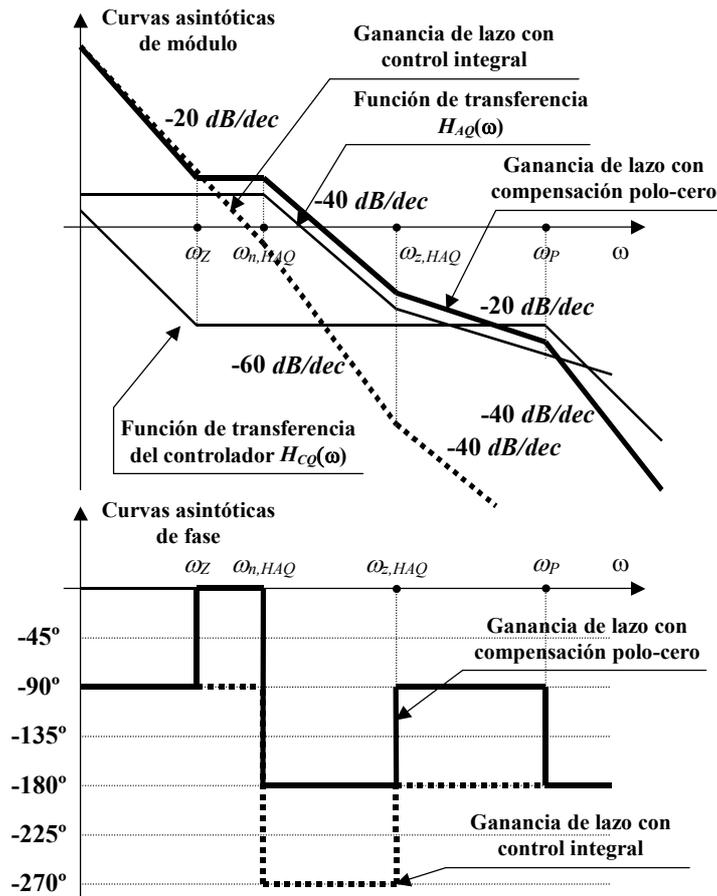


Fig. 6.20.- Curvas asintóticas de módulo y fase de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$, de la ganancia de lazo con controlador integral y con compensación polo-cero, donde se muestra la posición relativa de los polos y cero del controlador propuesto respecto a las frecuencias donde se sitúan los polos y cero de la planta.

Cabe indicar que en las figuras anteriores se ha representado el caso más desfavorable desde el punto de vista del margen de fase, que es cuando la frecuencia $\omega_{n,HAQ}(s)$, donde están situados los polos complejos-conjugados de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ (ecuación (6-82)), está situada a un valor inferior al de la frecuencia donde se encuentra el cero $\omega_{z,HAQ}(s)$ (ecuación (6-83)). Comparando las ecuaciones (6-82) y (6-83), dicha situación ocurre para valores de $Q > 2$. Para valores inferiores a éste, el cero se presenta a frecuencias inferiores a $\omega_{n,HAQ}(s)$ y, por tanto, el margen de fase queda asegurado en todo el intervalo de sintonía frecuencial del filtro.

Una posible implementación del controlador propuesto podría ser el circuito de la figura 6.21. La resistencia R_1 es necesaria si la señal de entrada está en forma de tensión y por tanto se requiere alta impedancia de entrada. Si en cambio, como es el caso de la presente tesis, está en forma de corriente (recuérdese que la señal de entrada procede de multiplicadores analógicos realizados a partir de células MRC que realizan la detección de amplitudes, tal y como muestra la figura 6.22), la resistencia R_1 no estará presente en el circuito controlador.

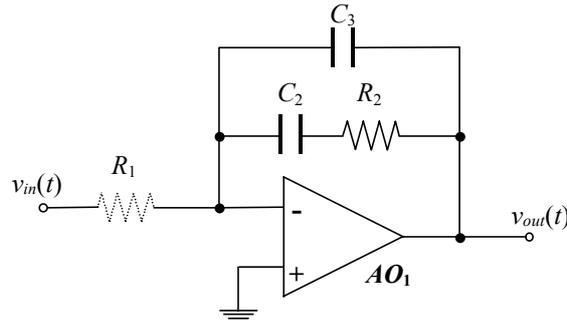


Fig. 6.21.- Esquema eléctrico para el controlador mejorado para el lazo de control del factor de calidad Q .

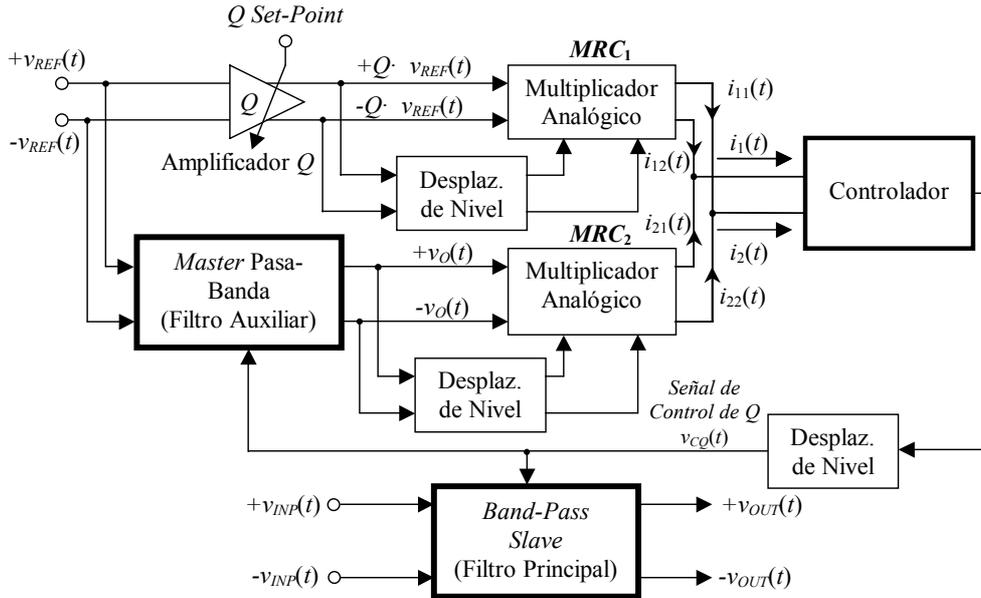


Fig. 6.22.- Esquema de sintonía del factor de calidad Q .

El nuevo controlador planteado tiene una función de transferencia dada por la ecuación:

$$H_{CQ}(s) = \frac{(R_2 C_2 s + 1)}{[R_1 (C_2 + C_3) s][1 + s R_2 (C_2 // C_3)]} \quad (6-92)$$

donde las frecuencias del cero ω_z , del polo ω_p y la constante K_I vienen dadas respectivamente por las expresiones siguientes:

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_2} \quad \omega_p = \frac{1}{R_2 C_2 \left(\frac{C_3}{C_2 + C_3} \right)} \quad K_I = \frac{1}{R_1 (C_2 + C_3)} \quad (6-93)$$

Hay que hacer notar que si la señal de entrada al controlador está en forma de corriente (es decir, no existe la resistencia R_1), la constante K_I vendrá determinada por el valor de la constante multiplicativa de los multiplicadores analógicos que realizan la detección de amplitudes. A partir del análisis efectuado en los apartados 4.8.1 y 4.8.2 del tema 4, y considerando que los dos multiplicadores analógicos han sido

implementados mediante sendas células MRCs cuyas transconductancias son idénticas y de valor K , el parámetro K_I en este caso vale:

$$K_I = \frac{K}{2(C_2 + C_3)} \quad (6-94)$$

6.4.2.- Controlador Sintonizado.

Obsérvese que la utilización de un controlador con polo y cero como el propuesto en las páginas anteriores mejora las prestaciones respecto el controlador integral puro en dos importantes aspectos:

- La ampliación de la banda pasante del lazo de control, mejorando por tanto la velocidad de respuesta del lazo, con el objetivo final de realizar el proceso de sintonía en un menor tiempo.
- La ampliación de los márgenes de sintonía del filtro debido a la compensación del desfase originado por el polo dominante (polo en el origen del integrador), debido al desfase introducido por el cero de la función de transferencia del controlador.

La utilización de un controlador con características adaptativas permitiría modificar la posición del cero ω_Z y del polo ω_P del controlador de forma que se sintonizasen al mismo tiempo que lo hacen los filtros *master* y *slave*, manteniendo unas relaciones entre éstos y la frecuencia central de sintonía ω_O constantes en todo momento. Es por ello que la realización del controlador puede pasar por la implementación de la resistencia R_2 del circuito de la figura 6.21 mediante una célula MRC que se sintonice gracias a la tensión de control $v_{CF}(t)$ que sintoniza la frecuencia central de los filtros *master* y *slave*. La estructura del controlador, ahora ya balanceado, quedaría tal y como muestra la figura 6.23, donde la tensión V_{POL} es un nivel de polarización que fija el valor óhmico de la resistencia R_1 de entrada al circuito (si la hubiera), implementada por la célula MRC_1 , que fija la constante integral K_I (expresión (6-93)). En el caso en que la señal de entrada al controlador estuviese en forma de corriente (sin la existencia de la celda MRC_1), la constante K_I vendría determinada, tal y como se ha comentado previamente (expresión (6-94)), por el valor de la constante de los multiplicadores analógicos que realizan la detección de amplitudes (figura 6.22).

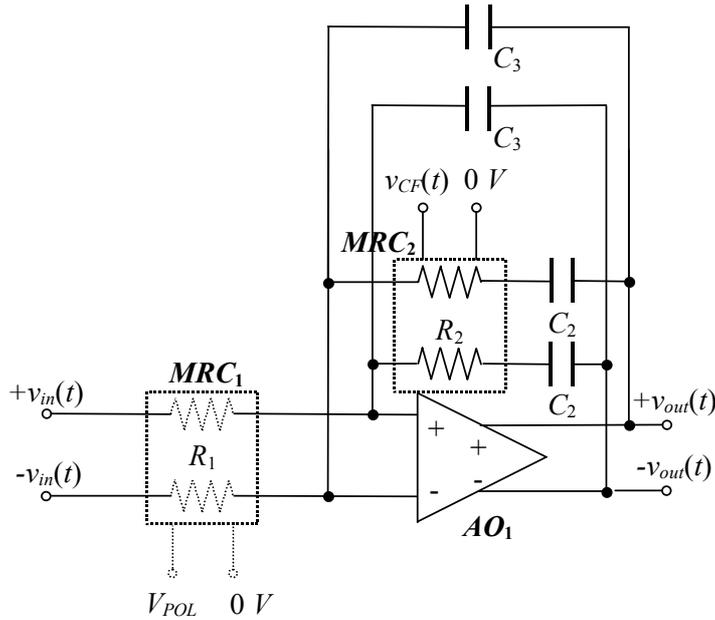


Fig. 6.23.- Controlador sintonizable *fully-balanced* implementado con MRCs.

