



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

**Síntesis de estructuras multiplicadoras
de tensión basadas en células
convertidoras continua-continua
de tipo conmutado**

Tesis doctoral presentada para
la obtención del título de doctor

Roberto Giral Castellón

Director:

Luis Martínez Salamero

A Lourdes

Reconocimientos

Sin duda una de las tareas más gratas de una Tesis es la de redactar los agradecimientos y reconocer las ayudas prestadas. Personalmente creo que también es una de las cuestiones más difíciles. En primer lugar quiero volver a dedicar este trabajo a Lourdes, que con su apoyo (moral y de intendencia) me ha dado gran parte de la energía necesaria para acometer las diferentes etapas de la Tesis. Al mismo tiempo quiero hacer extensiva esta dedicatoria a toda mi familia y amigos.

No son familia pero como si lo fueran. Me gustaría agradecer el apoyo, y gran paciencia, de mis compañeros del Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica de la Universitat Rovira i Virgili (<http://www.etse.urv.es/DEEEA>) que a lo largo de estos años me han ayudado de muy diversas maneras. Agradecimiento que hago extensivo también a todos los miembros del Departament d'Electrònica de la UPC que me han prestado su ayuda y especialmente a mi tutor, Alberto.

También quiero reconocer la ayuda prestada por los esforzados alumnos de Proyecto Final de Carrera: José M^a, Carles, Pedro y Fernando, que me han ayudado a verificar algunos de los aspectos experimentales de esta Tesis. (Apéndice C).

“And at last but not least”, quisiera expresar mi agradecimiento a Luis, no sólo por su ayuda y su guía como Director de esta Tesis, sino también por todo lo que he aprendido de él.

Gracias a todos.

Financiación

El Ministerio de Educación y Cultura ha contribuido a la financiación de esta Tesis que se ha realizado dentro del marco de las ayudas CICYT (TAP94-0552-C03-03), “*Diseño y realización de controladores no lineales para convertidores conmutados*” y CICYT (TAP97-0969-C03-02), “*Gestión del sistema de distribución de energía eléctrica de un vehículo automóvil*”.

“No hay ser; si lo hubiera, no podría ser conocido; si fuera conocido, no podría ser comunicado su conocimiento por medio del lenguaje”.

Gorgias (Siglo IV a.C.)

Índice general

1. INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES.....	1-1
2. EL CIRCUITO DOBLADOR. (N=2).....	2-1
2.1. EL CONVERTIDOR ELEVADOR (“BOOST”).	2-1
2.2. MOTIVACIÓN. EL CONCEPTO DE “INTERLEAVING”	2-3
2.3. FUNDAMENTOS BÁSICOS. (IDB).	2-6
2.3.1. <i>Convertidor en lazo abierto</i>	2-7
2.3.1.1. Ecuaciones de estado.	2-8
2.3.1.2. Régimen estacionario.	2-10
2.3.1.3. Funciones de transferencia en pequeña señal.	2-13
2.3.1.4. Rizados del circuito doblador.	2-20
2.3.1.5. Estudio comparativo con respecto al elevador simple ($D = 0.5$)	2-23
2.3.2. <i>Convertidor en lazo cerrado</i>	2-29
2.3.2.1. Control en modo de deslizamiento.	2-31
2.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	2-42
2.5. CONCLUSIONES.....	2-50
3. EL CIRCUITO TRIPLICADOR. (N=3)	3-1
3.1. INTRODUCCIÓN.	3-1
3.2. ESTRATEGIA DE REALIMENTACIÓN.	3-2
3.2.1. <i>Ecuaciones de estado y régimen estacionario</i>	3-5
3.2.2. <i>Funciones de transferencia en pequeña señal</i>	3-8
3.2.3. <i>Rizados</i>	3-10
3.2.4. <i>Comparación con el elevador simple con $D=2/3$</i>	3-12
3.3. RESULTADOS: SIMULACIONES Y EXPERIMENTOS.....	3-13
3.4. CONCLUSIONES.....	3-21
4. CIRCUITOS MULTIPLICADORES.....	4-1
4.1. INTRODUCCIÓN.	4-1
4.2. ESTRATEGIA GENERAL DE REALIMENTACIÓN.....	4-1
4.2.1. <i>Funciones de transferencia en lazo cerrado</i>	4-3
4.2.2. <i>Rizados y comparación con el circuito elevador simple</i>	4-5
4.3. CONSIDERACIONES SOBRE EL NÚMERO DE CONVERTIDORES.	4-8
4.4. RESULTADOS.	4-11
4.5. CONCLUSIONES.....	4-12

5. EL CIRCUITO DOBLADOR MODIFICADO.....	5-1
5.1. INTRODUCCIÓN.....	5-1
5.2. INDUCTORES DIFERENTES, ACOPLO MAGNÉTICO.....	5-1
5.2.1. Consideraciones en lazo abierto.....	5-3
5.2.2. Consideraciones en lazo cerrado.....	5-6
5.2.3. Rizados.....	5-8
5.2.4. Simulaciones.....	5-8
5.2.5. Conclusiones.....	5-16
5.3. INTERRUPTORES UNIDIRECCIONALES. MODO DE CONDUCCIÓN DISCONTINUA.....	5-17
5.4. SLIDING GENERAL.....	5-19
5.5. REDISTRIBUCIONES TOPOLÓGICAS.....	5-27
5.5.1. Red no lineal.....	5-27
5.5.2. Condensador flotante.....	5-28
5.6. CONCLUSIONES GENERALES.....	5-31
6. EL CIRCUITO CUADRUPLICADOR. (SCIDB)	6-1
6.1. INTRODUCCIÓN.....	6-1
6.2. FUNDAMENTOS BÁSICOS.....	6-2
6.2.1. Convertidor en lazo abierto.....	6-3
6.2.1.1. Ecuaciones de estado y régimen estacionario.....	6-4
6.2.1.2. Funciones de transferencia en pequeña señal.....	6-8
6.2.1.3. Reflexiones acerca del convertidor SCIDB.....	6-16
6.2.2. Convertidor en lazo cerrado.....	6-17
6.3. RESULTADOS: SIMULACIONES Y EXPERIMENTOS.....	6-31
6.3.1. Simulaciones.....	6-31
6.3.2. Experimentos.....	6-35
• Experimento 1. Parámetros: $V_g=12\text{ V}$, $\alpha=1$. Sin condensador de salida.....	6-36
• Experimento 2. Parámetros: $V_g=12\text{ V}$, $\alpha=1$. Con condensador de salida.....	6-40
• Experimento 3. Barrido de α , V_g y carga. Condensador de salida de $3\ \mu\text{F}$	6-46
6.4. GENERALIZACIÓN.....	6-52
6.5. CONCLUSIONES.....	6-54
7. CONCLUSIONES.....	7-1
7.1. CONCLUSIONES GENERALES.....	7-1
7.2. FUTUROS ESTUDIOS.....	7-4
8. BIBLIOGRAFÍA.....	8-1

APÉNDICE A.	ANÁLISIS Y FORMAS DE ONDA DEL CONVERTIDOR ELEVADOR....	A-1
A.1.	ECUACIONES DE ESTADO.	A-1
A.2.	PROMEDIACIÓN EN EL ESPACIO DE ESTADO.	A-2
A.3.	FORMAS DE ONDA EN RÉGIMEN ESTACIONARIO.	A-3
A.4.	FUNCIONES DE TRANSFERENCIA EN PEQUEÑA SEÑAL.....	A-5
A.5.	AMPLITUD DE LOS RIZADOS.	A-7
APÉNDICE B.	CONTROL EN MODO DE DESLIZAMIENTO.....	B-1
B.1.	DESCRIPCIÓN BILINEAL DEL CONVERTIDOR	B-1
B.2.	ELECCIÓN DE LA SUPERFICIE DE CONMUTACIÓN.....	B-2
B.3.	ALCANZABILIDAD DE LA SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO.	B-3
B.4.	DINÁMICA DE DESLIZAMIENTO IDEAL. INVARIANZA.....	B-6
B.5.	CONTROL EQUIVALENTE.....	B-6
B.6.	CONDICIÓN DE TRANSVERSALIDAD.	B-7
B.7.	REGIONES DE DESLIZAMIENTO.....	B-7
B.8.	PUNTO DE EQUILIBRIO.	B-10
B.9.	ESTABILIDAD ASINTÓTICA.	B-10
B.10.	RESUMEN.....	B-11
B.11.	IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL.....	B-12
APÉNDICE C.	FOTOGRAFÍAS DE LOS PROTOTIPOS.....	C-1
C.1.	PROTOTIPO DE IDB-DOBLADOR.....	C-1
C.2.	PROTOTIPO DE TRIPLICADOR.....	C-1
C.3.	PROTOTIPO DE SCIDB+DOBLADOR.	C-3

1. Introducción y antecedentes.

En los últimos años la mayor parte de las innovaciones en el ámbito de la conversión electrónica de potencia ha venido determinada por la aparición de dispositivos semiconductores rápidos que permiten construir conmutadores electrónicos que operan a frecuencias cada vez más altas.

En los convertidores de potencia conmutados el incremento de la frecuencia de conmutación ha permitido reducir el tamaño de los componentes magnéticos utilizados, así como mejorar las prestaciones de los equipos en cuanto a rizados y ruido. La limitación más evidente de este proceso viene dada por el aumento de las pérdidas en los materiales magnéticos a pesar de los esfuerzos de investigación realizados en este terreno.

Se puede decir que una innovación en los materiales (semiconductores o magnéticos), en las topologías (resonantes, conmutación suave,...) o en el control que se aplica (adaptativo, difuso, deslizante, neuronal,...) lleva a un nuevo equilibrio entre tres factores: la calidad de las formas de onda de entrada y salida (rizados / interferencias), la disipación (rendimiento de la conversión) y el tamaño del convertidor (densidad de potencia).

En esta tesis se pretende investigar una aproximación diferente al problema de la mejora de los convertidores, una aproximación que parte de estructuras convertidoras y técnicas de control ya existentes. La propuesta consta de una primera fase que afecta a la topología del convertidor. Se trata de la puesta en paralelo de un determinado número de células convertidoras idénticas (células canónicas), lo que permite que el convertidor resultante mejore algunas de sus prestaciones, sobre todo cuando se trabaja con altas potencias. La segunda fase consiste en la aplicación, a cada una de las diversas células convertidoras, de unas señales de control que estratégicamente desfasadas entre sí a lo largo del periodo de conmutación (“interleaving”) permitan mejorar los rizados y las formas de onda de las variables de entrada y salida. La gran cantidad de posibles estrategias de control hace que nos centremos en algunas, como el control en modo de deslizamiento, que nos forzarán a trabajar con ciclos de trabajo fijos, pero en puntos de

comportamiento óptimo en cuanto a rizados. Dichos puntos de trabajo pueden proporcionar tensiones de salida que son múltiplos de la tensión de entrada. La generación de las señales de control por métodos no lineales y el posterior estudio de la dinámica del convertidor en lazo cerrado supondrán, por lo anteriormente expuesto, una gran parte de los contenidos de la tesis.

Existen diversos trabajos que hacen referencia a la conexión en paralelo de convertidores [1]-[22]. Muchos de ellos tienen el denominador común de trabajar con corrientes elevadas así como utilizar, conscientemente o no, el concepto de “interleaving”. Sin duda, el antecedente más significativo de este trabajo es la tesis doctoral de Brett A. Miwa [1], en la que se introduce el concepto de “interleaving” como una forma de incrementar la frecuencia de trabajo efectiva del convertidor sin elevar la frecuencia de conmutación de las células canónicas que lo forman, al tiempo que se reparte la potencia de entrada equitativamente entre las N células convertidoras del conjunto. Bajo estas premisas son predecibles las conclusiones de la tesis de Miwa sobre el uso del “interleaving” en convertidores de alta potencia:

- El aumento de la frecuencia de conmutación efectiva supone una reducción de rizados en la tensión de salida y en la corriente de entrada con la consiguiente mejora de problemas asociados a estos rizados como las Interferencias Electro-Magnéticas (EMI). Uno de los criterios para la elección del número de células canónicas puede ser el cumplimiento de las normativas sobre armónicos en la corriente de línea y EMI conducidas.
- La utilización de frecuencias de conmutación reales en los límites óptimos de la célula canónica permite mantener las pérdidas totales por este concepto en niveles aceptables.
- El reparto de la corriente de entrada en sistemas de alta potencia que implica el “interleaving” no aumenta significativamente el tamaño del convertidor resultante. En dichos sistemas de corrientes elevadas los elementos magnéticos principales, que son los que ocupan más volumen, igualmente habrían sido construidos en un diseño convencional de forma distribuida para evitar, por ejemplo, la saturación de los núcleos y mejorar la disipación térmica. La construcción física de los

conmutadores, con los compromisos adecuados en cuanto a rapidez-coste-rendimiento, en muchos casos también conlleva la conexión de varios conmutadores en paralelo. La redistribución de los componentes semiconductores y magnéticos no debería suponer aumentos significativos del tamaño del convertidor global. En sistemas de menor potencia donde el reparto de corrientes no es tan crítico, el sobredimensionamiento y el consiguiente aumento del tamaño que puede suponer la elección de un número de células elevado para reducir rizados, se compensan por la mejora en la gestión de la disipación del calor generado por las pérdidas, reduciéndose y en algunos casos eliminándose la necesidad de disipadores. Se puede hablar de una relajación de las especificaciones en cuanto a valores medios y de pico de corrientes y tensiones en los componentes, lo que en general reduce el coste y el tamaño de los mismos.

Además de discutir las cuestiones anteriores, una de las contribuciones más significativas de la tesis de Miwa es el intento de unificación de la nomenclatura ya que hasta el momento el “interleaving” había sido definido como: “multi-phase conversion”, “staggered phase conversion”, “interdigitating and polyphase chopping”, “interleaving”, “staggered clock timing”, “ripple current cancellation”, “phase-shifted parallel” y “phased-synchronous conversion”, lo cual dificultaba en extremo la localización de bibliografía al respecto. También en este trabajo se da un ejemplo muy intuitivo, aunque en un ámbito no electrónico, de un sistema con “interleaving”: un motor de explosión con varios cilindros. En dicho ejemplo, las explosiones de la mezcla de combustible y aire en los cilindros se produce secuencialmente de forma que la potencia total del motor es la suma de las potencias que cada cilindro aplica al cigüeñal. Por otra parte las vibraciones (rizado) se reducen al aumentar el número de cilindros.

En los diversos convertidores-multiplicadores que se estudiarán en esta tesis se ha escogido también, como en el trabajo de Miwa, el convertidor elevador (“boost”) como el tipo de célula canónica a utilizar. En nuestro caso la decisión viene dada por dos motivos fundamentales: el carácter elevador y la facilidad de análisis al tratarse de un circuito de 2 elementos almacenadores de energía. Además de estos motivos, Miwa, junto con otros autores, utiliza los resultados de [1] en el diseño y construcción de un prototipo de convertidor AC-DC de 1.5 kW y alto rendimiento para la alimentación de

un sistema informático. El resultado del trabajo se publica en [2], escogiéndose en el mismo el “interleaving” de 8 convertidores elevadores para unir a las características anteriores la posibilidad de realizar la corrección del factor de potencia.

Referidos en [1] y [2] aparecen los principales trabajos que utilizan el concepto de “interleaving” hasta 1992. La referencia [3] es un ejemplo de utilización de “interleaving” en una aplicación que necesita una reducción de rizados sin filtrado adicional. Se trata de un diseño de una fuente de alta tensión (2 kV DC) y alto rendimiento diseñada mediante la conexión en serie de las salidas aisladas de ocho células conmutadas “push-pull” a través de puentes rectificadores rápidos de baja tensión. Otras aplicaciones aparecidas en la literatura técnica son: un sistema convertidor de alta densidad de potencia con dos células “forward” para uso en aviación [4], un sistema convertidor de cuatro células elevadoras para corrección activa del factor de potencia [5], un sistema convertidor de 600 W formado por cuatro células “flyback” [6], un sistema de ocho células para alimentar un motor de 3.5 kW en aplicaciones aeroespaciales [7] y sistemas basados en N convertidores resonantes serie [8], [9]. También se citan diversas patentes sobre el tema [10], [11], así como algunos trabajos en el ámbito de la conversión distribuida de potencia y sistemas de “back up” redundantes [12]-[15].

En el trabajo de [16] se propone la utilización de un doble lazo para controlar convertidores en paralelo. Orientado a la fiabilidad, en el control multilazo hay un lazo externo de tensión y un lazo interno de corriente. Aunque sin estudiarlo, se propone el “interleaving” como una mejora a tener en cuenta. Las dos partes en que está dividido el trabajo se centran en estudiar, respectivamente, dos posibilidades de implementar los lazos de corriente. En la primera parte, la corriente de un convertidor se toma como referencia en los lazos de corriente de los demás convertidores (planteamiento maestro-esclavo). En la segunda, la referencia de corriente es el valor medio de todas las corrientes (método del límite central).

Las referencias [17]-[19] proponen el control en modo de tensión sincronizado (una más de las diversas formas de denominar al “interleaving”) de la conexión en paralelo de varios convertidores reductores. Otras referencias más modernas sobre el tema son ambas de 1995. En [20] se retoma el trabajo de [1] y se demuestra que el rizado de las

corrientes de entrada de N (≥ 1) células idénticas de los tipos “Buck”, “Boost”, “Flyback”, “Cuk” y “SEPIC” en “interleaving” es siempre menor o igual al de un módulo individual. En [21] se estudian diversas opciones de interconexión de células “Forward” para conseguir el “interleaving” de las mismas. Este trabajo sugiere posibles estudios futuros utilizando estructuras con aislamiento galvánico. Finalmente el trabajo de [22], orientado en la línea de fiabilidad de [16], propone la generación mediante circuitos con “PLL” de una señal de sincronismo común con el fin de asegurar el desplazamiento óptimo de las señales de control de los convertidores en paralelo.

El trabajo que se pretende desarrollar tiene naturalmente grandes puntos de contacto con los presentados en la literatura. Sin embargo, una de las principales diferencias es el hecho de que, con la finalidad de trabajar en puntos de rizado mínimo, se debe utilizar un ciclo de trabajo constante. Para conseguir esto se sugiere una estrategia general de control no lineal de estados que en el caso del doblador coincide con una estrategia denominada control en modo de deslizamiento, ampliamente desarrollada en [23]-[27]. Cabe destacar que gran parte de las referencias [1]-[22] plantean estrategias de control clásicas basadas en la modulación de anchura de pulsos (PWM), estrategias de regulación del factor de potencia o simplemente estudian los convertidores en lazo abierto.

La estrategia de control que inicialmente se pretende utilizar en los distintos circuitos multiplicadores, restringe la dinámica del sistema forzándola a evolucionar en un hiperplano que es combinación lineal de las corrientes en los inductores de entrada, de forma similar a lo que se plantea en [34] y [36], donde se comprueba que la corriente de entrada en la topología “boost” escogida como célula canónica es la variable dominante de la dinámica del circuito. La ausencia de referencia externa permite clasificar al multiplicador como circuito autooscilante, lo cual es otro aspecto importante a tener en cuenta puesto que, a diferencia del control convencional PWM, no es necesaria la generación de una señal triangular externa al circuito. El diseño del control autooscilante se realiza en el dominio temporal y se basa en la idea que se apuntaba anteriormente de repartir la corriente de entrada entre las distintas células canónicas, forzando una determinada relación entre sus corrientes de entrada. Los multiplicadores de tensión aparecen cuando se fuerza la igualdad estricta en estas relaciones entre

corrientes, lo que lleva al convertidor a operar con ciclos de trabajo óptimos en cuanto a rizados: 50% para el doblador, 66.7% para el triplicador, 75% para el cuadruplicador, etc. En cualquier caso, este tipo de control provoca una reducción del orden de la dinámica de los convertidores a los que se aplica. Por ejemplo, el circuito doblador que tiene tres elementos almacenadores de energía, en lazo cerrado pasa a tener una dinámica de segundo orden que, además y debido a la simetría del circuito, es lineal y asintóticamente estable. El análisis teórico en el caso del triplicador y otros multiplicadores de este tipo resulta más complejo, determinándose por simulación que su dinámica en lazo cerrado también es de segundo orden y asintóticamente estable.

Puede intuirse que el hecho de realimentar las corrientes de los inductores hará que se minimicen en parte los efectos de las tolerancias en los valores de dichos inductores. Desde un punto de vista general, se está proponiendo un método de control en modo de corriente que según [16], [60], [61], puede considerarse el método más indicado en una conexión en paralelo de convertidores. La visión de convertidores controlados en modo de tensión como fuentes de tensión y la de los convertidores controlados en modo de corriente como fuentes de corriente justifica que la conexión en paralelo en este segundo caso presente muchos menos problemas de sensibilidad que los que se plantean en el primero.

Uno de los inconvenientes de los circuitos multiplicadores propuestos es que, a medida que se desea aumentar el factor de multiplicación entre la tensión de salida y la tensión de entrada, se requiere que los circuitos estén constituidos por un mayor número de convertidores en paralelo, operando con ciclos de trabajo cada vez mayores. Por ejemplo, un circuito cuadruplicador estaría formado por cuatro células canónicas operando con ciclos de trabajo del 75%. Afortunadamente es posible modificar la estructura del doblador (y de los demás multiplicadores) para obtener un nuevo circuito que actúa como cuadruplicador si se le aplica una señal de control con un ciclo de trabajo del 50%, generada de igual forma que en el doblador. La modificación consiste en combinar el doblador con un circuito clásico de diodos y condensadores para multiplicar tensión. En el trabajo [43] se propone una posibilidad similar aunque sin “interleaving”. Las características de los circuitos multiplicadores obtenidos por “interleaving” no coinciden con las que tienen los circuitos multiplicadores clásicos

[44]-[47] en los que se obtienen muy altas tensiones utilizando, por ejemplo, transformadores, gran número de etapas, o la señal senoidal de la tensión de red como entrada del circuito. Las tensiones de salida de los multiplicadores que se presentan son bastante modestas, en parte porque sus tensiones de entrada son más bajas. En este sentido sería interesante estudiar la conexión en cascada de varios multiplicadores así como la posibilidad ya comentada de usar topologías con aislamiento. En cualquier caso la principal diferencia está en los niveles de corriente que se suministran a la carga que son más elevados en los multiplicadores propuestos. La combinación de ambas técnicas, “interleaving” y multiplicadores clásicos, dará lugar a circuitos como el cuadruplicador, donde la parte dobladora además de añadir un factor dos a la elevación global de tensión sirve para generar las señales en contrafase [45], [46] que necesita la etapa multiplicadora clásica, que en este caso también es dobladora.

Como muestra del trabajo realizado hasta el momento sobre el concepto de multiplicadores de tensión cabe destacar las referencias propias directamente relacionadas [33], [38] y [40] que recogen en distintos resúmenes de congresos los primeros trabajos realizados sobre el tema. En particular, debe señalarse el estudio que se realiza en [40] sobre el circuito cuadruplicador derivado del doblador. En lazo cerrado la dinámica del circuito con dos inductores y dos condensadores pasa a ser de tercer orden y, aunque en principio es no lineal, podríamos calificarla como cuasi-lineal como demuestra la relación entre la ecuación característica del circuito y su respuesta al escalón en arranque. Sin duda, la cuasi-linealidad es debida a la simetría del circuito que, además, en modo de conducción continua unidireccional, resulta ser globalmente estable según el segundo método de Lyapunov [28].

Junto al uso principal de los multiplicadores propuestos como prereguladores-elevadores de bajos rizados, puede resultar interesante estudiar otras posibilidades de uso como, por ejemplo: transformadores de señal continua y alterna, rectificadores o simplemente elevadores. Es decir, temas abiertos que justifican continuar la investigación en este campo. Los convertidores propuestos pueden ser además, un buen punto de partida para afrontar las especificaciones de los futuros sistemas de procesamiento de energía modulares y distribuidos que ya comienzan a aplicarse, no sólo en la

industria y las telecomunicaciones, sino cada vez más en otros ámbitos, como en la automoción o la domótica.

Se han dejado para el final de esta introducción los comentarios sobre la implementación mediante componentes discretos de los prototipos de los circuitos multiplicadores. Algunos de los aspectos más significativos de la construcción de los prototipos, que son de baja y media potencia debido a las limitaciones de presupuesto y de los equipos de laboratorio disponibles, son:

- *La construcción de los elementos magnéticos.*

Condicionada por los diferentes tipos disponibles [58], la elección de los núcleos magnéticos tiene en cuenta aspectos como: el tamaño, la saturación y las pérdidas. La elección del hilo para realizar el bobinado también tiene en cuenta el tamaño y las pérdidas. En la mayor parte de los casos se han sobredimensionado los elementos, intentando seguir pautas como las siguientes:

- se han diseñado los circuitos para que por los inductores circulen corrientes del orden de amperios, con rizados inferiores en al menos un orden de magnitud, fácilmente observables en el osciloscopio.
 - se ha intentado que la frecuencia de conmutación en régimen estacionario se sitúe en torno a los 50 kHz.
 - se han escogido los valores de los inductores para poder evitar la saturación de los núcleos de ferrita sin necesidad de utilizar grandes entrehierros.
- *La medida de las variables de estado e instrumentación en general.*

Las necesidades del control hacen que las medidas de las corrientes en los inductores de entrada sean críticas para el funcionamiento correcto de los prototipos. Entre la bibliografía consultada relacionada con este tema [48]-[53], cabe destacar [53] donde se proponen diversas soluciones para la medida de corrientes con componente continua no nula y componente alterna de hasta 100 kHz.

Dado que la construcción de los prototipos es un proceso costoso, antes de proceder a la misma se han comprobado por simulación o cálculo simbólico los estudios teóricos realizados, utilizando para ello programas de uso general como Maple V [59], PSpice [55], ACSL [56] o Matlab [57]. También se ha utilizado el entorno Power Laboratory que incorpora un algoritmo de simulación, denominado SIMPLIS [54], pensado específicamente para la simulación rápida en el campo de la electrónica de potencia.

Tras este primer capítulo introductorio, la Tesis se estructura en dos partes fundamentales. La primera parte es la más extensa y está formada por los capítulos 2, 3 y 4. En el capítulo 2 se presenta el primero y más elemental de los circuitos multiplicadores de tensión propuestos: el circuito doblador. A lo largo del capítulo, se analiza la estructura del convertidor en lazo abierto, se propone una estrategia de realimentación de corrientes basada en las conclusiones del análisis inicial y, finalmente, se validan experimentalmente y por simulación los resultados teóricos. La extensión de las ideas básicas presentadas en el capítulo 2, tanto con respecto a la estructura del convertidor como con respecto a su control en lazo cerrado, da lugar al circuito triplicador que se propone en el capítulo 3 y, posteriormente, a los circuitos multiplicadores genéricos del capítulo 4, donde también se estudian algunos de los límites en la ampliación de la escala del circuito.

El capítulo 5, de transición, completa el estudio del circuito doblador abordando diversos aspectos secundarios dejados de lado en la primera parte y que, finalmente, conducen a la segunda parte de la Tesis cuyos contenidos se concentran en el capítulo 6. Las modificaciones estructurales propuestas en dicho capítulo único combinan al circuito doblador propuesto en la primera parte con estructuras multiplicadoras clásicas para dar lugar a una nueva gama de convertidores. El capítulo se centra en el estudio del representante fundamental de la nueva familia de convertidores, haciendo un énfasis especial en los resultados experimentales obtenidos de un prototipo del circuito.

La Tesis finaliza con los capítulos 7 y 8, de conclusiones y bibliografía respectivamente, y se cierra definitivamente con la inclusión de tres apéndices en los que se resumen trabajos de otros autores que ayudan a comprender determinados aspectos de la Tesis. En el apéndice A se recuerdan resultados básicos del funcionamiento del convertidor elevador, mientras que en el apéndice B se hace lo

propio con la estrategia de control en modo de deslizamiento aplicada a convertidores. Por último el apéndice C muestra fotografías de los prototipos construidos para verificar las principales propuestas teóricas.

2. El circuito doblador. (N=2).

2.1. El Convertidor Elevador (“Boost”).

Puesto que se ha escogido el convertidor elevador (“boost”) bidireccional como célula canónica básica a partir de la cual se generarán las estructuras que se estudiarán en este trabajo, resulta imprescindible recordar brevemente algunos de sus aspectos fundamentales.

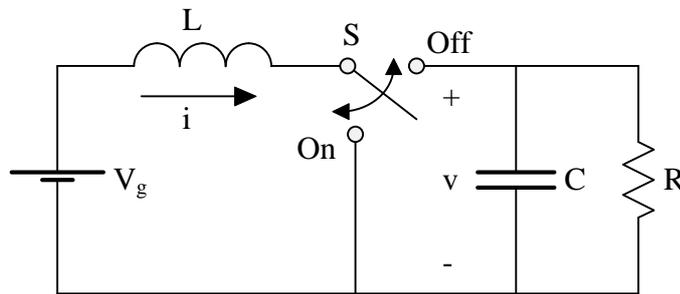


Figura 2.1. Convertidor continua-continua elevador bidireccional.

Para comenzar, es importante resaltar que se trata de un convertidor conmutado continua-continua elevador que, en régimen permanente, proporciona una tensión de salida continua superior a la tensión de entrada también continua. La Fig. 2.1 muestra la estructura del convertidor elevador bidireccional. El circuito contiene un inductor conectado al generador de tensión de entrada, en serie con un conmutador de dos posiciones. En una de las posiciones el conmutador conecta un extremo del inductor al nodo de referencia, de forma que el inductor queda en paralelo con la fuente de tensión de entrada, almacenando energía. En la otra posición del conmutador, el inductor queda conectado entre la fuente de tensión de entrada y un condensador en paralelo con la carga resistiva, descargándose. Las dos configuraciones que adopta el circuito en función de la posición del conmutador, denominadas respectivamente configuración ON y configuración OFF, se muestran en las Figs. 2.2a y 2.2b. Existe la posibilidad de que el convertidor adopte una tercera configuración (Fig. 2.2c) si se implementa el conmutador de forma unidireccional, de forma que, al hacerse cero la corriente del inductor, el conmutador quede como un circuito abierto. Si aparece esta tercera configuración, se dice que el convertidor entra en modo de conducción discontinuo

(DCM: Discontinuous Conduction Mode) y si no aparece, se habla del modo de conducción continuo (CCM: Continuous Conduction Mode). En general supondremos que los conmutadores son bidireccionales e ideales y que los convertidores operan en CCM.

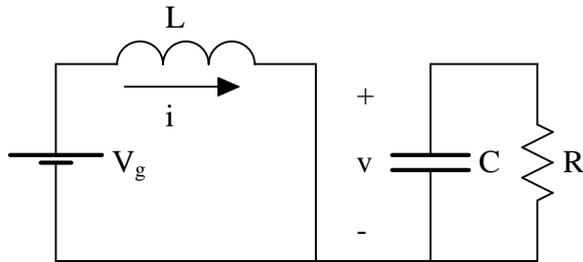


Figura 2.2a. Configuración On.

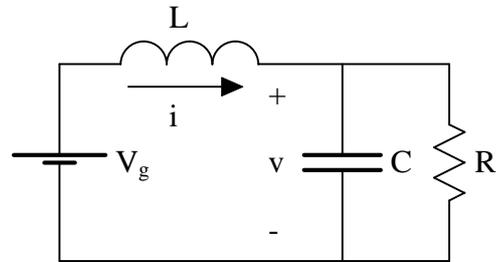


Figura 2.2b. Configuración Off.

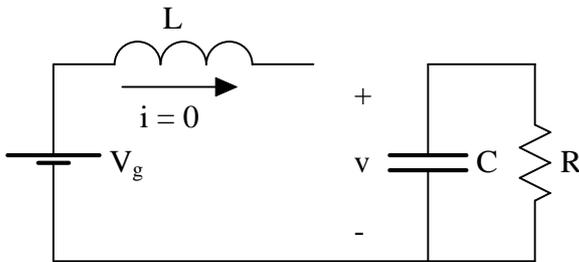


Figura 2.2c. Configuración discontinua.

El circuito conmuta de forma alternativa entre las configuraciones ON y OFF, permaneciendo en cada una de ellas unos tiempos que se denominarán t_{ON} y t_{OFF} respectivamente. La suma de ambos tiempos será el periodo de conmutación T , cuyo inverso es la frecuencia de conmutación f_s . Se define además, el ciclo de trabajo d como el cociente entre t_{ON} y T . En régimen permanente, T , t_{ON} y t_{OFF} son constantes y se utiliza la D (mayúscula) como símbolo del ciclo de trabajo. En ocasiones se utiliza el complementario del ciclo de trabajo D' que se puede definir como $1-D$. Como consecuencia de la alternancia entre configuraciones circuitales puede demostrarse (apéndice A) que, en régimen permanente y considerando pérdidas nulas en los distintos elementos del circuito, el valor medio de la tensión de salida V_O es igual a la tensión de entrada V_g dividida por D' . Este valor medio lleva superpuesto un rizado debido a la descarga y la carga periódicas del condensador de salida según la configuración sea ON u OFF. Normalmente, el diseño de los componentes del circuito así como la elección de

la frecuencia de conmutación en régimen permanente se realizan de forma que los rizados sean pequeños. En estas condiciones se obtienen las formas de onda que se muestran en el Apéndice A. El hecho de que la corriente de entrada, que coincide con la del inductor, no presente discontinuidades es una de las características positivas del convertidor. Dada una frecuencia de conmutación determinada, normalmente la más alta posible en función de las pérdidas, y unas especificaciones de tensión de salida y rizados, se determina el ciclo de trabajo necesario en régimen permanente, así como los valores de la capacidad de salida y de la inductancia de entrada del circuito (almacenamiento capacitivo e inductivo de energía) responsables en gran medida del tamaño del convertidor.

En la práctica, los elementos del convertidor no son ideales y presentan pérdidas por motivos diversos. Además, pueden aparecer perturbaciones no deseadas en la tensión de entrada y en la carga que afectarán al funcionamiento del circuito. La existencia de estos factores, en muchos casos, hace aconsejable utilizar un lazo de control. La señal de control actuará sobre el conmutador del circuito en función de una estrategia de realimentación que vendrá determinada por el tipo de aplicación y las prestaciones que se deseen conseguir del convertidor. Aunque usualmente se realimenta la tensión de salida, la función de transferencia en pequeña señal tensión de salida-ciclo de trabajo presenta un cero en el semiplano derecho que limita las posibilidades del control. La dificultad de controlar la tensión del convertidor, a través de una función de transferencia de fase no mínima, es el precio que hay que pagar por el carácter elevador del circuito. Para superar estas limitaciones se plantean estrategias de control en modo de corriente que pueden seguir técnicas diversas como la clásica de modulación de anchura de pulsos (PWM) o el control en modo de deslizamiento.

2.2. Motivación. El concepto de “Interleaving”.

Como se ha comentado en la introducción general, la conexión de convertidores elevadores idénticos en paralelo, defasando adecuadamente las señales de control de los interruptores de dichos convertidores, produce una cancelación de armónicos en las corrientes globales de entrada y de salida, así como en la tensión de salida [1]. La

cancelación se produce principalmente en los armónicos de baja frecuencia lo que conlleva la reducción de la amplitud de los rizados de la corriente de entrada y de la tensión de salida. Esta mejora en los niveles de rizado implica, por una parte, una reducción de las EMI producidas por el circuito. Por otra parte, la disminución que se produce en los niveles de rizado de la corriente de salida permite reducir el valor del condensador de salida del circuito. Además, puesto que se reduce el valor efectivo de la componente variante de la corriente en dicho condensador, la resistencia equivalente serie del mismo (ESR) será un factor menos crítico. La reducción de las necesidades de almacenamiento capacitivo de energía y los menores requerimientos en ESR permiten reducir el tamaño del condensador. Si además se produce un reparto equilibrado de la corriente de entrada entre los inductores del circuito, se puede optar por reducir: a) el rizado de la corriente de entrada, b) la energía almacenada inductivamente (y consecuentemente el valor de los inductores), o c) ambos factores de forma intermedia.

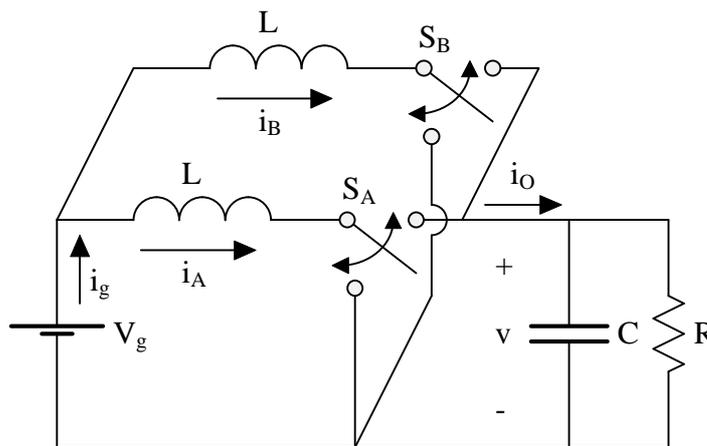


Figura 2.3. Conexión en paralelo de dos convertidores elevadores.

En las referencias consultadas, por ejemplo [1], el ciclo de trabajo de todos los convertidores en régimen permanente es el mismo. Considerando que el paso de OFF a ON del conmutador de una de las células canónicas marca el comienzo y el final de cada intervalo de conmutación, el “interleaving” se logra forzando que el mismo paso de OFF a ON en el conmutador de la otra célula canónica se produzca en el punto medio del intervalo. La transición OFF-ON de uno de los conmutadores equidista un tiempo $T/2$ de la del otro conmutador. En CCM, el circuito con dos células canónicas en paralelo de la Fig. 2.3 puede presentar cuatro configuraciones diferentes (Figs. 2.4a,

2.4b, 2.4c y 2.4d), según el estado de los conmutadores. Desde el punto de vista de los rizados, dos de las configuraciones son óptimas: aquellas en las que uno de los interruptores está en ON y el otro en OFF. En estas configuraciones, uno de los inductores se carga mientras que el otro se descarga y, por tanto, las formas de onda de las corrientes de los inductores presentan pendientes de signo opuesto. Dado que la corriente de entrada es la suma de las dos corrientes, si éstas presentan pendientes de distinto signo, la pendiente de la corriente resultante tenderá a cancelarse y se producirá una disminución del rizado de dicha corriente. Desde el punto de vista de la salida, se puede considerar la corriente de salida como la suma de la corriente de la carga y la corriente del condensador, es decir: es la suma de las señales periódicas de pulsos de forma trapezoidal que atraviesan los conmutadores en las posiciones OFF. En el caso del convertidor elevador aislado, la forma de onda de la corriente de salida presenta el aspecto que se muestra en la figura A.3 del Apéndice A. Como se demuestra en [1], el caso más favorable de reducción de rizados en la corriente de salida con dos convertidores en paralelo ($N=2$) se produce cuando el ciclo de trabajo es del 50% y la superposición de los pulsos es óptima, lográndose también un rizado mínimo de la tensión de salida en dicho punto. En las otras dos configuraciones, cuando ambos conmutadores están en ON o en OFF a la vez, las pendientes de las corrientes de los inductores se suman, puesto que son del mismo signo, con lo que el rizado de la corriente de entrada aumenta. Desde el punto de vista de la corriente de salida esta situación es similar y la corriente de salida presenta discontinuidades y huecos de elevado contenido armónico que hacen aumentar la amplitud del rizado de la tensión de salida, aunque nunca se empeora la situación del convertidor aislado.

Por esta razón, y en la línea de obtener un convertidor con $N=2$ que presente rizados de entrada y salida bajos, se plantea la posibilidad de que los ciclos de trabajo de los dos convertidores puedan ser distintos y se controle el circuito de manera que los conmutadores sean activados en forma complementaria. Por consiguiente, el circuito solo adoptará dos de las cuatro configuraciones posibles, quedando excluidas las dos configuraciones en las que los interruptores presentan el mismo estado. Una descripción más detallada del proceso, las ventajas y los inconvenientes de esta forma de controlar el circuito se mostrarán en las secciones siguientes.

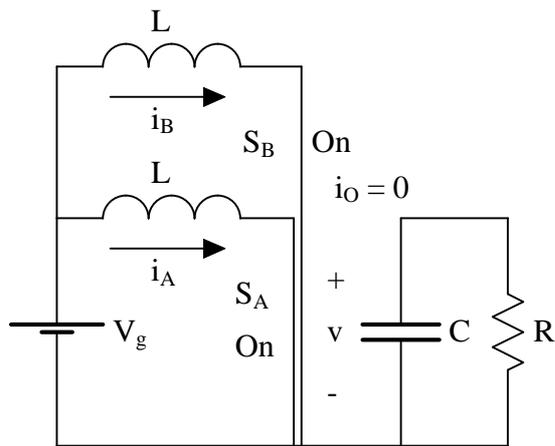


Figura 2.4a. Estructura On-On.

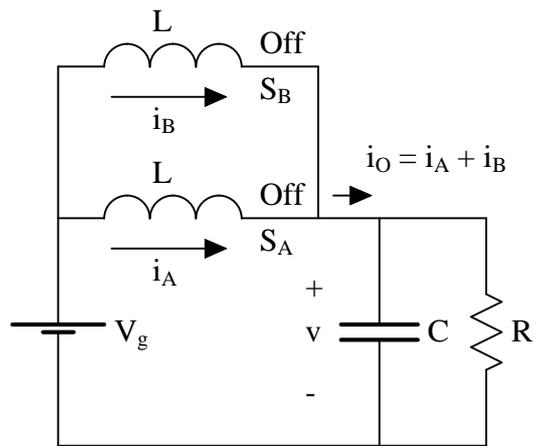


Figura 2.4b. Estructura Off-Off.

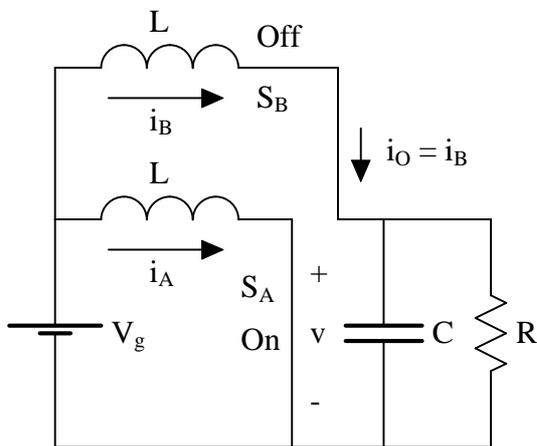


Figura 2.4c. Estructura On-Off. (ON)

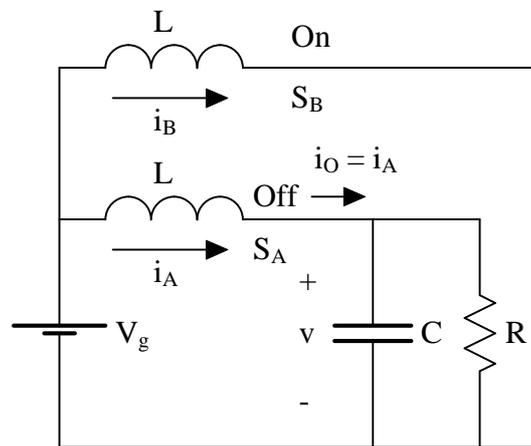


Figura 2.4d. Estructura Off-On. (OFF)

2.3. Fundamentos Básicos. (IDB).

La conexión en paralelo de dos convertidores bidireccionales idénticos se presenta en la Fig. 2.3, en la que se puede observar como en la salida de los convertidores se fusionan los condensadores de los filtros de salida en uno solo, quedando una estructura de tres elementos almacenadores de energía. Los sistemas de ecuaciones que aparecerán al analizar el convertidor constarán como máximo de tres ecuaciones lo cual permitirá realizar una aproximación analítica al estudio del convertidor.

2.3.1. Convertidor en lazo abierto.

El procedimiento escogido para analizar el circuito se basa en la técnica de promediación en el espacio de estado [62] de forma análoga a la que se presenta en el Apéndice A aplicada al convertidor elevador simple.

Partimos de las consideraciones ya comentadas de que ambas células elevadoras son idénticas y que los conmutadores bidireccionales son activados de forma complementaria, por lo que el circuito solo adoptará las configuraciones de las Figs. 2.4c y 2.4d que denominaremos según el estado del conmutador S_A , configuraciones ON y OFF respectivamente. Para no complicar en exceso el análisis, dejaremos para el apartado 5 algunas posibilidades más generales de diseño del circuito como, por ejemplo, la construcción de los inductores acoplados magnéticamente entre sí.

Aunque inicialmente se había considerado una situación ideal de ausencia de pérdidas, la aparición de una matriz singular en el análisis fuerza la inclusión de unos mínimos elementos de pérdidas que representaremos por unos resistores en serie con los inductores. Teniendo en cuenta el conjunto inductor-conmutador, cuyas pérdidas representan estos resistores, los denominaremos r_A y r_B respectivamente. El circuito, al que denominaremos IDB (siglas en inglés de “Interleaved Dual Boost” que se podría traducir por Elevador Dual Entrelazado), modificado para incluir la posibilidad de que se produzcan variaciones de línea y carga se muestra en la Fig. 2.5.

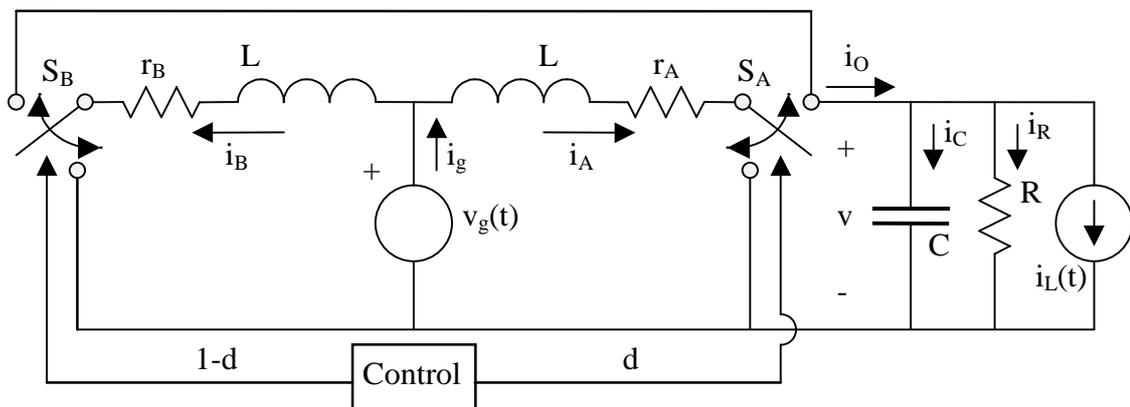


Figura 2.5. Convertidor IDB.

2.3.1.1. Ecuaciones de estado.

Las ecuaciones de estado del circuito de la Fig. 2.5 pueden expresarse en notación matricial compacta de la forma:

$$\dot{x} = A x + B y \quad (2.1)$$

donde x y \dot{x} son respectivamente el vector de variables de estado y el vector de sus derivadas. El vector y contiene las entradas del circuito y las matrices A y B dependerán de la configuración en que se encuentre el convertidor.

$$x = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ v \end{bmatrix} \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Las ecuaciones de estado de cada configuración en la forma normalizada de (2.1) se indican en (2.3) y (2.4) correspondiendo a los intervalos ON y OFF respectivamente.

- Intervalo ON $(0 \leq t \leq t_{ON})$

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 y = \begin{bmatrix} \frac{-r_A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_B}{L} & \frac{-1}{L} \\ 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

- Intervalo OFF $(t_{ON} \leq t \leq T)$

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 y = \begin{bmatrix} \frac{-r_A}{L} & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & \frac{-r_B}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Por su parte, la dinámica promediada en función de la duración de cada intervalo puede expresarse en función del ciclo de trabajo tal y como se muestra en (2.5).

$$\dot{x} = (A_1x + B_1y)d + (A_2x + B_2y)(1-d) \quad (2.5)$$

$$x = X + \hat{x}; \quad \dot{x} = 0 + \hat{\dot{x}}; \quad y = Y + \hat{y}; \quad d = D + \hat{d} \quad (2.6)$$

La descomposición de las variables que aparecen en (2.5) como suma de un término de régimen estacionario y un término variable que se muestra en (2.6), permite reescribir la ecuación (2.5) como sigue:

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}} = & [(A_1D + A_2D')X + (B_1D + B_2D')Y] + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)Y]\hat{d} + \\ & + [(A_1D + A_2D')\hat{x} + (B_1D + B_2D')\hat{y}] + [(A_1 - A_2)\hat{x} + (B_1 - B_2)\hat{y}]\hat{d} \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde:

$$X = \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ V \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D' = (1-D) \quad (2.8)$$

$$\hat{\dot{x}} = [AX + BY] + [CX + EY]\hat{d} + [A\hat{x} + B\hat{y}] + [C\hat{x} + E\hat{y}]\hat{d} \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) es una forma más compacta de expresar (2.7) en función de las matrices promedio A y B y de las matrices diferencia C y E

$$A = A_1D + A_2D'; \quad B = B_1D + B_2D'; \quad C = A_1 - A_2; \quad E = B_1 - B_2 \quad (2.10)$$

En nuestro caso las matrices anteriores quedan como sigue:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-r_A}{L} & 0 & \frac{-D'}{L} \\ 0 & \frac{-r_B}{L} & \frac{-D}{L} \\ \frac{D'}{C} & \frac{D}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}; \quad E = \Theta \text{ matriz nula} \quad (2.11)$$

2.3.1.2. Régimen estacionario.

Dado que las derivadas de las componentes estacionarias de variables de estado son nulas, el primer sumando de la expresión (2.9) nos permitirá encontrar dichas componentes estacionarias. En concreto, el vector X se obtiene como:

$$\mathbf{X} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{Y} \quad (2.12)$$

Teniendo en cuenta (2.11) y (2.12) se obtiene el vector de estado estacionario (2.13).

$$\mathbf{X} = \frac{V_g}{r_A r_B + R (r_A D^2 + r_B D'^2)} \begin{bmatrix} r_B + R D (D - D') \\ r_A + R D' (D' - D) \\ R (r_A D + r_B D') \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Si hacemos la suposición de que las pérdidas son similares en ambos inductores y conmutadores ($r \approx r_A \approx r_B$), la expresión anterior se simplifica:

$$\mathbf{X} = \frac{V_g}{\left[r + R (D^2 + D'^2) \right]} \begin{bmatrix} 1 + \frac{R}{r} D (D - D') \\ 1 + \frac{R}{r} D' (D' - D) \\ R \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

El resultado es el que cabía esperar tras introducir las pérdidas para evitar que la matriz A fuese singular. Puede observarse que las corrientes en los inductores presentan, en general, una fuerte dependencia de dichas pérdidas, que también se manifiesta en la corriente de entrada I_g .

$$I_g = I_A + I_B = \frac{2 + \frac{R}{r} (D - D')^2}{r + R (D^2 + D'^2)} V_g \quad (2.15)$$

La dependencia de tensión de salida respecto a las pérdidas no es tan significativa como en las corrientes, sobre todo si suponemos que las pérdidas son muy pequeñas y se cumple:

$$R/2 \gg r \quad (2.16)$$

La tensión de salida queda entonces como:

$$V = \frac{V_g}{D^2 + D'^2} = \frac{V_g}{2D^2 - 2D + 1} \quad (2.17)$$

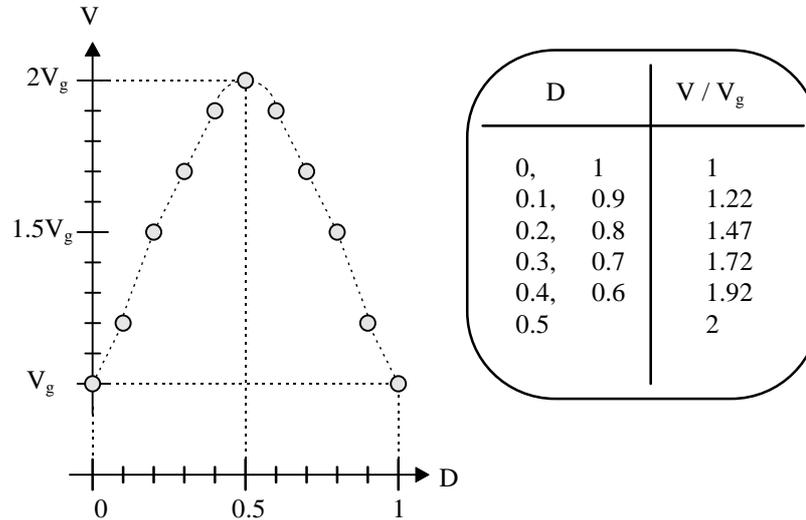


Figura 2.6. Tensión de salida en régimen estacionario.

La Fig. 2.6 muestra gráficamente los valores de la tensión de salida en régimen estacionario en función del ciclo de trabajo. La gráfica es simétrica respecto a $D=0.5$ donde además tiene un máximo y se duplica la tensión de entrada. Los valores mínimos de la gráfica están en $D = 0$ y $D = 1$ donde la tensión de salida es igual a la de entrada.

Sin embargo, si se cumple (2.16), en las expresiones de las corrientes se acentúa la dependencia de las pérdidas excepto cuando $D = D' = 0.5$ donde

$$I_A = I_B = \frac{2V_g}{R}; \quad I_g = \frac{4V_g}{R}; \quad V = 2V_g \quad (2.18)$$

Cuando el ciclo de trabajo se aleja de 0.5, la expresión de las corrientes puede aproximarse por:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \frac{V_g}{r(D^2 + D'^2)} \begin{bmatrix} D(2D-1) \\ -D'(2D-1) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

donde queda de manifiesto que las corrientes serán muy elevadas y de signos opuestos.

Comparando los resultados de régimen estacionario con los del elevador simple se puede ver una justificación intuitiva de los resultados anteriores. Supongamos dos elevadores conectados a la misma entrada, pero sin compartir la carga, operando con ciclos de trabajo complementarios y diferentes. Según (A.8) las tensiones de salida de dichos convertidores serían:

$$V_1 = \frac{V_g}{D'_1} = \frac{V_g}{1-D_1} \quad V_2 = \frac{V_g}{D'_2} = \frac{V_g}{D_1} \quad (2.20)$$

comportándose ambos como transformadores ideales con relación de transformación $D'_1:1$. En ausencia de pérdidas, las salidas de dichos transformadores reflejan la tensión de entrada V_g de forma que, si conectásemos ambas salidas, se produciría una violación de la ley de Kirchoff de las tensiones (KVL), lo que en el IDB implicaría que la matriz A fuese singular si no se considerasen las pérdidas. Si tenemos en cuenta las pérdidas, los convertidores pueden ser vistos como fuentes de tensión reales representables por un circuito equivalente de Thevenin, siendo las tensiones en circuito abierto las de (2.20) mientras que las resistencias equivalentes dependerían de las pérdidas. Si suponemos las pérdidas resistivas tal y como aparecen en la Fig. 2.5, la conexión en paralelo y su circuito equivalente son los que se proponen en la Fig. 2.7.

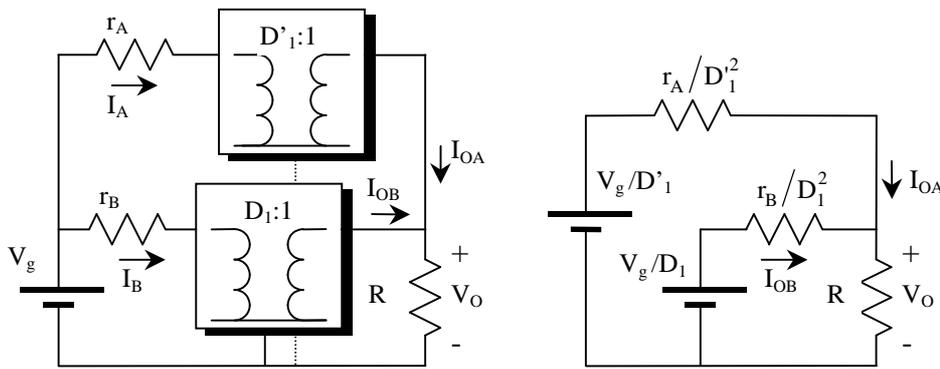


Figura 2.7. Circuitos equivalentes del IDB en régimen estacionario.

$$\begin{bmatrix} I_{OA} \\ I_{OB} \\ V_O \end{bmatrix} = \frac{V_g}{r_A r_B + R (r_A D^2 + r_B D'^2)} \begin{bmatrix} D'_1 (r_B + R D_1 (D_1 - D'_1)) \\ D_1 (r_A + R D'_1 (D'_1 - D_1)) \\ R (r_A D_1 + r_B D'_1) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

La comparación de (2.13) con las expresiones de las corrientes I_{OA} , I_{OB} y V_O que se obtienen del análisis del circuito de la Fig. 2.7 y que se muestran en (2.21) pone de manifiesto la validez del circuito equivalente propuesto, en el que resulta evidente que conexión en paralelo de las salidas no implica una violación de KVL. Asimismo, si las resistencias equivalentes son pequeñas, la aparición de corrientes circulantes elevadas en la malla de las fuentes que predice (2.19) también queda justificada.

Queda demostrada pues que la utilidad del circuito se centra en su funcionamiento como doblador, en el que el ciclo de trabajo de las dos células canónicas idénticas es prácticamente el mismo.

2.3.1.3. Funciones de transferencia en pequeña señal.

La ecuación (2.7) en el dominio transformado de Laplace, suponiendo condiciones iniciales nulas y teniendo en cuenta (2.10), queda de la forma siguiente:

$$[sI - A]\hat{X}(s) = [CX]\hat{D}(s) + B\hat{Y}(s) \quad (2.22)$$

donde I es la matriz identidad y se han eliminado los términos bilineales.

Despejando de (2.22), el vector de variables de estado transformadas en función del ciclo del trabajo y las entradas transformadas, $\hat{D}(s)$ e $\hat{Y}(s)$ respectivamente, queda:

$$\hat{X}(s) = [sI - A]^{-1}[CX]\hat{D}(s) + [sI - A]^{-1}B\hat{Y}(s) \quad (2.23)$$

La aplicación del principio de superposición a la ecuación anterior permite encontrar las funciones de transferencia en pequeña señal entre las variables de estado y el control, entre las variables de estado y la tensión de entrada o entre las variables de estado y la corriente de carga que se muestran a continuación.

- Funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g R}{Lr[r+R(D^2+D'^2)]} \cdot \frac{\left(s+\frac{r}{L}\right)\left[\left(s+\frac{1}{RC}\right)r+\frac{(D-D')D'}{C}\right]+\frac{rD}{LC}}{\left(s+\frac{r}{L}\right)\left[\left(s+\frac{r}{L}\right)\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{D^2+D'^2}{LC}\right]} \quad (2.24)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-V_g R}{Lr[r+R(D^2+D'^2)]} \cdot \frac{\left(s+\frac{r}{L}\right)\left[\left(s+\frac{1}{RC}\right)r-\frac{(D-D')D}{C}\right]+\frac{rD'}{LC}}{\left(s+\frac{r}{L}\right)\left[\left(s+\frac{r}{L}\right)\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{D^2+D'^2}{LC}\right]} \quad (2.25)$$

$$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g R(D'-D)}{Cr[r+R(D^2+D'^2)]} \cdot \frac{\left(s+\frac{2r}{L}\right)}{\left(s+\frac{r}{L}\right)\left[s+\frac{1}{RC}\right]+\frac{D^2+D'^2}{LC}} \quad (2.26)$$

En la función de transferencia de (2.26) aparece un efecto de la conexión en paralelo de los dos convertidores, la existencia de lo que podríamos definir como una restricción dinámica en el sistema promediado que se manifiesta en la reducción del orden de la ecuación característica del sistema. Esta restricción dinámica tan sólo afecta a las variables globales, con el efecto ya comentado en las funciones de transferencia en que aparece la tensión de salida y que también se produce en las que aparece la corriente de entrada como veremos a continuación.

Dado que la corriente de entrada es la suma de las corrientes en los inductores, la suma de (2.24) y (2.25) nos permite obtener la función de transferencia entre la corriente de entrada y el ciclo de trabajo.

$$\begin{aligned} \frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{D}(s)} &= \frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} + \frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} \\ &= \frac{V_g R(D-D')}{LCr[r+R(D^2+D'^2)]} \cdot \frac{\left(s+\frac{2r}{L}\right)}{\left(s+\frac{r}{L}\right)\left[\left(s+\frac{r}{L}\right)\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{D^2+D'^2}{LC}\right]} \end{aligned} \quad (2.27)$$

En las expresiones de las funciones de transferencia (2.24)-(2.27) vuelve a manifestarse la fuerte dependencia de las pérdidas. Dependencia que desaparece cuando el ciclo de trabajo es del 50%, como puede comprobarse en las expresiones (2.28)-(2.31) en las que $D = D' = 0.5$

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g R}{L \left[r + \frac{R}{2} \right] \left(s + \frac{r}{L} \right)} \quad (2.28)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-V_g R}{L \left[r + \frac{R}{2} \right] \left(s + \frac{r}{L} \right)} \quad (2.29)$$

$$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)} = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{D}(s)} = 0 \quad (2.31)$$

Los resultados de ausencia de dinámica de (2.30) y (2.31) indican que las variables globales del circuito no se ven afectadas por pequeñas perturbaciones del ciclo de trabajo en torno al valor central del 50%. Recordemos que las expresiones en estado estacionario de la corriente de entrada (2.15) y la tensión de salida (2.17) presentan un máximo en $D=0.5$. Por otra parte, si se cumple (2.30) podemos considerar la tensión de salida respecto a las perturbaciones del ciclo de trabajo como una fuente de tensión ideal constante, lo que hace desaparecer la dinámica del condensador en las ecuaciones que afectan a las corrientes de los inductores que pasan a ser de primer orden.

- Funciones de transferencia con respecto a la tensión de entrada

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{\left(s + \frac{r}{L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{(D-D')D}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L} \right) \left[\left(s + \frac{r}{L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC} \right]} \quad (2.32)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{\left(s + \frac{r}{L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) - \frac{(D-D')D'}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L} \right) \left[\left(s + \frac{r}{L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC} \right]} \quad (2.33)$$

Función de transferencia tensión de salida – tensión de entrada.

$$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC}} \quad (2.34)$$

Admitancia de entrada.

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} + \frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{2\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{(D-D')^2}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left[\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC}\right]} \quad (2.35)$$

Las expresiones de tercer orden anteriores (2.32)-(2.35) particularizadas en $D=D'=0.5$ pasan a ser de segundo orden y quedan como se muestra a continuación:

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{\left(s + \frac{1}{RC}\right)}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{2LC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} \quad (2.36)$$

$$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{2LC}} \quad (2.37)$$

De (2.36) la impedancia de entrada queda también de segundo orden:

$$Z_{in}(s) = \frac{\hat{V}_g(s)}{\hat{I}_g(s)} = \frac{L}{2} \cdot \frac{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{2LC}}{\left(s + \frac{1}{RC}\right)} \quad (2.38)$$

Las expresiones (2.37) y (2.38), considerando pérdidas nulas ($r = 0$), quedan:

$$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}} \quad (2.39)$$

$$Z_{in}(s) = \frac{L}{2} \cdot \frac{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}{\left(s + \frac{1}{RC}\right)} \quad (2.40)$$

En continua ($s = 0$) se constata el comportamiento como doblador de tensión del circuito y asimismo, dado que se ha considerado pérdidas nulas, se verifica que la potencia de entrada iguala a la de salida.

$$V(0) = 2 V_g(0) \quad Z_{in}(0) = \frac{R}{4} \quad (2.41)$$

$$P_{in}(0) = \frac{V_g^2(0)}{Z_{in}(0)} = \frac{4 V_g^2(0)}{R} = \frac{V^2(0)}{R} = P_{out}(0) \quad (2.42)$$

- Funciones de transferencia con respecto a variaciones en la carga

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{D'}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC}} \quad (2.43)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{D}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC}} \quad (2.44)$$

Impedancia de salida

$$Z_L(s) = \frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-1}{C} \frac{\left(s + \frac{r}{L}\right)}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC}} \quad (2.45)$$

Función de transferencia corriente de entrada-variación de carga

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L}\right)\left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{D^2 + D'^2}{LC}} \quad (2.46)$$

De forma análoga al proceso seguido en la obtención de las funciones de transferencia respecto a las variaciones de la tensión de salida, se pueden particularizar las expresiones (2.45) y (2.46) para $D=D'=0.5$. Al mismo tiempo, también puede suponerse que las pérdidas son nulas y por tanto evaluar las expresiones cuando $r = 0$, con lo que se obtiene:

$$Z_L(s) = \frac{-\frac{s}{C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}} \quad (2.47)$$

Como puede comprobarse, en continua la impedancia de salida es cero y el circuito se comporta como una fuente de tensión ideal.

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}} \quad (2.48)$$

La comparación de (2.48) con (2.39) vuelve a poner de manifiesto el hecho de que se han considerado pérdidas nulas y que por tanto la potencia de entrada es igual a la de salida. En continua, además queda de nuevo patente que el circuito se comporta como un elevador-doblador de tensión ya que la corriente de entrada duplica la de la carga.

	Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{2}{L} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-\frac{s}{C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$
Ciclo de trabajo $\hat{D}(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{D}(s)} = 0$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)} = 0$

Tabla 2.I. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del doblador con D=0.5 y pérdidas nulas.

	$\hat{I}_A(s)$	$\hat{I}_B(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$	$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{2LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$	$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{2LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}}$
Ciclo de trabajo $\hat{D}(s)$	$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{2V_g}{Ls}$	$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-2V_g}{Ls}$

Tabla 2.II. Funciones de transferencia en pequeña señal de las corrientes en los inductores del doblador con D=0.5 y pérdidas nulas.

2.3.1.4. Rizados del circuito doblador.

En los apartados anteriores se ha puesto de manifiesto que el interés del IDB se centra en su funcionamiento cuando el ciclo de trabajo es del 50%. En estas condiciones y suponiendo pérdidas nulas se obtienen los valores de las variables de estado en régimen estacionario que se muestran en (2.18). Dado que la tensión de salida en estado estacionario de (2.18) es el doble de la tensión de entrada, denominaremos doblador al circuito. Por su parte, los valores estacionarios de las dos corrientes de los inductores son iguales y, dado que la corriente de entrada es la suma de ambas corrientes, se obtiene el valor estacionario que se muestra en (2.49).

$$I_g = \frac{4V_g}{R} \quad (2.49)$$

Desde el punto de vista del filtro de salida (condensador + resistencia de carga), la corriente de salida I_O en estado estacionario coincide con la corriente por la carga I_R . A su vez siempre hay uno de los dos inductores (y sólo uno) conectado al filtro de salida, lo que implica que sus valores estacionarios también son iguales a I_O tal y como se muestra en (2.50).

$$I_A = I_B = I_O = I_R = \frac{2V_g}{R} \quad (2.50)$$

El rizado de la tensión de salida puede calcularse utilizando las representaciones gráficas aproximadas de las formas de onda de las corrientes en el filtro de salida $i_O(t)$ e $i_C(t)$ y de la tensión en el condensador $v(t)$, que se muestran en la Fig. 2.8. En dichas gráficas se ha supuesto que, en primera aproximación, el rizado de la tensión de salida es suficientemente pequeño para poder considerar que la corriente a través del resistor de carga $i_R(t)$ es constante e igual al valor en estado estacionario de (2.50). Dado que en un diseño convencional la amplitud del rizado de la tensión de salida suele ser mucho más pequeña que el valor medio de dicha tensión (del orden del 1% o incluso menos), se han exagerado los rizados para que se aprecien mejor sus formas de onda. Respecto a dichas formas de onda, cabe destacar la forma en diente de sierra del rizado de la corriente de salida cuya frecuencia efectiva es el doble de la frecuencia de conmutación.

El rizado de la tensión de salida se obtiene integrando el rizado de la corriente del condensador en cada semi-período. Dado que cada $T/4$ la contribución de la integral cambia de signo, en cada intervalo de conmutación el rizado del condensador presenta una forma de onda de parábola convexa, simétrica respecto al punto central del intervalo donde alcanza su valor máximo de $(2 V_g + \Delta V/3)$.

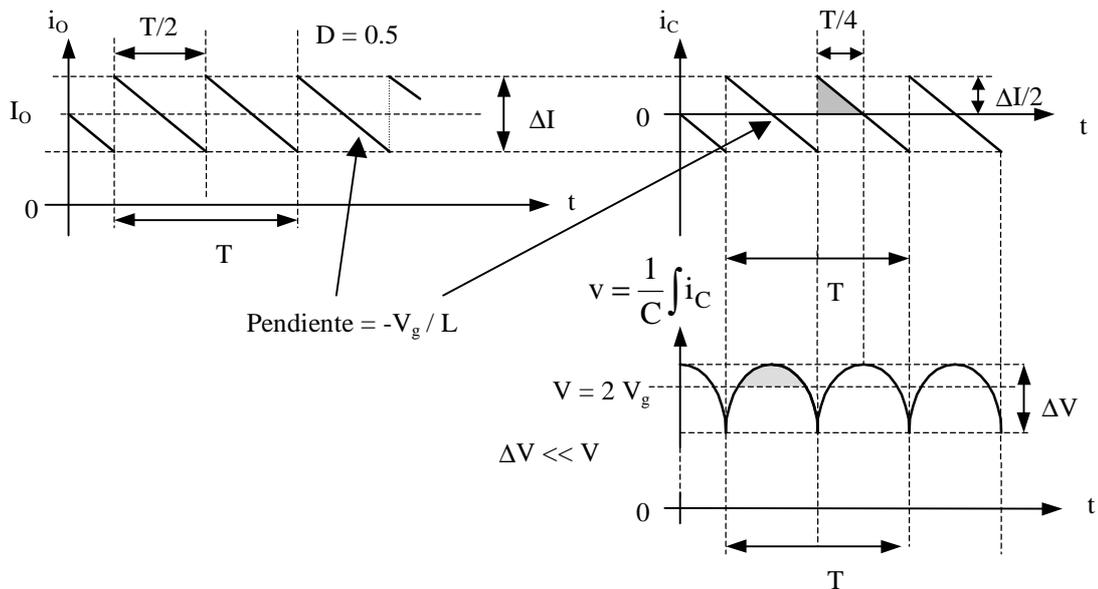


Figura 2.8. Formas de onda de las corrientes y la tensión en el filtro de salida.

A partir del área sombreada en la gráfica de la corriente del condensador de la Fig. 2.8. se obtiene la amplitud en valor absoluto del rizado de la tensión de salida ΔV :

$$\Delta V = \frac{T^2}{32LC} V_g \quad (2.51)$$

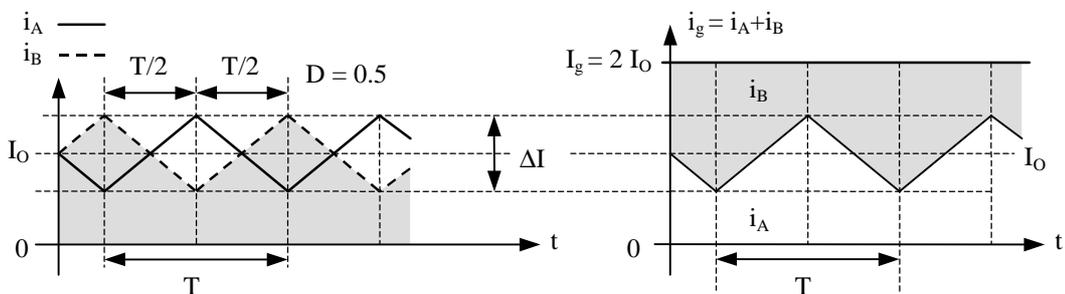


Figura 2.9. Formas de onda de las corrientes en los inductores y la entrada.

Como puede verse en la Fig. 2.9, la consideración de la misma aproximación tomada para determinar el rizado en la tensión de salida predice un rizado nulo en la corriente de entrada. En una segunda etapa, dado que en cada intervalo de conmutación entre el generador de entrada y la salida queda conectado uno de los inductores (Figs. 2.4c y 2.4d), el rizado de la corriente de entrada en cada intervalo reflejará el rizado de la tensión de salida según la ecuación siguiente:

$$L \frac{d\hat{i}_g}{dt} + r\hat{i}_g = -\hat{v} \quad (2.52)$$

donde de forma análoga a (2.6) se ha considerado la superposición de valor estacionario y rizado que se indica en (2.53).

$$i_g(t) = I_g + \hat{i}_g \quad v(t) = V + \hat{v} \quad (2.53)$$

La transformada de Laplace de la expresión (2.52), por otra parte, justifica los resultados obtenidos en (2.26) y (2.27) ya que en ellas se cumple que

$$\hat{I}_g(s) = \frac{-1}{L} \cdot \frac{\hat{V}(s)}{s + \frac{r}{L}} \quad (2.54)$$

Dado que la frecuencia efectiva del rizado será elevada, puede despreciarse el efecto de las pérdidas y, por tanto, integrando la zona sombreada en la tensión de salida de la Fig. 2.8 y dividiendo por L se obtiene la amplitud del rizado (ΔI_g) siguiente:

$$\Delta I_g = \frac{T}{9\sqrt{3}L} \Delta V \quad (2.55)$$

Dividiendo las amplitudes de las expresiones (2.51) y (2.55) por los valores medios de las variables se obtienen los rizados relativos siguientes:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{T^2}{64LC} \quad (2.56)$$

$$\frac{\Delta I_g}{I_g} = \frac{RT}{18\sqrt{3}L} \frac{\Delta V}{V} = \frac{RT^3}{1152\sqrt{3}L^2C} \quad (2.57)$$

A título de ejemplo, si consideramos el siguiente conjunto de parámetros: $T = 20 \mu\text{s}$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$ y $R = 100 \Omega$, el rizado de la tensión de salida será del 0.63% y el rizado de la corriente de entrada del 0.04%. En la práctica, los resultados anteriores se verán degradados por factores como la dispersión de los parámetros (especialmente las diferencias en los inductores), los efectos de los conmutadores reales, las pérdidas, la conexión al generador de entrada de la alimentación de los circuitos de control y activación de los conmutadores, etc.

2.3.1.5. Estudio comparativo con respecto al elevador simple ($D = 0.5$)

Al sustituir los parámetros del ejemplo del apartado anterior en las expresiones de las amplitudes relativas de los rizados del circuito elevador (Tabla A.II), considerando $D=0.5$, obtenemos unos rizados de la corriente de entrada y de la tensión de salida del 10% y del 25% respectivamente. Para dicho conjunto de parámetros, los rizados son mucho mayores que en el doblador y queda claro que el convertidor no está optimizado desde el punto de vista de la disminución de rizados. Manteniendo la misma frecuencia de conmutación, la elección de un condensador y de un inductor mayores, con la finalidad de disminuir la amplitud de los rizados del elevador a niveles semejantes a los del doblador, implica la modificación de las funciones de transferencia que se muestran en la Tabla A.I. Con un diseño que asegure rizados similares, la respuesta dinámica del elevador a una perturbación podría ser muy distinta a la del doblador. Dado que las posibilidades son muy amplias, se hace necesario establecer unos criterios de comparación para ambos circuitos. Los criterios escogidos son los siguientes:

- Tensión de entrada, resistencia de carga y frecuencia de conmutación real de cada célula del doblador iguales a las del elevador.
- Valores estacionarios de la corriente de entrada y de la tensión de salida iguales, lo que implica la consideración de pérdidas nulas y ciclos de trabajo del 50% en ambos circuitos.

- **A)** Igualdad de almacenamiento medio de energía. Esto implica condensadores iguales pero las inductancias del doblador (L_D) deben ser el doble de la del elevador (L). En efecto, a igualdad de corrientes de entrada, el valor medio de la corriente en los inductores del doblador es la mitad y, por tanto, para que se cumpla la igualdad (2.58) debe cumplirse que $L_D=2L$.

$$W_{ind} = \frac{1}{2} L I_g^2 = \frac{1}{2} L_D (I_A^2 + I_B^2) = L_D \left(\frac{I_g}{2} \right)^2 \quad (2.58)$$

Este criterio asegura que, si el elevador trabaja en CCM, el doblador también lo haga. Si en lugar de optimizar los rizados al máximo se prefiere reducir el tamaño del convertidor, se puede optar por disminuir el almacenamiento de energía en el mismo, aunque se corre el riesgo de que aparezca el modo de conducción discontinuo. A modo de ejemplo de esta posibilidad se propone la opción B.

- **B)** Igualdad de inductores y condensadores. El almacenamiento capacitivo de energía se mantiene constante pero se reduce a la mitad el almacenamiento inductivo $L_D=L$.

Una vez establecidos los criterios anteriores, la comparación se centra en las funciones de transferencia en pequeña señal y en los rizados.

- ***Funciones de transferencia***

La sustitución de D y D' por 0.5 en la Tabla A.I, permite comparar las funciones de transferencia del convertidor elevador con las del doblador de la Tabla 2.I. Sin tener en cuenta la opción escogida (A o B), vemos que las funciones de transferencia respecto al ciclo de trabajo son muy diferentes. En el caso del elevador la función de transferencia tensión de salida – ciclo de trabajo es de fase no mínima lo que complica el control del circuito mediante técnicas que utilicen dicha función. Por su parte, en el doblador ambas funciones de transferencia son cero. En $D=0.5$, la tensión de salida y la corriente de entrada son insensibles a pequeñas variaciones del ciclo de trabajo, lo cual obviamente imposibilita el control utilizando dichas expresiones. Las

expresiones del doblador (Tabla 2.II) correspondientes a las funciones de transferencia de corrientes de los inductores respecto al control, ambas con un polo en el origen, quedan como las únicas utilizables en el control del doblador.

El resto de funciones de transferencia son idénticas en ambos convertidores siempre que se considere la opción A, en la que el almacenamiento inductivo de energía es el mismo. Dado que los coeficientes de la ecuación característica son siempre positivos, la estabilidad asintótica local de ambos convertidores queda garantizada. La normalización de los polinomios característicos de las funciones de transferencia en la forma $s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2$ permite comparar las respuestas de ambos circuitos frente a pequeñas variaciones en la carga o la tensión de entrada.

Los parámetros de frecuencia natural y factor de amortiguamiento del elevador simple (ω_{0S} , ξ_{0S}) y del doblador (ω_{0D} , ξ_{0D}) se muestran en (2.59) y (2.60) respectivamente.

$$\omega_{0S} = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad \xi_S = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.59)$$

$$\omega_{0D} = \frac{1}{\sqrt{2L_D C}} \quad \xi_D = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_D}{2C}} \quad (2.60)$$

Tomando nuevamente como ejemplo un convertidor de parámetros $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$ y $R = 100 \text{ } \Omega$, y suponiendo que estudiamos el caso B ($L_D=L$), los polos serán complejos conjugados, todos ellos con la misma parte real obteniéndose los siguientes diagramas de la posición de los mismos:

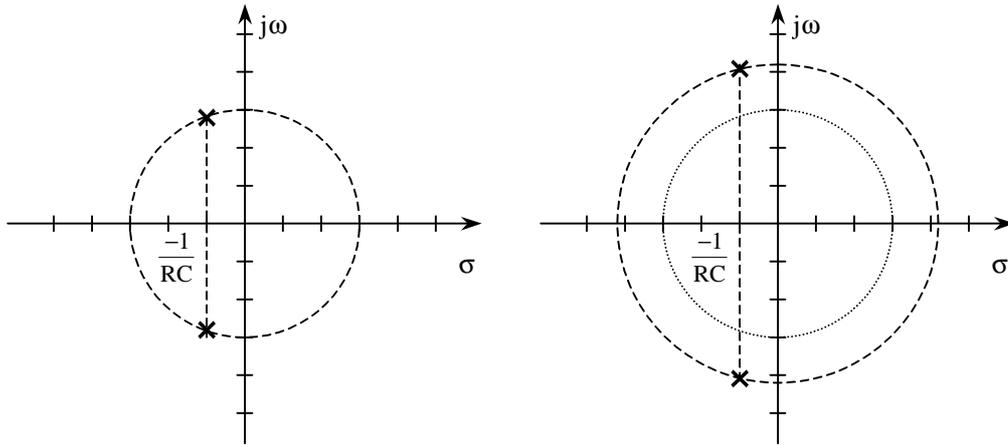


Figura 2.10. Situación de los polos de la ecuación característica ($L=L_D$)
 Izquierda: Elevador simple Derecha: Doblador

A partir de los diagramas de la Fig. 2.10 queda patente que los tiempos de establecimiento de los transitorios de la respuesta ante una perturbación serán iguales. La frecuencia de las oscilaciones y consecuentemente los sobreimpulsos serán mayores en el doblador cuyo tiempo de subida será menor. Podemos decir que la respuesta del doblador es menos amortiguada debido al menor almacenamiento de energía en el circuito.

- **Rizados**

Por su parte, la comparación de los rizados del circuito elevador en estado estacionario con $D=0.5$, mostrados en la tabla A.II, con los obtenidos en las expresiones (2.51), (2.55) o (2.56) y (2.57), permite obtener las expresiones siguientes:

$$\frac{\Delta V_D}{\Delta V_S} \leq \frac{TR}{32L_D} \tag{2.61}$$

$$\frac{\Delta I_{gD}}{\Delta I_{gS}} \leq \frac{2}{9\sqrt{3}} \left(\frac{2L}{L_D} \right) \left(\frac{T}{2RC} \right) \left(\frac{\Delta V_D}{\Delta V_S} \right) \tag{2.62}$$

donde los subíndices D y S indican doblador y elevador simple respectivamente.

Para hacernos una idea de lo que representan las relaciones (2.61) y (2.62), vamos a suponer que, dadas las tensiones de entrada y salida y la carga prevista, escogemos la frecuencia de conmutación más apropiada y por tanto fijamos T . En principio, T se escoge tan pequeño como sea posible, atendiendo a factores como las pérdidas en los conmutadores, las especificaciones de los materiales magnéticos disponibles, etc. (En nuestro caso nos hemos atendido a las consideraciones del capítulo 1). A partir del valor de T se escoge un valor de L en función de las especificaciones de amplitud del rizado en la corriente de entrada ΔI_{gS} . En el peor de los casos, debemos asegurar el modo de conducción continuo y ello implica que la amplitud del rizado debe ser inferior al doble del valor medio de la corriente de entrada, por lo que se deberá cumplir (2.63A) o (2.63B).

$$\frac{\Delta I_{gS}}{I_g} = \frac{R T}{8L} < 2 \quad (2.63A)$$

$$\frac{\Delta I_{gS}}{I_g} = \frac{R T}{8L} < 1 \quad (2.63B)$$

Suponiendo el caso A en el que $L_D=2L$, y si se cumple la limitación (2.63A), se asegura que las dos células del doblador operarán en CCM, pudiendo afirmarse que el valor mínimo de la expresión (2.61) es de 1/4. En el caso B ($L=L_D$), para evitar que las células del doblador operen en DCM hay que considerar (2.63B), siendo el mínimo de (2.61) el mismo (1/4). Con los parámetros $T = 20 \mu s$, $L = 1 \text{ mH}$ y $R = 100 \Omega$, la expresión (2.61) toma los valores máximos de 1/32 ó 1/16 según los casos A o B respectivamente.

En cuanto a la relación entre los rizados de la corriente de entrada (2.62), podemos distinguir 4 factores:

- un término constante $2/9\sqrt{3}$.
- un factor que valdrá 1 ó 2 según el caso sea A o B.
- un término relacionado con las especificaciones de rizado de la tensión de salida.
- la relación (2.61).

Con los parámetros anteriores y tomando $C = 1 \mu\text{F}$ (rizado del 10% en la tensión de salida del elevador simple), la expresión (2.62) valdrá como máximo $1/1440\sqrt{3}$ ó $1/360\sqrt{3}$ según el caso A o B respectivamente. En el caso B, unos rizados en la corriente de entrada y la tensión de salida en elevador del 25% y del 10%, se convierten en el doblador en el 0.04% y el 0.63%, respectivamente. En el caso A, los mismos rizados del elevador pasan a ser del 0.01% y del 0.31% en el doblador.

Los ejemplos anteriores ponen de manifiesto la importante reducción de rizados que se produce en el doblador respecto al elevador simple operando en $D=0.5$, aún en el caso de reducir el almacenamiento inductivo de energía a la mitad y siempre que se siga operando en CCM.