Por su parte, en la figura 6.24 se aprecia el controlador sintonizable *fully-balanced* implementando las células MRC con transistores *pMOS*.

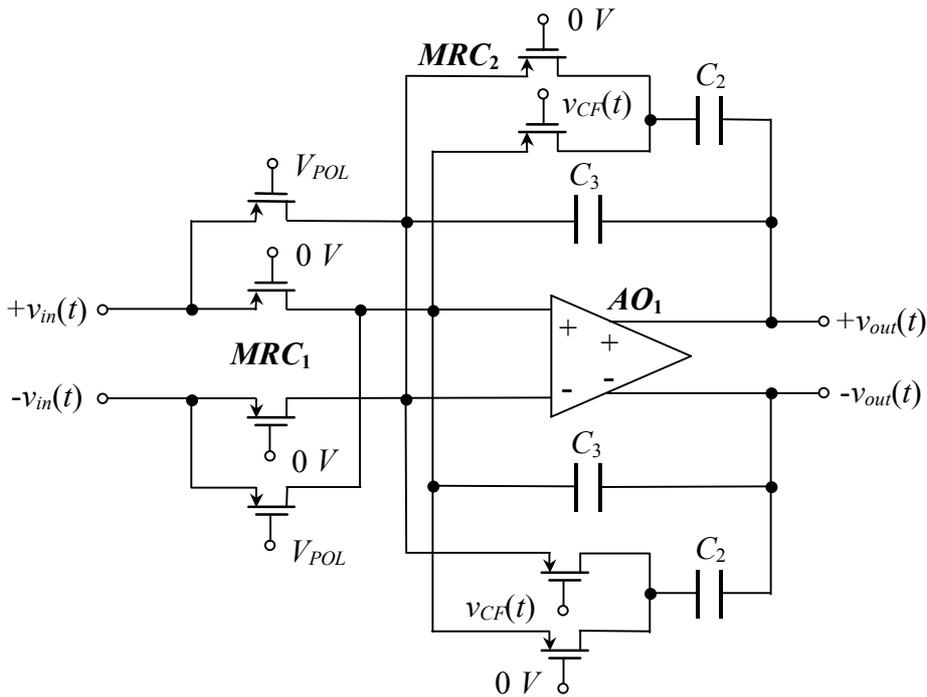


Fig. 6.24.- Esquema a nivel de transistores del controlador sintonizable *fully-balanced*, implementando las células MRC con transistores *pMOS*.

6.4.3.- Resultados de Simulación.

Con objeto de validar el proceso de modelizado desarrollado hasta este punto y que lleva a la obtención del controlador lineal expuesto en las líneas anteriores, se han realizado una serie de simulaciones con MATLAB[®] sobre un filtro TQE que comparan el control integral puro con el controlador polo-cero obtenido a partir del análisis

realizado con el modelo promediado del filtro. El modelizado con SIMULINK® del filtro TQE se aprecia en la figura 6.25.

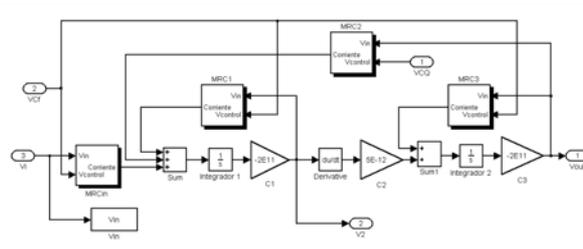


Fig. 6.25.- Diagrama de bloques en SIMULINK® que modeliza el filtro con estructura TQE utilizado para la comparación de ambos controladores.

donde las diferentes células MRCs están modelizadas a partir de multiplicadores analógicos y constantes multiplicativas, tal y como muestra la figura 6.26.



Fig. 6.26.- Diagrama de bloques en SIMULINK® de la modelización de una célula MRC utilizada en el filtro con estructura TQE.

El modelizado del conjunto completo de filtro *master* (la planta) más lazos de control se puede apreciar en la figura 6.27.

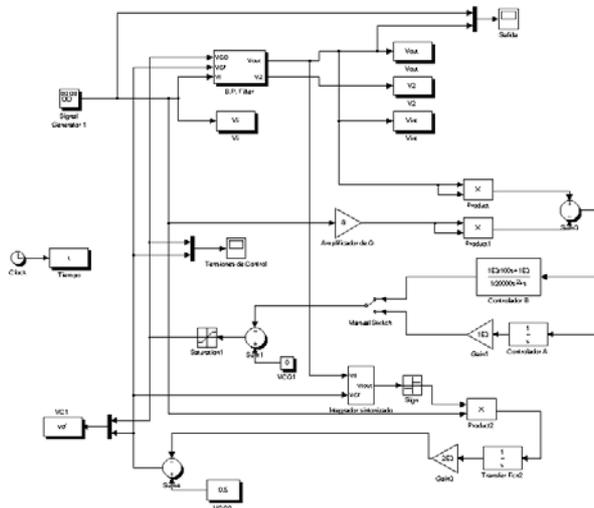


Fig. 6.27.- Diagrama de bloques en SIMULINK® del sistema de sintonía en frecuencia, donde pueden apreciarse en el centro los dos controladores comparados en las siguientes simulaciones.

Los controladores a comparar son un integrador puro, cuya función de transferencia $H_{CQ1}(s)$ está dada por:

$$H_{CQ1}(s) = \frac{10^3}{s} \tag{6-95}$$

y un segundo controlador, con una función de transferencia $H_{CQ2}(s)$ dada por:

$$H_{CQ2}(s) = \frac{10^3 \left(\frac{s}{100} + 1 \right)}{s \left(\frac{s}{2 \cdot 10^4} + 1 \right)} \quad (6-96)$$

El parámetro K_I escogido en ambos casos, igual a 10^3 , se ha ajustado para tener un control con acentuado sobreimpulso mediante la ley integral pura a una frecuencia de la señal de entrada al filtro *master* de 2 kHz. Las figuras 6.28 y 6.29 muestran la sintonía del filtro a esta frecuencia y a un factor de calidad Q de 8 mediante el control integral puro (función de transferencia $H_{CQ1}(s)$ dada en (6-95)). La amplitud de la señal de entrada es de 100 mV. Obsérvese que se llega a la sintonía alrededor de los 20 ms y el elevado sobreimpulso que provoca el lazo de control de Q para cumplir su objetivo de sintonía debido al pobre margen de fase del sistema. Asimismo, dicho sobreimpulso lleva asociado el inconveniente del riesgo de saturación del filtro. La tensión de control que fija la frecuencia central del filtro parte de un valor inicial de 0,5 V (que corresponde a una frecuencia de sintonía inicial a unos 8 kHz), mientras que la que sintoniza el factor de calidad parte de 0 V (correspondiente a un factor de calidad inicial de 0,5).

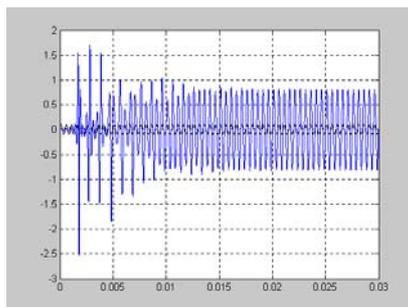


Fig. 6.28.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador integral puro, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz. El factor de calidad inicial corresponde a un valor de 0,5 y la frecuencia de sintonía inicial a unos 8 kHz.

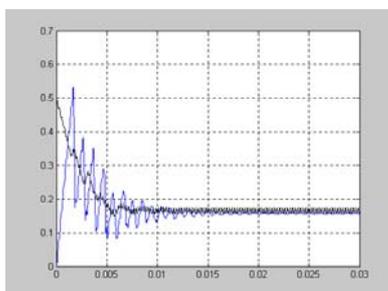


Fig. 6.29.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de 0,5 V) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} (con valor inicial de 0 V, correspondiente a un factor de calidad inicial de 0,5) con el controlador integral puro, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz. El factor de calidad inicial corresponde a un valor de 0,5 y la frecuencia de sintonía inicial a unos 8 kHz.

Cuando es el controlador $H_{CQ2}(s)$ propuesto el que realiza la sintonía, la mejora conseguida en la sintonía es evidente (figuras 6.30 y 6.31). Es importante destacar, además de un mejor comportamiento en el transitorio (obsérvese que el sobreimpulso en la respuesta transitoria no existe), la rapidez en la respuesta del sistema de sintonía, casi inmediata, frente a los 20 ms aproximadamente que eran necesarios con la ley integral

pura. Dicha velocidad viene dada en parte al cero añadido en el controlador que amplía la banda pasante del lazo de sintonía de Q .

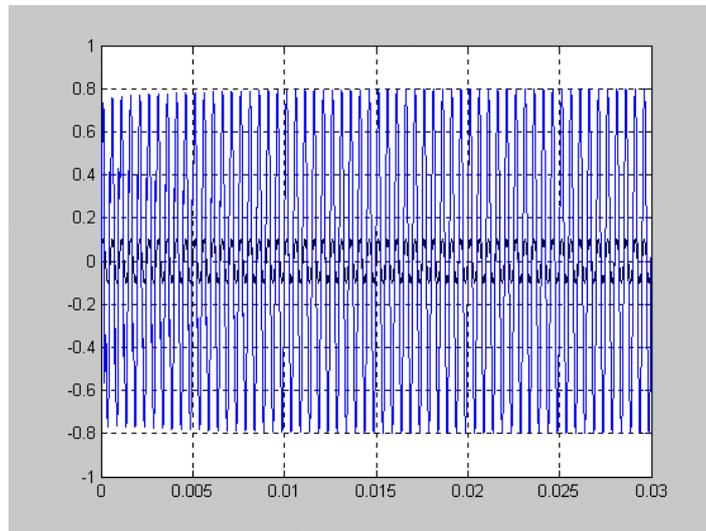


Fig. 6.30.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador polo-cero, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz. El factor de calidad inicial corresponde a un valor de 0,5 y la frecuencia de sintonía inicial a unos 8 kHz.

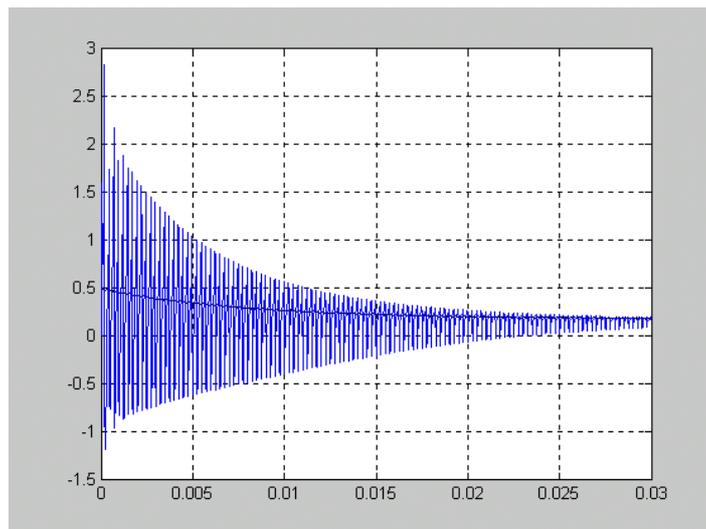


Fig. 6.31.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de 0,5 V) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} (con valor inicial de 0 V, correspondiente a un factor de calidad inicial de 0,5) con el controlador polo-cero, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz. El factor de calidad inicial corresponde a un valor de 0,5 y la frecuencia de sintonía inicial a unos 8 kHz.