Doblador	V	ΔV	$\Delta V/V$	I_g	ΔI_g	$\Delta I_g/I_g$
$L_D = 2 \text{ mH}$	20.00 V	125.00 mV	0.63%	0.40 A	0.16 mA	0.04%
$L_D = 1 \text{ mH}$	20.00 V	62.50 mV	0.31%	0.40 A	0.04 mA	0.01%
Elevador	V	$(\Delta V)_{\min}$	$(\Delta V/V)_{\min}$	I_g	ΔI_g	$\Delta I_g/I_g$
$L_S = 1 \text{ mH}$	20.00 V	2.00 V	10.00%	0.40 A	0.10 A	25.00%

Tabla 2.III. Rizados teóricos aproximados en los circuitos doblador (casos A y B) y elevador ($D=0.5$) cuando $V_g = 10 \text{ V}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 100 \Omega$ y $T = 20 \mu\text{s}$.

2.3.2. Convertidor en lazo cerrado.

En el apartado 2.3.1.2 se ha justificado la necesidad de que los ciclos de trabajo de los dos convertidores en paralelo que constituyen el IDB sean iguales, de forma que el circuito se comporte como un doblador de tensión. La consideración de que cada célula canónica operando con $D=0.5$ se comporta como un transformador ideal en estado estacionario, que se ilustraba en la Fig. 2.7 de ese mismo apartado 2.3.1.2, nos hace plantear la necesidad de utilizar algún tipo de control en lazo cerrado que facilite la conexión en paralelo de dos convertidores. Al avanzar en el estudio del doblador se ha obtenido las funciones de transferencia de las tablas 2.I y 2.II, que nos muestran la inutilidad de realimentar la tensión de salida o la corriente de entrada. Las únicas funciones de transferencia respecto al ciclo de trabajo que no son nulas son las que corresponden a las corrientes en los dos inductores del circuito que serán, por tanto, las variables candidatas a ser realimentadas en el lazo de control.

La aplicación de un control en modo de corriente permite considerar que en estado estacionario cada célula canónica se comporta como un girador [60]. En la Fig. 2.11 se muestra la conexión en paralelo de dos convertidores controlados en modo de corriente vistos como giradores. Desde el punto de vista de la carga, una fuente de tensión en serie con una resistencia pequeña (representando las pérdidas) conectada en un puerto de un girador se ve desde el otro puerto como una fuente de corriente conectada en paralelo con una resistencia elevada. La conexión en paralelo de dos de tales formas Norton es mucho menos problemática que la conexión análoga de formas Thevenin que se mostraba en la Fig. 2.7. Al igual que en los circuitos equivalentes de dicha figura, las resistencias equivalentes de las formas Norton de la Fig. 2.11 dependerán de las pérdidas pero de forma inversamente proporcional, por lo que su influencia será menor cuanto menores sean las pérdidas.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del circuito de la izquierda de la Fig. 2.11 se muestran en (2.64), (2.65).

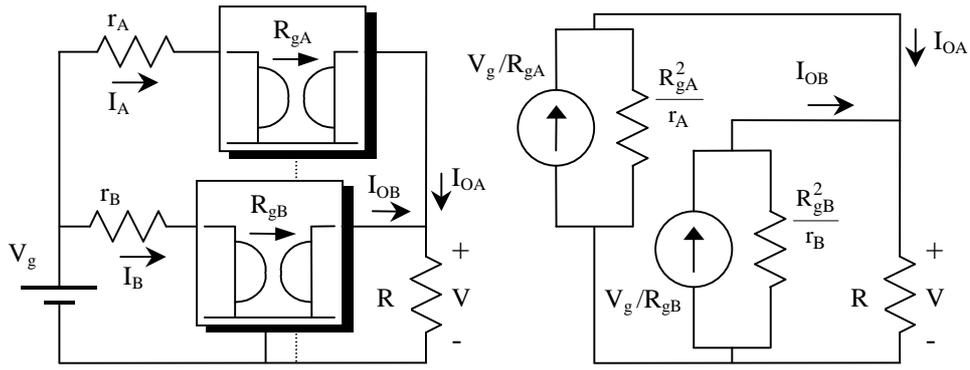


Figura 2.11. Circuitos equivalentes de dos convertidores elevadores en paralelo, en régimen estacionario y con un control en modo de corriente.

$$\begin{cases} V = R_{gA} I_A \\ V_g - r_A I_A = R_{gA} I_{OA} \end{cases} \quad \begin{cases} V = R_{gB} I_B \\ V_g - r_B I_B = R_{gB} I_{OB} \end{cases} \quad (2.64)$$

$$V = R(I_{OA} + I_{OB}) \quad (2.65)$$

Finalmente se obtiene la tensión de salida siguiente:

$$V = V_g \frac{\frac{1}{R_{gA}} + \frac{1}{R_{gB}}}{\frac{r_A}{R_{gA}^2} + \frac{r_B}{R_{gB}^2} + \frac{1}{R}} \quad (2.66)$$

Si los dos convertidores son idénticos, y se aplica a ambos una misma ley de control en modo de corriente que fuerce a que operen con un mismo ciclo de trabajo, podremos considerar que $R_{gA} = R_{gB} = R_g$. Suponiendo al mismo tiempo que las pérdidas son nulas, la ecuación (2.64) queda como sigue:

$$\begin{cases} V = R_g I_A \\ V_g = R_g I_{OA} \end{cases} \quad \begin{cases} V = R_g I_B \\ V_g = R_g I_{OB} \end{cases} \quad (2.67)$$

Y se cumple que

$$I_A = I_B; \quad I_{OA} = I_{OB}; \quad \frac{V}{V_g} = \frac{I_A}{I_{OA}} = \frac{I_B}{I_{OB}} \quad (2.68)$$

Y, por lo tanto, que la potencia de entrada es igual a la potencia entregada a la carga.

$$V_g(I_A + I_B) = V(I_{OA} + I_{OB}) \quad (2.69)$$

La tensión de salida de (2.66), considerando pérdidas nulas queda:

$$V = 2 V_g \frac{R}{R_g} \quad (2.70)$$

La regulación de la tensión de salida puede realizarse directamente controlando el valor de la resistencia equivalente del girador R_g . En nuestro caso, la necesidad de asegurar el “interleaving” y, por tanto, de controlar los conmutadores de los convertidores en forma complementaria deberá forzar que $D=0.5$, es decir, que el circuito se comporte como doblador y, por tanto, que $R_g=R$.

2.3.2.1. Control en modo de deslizamiento.

Las consideraciones del apartado 2.3.1 nos indican que debemos buscar una estrategia de realimentación en modo de corriente que incluya las dos corrientes de entrada. Una posibilidad sería utilizar un control por modulación de anchura de pulsos (PWM: Pulse Width Modulation). Sin embargo la implementación de dicha solución implica la necesidad de utilizar una señal periódica generada externamente [16]. En nuestro caso la técnica de control en modo de deslizamiento finalmente escogida [Apéndice B] resulta ser de implementación más sencilla tal y como se verá a continuación.

Analizando el comportamiento en estado estacionario del IDB de (2.18) vemos que cuando el ciclo de trabajo es del 50%, las corrientes son iguales. Dándole la vuelta a la expresión, una ley de control que fuerce que las corrientes sean iguales implicará que el ciclo de trabajo sea del 50% tal y como se desea. Dada la consideración anterior que especifica una relación entre las corrientes de los inductores en el dominio temporal, el control en modo de deslizamiento también parece ser mas indicado que el control PWM, cuyo diseño se realiza en el dominio frecuencial.

- **Elección de la superficie de deslizamiento.**

El primer paso del control en modo de deslizamiento consiste en la elección de la región del espacio de fases en torno a la cual queremos restringir la dinámica del sistema a controlar. Una opción [41] consiste en escoger hiperplanos, es decir combinaciones lineales de las variables de estado del sistema a las que generalmente se denomina superficies de deslizamiento o de conmutación.

En nuestro convertidor hay tres variables de estado en el circuito que son las dos corrientes en los inductores y la tensión del condensador de salida. El circuito también tiene dos conmutadores, aunque al ser activados de forma complementaria es suficiente una única variable de control para describir su comportamiento y, por tanto, sólo será necesaria una superficie de conmutación $S(x)$. La posibilidad de controlar los conmutadores independientemente es uno de los aspectos que dejaremos para futuros estudios en los cuales la expresión (2.67) podría ser un buen punto de partida, al sugerir el uso de las dos superficies de deslizamiento de (2.71), una para cada conmutador.

$$S_A(x) = R_g i_A - v = 0 \quad S_B(x) = R_g i_B - v = 0 \quad (2.71)$$

Considerando los comentarios del apartado 2.3.2 acerca de la expresión (2.70), el problema consistiría en conseguir $R_g=R$ sobre todo en el caso de que la resistencia de carga del circuito no sea constante.

Volviendo a nuestro caso concreto, una superficie que reúne todos los requisitos que se han ido exponiendo previamente y que es aplicable a los conmutadores activados de forma complementaria es la siguiente:

$$S(x) = i_A - i_B = 0 \quad (2.72)$$

En efecto, la expresión anterior es la fusión de las dos superficies de (2.71), se ajusta a los requerimientos de (2.68) y (2.18) e incluye como únicas variables las corrientes en los inductores tal y como se había propuesto al comentar las funciones de transferencia de las tablas (2.I) y (2.II).

Siguiendo el procedimiento sistemático propuesto en el Apéndice B, se describe el sistema en la forma siguiente:

$$\dot{x} = A x + \delta + u(B x + \gamma) \quad (2.73)$$

Teniendo en cuenta (B.2) y la descripción del sistema de (2.3) y (2.4), las matrices A, δ , B y γ quedan como:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-r_A}{L} & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & \frac{-r_B}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}; \quad \delta = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ \frac{V_g}{L} \\ \frac{-\dot{i}_L}{C} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}; \quad \gamma = \Theta \text{ matriz nula} \quad (2.74)$$

donde la tensión V_g se considera como constante y diferente de cero (normalmente es positiva $V_g > 0$).

Recordemos que el vector de variables de estado y el vector de sus derivadas son los mismos de la expresión (2.2).

- **Condición de transversalidad.**

La condición de transversalidad es necesaria para que exista un modo de deslizamiento en torno a la superficie escogida ($S(x) = i_A - i_B = 0$). El primer operando de la condición de transversalidad expresada como un producto escalar (B.12) es el gradiente de la superficie de conmutación.

$$\nabla S = [1 \quad -1 \quad 0] \quad (2.75)$$

El segundo operando es el campo vectorial ($Bx + \gamma$) que en nuestro circuito queda como:

$$Bx + \gamma = \begin{bmatrix} \frac{v}{L} \\ -\frac{v}{L} \\ \frac{i_B - i_A}{C} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Debe cumplirse que

$$\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle = [1 \quad -1 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{v}{L} \\ -\frac{v}{L} \\ \frac{i_B - i_A}{C} \end{bmatrix} = 2\frac{v}{L} \neq 0 \quad (2.77)$$

Puede verse que la expresión anterior se cumplirá siempre que la tensión en el condensador de salida sea diferente de cero. En el arranque desde condiciones iniciales nulas no se cumple la condición de transversalidad. Sin embargo, si el control de los conmutadores se realiza de forma complementaria, el circuito sólo podrá adoptar una de las dos estructuras que se muestran en las Fig.2.4c y 2.4d (ON y OFF). En cualquiera de ellas, la tensión del condensador en estado estacionario tiende a V_g y rápidamente deja de ser nula, cumpliéndose así la condición de transversalidad.

- **Control equivalente.**

De la definición del control equivalente como el valor continuo que habría de adoptar la variable de control de la expresión (2.73) para que, si se cumple que $S(x)=0$, la trayectoria del sistema sea tangente a $S(x)$ y, por tanto, quede atrapada en ella, se deduce la expresión de dicho control equivalente (B.11). En el numerador del control equivalente aparece el campo vectorial $(Ax+\delta)$ cuya expresión en el caso que nos ocupa es la siguiente:

$$A x + \delta = \begin{bmatrix} \frac{v_g - v - r_A i_A}{L} \\ \frac{v_g - r_B i_B}{L} \\ \frac{i_A - i_L}{C} - \frac{v}{RC} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

El producto del gradiente de la superficie por la expresión anterior queda

$$\langle \nabla S, A x + \delta \rangle = [1 \quad -1 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{v_g - v - r_A i_A}{L} \\ \frac{v_g - r_B i_B}{L} \\ \frac{i_A - i_L}{C} - \frac{v}{RC} \end{bmatrix} = \frac{r_B i_B - r_A i_A - v}{L} \quad (2.79)$$

Y de (2.79) y (2.77) se obtiene la expresión del control equivalente que se muestra a continuación.

$$u_{eq} = -\frac{\langle \nabla S, A x + \delta \rangle}{\langle \nabla S, B x + \gamma \rangle} = \frac{r_A i_A - r_B i_B + v}{2v} = \frac{r_A i_A - r_B i_B}{2v} + \frac{1}{2} \quad (2.80)$$

La expresión del control equivalente depende de las pérdidas y de todas las variables de estado, aunque no depende de las fuentes independientes del circuito (v_g e i_L). Si consideramos como en apartados anteriores que $r_A \approx r_B \approx r$, el control equivalente puede expresarse en función de $S(x)$ como sigue

$$u_{eq} = \frac{r(i_A - i_B)}{2v} + \frac{1}{2} = \frac{rS(x)}{2v} + \frac{1}{2} \quad (2.81)$$

Teniendo en cuenta que se cumple la condición de transversalidad ($v \neq 0$), tanto si consideramos pérdidas nulas como si la trayectoria del sistema está en la superficie ($S(x)=0$, $i_A=i_B$) el control equivalente es constante e igual a 0.5 (2.82).

$$u_{eq} = \frac{1}{2} \quad (2.82)$$

Si vemos el control equivalente como un promedio entre los valores discretos del control (0 y 1) en cada intervalo, queda claro que la duración de los intervalos ON y OFF debe ser la misma ($T_{ON}=T_{OFF}$).

- **Regiones de deslizamiento.**

Con la salvedad de las situaciones en que $v=0$ que ya hemos comentado, debe cumplirse que

$$0 < \frac{r_A i_A - r_B i_B}{2v} + \frac{1}{2} < 1 \quad \text{o bien} \quad 0 < \frac{r(i_A - i_B)}{2v} + \frac{1}{2} < 1 \quad (2.83)$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{r(i_A - i_B)}{2v} < \frac{1}{2} \quad (2.84)$$

$$r|i_A - i_B| < |v| \quad |S(x)| < \frac{|v|}{r} \quad (2.85)$$

En la expresión anterior podemos interpretar el valor absoluto de $S(x)$ como la distancia entre la trayectoria del sistema en un momento dado $S(x)$ y la superficie de conmutación ($S(x)=0$). La expresión nos indica también que la distancia máxima entre la trayectoria del sistema y la superficie para que exista deslizamiento depende de las pérdidas y de la tensión de salida. Cuanto menores sean las pérdidas y/o mayor sea el valor absoluto de la tensión de salida más grande puede ser la distancia entre la trayectoria del sistema y la superficie sin que se sature el control y el sistema salga del modo de deslizamiento. Recordemos que, para que la frecuencia de conmutación no sea infinita, es necesario que la trayectoria del sistema se aleje de la superficie antes de que la acción del control la dirija de nuevo hacia ella. La expresión (2.85) proporciona un límite a la histéresis del comparador (Fig. 2.5) que, a su vez, fija el valor mínimo de la frecuencia de conmutación. Además, las perturbaciones en la tensión de entrada y la carga también pueden ocasionar la salida del sistema del modo de deslizamiento. En cualquier caso, cuanto menores sean las pérdidas más robusto será nuestro sistema en este aspecto.

- **Dinámica de deslizamiento ideal.**

Teniendo en cuenta (2.80) y la primera condición de invarianza ($S(x)=0$), la dinámica de deslizamiento ideal queda de la forma

$$\dot{x} = A x + \delta + \frac{1}{2}(B x + \gamma) \quad (2.86)$$

donde el orden de la dinámica se reduce ya que $i_A=i_B$. Además la dinámica resulta ser lineal.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_A}{dt} = \frac{di_B}{dt} = \frac{1}{2} \frac{di_g}{dt} \\ \frac{di_g}{dt} = \frac{1}{L} \left[-\frac{(r_A + r_B)}{2} i_g - v + 2V_g \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_g}{2C} - \frac{v + Ri_L}{RC} \end{array} \right. \quad (2.87)$$

Sin perturbaciones en la carga ($i_L=0$) y si $r_A=r_B=r$, la dinámica de la expresión anterior queda

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_g}{dt} = \frac{1}{L} \left[-r i_g - v + 2V_g \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_g}{2C} - \frac{v}{RC} \end{array} \right. \quad (2.88)$$

Y finalmente considerando pérdidas nulas ($r=0$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_g}{dt} = \frac{-v + 2V_g}{L} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_g}{2C} - \frac{v}{RC} \end{array} \right. \quad (2.89)$$

- **Punto de equilibrio.**

Las coordenadas del punto de equilibrio $x^* = (i_A^*, i_B^*, v^*) = \left(\frac{i_g^*}{2}, \frac{i_g^*}{2}, v^* \right)$ se

obtienen de

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{L} \left[-\frac{(r_A + r_B)}{2} i_g^* - v^* + 2V_g \right] \\ 0 = \frac{i_g^*}{2C} - \frac{v^*}{RC} \end{cases} \quad (2.90)$$

Y por tanto

$$\begin{cases} i_g^* = \frac{2v^*}{R} \\ v^* = 2V_g \frac{R}{R + r_A + r_B} \end{cases} \quad (2.91)$$

Finalmente considerando que $r_A + r_B \ll R$, $2r \ll R$ (como en (2.15)), o bien simplemente pérdidas nulas, se obtiene

$$\begin{cases} i_g^* = \frac{4V_g}{R} \\ v^* = 2V_g \end{cases} \quad (2.92)$$

y las coordenadas del punto de equilibrio de (2.93) que vuelven a poner de manifiesto el carácter doblador del circuito.

$$x^* = (i_A^*, i_B^*, v^*) = \left(\frac{2V_g}{R}, \frac{2V_g}{R}, 2V_g \right) \quad (2.93)$$

- **Estabilidad asintótica.**

La estabilidad asintótica de la dinámica de deslizamiento ideal puede comprobarse a partir de la transformada de Laplace de las ecuaciones de estado de (2.87) considerando condiciones iniciales nulas. No es necesario linealizar el sistema en torno al punto de equilibrio porque las ecuaciones ya son lineales. Cabe destacar que además de la tensión de salida, se escoge la corriente de entrada como variable de estado y se considera que, para el circuito, la tensión de entrada es un escalón de tensión. De esta forma, además de estudiar la estabilidad, podemos caracterizar el comportamiento del circuito cuando arranca desde condiciones iniciales nulas.

$$\left\{ \begin{array}{l} s I_g(s) = \frac{1}{L} \left[-\frac{(r_A + r_B)}{2} I_g(s) - V(s) + \frac{2V_g}{s} \right] \\ s V(s) = \frac{I_g(s)}{2C} - \frac{V(s)}{RC} \end{array} \right. \quad (2.94)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_g(s) = \frac{V_g}{s} \cdot \frac{\frac{2}{L} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right)}{\left(s + \frac{r_A + r_B}{2L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{1}{2LC}} \\ V(s) = \frac{V_g}{s} \cdot \frac{\frac{1}{LC}}{\left(s + \frac{r_A + r_B}{2L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{1}{2LC}} \end{array} \right. \quad (2.95)$$

O, considerando pérdidas similares:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_g(s) = \frac{V_g}{s} \cdot \frac{\frac{2}{L} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right)}{\left(s + \frac{r}{L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{1}{2LC}} \\ V(s) = \frac{V_g}{s} \cdot \frac{\frac{1}{LC}}{\left(s + \frac{r}{L} \right) \left(s + \frac{1}{RC} \right) + \frac{1}{2LC}} \end{array} \right. \quad (2.96)$$

Puesto que las ecuaciones son lineales, los resultados de (2.96) son análogos a los obtenidos en lazo abierto (2.34) y (2.35) cuando $D=0.5$, tal y como era de esperar. Considerando pérdidas nulas, podría obtenerse expresiones análogas a las de las funciones de transferencia respecto a la tensión de entrada e incluso respecto a la corriente de carga que se presentaban en las tablas 2.I y 2.II. La validez de las expresiones de lazo cerrado no se limita a perturbaciones en pequeña señal, sino que llega hasta el funcionamiento en gran señal siempre que exista el modo de deslizamiento y se cumpla (2.83).

$$\left\{ \begin{array}{l} I_g(s) = \frac{V_g}{s} \cdot \frac{\frac{2}{L} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right)}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}} \\ V(s) = \frac{V_g}{s} \cdot \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC}} \end{array} \right. \quad (2.97)$$

La ecuación característica en ausencia de pérdidas es, por tanto:

$$s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2LC} = 0 \quad (2.98)$$

Volviendo al tema de la estabilidad, de la expresión anterior se deduce fácilmente que los dos polos de la dinámica de deslizamiento ideal estarán en el semiplano izquierdo y el sistema será estable. La linealidad de las ecuaciones hace que la mayor parte de los resultados obtenidos para pequeña señal en apartados anteriores sean también válidos en gran señal. Valgan como ejemplo las consideraciones respecto a la situación de los polos de la ecuación característica realizadas en el apartado 2.3.1.5 que serán aplicables en el estudio de los distintos parámetros del transitorio de arranque: sobreimpulso, tiempo de establecimiento, frecuencia natural, amortiguamiento, etc.

- **Implementación del control.**

Una vez comprobada la adecuación de la superficie de conmutación escogida a los requerimientos del doblador, es necesario determinar la correspondencia entre los valores discretos del control (0 y 1) y el signo de la superficie, tal y como se indica en (B.28).

$$\begin{cases} u^+ = \frac{1 - \operatorname{sgn}\left(\frac{2v}{L}\right)}{2} \\ u^- = \frac{1 + \operatorname{sgn}\left(\frac{2v}{L}\right)}{2} \end{cases} \quad (2.99)$$

En el punto de equilibrio $v^* = 2V_g$ y, por tanto, la asignación anterior dependerá del signo de la tensión de entrada. En nuestro caso se ha considerado $V_g > 0$ y, por tanto:

$$u^+ = 0, \quad u^- = 1 \quad (2.100)$$

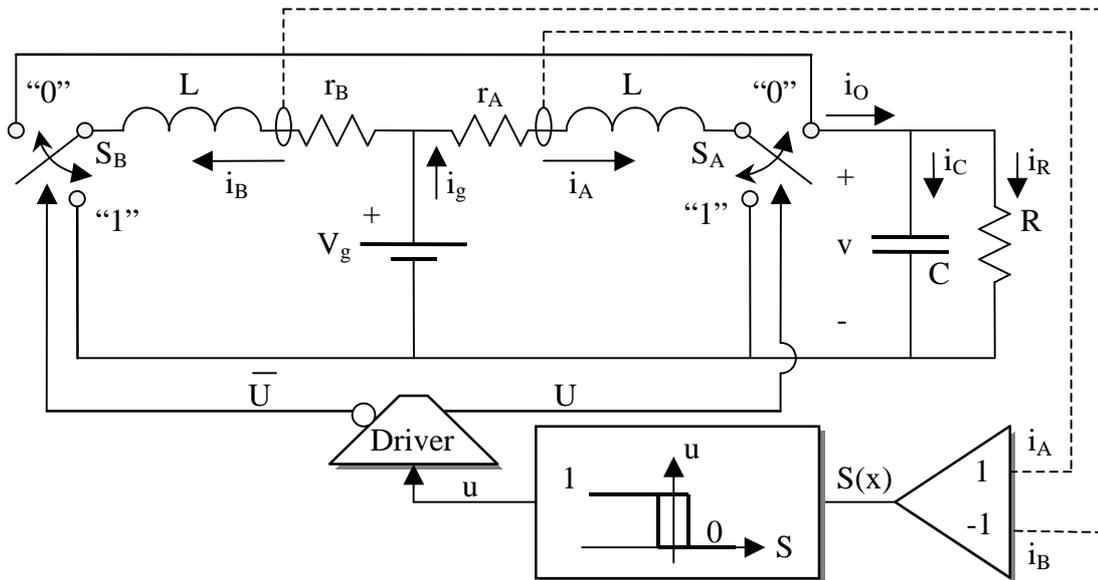


Figura 2.12. Convertidor IDB controlado en modo de deslizamiento mediante la superficie de conmutación $S(x) = i_A - i_B = 0$.

2.4. Resultados experimentales.

Con la finalidad de verificar los resultados teóricos sobre el circuito doblador que se presentan en este capítulo se han realizado multitud de simulaciones con programas muy diversos. Las simulaciones han servido, sobre todo, para ayudar a diseñar y construir un primer prototipo experimental (Fig. C.1 del apéndice C). Dado que los resultados de las simulaciones y las medidas experimentales son muy similares [63], en este capítulo se ha preferido mostrar algunos de los resultados experimentales, dejando las simulaciones para capítulos posteriores. Por ejemplo, en el capítulo 3 se presentan gráficas en las que se comparan resultados de simulación y medidas experimentales. Algunas simulaciones que muestran varios casos del arranque del doblador desde condiciones iniciales nulas se presentan también en el capítulo 5.

Los valores nominales de los parámetros del prototipo son los siguientes: $V_g = 10\text{ V}$, $L = 1\text{ mH}$, $C = 6.8\text{ }\mu\text{F}$, $R = 50\text{ }\Omega$, $r = 500\text{ m}\Omega$ (resistencias de medida de corrientes). Las medidas realizadas en el circuito doblador se han contrastado con las realizadas en un circuito elevador simple unidireccional con el mismo ciclo de trabajo en estado estacionario. Los parámetros del elevador simple se han escogido con arreglo al caso B del apartado 2.3.1.5. El procedimiento de adquisición de datos se ha realizado mediante un osciloscopio digital y se describe con más detalle en el apartado 3.3.

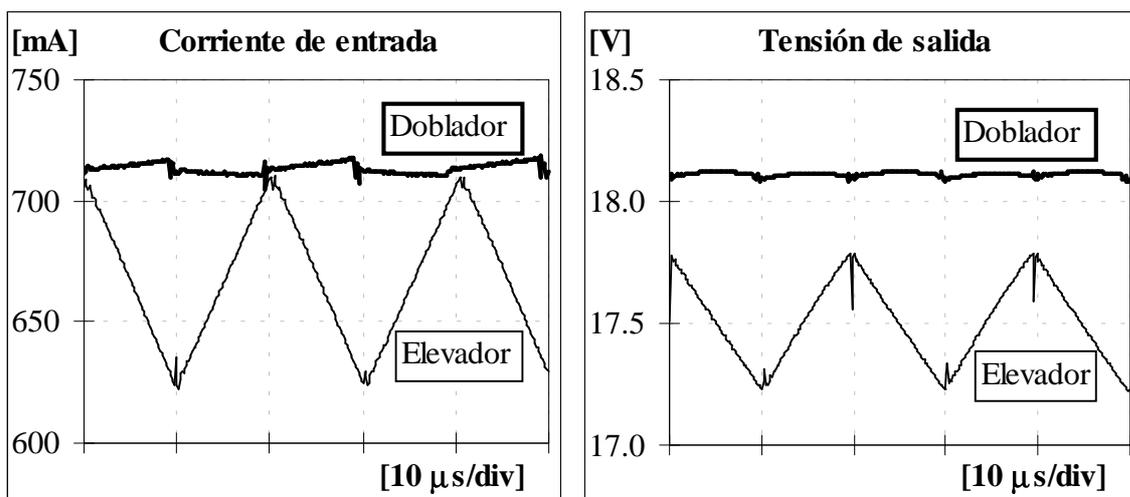


Figura 2.13. Corrientes de entrada y tensiones de salida en estado estacionario del prototipo de elevador simple ($D=50\%$) y del doblador.

Las gráficas de la figura 2.13 muestran las formas de onda de la corriente de entrada y de la tensión de salida medidas en el elevador simple (trazo fino) y en el circuito doblador (trazo grueso). El ciclo de trabajo estacionario es el mismo en todas las gráficas ($D=50\%$), con un periodo de conmutación de unos $20\ \mu\text{s}$ ($f_s = 50\ \text{kHz}$).

En el elevador el valor medio de la corriente de entrada es de unos $670\ \text{mA}$ y la amplitud del rizado triangular superpuesto es ligeramente inferior a $90\ \text{mA}$, lo que en porcentaje supone aproximadamente un 13.43% . La amplitud del rizado en la tensión de salida es de unos $570\ \text{mV}$ sobre un valor medio de $17.5\ \text{V}$ (un 3.26%). Aunque en el caso ideal el valor medio de la tensión de salida debería ser de $20\ \text{V}$, las elevadas pérdidas óhmicas en el resistor de medida de corriente (unos $335\ \text{mW}$) y las pérdidas en el conmutador unidireccional (mosfet de canal N y diodo) tanto en conducción como en conmutación hacen que, de los $6.70\ \text{W}$ de potencia media de entrada, tan sólo se entreguen a la carga $6.13\ \text{W}$. Si bien la diferencia entre los valores medios de la tensión de salida en el caso ideal sin pérdidas y en el caso experimental con pérdidas puede parecer grande ($2.5\ \text{V}$), la eficiencia en las condiciones de trabajo anteriores es elevada. En concreto, la potencia entregada a la carga supone un 91.5% de la potencia de entrada.

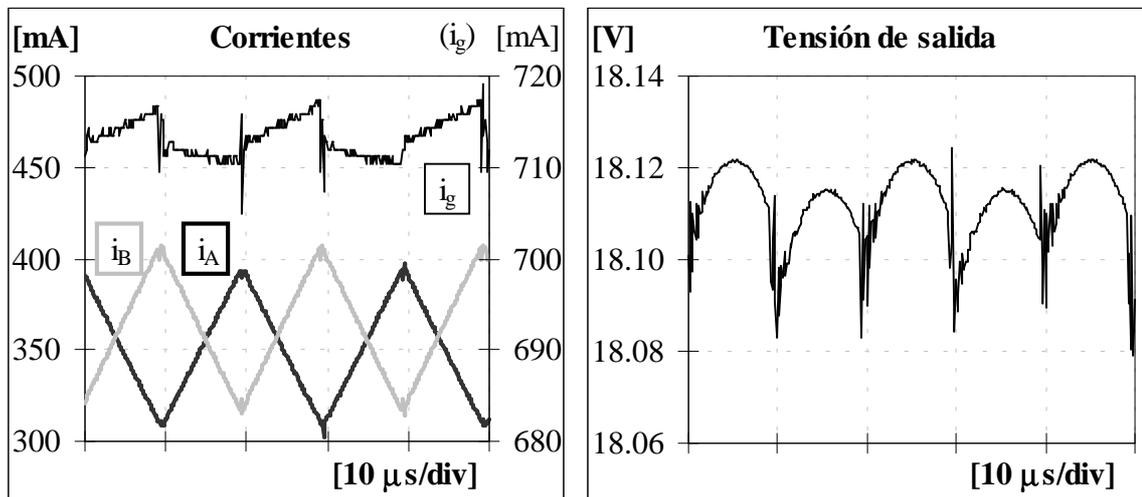


Figura 2.14. Detalle de las corrientes en los inductores, corriente de entrada y tensión de salida en estado estacionario del prototipo de doblador.

La figura 2.14 muestra una ampliación en la que se aprecian con detalle las formas de onda de las variables del doblador. En dicho circuito el rizado de la corriente de entrada es tan sólo de unos 15 mA, lo que supone un 2.11% respecto al valor medio de dicha corriente, que es aproximadamente de 710 mA. El valor medio de la tensión de salida en el doblador es de unos 18.11 V con un rizado cuya amplitud aproximada es de 45 mV (0.25%). En este caso, la potencia media de entrada es de 7.10 W y la entregada a la carga de 6.56 W. Con estos datos, la eficiencia es de un 92.4%.

La comparación entre los datos de ambos circuitos pone de manifiesto que, con unas condiciones de trabajo en que las eficiencias son similares, las amplitudes del rizado de las variables del doblador en régimen estacionario son mucho menores. Las pequeñas diferencias entre los valores medios de las variables en ambos circuitos se deben a que las pérdidas en el resistor de medida de la corriente del elevador casi doblan a las que se producen en los resistores análogos del doblador. En los dos circuitos los resistores en serie con los inductores son de 500 mΩ.

Doblador	V	ΔV	ΔV/V	I_g	ΔI_g	ΔI_g/I_g
Teoría	20.00 V	18.38 mV	0.09%	0.80 A	23.58 μA	0.003%
Experim.	18.11 V	45.00 mV	0.25%	0.71 A	15.00 mA	2.11%
Elevador	V	ΔV	ΔV/V	I_g	ΔI_g	ΔI_g/I_g
Teoría	20.00 V	0.59 V	2.95%	0.80 A	0.10 A	12.50%
Experim.	17.50 V	0.57 V	3.26%	0.67 A	0.09 A	13.43%

Tabla 2.IV. Amplitudes de los rizados en el circuito doblador y en el elevador con $D = 0.5$ (caso B, CCM). Parámetros: $V_g = 10$ V, $L = 1$ mH, $C = 6.8$ μF, $R = 50$ Ω, $T = 20$ μs (histéresis en doblador: $\Delta i = 100$ mA) y $r = 0.5$ Ω.

Como puede verse en el resumen de la tabla 2.IV, la discrepancia más significativa entre los valores teóricos y los medidos en el prototipo se observa en el rizado de la corriente de entrada del doblador. Esta discrepancia es atribuible, en parte, a ligeras diferencias en los parámetros de los inductores, que han sido construidos arrollando 86

espiras en un núcleo de ferrita RM8/i con un entrehierro aproximado de 0.5 mm y están conectados en serie con sendos resistores para medir las corrientes (valores nominales de 0.5 Ω). Los efectos de la diferencia en inductancias y resistencias se unen, además, al ruido de conmutación y a pequeñas asimetrías en el lazo de control que causan las diferencias entre los valores medios de las corrientes de los inductores que se observan en la figura 2.14. Todas estas circunstancias dan lugar a la forma de onda abrupta de la corriente de entrada que también se muestra en la mencionada figura.

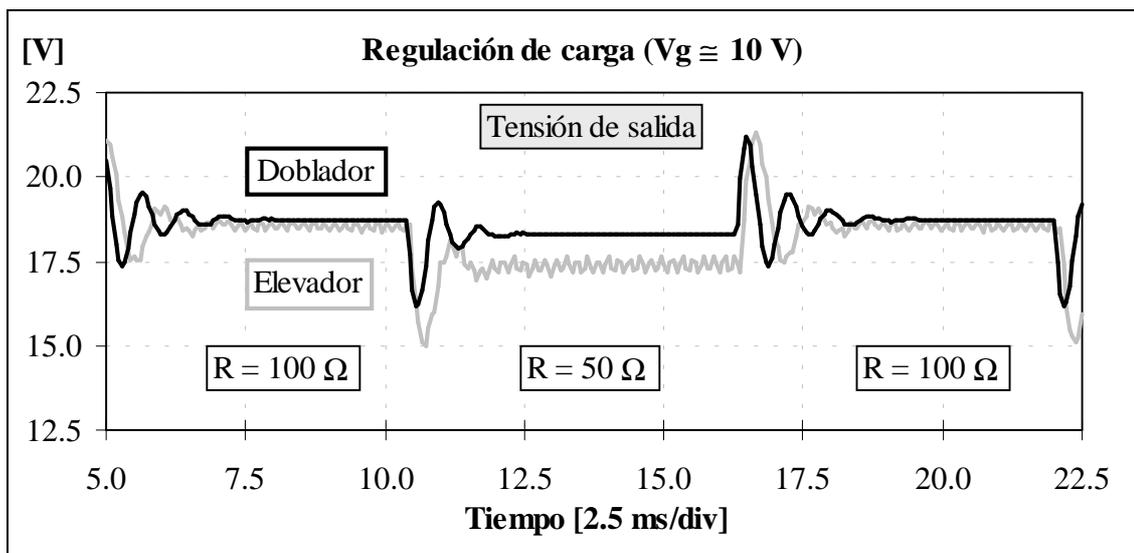


Figura 2.15. Tensión de salida en los circuitos doblador y elevador (con $D=50\%$) ante variaciones periódicas (100 Hz) de la resistencia de carga nominal entre 100 Ω y 50 Ω . ($V_g \cong 10$ V).

La comprobación de que el comportamiento dinámico del circuito doblador se ajusta a lo previsto en las expresiones teóricas de la tabla 2.I para lazo abierto o de (2.97) en lazo cerrado puede hacerse a partir de la gráfica de la figura 2.15. En dicha figura se muestra el comportamiento del doblador frente variaciones bruscas de la resistencia de carga. En concreto, la resistencia de carga toma de forma alternativa los valores de 100 Ω y 50 Ω con una periodicidad de unos 6.7 ms (150 Hz) que permite que el sistema alcance el régimen estacionario en cada semiperiodo. La gráfica muestra también el comportamiento del elevador ante dichas variaciones de carga. Como era de esperar, dado que los parámetros del elevador corresponden al caso B, los comportamientos dinámicos son diferentes como corresponde a una distribución de los polos semejante a

la mostrada en la figura 2.10, donde el factor de amortiguamiento del doblador es 0.7 veces el del elevador simple, según se deduce de (2.59) y (2.60) cuando $L_D=L$.

$$\xi_D = \xi_S / \sqrt{2} \qquad \omega_{0D} = \sqrt{2} \omega_{0S} \qquad (2.101)$$

Doblador	Teoría (sin pérdidas, $r = 0$)		Experimental (aproximado)	
	R = 50 Ω	R = 100 Ω	R = 50 Ω	R = 100 Ω
ω_0	<i>8574.9 rad/s</i>	<i>8574.9 rad/s</i>	8655.1 rad/s	8612.8 rad/s
ξ	<i>0.17</i>	<i>0.09</i>	0.25	0.17
$\tau = (\xi \omega_0)^{-1}$	0.7 ms	1.4 ms	<i>0.46 ms</i>	<i>0.69 ms</i>
$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$	8450.1 rad/s	8540.1 rad/s	<i>8377.6 rad/s</i>	<i>8490 rad/s</i>
Elevador	R = 50 Ω	R = 100 Ω	R = 50 Ω	R = 100 Ω
ω_0	<i>6063.4 rad/s</i>	<i>6063.4 rad/s</i>	6826.1 rad/s	6367.7 rad/s
ξ	<i>0.24</i>	<i>0.12</i>	0.43	0.25
$\tau = (\xi \omega_0)^{-1}$	0.7 ms	1.4 ms	<i>0.34 ms</i>	<i>0.62 ms</i>
$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$	5886.2 rad/s	6019.6 rad/s	<i>6160.0 rad/s</i>	<i>6160.0 rad/s</i>

Tabla 2.V. Parámetros de la dinámica de los circuitos doblador y elevador. (caso B, $D = 0.5$, CCM) cuando $V_g = 10$ V, $L = 1$ mH, $C = 6.8$ μ F.

La tabla 2.V permite comparar el comportamiento dinámico previsto de doblador y elevador en el caso ideal sin pérdidas con el comportamiento experimental. Cada columna de la tabla muestra en cursiva los dos parámetros que se han obtenido en primer lugar y a partir de los cuales se han calculado los otros dos. Mientras que en los datos teóricos se obtiene la constante de tiempo de la envolvente exponencial y la frecuencia amortiguada a partir de la frecuencia natural y del factor de amortiguamiento, para obtener los datos experimentales se procede justamente a la inversa.

La comparación entre parámetros teóricos y experimentales del doblador pone de manifiesto que el amortiguamiento es muy superior al previsto debido a las pérdidas. Puede comprobarse que incluso la incorporación de las pérdidas de las resistencias de medida (r) en los cálculos teóricos no es suficiente para determinar a priori el amortiguamiento real del sistema ya que los efectos no modelados de las pérdidas de conmutación y conducción en los conmutadores son muy importantes. La frecuencia de oscilación amortiguada medida y la frecuencia natural asociada, sin embargo, se ajustan más a las previsiones ya que el efecto de las pérdidas en dichos parámetros es menos significativo. Por ejemplo, la influencia de las pérdidas en las resistencias modifica la expresión teórica de la frecuencia natural de la forma $\omega_0^2 = \left(\frac{2r}{R} + 1 \right) \frac{1}{2LC}$, y en nuestro caso $2r/R$ será 0.2 ó 0.1, lo suficientemente pequeño como para que no suponga variaciones significativas. Por su parte, la frecuencia amortiguada $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$ se ve afectada de forma más compleja, por una parte depende de ω_0 que aumenta y por otra de $\sqrt{1 - \xi^2}$ que disminuye. Con los niveles de amortiguamiento medidos en el doblador, ambas contribuciones tienden a cancelarse.

- **Resultados recientes.**

El principal inconveniente del prototipo cuyos resultados se han comentado es el elevado valor (0.5Ω) de las resistencias utilizadas para medir las corrientes en los inductores. La reciente construcción de un prototipo optimizado en este sentido, con unas resistencias para medir las corrientes de tan sólo $33 \text{ m}\Omega$, permite hacer estimaciones más realistas de rendimientos del circuito. La figura 2.16 muestra las principales formas de onda de las variables del circuito tal y como se visualizan en un osciloscopio digital Tektronix TDS 754S [65]. En la parte inferior del oscilograma se muestra la componente alterna de la tensión de salida cuya amplitud pico a pico aparece reflejada en el margen derecho de la imagen (C1 Pk-Pk 38.4 mV). En el centro de la gráfica se superponen las formas de onda de las corrientes en los inductores (señales triangulares obtenidas a la salida de los circuitos de medida) y la corriente total de entrada (prácticamente constante). En el margen derecho de la imagen se muestra mediante la función “Mean” del osciloscopio que los valores medios de las corrientes en

ambos inductores se encuentran entre 472 y 473 mA. Por su parte, el valor medio de la corriente total de entrada es aproximadamente de 964 mA. En esta medida, realizada con una sonda de corriente Tektronix TCP202, se incluye la contribución de la alimentación de los circuitos de control.

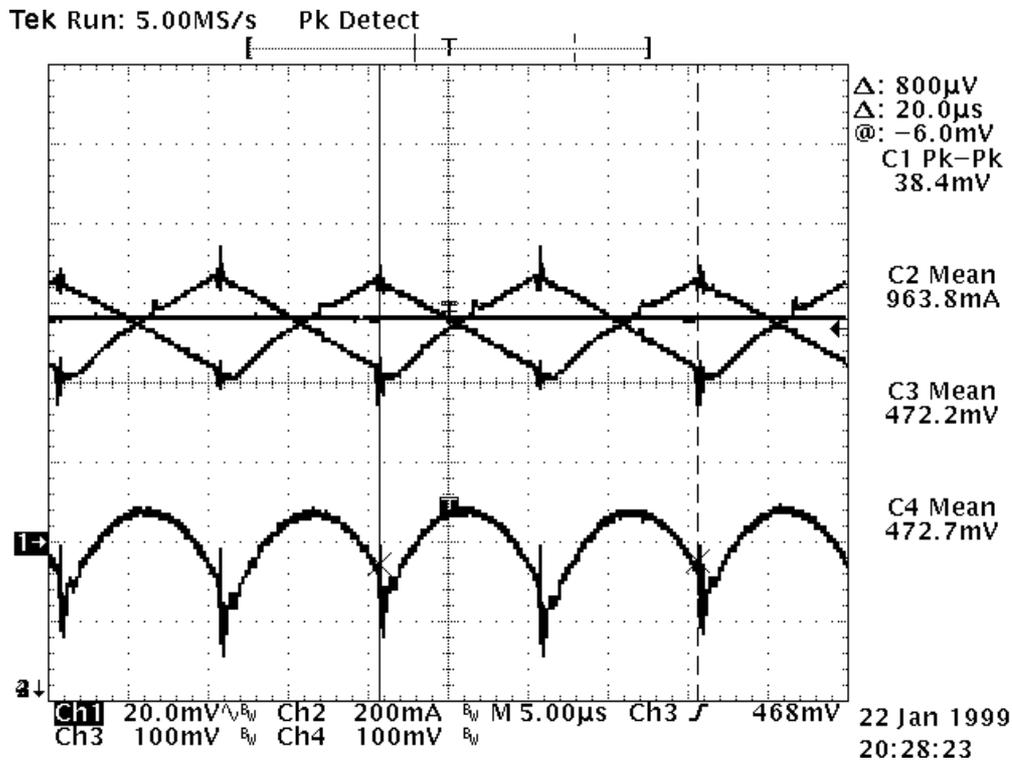


Figura 2.16. Formas de onda de las variables del doblador obtenidas utilizando resistores de $33\text{ m}\Omega$ en la medida de las corrientes de los inductores.

Vg (V)	Vo (V)	Ig (A)	Pout (W)	Pin (W)	Pérdidas (W)	Rendimiento (%)	Rizados Vo (mV)
9	17.00	0.71	5.61	6.37	0.76	88.07	70
10	19.00	0.79	7.01	7.88	0.87	88.96	60
11	21.03	0.87	8.59	9.59	1.00	89.53	51
12	23.20	0.96	10.45	11.52	1.07	90.72	40
13	25.20	1.05	12.33	13.60	1.27	90.68	54
14	27.27	1.13	14.44	15.88	1.44	90.95	66
15	29.40	1.23	16.78	18.42	1.64	91.12	76
16	31.49	1.32	19.25	21.18	1.93	90.89	78

Tabla 2.VI. Resumen de datos significativos del doblador en estado estacionario.

Vg varía según la primera columna, $R=51.5\ \Omega$, $L = 1\text{ mH}$, $C = 6.8\ \mu\text{F}$.

Vg (V)	Vo (V)	Ig (mA)	Pout (W)	Pin (W)	Pérdidas (W)	Rendimiento (%)	Rizados Vo (mV)
9	17.83	416	3.07	3.74	0.67	82.14	292
10	19.18	399	3.55	3.99	0.44	89.08	336
11	21.18	0.450	4.33	4.95	0.62	87.56	228
12	23.20	495	5.20	5.93	0.73	87.64	172
13	25.26	538	6.16	6.99	0.82	88.23	136
14	27.32	580	7.21	8.12	0.91	88.76	100
15	29.40	631	8.35	9.46	1.11	88.30	80
16	31.55	684	9.62	10.94	1.33	87.88	56

Tabla 2.VII. Resumen de datos significativos del doblador en estado estacionario. Vg varía según la primera columna, R=103.5 Ω , L = 1 mH, C = 6.8 μ F.

Las tablas 2.VI y 2.VII muestran, para distintos valores de la tensión de entrada, los valores medios medidos de la corriente de entrada y de la tensión de salida, la amplitud del rizado de salida y el balance de potencias del circuito doblador en estado estacionario. La carga del circuito es de 51.5 Ω en el caso de la tabla 2.VI y de 103.5 Ω en el caso de la tabla 2.VII. Hay que decir que se ha ajustado el circuito para obtener una frecuencia de conmutación aproximada de 50 kHz cuando la tensión de entrada es de 12 V y la carga de 51.5 Ω . La realización de un ajuste único ocasiona que las frecuencias de conmutación correspondientes a los experimentos resumidos en la segunda tabla sean mayores así como también lo son los rizados.

En general, los rendimientos del circuito se mantienen por encima del 87%, llegando en algunos casos al 91%, a pesar de que en el balance de potencias se ha considerado el consumo del circuito de control. La principal diferencia entre los resultados con resistencias de medida de 500 m Ω o de 33 m Ω está en que los niveles de la tensión de salida se aproximan más a los teóricos en un caso sin pérdidas. Como muestra, con Vg=10 V y R \approx 50 Ω , los valores medios de la tensión de salida son de 18.11 V en el primer prototipo y de 19 V en el más reciente. Los respectivos valores de la corriente de entrada son de 710 mA y de 790 mA, aunque el primer dato no incluye el consumo del circuito de control y los “drivers” mientras que en el segundo dato está todo incluido. Esta circunstancia explica la ligera diferencia en cuanto a rendimientos obtenidos, 92.5% en el primer caso y 89% en el segundo.

2.5. Conclusiones.

Tras proponer la activación complementaria de los conmutadores de dos convertidores elevadores idénticos conectados en paralelo para conseguir el funcionamiento en “interleaving” del conjunto, se ha realizado el estudio teórico del mismo en lazo abierto. Para ello se ha utilizado la técnica de promediación en el espacio de estado. El análisis de los valores medios de las variables en estado estacionario muestra que el funcionamiento del circuito, al que se ha denominado IDB (“interleaved dual boost”), en general presenta una fuerte dependencia de las pérdidas óhmicas, que han sido modeladas como resistores en serie con los inductores del circuito.

En lazo abierto, la consideración de que cada célula canónica es equivalente a una fuente de tensión justifica la dependencia de las pérdidas que aparece en el funcionamiento del circuito. La única forma de que en la asociación en paralelo de dos fuentes de tensión no se presenten tales problemas de sensibilidad sería que las dos fuentes fuesen idénticas, que es justamente lo que ocurre si el ciclo de trabajo estacionario es del 50% (Circunstancia que también reflejan las expresiones analíticas obtenidas). La utilidad del circuito queda por tanto restringida a un funcionamiento con un único ciclo de trabajo del 50% para el que la tensión de salida del IDB, considerando despreciable el efecto de las pérdidas, es el doble de la de entrada. El método de promediación en el espacio de estado también proporciona la dinámica en pequeña señal de las variables del circuito doblador. Dicha dinámica permite identificar a las corrientes de los inductores del circuito como las únicas variables susceptibles de ser utilizadas en una hipotética estrategia de realimentación.

A partir de las formas de onda de las variables del circuito doblador se puede concluir que el rizado de sus variables globales, corriente de entrada y tensión de salida, es mínimo y que, por tanto, el ciclo de trabajo del 50% es el óptimo en este sentido. La comparación, a nivel tanto de dinámicas como de rizados de las variables globales, entre el doblador y un convertidor elevador operando con el mismo ciclo de trabajo, pone de manifiesto diversas formas de aprovechar las ventajas que aporta el doblador con respecto al elevador simple. Partiendo de las prestaciones de un elevador simple conocido, puede optarse por elegir los parámetros del doblador de forma que las

dinámicas de las variables globales de ambos circuitos sean idénticas mientras que los rizados de dichas variables en el doblador se reducirán drásticamente. En el otro extremo, se pueden escoger los parámetros del doblador de forma que los rizados sean comparables, en cuyo caso el comportamiento dinámico del doblador será mucho más rápido.

Llegados a este punto, el capítulo retoma la idea de cerrar un lazo de realimentación. La elección de las corrientes como las variables a realimentar viene indicada por el estudio de la dinámica en pequeña señal y también por la consideración de que los convertidores controlados en modo de corriente se comportan como giradores, lo que facilita su interconexión en paralelo evitando los problemas de sensibilidad comentados. Del estudio en lazo abierto se desprendía que el funcionamiento óptimo requiere un ciclo de trabajo del 50% para el cual los valores medios de las corrientes son iguales. Dándole la vuelta a dicho resultado, podemos suponer que si el control impone dicha igualdad de valores medios, el ciclo de trabajo estacionario será el óptimo. Finalmente, las formas de onda que presentan las corrientes de los inductores en régimen permanente sugiere la utilización de una estrategia de realimentación basada en el dominio temporal como es la técnica de control en modo de deslizamiento. En concreto, el signo opuesto de las pendientes que presentan las corrientes en cada subintervalo de conmutación, unido a la necesidad de que sus valores medios sean iguales, ha sugerido la superficie de conmutación $S(x)=i_A-i_B=0$.

Tras verificar el cumplimiento de la condición de transversalidad para la superficie en cuestión, la expresión del control equivalente permite determinar las regiones en las que existirá deslizamiento, así como la dinámica de deslizamiento ideal del sistema una vez restringida ésta en torno a la superficie de conmutación por la acción del control. La dinámica coincide con la obtenida en lazo abierto para pequeña señal pero en este caso tiene validez para gran señal, siempre que el sistema evolucione en las regiones de deslizamiento. Con dicha dinámica lineal, el sistema es asintóticamente estable y la implementación del control que se deriva de la superficie propuesta es extraordinariamente sencilla. El circuito de control tan sólo necesita como entradas los valores instantáneos de las corrientes de los inductores que son comparadas entre sí con

una cierta histéresis para determinar la acción del control sobre los conmutadores del circuito.

Los resultados experimentales obtenidos en dos prototipos de doblador de baja potencia (unos 20 W) corroboran en gran medida las previsiones teóricas, en especial el comportamiento del circuito como doblador de tensión de bajos rizados, tanto en la corriente de entrada como en la tensión de salida. Las pérdidas en los conmutadores, no modeladas en el estudio teórico, son las principales responsables de las discrepancias observadas.

3. El circuito triplicador. (N=3)

3.1. Introducción.

Una de las principales limitaciones del circuito IDB viene dada por la necesidad de que opere en un punto de trabajo óptimo en el cual los rizados en estado estacionario sean mínimos. Dado que se requiere que el ciclo de trabajo estacionario sea del 50%, la tensión de salida será aproximadamente el doble de la de entrada. Esta imposibilidad de regular la tensión de salida únicamente con el doblador es la razón por la que puede ser interesante su utilización en cascada con otras etapas, actuando como preregulator-doblador de tensión de bajos rizados, eficiencia alta y buena respuesta dinámica. Si en una aplicación determinada se necesitan tensiones superiores al doble de la de entrada, una posible solución sería la conexión en cascada de M dobladores de forma que la tensión de salida del preregulator fuese, idealmente, 2M veces la de entrada.

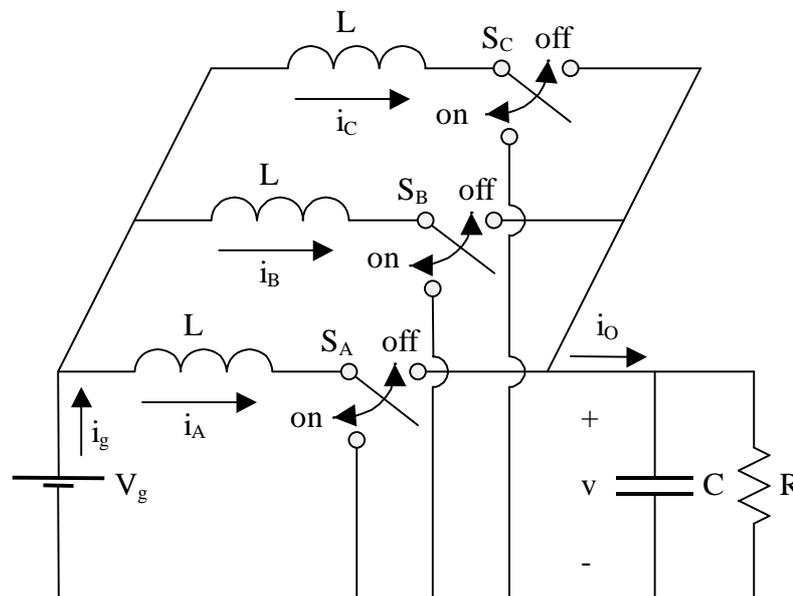


Figura 3.1. Conexión en paralelo de tres convertidores elevadores.

Otra forma de conseguir diferentes relaciones entre la tensión de salida y la tensión de entrada consiste en incrementar el número de células elevadoras en paralelo controlándolas de forma que los ciclos de trabajo óptimos sean diferentes del 50%. En este sentido, se propone el circuito que se presenta en la Fig. 3.1, cuyos conmutadores

operan con ciclos de trabajo óptimos del 33.33% o del 66.67% y para los cuales el cociente entre la tensión de salida en régimen estacionario y la de entrada es respectivamente 3/2 ó 3. En general, nos centraremos en esta última relación por la que denominaremos triplicador al circuito.

3.2. Estrategia de realimentación.

Para asegurar el funcionamiento en “interleaving” de la estructura con $N=3$, de forma análoga al caso del doblador, debe forzarse que uno de los tres conmutadores esté siempre en un estado distinto de los otros dos, tal y como se muestra en la tabla 3.I.

	Conmutadores $S_C S_B S_A$	
	Factor 1.5	Triplicador
Secuencia rotatoria de estados	001	011
	010	110
	100	101

Tabla 3.I. Estados lógicos de los conmutadores del circuito de la Fig. 3.1 para asegurar el “interleaving”. “0”: conmutador ON. “1”: conmutador OFF.

En lazo abierto, la duración de los estados de la tabla 3.I debe ser la misma para que los rizados sean mínimos, tanto en el funcionamiento como triplicador como cuando el factor de amplificación de la entrada es 1.5. En ambos casos, se debe establecer una secuencia rotatoria de estados en la que, en cada periodo de conmutación, el circuito pase por cada uno de los tres estados posibles.

Al igual que en el circuito doblador, la implementación de un lazo de control de corrientes evitará los problemas de sensibilidad derivados de las variaciones de los parámetros en las células canónicas en paralelo. Sin embargo, el número de elementos del circuito y el hecho de que el sistema conmute entre tres estados diferentes dificulta la realización de un estudio analítico análogo al realizado para el doblador.

La imposición, mediante el control de los conmutadores, de la igualdad de los valores medios de las corrientes en estado estacionario reducirá el orden de la dinámica

del sistema que quedará de segundo orden. La figura 3.2 muestra una interpretación del funcionamiento del doblador en forma de diagrama de estados. Por analogía a partir de dicho diagrama se obtiene el diagrama correspondiente al triplicador que se muestra en la figura 3.3.

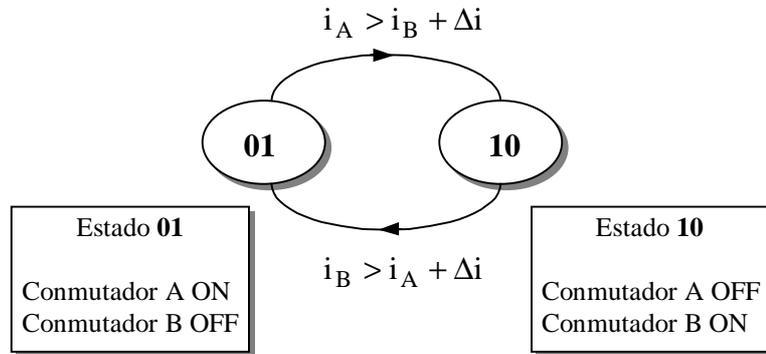


Figura 3.2. Diagrama de estados del doblador.

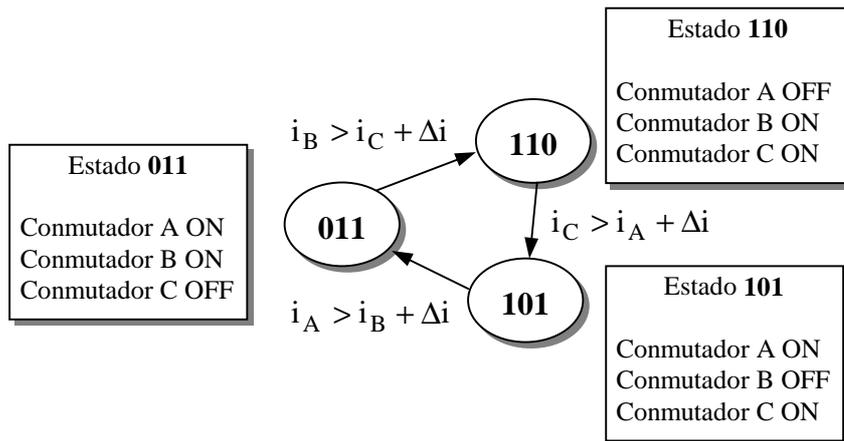


Figura 3.3. Diagrama de estados del triplicador.

En la codificación binaria de los estados escogida, cada “bit” se asocia a un conmutador de la forma que indica la secuencia $S_B S_A$ o $S_C S_B S_A$ según se trate de la figura 3.2 o la figura 3.3. Además, el “1” lógico representa que el conmutador correspondiente está cerrado (posición “on”) y, por tanto, que la corriente del inductor asociado crece, mientras que el “0” lógico tiene el significado contrario (posición “off”). Las transiciones entre estados se deciden tal y como se indica en los diagramas de estados, comparando entre sí con una cierta histéresis dos de las corrientes del circuito. Para salir de un estado concreto, se comparan las dos corrientes que han cambiado de pendiente al entrar en dicho estado que se identifican fácilmente ya que los dígitos

binarios asociados en el estado actual son los dos que han cambiado respecto a los del estado precedente. Esta codificación facilita la implementación del control mediante un registro de desplazamiento, cuya señal de reloj se activa en cada estado según las salidas de tres comparadores tal y como se muestra en la figura 3.4.

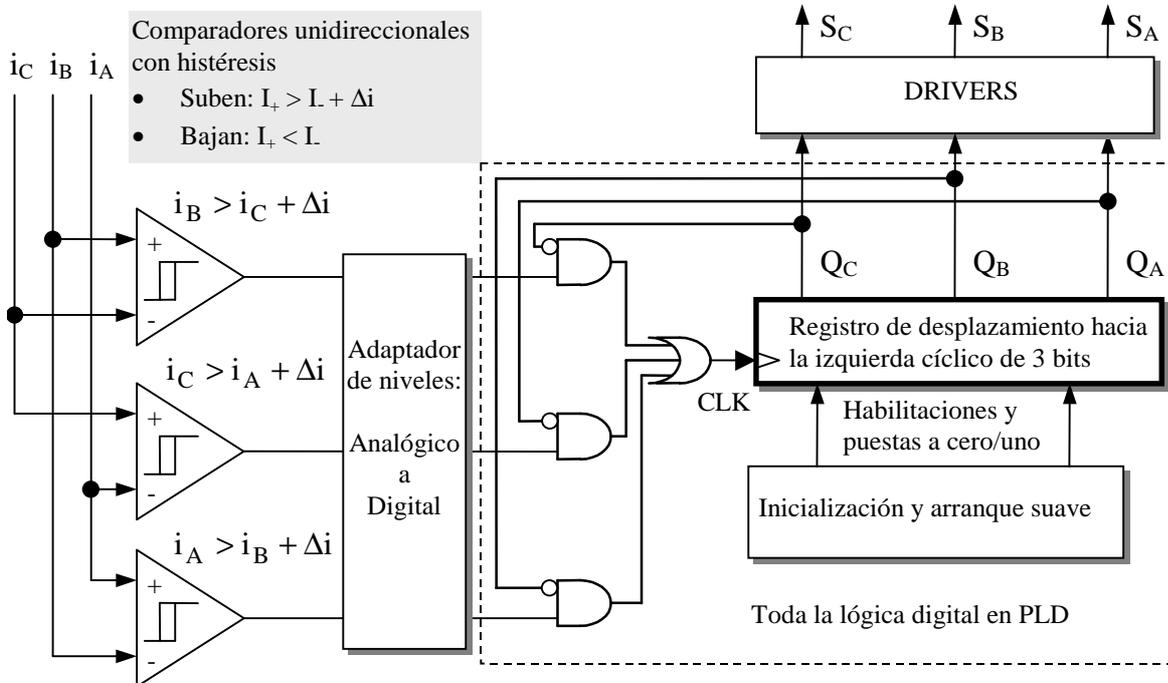


Figura 3.4. Esquema de bloques del circuito de control del triplicador.

Al igual que en el caso del doblador, si la realimentación fuerza a que los valores medios de las corrientes de los inductores sean iguales, los ciclos de trabajo en estado estacionario de las tres células canónicas idénticas también lo serán. Dado que la igualdad de valores medios se impone periodo a periodo, si la frecuencia de conmutación es suficientemente elevada, los ciclos de trabajo son aproximadamente iguales durante los transitorios de pequeña señal e incluso en gran señal. En realidad, lo que se modifica significativamente en los transitorios es la duración del tiempo de permanencia en cada uno de los estados del circuito y, en mayor medida, la frecuencia de conmutación. En los siguientes apartados desarrollaremos brevemente algunos de los mismos aspectos teóricos que se analizaron en el doblador, pero suponiendo ya que en lazo cerrado con la implementación del control de la Fig. 3.4 los ciclos de trabajo son constantes e iguales al 66.67%.

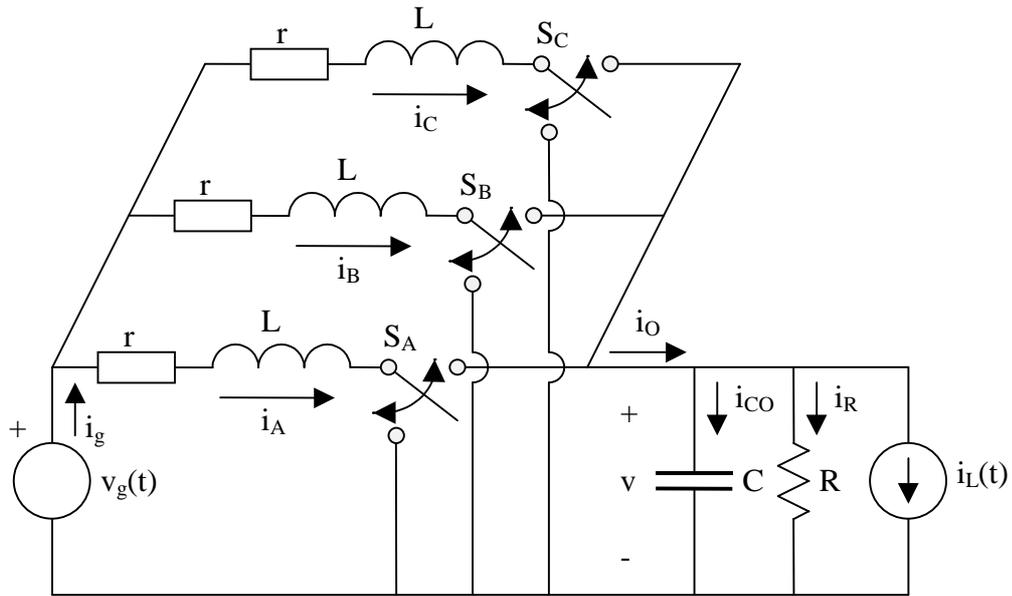


Figura 3.5. Esquema del triplicador considerando pérdidas óhmicas en los inductores y variaciones de línea y carga.

3.2.1. Ecuaciones de estado y régimen estacionario.

Los vectores de la descripción correspondiente a la forma matricial de (2.1) en el caso del triplicador de la Fig. 3.5 son:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ v \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Por su parte, las matrices del sistema en cada uno de los intervalos de conmutación suponiendo células canónicas iguales serán:

- Intervalo 1 ó A. Codificación binaria del estado **(011)**.

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 y = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r}{L} & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

- Intervalo 2 ó B. Codificación binaria del estado **(110)**.

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 y = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & 0 & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & \frac{-r}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

- Intervalo 3 ó C. Codificación binaria del estado **(101)**.

$$\dot{x} = A_3 x + B_3 y = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r}{L} & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 & \frac{-r}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

La dinámica promediada en función de la duración de cada intervalo puede expresarse en función de los correspondientes ciclos de trabajo tal y como se muestra en (3.5).

$$\dot{x} = (A_1 x + B_1 y)d_1 + (A_2 x + B_2 y)d_2 + (A_3 x + B_3 y)d_3 \quad (3.5)$$

$$x = X + \hat{x}; \quad \dot{x} = 0 + \hat{\dot{x}}; \quad y = Y + \hat{y} \quad (3.6)$$

La descomposición de las variables como la suma de los términos variante y estacionario de (3.6) se diferencia de la expresión análoga del doblador (2.6) en que supondremos que ya de entrada consideraremos la existencia del control de corriente debido cuya acción todos los ciclos de trabajo serán iguales en régimen permanente.

$$d_1 = D + \hat{d}_1; \quad d_2 = D + \hat{d}_2; \quad d_3 = D + \hat{d}_3; \quad D = \frac{2}{3} \quad (3.7)$$

Despreciando los términos bilineales el sistema de ecuaciones promediado que describe el funcionamiento general del circuito queda:

$$\begin{aligned} \hat{x} = & [(A_1 + A_2 + A_3)X + (B_1 + B_2 + B_3)Y]D + \\ & + (A_1 + A_2 + A_3)D \hat{x} + (B_1 + B_2 + B_3)D \hat{y} + \\ & + (A_1X + B_1Y)\hat{d}_1 + (A_2X + B_2Y)\hat{d}_2 + (A_2X + B_2Y)\hat{d}_2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$X = -[(A_1 + A_2 + A_3)D]^{-1}(B_1 + B_2 + B_3)DY \quad (3.9)$$

$$Y = \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Las variables de estado en régimen permanente se obtienen según (3.9) y quedan tal y como se muestra en (3.11).

$$X = \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ V \end{bmatrix} = \frac{3V_g}{3r + R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ R \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Además, la corriente de entrada será:

$$I_g = I_A + I_B + I_C = \frac{9V_g}{3r + R} \quad (3.12)$$

Si las pérdidas son despreciables ($3r \ll R$; $r \rightarrow 0$), la tensión de salida es el triple de la de entrada y, como cabe esperar, se verifica que la potencia de entrada es igual a la potencia de salida.

$$P_{in} = V_g \frac{9V_g}{R} = \frac{(3V_g)^2}{R} = P_{out} \quad (3.13)$$

3.2.2. Funciones de transferencia en pequeña señal.

Las funciones de transferencia entre las variables de estado y las entradas (v_g e i_L) pueden obtenerse por superposición a partir de las expresiones del apartado anterior. Posteriormente se pueden obtener las funciones de transferencia entre la corriente de entrada y las variables (v_g e i_L).

$$i_A = i_B = i_C \quad (3.14)$$

De forma alternativa, dado que en el circuito triplicador la estrategia de control forzar  la igualdad de los valores medios de las corrientes en los inductores (3.14), podemos sustituir dichas variables por la corriente de entrada que es la suma de todas ellas. Tras el cambio de variables, el sistema de ecuaciones promediado en lazo cerrado será lineal como se muestra en la expresi3n (3.15).

$$\dot{x}' = \begin{bmatrix} \frac{di_g}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & -1 \\ \frac{L}{3C} & \frac{L}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_g \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Finalmente las funciones de transferencia en pequeña señal, considerando y sin considerar las pérdidas 3hmicas en los caminos formados por los inductores y conmutadores en serie (r), se muestran en las tablas 3.II y 3.III respectivamente.

La comparaci3n de los resultados presentados en las tablas 3.II y 3.III con los obtenidos para el doblador entre las expresiones (2.37) a (2.46), recopiladas para el caso con pérdidas nulas en la tabla 2.I, pone de manifiesto la enorme semejanza de las mismas. La comparaci3n sugiere también una posible extrapolaci3n de las distintas funciones de transferencia en el caso de la conexi3n de un mayor número de células elevadoras. Este último aspecto se tratar  en el capítulo 4.

	Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{3}{L} \cdot \frac{s + \frac{1}{RC}}{\Delta}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{\Delta}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{\Delta}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-1}{C} \cdot \frac{\left(s + \frac{r}{L}\right)}{\Delta}$
$\Delta = \left(s + \frac{r}{L}\right) \left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{3LC} = s^2 + \left(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L}\right)s + \frac{3r+R}{3LRC}$		

Tabla 3.II. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del triplicador.

	Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{3}{L} \cdot \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{3LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{3LC}}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{3LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{-s}{C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{3LC}}$

Tabla 3.III. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del triplicador con pérdidas nulas.

3.2.3. Rizados.

Las gráficas de la figura 3.6 permiten obtener de forma aproximada los rizados de las variables en el triplicador en el caso ideal considerando despreciables las pérdidas.

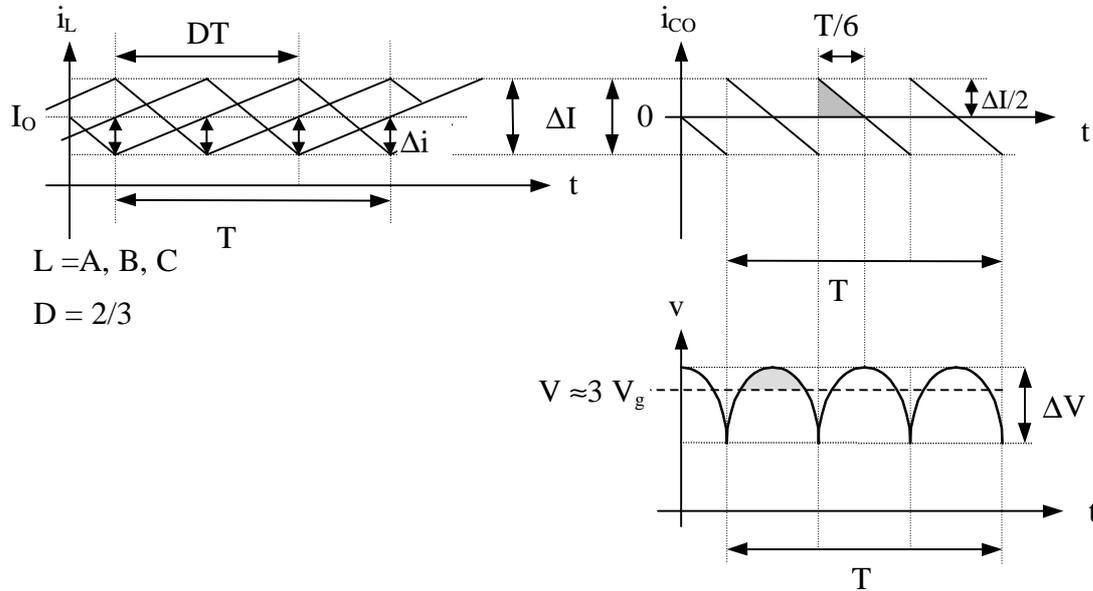


Figura 3.6. Formas de onda en régimen estacionario del triplicador.

En primer lugar hay que hacer notar que los valores medios en estado estacionario de las corrientes en los tres inductores y en la carga son iguales como se indica en (3.16), mientras que el valor medio de la corriente del condensador de salida debe ser nulo.

$$I_A = I_B = I_C = \frac{3V_g}{R} = I_O = I_R; \quad I_{CO} = 0 \text{ A} \quad (3.16)$$

Además, la corriente de entrada y la tensión de salida, como ya se ha comentado, serán:

$$I_g = I_A + I_B + I_C = \frac{9V_g}{R}; \quad V = 3V_g \quad (3.17)$$

Como en el caso del doblador, la amplitud del rizado de la tensión de salida ΔV puede obtenerse a partir del área del triángulo sombreado en la forma de onda de la corriente en el condensador de salida que se muestra en la Fig. 3.6.

$$\Delta V = \frac{T^2}{36LC} V_g \quad (3.18)$$

También, de forma análoga a las expresiones (2.52)-(2.55) obtenidas en el caso del doblador, se obtiene la amplitud del rizado en la corriente de entrada que se muestra en (3.19).

$$\Delta I_g = \frac{2T}{27\sqrt{3}L} \Delta V = \frac{T^3}{486\sqrt{3}L^2C} V_g \quad (3.19)$$

Los rizados anteriores expresados en forma relativa respecto a los valores medios de las variables correspondientes serán:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{T^2}{108LC} \quad (3.20)$$

$$\frac{\Delta I_g}{I_g} = \frac{2RT}{81\sqrt{3}L} \frac{\Delta V}{V} = \frac{RT^3}{4374\sqrt{3}L^2C} \quad (3.21)$$

Para hacernos una idea de lo pequeños que son los distintos rizados anteriores, especialmente el de la corriente de entrada, la tabla 3.IV muestra algunos ejemplos concretos.

T	V	ΔV	$\Delta V/V$	I_g	ΔI_g	$\Delta I_g/I_g$
20.00 μs	30.00 V	112.92 mV	0.38%	1.80 A	80.5 μA	0.005%
16.67 μs	30.00 V	78.41 mV	0.26%	1.80 A	46.6 μA	0.003%
6.15 μs	30.00 V	10.68 mV	0.04%	1.80 A	2.34 μA	0.000%

Tabla 3.IV. Rizados teóricos aproximados en el circuito triplicador cuando $V_g = 10$ V, $L = 1.2$ mH, $C = 820$ nF, $R = 50 \Omega$ y T varía como se indica en la tabla.

Naturalmente, los resultados de la tabla 3.IV son teóricos y los rizados son tan pequeños que, en la práctica, serán probablemente mucho mayores.

3.2.4. Comparación con el elevador simple con $D=2/3$.

Al igual que en el capítulo 2 en el caso del doblador, las expresiones de las funciones de transferencia y de los rizados del triplicador, obtenidas en los apartados anteriores, no son del todo significativas si no se comparan con las que se obtienen para el circuito elevador simple cuando actúa también como triplicador ($D=2/3$). Para centrar la comparación, consideraremos tan sólo el caso en que los parámetros del elevador simple con el ciclo de trabajo del 66.66% sean tales que exista igualdad de almacenamiento energético inductivo y capacitivo con el circuito triplicador. Concretamente, todos los parámetros serán iguales excepto el valor de los inductores que en el caso del elevador simple (L_S) deberá ser:

$$L_S = \frac{L}{3} \quad (3.22)$$

Como era de esperar, dada la igualdad de almacenamiento energético, las funciones de transferencia de la tabla 3.III y las correspondientes de la tabla A.I (con $D'=1/3$ y suponiendo CCM) son idénticas y las diferencias aparecen en los rizados de las variables globales.

Si indicamos con el subíndice S los rizados del elevador simple, a partir de las expresiones (3.18) a (3.21) y las de la tabla A.II, correspondientes al triplicador y al elevador simple respectivamente, se obtiene:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_S} \leq \frac{TR}{72L} \quad (3.23)$$

$$\frac{\Delta I_g}{\Delta I_{gS}} \leq \frac{1}{9\sqrt{3}} \left(\frac{2T}{3RC} \right) \left(\frac{\Delta V}{\Delta V_S} \right) = \frac{T}{972\sqrt{3}LC} \quad (3.24)$$

Además debe cumplirse que el elevador opere en CCM y por tanto que

$$\frac{\Delta I_{gS}}{I_g} = \frac{2RT}{9(3L_S)} = \frac{2RT}{9L} < 2 \Rightarrow \left. \frac{\Delta V}{\Delta V_S} \right|_{\max} < \frac{9}{72} = \frac{1}{8} \quad (3.25)$$

T	V	$(\Delta V)_{\min}$	$(\Delta V/V)_{\min}$	I_g	ΔI_g	$\Delta I_g/I_g$
20.00 μ s	30.00 V	9.76 V	32.53%	1.80 A	0.33 A	18.52%
16.67 μ s	30.00 V	8.13 V	27.10%	1.80 A	0.28 A	15.43%
6.15 μ s	30.00 V	3.00 V	10.00%	1.80 A	0.10 A	5.69%

Tabla 3.V. Rizados teóricos aproximados en el circuito elevador cuando $D = 2/3$, $V_g = 10$ V, $L = 1.2$ mH, $C = 820$ nF, $R = 50 \Omega$ y T varía como se indica en la tabla.

Los mismos datos que en el caso de la tabla 3.IV aplicados al elevador simple actuando como triplicador en CCM arrojan los resultados que se muestran en la tabla 3.V. Puede comprobarse que, para los parámetros seleccionados, los rizados de tensión en el elevador son al menos dos órdenes de magnitud mayores que en el triplicador. Por su parte, los respectivos rizados de la corriente de entrada en el triplicador son como mínimo tres órdenes de magnitud más pequeños que los correspondientes en el elevador.

3.3. Resultados: simulaciones y experimentos

A fin de comprobar la validez de las previsiones teóricas, se han realizado diversas simulaciones con los programas ACSL, Simplis y PSpice, así como algunas medidas sobre un prototipo experimental construido al efecto [64], cuya fotografía se muestra en la figura C.2. De entre todas las gráficas obtenidas, se han escogido las que se han considerado más significativas y que, por ejemplo, muestran detalles sobre la dinámica o sobre la forma de onda y la amplitud de los rizados en régimen estacionario de variables de interés del convertidor.

La validez de las funciones de transferencia de las tablas 3.II y 3.III queda de manifiesto en las gráficas de la figura 3.7. La gráfica de la izquierda es la representación de la tensión de salida cuando la entrada es un escalón de 10 V de amplitud. Para

obtener dicha gráfica se ha utilizado la función STEP del programa MATLAB [57] que permite obtener la respuesta al escalón de una determinada función de transferencia, en este caso concreto la correspondiente de la tabla 3.II. Los parámetros que se han considerado son: $V_g = 10 \text{ V}$, $L = 1.2 \text{ mH}$, $C = 820 \text{ nF}$, $R = 50 \Omega$ y $r = 100 \text{ m}\Omega$, de forma que la frecuencia natural del sistema es $\omega_0 = 18460 \text{ rad/s}$ y el factor de amortiguamiento ($\xi = 0.66$) está próximo al valor de 0.7 requerido para que los polos del sistema correspondan a una distribución de Butterworth de segundo orden.

La gráfica de la derecha muestra el resultado de la simulación en lazo cerrado del convertidor con los mismos parámetros que en la gráfica de la izquierda. En este caso se ha realizado con el programa ACSL (Advanced Continuous Simulation Language) [56]. Dado que los conmutadores se han modelado de forma completamente ideal, los resultados mostrados en ambas gráficas son prácticamente idénticos. La correspondencia casi exacta entre las respuestas teórica y simulada en el arranque del convertidor desde condiciones iniciales nulas permite afirmar que el sistema en lazo cerrado es prácticamente lineal por lo que los resultados obtenidos en el apartado 3.2.2 pueden ser extendidos incluso para gran señal.

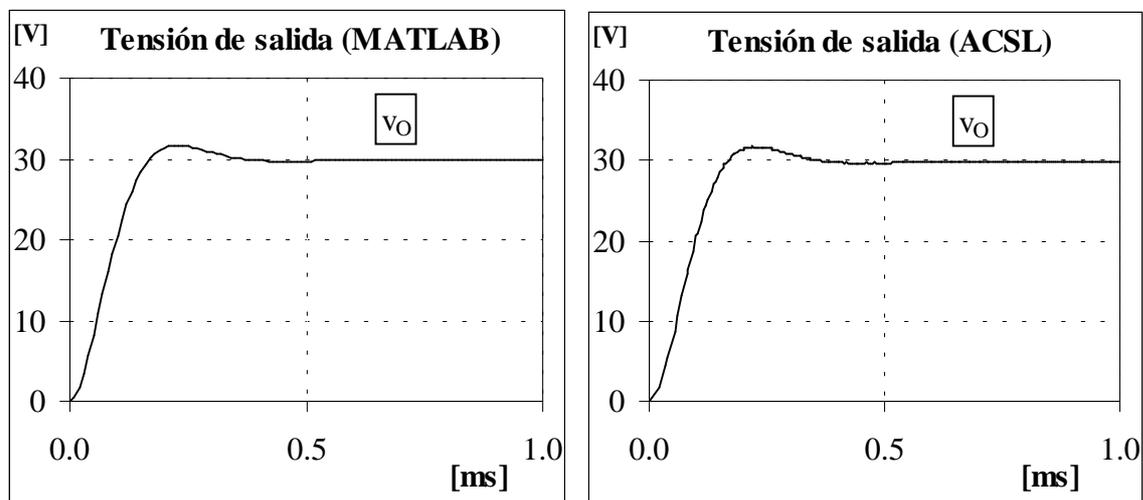


Figura 3.7. Respuesta de la tensión de salida del triplicador en el arranque al aplicar un escalón de 10 V en la tensión de entrada.

Izquierda: Respuesta teórica lineal obtenida con MATLAB.

Derecha: Respuesta en lazo cerrado simulada con ACSL.

Las gráficas de las figuras 3.8 a 3.14 corresponden a medidas experimentales realizadas en un prototipo de triplicador cuyos tres conmutadores, además del funcionamiento en interleaving, también pueden ser controlados de forma síncrona ($D=2/3$). De esta forma en un mismo circuito pueden compararse las prestaciones del triplicador y del circuito elevador con igualdad de almacenamiento energético y pérdidas. Los conmutadores están implementados de forma unidireccional con mosfet BUZ10 y diodos rápidos BYW29F. La inductancia de los inductores del prototipo, realizados con un núcleo de ferrita (ETD 34/17/11 de grado 3F3, 59 vueltas y unos 300 μm de entrehierro [58]), es aproximadamente de 1.2 mH. El condensador de salida es de 820 nF nominales con una baja resistencia equivalente serie (ESR). La resistencia nominal de carga es de 50 Ω y se ha previsto un mecanismo para conectarle en paralelo otra de idéntico valor de forma que la carga sea de 25 Ω . La tensión de entrada es ajustable y normalmente la fijaremos a unos 10 V, aunque se ha previsto un mecanismo para provocar variaciones en dicha tensión de tipo escalón entre 8 y 11.5 V. Para evitar problemas, cuando se conecte la carga de 25 Ω , ajustaremos la tensión de entrada a 7.5 V de forma que potencia entregada por la fuente de alimentación no supere los 20 W.