Las figuras 6.32 y 6.33 (para el controlador integral puro) y 6.34 y 6.35 (para el formado por el par polo-cero) muestran simulaciones similares a las anteriores pero en las que la frecuencia central de sintonía ya está sintonizada con la de referencia de entrada, por lo cual la señal de control de frecuencia no muestra ningún transitorio de inicio. Obsérvese en la tensión de control de Q la disminución en la amplitud de su rizado y el menor tiempo del transitorio respecto al caso en el que la sintonía de frecuencia se efectúa de forma simultánea (figura 6.31). Esta disminución en el tiempo del transitorio viene dada porque la sintonía de frecuencia afecta inevitablemente a la sintonía de Q .

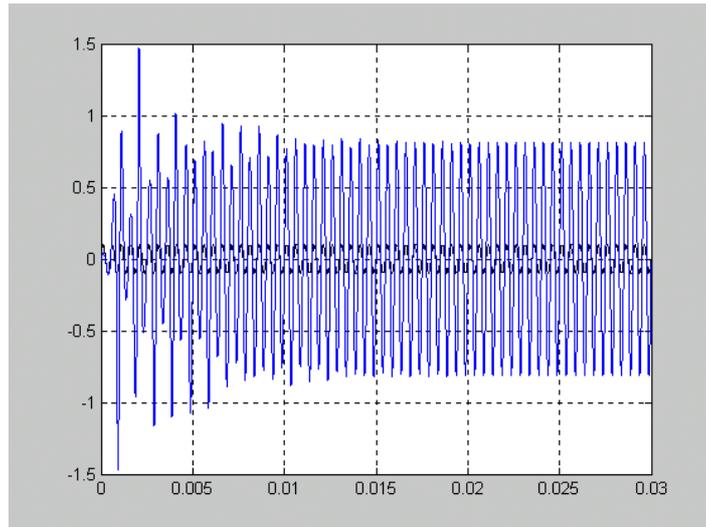


Fig. 6.32.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador integral puro, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz . En esta simulación el filtro parte de una situación de sintonía en frecuencia.

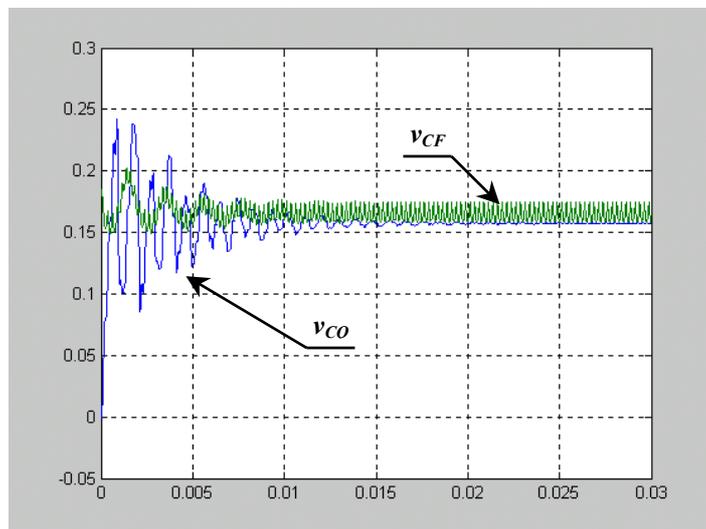


Fig. 6.33.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de $0,5\text{ V}$) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} con el controlador integral puro, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz . En esta simulación el filtro parte de una situación de sintonía en frecuencia.

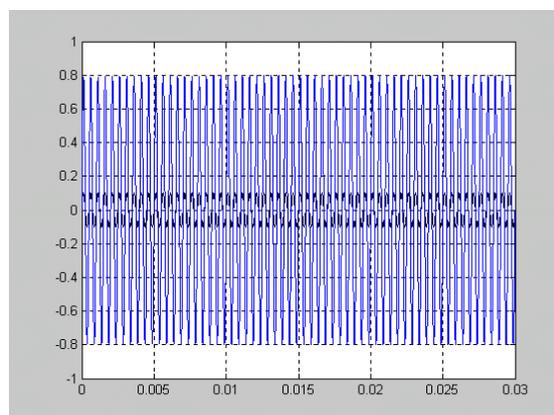


Fig. 6.34.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador polo-cero, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz . En esta simulación el filtro parte de una situación de sintonía en frecuencia.

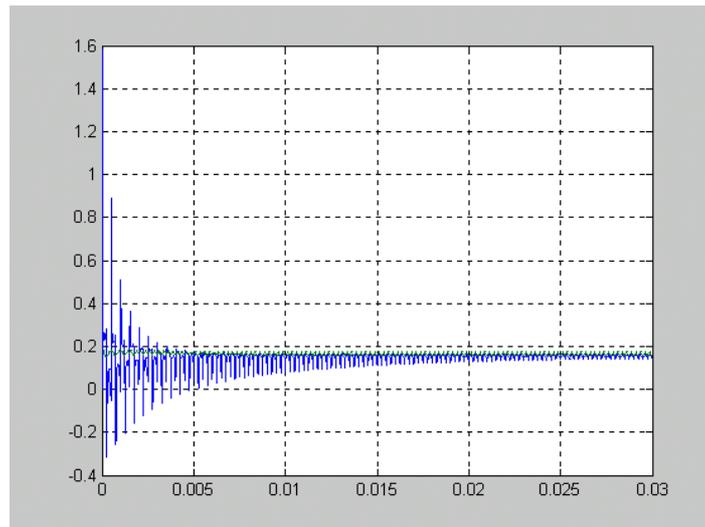


Fig. 6.35.- Señales de control de frecuencia v_{CF} y del factor de calidad del filtro v_{CQ} con el controlador polo-cero, una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz . En esta simulación el filtro parte de una situación de sintonía en frecuencia.

El rizado de la señal de control v_{CQ} que aparece en los ejemplos de simulación presentados, y que posee una componente fundamental de 4 kHz , corresponde a las frecuencias originadas en los productos de intermodulación que se realizan en los multiplicadores analógicos utilizados como detectores de amplitud en el lazo de control de Q . Téngase en cuenta que debido al cero del controlador, la banda del lazo es mayor que con el controlador integral puro, con lo cual la velocidad de sintonía mejora significativamente a costa de un peor filtrado en la señal de control v_{CQ} obtenida. Esto conlleva unos picos en el transitorio de la misma excesivamente grandes, tal y como queda patente en la figura 6.31, que alcanza valores mínimo y máximo de -1 V y 3 V , respectivamente. Por otro lado, y como se ha estudiado en capítulos anteriores, en una implementación real mediante MRCs, y con el fin de garantizar el correcto funcionamiento en zona óhmica de todos sus transistores, las tensiones de control que fijan tanto la frecuencia como el factor de calidad deben estar limitadas a un intervalo menor. En los diseños propuestos en la presente tesis donde intervienen células MRC este margen está fijado entre 0 V y $+1\text{ V}$ (definido en el apartado 4.3 y figura 4.11 del capítulo 4). Teniendo en cuenta esta limitación, en las siguientes simulaciones se han acotado las tensiones de control v_{CQ} y v_{CF} entre estos dos valores mediante elementos saturadores. Los resultados para el controlador propuesto son los representados en las figuras 6.36 y 6.37, donde se observa que, a pesar de la limitación en la tensión de control de Q , la sintonía del filtro se efectúa correctamente.

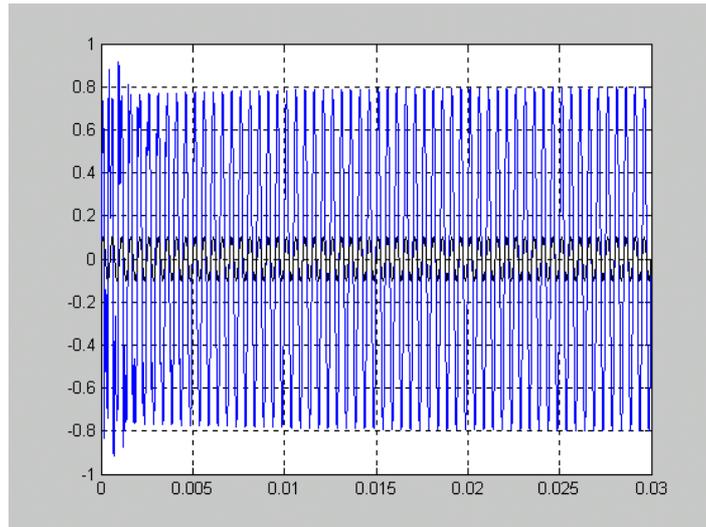


Fig. 6.36.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador polo-cero y limitación de su salida entre 0 y 1 V , con una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

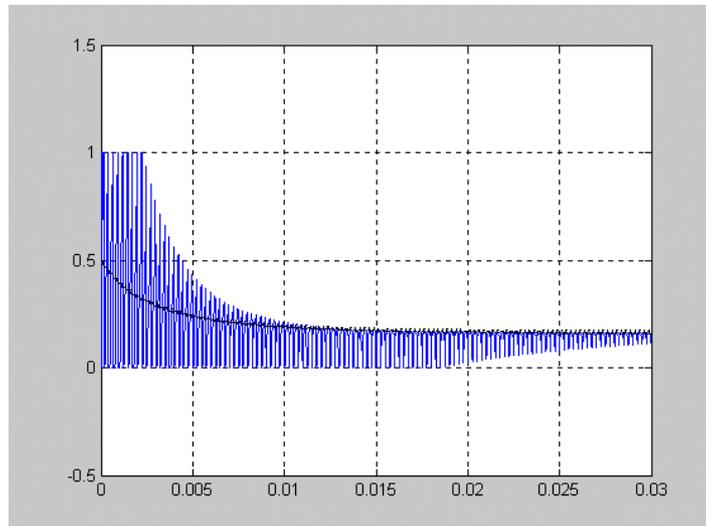


Fig. 6.37.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de $0,5\text{ V}$) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} (con valor inicial de 0 V , correspondiente a un factor de calidad inicial de $0,5$) con el controlador polo-cero y limitación de su salida entre 0 y 1 V , con una consigna de $Q=8$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

Para comprobar la funcionalidad del nuevo controlador propuesto, a continuación se muestran simulaciones donde se producen variaciones de consigna de Q en forma de escalón. Las figuras 6.38 y 6.39 muestran una variación de consigna de Q del 100%, pasando exactamente de 4 a 8 en el instante $t=15\text{ ms}$ para el control integral $H_{CQ1}(s)$. Destaca de nuevo el elevado sobreimpulso obtenido con dicho controlador, y el tiempo requerido para que el sistema llegue al régimen estacionario.