Como ya se ha comentado, es posible controlar las células elevadoras en lazo abierto de forma síncrona y se ha implementado un circuito de control en lazo cerrado que corresponde al esquema de la figura 3.4. Para medir las corrientes se ha insertado resistores de unos 33 m Ω en serie con cada uno de los inductores. Sendos espejos de corriente realizados con transistores PNP suministran las tensiones proporcionales a cada una de las corrientes que son utilizadas como entradas de los comparadores del circuito de control.

Las medidas experimentales han sido realizadas con un osciloscopio digital HITACHI VC-6275 controlado desde un ordenador mediante el programa LabView. Los datos en formato digital de 8 bits (256 niveles) son almacenados en archivos con formato de texto y procesados posteriormente en un programa de hoja de cálculo (Excel del entorno Microsoft Office) para obtener las distintas gráficas.

Las gráficas 3.8 y 3.9 muestran el comportamiento en régimen estacionario de las corrientes de entrada del circuito elevador ($D=2/3$) y triplicador respectivamente. En dichas gráficas se ha incluido en trazo gris las simulaciones PSpice correspondientes.

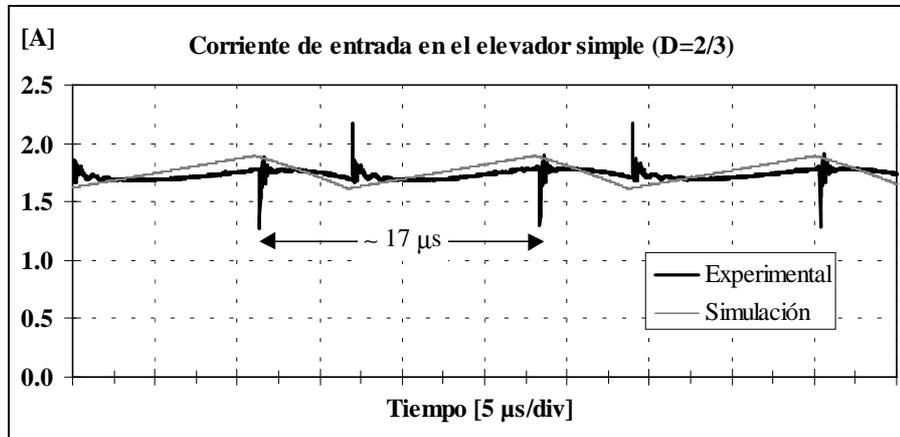


Figura 3.8. Corriente de entrada del elevador simple en régimen permanente.

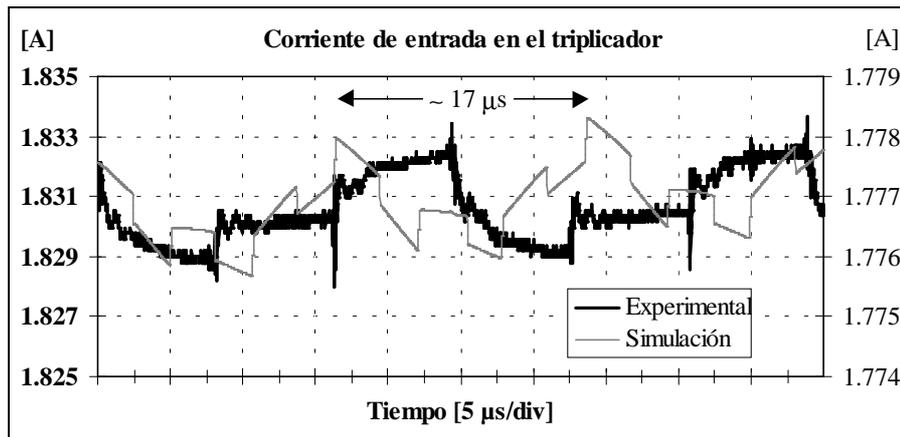


Figura 3.9. Corriente de entrada del triplicador en régimen permanente.

Se ha ajustado la histéresis de los comparadores del circuito de control a la tensión equivalente a una diferencia en corrientes de 50 mA. Con dicha histéresis, para 10 V de entrada e inductores de 1.2 mH, la frecuencia de conmutación prevista para cada célula individual es de unos 56 kHz. Como puede verse en la simulación de la Fig 3.9 (trazo gris), el periodo aproximado de conmutación es de unos 17 μs que corresponden a una frecuencia de conmutación aproximada de 58.8 kHz muy próxima a la teórica.

En cuanto a los niveles de rizado de ambas gráficas hay que destacar que se ha medido la corriente de entrada proporcionada por la fuente de alimentación, por lo cual

las gráficas muestran los efectos de la alimentación del circuito de control, en especial de los drivers de los mosfet y de la parte digital alimentada a 5 V, proporcionados mediante un regulador lineal 7805. En cualquier caso, el rizado medido en el triplicador es de unos 6 mA mientras que en el elevador se miden picos debidos a la conmutación simultánea de los conmutadores de casi 1 A. Recordemos que según las tablas 3.IV y 3.V los valores teóricos esperados para $T = 16.67 \mu\text{s}$ son de $46.6 \mu\text{A}$ para el triplicador y 0.28 A para el elevador. Este último dato concuerda con el rizado obtenido en la simulación con PSpice (trazo gris de la Fig. 3.8) donde los efectos de los circuitos de control (2 ó 3 mA) no se aprecian frente al rizado previsto.

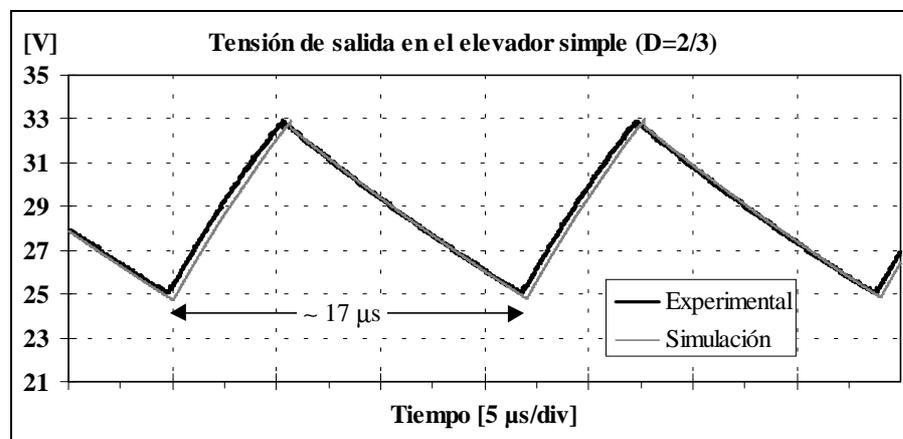


Figura 3.10. Tensión de salida del elevador simple en régimen permanente.

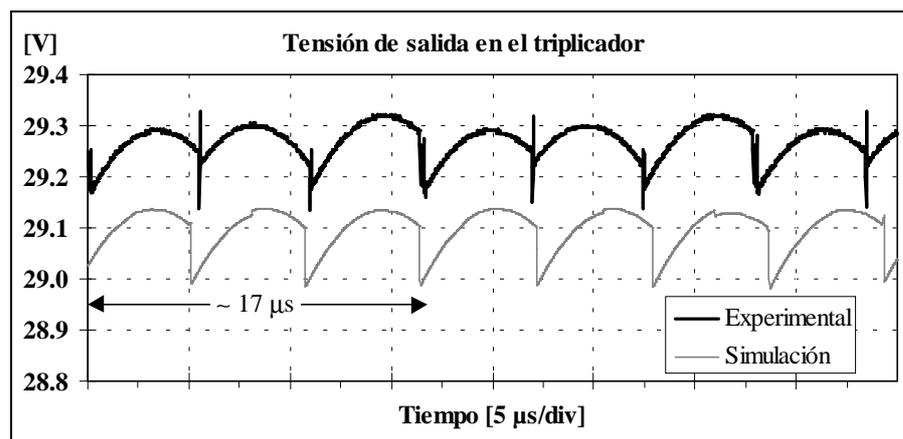


Figura 3.11. Tensión de salida del triplicador en régimen permanente.

De forma análoga a las gráficas de las corrientes, en las figuras 3.10 y 3.11 se muestran detalles de los rizados de la tensión de salida en el elevador y el triplicador

respectivamente. El nivel de rizado en el triplicador (Fig. 3.10) es de unos 8 V en torno a un valor medio aproximado de 29 V. Los valores correspondientes previstos en la tabla 3.V son 8.13 V para la amplitud del rizado y de 30 V para el valor medio. La forma de onda de la tensión de salida es cuasi triangular con la ligera distorsión que cabía esperar. En el tramo de subida la distorsión es debida a las pérdidas introducidas por los conmutadores y por el circuito de medida de corrientes. En el tramo de bajada se debe también a las pérdidas, al condensador y a la resistencia de carga. Es en esta gráfica donde mejor se aprecia que la frecuencia de conmutación es de 58.8 kHz. De hecho el control se realiza en lazo abierto mediante la correspondiente señal de control proporcionada por un generador externo.

El rizado de tensión en el triplicador también se asemeja mucho al esperado teóricamente en la Fig. 3.6, con una frecuencia efectiva de valor triple que la del elevador simple y unos tramos en forma de parábola invertida aunque con una cierta distorsión. La amplitud del rizado es de unos 150 mV y alcanza picos de 200 mV en los instantes de conmutación. El valor medio de la tensión de salida es de unos 29.27 V en la gráfica experimental y de 29.1 V en la simulación. Según la tabla 3.IV el valor medio debe ser 30 V con un rizado algo inferior a los 80 mV. El incremento de casi un 100% en el rizado es debido a la ya mencionada distorsión producida por ligeras diferencias en los tiempos de conmutación de los distintos conmutadores del circuito. En la simulación el efecto es causado sobre todo por las diferencias entre mosfets y diodos ya que el resto del circuito es totalmente simétrico. En la gráfica experimental, los distintos tiempos de propagación de las señales de control y las diferencias en los conmutadores de las distintas células permiten distinguir tres comportamientos diferentes, uno para cada estado de los conmutadores del circuito.

La figura 3.12 muestra la medida experimental de las corrientes en régimen permanente de los tres inductores del triplicador. Dejando de lado el ruido producido por el muestreo, la formas de ondas de las corrientes se ajustan a las previsiones teóricas de la figura 3.6. La forma de onda es triangular con una amplitud del rizado de 0.1 A aproximadamente (el doble de la histéresis) en torno a un valor medio de unos 0.6 A.

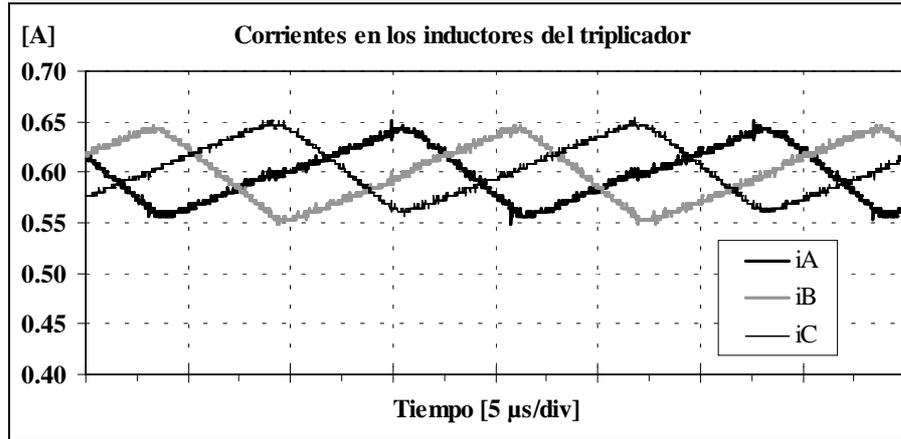


Figura 3.12. Corrientes en los inductores del triplicador en régimen permanente.

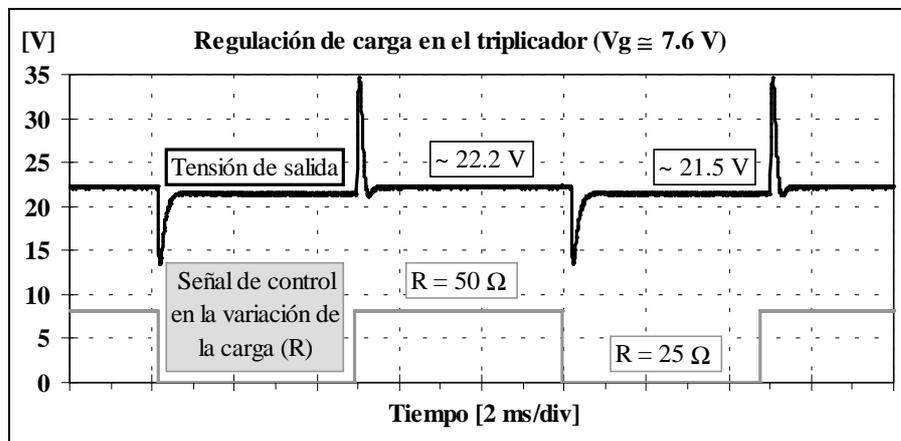


Figura 3.13. Tensión de salida del triplicador ante variaciones periódicas (200 Hz) de la resistencia de carga entre 50 Ω y 25 Ω . ($V_g \cong 7.6$ V).

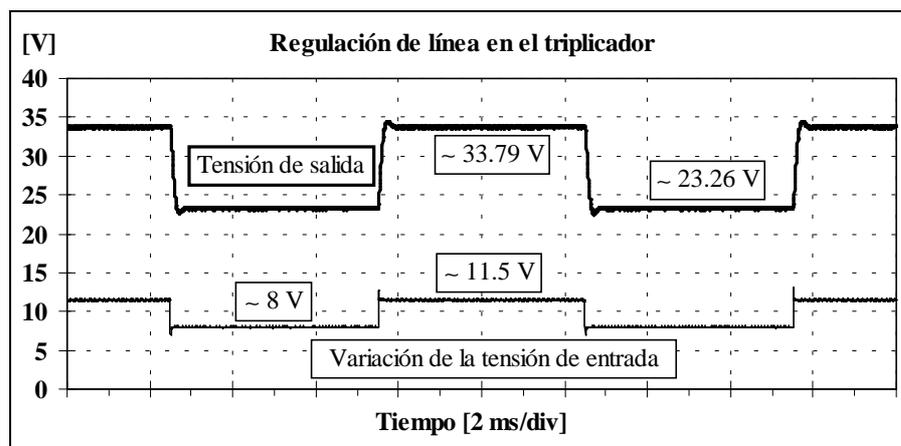


Figura 3.14. Tensión de salida del triplicador ante variaciones periódicas (200 Hz) de la tensión de entrada entre 11.5 V y 8 V.

Los comportamientos de la tensión del triplicador frente a variaciones en la resistencia de carga o en la tensión de entrada se muestran respectivamente en las figuras 3.13 y 3.14. En la primera de dichas figuras, un interruptor controlado por una señal pulsante de 200 Hz (gráfica inferior en gris) conecta en paralelo al resistor de carga un segundo resistor del mismo valor nominal. De esta forma se provocan variaciones periódicas de la resistencia de carga entre 50 Ω y 25 Ω . Para evitar que los picos transitorios de tensión que se producen dañen los componentes del circuito y también para que la potencia de entrada no supere la que puede suministrar la fuente de alimentación se ha ajustado la tensión de entrada a unos 7.6 V. Como era de esperar, la amplitud y forma de los transitorios de tensión corresponde a un sistema sobreamortiguado cuando la resistencia pasa a ser 25 Ω mientras que es subamortiguado con 50 Ω . Dado que la ecuación característica de las funciones de transferencia de la tabla 3.III presenta el factor de amortiguamiento que se muestra en (3.26), los valores teóricos de dicho factor (3.27) están de acuerdo con la respuesta experimental que se obtiene.

$$\xi = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{3L}{C}} \quad (3.26)$$

$$\xi_{50\Omega} = 0.663 \quad \xi_{25\Omega} = 1.325 \quad (3.27)$$

En la figura 3.14 se muestra la tensión de salida obtenida tras realizar un experimento similar al de la variación de la carga. En este caso se trata de variaciones bruscas, también periódicas, de la tensión de entrada. Los dos niveles que toma la tensión de entrada son de 8 V y 11.5 V. Al igual que en el experimento sobre la regulación de carga, la frecuencia de las variaciones es 200 Hz, lo suficientemente lenta como para que el sistema alcance el régimen estacionario entre dos cambios en la entrada.

En este caso, la duración y forma de los transitorios también se corresponde aproximadamente con el factor de amortiguamiento teórico $\xi_{50\Omega} = 0.663$ del sistema. En la práctica, las pérdidas del sistema hacen que el amortiguamiento real sea algo mayor que el teórico. También debido a las pérdidas, los valores en estado estacionario de la tensión de salida son unos 0.7 V inferiores a los teóricos para los dos niveles de la tensión de entrada.

3.4. Conclusiones.

En este capítulo se ha presentado una estructura elevadora basada en la conexión en “interleaving” de tres células canónicas elevadoras. En lazo abierto, la nueva estructura presenta dos puntos de trabajo óptimo en cuanto a rizados en estado estacionario de las variables globales: tensión de salida y corriente de entrada. Los ciclos de trabajo correspondientes a dichos puntos óptimos son $D = 1/3$ y $D = 2/3$. El estudio del circuito se centra en el caso ideal en que la tensión de salida es el triple de la tensión de entrada (funcionamiento como triplicador) lo que sucede el segundo punto de trabajo óptimo con $D=2/3$.

La generalización de la estrategia de control en modo de corriente utilizada en el doblador, que fuerza la igualdad de las corrientes en los inductores del circuito, es otra de las aportaciones del capítulo. La representación mediante un diagrama de estados secuencial cíclico de las tres configuraciones de los conmutadores del circuito permitidas en el funcionamiento como triplicador en “interleaving” facilita el diseño de un circuito de control. El circuito de control tiene una parte analógica y otra digital. En la parte analógica se miden y se comparan entre sí las corrientes de los inductores. La parte digital implementa el diagrama de estados que proporciona como salidas las señales de control de los conmutadores del circuito que se aplican a los “driver” de dichos conmutadores. También se determina cuando deben producirse las transiciones entre estados a partir de las comparaciones realizadas en la etapa analógica.

La comparación de las prestaciones del circuito triplicador con su realización equivalente mediante un circuito elevador simple pone de manifiesto que, en igualdad de condiciones en cuanto a almacenamiento de energía y pérdidas, ambos circuitos presentan una dinámica de segundo orden idéntica mientras que los rizados de las variables globales son mucho más pequeños en el circuito triplicador. Esta comparación se ha realizado de forma analítica, por medio de simulaciones por ordenador, y de forma experimental a partir de la construcción de un prototipo al efecto.

Entre los distintos ensayos realizados con el prototipo cabe destacar los encaminados a evaluar el comportamiento del circuito frente a variaciones en la resistencia de carga y en la tensión de entrada.

4. Circuitos multiplicadores.

4.1. Introducción.

Siguiendo con el planteamiento presentado en los casos del doblador y del triplicador, en este capítulo se plantea la conexión de N células elevadoras en paralelo, a las cuales se aplica una estrategia de control en modo de corriente que fuerza la igualdad de los valores medios de las corrientes de sus inductores. Esta ley de control combinada con la activación de los interruptores en “interleaving” hace que, en régimen estacionario, el conjunto opere en uno de los $N-1$ puntos de trabajo óptimos en los que el rizado de las variables globales es mínimo [1]. Además de un bajo rizado en la corriente de entrada y en la tensión de salida, la dinámica de valores medios del sistema resultante es de segundo orden y, si se escoge entre los $N-1$ puntos de trabajo deseables aquel en que el ciclo de trabajo estacionario es $D=(N-1)/N$, el valor medio de la tensión de salida considerando pérdidas nulas es N veces el valor de la tensión de entrada, lo que nos hace llamar circuitos multiplicadores a tales sistemas.

Como en el caso del doblador y del triplicador, se considera que todas las células canónicas operan en modo de conducción continuo (CCM) y que, si la tensión de entrada es común y se fuerza la igualdad de las corrientes de los inductores, se produce un reparto equitativo de la potencia de entrada entre las N células.

4.2. Estrategia general de realimentación.

En líneas generales, la descripción del circuito multiplicador propuesto se ha dado en la introducción. El esquema de bloques del multiplicador de la figura 4.1 proporciona una ayuda visual a la comprensión del sistema propuesto que se complementa con el diagrama de N estados del sistema de control de la figura 4.2.

Si N es reducido, puede hacerse una implementación sencilla del diagrama de estados del control utilizando un registro de desplazamiento de N bits tal y como se propone en el caso del triplicador.

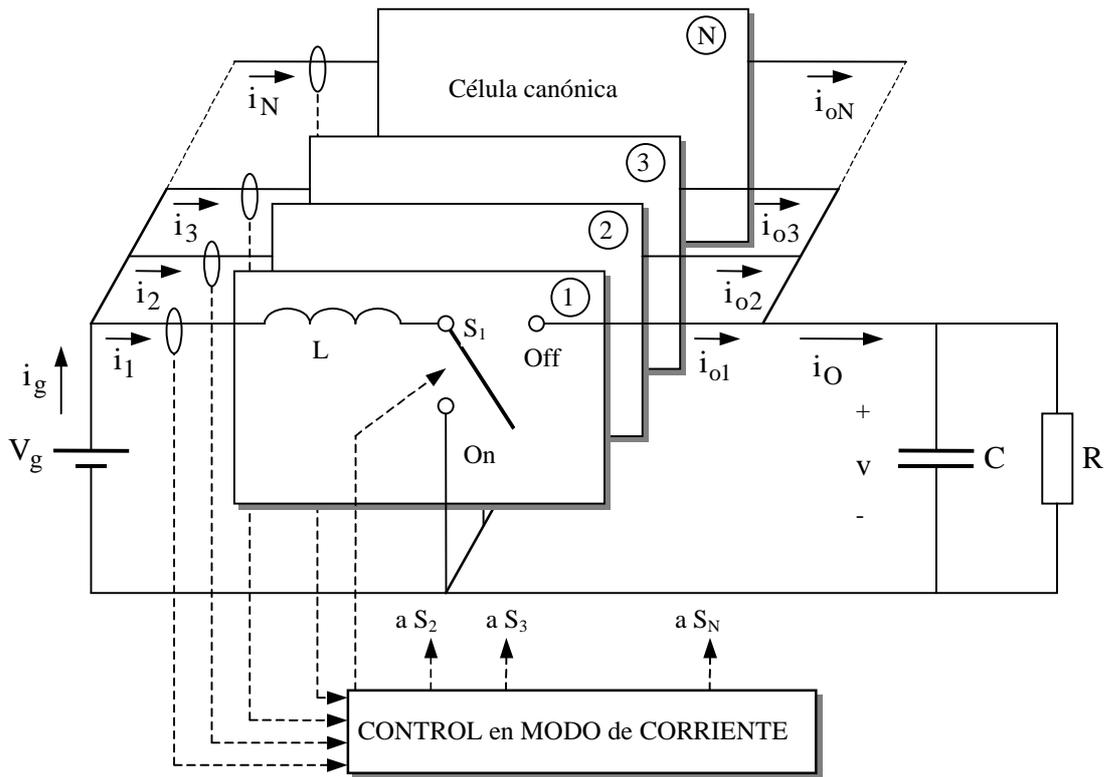


Figura 4.1. Esquema de bloques del circuito multiplicador.

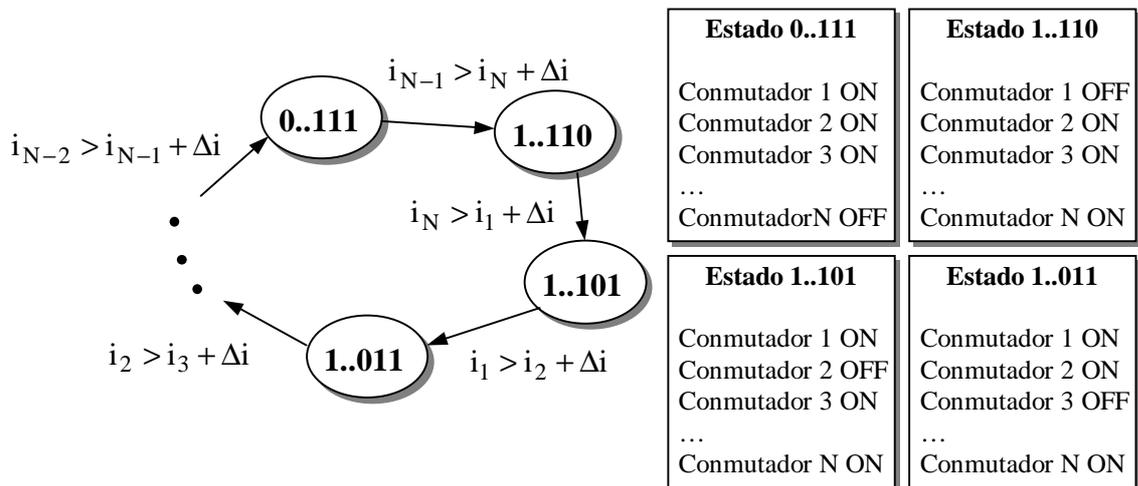


Figura 4.2. Diagrama de estados del circuito multiplicador de la figura 4.1.

4.2.1. Funciones de transferencia en lazo cerrado.

Al igual que en los casos del doblador y el triplicador, la igualdad de los valores medios de las corrientes en los inductores del circuito impuesta por el control, permite modelar el comportamiento dinámico del circuito en lazo cerrado a partir del circuito promediado equivalente de la figura 4.3.

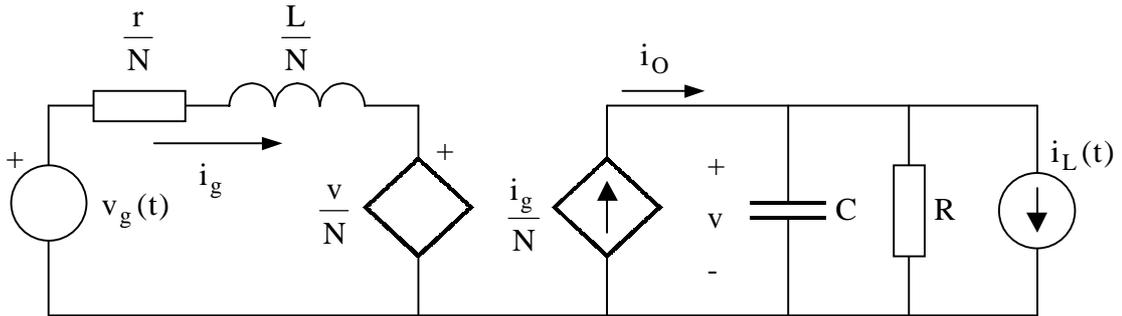


Figura 4.3. Circuito promediado equivalente del multiplicador.

Las ecuaciones de estado del sistema que corresponden al circuito promediado de la figura 4.3 se muestran en forma matricial en la expresión (4.1).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{di_g}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{NC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_g \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{N}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Los valores medios en estado estacionario de la corriente de entrada y de la tensión de salida, con y sin pérdidas, quedan como:

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V \end{bmatrix} = \frac{NV_g}{Nr + R} \begin{bmatrix} N \\ R \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V \end{bmatrix} = \frac{NV_g}{R} \begin{bmatrix} N \\ R \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A partir de (4.3) se verifica que las potencias medias de entrada y salida son iguales.

$$P_{in} = V_g \frac{N^2 V_g}{R} = \frac{(NV_g)^2}{R} = P_{out} \quad (4.4)$$

	Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{N}{L} \cdot \frac{s + \frac{1}{RC}}{\Delta}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{\Delta}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{\Delta}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-1}{C} \cdot \frac{\left(s + \frac{r}{L}\right)}{\Delta}$
$\Delta = \left(s + \frac{r}{L}\right) \left(s + \frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{NLC} = s^2 + \left(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L}\right)s + \frac{Nr + R}{NLC}$		

Tabla 4.I. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del multiplicador.

	Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{N}{L} \cdot \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{NLC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{NLC}}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{NLC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-\frac{s}{C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{NLC}}$

Tabla 4.II. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del multiplicador con pérdidas nulas.

El factor de amortiguamiento de las ecuaciones características de la tabla 4.II queda:

$$\xi = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{NL}{C}} \quad (4.5)$$

4.2.2. Rizados y comparación con el circuito elevador simple.

Una vez determinado el comportamiento dinámico de las variables del convertidor, el siguiente paso del proceso de generalización, que da lugar al circuito multiplicador y comienza con el estudio del doblador y posteriormente con el del triplicador, requiere la comparación de los rizados de las variables en régimen estacionario de un multiplicador genérico con los del convertidor elevador simple equivalente.

Como se ha visto en el estudio del doblador, la mejora que supone el funcionamiento en “interleaving” con respecto al funcionamiento del convertidor elevador simple (con igual ciclo de trabajo en régimen estacionario) puede utilizarse para reducir rizados en las variables globales, modificar la dinámica del convertidor o ambas cosas a la vez. Una forma efectiva de comparar ambos circuitos, utilizada también en el caso del triplicador, consiste en dimensionar los parámetros de ambos circuitos de forma que sus dinámicas de valores medios sean idénticas. Para ello se requiere que haya igualdad en el almacenamiento de energía en los inductores y condensadores del circuito.

Del proceso de comparación, a partir de los prototipos experimentales o de las simulaciones, se deriva un método que permite conseguir que incluso las pérdidas sean casi idénticas en ambos circuitos. La planta experimental debe ser en ambos casos la misma, la que constituyen las N células canónicas básicas en paralelo, y su funcionamiento como elevador simple o como multiplicador vendrá determinado por el control de los conmutadores del circuito. Si los conmutadores son controlados en “interleaving” con el lazo cerrado de corriente propuesto, se trata del funcionamiento como multiplicador y si los conmutadores son controlados en lazo abierto con una misma y única señal de control (modo síncrono), el circuito equivale a un elevador simple, aunque construido a partir de N convertidores en paralelo. Los parámetros del elevador simple equivalente se obtienen considerando las asociaciones en paralelo de los elementos de las N células canónicas, por lo que los inductores serán N veces más pequeños y los condensadores N veces mayores.

Un proceso análogo al seguido en el elevador para determinar la tabla A.II y las expresiones correspondientes en los casos particulares del doblador y triplicador, nos

permite determinar los rizados en el caso general del multiplicador que se muestran en la tabla siguiente.

	ΔI_g	$\Delta I/I_g$	ΔV	$\Delta V/V$
N	$\frac{V_g(N-1)}{36\sqrt{3}L^2C} \cdot \left(\frac{T}{N}\right)^3$	$\frac{R(N-1)}{36\sqrt{3}L^2C} \cdot \frac{T^3}{N^5}$	$\frac{V_g(N-1)}{8LC} \cdot \left(\frac{T}{N}\right)^2$	$\frac{(N-1)}{8LC} \cdot \frac{T^2}{N^3}$
2	$\frac{V_g T^3}{288\sqrt{3}L^2C}$	$\frac{R T^3}{1152\sqrt{3}L^2C}$	$\frac{V_g T^2}{32LC}$	$\frac{T^2}{64LC}$
3	$\frac{V_g T^3}{486\sqrt{3}L^2C}$	$\frac{R T^3}{4374\sqrt{3}L^2C}$	$\frac{V_g T^2}{36LC}$	$\frac{T^2}{108LC}$
8	$\frac{7V_g T^3}{18432\sqrt{3}L^2C}$	$\frac{7R T^3}{1179648\sqrt{3}L^2C}$	$\frac{7V_g T^2}{512LC}$	$\frac{7T^2}{4096LC}$

Tabla 4.III. Amplitud de los rizados en el circuito multiplicador.

En la tabla anterior, además del caso general, se muestran algunos casos particulares de las expresiones de los rizados que corresponden al doblador, al triplicador y a un circuito octuplicador. Es importante comentar que el periodo de conmutación depende de la histéresis en la comparación de corrientes Δi (Fig. 4.2), de la forma que se indica en (4.6).

$$T = \frac{NL\Delta i}{V_g} \quad (4.6)$$

De forma general, asumiendo CCM, la comparación de rizados entre un multiplicador y un elevador simple con $D=(N-1)/N$ permite obtener las expresiones siguientes:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_s} \leq \frac{TR}{8LN^2} \quad (4.7)$$

$$\frac{\Delta I_g}{\Delta I_{gS}} \leq \frac{T^2}{36\sqrt{3}LCN^3} \quad (4.8)$$

donde el subíndice S se refiere a rizados en el elevador simple.

Además debe cumplirse que el elevador opere en CCM y por tanto que

$$\frac{\Delta I_{gS}}{I_g} = \frac{(N-1)RT}{N^2(NL_S)} = \frac{(N-1)RT}{N^2L} < 2 \quad (4.9)$$

$$\frac{RT}{N^2L} < \frac{2}{(N-1)} \quad (4.10)$$

Y por tanto, en el peor de los casos se cumple que

$$\left. \frac{\Delta V}{\Delta V_S} \right|_{\max} \leq \frac{1}{4(N-1)} \quad (4.11)$$

En cualquier caso, como mejor se aprecia la disminución de rizados es con un ejemplo. La tabla 4.IV muestra los rizados de régimen estacionario de un elevador simple en CCM con ($D=7/8$) y del correspondiente circuito octuplicador cuyos parámetros se han escogido de forma que el polinomio característico de la dinámica de ambos sistemas tenga los polos según una distribución de Butterworth ($\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$).

Octuplicador	V	ΔV	$\Delta V/V$	I_g	ΔI_g	$\Delta I_g/I_g$
L = 2 mH	80.00 V	34.18 mV	0.04%	6.40 A	5.48 μ A	0.00%
Elevador	V	$(\Delta V)_{\min}$	$(\Delta V/V)_{\min}$	I_g	ΔI_g	$\Delta I_g/I_g$
$L_S = 250 \mu$ H	80.00 V	17.50 V	21.86%	6.40 A	0.70 A	10.94%

Tabla 4.IV. Ejemplo de la amplitud de los rizados en un circuito octuplicador y en el elevador equivalente ($D = 7/8$, CCM). $V_g = 10$ V, $R = 100 \Omega$, $C = 800$ nF, $T = 20 \mu$ s (histéresis del octuplicador $\Delta i = 12.5$ mA).

4.3. Consideraciones sobre el número de convertidores.

Resulta evidente que el número mínimo de convertidores que requiere el sistema propuesto es 2. Sin embargo, no es tan evidente cuál es el número óptimo de células canónicas para un conjunto de especificaciones determinado. Algunos de los factores limitadores vienen impuestos por la utilización del control en modo de corriente. En concreto es necesario que cada convertidor incorpore un sensor de corriente, lo que incrementa el coste e introduce pérdidas y complejidad en el sistema. En este contexto, resulta difícil evaluar el máximo valor de N que hace que el sistema sea poco práctico.

La limitación más evidente viene dada por el hecho de que el ciclo de trabajo D es fijo y depende de N . Aunque los rizados de la corriente de entrada y la tensión de salida pueden ser muy pequeños, con el control propuesto no es posible regular los valores medios de dichas variables y, si dicha regulación es necesaria, deberá proporcionarse por otros medios, como otros reguladores en cascada por ejemplo. En cualquier caso, suponiendo que no se necesite una regulación precisa, un primer criterio para escoger N tendrá en cuenta las especificaciones de tensión de salida o de corriente de entrada. Dado que $D=(N-1)/N$, el incremento de N puede llevar el ciclo de trabajo cerca del límite superior teórico del 100%. En la práctica, un límite del 90% implica que el número máximo de convertidores es 10.

Sin embargo, las restricciones impuestas por los límites prácticos del ciclo de trabajo desaparecen si consideramos la posibilidad de que el convertidor en “interleaving” pueda operar con otros de los $N-1$ posibles ciclos de trabajo óptimos en cuanto a rizados y contenido en armónicos. El sistema puede operar como un convertidor digital-analógico, cuya tensión de salida es escogida entre un conjunto de $N-1$ valores posibles. Cada ciclo de trabajo óptimo está asociado a un conjunto de estados (y a su correspondiente representación digital) entre los que evolucionará cíclicamente el sistema. Asumiendo la misma codificación de estados que corresponde a las señales de control de los conmutadores del circuito, la implementación parcial del diagrama de estados puede hacerse mediante un registro de desplazamiento serie, de forma análoga a la presentada en la figura 3.4. Como ejemplo para $N=8$, la tabla 4.V muestra los códigos iniciales de dicho registro para conseguir cada uno de los 7 ciclos de trabajo óptimos.

También se muestran los valores teóricos asociados de la tensión de salida así como se recuerda que determinados ciclos de trabajo superan ciertos límites experimentales. En nuestro caso se han considerado los límites mínimo y máximo del 10% y del 90% respectivamente, que no dejan fuera ninguno de los 7 ciclos de trabajo óptimos. Tan solo se descartan los ciclos del 0% y del 100% en los que no hay conmutaciones.

Ciclo de trabajo	Código inicial	Tensión de salida
D = 0	00000000	No permitido, $D < 0.1$
D = 1/8	00000001	$V_o = 8 V_g / 7$
D = 2/8	00000011	$V_o = 8 V_g / 6$
D = 3/8	00000111	$V_o = 8 V_g / 5$
D = 4/8	00001111	$V_o = 8 V_g / 4$
D = 5/8	00011111	$V_o = 8 V_g / 3$
D = 6/8	00111111	$V_o = 8 V_g / 2$
D = 7/8	01111111	$V_o = 8 V_g / 1$
D = 8/8	11111111	No permitido, $D > 0.9$

Tabla 4.V. Ejemplo de los posibles ciclos de trabajo que pueden conseguirse en un sistema con 8 células canónicas cambiando el código inicial del registro de desplazamiento del circuito de control.

Para uno cualquiera de los ciclos de trabajo, el sistema evoluciona según el correspondiente diagrama de N estados que aseguran el funcionamiento en “interleaving”. También a modo de ejemplo, para que con $N=8$ el sistema actúe como doblador de tensión con $D=50\%$, el diagrama de estados debe ser el representado en la figura 4.4. En dicho diagrama puede verse que la condición para salir de un estado se determina mediante la comparación de las corrientes de los dos convertidores que han cambiado de pendiente en dicho estado. Ésta sería también la formulación general de la condición de transición entre estados en cualquier otro caso, incluyendo el del multiplicador.

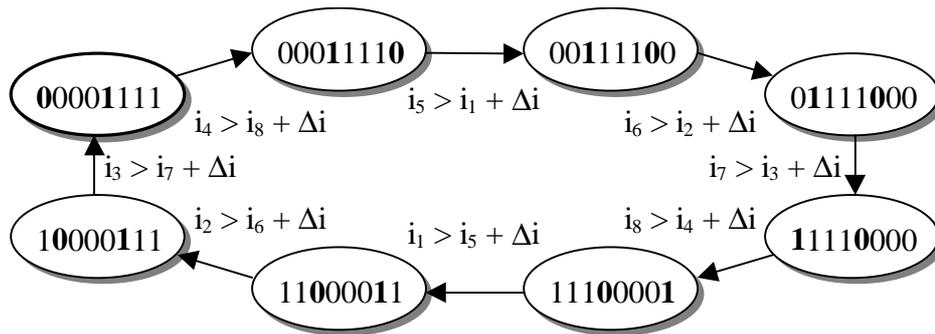


Figura 4.4. Diagrama de estados del circuito con $N=8$ para que $D=50\%$.

La posibilidad de operar en cualquiera de los puntos de trabajo óptimos abre la opción de añadir al sistema de control un lazo externo de tensión, lo que permitiría regular la tensión de salida en incrementos discretos aunque de amplitud no uniforme. En dicho caso, un número elevado de convertidores permitiría reducir la amplitud de los saltos de tensión. La implementación de la parte digital del control podría hacerse por medio de una FPGA, un microcontrolador o incluso un DSP, lo cual permitiría también añadir al sistema nuevas prestaciones, tales como la tolerancia a fallos o la gestión en tiempo real del número de convertidores que reajuste la dinámica del sistema ante una variación en la carga y/o evite entrar en DCM si la resistencia de carga es elevada.

La entrada en DCM al aumentar el número de convertidores en paralelo, especialmente con ciclos de trabajo pequeños, es uno de los posibles problemas de esta opción general, aunque no es el único. Como se desprende de (4.6), el aumento en el número de convertidores, manteniendo un periodo de conmutación mínimo, puede requerir una histéresis muy pequeña en la comparación de corrientes. Esta comparación es otro de los aspectos problemáticos a tener en cuenta en el aumento del número de convertidores. Sin embargo, si la dispersión en los parámetros de las células canónicas es baja, podría sustituirse el sistema basado en la comparación entre las corrientes por otro en lazo abierto en que la transición entre estados sea puramente secuencial y ello sin que se degraden en exceso las prestaciones en los rizados y la dinámica del sistema.

Es posible que en un futuro próximo, a medida que avancen las técnicas de fabricación de elementos magnéticos, la integración de un gran número de convertidores de pequeño tamaño, combinada con las propuestas de control anteriores, constituya una auténtica alternativa en el diseño de convertidores conmutados.

4.4. Resultados.

Dado que en este capítulo se plantea una generalización de lo expuesto en capítulos anteriores, los resultados presentados hasta el momento constituyen una buena muestra de las prestaciones de los sistemas propuestos. Como ejemplo adicional, las simulaciones SIMPLIS que se presentan en las gráficas de las figuras 4.5 a 4.7 pretenden corroborar los resultados teóricos de la tabla 4.IV. Los parámetros utilizados en la simulación son, por tanto: $N=8$, $V_g = 10$ V, $R = 100$ Ω , $C = 800$ nF y $T = 20$ μ s (histéresis $\Delta i = 12.5$ mA).

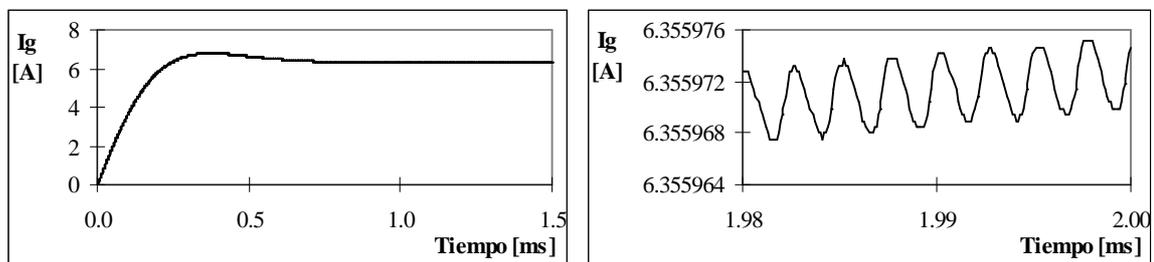


Figura 4.5. Corriente de entrada en el octuplicador. Arranque y rizado.

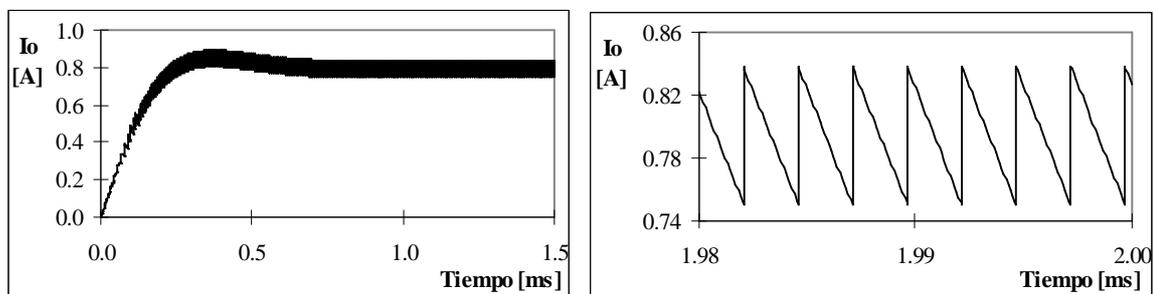


Figura 4.6. Corriente hacia el filtro de salida ($N=8$). Arranque y rizado.

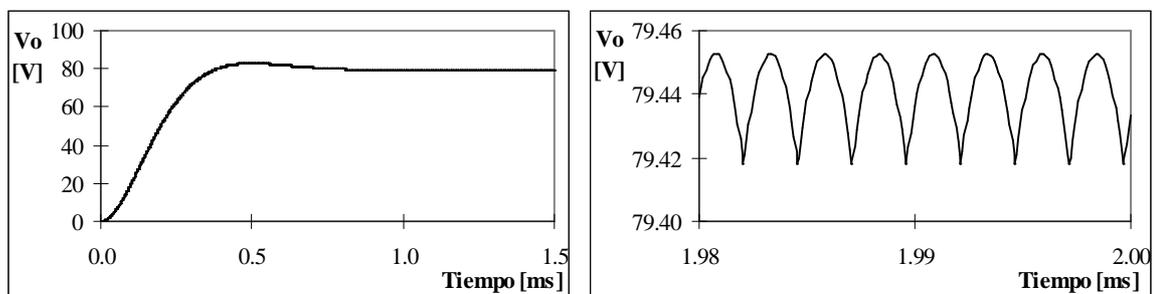


Figura 4.7. Tensión de salida en el octuplicador. Arranque y rizado.

Las gráficas de las figuras anteriores muestran dos de los aspectos principales de los multiplicadores, en este caso de un octuplicador. En las gráficas de la izquierda, el arranque desde condiciones iniciales nulas de la corriente de entrada, la corriente hacia el filtro de salida y la tensión de salida, coinciden con la dinámica de Butterworth de segundo orden esperada. A la derecha se proporciona un detalle de los distintos rizados en régimen estacionario. De las gráficas hay que destacar los valores medios de la corriente de entrada y de la tensión de salida, 6.36 A y 79.44 V respectivamente, así como los niveles de rizados: alrededor de 6 μ A en la corriente de entrada (sin el circuito de control), aproximadamente 30 mV en la tensión de salida y en torno a 0.1 A ($8 \cdot 12.5$ mA) de la corriente hacia el filtro de salida.

4.5. Conclusiones

En este capítulo se ha estudiado la generalización de la aplicación conjunta del concepto de “interleaving” y del control en modo de corriente que se había propuesto en los circuitos doblador y triplicador. El estudio del caso general propuesto vuelve a confirmar la importante reducción en los niveles de rizados de las variables globales respecto a las correspondientes del circuito elevador simple equivalente cuando ambos presentan la misma respuesta dinámica.

La discusión sobre los límites máximos del número de células elevadoras que pueden ser conectadas en paralelo sugiere algunas modificaciones en la forma de controlar el sistema para regular la tensión de salida en saltos discretos no uniformes. Se propone también un procedimiento general para determinar las transiciones entre los distintos estados del sistema cuando la representación binaria de los mismos coincide con el estado de las señales de control de los conmutadores. En este caso, la implementación del diagrama de estados del control consiste fundamentalmente en un registro de desplazamiento de N bits.

La miniaturización e integración de un gran número de convertidores controlados dinámicamente en forma digital, con o incluso sin control en modo de corriente, se sugiere como una forma muy probable de evolución del sistema.

5. El circuito doblador modificado.

5.1. *Introducción.*

Cuando en el capítulo 2 se aborda el estudio del circuito doblador, se hace hincapié en que se intentan presentar los conceptos fundamentales a tratar a lo largo de toda la tesis. En aras de la simplicidad se toman decisiones que facilitan el estudio del circuito como, por ejemplo: la consideración de elementos circuitales ideales, la bidireccionalidad de los interruptores, la simetría de valores en algunos componentes, una ley de control simple, etc. A continuación, se presentan algunas de las alternativas que se dejaron a un lado de la principal línea argumental de la tesis. En algunos casos, dichas alternativas pueden ser de interés en futuros estudios. En otros casos, el estudio que se realiza sobre la alternativa justifica la decisión de no incluirla en los capítulos principales. Las modificaciones más interesantes se han recogido en los apartados siguientes.

5.2. *Inductores diferentes, acoplo magnético.*

Una de las consideraciones iniciales que simplifican el análisis teórico del comportamiento del circuito es la necesidad de que las células canónicas elevadoras sean idénticas. La dificultad de conseguir dos elementos idénticos depende del elemento en cuestión. Los interruptores del circuito de la figura 2.5 que se han supuesto idénticos e ideales, no lo serán en la práctica, como tampoco lo serán las resistencias que modelan las pérdidas en inductores e interruptores, r_A y r_B . Los resistores en serie con los inductores que requieren algunos métodos de medida de las corrientes de los mismos introducen pérdidas adicionales que también pueden modelarse con los resistores r_A y r_B . La dispersión esperada en los valores de dichas resistencias afecta poco al funcionamiento del circuito ya que es relativamente sencillo conseguir que los valores de r_A y r_B sean similares. Esto puede lograrse, por ejemplo, con la construcción de los resistores de medida mediante la conexión en paralelo de resistores del mismo valor nominal e igual tolerancia. Los efectos de la disparidad de valores restante pueden minimizarse con calibración adicional de los sensores.

En cualquier caso, los inductores son los elementos más problemáticos desde el punto de vista de realizar dos idénticos. Construidos a partir de núcleos de materiales ferromagnéticos (ferritas), la determinación de sus diversos parámetros (elección del material de núcleo, tamaño, forma, grosor del entrehierro, tipo de conductor que se va a utilizar en el bobinado, etc.) viene dada por un compromiso múltiple entre factores tales como: el tamaño y el peso, la frecuencia de conmutación, las pérdidas en el núcleo y en el devanado, la saturación del material magnético, los valores y formas de onda de la tensión y corriente que se aplicarán, el coste de los materiales, la facilidad de montaje, etc. Esta variedad de factores hace que sea complejo conseguir dos inductores idénticos. Una vez escogido un núcleo, el ajuste de la inductancia depende principalmente del número de espiras del devanado y de la longitud del entrehierro. La experiencia en la construcción de los prototipos experimentales ha puesto de manifiesto la dificultad del ajuste, por lo que se ha creído conveniente estudiar teóricamente la posibilidad de que los inductores sean diferentes. Para ello se ha considerado el circuito de la figura 5.1 que es más general que el de la figura 2.5 utilizado en los análisis del capítulo 2.

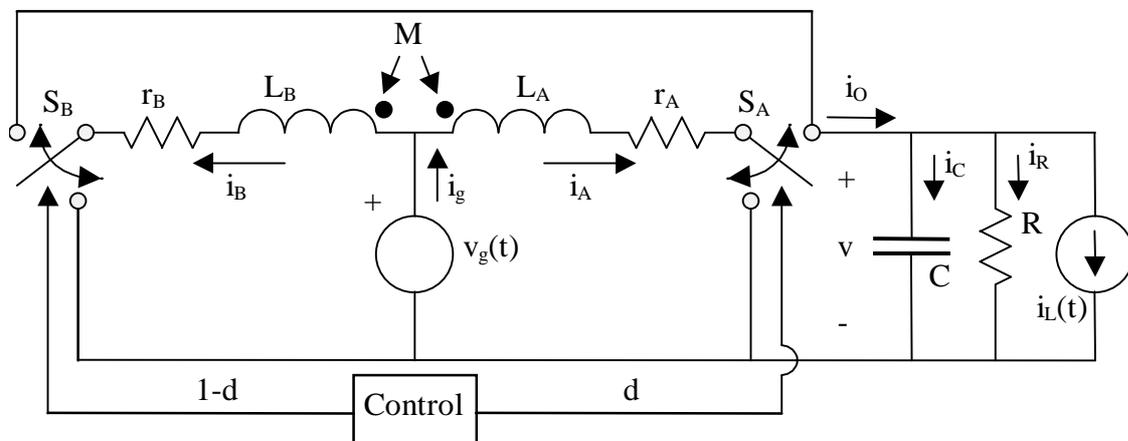


Figura 5.1. Convertidor IDB con acoplo magnético.

Como novedad adicional, en el nuevo circuito se prevé la existencia de acoplo magnético entre los inductores. Es una posibilidad que no hay que desdeñar y que también se explora en [36], [41]. La motivación principal en nuestro caso es la posibilidad de utilizar un único núcleo magnético para construir los dos inductores. Aunque se complicará la construcción y ajuste de los mismos, el ahorro en la cantidad de núcleos magnéticos puede ser interesante en algunas circunstancias.

En algunas expresiones, en lugar del acoplamiento magnético M se utiliza el coeficiente de acoplamiento k que se define como se muestra en (5.1). Para evitar problemas de incompatibilidad se ha descartado la existencia de acoplo magnético perfecto.

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_A L_B}} \quad (-1 < k < 1) \quad (5.1)$$

5.2.1. Consideraciones en lazo abierto.

Siguiendo un desarrollo paralelo al del apartado 2.3.1.1, con los mismos vectores de estado y de entradas, las matrices de las ecuaciones de estado en cada intervalo de conmutación quedan como se muestra en (5.2) y (5.3).

- Intervalo ON $(0 \leq t \leq t_{ON})$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-r_A L_B}{L_A L_B - M^2} & \frac{r_B M}{L_A L_B - M^2} & \frac{M}{L_A L_B - M^2} \\ \frac{r_A M}{L_A L_B - M^2} & \frac{-r_B L_A}{L_A L_B - M^2} & \frac{-L_A}{L_A L_B - M^2} \\ 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{L_B - M}{L_A L_B - M^2} & 0 \\ \frac{L_A - M}{L_A L_B - M^2} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

- Intervalo OFF $(t_{ON} \leq t \leq T)$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{-r_A L_B}{L_A L_B - M^2} & \frac{r_B M}{L_A L_B - M^2} & \frac{-L_B}{L_A L_B - M^2} \\ \frac{r_A M}{L_A L_B - M^2} & \frac{-r_B L_A}{L_A L_B - M^2} & \frac{M}{L_A L_B - M^2} \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{L_B - M}{L_A L_B - M^2} & 0 \\ \frac{L_A - M}{L_A L_B - M^2} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Al igual que en el apartado 2.3.1.2 las variables de estado en régimen estacionario no dependen del valor de los elementos reactivos (inductores y condensadores). Si bien los cálculos de la expresión (2.12) son algo más complejos, se obtienen resultados idénticos.

Es en el análisis en pequeña señal donde la influencia de la desigualdad de los inductores y el acoplo magnético entre ellos se pone de manifiesto. Las expresiones generales son muy complejas, por lo que nos centraremos en algunos casos particulares que nos ayudarán a poner de manifiesto las conclusiones principales.

Si suponemos que $D=D'=0.5$ y posteriormente que $r_A=r_B=0$, las diversas funciones de transferencia quedan como se muestra en las tablas 5.I y 5.II donde se han considerado las igualdades de las expresiones (5.4), (5.5) y (5.6).

$$L_{Ae} = \frac{L_A L_B - M^2}{L_B - M} \quad L_{Be} = \frac{L_A L_B - M^2}{L_A - M} \quad (5.4)$$

$$\frac{2}{L_e} = \frac{1}{L_{Ae}} + \frac{1}{L_{Be}} \quad L_e = 2 \frac{L_A L_B - M^2}{L_A - M + L_B - M} \quad (5.5)$$

$$\frac{1}{(\Delta L)_e} = \frac{1}{L_{Be}} - \frac{1}{L_{Ae}} = \frac{L_A - L_B}{L_A L_B - M^2} \quad (5.6)$$

	Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{2}{L_e} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right)}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{1}{L_e C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C}}$
Ciclo de trabajo $\hat{D}(s)$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-\frac{2V_g}{(\Delta L)_e} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right)}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{\frac{V_g}{2(\Delta L)_e C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C}}$

Tabla 5.I. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del doblador con $D=0.5$ y pérdidas nulas. ($L_A \neq L_B$; $M \neq 0$)

	$\hat{I}_A(s)$	$\hat{I}_B(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L_{Ae}} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right) \frac{1}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C}}$	$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L_{Be}} \cdot \left(s + \frac{1}{RC} \right) \frac{1}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C}}$
Ciclo de trabajo $\hat{D}(s)$	$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{2V_g \cdot N_A(s)}{s \left(s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C} \right)}$	$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-2V_g \cdot N_B(s)}{s \left(s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L_e C} \right)}$
$N_A(s) = \frac{L_B + M}{L_A L_B - M^2} \left(s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2C(L_B + M)} \right)$ $N_B(s) = \frac{L_A + M}{L_A L_B - M^2} \left(s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2C(L_A + M)} \right)$		

Tabla 5.II. Funciones de transferencia en pequeña señal de las corrientes en los inductores del doblador con $D=0.5$ y pérdidas nulas. ($L_A \neq L_B$; $M \neq 0$)

Como cabía esperar, incluso considerando $D=0.5$ y pérdidas nulas, la existencia de acoplo magnético y especialmente la desigualdad en los inductores dan lugar a expresiones más complejas que las presentadas en las tablas 2.I y 2.II. Con relación a ellas, la forma de las funciones de transferencia respecto a la tensión de entrada no se ve alterada: el número de ceros y polos es el mismo y las expresiones de los coeficientes son similares. La principal diferencia es que, en lugar del parámetro L que aparecía en las expresiones del capítulo 2, ahora tenemos L_e definido según (5.5).

Las diferencias con los resultados de las tablas 2.I y 2.II son más grandes en la forma de las funciones de transferencia respecto al ciclo de trabajo ya que el número de polos y ceros es diferente en todos los casos. Las funciones de transferencia de la corriente de entrada y de la tensión de salida respecto al ciclo de trabajo ya no son nulas y su forma es análoga a la de las funciones de transferencia respecto a la tensión de entrada que se muestran en la misma tabla 5.I. El efecto de la diferencia de inductancias se concentra sobre todo en el parámetro $(\Delta L)_e$ que, según la expresión (5.6), es inversamente

proporcional a L_A-L_B . Normalmente, en la construcción de los inductores se intentará que la diferencia de inductancias sea lo más pequeña posible. En cualquier caso, tanto en módulo como en signo, será difícil predecirla a priori, por lo que sigue siendo razonable descartar las funciones de transferencia $\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{D}(s)}$ y $\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)}$ en el diseño de lazos de control para el circuito IDB.

El efecto del acoplo magnético a lo largo de las distintas expresiones queda bastante enmascarado por la desigualdad de los inductores. Si hacemos que los inductores sean iguales $L_A=L_B=L$, las expresiones (5.4)-(5.6) se simplifican, quedando en forma muy compacta si se dejan en función del coeficiente de acoplo magnético de (5.1).

$$L_{Ae} = L_{Be} = L_e = L(1+k) \quad (5.7)$$

$$\frac{1}{(\Delta L)_e} = 0 \quad (5.8)$$

La expresión del polinomio característico de segundo orden (5.9) que se obtiene al sustituir (5.7) en las funciones de transferencia indica que es posible utilizar el acoplo magnético para ajustar la posición de los polos del sistema. En el caso del IDB, en que los valores de los parámetros del circuito dependen de especificaciones muy diversas, disponer de un grado más de libertad puede facilitar el diseño.

$$s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{2L(1+k)C} \quad (5.9)$$

5.2.2. Consideraciones en lazo cerrado.

Si repetimos el proceso seguido en el apartado 2.3.2 con la misma superficie de conmutación $S(x)=i_A-i_B$, que impone la igualdad de las dos corrientes cuando $S(x)=0$, encontramos la siguiente expresión del control equivalente:

$$u_{eq} = \frac{r[(L_B + M)i_A - (L_A + M)i_B] + (L_A - L_B)Vg}{(L_A + M + L_B + M)v} + \frac{L_B + M}{L_A + M + L_B + M} \quad (5.10)$$

donde se han supuesto pérdidas iguales ($r_A=r_B=r$).

Si los inductores son iguales ($L_A=L_B=L$), la expresión del control equivalente que se obtiene a partir de (5.10) es idéntica a (2.81) sin que afecte el acoplo magnético. En la expresión del control equivalente el efecto de las desigualdades en los componentes predomina sobre el efecto del acoplo magnético.

Considerando pérdidas iguales, la dinámica de deslizamiento ideal que se obtiene a partir de (5.10), y que se muestra en (5.11), es análoga a la obtenida en (2.88).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_g}{dt} = \frac{2}{L_A + M + L_B + M} [-ri_g - v + 2V_g] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_g}{2C} - \frac{v}{RC} \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Si consideramos inductores idénticos ($L_A=L_B=L$) y tenemos en cuenta (5.1) la dinámica queda:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_g}{dt} = \frac{1}{L(1+k)} [-ri_g - v + 2V_g] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_g}{2C} - \frac{v}{RC} \end{array} \right. \quad (5.12)$$

En todos los casos, el punto de equilibrio de la dinámica correspondiente es independiente de los elementos reactivos y cuando se desprecia el efecto de las pérdidas es el mismo de la expresión (2.92).

El análisis de la estabilidad de la dinámica ideal de deslizamiento (5.11) y (5.12) es también análogo al realizado en el apartado 2.3.2.1 con la salvedad de que las respectivas ecuaciones características son (5.13) y, nuevamente, (5.9). Se pone, por tanto, de manifiesto la posibilidad de ajustar los polos de la dinámica del sistema mediante el acoplo magnético.

$$s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{(L_A + M + L_B + M)C} \quad (5.13)$$

5.2.3. Rizados.

A priori el efecto de la desigualdad de inductancias sobre los rizados de las variables del circuito es difícil de cuantificar analíticamente. Tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, los rizados en las corrientes de los inductores serán diferentes, lo que con respecto al caso ideal implicará rizados mayores tanto en la corriente de entrada como en la tensión de salida.

Desde el punto de vista del rizado en la tensión de salida, la amplitud del rizado en la corriente del inductor es un factor a tener en cuenta, como también lo es el valor medio de dichas corrientes. En lazo cerrado, la igualdad de valores medios viene impuesta por el control, por lo que el aumento en el rizado de la tensión de salida solo depende de la diferencia de amplitud de los rizados en las corrientes de los inductores. En lazo abierto, la técnica de promediación en el espacio de estados predice valores medios de las corrientes iguales por lo que el rizado de tensión sería igual al de lazo cerrado. En realidad, como veremos a continuación, los valores medios de las corrientes no son iguales y el rizado de la tensión de salida es peor que en lazo cerrado.

5.2.4. Simulaciones.

Con el fin de ilustrar los diversos efectos de la diferencia de inductancias y de la existencia de acoplo magnético entre los inductores, se han realizado diversas simulaciones SIMPLIS [54] del convertidor IDB.

Las figuras 5.2 y 5.3 muestran los resultados de una primera simulación de referencia en la que los parámetros del convertidor son los siguientes: $V_g=10$ V, $L_A=L_B=2$ mH, $M=0$ H, $C=6.8$ μ F, $R=50$ Ω , $r(\text{pérdidas})\approx 30$ m Ω . La histéresis del comparador en el lazo de control se ha ajustado a 0.05 A para obtener una frecuencia de conmutación en régimen estacionario de 50 kHz. El esquema del circuito corresponde al de la figura 5.9 del apartado siguiente. Los diodos y MOSFET del esquema se han supuesto cuasi ideales aunque en conducción los diodos presentan caídas de tensión de 0.7 V y los MOSFET de unos 0.2 V.

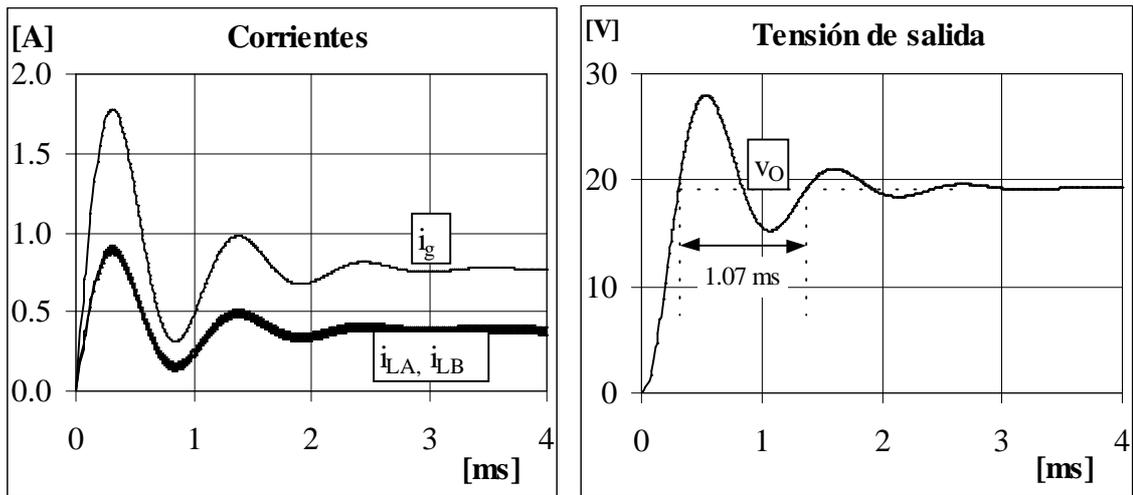


Figura 5.2. Dinámica del arranque desde condiciones iniciales nulas.
 Izquierda: Corrientes de entrada (i_g) e inductores (i_{LA} e i_{LB}).
 Derecha: Tensión de salida (v_O).

La correspondencia entre las previsiones teóricas y las gráficas de la figura 5.2 es bastante buena. Por ejemplo, la frecuencia de la oscilación ω_d de la respuesta natural calculada a partir de (5.9) sin considerar pérdidas es de 5882 rad/s mientras que en la gráfica de la tensión de salida se puede estimar un periodo de oscilación de 1.07 ms, que corresponde a una frecuencia de 5872 rad/s.

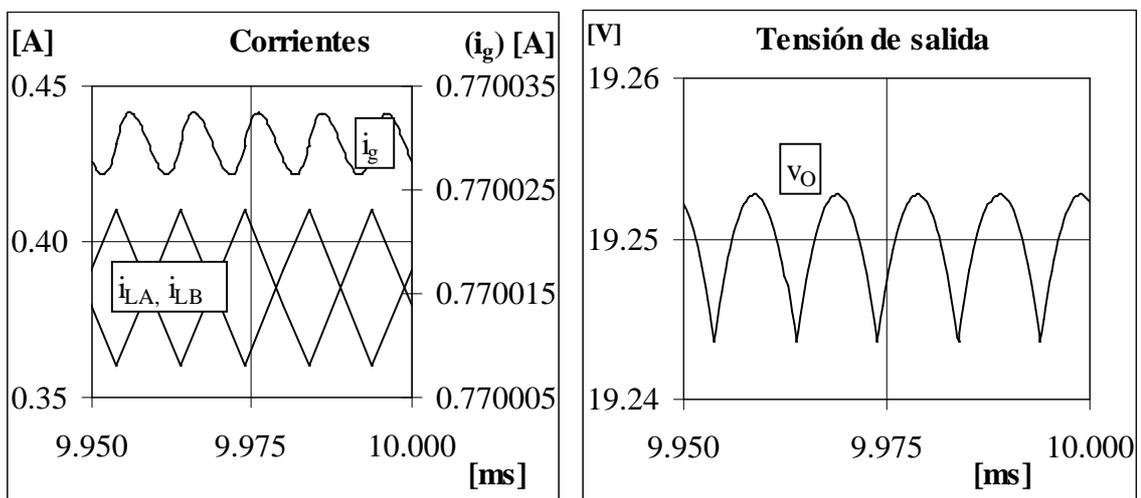


Figura 5.3. Detalle de los rizados en régimen estacionario de las variables de la figura 5.2.

Sobre los rizados en régimen estacionario cabe destacar que se obtienen resultados similares tanto en lazo cerrado con $S(x)=i_A-i_B$ como en lazo abierto con $D=50\%$ (la gráfica 5.3 muestra un detalle en lazo cerrado). Los rizados en las corrientes de los inductores son de unos 50 mA en torno a unos valores medios de 385 mA, tal y como era de prever, dado que la histéresis del comparador en el circuito de control es de 50 mA. Por otra parte, el valor medio de la tensión de salida es de 19.25 V que dividido por la resistencia de la carga (50) coincide con los 385 mA de las corrientes. El rizado en la tensión de salida es de unos 9.3 mV de amplitud, que también es coherente con las previsiones de la figura 2.8. Por su parte, la corriente de entrada presenta un valor medio de 0.77 A con un rizado superpuesto de 7.81 μ A, muy similar a los 6 μ A que predice (2.55) en el caso teórico sin pérdidas.

Las figuras 5.4 y 5.5 muestran los resultados obtenidos cuando, respecto a la simulación de las figuras 5.2 y 5.3, se modifican las inductancias en la forma siguiente: **$L_A=1.8$ mH** y **$L_B=2.2$ mH**. En esta ocasión, la figura 5.4 muestra la dinámica en lazo cerrado del arranque desde condiciones iniciales nulas. Por su parte, la figura 5.5 corresponde también al arranque desde condiciones iniciales nulas pero en lazo abierto con $D=0.5$.

Comparando dichas gráficas con las de referencia de la figura 5.2, la principal diferencia aparece en la dinámica de las corrientes de los inductores en lazo abierto. En efecto, las expresiones de las respectivas funciones de transferencia respecto a perturbaciones en la tensión de entrada que se muestran en la tabla 5.II, particularizadas para $M=0$, muestran un término común dividido por L_A o L_B según se trate de i_{LA} o i_{LB} respectivamente, lo que explica que en el transitorio la curva de i_{LA} esté por encima de la de i_{LB} . Dado que dichas funciones de transferencia se han obtenido a partir de otras más generales, en las que el orden de los polinomios del numerador y del denominador se reducen por la anulación de los términos independientes al considerar pérdidas estrictamente nulas, los valores de las corrientes en estado estacionario de la respuesta a un escalón de tensión no coinciden con los resultados esperados de (2.14). Para obtener los resultados correctos es necesario calcular, en primer lugar, los valores en estado estacionario a partir de las expresiones generales con pérdidas. Posteriormente se debe evaluar el límite de dichas expresiones con las pérdidas tendiendo a cero.

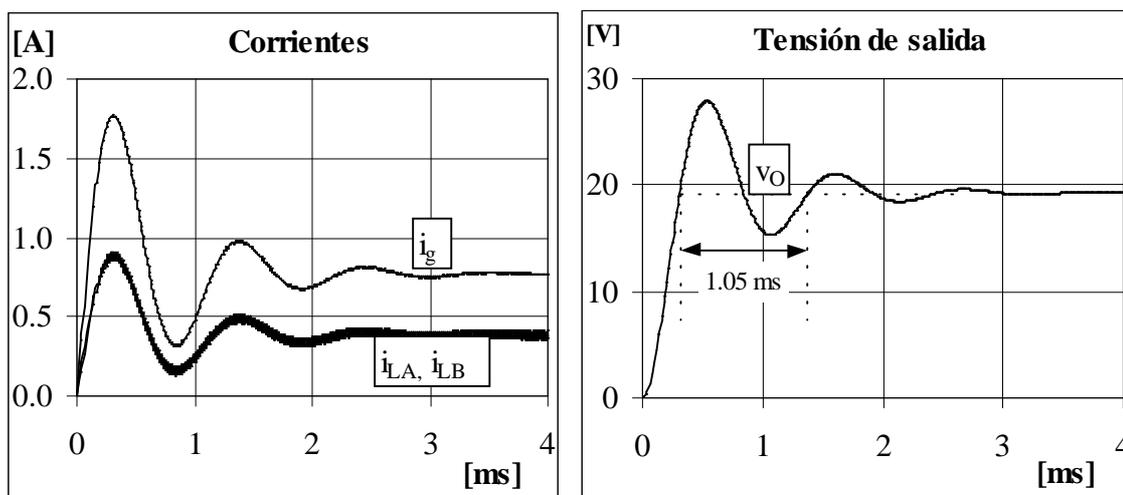


Figura 5.4. Dinámica del arranque en lazo cerrado ($S(x)=i_A-i_B$). ($L_A \neq L_B$).
 Izquierda: Corrientes de entrada (i_g) e inductores (i_{LA} e i_{LB}).
 Derecha: Tensión de salida (v_o).

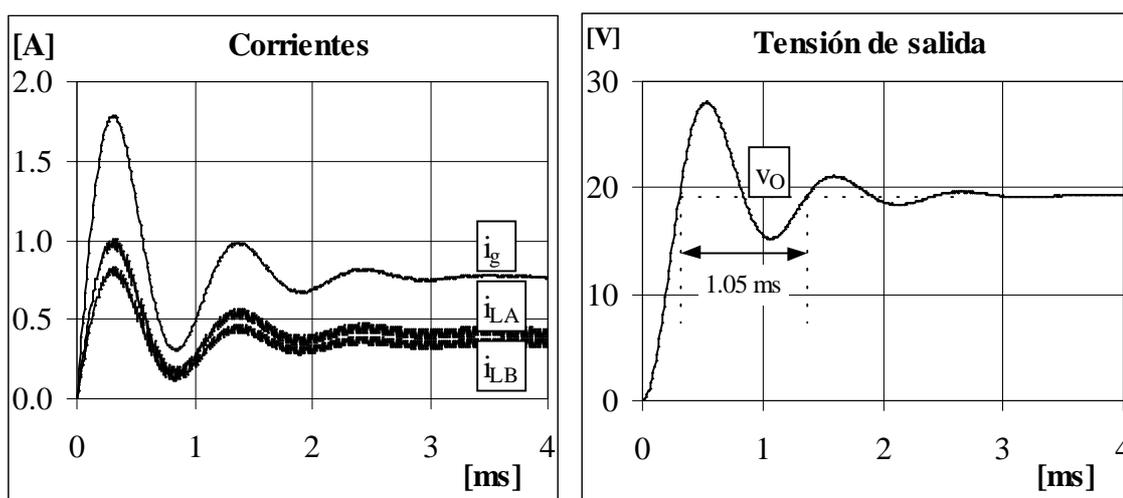


Figura 5.5. Dinámica del arranque en lazo abierto ($D=0.5$). ($L_A \neq L_B$).
 Izquierda: Corrientes de entrada (i_g) e inductores (i_{LA} e i_{LB}).
 Derecha: Tensión de salida (v_o).

Por su parte, la dinámica de las variables globales, corriente de entrada y tensión de salida, es prácticamente idéntica ya que se cumple que $L_e = 1.98 \text{ mH} \approx 2 \text{ mH}$. Otros valores de los inductores, sin embargo, darán lugar a dinámicas diferentes.

Comparando las gráficas de referencia de la figura 5.3 con las de las figuras 5.6 y 5.7, puede verse que las diferencias se manifiestan fundamentalmente en los rizados en estado estacionario, especialmente en el rizado de la corriente de entrada que se incrementa en tres órdenes de magnitud, aunque sigue siendo muy pequeño, de unos 10 mA en ambos casos.

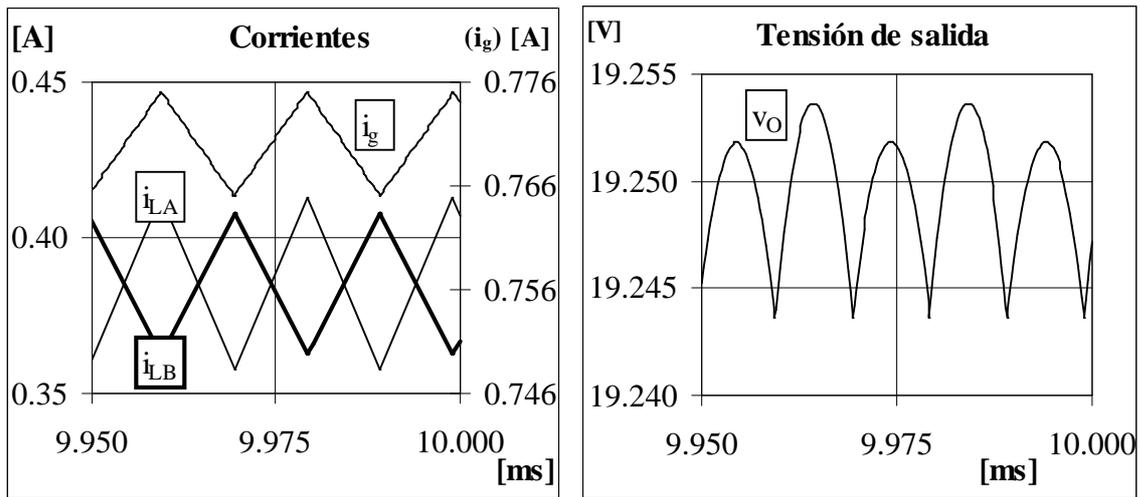


Figura 5.6. Detalle del rizado en lazo cerrado ($S(x)=i_A-i_B$). ($L_A \neq L_B$).
Izquierda: Corrientes de entrada (i_g) e inductores (i_{LA} e i_{LB}).
Derecha: Tensión de salida (v_O).

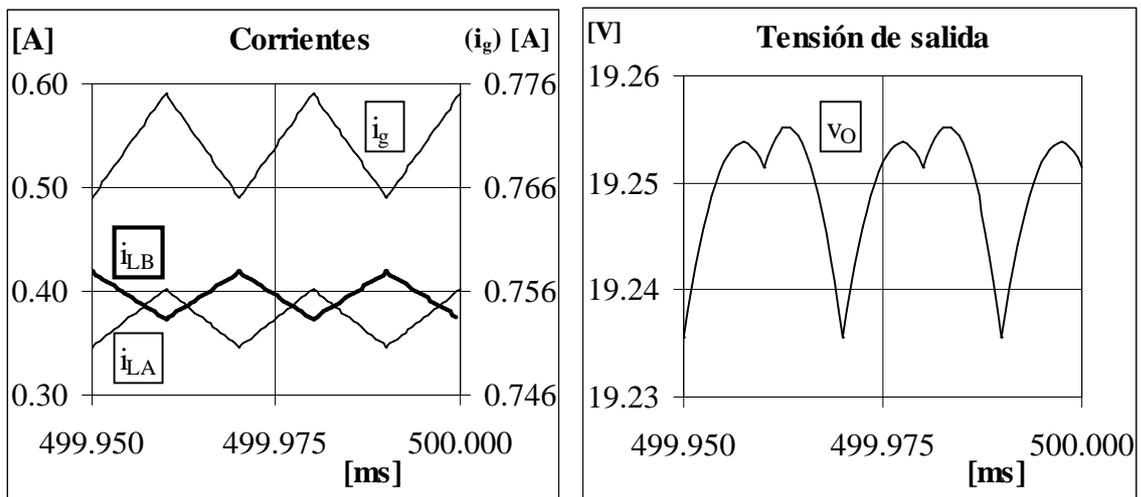


Figura 5.7. Detalle del rizado en lazo abierto ($D=0.5$). ($L_A \neq L_B$).
Izquierda: Corrientes de entrada (i_g) e inductores (i_{LA} e i_{LB}).
Derecha: Tensión de salida (v_O).

En la simulación de la figura 5.7, la existencia de pérdidas hace que la dinámica sea más lenta de lo que predicen las expresiones de la tabla 5.II, por lo que 10 ms no son suficientes para que se haya alcanzado el régimen estacionario. El detalle de los rizados, ya en régimen estacionario, de la figura 5.7 corresponde a una simulación SIMPLIS alrededor de 500 ms donde la elevada sensibilidad de los valores medios de las corrientes respecto a las pérdidas, ya comentada en el apartado 2.3.1.2, falsea los resultados y ocasiona que dichos valores medios sean diferentes. En simulaciones del mismo circuito con Spice Plus los valores medios son algo más próximos. Con cualquiera de los dos programas, las simulaciones con pérdidas más altas muestran una tendencia a que los valores medios se aproximen, mientras que con pérdidas menores se separan.

Con inductores iguales o diferentes en lazo cerrado, los rizados de la tensión de salida son similares: 9.3 mV y 10.2 mV respectivamente. Inductores diferentes en lazo abierto deberían dar lugar a un rizado de la tensión de niveles similares a los anteriores en lazo cerrado, aunque se obtiene un valor de aproximadamente el doble (19.7 mV) debido a los problemas de simulación detectados cuando las pérdidas son bajas.

Las simulaciones también permiten comprobar el efecto del acoplo magnético, aunque nos centraremos en el estudio de la dinámica en lazo cerrado para verificar la posibilidad de controlar la asignación de los polos del sistema según el polinomio característico de (5.9). Consideraremos, por lo tanto, inductores iguales.

En las simulaciones se toman los siguientes parámetros generales: $V_g=10$ V, $C=6.8$ μ F, $R=50$ Ω , $r(\text{pérdidas})\approx 30$ m Ω . Con el fin de facilitar la verificación experimental de la simulación, se escogen dos conjuntos de parámetros de forma que, manteniendo la histéresis del comparador constante a 0.1 A, la frecuencia de conmutación sea la misma. Además en uno de los casos no consideraremos acoplo magnético, mientras que en el otro escogeremos el acoplo magnético de forma que (5.9) corresponda a un polinomio de Butterworth de segundo orden ($s^2 + \sqrt{2} \omega_0 s + \omega_0^2$).

Para una frecuencia de conmutación de 50 kHz, en un primer caso (a) sin acoplo magnético, los inductores deben ser de 1 mH. Con acoplo magnético, quien deberá ser

de 1 mH es la inductancia efectiva en régimen estacionario de cada rama. En el intervalo ON, podemos escribir las siguientes ecuaciones de estado

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_A}{dt} = \frac{1}{L(1-k^2)} [k v + (1-k)V_g] \\ \frac{di_B}{dt} = \frac{1}{L(1-k^2)} [-v + (1-k)V_g] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i_B}{C} - \frac{v}{RC} \end{array} \right. \quad (5.14)$$

Considerando pérdidas nulas, en régimen estacionario se puede considerar que la tensión de salida es prácticamente constante e igual a $2V_g$ y las ecuaciones de (5.14) pueden aproximarse por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_A}{dt} \approx \frac{1}{L(1-k^2)} [k 2V_g + (1-k)V_g] \\ \frac{di_B}{dt} \approx \frac{1}{L(1-k^2)} [-2V_g + (1-k)V_g] \\ \frac{dv}{dt} \approx 0 \Rightarrow v \approx 2V_g \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Y, sustituyendo v por $2V_g$ en las ecuaciones de las corrientes, queda la expresión (5.16) que corresponde al comportamiento esperado de las corrientes en régimen estacionario: dos tramos de recta de pendientes iguales en valor absoluto, pero de signos opuestos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_A}{dt} \approx \frac{(1+k)V_g}{L(1-k^2)} = \frac{V_g}{L(1-k)} \\ \frac{di_B}{dt} \approx \frac{-(1+k)V_g}{L(1-k^2)} = \frac{-V_g}{L(1-k)} \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Puede hacerse un desarrollo análogo para el intervalo OFF. En ambos intervalos, la inductancia efectiva en régimen estacionario a la que se hace referencia según las ecuaciones de (5.16) será $L(1-k)$. En resumen, los parámetros en el segundo caso (b) deben cumplir:

$$\begin{cases} L(1-k) = 1 \text{ mH} \\ \frac{1}{RC} = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \end{cases} \quad (5.17)$$

Los parámetros de los dos casos quedan, pues, como sigue:

a) $L=1 \text{ mH}$, $M=0 \text{ mH}$ ($k=0$).

$$\text{Polos: } -1470.6 \pm 8447.9j \quad \omega_0 = 8574.9 \text{ rad/s} \quad \xi = 0.171 \quad (5.18a)$$

b) $L=9 \text{ mH}$, $M=8 \text{ mH}$ ($k=8/9$).

$$\text{Polos: } -1470.6 \pm 1470.6j \quad \omega_0 = 2079.7 \text{ rad/s} \quad \xi = 0.707 \quad (5.18b)$$

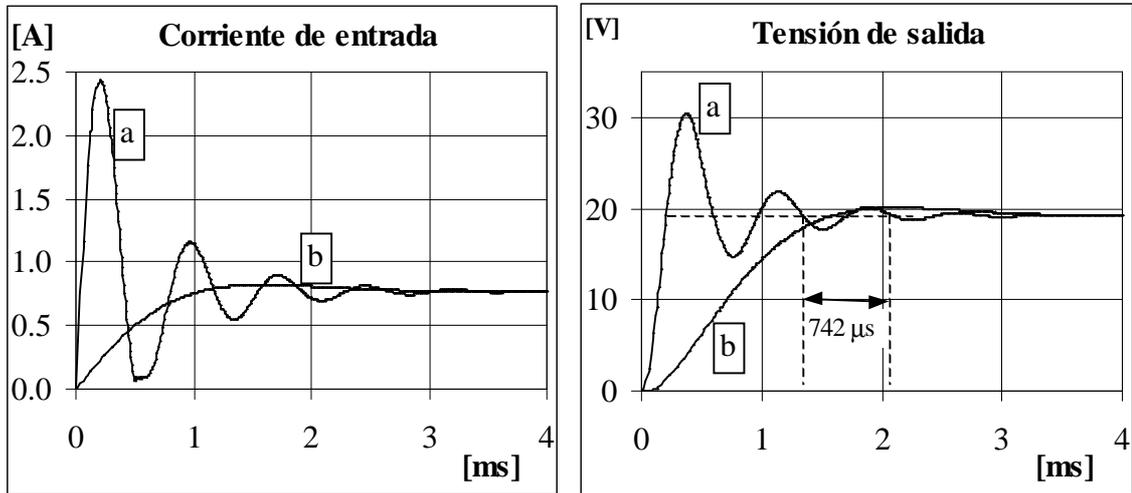


Figura 5.8. Dinámica del arranque del convertidor en lazo cerrado.
a) sin acoplo magnético b) con acoplo magnético.