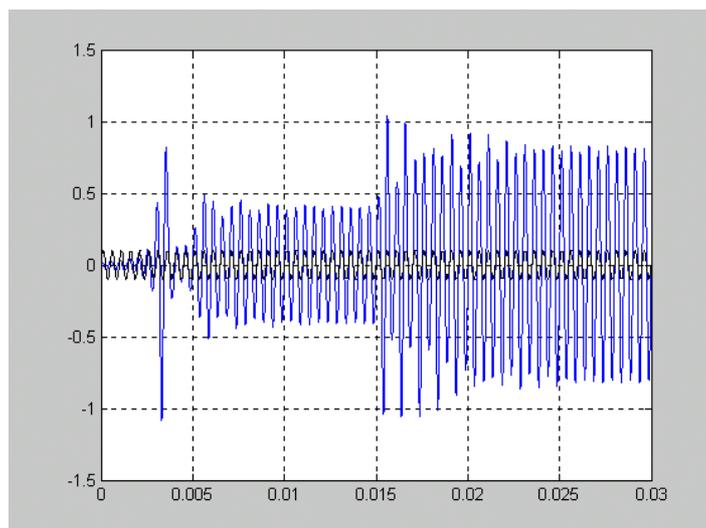


Fig. 6.38.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador integral puro, con un salto de consigna de Q de 4 a 8 (en el instante $t=15\text{ ms}$) y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

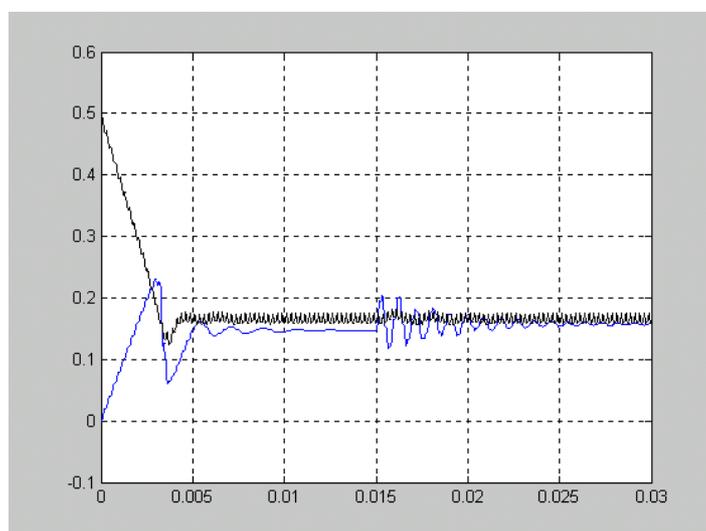


Fig. 6.39.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de $0,5\text{ V}$) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} (con valor inicial de 0 V , correspondiente a un factor de calidad inicial de $0,5$) con el controlador integral puro, un salto de consigna de Q de 4 a 8 y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

Las figuras 6.40 y 6.41 por un lado, y 6.42 y 6.43 por otro, muestran respectivamente las señales de interés para la misma variación de consigna que las dos figuras precedentes para el controlador cero-polo $H_{CQ2}(s)$ sin limitación y con limitación de su salida entre 0 y 1 V . Comparando estas figuras con las señales expuestas en las figuras 6.38 y 6.39 se observa una mejora considerable en ambos casos cuando el controlador pasa a ser el propuesto $H_{CQ2}(s)$. Mientras que el controlador integral puro necesita aproximadamente unos 10 ms para realizar la sintonía, el controlador polo-cero propuesto requiere alrededor de la mitad de tiempo, eliminando además cualquier sobreimpulso en el transitorio.

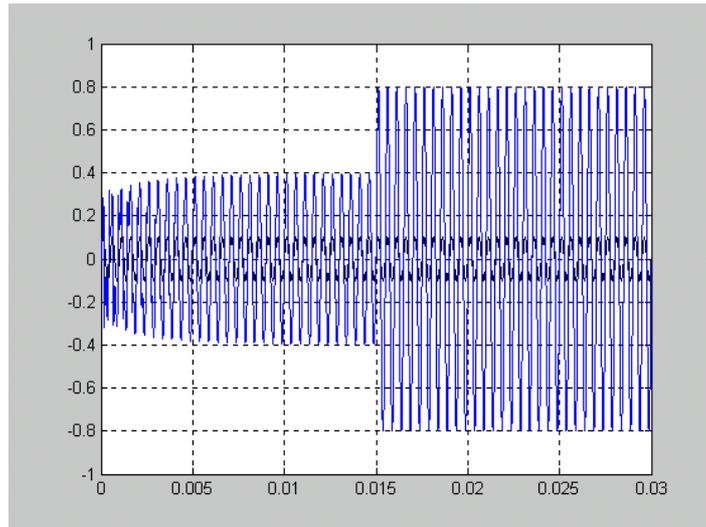


Fig. 6.40.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador polo-cero, con un salto de consigna de Q de 4 a 8 (en el instante $t=15\text{ ms}$) y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

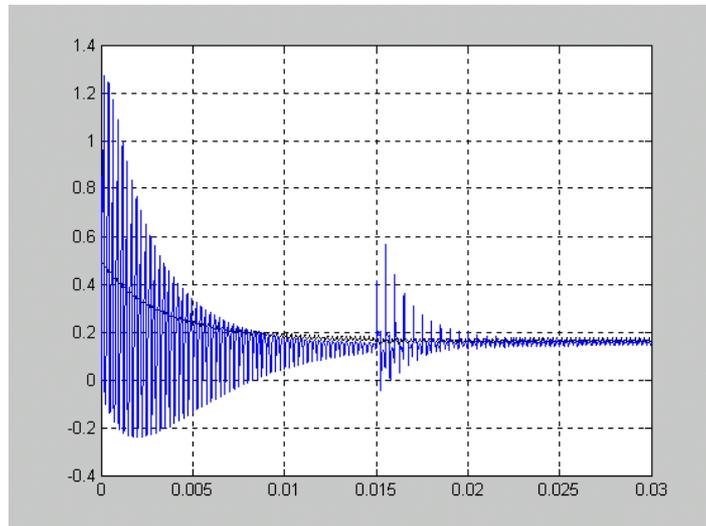


Fig. 6.41.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de $0,5\text{ V}$) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} (con valor inicial de 0 V , correspondiente a un factor de calidad inicial de $0,5$) con el controlador polo-cero, un salto de consigna de Q de 4 a 8 y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

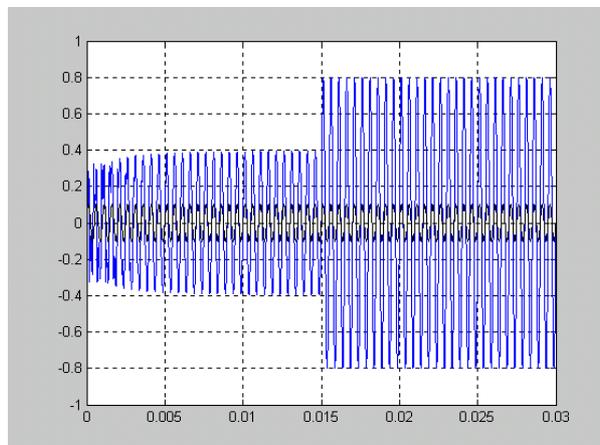


Fig. 6.42.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro con el controlador polo-cero y limitación a su salida entre 0 y 1 V , con un salto de consigna de Q de 4 a 8 (en el instante $t=15\text{ ms}$) y una frecuencia de entrada de 2 kHz .

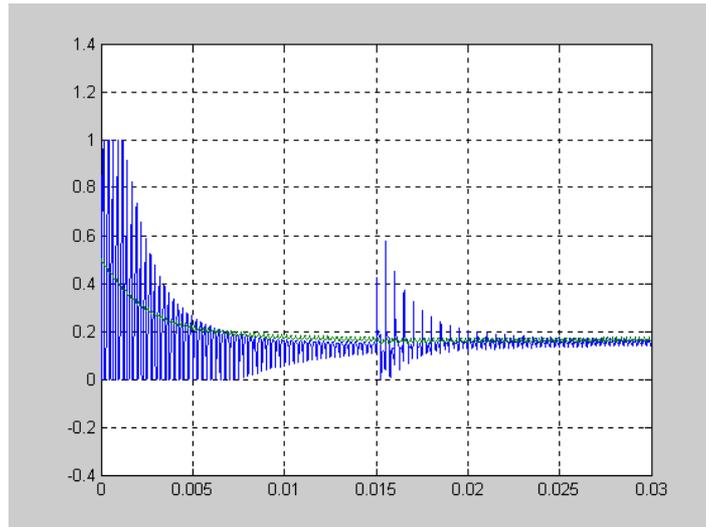


Fig. 6.43.- Señales de control de frecuencia v_{CF} (con valor inicial de 0,5 V) y del factor de calidad del filtro v_{CQ} (con valor inicial de 0 V, correspondiente a un factor de calidad inicial de 0,5) con el controlador polo-cero y limitación a su salida entre 0 y 1 V, un salto de consigna de Q de 4 a 8 y una frecuencia de entrada de 2 kHz.

Finalmente, la figura 6.44 muestra un arranque del sistema de sintonía con el control integral puro $H_{CQ1}(s)$ y una consigna de Q elevada e igual a 15, y una posterior conmutación al control polo-cero $H_{CQ2}(s)$ en el instante $t=15\text{ ms}$. Puede apreciarse la dificultad que tiene el sistema en realizar la sintonía del sistema antes de ese instante, y como al entrar en actuación el control $H_{CQ2}(s)$ la sintonía se produce de forma mucho más eficaz.

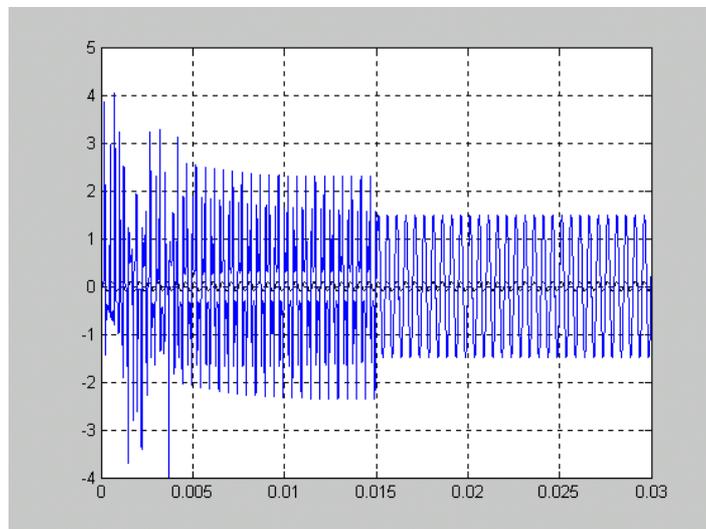


Fig. 6.44.- Señales de entrada (con amplitud constante de 100 mV) y salida del filtro cuando se produce una conmutación en la ley de control del lazo de Q en el instante $t=15\text{ ms}$, pasando de actuar el controlador integral puro a hacerlo el controlador polo-cero, con una consigna de $Q=15$ y una frecuencia de entrada de 2 kHz.

6.5.- CONSIDERACIONES SOBRE EL CONTROLADOR PARA LA SINTONÍA AUTOMÁTICA DE ω_0 A PARTIR DEL MODELIZADO PROPUESTO.

Respecto al lazo de sintonía en frecuencia cabría pensar en el diseño de un controlador que mejorase las prestaciones del controlador integral puro implementado en el tema 4 utilizando un procedimiento similar al mostrado en el apartado anterior. Sin embargo, en los próximos párrafos queda patente que el controlador integral es una solución adecuada para la sintonía en frecuencia del sistema.

En efecto, a raíz de las funciones de transferencia obtenidas en el punto 6.3 de este capítulo, y en particular la que relaciona variaciones del desfase de la señal de salida del filtro *master* $\tilde{\varphi}_0(t)$ con variaciones de la tensión de sintonía en frecuencia $\tilde{v}_{CF}(t)$ (expresión (6-97)):

$$H_{\varphi F}(s) = \frac{\tilde{\varphi}_0(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{1}{C/K_1} \frac{s + \frac{\omega_0}{2Q}}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s + \omega_0^2 \left(\frac{1}{2Q}\right)} \quad (6-97)$$

puede apreciarse que la función de transferencia $H_{\varphi F}(s)$ presenta un comportamiento pasa-bajos con sus dos polos complejos-conjugados situados a una frecuencia natural $\omega_{n,H\varphi F(s)}$ que viene dada por la relación:

$$\omega_{n,H\varphi F(s)} = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{2Q}} \quad (6-98)$$

y un cero en el semiplano izquierdo de valor:

$$\omega_{z,H\varphi F(s)} = \frac{\omega_0}{2Q} \quad (6-99)$$

mientras que su ganancia en baja frecuencia está determinada por los parámetros del filtro:

$$\left|H_{\varphi F}(\omega \rightarrow 0)\right| = \frac{1}{C/K_1} \frac{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)}{\omega_0^2 \left(\frac{1}{2Q}\right)} = \frac{1}{\omega_0 C / K_1} \quad (6-100)$$

Obsérvese (comparando las ecuaciones (6-98) y (6-99)) que el cero de la función de transferencia queda por debajo de la situación de los polos para factores de calidad $Q > 1/2$, que es justamente el valor mínimo considerado en la estructura implementada en la presente tesis. A diferencia de este caso, recuérdese que en la función de transferencia $H_{A\varphi}(s)$ que relaciona variaciones de la amplitud $A_0(t)$ con las de la tensión de control

del factor de calidad $v_{CQ}(t)$ (expresión (6-79), son los polos de la función de transferencia los que están situados a una frecuencia menor que el cero para valores de $Q > 2$.

A la vista de estas consideraciones, pueden trazarse las curvas asintóticas de ganancia y fase, tal y como muestra la figura 6.45, donde K_I es la constante integral del controlador. La aparición del cero a una frecuencia inferior a la de los polos, hace que la curva de desfase no rebase la línea de 180° , con lo que la estabilidad del lazo de sintonía de ω_0 está garantizada para todo el margen de valores de Q considerados. La ganancia total de lazo del sistema de sintonía automática vendrá dada por el valor de la frecuencia de ganancia unidad K_I .

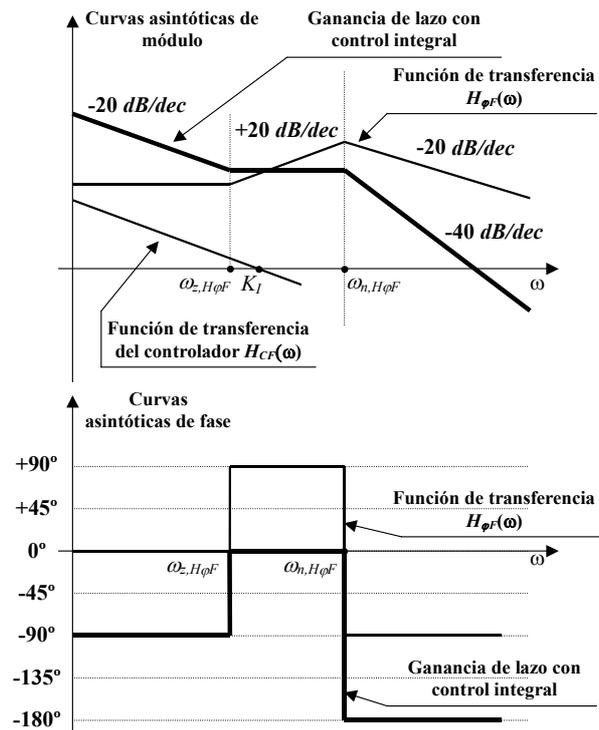


Fig. 6.45.- Curvas asintóticas de módulo y fase de la función de transferencia $H_{\phi F}(s)$ y de la ganancia de lazo con un controlador integral.

La implementación del controlador integral propuesto, de forma similar a como se ha realizado para el controlador para la sintonía de Q , podría pasar también por un controlador adaptativo en que el valor de la constante integral K_I esté en función de las tensiones $v_{CF}(t)$, que fija la frecuencia central de sintonía ω_0 , y $v_{CQ}(t)$, que fija el factor de calidad Q del filtro.

6.6.- MODELO INCREMENTAL Y LINEALIZADO PARA LA TOPOLOGÍA 'TQE' MODIFICADA.

El estudio genérico llevado a cabo en el apartado 6.2 para la determinación de un modelo equivalente lineal aproximado en pequeña señal del filtro *master* ha contemplado como bilinealidad aquella en la que los términos a_{ij} y b_{ij} de las matrices de

coeficientes de la planta **A** y **B** (con $i,j=\{1, 2, \dots, n\}$) son una combinación lineal de las n señales de control del filtro, de la forma:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= a_1^{ij} v_{C1}(t) + a_2^{ij} v_{C2}(t) + \dots + a_n^{ij} v_{Cn}(t) = \sum_{k=1}^n a_k^{ij} v_{Ck}(t) \\ b_{ij} &= b_1^{ij} v_{C1}(t) + b_2^{ij} v_{C2}(t) + \dots + b_n^{ij} v_{Cn}(t) = \sum_{k=1}^n b_k^{ij} v_{Ck}(t) \end{aligned} \quad (6-101)$$

de manera que el sistema pueda describirse a través de:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{v}_{in}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n a_k^{11} v_{Ck}(t) & \sum_{k=1}^n a_k^{12} v_{Ck}(t) & \dots & \sum_{k=1}^n a_k^{1n} v_{Ck}(t) \\ \sum_{k=1}^n a_k^{21} v_{Ck}(t) & \sum_{k=1}^n a_k^{22} v_{Ck}(t) & \dots & \sum_{k=1}^n a_k^{2n} v_{Ck}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=1}^n a_k^{n1} v_{Ck}(t) & \sum_{k=1}^n a_k^{n2} v_{Ck}(t) & \dots & \sum_{k=1}^n a_k^{nn} v_{Ck}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n b_k^{11} v_{Ck}(t) \\ \sum_{k=1}^n b_k^{21} v_{Ck}(t) \\ \dots \\ \sum_{k=1}^n b_k^{n1} v_{Ck}(t) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{v}_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-102)$$

El análisis realizado, y que se ha particularizado en la topología TQE, cuyo comportamiento bilineal queda descrito por un sistema de ecuaciones similares al presentado en la expresión (6-102), puede extenderse a filtros adaptativos en que los respectivos términos a_{ij} y b_{ij} no respondan a combinaciones lineales de las n señales de control, sino a funciones más complejas (como por ejemplo productos entre ellas), quedando el sistema descrito en general por:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = \dot{\mathbf{x}}(t) &= f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \\ &= \mathbf{A}(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \cdot \mathbf{v}_{in}(t) \end{aligned} \quad (6-103)$$

donde los respectivos términos a_{ij} y b_{ij} de las mismas vendrán dadas por funciones genéricas f_{ij}^a y f_{ij}^b de las n señales de control del filtro:

$$a_{ij} = f_{ij}^a(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \quad ; \quad b_{ij} = f_{ij}^b(v_{C1}(t), v_{C2}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \quad (6-104)$$

pudiéndose concretar el sistema expresado en (6-103) como:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11}^a(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) & \dots & f_{1n}^a(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \\ f_{21}^a(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) & \dots & f_{2n}^a(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{n1}^a(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) & \dots & f_{nn}^a(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11}^b(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \\ f_{21}^b(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \\ \dots \\ f_{n1}^b(v_{C1}(t), \dots, v_{Cn}(t)) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{v}_{in}(t) \quad (6-105)$$

Como ejemplo de estructura con un comportamiento no regido por un sistema de ecuaciones cuyos términos a_{ij} y b_{ij} respondan a combinaciones lineales de las n señales de control, se tiene la estructura TQE modificada, que ha servido de base para la realización del filtro de tiempo continuo con sintonía automática implementada en la presente tesis. A partir del desarrollo teórico para el modelizado de filtros de tiempo continuo llevado a cabo en el apartado 6.2, y de forma similar a como se ha realizado en la estructura TQE original, se muestra a continuación el análisis de la topología TQE modificada.

En el caso de la estructura TQE modificada estudiada en detalle en el capítulo 4 (figura 6.46), y particularizando para el caso en que $R_1=R_3=R_{IN}$, las ecuaciones de estado bilineales del filtro son:

$$\begin{aligned}\dot{v}_o(t) &= \frac{K_1}{C}(v_1(t) - v_o(t))v_{CF}(t) + \frac{GK_2}{C}(v_o(t))v_{CQ}(t) + \frac{K_1}{C}(v_{CF}(t))v_{in}(t) \\ \dot{v}_1(t) &= -\frac{K_1}{C}(v_1(t))v_{CF}(t) - \frac{GK_2}{C}(v_o(t))v_{CQ}(t) - \frac{K_1}{C}(v_{CF}(t))v_{in}(t)\end{aligned}\tag{6-106}$$

que de forma matricial pueden expresarse como:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_o(t) \\ \dot{v}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \frac{v_{CQ}(t)}{C/K_2} - \frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} & \frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \\ -G \frac{v_{CQ}(t)}{C/K_2} & -\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_o(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \\ -\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot v_{in}(t)\tag{6-107}$$

donde el nuevo parámetro que aparece respecto de la estructura TQE original, G , es función de la tensión de control $v_{CF}(t)$ que sintoniza la frecuencia central del filtro:

$$G = K_B v_{CF}(t)\tag{6-108}$$

siendo K_B un valor constante fijado por las dimensiones de los transistores que forman las células MRC_A y MRC_B de la etapa amplificadora de ganancia G .