Las diferencias entre las dinámicas que se muestran en las gráficas de la figura 5.8 son evidentes. En el caso a), tanto la corriente de entrada como la tensión de salida presentan un comportamiento fuertemente subamortiguado, con grandes sobreimpulsos, que en un montaje experimental podrían causar algunos problemas, como por ejemplo la saturación del inductor. El periodo aproximado de la oscilación de la respuesta natural es de $742 \mu\text{s}$, lo que implica una frecuencia amortiguada de 8467.9 rad/s que está de acuerdo con la componente imaginaria teórica de los polos que es de 8447.9 rad/s . En el caso b), los sobreimpulsos son mínimos, tal y como corresponde a un factor de amortiguamiento de 0.707 .

Los rizados en régimen permanente se mantienen en niveles similares ya que a igualdad de inductancias efectivas en régimen estacionario, los rizados en las corrientes de los inductores son iguales.

5.2.5. Conclusiones.

Una de las características principales del convertidor IDB estudiado en el capítulo 2 es el bajo rizado de su corriente de entrada y de su tensión de salida, ya sea operando en lazo abierto con un ciclo de trabajo del 50% o en lazo cerrado controlado en modo de deslizamiento con la superficie $S(x)=i_A-i_B$. A lo largo del estudio se ha dado por supuesto que las dos células canónicas que constituyen el convertidor son idénticas. En la práctica, esta simetría es muy difícil de conseguir, especialmente en los elementos magnéticos. En este apartado se han analizado y verificado posteriormente por simulación los efectos que ocasionan las diferencias en las inductancias que son, básicamente, mayores rizados en las variables globales.

Las simulaciones realizadas tomando uno de los inductores un 10% mayor que su valor nominal y el otro un 10% menor, no ponen de manifiesto grandes cambios en la dinámica del sistema. En cuanto a los rizados, en lazo cerrado la igualdad de los valores medios en las corrientes de los inductores que fuerza el control en modo de deslizamiento mantiene el rizado en la tensión de salida a niveles similares a los del caso ideal con inductores iguales. En lazo abierto también debería ser así, sin embargo los problemas de sensibilidad que aparecen si las pérdidas son muy bajas falsean los resultados obtenidos en las simulaciones. El rizado en la corriente de entrada se incrementa mucho en ambos casos, aunque es pequeño comparado con el valor medio de dicha corriente.

La atención dedicada a los inductores del circuito pone de manifiesto la posibilidad de acoplarlos magnéticamente. La construcción de los dos inductores con el porcentaje requerido de acoplo magnético es un tema complejo y costoso, aunque permite ajustar los inductores a valores más próximos al nominal al tiempo que se consigue un grado más de libertad en el diseño del circuito. Por ejemplo, el acoplo magnético puede utilizarse para ajustar la dinámica del sistema dejando inalterados el resto de parámetros.

5.3. Interruptores unidireccionales. Modo de conducción discontinua.

Teóricamente, para evitar la aparición del modo de conducción discontinuo (DCM), la implementación de los conmutadores del circuito IDB que se ha analizado en los apartados anteriores debe ser bidireccional. En ocasiones, los valores instantáneos de las corrientes en los inductores son negativos e incluso pueden llegar a serlo sus valores medios; en este caso se retornará energía a la fuente de tensión de entrada. Cuando las condiciones de trabajo aseguran el modo de conducción continua (CCM) es posible simplificar la implementación real del circuito utilizando diodos tal y como se muestra en la figura 5.9.

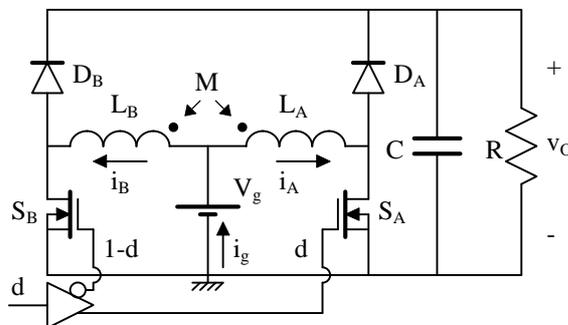


Figura 5.9. Implementación unidireccional del convertidor IDB.

La implementación unidireccional de los interruptores permite la aparición del modo de conducción discontinuo (figura 2.2c). Si en algún momento la corriente de cualquiera de los inductores debe hacerse negativa, el diodo correspondiente dejará de conducir y se modificará la dinámica del circuito. En la gráfica de la corriente de entrada del caso a de la figura 5.8 puede verse un ejemplo de conducción discontinua. Tras 0.5 ms, la dinámica de la corriente en lazo cerrado se aproxima a un mínimo relativo muy próximo a cero. Las corrientes en los inductores quedan atrapadas en una banda que va entre cero y la anchura de la histéresis (0.1 A). En el ejemplo el sistema permanece muy poco tiempo en DCM ya que los valores medios de las corrientes en estado estacionario son superiores a la mitad de la anchura de la histéresis (0.05 A). Si la resistencia de carga fuese mayor de 400 Ω , el convertidor operaría en DCM en régimen permanente como se muestra en la figura 5.10 donde $R=500 \Omega$. A diferencia del funcionamiento en CCM, en DCM la tensión de salida aumenta al hacerse menor el ciclo de trabajo complementario efectivo y también aumentan los rizados de las variables globales.

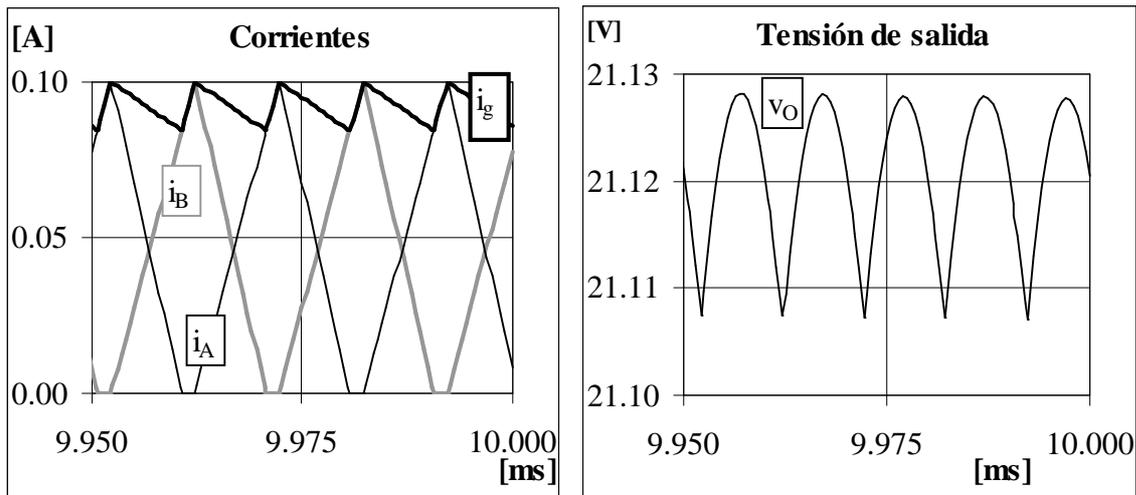


Figura 5.10. Rizados de las variables del IDB en modo de conducción discontinuo.

En el capítulo 2 se vió que, cuando el convertidor IDB opera en lazo abierto con ciclos de trabajo diferentes del 50%, aparecen elevadas corrientes circulantes (2.19). La utilización de interruptores unidireccionales evita la aparición de dichas corrientes circulantes, si bien a costa de que una de las células canónicas entre en DCM. En esta situación, los rizados de las variables globales disminuyen con respecto a los rizados en el convertidor elevador simple, aunque en muchos casos la mejora es marginal.

En una situación más general, en la que los conmutadores del circuito no operen de forma complementaria sino de forma independiente, la implementación unidireccional se asemeja a una de las soluciones que proporcionan algunos fabricantes de convertidores a la hora de conectar varios módulos en paralelo [66] y que se muestra en la figura 5.11.

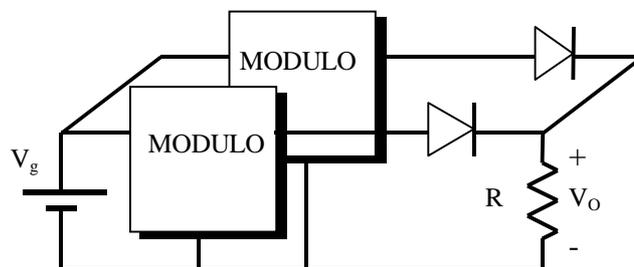


Figura 5.11. Solución comercial a la conexión de convertidores en paralelo.

5.4. *Sliding general.*

En algunos de los apartados anteriores se ha visto la poca utilidad que tiene el convertidor IDB en lazo abierto cuando el ciclo de trabajo es diferente del 50%. El excelente control de los valores medios de las corrientes de los inductores que proporciona el control en modo de deslizamiento con la superficie propuesta en el capítulo 2, asegura un ciclo de trabajo en estado estacionario del 50% si las pérdidas son iguales y, además, la igualdad de valores medios de las corrientes compensa en gran medida los efectos de la desigualdad de inductancias.

En este apartado se propone repetir el estudio del apartado 2.3.2 considerando una superficie de conmutación más general, de forma que no se imponga la igualdad estricta de los valores medios de las corrientes sino simplemente una relación de proporcionalidad entre ellos. El análisis pondrá de manifiesto los efectos de los errores en la medida de las corrientes, especialmente en lo que respecta al ciclo de trabajo estacionario, la corriente de entrada, las tensión de salida y los rizados de las variables del circuito.

La superficie de conmutación general que se propone es la siguiente:

$$S(x) = i_A - \alpha i_B = 0 \quad (\alpha > 0) \quad (5.19)$$

donde el parámetro α servirá para modelar los efectos de errores de proporcionalidad en la medida de las corrientes. En el caso en que los rizados y/o las variables en estado estacionario muestren una dependencia clara del parámetro α , éste podría convertirse en un elemento adicional en el diseño del circuito.

El gradiente de la superficie de conmutación de (5.19) es:

$$\nabla S = [1 \quad -\alpha \quad 0] \quad (5.20)$$

Para simplificar el análisis, consideraremos que las resistencias de pérdidas son iguales ($r_A=r_B=r$), así como también los inductores ($L_A=L_B=L$) entre los que existirá acoplo magnético en las condiciones de (5.1). Sin considerar variaciones en la carga ($i_L=0$), las ecuaciones de estado del circuito serán:

•Intervalo ON ($0 \leq t \leq t_{ON}$)

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-r}{(1-k^2)L} & \frac{rk}{(1-k^2)L} & \frac{k}{(1-k^2)L} \\ \frac{rk}{(1-k^2)L} & \frac{-r}{(1-k^2)L} & \frac{-1}{(1-k^2)L} \\ 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k)L} \\ \frac{1}{(1+k)L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

• Intervalo OFF ($t_{ON} \leq t \leq T$)

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{-r}{(1-k^2)L} & \frac{rk}{(1-k^2)L} & \frac{-1}{(1-k^2)L} \\ \frac{rk}{(1-k^2)L} & \frac{-r}{(1-k^2)L} & \frac{k}{(1-k^2)L} \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k)L} \\ \frac{1}{(1+k)L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

A partir de los sistemas de ecuaciones anteriores, puede obtenerse la descripción bilineal del circuito según (B.1). La expresión (5.23) muestra el control equivalente obtenido al considerar la superficie (5.19).

$$u_{eq} = \frac{(1+\alpha k)(ri_A + v - V_g) - (\alpha + k)(ri_B - V_g)}{(1+\alpha)(1+k)v} \quad (5.23)$$

A modo de comprobación, la substitución de $\alpha=1$ en la ecuación anterior permite obtener expresiones del control equivalente (5.24) idénticas a las obtenidas en el apartado 2.3.2.1 (2.81) y (2.82).

$$u_{eq} = \frac{1}{2} + \frac{r(i_A - i_B)}{2v} = \frac{1}{2} + \frac{rS(x)}{2v} \underset{(r \rightarrow 0)}{\approx} \frac{1}{2} \quad (5.24)$$

La condición necesaria para la existencia de un modo de deslizamiento que se deriva de (5.23) es la misma en todos los casos. Con ($V_g > 0$), ($\alpha > 0$), ($-1 < k < 1$) y la implementación unidireccional del circuito, el cumplimiento de la condición de transversalidad requiere que la tensión de salida sea positiva (5.25).

$$v > 0 \quad (5.25)$$

Al igual que en el caso particular discutido en el apartado 2.3.2.1, dicha condición se satisface en todo el espacio de estado con la excepción ya comentada del arranque desde condiciones iniciales nulas.

En realidad, las regiones en las que existirá deslizamiento son aquellas en las que el control equivalente queda acotado según (B.21) debiendo cumplirse, por tanto, la expresión (5.26) que resulta difícil de evaluar sin conocer los valores de los distintos parámetros.

$$0 < \frac{(1 + \alpha k)(r i_A + v - V_g) - (\alpha + k)(r i_B - V_g)}{(1 + \alpha)(1 + k)v} < 1 \quad (5.26)$$

$$S(x) = 0 \Rightarrow i_A = \alpha i_B \quad (\alpha > 0) \quad (5.27)$$

Una vez la dinámica del sistema alcance la superficie y quede restringida a ella, las corrientes (en valores medios) quedarán ligadas por la relación (5.27) y el sistema evolucionará según la dinámica ideal de deslizamiento no lineal de segundo orden que se muestra en (5.28) donde se ha tomado la corriente de entrada como variable de estado.

$$\begin{cases} \frac{d i_g}{dt} = \frac{1}{(1+k)L} [-r i_g - v + 2 V_g] \\ \frac{d v}{dt} = \frac{i_g}{(1+\alpha)^2 (1+k)C} \left[(1 + \alpha^2 + 2\alpha k) - \frac{(1-\alpha)^2}{v} ((1-k)V_g - r k i_g) \right] - \frac{v}{RC} \end{cases} \quad (5.28)$$

De la anulación de las derivadas en las ecuaciones anteriores se obtienen las coordenadas del punto de equilibrio (i_g^*, v^*) . En concreto, de la primera ecuación se deduce la relación entre dichas coordenadas que se muestra en (5.29).

$$v^* = 2 V_g - r i_g^* \quad (5.29)$$

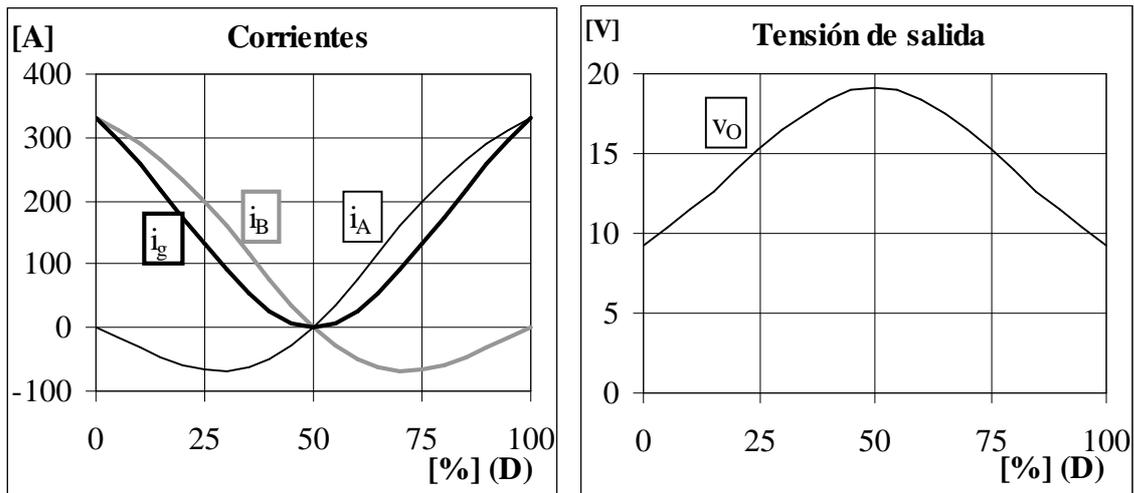


Figura 5.12. Ejemplo de los valores medios de las variables del IDB en estado estacionario en función del ciclo de trabajo D . (CCM).

La figura 5.12 muestra una representación de los valores en estado estacionario que toman las corrientes en los inductores, la corriente de entrada y la tensión de salida en función del ciclo de trabajo cuando los parámetros del convertidor son: $V_g=10$ V, $L=1$ mH, $k=0$, $C=6.8$ μ F, $R=50$ Ω , $r=30$ m Ω , y se han considerado pequeñas caídas de tensión en los conmutadores. Salvo por el efecto de dichas caídas de tensión, los resultados de las gráficas concuerdan con los que se obtienen al sustituir los parámetros en las expresiones (2.14) y (2.15) del capítulo 2. Dado que se ha considerado la implementación bidireccional, el convertidor opera en CCM y las corrientes en los inductores pueden hacerse negativas.

La gráfica de las corrientes es especialmente interesante porque muestra que, para la mayor parte de los ciclos de trabajo, las corrientes tienen signos opuestos. Teniendo en cuenta que el control en modo de deslizamiento impone la relación (5.27) con α positivo, las dos corrientes deben tener el mismo signo, lo que se produce tan sólo en un pequeño intervalo de valores de D alrededor de 0.5 donde ambas corrientes son positivas.

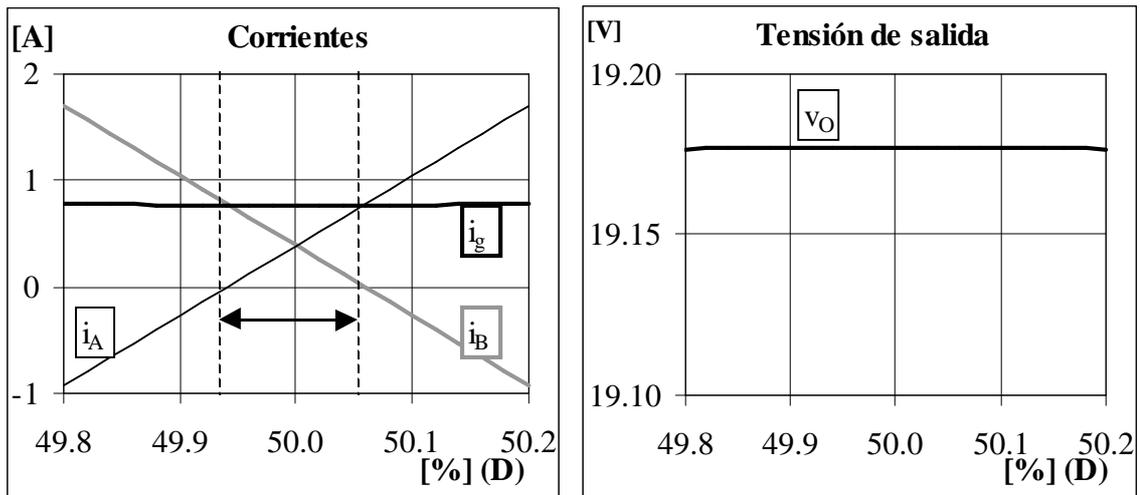


Figura 5.13. Ampliación de las gráficas de la figura 5.12 en torno a $D=0.5$.

La figura 5.13 pone de manifiesto las variaciones mínimas que puede experimentar el ciclo de trabajo respecto al 50% en la zona donde el convertidor puede operar en lazo cerrado con la superficie de (5.19). Las gráficas permiten comprobar también que los valores medios de las variables globales presentan variaciones imperceptibles. De forma aproximada, puede suponerse que la corriente de entrada será $i_g^* \approx \frac{4V_g}{R+2r}$, por lo que la expresión (5.29) queda:

$$v^* \approx 2V_g - r \frac{4V_g}{2r+R} = 2V_g \left(1 - \frac{2r}{2r+R} \right) \quad (5.30)$$

con lo que el cumplimiento de la condición de bajas pérdidas de (2.16) vuelve a ser necesario para que las coordenadas del punto de trabajo sean insensibles a valores de α diferentes de la unidad. El hecho de que ambas corrientes deban ser positivas hace que la implementación unidireccional sea especialmente apropiada en este caso. La aparición del modo de conducción discontinuo para valores de α muy grandes o muy pequeños es el principal límite para la validez de las conclusiones anteriores.

Respecto a la dinámica del sistema, la no linealidad de (5.28) para valores de α diferentes de la unidad deja claro que se verá afectada, tanto en gran como en pequeña señal. Una forma aproximada de obtener la dinámica en pequeña señal sería la siguiente:

Combinando las expresiones (5.27) y (2.14) se obtiene el valor del ciclo de trabajo que corresponde a una determinada α .

$$R D(D - D') + r = \alpha [R D'(D' - D) + r] \quad (5.31)$$

$$D = \frac{(3\alpha - 1) - \sqrt{(1 + \alpha)^2 - \frac{8r}{R}(1 - \alpha)^2}}{4(\alpha - 1)} \quad (5.32)$$

Finalmente se sustituye el valor de D y de $D'=(1-D)$ en las expresiones de las funciones de transferencia (2.24)-(2.27), (2.32)-(2.32) y (2.43)-(2.46).

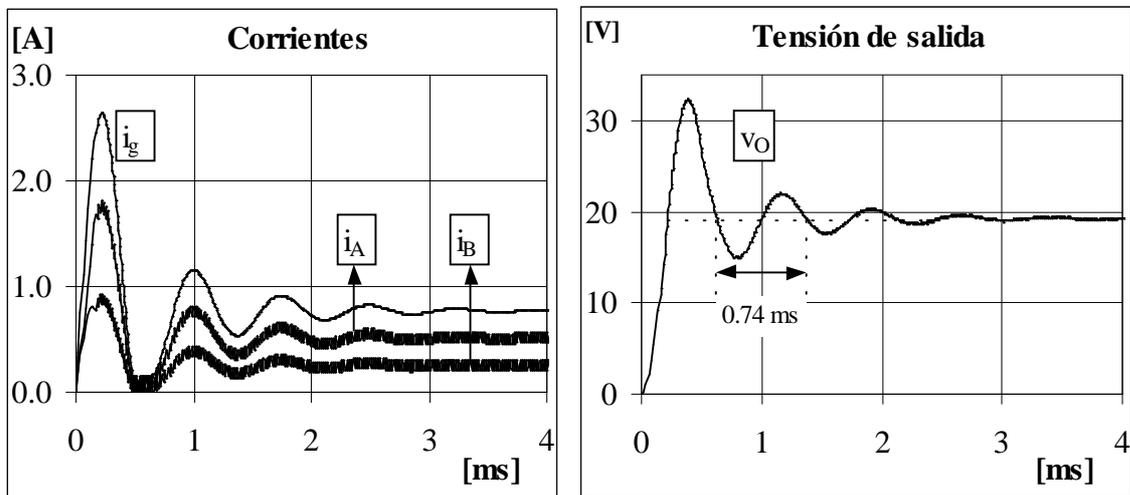


Figura 5.14. Dinámica del arranque $\alpha=2$. El resto de parámetros del circuito son los mismos que los utilizados en el caso a de la figura 5.8.

Las dinámicas de las variables globales de las figuras 5.8 y 5.14 son muy semejantes. La dinámica de la figura 5.14 esta algo menos amortiguada y la frecuencia de la oscilación en el transitorio es algo mayor. Los valores estacionarios de la corriente de entrada y de la tensión de salida son de 770 mA y 19.25 V, respectivamente. Por su parte, las gráficas correspondientes a las corrientes en los inductores muestran el efecto de la acción del control, estabilizándose en valores medios finales de 513 mA y 256 mA.

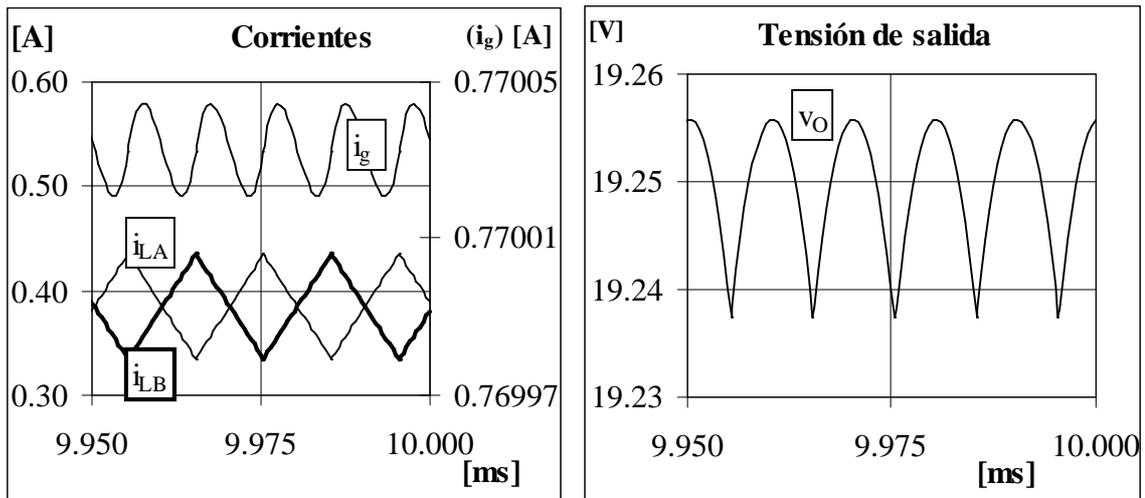


Figura 5.15. Detalle de los rizados obtenidos en la simulación mostrada en el caso a de la figura 5.8 donde $\alpha=1$.

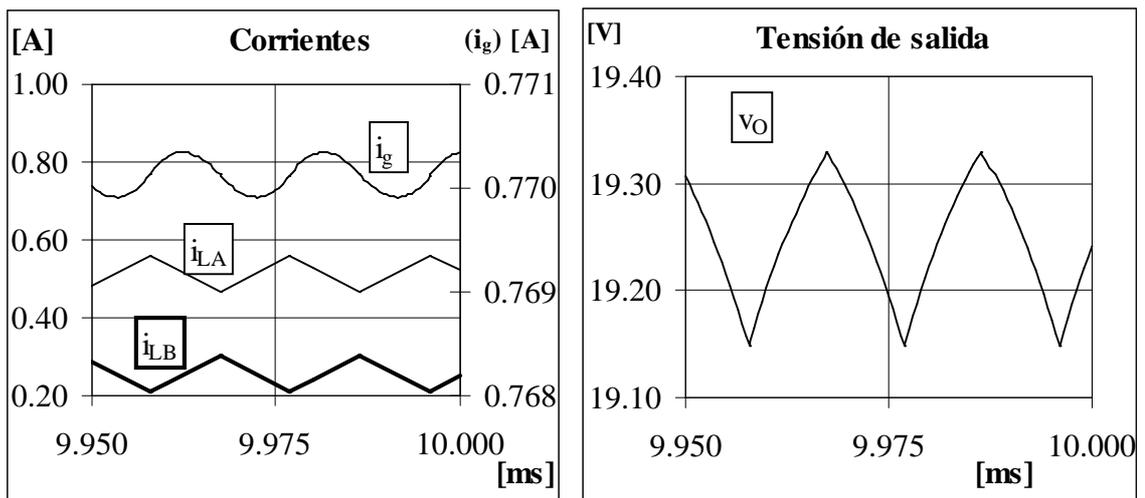


Figura 5.16. Detalle de los rizados obtenidos en la simulación mostrada en la figura 5.14 donde $\alpha=2$.

Respecto a los rizados de las variables globales, hay que diferenciar entre el rizado en la corriente de entrada y el rizado en la tensión de salida. En esta última variable, el rizado aumentará debido a la diferencia de valores medios en las corrientes. Respecto al rizado en la corriente de entrada, se ha comprobado que depende de dos factores. Un primer factor predominante es la diferencia en los valores absolutos de las pendientes de las corrientes en los inductores, y un segundo factor es el rizado de la tensión de salida reflejado en la entrada. En las condiciones de bajas pérdidas que hemos comentado, con

inductores iguales y un ciclo de trabajo prácticamente igual al 50%, la contribución del primer factor es nula.

Las figuras 5.15 y 5.16, que corresponden respectivamente a simulaciones con $\alpha=1$ y $\alpha=2$, muestran los rizados de las diversas variables. Con $\alpha=1$, el rizado de tensión es de 18.4 mV y el de corriente de 26 μA , mientras que con $\alpha=2$ ambos son mucho mayores, en concreto de 180 mV y 443 μA .

5.5. Redistribuciones topológicas.

5.5.1. Red no lineal.

En algunos casos, durante el arranque desde condiciones iniciales nulas se producen sobreimpulsos en las corrientes y en la tensión de salida. Una forma de evitarlos es diseñando los parámetros del circuito para que la dinámica sea lo suficientemente amortiguada, por ejemplo, ajustando el acoplo magnético entre los inductores. Dado que el valor inicial de la tensión de salida se aproxima al doble de la tensión de entrada, el transitorio de arranque se suavizaría si el condensador estuviese parcialmente cargado o se cargase más rápidamente de lo que permite la transferencia de energía a través de los inductores. En este sentido, se propone la red no lineal de la figura 5.17 [31] que, adicionalmente, también facilita el cumplimiento de la condición de transversalidad y evita la posible saturación del control cuando $S(x) \neq 0$, según se deduce de las expresiones (2.81) y (2.84).

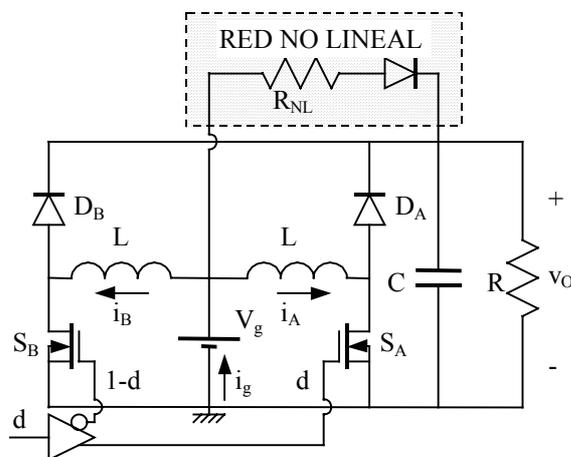


Figura 5.17. Implementación unidireccional del convertidor IDB con una red no lineal de ayuda al arranque.

La red no lineal consta de un diodo en serie con un resistor para limitar la corriente y se conecta entre la entrada y la salida. Las gráficas de la figura 5.18 muestran la reducción en la amplitud del sobreimpulso inicial cuando se utiliza la red no lineal. Los parámetros del circuito son: $V_g=10$ V, $L=1$ mH, $k=0$, $C=6.8$ μ F, $R=50$ Ω , $r(\text{pérdidas}) \approx 30$ m Ω y $R_{NL} = 5$ Ω .

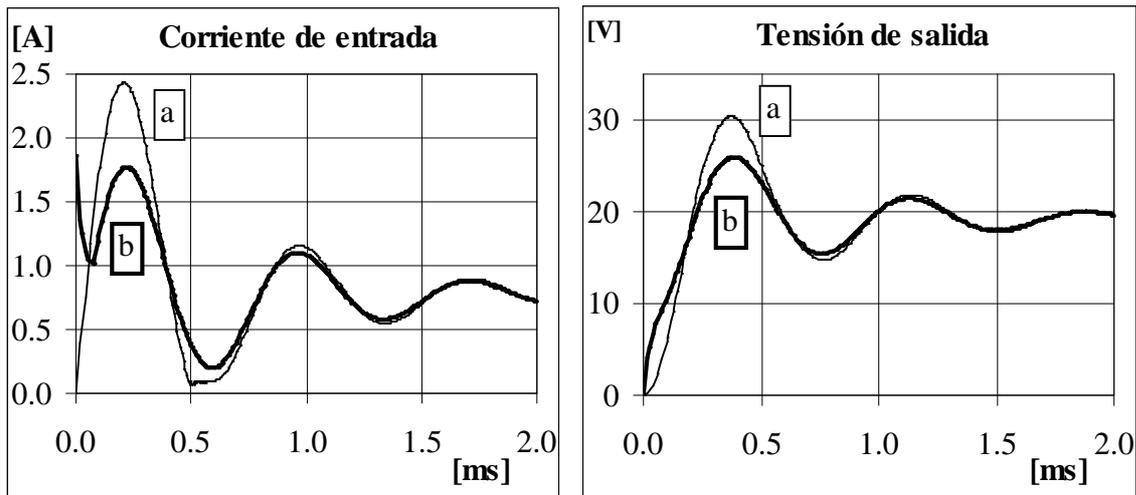


Figura 5.18. Detalle de los transitorios de arranque del convertidor IDB.

a) Sin red no lineal. b) Con red no lineal ($R_{NL}=5 \Omega$).

5.5.2. Condensador flotante.

Una implementación alternativa a la de la figura 5.17, que también consigue que la tensión de salida sea igual a la de entrada en el arranque, es la que se muestra en el esquema de la figura 5.19.

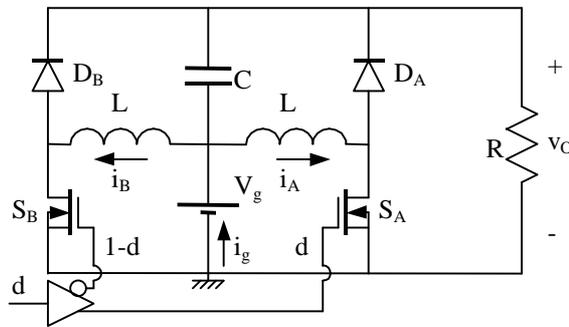


Figura 5.19. Implementación unidireccional del convertidor IDB con el condensador flotante.

En la nueva implementación la tensión del condensador es aproximadamente la mitad que en la configuración inicial. Como contrapartida aumenta el rizado de la corriente de entrada, que pasa a ser aproximadamente el de la corriente en el condensador, y la nueva posición del condensador hace que las perturbaciones de la tensión de entrada se transmitan directamente a la salida. Aunque sin el condensador flotante las perturbaciones de la entrada también se transmitían a la salida, las altas

frecuencias de dichas perturbaciones quedaban filtradas por funciones de transferencia como (2.39).

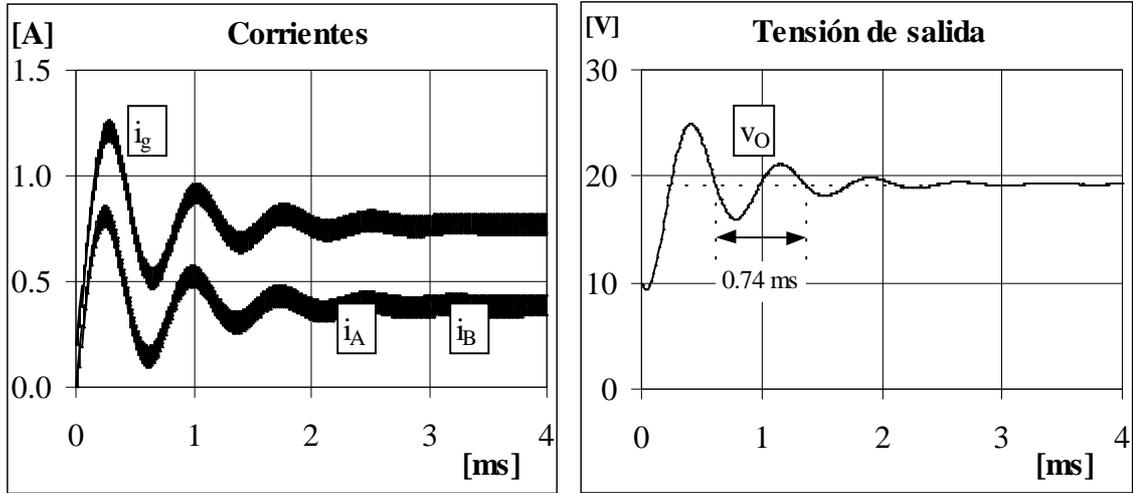


Figura 5.20. Arranque del convertidor IDB con condensador flotante.

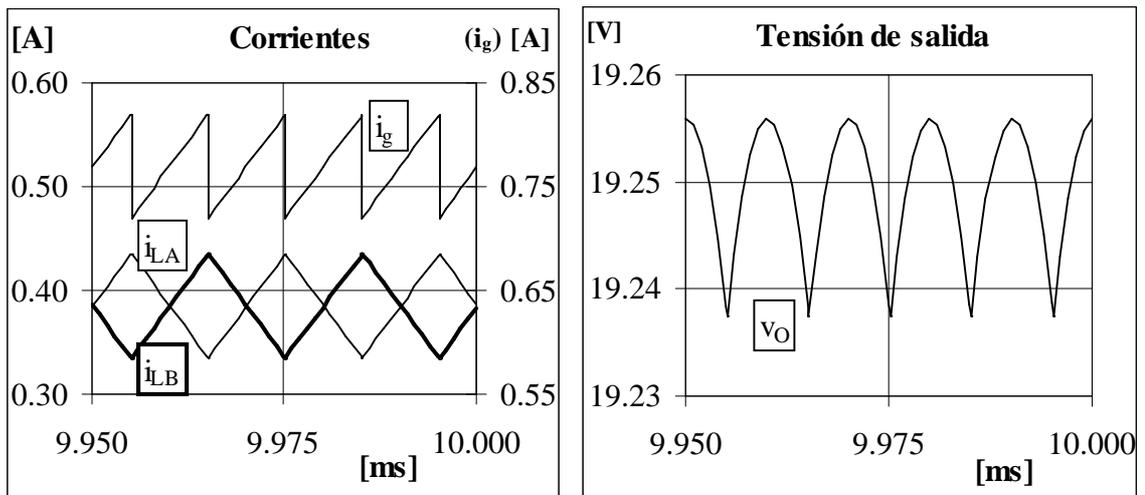


Figura 5.21. Rizados en el convertidor IDB con condensador flotante.

Evidentemente, la dinámica del sistema se ve afectada de forma muy significativa por el cambio de posición del condensador, y los resultados obtenidos en el circuito con el condensador en paralelo con la carga no son válidos con el condensador flotante. Sin embargo, dada la importancia de los inconvenientes que tiene el circuito de la figura 5.19, se ha descartado la repetición de los cálculos. En su lugar se muestran los resultados de simulación de las figuras 5.20 y 5.21 correspondientes al arranque y a los rizados de las variables en estado estacionario.

En realidad, el aspecto más significativo del circuito de la figura 5.19 no tiene que ver con sus prestaciones sino con el hecho de que plantea la posibilidad de modificar la estructura básica del circuito. El circuito que se muestra en el capítulo 6 es el resultado de analizar diversas posibilidades al respecto.

5.6. Conclusiones generales.

* **Inductores diferentes y acoplo magnético.** Los efectos principales de la diferencia de inductancias se manifiestan principalmente en el aumento de los niveles de rizados y en modificaciones en la dinámica del circuito. En general, el control en modo de deslizamiento mejorará la dinámica del circuito. El acoplo magnético con inductores iguales es una posibilidad adicional que permite ajustar los polos de la dinámica del sistema.

* **Interruptores unidireccionales. DCM.** La implementación unidireccional de los interruptores permite simplificar el circuito, cuyo funcionamiento no se verá alterado siempre que los valores medios de las corrientes aseguren el modo de conducción continua. En modo de conducción discontinua, los rizados de las variables aumentan, se modifica la dinámica y el valor medio de la tensión de salida en estado estacionario es superior al obtenido en CCM debido a la disminución del ciclo de trabajo complementario efectivo en las dos células canónicas del circuito.

* **Sliding general.** La consideración de una superficie de conmutación más general que impone que los valores medios de las corrientes de los inductores en estado estacionario sean diferentes, permite modelar los efectos de errores en la medida de dichas corrientes. Aunque si las pérdidas son bajas, los valores medios de las variables no se modifican, los niveles de los rizados aumentan y disminuye el amortiguamiento de la dinámica. Además, en una implementación unidireccional, es más probable que aparezca el modo de conducción discontinua en una de las células canónicas.

* **Redistribuciones topológicas.** Aunque es posible diseñar los parámetros del circuito para controlar los sobreimpulsos en la dinámica del arranque, existen otras alternativas que pueden conseguir efectos similares, como la inclusión en el circuito de una red no lineal que ayuda a cargar parcialmente el condensador de salida. Otra posibilidad es la conexión de dicho condensador, en forma flotante, entre la entrada y la salida. Esta modificación, aunque presenta graves inconvenientes, es el origen del circuito presentado en el próximo capítulo.