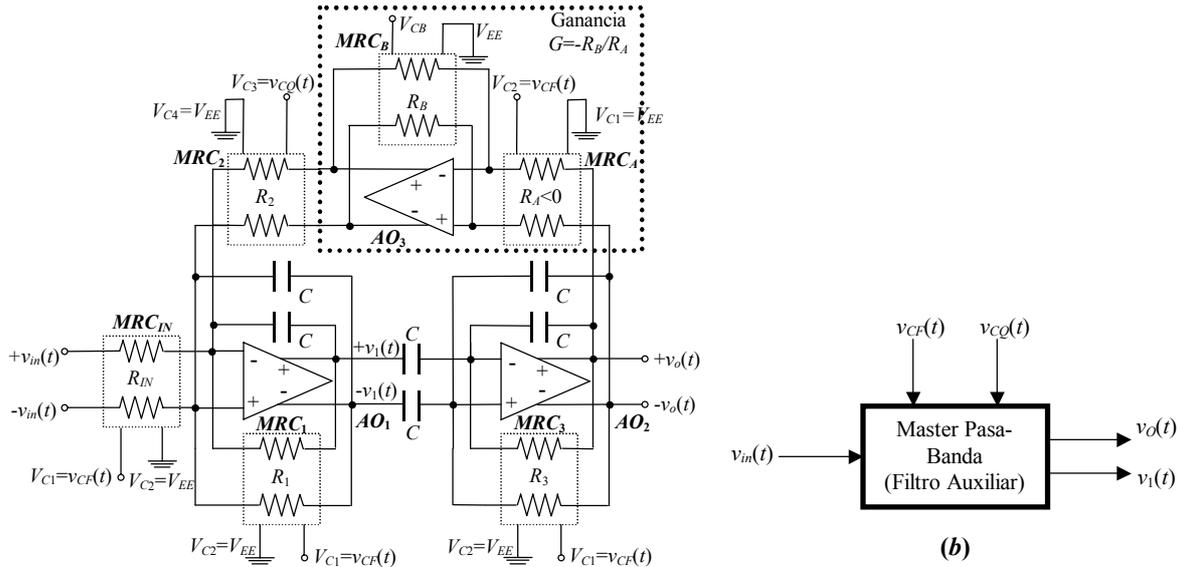


Fig. 6.46.- (a) Filtro *master* de 2° orden MRC-C pasa-banda con estructura TQE modificada. (b) El filtro *master* como un sistema de control con su respectivo conjunto de entradas y salidas.

Sustituyendo G por el valor dado en (6-108), se obtiene el sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_O(t) \\ \dot{v}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_B \frac{v_{CF}(t)v_{CQ}(t)}{C/K_2} - \frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} & \frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \\ -K_B \frac{v_{CF}(t)v_{CQ}(t)}{C/K_2} & -\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_O(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \\ -\frac{v_{CF}(t)}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot v_{in}(t) \quad (6-109)$$

6.6.1.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Amplitud.

Con objeto de determinar las relaciones entre los índices de interés $\tilde{A}_O(t)$ (amplitud de la señal de salida del filtro) y $\tilde{\varphi}_O(t)$ (desfase de dicha señal respecto a la tensión de entrada) y las señales de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$, tanto la señal de entrada al filtro (señal de referencia) como las variables de estado se definen en forma fasorial tal y como se expresó en (6-25):

$$v_{in}(t) = A_{in}(t)e^{j(\omega_m t)} \quad ; \quad v_O(t) = A_O(t)e^{j(\omega_m t + \varphi_O(t))} \quad ; \quad v_1(t) = A_1(t)e^{j(\omega_m t + \varphi_1(t))} \quad (6-110)$$

Sustituyendo en el sistema de ecuaciones de la planta dado en (6-109) las expresiones sinusoidales de (6-110), se llega a:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{A}}_O(t)e^{j\omega_m t+j\varphi_O(t)} + A_O(t) \left[j\omega_{in} + j\dot{\varphi}_O(t) \right] e^{j\omega_m t+j\varphi_O(t)} &= \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(A_1(t)e^{j\varphi_1(t)} - A_O(t)e^{j\varphi_O(t)} \right) v_{CF}(t) + \\
 &+ K_B \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_2} \left(A_O(t)e^{j\varphi_O(t)} \right) v_{CF}(t)v_{CQ}(t) + \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(v_{CF}(t) \right) A_{in}(t) \\
 \dot{\tilde{A}}_1(t)e^{j\omega_m t+j\varphi_1(t)} + A_1(t) \left[j\omega_{in} + j\dot{\varphi}_1(t) \right] e^{j\omega_m t+j\varphi_1(t)} &= -\frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(A_1(t)e^{j\varphi_1(t)} \right) v_{CF}(t) - \\
 &- K_B \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_2} \left(A_O(t)e^{j\varphi_O(t)} \right) v_{CF}(t)v_{CQ}(t) - \frac{e^{j\omega_m t}}{C/K_1} \left(v_{CF}(t) \right) A_{in}(t)
 \end{aligned} \tag{6-111}$$

De la misma forma que se ha realizado en las expresiones dadas en (6-9), pueden considerarse desviaciones a partir de valores nominales de la forma:

$$\begin{aligned}
 A_O(t) &= A_O + \tilde{A}_O(t) & A_1(t) &= A_1 + \tilde{A}_1(t) & v_{CF}(t) &= V_{CF} + \tilde{v}_{CF}(t) \\
 \varphi_O(t) &= \varphi_O + \tilde{\varphi}_O(t) & \varphi_1(t) &= \varphi_1 + \tilde{\varphi}_1(t) & v_{CQ}(t) &= V_{CQ} + \tilde{v}_{CQ}(t)
 \end{aligned} \tag{6-112}$$

Sustituyendo las ecuaciones de (6-112) en las expresiones (6-111) se llega a la descripción matemática del sistema equivalente en banda base (siguiendo con el proceso descrito en el caso genérico y similar al caso particular para la topología TQE inicial) que relaciona variaciones de las amplitudes ($\tilde{A}_O(t)$ y $\tilde{A}_1(t)$) de las variables de estado con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_{in}(t)$), para un determinado punto de trabajo del filtro fijado por los niveles de DC de las variables de control V_{CF} y V_{CQ} :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_O(t) \\ \dot{\tilde{A}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} K_B \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_O - \varphi_1) \\ -K_B \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_O - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_O(t) \\ \tilde{A}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_O) - \frac{A_O}{C/K_1} + \frac{A_1}{C/K_1} \cos(\varphi_O - \varphi_1) + K_B \frac{V_{CQ}A_O}{C/K_2} & K_B \frac{V_{CF}A_O}{C/K_2} \\ -\frac{A_{in}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) - \frac{A_1}{C/K_1} - K_B \frac{V_{CQ}A_O}{C/K_2} \cos(\varphi_O - \varphi_1) & -K_B \frac{V_{CF}A_O}{C/K_2} \cos(\varphi_O - \varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_O) \\ -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) \end{bmatrix} \tilde{A}_{in}(t)
 \end{aligned} \tag{6-113}$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_0(t) \\ \dot{\tilde{A}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} K_B \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \\ -K_B \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{A}_0(t) \\ \tilde{A}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{A_m}{C/K_1} \cos(\varphi_0) - \frac{A_o}{C/K_1} + \frac{A_1}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) + K_B \frac{V_{CQ}A_o}{C/K_2} & K_B \frac{V_{CF}A_o}{C/K_2} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) \\ -\frac{A_m}{C/K_1} \cos(\varphi_1) - \frac{A_1}{C/K_1} - K_B \frac{V_{CQ}A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -K_B \frac{V_{CF}A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) \end{bmatrix} \cdot \\
 &\quad \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_m(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6-114}$$

donde las matrices \mathbf{A}' y \mathbf{B}' para la estructura TQE modificada vienen dadas por las expresiones:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} K_B \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \\ -K_B \frac{V_{CF}V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \tag{6-115}$$

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} \frac{A_m}{C/K_1} \cos(\varphi_0) - \frac{A_o}{C/K_1} + \frac{A_1}{C/K_1} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) + K_B \frac{V_{CQ}A_o}{C/K_2} & K_B \frac{V_{CF}A_o}{C/K_2} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_0) \\ -\frac{A_m}{C/K_1} \cos(\varphi_1) - \frac{A_1}{C/K_1} - K_B \frac{V_{CQ}A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -K_B \frac{V_{CF}A_o}{C/K_2} \cos(\varphi_0 - \varphi_1) & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \cos(\varphi_1) \end{bmatrix} \tag{6-116}$$

6.6.2.- Funciones de Transferencia para los Índices de Amplitud.

Aplicando transformadas de Laplace al sistema de ecuaciones mostrado en (6-114):

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_0(s) \\ \tilde{A}_1(s) \end{bmatrix} = [s\mathbf{1} - \mathbf{A}']^{-1} \cdot \left\{ \mathbf{B}' \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(s) \\ \tilde{v}_{CQ}(s) \\ \tilde{A}_m(s) \end{bmatrix} \right\} \tag{6-117}$$

se llega a las funciones de transferencia que relacionan las amplitudes ($\tilde{A}_0(t)$ y $\tilde{A}_1(t)$) de las variables de estado con las tensiones de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$ que sintonizan, respectivamente, la frecuencia central y el factor de calidad del filtro *master* (y por tanto del *slave*):

$$\frac{\tilde{A}_O(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{\left[\frac{A_1 \cos(\varphi_O - \varphi_1) - A_O + A_{in} \cos \varphi_O}{C/K_1} + \frac{K_B V_{CQ} A_O}{C/K_2} \right] \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) - \frac{V_{CF}}{C/K_1} \left[\frac{A_1 + A_{in} \cos \varphi_1}{C/K_1} + \frac{K_B V_{CQ} A_O}{C/K_2} \cos(\varphi_O - \varphi_1) \right] \cos(\varphi_O - \varphi_1)}{\Delta(s)} \quad (6-118)$$

$$\frac{\tilde{A}_O(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{K_B V_{CF} A_O}{C/K_2} \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} [1 - \cos^2(\varphi_O - \varphi_1)] \right)}{\Delta(s)} \quad (6-119)$$

$$\frac{\tilde{A}_1(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{s \left[-\frac{A_1 + A_{in} \cos \varphi_1}{C/K_1} - \frac{K_B V_{CQ} A_O}{C/K_2} \cos(\varphi_O - \varphi_1) \right] - \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} \cos(\varphi_O - \varphi_1) \left[\frac{A_1 \cos(\varphi_O - \varphi_1) + A_{in} \cos \varphi_O}{C/K_1} \right] + \left(\frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \left(\frac{A_1 + A_{in} \cos \varphi_1}{C/K_1} \right)}{\Delta(s)} \quad (6-120)$$

$$\frac{\tilde{A}_1(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{-\frac{A_O K_B V_{CF} \cos(\varphi_O - \varphi_1)}{C/K_2} \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} \right)}{\Delta(s)} \quad (6-121)$$

donde el determinante $\Delta(s)$, que forma el denominador de todas las funciones de transferencia, está dado por el polinomio de 2º grado:

$$\Delta(s) = s^2 + \left(\frac{2V_{CF}}{C/K_1} - \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} \right) s + \left(\frac{V_{CF}^2}{C^2/K_1^2} - \frac{K_B V_{CF}^2 V_{CQ}}{C^2/K_1 K_2} [1 - \cos^2(\varphi_O - \varphi_1)] \right) \quad (6-122)$$

6.6.3.- Sistema de Ecuaciones del Modelo Lineal para los Índices de Desfase.

El sistema linealizado equivalente que relaciona las variaciones de los desfases ($\tilde{\varphi}_O(t)$ y $\tilde{\varphi}_1(t)$) de las variables de estado $v_O(t)$ y $v_1(t)$ con variaciones de las tensiones de control ($\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$) y de la amplitud de entrada ($\tilde{A}_{in}(t)$), viene dado por:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_o(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} \right) & \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \frac{A_1}{A_o} \cos(\varphi_o - \varphi_1) \\ \left(-\frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} \right) \frac{A_o}{A_1} \cos(\varphi_o - \varphi_1) & \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_o(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{A_1}{A_o} \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_{in}}{A_o} \sin(\varphi_o) \right) & 0 \\ \frac{1}{C/K_1} \frac{A_{in}}{A_1} \sin(\varphi_1) + \frac{K_B V_{CQ}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & \frac{K_B V_{CF}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_o} \sin(\varphi_o) \\ +\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_1} \sin(\varphi_1) \end{bmatrix} \tilde{A}_{in}(t)
 \end{aligned} \tag{6-123}$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_o(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) & \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \frac{A_1}{A_o} \cos(\varphi_o - \varphi_1) \\ \left(-\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) \frac{A_o}{A_1} \cos(\varphi_o - \varphi_1) & \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_o(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{A_1}{A_o} \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_{in}}{A_o} \sin(\varphi_o) \right) & 0 & -\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_o} \sin(\varphi_o) \\ \frac{1}{C/K_1} \frac{A_{in}}{A_1} \sin(\varphi_1) + \frac{K_B V_{CQ}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & \frac{K_B V_{CF}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & +\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_1} \sin(\varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6-124}$$

donde las matrices \mathbf{A}'' y \mathbf{B}'' de este segundo sistema vienen dadas por las expresiones:

$$\mathbf{A}'' = \begin{bmatrix} \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) & \left(\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \frac{A_1}{A_o} \cos(\varphi_o - \varphi_1) \\ \left(-\frac{V_{CQ}}{C/K_2} \right) \frac{A_o}{A_1} \cos(\varphi_o - \varphi_1) & \left(-\frac{V_{CF}}{C/K_1} \right) \end{bmatrix} \tag{6-125}$$

$$\mathbf{B}'' = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C/K_1} \left(\frac{A_1}{A_o} \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_{in}}{A_o} \sin(\varphi_o) \right) & 0 & -\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_o} \sin(\varphi_o) \\ \frac{1}{C/K_1} \frac{A_{in}}{A_1} \sin(\varphi_1) + \frac{K_B V_{CQ}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & \frac{K_B V_{CF}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) & +\frac{1}{C/K_1} \frac{V_{CF}}{A_1} \sin(\varphi_1) \end{bmatrix} \tag{6-126}$$

6.6.4.- Funciones de Transferencia para los Índices de Desfase.

Aplicando también transformadas de Laplace al sistema de ecuaciones mostrado en (6-124):

$$\begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_o(s) \\ \tilde{\varphi}_1(s) \end{bmatrix} = [s\mathbf{1} - \mathbf{A}"]^{-1} \cdot \left\{ \mathbf{B}'' \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(s) \\ \tilde{v}_{CQ}(s) \\ \tilde{A}_m(s) \end{bmatrix} \right\} \quad (6-127)$$

se obtienen las funciones de transferencia que relacionan los desfases ($\tilde{\varphi}_o(t)$ y $\tilde{\varphi}_1(t)$) de las variables de estado con la tensión de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ que sintoniza la frecuencia central del filtro y con la que sintoniza el factor de calidad $\tilde{v}_{CQ}(t)$:

$$\frac{\tilde{\varphi}_o(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{1}{C/K_1} \frac{\frac{s}{A_o} (A_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_o) - A_m \sin(\varphi_o)) + V_{CF} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \left[\frac{1}{A_o C / K_1} (A_1 + A_m \cos \varphi_1) + \frac{K_B V_{CQ}}{C / K_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_o) \right]}{\Delta(s)} \quad (6-128)$$

$$\frac{\tilde{\varphi}_o(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{K_B V_{CF}^2}{C^2 / K_1 K_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_o) \sin(\varphi_1 - \varphi_o)}{\Delta(s)} \quad (6-129)$$

$$\begin{aligned} & s \left[\frac{1}{C/K_1} \frac{A_m}{A_1} \sin \varphi_1 + \frac{K_B V_{CQ}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \right] + \\ & + \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C^2 / K_1 K_2} \left[\cos(\varphi_o - \varphi_1) \sin(\varphi_o - \varphi_1) + \frac{A_m}{A_1} (\cos \varphi_o \sin(\varphi_o - \varphi_1)) + \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \right] - \\ & - \frac{K_B^2 V_{CF}^2 V_{CQ}^2}{C^2 / K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) + \frac{V_{CF}}{C^2 / K_1^2} \frac{A_m}{A_1} \sin \varphi_1 \end{aligned}$$

$$\frac{\tilde{\varphi}_1(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{\Delta(s)}{\Delta(s)} \quad (6-130)$$

$$\frac{\tilde{\varphi}_1(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{K_B V_{CF}}{C/K_2} \frac{A_o}{A_1} \sin(\varphi_1 - \varphi_o) \left(s + \frac{V_{CF}}{C/K_1} - \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} \right)}{\Delta(s)} \quad (6-131)$$

siendo el denominador de todas las funciones de transferencia $\Delta(s)$ el mismo determinante mostrado previamente en la ecuación (6-122) como denominador de las funciones de transferencia que relacionan las amplitudes ($\tilde{A}_o(t)$ y $\tilde{A}_1(t)$) de las variables de estado con las tensiones de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$:

$$\Delta(s) = s^2 + \left(\frac{2V_{CF}}{C/K_1} - \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} \right) s + \left(\frac{V_{CF}^2}{C^2 / K_1^2} - \frac{K_B V_{CF}^2 V_{CQ}}{C^2 / K_1 K_2} [1 - \cos^2(\varphi_o - \varphi_1)] \right) \quad (6-132)$$

6.6.5.- Funciones de Transferencia para la Topología 'TQE' Modificada Alrededor del Punto de Sintonía.

Al igual que se ha realizado para la estructura TQE, cuando el nivel de DC V_{CF} es tal que:

$$V_{CF} = \frac{C}{K_1} \omega_{in} \quad (6-133)$$

las perturbaciones o desplazamientos se realizan alrededor del punto de sintonía en frecuencia (es decir, del punto deseado en el que la frecuencia de la señal de entrada coincide con la frecuencia central del filtro, $\omega_{in} = \omega_0$). En torno de dicho punto se cumplen las relaciones aproximadas:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &\approx 0^\circ & , & & \varphi_1 &\approx 135^\circ \\ A_0 &\approx QA_{in} & , & & A_1 &\approx \sqrt{2}A_0 \approx \sqrt{2} \cdot QA_{in} \end{aligned} \quad (6-134)$$

En estas condiciones, las ecuaciones del sistema en pequeña señal se simplifican a la forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{A}}_0(t) \\ \dot{\tilde{A}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} - \frac{V_{CF}}{C/K_1} & -\frac{V_{CF}}{\sqrt{2}C/K_1} \\ \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{\sqrt{2}C/K_2} & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{A}_0(t) \\ \tilde{A}_1(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{A_{in}(1-2Q)}{C/K_1} + \frac{K_B V_{CQ} QA_{in}}{C/K_2} & \frac{K_B V_{CF} QA_{in}}{C/K_2} & \frac{V_{CF}}{C/K_1} \\ \frac{A_{in}(1-2Q)}{\sqrt{2}C/K_1} + \frac{K_B V_{CQ} QA_{in}}{\sqrt{2}C/K_2} & \frac{K_B V_{CF} QA_{in}}{\sqrt{2}C/K_2} & \frac{V_{CF}}{\sqrt{2}C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6-135)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varphi}}_0(t) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{V_{CF}}{C/K_1} + \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{C/K_2} & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \\ \frac{K_B V_{CF} V_{CQ}}{2C/K_2} & -\frac{V_{CF}}{C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_0(t) \\ \tilde{\varphi}_1(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{1}{C/K_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2QC/K_1} + \frac{K_B V_{CQ}}{2C/K_2} & \frac{K_B V_{CF}}{2C/K_2} & \frac{V_{CF}}{2QA_{in}C/K_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CF}(t) \\ \tilde{v}_{CQ}(t) \\ \tilde{A}_{in}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6-136)$$

y el determinante $\Delta(s)$ mostrado en las ecuaciones (6-122) y (6-132), particularizado al punto de sintonía en el que la frecuencia de la señal de entrada coincide con la frecuencia central del filtro ($\omega_{in} = \omega_0$), y que forma el denominador de todas las funciones de transferencia de la estructura TQE modificada, está dado (utilizando la igualdad (6-133)) por:

$$\Delta(s) = s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q}\right)s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q}\right) \quad (6-137)$$

que coincide con el determinante de las funciones de transferencia obtenidas para la estructura TQE original en el punto $\omega_{in}=\omega_o$ (ecuación (6-77)).

Las funciones de transferencia anteriores que relacionan la amplitud de salida del detector de amplitud $\tilde{A}_o(t)$ y el desfase de la señal de salida $\tilde{\varphi}_o(t)$ con las tensiones de control $\tilde{v}_{CF}(t)$ y $\tilde{v}_{CQ}(t)$ pasan a valer, alrededor de dicho punto de sintonía:

$$H_{AF}(s) = \frac{\tilde{A}_o(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = 0 \quad (6-138)$$

$$H_{AQ}(s) = \frac{\tilde{A}_o(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = \frac{\frac{K_B V_{CF} Q A_{in}}{C / K_2} \left(s + \frac{\omega_o}{2}\right)}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q}\right)s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q}\right)} \quad (6-139)$$

$$H_{\varphi F}(s) = \frac{\tilde{\varphi}_o(s)}{\tilde{v}_{CF}(s)} = \frac{\frac{1}{C / K_1} \left[s + \omega_o \left(\frac{2Q-1}{2Q}\right) \right]}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q}\right)s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q}\right)} \quad (6-140)$$

$$H_{\varphi Q}(s) = \frac{\tilde{\varphi}_o(s)}{\tilde{v}_{CQ}(s)} = -\frac{K_B V_{CF}}{C / K_2} \frac{\frac{\omega_o}{2}}{s^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q}\right)s + \omega_o^2 \left(\frac{1}{2Q}\right)} \quad (6-141)$$

Es importante destacar que la incorporación de la ganancia G en la estructura TQE modificada (figura 6.46) hace, como quedó demostrado en el capítulo 4, que el factor de calidad del filtro sea independiente de la tensión de control que sintoniza la frecuencia central del filtro $v_{CF}(t)$. Esta independencia queda patente al obtener la función de transferencia $\tilde{A}_o(s)/\tilde{v}_{CF}(s)$ alrededor del punto de trabajo $\omega_{in}=\omega_o$, cuyo valor es nulo.

Tal y como se expuso previamente para la topología TQE original, y teniendo en cuenta que el lazo de sintonía del factor de calidad posee por diseño una constante de tiempo mucho mayor que el que sintoniza la frecuencia central, el estudio de sus correspondientes dinámicas pueden ser separadas, con lo que de las tres funciones de transferencia no nulas obtenidas sólo dos de ellas ($H_{\varphi F}(s)$ y $H_{AQ}(s)$) son las consideradas para el diseño de los controladores del filtro con sintonía automática. La figura 6.47 representa el diagrama de bloques del sistema de sintonía automático donde se muestran las tres funciones de transferencia que modelan el filtro, de las cuales $H_{AQ}(s)$ y $H_{\varphi F}(s)$ son las consideradas para el estudio de los lazos de control de la sintonía de factor de calidad y frecuencia central del mismo.

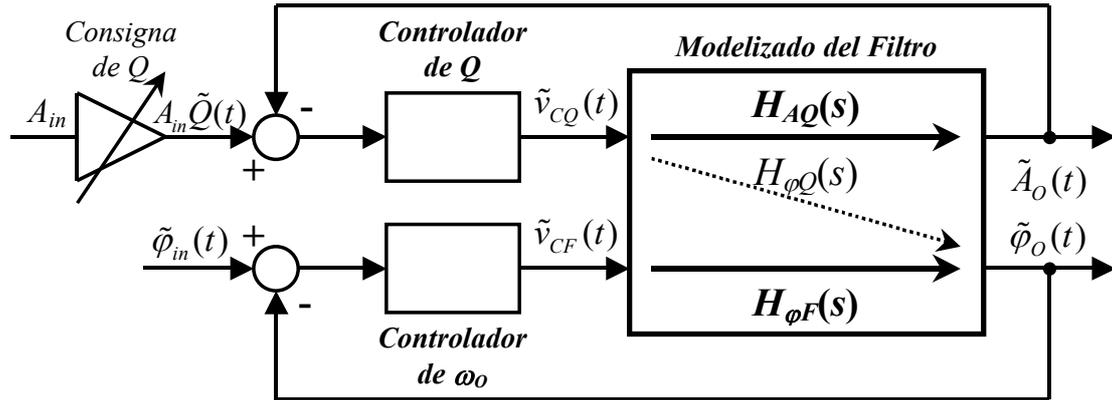


Fig. 6.47.- Diagrama de bloques del sistema de sintonía automática para la topología TQE modificada, donde se muestran las cuatro funciones de transferencia que modelan el filtro, de las cuales dos de ellas son las consideradas para el estudio de los lazos de control de la sintonía de factor de calidad y frecuencia central del mismo.

La función $H_{AQ}(s)$ de la estructura TQE modificada presenta una característica pasa-bajos, cuyos polos complejos-conjugados están situados a una frecuencia natural $\omega_{n,HAQ(s)}$ igual que la obtenida para los polos de la función $H_{AQ}(s)$ de la estructura TQE inicial, y que viene dada por la relación:

$$\omega_{n,HAQ(s)} = \omega_o \cdot \sqrt{\frac{1}{2Q}} \quad (6-142)$$

y un cero $\omega_{z,HAQ(s)}$ en el semiplano izquierdo (idéntico al de la función TQE inicial) de valor :

$$\omega_{z,HAQ(s)} = \frac{\omega_o}{2} \quad (6-143)$$

mientras que su ganancia en baja frecuencia está determinada por los parámetros circuitales del filtro:

$$\left| H_{AQ}(\omega \rightarrow 0) \right| = \frac{K_B V_{CF} Q A_{in} \left(\frac{\omega_o}{2} \right)}{C / K_2 \left(\frac{1}{2Q} \right)} = \frac{K_B Q^2 A_{in}}{K_1 / K_2} \quad (6-144)$$

Obsérvese que al igual que en la topología TQE original (ecuación (6-84)), la ganancia de la función de transferencia, y por extensión la ganancia de lazo del sistema de sintonía de Q , es directamente proporcional a la amplitud de la señal de entrada. Ello conlleva que para obtener una elevada ganancia de lazo convenga trabajar con niveles de amplitud de entrada relativamente importantes. Además, la ganancia es directamente proporcional al cuadrado del factor de calidad del filtro, e inversamente proporcional a los parámetros constructivos del filtro (K_1 y K_2). Por tanto, requerimientos de un factor de calidad bajo hace que la ganancia de lazo pueda disminuir considerablemente, con la consiguiente ralentización en el proceso de sintonía del filtro en tales circunstancias.

Asimismo, se tiene una ganancia que es directamente proporcional al valor del parámetro K_B , que fija la ganancia G de la etapa amplificadora añadida en la estructura TQE modificada (ecuación 6-108), y es independiente de la frecuencia de sintonía ω_O , a diferencia de la estructura TQE inicial, donde la ganancia es inversamente proporcional a dicha ω_O (expresión (6-84)). Esta independencia viene dada por la adición de la etapa G , que hace aparecer en el numerador de (6-144) la tensión de control V_{CF} en el punto de trabajo que, al ser proporcional a ω_O , determina que la ganancia de lazo sea independiente de la frecuencia central de sintonía. Esto corrobora que, en el punto de trabajo $\omega_O = \omega_{in}$, el factor de calidad obtenido para la estructura TQE modificada y, por tanto, la amplitud de salida del filtro, sea independiente de su frecuencia central de sintonía ω_O .

Por su parte, la función de transferencia $H_{\phi F}(s)$ presenta un comportamiento paso-bajos similar a la anterior con sus dos polos situados a una frecuencia natural $\omega_{n,H\phi F(s)}$ que viene dada por la misma relación (6-142) obtenida para la función de transferencia $H_{AQ}(s)$, y un cero $\omega_{z,H\phi F(s)}$ en el semiplano izquierdo de valor:

$$\omega_{z,H\phi F(s)} = \omega_O \left(\frac{2Q-1}{2Q} \right) \quad (6-145)$$

que aparece en el origen en el caso particular de que $Q=1/2$ (mínimo valor del factor de calidad conseguido en la estructura TQE). Su ganancia en baja frecuencia está determinada por los parámetros del filtro:

$$\left| H_{\phi F}(\omega \rightarrow 0) \right| = \frac{2Q-1}{\omega_O C / K_1} \quad (6-146)$$

Finalmente cabe decir, a la vista de las consideraciones presentadas en este apartado, que el procedimiento sistemático para la determinación de los respectivos controladores en los lazos de control para la sintonía de frecuencia y del factor de calidad es el mismo que el expuesto en los apartados 6.4 y 6.5 para la estructura TQE original. En efecto, obsérvese que para el lazo de Q , el diseño del controlador pasa por considerar la posición relativa de los polos complejos-conjugados $\omega_{n,HAQ(s)}$ de la función de transferencia $H_{AQ}(s)$ (ecuación (6-139)) respecto de la frecuencia donde se encuentra el cero $\omega_{z,HAQ(s)}$. Comparando las ecuaciones (6-142) y (6-143) se aprecia que el caso más desfavorable desde el punto de vista del margen de fase ocurre para valores de $Q > 2$. Para valores inferiores a éste, el cero se presenta a frecuencias inferiores a $\omega_{n,HAQ(s)}$ y, por tanto, el margen de fase queda asegurado en todo el intervalo de sintonía frecuencial del filtro.

Por su parte, para la determinación del controlador del lazo de frecuencia, y comparando las ecuaciones (6-142) y (6-145), puede observarse que para valores de Q que cumplan:

$$Q > \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \approx 1,31 \quad (6-147)$$

la frecuencia $\omega_{z,H\phi F(s)}$ donde están situados los polos complejos-conjugados se sitúa por debajo de la frecuencia del cero $\omega_{z,H\phi F(s)}$, que es el caso más desfavorable desde el punto de vista del margen de fase. Para valores inferiores a éste, el cero $\omega_{z,H\phi F(s)}$ se presenta a frecuencias inferiores a $\omega_{n,H\phi F(s)}$ y, por tanto, el margen de fase queda también asegurado en todo el intervalo de sintonía frecuencial del filtro.

6.7.- CONCLUSIONES.

Este capítulo ha presentado el proceso sistemático general para el modelizado dinámico lineal equivalente en banda base de filtros analógicos de tiempo continuo que posean capacidad de sintonía automática mediante ajuste de sus constantes de tiempo. La aproximación considera un modelo incremental linealizado, partiendo de la característica bilineal de este tipo de filtros adaptativos, así como de la definición de unos índices de baja frecuencia atendiendo a la naturaleza sinusoidal de la señal de referencia de entrada.

Como ejemplo, el proceso de modelizado se ha particularizado al filtro integrado analógico con topología TQE, que ha servido como circuito sintonizable para la implementación del sistema de sintonía automática propuesto en la presente tesis. El modelo planteado particularizado a la estructura TQE permite la obtención de un controlador que mejora las prestaciones de los típicos controladores puramente integrales utilizados comúnmente en este tipo de lazos de sintonía, y presenta la implementación con células MRC que permite la realización de controladores sintonizados gracias al ajuste de sus parámetros mediante la misma tensión de control utilizada para la sintonía de los parámetros del filtro. El controlador planteado a través del modelo propuesto se compara por simulación con un controlador integral, obteniendo unos resultados que validan marginalmente el mismo.

El capítulo concluye modelizando, con la misma idea que la mostrada en el caso genérico, el filtro con la topología TQE modificada que tiene como particularidad, a diferencia de la TQE inicial, unos términos a_{ij} y b_{ij} de sus matrices **A** y **B** (ecuación (6-103)) que no son combinaciones lineales de las señales de control $v_{CF}(t)$ y $v_{CQ}(t)$.