6. El circuito cuadruplicador. (SCIDB)

6.1. Introducción.

En una interconexión de N convertidores en paralelo actuando como un multiplicador de tensión, el número de inductores puede suponer un problema por su coste y dificultad de fabricación. Este condicionante puede ser especialmente importante en aquellas aplicaciones en las que los niveles de la tensión de salida requeridos impongan un multiplicador con un número mínimo de convertidores, pero en las que la fracción de la potencia de entrada que corresponda a cada célula canónica sea muy pequeña. En este sentido la estructura que se propone en este capítulo permite obtener, en el caso ideal sin pérdidas, tensiones de salida superiores a cuatro veces la tensión de entrada con tan sólo dos inductores, por lo que en principio se adecua a las aplicaciones mencionadas de bajas potencias y elevada relación entre las tensiones de salida y la de entrada.

Tras el estudio del IDB y de algunas posibles variaciones del circuito respecto al caso ideal presentadas respectivamente en los capítulos 2 y 5, el nuevo convertidor propuesto surge de una interconexión alternativa de los condensadores de las dos células canónicas que constituyen el circuito IDB. Como se verá a continuación, tanto la estructura propuesta como la familia que deriva de ella pueden operar con un ciclo de trabajo óptimo en cuanto a rizados que resulta ser del 50%, lejos del 75% requerido por el multiplicador de 4 convertidores o el elevador simple equivalente. También, a diferencia de los multiplicadores de los capítulos anteriores, pueden operar con un amplio margen de ciclos de trabajo sin que existan los problemas de sensibilidad en lazo abierto que aparecían en los multiplicadores.

Las condiciones que deben cumplirse para que el circuito sea asintóticamente estable alrededor del punto de equilibrio, bajo la misma estrategia de control en modo de deslizamiento utilizada en el caso del doblador en la versión general del apartado 5.4, y la demostración de que en un caso particular el circuito es asintóticamente estable de forma global son algunos de los resultados de interés del estudio.

6.2. Fundamentos básicos.

La nueva estructura propuesta se basa en la implementación unidireccional del IDB mostrada en la figura 5.9. La figura 6.1 muestra un paso intermedio en la concepción del circuito, en la que los condensadores de las células canónicas y la carga no se conectan directamente en paralelo entre ellos. Como puede verse en la figura, la conexión de cada uno de los condensadores con la carga se realiza mediante un diodo adicional (D_{A0} ó D_{B0}) de forma similar a la mostrada en la figura 5.11, que se utiliza en implementaciones con necesidad de redundancia.

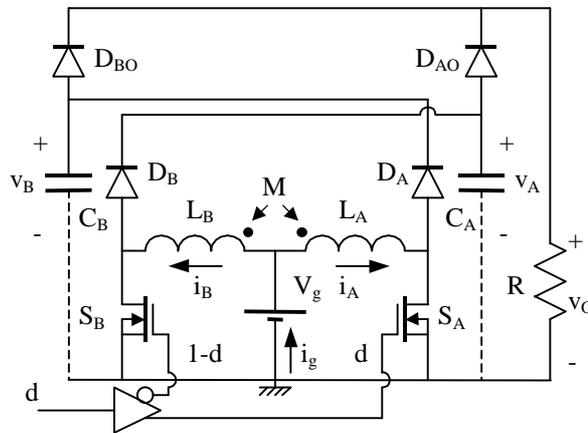


Figura 6.1. Conexión en interleaving de dos convertidores elevadores en paralelo con diodos redundantes.

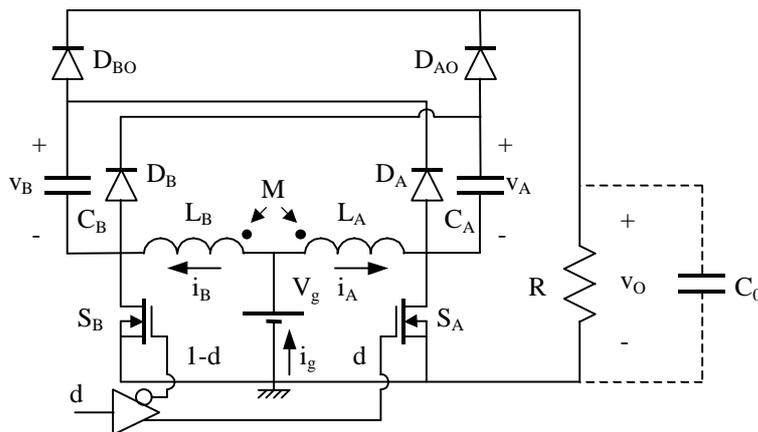


Figura 6.2. Implementación del convertidor SCIDB.

La conexión posterior de los terminales inferiores de los condensadores a los respectivos nodos intermedios entre inductores y conmutadores origina el nuevo

convertidor que se muestra en la figura 6.2. La interpretación del circuito como la combinación de un IDB y una etapa multiplicadora de tensión clásica [45]-[47] construida a partir de diodos y condensadores, junto con la consideración de estas últimas estructuras como redes de capacidades conmutadas, nos ha llevado a denominar al circuito SCIDB (“Switched Capacitor Interleaved Dual Boost”).

En el circuito de la figura 6.2 se ha añadido un condensador en paralelo con la carga para suprimir parte del rizado de conmutación que se producirá en una implementación del circuito. En algunos casos puede ser necesario incluso un filtro de salida de orden más elevado. En el análisis teórico no consideraremos este condensador o filtro de salida, ya que supondremos que tanto los diodos como los Mosfet son ideales. También consideraremos que las conmutaciones se producen en tiempo cero, sin asincronías ni retardos indeseados entre ellas.

6.2.1. Convertidor en lazo abierto.

En modo de conducción continua, el convertidor SCIDB descrito anteriormente adopta las dos configuraciones de las Figs. 6.3a y 6.3b a las que denominaremos ON y OFF respectivamente, siguiendo el criterio de asociar el nombre de la configuración al estado del Mosfet S_A .

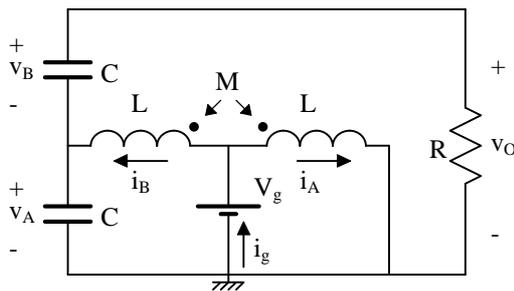


Figura 6.3a. Configuración ON.

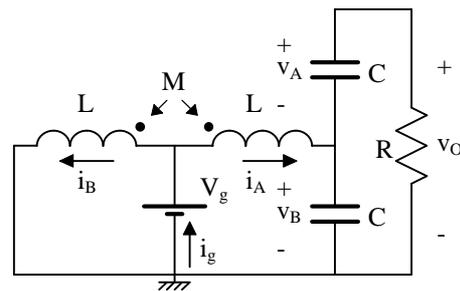


Figura 6.3b. Configuración OFF.

Para ambas configuraciones se ha considerado que los condensadores e inductores son iguales entre sí y que las pérdidas son nulas.

6.2.1.1. Ecuaciones de estado y régimen estacionario.

Con las premisas anteriores, en cuanto a pérdidas y a igualdad de células canónicas, se ha procedido a realizar un análisis análogo a los de circuitos anteriores. Hay que destacar que, en las condiciones de igualdad de inductores, el acoplo magnético entre ellos puede expresarse como

$$M = k L \quad (-1 < k < 1) \quad (6.1)$$

descartándose la existencia de acoplo magnético perfecto.

Consideraremos las variables de estado y las derivadas de dichas variables que se muestran en (6.2) donde además, se considera un vector de entradas [y] que incorpora la tensión de entrada y las variaciones en pequeña señal de la corriente en la carga en forma análoga a la que se muestra para el IDB en la figura 2.5.

$$x = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ v_A \\ v_B \end{bmatrix} \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{dv_A}{dt} \\ \frac{dv_B}{dt} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Por otro lado, las variables globales quedan como sigue:

$$i_g = i_A + i_B \quad v_O = v_A + v_B \quad (6.3)$$

Las matrices del sistema en cada intervalo de conmutación serán:

- Intervalo ON ($0 \leq t \leq t_{ON}$).

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k}{(1-k^2)L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{(1-k^2)L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & \frac{-1}{RC} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{RC} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ v_A \\ v_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k)L} & 0 \\ \frac{1}{(1+k)L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

- Intervalo OFF ($t_{ON} \leq t \leq T$).

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{(1-k^2)L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k}{(1-k^2)L} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{RC} & \frac{-1}{RC} \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ v_A \\ v_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k)L} & 0 \\ \frac{1}{(1+k)L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C} \\ 0 & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ i_L \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

La dinámica promediada en función del ciclo de trabajo de S_A que se muestra en la ecuación (6.6), se obtiene de forma análoga a la del IDB tras la descomposición de las variables como la suma de un término estacionario y un término variante (ecuaciones 2.5 a 2.11)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A_1 x + B_1 y)d + (A_2 x + B_2 y)(1-d) = \\ &= \hat{x} = [A X + B Y] + [C X + E Y] \hat{d} + [A \hat{x} + B \hat{y}] + [C \hat{x} + E \hat{y}] \hat{d} \end{aligned} \quad (6.6)$$

donde como $D' = 1-D$, las diversas matrices del sistema promediado quedan de la forma:

$$B = B_1 D + B_2 D' = B_1 = B_2 \quad (6.7)$$

$$E = B_1 - B_2 = \Theta \text{ (matriz nula)} \quad (6.8)$$

$$A = A_1D + A_2D' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{kD}{(1-k^2)L} & \frac{-D'}{(1-k^2)L} \\ 0 & 0 & \frac{-D}{(1-k^2)L} & \frac{kD'}{(1-k^2)L} \\ 0 & \frac{D}{C} & \frac{-1}{RC} & \frac{-1}{RC} \\ \frac{D'}{C} & 0 & \frac{-1}{RC} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$C = A_1 - A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k}{(1-k^2)L} & \frac{1}{(1-k^2)L} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{(1-k^2)L} & \frac{-k}{(1-k^2)L} \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Según (2.12), a partir de las matrices del sistema promediado se obtienen las expresiones de las variables de estado en régimen estacionario en función del ciclo de trabajo de (6.11).

$$\left\{ \begin{array}{l} I_A = \frac{V_g}{RD(1-D)^2} \\ I_B = \frac{V_g}{RD^2(1-D)} \\ V_A = \frac{V_g}{D} \\ V_B = \frac{V_g}{1-D} \end{array} \right. \quad (6.11)$$

Finalmente las variables globales del circuito, corriente de entrada y tensión de salida definidas en (6.3), en estado estacionario quedan:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_g = I_A + I_B = \frac{V_g}{RD^2(1-D)^2} \\ V_O = V_A + V_B = \frac{V_g}{D(1-D)} \end{array} \right. \quad (6.12)$$

Como era de esperar habiendo considerado pérdidas nulas, en régimen estacionario, la potencia de entrada iguala a la potencia entregada a la carga. (POPI [60]).

$$P_{in} = V_g \cdot \frac{V_g}{RD^2(1-D)^2} = \frac{\left(\frac{V_g}{D(1-D)}\right)^2}{R} = P_{out} \quad (6.13)$$

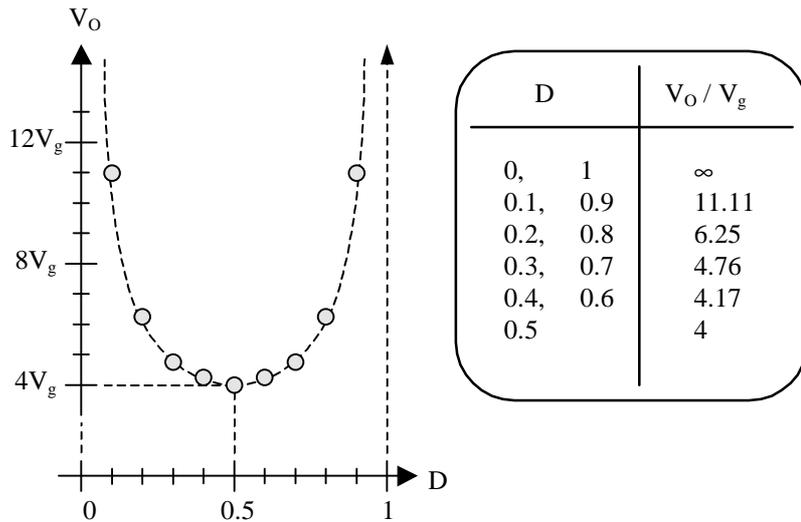


Figura 6.4. Tensión de salida en régimen estacionario.

La representación gráfica de la relación entre la tensión de salida y la tensión de entrada en función del ciclo de trabajo estacionario que se muestra en la figura 6.4 permite apreciar mejor el comportamiento del circuito, siempre de carácter elevador. Al igual que en el IDB, la gráfica es simétrica respecto a $D=0.5$. En este caso, sin embargo, el valor de la función en $D=0.5$ no es un máximo sino un mínimo de valor 4 (comportamiento como cuadruplicador de tensión). La gráfica tiende a infinito en los extremos, cuando el ciclo de trabajo se aproxima a cero o uno, que en la práctica son valores difícilmente alcanzables por el circuito.

6.2.1.2. Funciones de transferencia en pequeña señal.

El procedimiento de obtención de las diversas funciones de transferencia en pequeña señal es análogo al seguido en el capítulo 2.3.1.3, por lo que nos centraremos en comentar las expresiones obtenidas. Para simplificarlas, en (6.14) se presenta el polinomio característico de todas ellas en el caso general de existencia de acoplo magnético al que denominaremos Δk .

$$\Delta k = s^4 + \frac{2}{RC} s^3 + \frac{D^2 + D'^2}{L(1-k^2)C} s^2 + \frac{D^2 + D'^2 + 2kDD'}{RL(1-k^2)C^2} s + \frac{D^2 D'^2}{L^2(1-k^2)C^2} \quad (6.14)$$

- Funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} = K_{IA} \frac{s^3 + \frac{1+2D+(1+2D')k}{RC(D+D'k)} s^2 + \frac{R^2 CD^4 D' + L(D+D'k)}{R^2 LC^2 DD'(D+D'k)} s + \frac{D(3D-1)}{RLC^2(D+D'k)}}{\Delta k}$$

$$\left[K_{IA} = \frac{V_g(D+D'k)}{L(1-k^2)DD'} \right] \quad (6.15)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} = K_{IB} \frac{s^3 + \frac{1+2D'+(1+2D)k}{RC(D'+Dk)} s^2 + \frac{R^2 CD'^4 D + L(D+D'k)}{R^2 LC^2 DD'(D'+Dk)} s + \frac{D'(2-3D)}{RLC^2(D'+Dk)}}{\Delta k}$$

$$\left[K_{IB} = \frac{-V_g(D'+Dk)}{L(1-k^2)DD'} \right] \quad (6.16)$$

De la suma de las expresiones correspondientes a las corrientes de los inductores puede obtenerse la función de transferencia entre la corriente de entrada y el control (ciclo de trabajo) que se muestra en (6.17).

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{D}(s)} = K_{Ig} \frac{s^3 + \frac{2}{RC} s^2 + \frac{R^2 C(1-DD')DD' - L(1-k)}{R^2 L(1-k)C^2 DD'} s + \frac{2}{RL(1-k)C^2}}{\Delta k}$$

$$\left[K_{Ig} = \frac{V_g(D-D')}{L(1+k)DD'} \right] \quad (6.17)$$

La complejidad de las expresiones obtenidas dificulta extraer conclusiones inmediatas sobre ellas. En una primera inspección puede apreciarse la posibilidad de que con el coeficiente de acoplo magnético próximo a 1, cerca del acoplo magnético perfecto positivo, algunos de los coeficientes de la ecuación característica tiendan a infinito. En las proximidades del acoplo perfecto negativo ($k \rightarrow -1$) algunos polos del sistema podrían encontrarse en el semiplano derecho ya que el coeficiente del término de primer orden tiende a cero. Más adelante determinaremos las condiciones para que los polos estén en el semiplano izquierdo mediante el criterio de Routh-Hurwitz.

Una inspección un poco más detallada revela que aún si el sistema es estable, existen grandes posibilidades de que las funciones de transferencia sean de fase no mínima. En concreto si $(D'+Dk)$ o $(D+D'k)$ es negativo. También con k negativo si $(1+2D)<(1+2D')k$ o si $(1+2D')<(1+2D)k$. Por último, aunque hay otras posibilidades destacaremos los casos en que $(D>2/3)$ o que $(D<1/3)$ que afectan a los términos independientes de (6.14) y (6.15) con independencia del acoplo magnético.

A continuación veamos que sucede con las funciones de transferencia correspondientes a las tensiones.

$$\frac{\hat{V}_A(s)}{\hat{D}(s)} = K_{VA} \frac{s^3 + K_{2VA}s^2 - \frac{D'(2D^2 - D') + D(2D^2 + D')k}{L(1-k^2)C} s - \frac{RD^2D'^3}{L^2(1-k^2)C}}{\Delta k}$$

$$\left[K_{VA} = \frac{V_g}{RCD^2D'} \right] \left[K_{2VA} = \frac{L(1-k^2) - R^2CD^2D'(D'+Dk)}{RL(1-k^2)CD'} \right] \quad (6.18)$$

$$\frac{\hat{V}_B(s)}{\hat{D}(s)} = K_{VB} \frac{s^3 + K_{2VB}s^2 - \frac{D(2D'^2 - D) + D'(2D'^2 + D)k}{L(1-k^2)C} s - \frac{RD^3D'^2}{L^2(1-k^2)C}}{\Delta k}$$

$$\left[K_{VB} = \frac{-V_g}{RCD D'^2} \right] \left[K_{2VB} = \frac{L(1-k^2) - R^2CDD'^2(D+D'k)}{RL(1-k^2)CD} \right] \quad (6.19)$$

Finalmente, la función de transferencia tensión de salida-control será la suma de las expresiones (6.18) y (6.19).

$$\frac{\hat{V}_O(s)}{\hat{D}(s)} = K_{VO} \frac{s^3 + \frac{RDD'k}{L(1-k^2)}s^2 + \frac{1-DD'(1-k)}{L(1-k^2)C}s - \frac{RD^2D'^2}{L^2(1-k^2)C}}{\Delta k}$$

$$\left[K_{VO} = \frac{V_g(D'-D)}{RCD^2D'^2} \right] \quad (6.20)$$

Además de los posibles problemas de estabilidad en función del acoplo magnético ya comentados, resulta evidente que las tres funciones de transferencia entre las tensiones y el control tienen siempre ceros en el semiplano derecho por lo que, aunque los polos en lazo abierto estén en el semiplano izquierdo, será difícil cerrar lazos de tensión con buenos márgenes de estabilidad.

Por otra parte, si $D=D'=0.5$ las constantes K_{I_g} y K_{V_O} de las funciones correspondientes a las variables globales son nulas por lo que la utilización de dichas funciones en posibles estrategias de control alrededor de dicho punto de trabajo es cuando menos problemática. Esta situación se cumple también en el caso particular de acoplo magnético nulo en que las distintas funciones de transferencia quedan de la forma siguiente:

$$\Delta = s^4 + \frac{2}{RC}s^3 + \frac{D^2 + D'^2}{LC}s^2 + \frac{D^2 + D'^2}{RLC^2}s + \frac{D^2D'^2}{L^2C^2} \quad (6.21)$$

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g}{LD'} \frac{s^3 + \frac{1+2D}{RCD}s^2 + \frac{R^2CD^4 + L}{R^2LC^2D^2}s + \frac{3D-1}{RLC^2}}{\Delta} \quad (6.22)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-V_g}{LD} \frac{s^3 + \frac{1+2D'}{RCD'}s^2 + \frac{R^2CD'^4 + L}{R^2LC^2D'^2}s + \frac{2-3D}{RLC^2}}{\Delta} \quad (6.23)$$

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g(D-D')}{LDD'} \frac{s^3 + \frac{2}{RC}s^2 + \frac{R^2C(1-DD')DD'-L}{R^2LC^2DD'}s + \frac{2}{RLC^2}}{\Delta} \quad (6.24)$$

$$\frac{\hat{V}_A(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g}{RCD^2D'} \frac{s^3 + \frac{L - R^2CD^2D'^2}{RLCD'}s^2 - \frac{D'(2D^2 - D')}{LC}s - \frac{RD^2D'^3}{L^2C}}{\Delta} \quad (6.25)$$

$$\frac{\hat{V}_B(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-V_g}{RCDD'^2} \frac{s^3 + \frac{L - R^2CD^2D'^2}{RLCD'}s^2 - \frac{D(2D'^2 - D)}{LC}s - \frac{RD^3D'^2}{L^2C}}{\Delta} \quad (6.26)$$

$$\frac{\hat{V}_O(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g(D' - D)}{RCD^2D'^2} \frac{s^3 + \frac{1 - DD'}{LC}s - \frac{RD^2D'^2}{L^2C}}{s^4 + \frac{2}{RC}s^3 + \frac{D^2 + D'^2}{LC}s^2 + \frac{D^2 + D'^2}{RLC^2}s + \frac{D^2D'^2}{L^2C^2}} \quad (6.27)$$

S^4	1	$\frac{D^2 + D'^2}{L(1 - k^2)C}$	$\frac{D^2D'^2}{L^2(1 - k^2)C^2}$
S^3	$\frac{2}{RC}$	$\frac{D^2 + D'^2 + 2DD'k}{RL(1 - k^2)C^2}$	
S^2	$\frac{D^2 + D'^2 - 2DD'k}{2L(1 - k^2)C}$	$\frac{D^2D'^2}{L^2(1 - k^2)C^2}$	
S^1	$\frac{(D^2 - D'^2)^2}{RL(1 - k^2)C^2(D^2 + D'^2 - 2DD'k)}$		
S^0	$\frac{D^2D'^2}{L^2(1 - k^2)C^2}$		

Tabla 6.I. Tabla del criterio de Routh-Hurwitz de la ecuación característica (6.14) del SCIDB.

La aplicación del criterio de Routh-Hurwitz a la ecuación característica en el caso general queda como se muestra en la tabla 6.I. Para que el sistema tenga todos sus polos en el semiplano izquierdo no debe existir acoplo magnético perfecto y el ciclo de trabajo no debe ser del 0%, 50% ó 100%.

$$-1 < k < 1 \quad 0 < D < 1 \quad D \neq D' \neq 0.5 \quad (6.28)$$

En realidad la existencia de acoplo magnético perfecto no implica que el sistema deje de tener los polos en el semiplano izquierdo. Con acoplo magnético perfecto, el modelo matemático de cuarto orden del sistema no es válido y debería ser de orden tres. Obsérvese que las ecuaciones reflejan la existencia de dicha incongruencia.

Hay que tener en cuenta también que ciclos de trabajo próximos al 0% o al 100% son inviables por las limitaciones que imponen los Mosfet y diodos realmente utilizados en el circuito. En este sentido, las pérdidas tenderán a estabilizar el sistema por lo que el ciclo de trabajo del 50% podría utilizarse aunque seguramente el margen de estabilidad del sistema será escaso.

- Funciones de transferencia con respecto a la tensión de entrada

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L(1+k)} \frac{s^3 + \frac{2}{RC}s^2 + \frac{D^2}{L(1-k)C}s + \frac{D}{RL(1-k)C^2}}{\Delta k} \quad (6.29)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L(1+k)} \frac{s^3 + \frac{2}{RC}s^2 + \frac{D'^2}{L(1-k)C}s + \frac{D'}{RL(1-k)C^2}}{\Delta k} \quad (6.30)$$

Admitancia de entrada.

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{2}{L(1+k)} \frac{s^3 + \frac{2}{RC}s^2 + \frac{D^2 + D'^2}{2L(1-k)C}s + \frac{1}{2RL(1-k)C^2}}{\Delta k} \quad (6.31)$$

$$\frac{\hat{V}_A(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{D}{L(1+k)C} \frac{s^2 + \frac{D-D'}{RCD}s + \frac{D^2}{L(1-k)C}}{\Delta k} \quad (6.32)$$

$$\frac{\hat{V}_B(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{D'}{L(1+k)C} \frac{s^2 - \frac{D-D'}{RCD}s + \frac{D^2}{L(1-k)C}}{\Delta k} \quad (6.33)$$

Función de transferencia tensión de salida – tensión de entrada.

$$\frac{\hat{V}_O(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L(1+k)C} \frac{s^2 + \frac{DD'}{L(1-k)C}}{\Delta k} \quad (6.34)$$

Entre las funciones de transferencia respecto a variaciones en pequeña señal de la tensión de entrada hay que destacar las que hacen referencia a las tensiones en los condensadores y la tensión de salida. En todas ellas el polinomio del numerador es de segundo orden y la comparación de las dos primeras pone de manifiesto que, en general, una de ellas es de fase no mínima, ya que los términos de primer orden son de signos opuestos. Si $D=D'=0.5$ dichos términos de primer orden se anulan, por lo que las funciones de transferencia presentan un par de ceros conjugados en el eje imaginario, al igual que la función de transferencia correspondiente a la tensión salida. De hecho, salvo un factor 2 en esta última, todas las funciones de transferencia se hacen iguales entre sí cuando $D=0.5$.

- *Funciones de transferencia con respecto a variaciones en la carga*

$$\frac{\hat{I}_A(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{D'-Dk}{L(1-k^2)C} \frac{s^2 + \frac{D^2D'}{LC(D'-Dk)}}{\Delta k} \quad (6.35)$$

$$\frac{\hat{I}_B(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{D-D'k}{L(1-k^2)C} \frac{s^2 + \frac{DD^2}{LC(D-D'k)}}{\Delta k} \quad (6.36)$$

Función de transferencia corriente de entrada-variación de carga

$$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{1}{L(1+k)C} \frac{s^2 + \frac{DD'}{L(1-k)C}}{\Delta k} \quad (6.37)$$

Nuevamente hemos obtenido funciones de transferencia con dos ceros imaginarios con resultados similares a los de las funciones de (6.32), (6.33) y (6.34) cuando $D=0.5$. Veamos que sucede con las expresiones correspondientes a las tensiones.

$$\frac{\hat{V}_A(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-s}{C} \frac{s^2 + \frac{D'(D'+Dk)}{L(1-k^2)C}}{\Delta k} \quad (6.38)$$

$$\frac{\hat{V}_B(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-s}{C} \frac{s^2 + \frac{D(D+D'k)}{L(1-k^2)C}}{\Delta k} \quad (6.39)$$

Impedancia de salida

$$\frac{\hat{V}_O(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-2s}{C} \frac{s^2 + \frac{D^2 + D'^2 + 2DD'k}{2L(1-k^2)C}}{\Delta k} \quad (6.40)$$

Finalmente en las expresiones correspondientes a la variación de la carga además de los ceros imaginarios, aparece un cero en el origen que pone de manifiesto la independencia de la carga que presentan las coordenadas de tensión del vector de estado estacionario de (6.11) y la tensión de salida de (6.12). Este resultado es análogo al que aparece en el convertidor IDB en las expresiones correspondientes del apartado 2.3.1.3. En la práctica, la insensibilidad en estado estacionario de las tensiones (regulación de carga) se verá afectada por las pérdidas y la no idealidad de los elementos de conmutación.

La tabla 6.II muestra un resumen de algunas funciones de transferencia correspondientes a las variables globales particularizadas considerando acoplamiento magnético nulo.

Corriente de entrada $\hat{I}_g(s)$	
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{2}{L} \frac{s^3 + \frac{2}{RC}s^2 + \frac{D^2 + D'^2}{2LC}s + \frac{1}{2RLC^2}}{\Delta}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}_g(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{1}{LC} \frac{s^2 + \frac{DD'}{LC}}{\Delta}$
Tensión de salida $\hat{V}(s)$	
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{V}_O(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{LC} \frac{s^2 + \frac{DD'}{LC}}{\Delta}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{V}_O(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-2s}{C} \frac{s^2 + \frac{D^2 + D'^2}{2LC}}{\Delta}$
$\Delta = s^4 + \frac{2}{RC}s^3 + \frac{D^2 + D'^2}{LC}s^2 + \frac{D^2 + D'^2}{RLC^2}s + \frac{D^2 D'^2}{L^2 C^2}$	

Tabla 6.II. Funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales del SCIDB respecto a variaciones en la entrada y en la carga. (k=0).

6.2.1.3. Reflexiones acerca del convertidor SCIDB.

Llegados a este punto del capítulo dedicado al nuevo convertidor SCIDB, y a la vista de los resultados obtenidos, es conveniente reflexionar sobre la dirección que debe tomar el resto del estudio, que hasta el momento ha seguido una línea argumental análoga a la tomada en el caso del convertidor IDB. Sobre todo porque, con respecto al estudio del IDB realizado, han aparecido algunas diferencias que merece la pena destacar.

Por un lado, el circuito SCIDB, con una ecuación característica de cuarto orden, presenta una mayor complejidad analítica. Por otro lado, también son mayores las posibilidades del circuito, que no se ven restringidas por la dependencia de las pérdidas que aparecían en el caso del IDB y que limitaban su utilidad a un único ciclo de trabajo óptimo ($D=0.5$). El SCIDB puede operar como elevador de tensión en un margen amplio de ciclos de trabajo, proporcionando tensiones por encima de 4 veces la tensión de entrada, operando precisamente como cuadruplicador de tensión cuando $D=0.5$. Con dicho ciclo de trabajo, los dos convertidores plantean problemas de controlabilidad debido a la cancelación de las correspondientes funciones de transferencia en pequeña señal de las variables globales.

La presencia en las distintas funciones de transferencia de polos en el semiplano izquierdo, cuya proximidad al eje imaginario depende de las pérdidas del sistema, se ve complicada en el caso del SCIDB por la existencia, en algunas de las funciones, de ceros en el semiplano derecho.

Tanto las diferencias en las expresiones de las variables globales, como el orden elevado, las particularidades de las funciones de transferencia y el margen amplio de ciclos de trabajo posibles, hacen difícil la comparación entre el SCIDB y el IDB o el posible elevador equivalente. La determinación de los rizados de las variables por métodos gráficos también se hace extremadamente complicada, incluso cuando $D=0.5$. Por ello, aplazaremos dichas cuestiones, dejándolas total o parcialmente para futuros estudios.

6.2.2. Convertidor en lazo cerrado.

Al igual que en el caso del IDB, las expresiones de las funciones de transferencia en pequeña señal obtenidas ponen de manifiesto la complejidad de determinar estrategias de control basadas en dichas funciones. Como consecuencia de ello, aplazamos también el estudio de tales cuestiones para futuros trabajos y centraremos el resto del capítulo en el control en modo de deslizamiento del convertidor siguiendo unos planteamientos iniciales análogos a los utilizados en el caso del IDB en los apartados 2.3.2 y 5.4.

- **Superficie de deslizamiento.**

La superficie de conmutación que se va a considerar es la misma que en el caso general del IDB (apartado 5.4). Sin embargo, el vector de estado del SCIDB definido en (6.2) tiene cuatro componentes, por lo que la superficie y su gradiente quedan como se muestra en (6.41) y (6.42) respectivamente.

$$S(x) = i_A - \alpha i_B = 0 \quad (\alpha > 0) \quad (6.41)$$

$$\nabla S = [1 \quad -\alpha \quad 0 \quad 0] \quad (6.42)$$

Asignando a la variable discreta u los valores lógicos “1” ó “0” según el circuito adopte respectivamente las configuraciones “ON” u “OFF”, la correspondiente descripción bilineal del sistema (Apéndice B) permite obtener los campos vectoriales $(Ax + \delta)$ y $(Bx + \gamma)$ de (6.43) y (6.44).

$$(Ax + \delta) = \begin{bmatrix} \frac{V_g(1-k) - v_B}{L(1-k^2)} \\ \frac{V_g(1-k) + k v_B}{L(1-k^2)} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} \\ \frac{i_A}{C} - \frac{v_A + v_B}{RC} \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

$$(B_x + \gamma) = \left[\begin{array}{c} \frac{k v_A - v_B}{L(1-k^2)} \\ -\frac{(v_A + k v_B)}{L(1-k^2)} \\ \frac{i_B}{C} \\ -\frac{i_A}{C} \end{array} \right] \quad (6.44)$$

donde se ha considerado constante y positiva la tensión de entrada V_g y se ha supuesto nula la variación de la carga que venía representada por i_L .

- **Condición de transversalidad.**

La condición de transversalidad que debe cumplirse es:

$$\langle \nabla S, B_x + \gamma \rangle = \frac{(\alpha + k)v_A + (1 + \alpha k)v_B}{L(1-k^2)} \neq 0 \quad (6.45)$$

que en ausencia de acoplo magnético perfecto puede resumirse como

$$(\alpha + k)v_A + (1 + \alpha k)v_B \neq 0 \quad (6.46)$$

Si $\alpha=1$, la expresión anterior, puede particularizarse de la forma siguiente

$$v_A + v_B \neq 0 \quad (6.47)$$

que se cumplirá prácticamente siempre, ya que la estructura del convertidor fuerza que la tensión de salida v_O , que es igual a la suma de las tensiones v_A y v_B , sea siempre positiva excepto en el arranque desde condiciones iniciales nulas en que es cero. En realidad, hasta que se produce la primera conmutación, el convertidor no adopta ninguna de las dos configuraciones previstas, sino otra diferente en la que uno de los condensadores se carga a tensiones negativas, aunque quedan limitadas por la tensión umbral de uno de los diodos. Por lo tanto, el análisis anterior no tiene validez durante este primer intervalo. Tras la primera conmutación, el circuito adoptará una de las dos estructuras previstas en la que, normalmente, la tensión de ambos condensadores se hará positiva y ya siempre se cumplirá la condición de transversalidad.

- **Control equivalente.**

La expresión del control equivalente obtenido que se muestra en (6.48) se ha particularizado también para $\alpha=1$, en cuyo caso se obtiene una expresión que es independiente del acoplo magnético entre los inductores.

$$u_{eq} = \frac{-\langle \nabla S, A x + \delta \rangle}{\langle \nabla S, B x + \gamma \rangle} = \frac{-(1-\alpha)(1-k)V_g + (1+\alpha k)v_B}{(\alpha+k)v_A + (1+\alpha k)v_B} \stackrel{\alpha=1}{=} \frac{v_B}{v_A + v_B} \quad (6.48)$$

- **Regiones de deslizamiento.**

Las regiones en las que existirá deslizamiento serán aquellas en las que el control equivalente esté dentro del intervalo (0,1) y por tanto en las que se cumpla

$$0 < \frac{-(1-\alpha)(1-k)V_g + (1+\alpha k)v_B}{(\alpha+k)v_A + (1+\alpha k)v_B} < 1 \quad (6.49)$$

$$0 < \frac{v_B}{v_A + v_B} < 1 \quad (6.50)$$

En el caso particular al que corresponde la expresión (6.50), las desigualdades se satisfacen si las tensiones v_A y v_B son positivas.

- **Dinámica de deslizamiento ideal.**

La dependencia entre las corrientes de los inductores, que fuerza la acción del control, reduce el orden de la dinámica del sistema, pudiéndose definir un nuevo vector de variables de estado x' (6.51) en el que la corriente de entrada asume la dinámica de las corrientes en los inductores. El sistema de ecuaciones correspondiente a la dinámica de deslizamiento ideal del sistema, considerando el nuevo vector de estado, se muestra en (6.52).

$$x' = \begin{bmatrix} i_A + i_B \\ v_A \\ v_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_g \\ v_A \\ v_B \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

$$\dot{x}' = \begin{bmatrix} \frac{di_g}{dt} \\ \frac{dv_A}{dt} \\ \frac{dv_B}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+\alpha)}{L} \cdot \frac{V_g(v_A + v_B) - v_A v_B}{(\alpha+k)v_A + (1+\alpha k)v_B} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} + \frac{i_g}{C(1+\alpha)} \cdot \frac{(\alpha+k)V_g + (1+\alpha k)(v_B - V_g)}{(\alpha+k)v_A + (1+\alpha k)v_B} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} + \frac{\alpha i_g}{C(1+\alpha)} \cdot \frac{(\alpha+k)(v_A - V_g) + (1+\alpha k)V_g}{(\alpha+k)v_A + (1+\alpha k)v_B} \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

En el caso particular de $\alpha=1$, la dinámica de deslizamiento ideal queda como se muestra en (6.53), donde se ha definido la inductancia equivalente L_e en función del coeficiente de acoplo magnético de la forma indicada en la expresión (6.54).

$$\dot{x}'|_{\alpha=1} = \begin{bmatrix} \frac{di_g}{dt} \\ \frac{dv_A}{dt} \\ \frac{dv_B}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{L_e} \cdot \frac{V_g(v_A + v_B) - v_A v_B}{(v_A + v_B)} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} + \frac{i_g}{2C} \cdot \frac{v_A}{(v_A + v_B)} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} + \frac{i_g}{2C} \cdot \frac{v_B}{(v_A + v_B)} \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

$$L_e = (1+k)L \quad (6.54)$$

También resulta interesante el caso general ($\alpha \neq 1$) pero sin acoplo magnético $k=0$.

$$\dot{x}'|_{k=0} = \begin{bmatrix} \frac{di_g}{dt} \\ \frac{dv_A}{dt} \\ \frac{dv_B}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+\alpha)}{L} \cdot \frac{V_g(v_A + v_B) - v_A v_B}{\alpha v_A + v_B} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} + \frac{i_g}{C(1+\alpha)} \cdot \frac{-(1-\alpha)V_g + v_B}{\alpha v_A + v_B} \\ -\frac{(v_A + v_B)}{RC} + \frac{\alpha i_g}{C(1+\alpha)} \cdot \frac{(1-\alpha)V_g + \alpha v_A}{\alpha v_A + v_B} \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

- **Punto de equilibrio.**

La expresión (6.56) muestra las coordenadas del punto de equilibrio de la dinámica de deslizamiento ideal en el caso más general en función del parámetro α de la ley de control.

$$x'^* = \begin{bmatrix} i_g^* \\ v_A^* \\ v_B^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+\alpha)^4}{R\alpha^2} \\ \frac{(1+\alpha)}{\alpha} \\ (1+\alpha) \end{bmatrix} V_g \quad (6.56)$$

Por su parte, las corrientes de los inductores en estado estacionario y de la tensión de salida se muestran respectivamente en (6.57) y (6.58).

$$i_A^* = \frac{(1+\alpha)^3}{\alpha} \cdot \frac{V_g}{R} \quad i_B^* = \frac{(1+\alpha)^3}{\alpha^2} \cdot \frac{V_g}{R} \quad (6.57)$$

$$v_O^* = v_A^* + v_B^* = \frac{(1+\alpha)^2}{\alpha} V_g \quad (6.58)$$

La comparación de las expresiones de las variables del circuito en estado estacionario (6.11) y (6.12) obtenidas en lazo abierto (en función de D) con las expresiones correspondientes de lazo cerrado (en función de α) permite obtener las relaciones de (6.59) donde queda claro que, si $\alpha=1$, el ciclo de trabajo será del 50% y, por tanto, la tensión de salida debería ser cuatro veces la de entrada.

$$D = \frac{\alpha}{1+\alpha} \quad \alpha = \frac{D}{1-D} = \frac{D}{D'} \quad (6.59)$$

La particularización en (6.60) y (6.61) de las distintas expresiones de las variables del sistema en el punto de equilibrio para $\alpha=1$ muestra, efectivamente, el comportamiento como cuadruplicador de tensión del circuito en tales condiciones.

$$i_g^* = i_A^* + i_B^* = 16 \frac{V_g}{R} \quad v_O^* = v_A^* + v_B^* = 4 V_g \quad (6.60)$$

$$i_A^* = i_B^* = 8 \frac{V_g}{R} \quad v_A^* = v_B^* = 2 V_g \quad (6.61)$$

Recordemos que si $\alpha=1$, la ley de control debe forzar que $i_A=i_B$, lo que obviamente también se verifica en el punto de equilibrio. En dicho punto además, las tensiones en los condensadores son iguales y la expresión del control equivalente toma el valor

$$u_{eq}^* = \frac{1}{2} \quad (6.62)$$

que coincide con el ciclo de trabajo del 50% previsto.

- **Estabilidad asintótica local.**

Tanto la dinámica general de (6.52) como las particulares de (6.53) y (6.55) son claramente no lineales, lo que dificulta la determinación de las condiciones que deben cumplirse para que punto de equilibrio del sistema sea asintóticamente estable.

El proceso de análisis de la estabilidad local requiere la linealización del sistema de ecuaciones en torno al punto de equilibrio y la obtención posterior del polinomio característico del sistema. La secuencia de operaciones matemáticas comienza con la obtención del Jacobiano de la dinámica de deslizamiento ideal (de tercer orden), prosigue con la particularización del jacobiano en el punto de equilibrio y con la resolución del determinante que permite obtener el polinomio característico que es de la forma $s^3 + ms^2 + ns + p$. Finalmente el estudio de la situación de las raíces de dicho polinomio mediante el criterio de Routh-Hurwitz permite determinar las condiciones que deben cumplirse para que el punto de equilibrio sea asintóticamente estable de forma local. En concreto, debe cumplirse que los coeficientes m , n , p y $q = (mn-p)$ que se muestran en las expresiones (6.63) a (6.66) sean positivos.

$$m = \frac{3 \left[(1 + \alpha^2)k + 2\alpha \right] + (1 + \alpha^2) + 2\alpha k}{RC \left[(1 + \alpha^2)k + 2\alpha \right]} \quad (6.63)$$

$$n = \frac{R^2 C \alpha^2 (1 + \alpha^2) + L(1 + \alpha)^4 \left[2\alpha k + (1 + \alpha^2) \right]}{R^2 C^2 L \alpha (1 + \alpha)^2 \left[(1 + \alpha^2)k + 2\alpha \right]} \quad (6.64)$$

$$p = \frac{\alpha}{RC^2L [(1+\alpha^2)k + 2\alpha]} \quad (6.65)$$

$$q = \frac{\alpha \left[(\alpha^4 + 4\alpha^3 - 2\alpha^2 + 4\alpha + 1) + (1 + \alpha^2)^2 2k \right]}{RC^2L(1+\alpha)^2 [(1+\alpha^2)k + 2\alpha]^2} + \frac{(1+\alpha)^2}{R^3C^3\alpha [(1+\alpha^2)k + 2\alpha]^2} \left[\begin{array}{l} 2\alpha(3\alpha^2 + 2\alpha + 3)k^2 + \\ + (3\alpha^4 + 4\alpha^3 + 18\alpha^2 + 4\alpha + 3)k + \\ + (\alpha^4 + 6\alpha^3 + 2\alpha^2 + 6\alpha + 1) \end{array} \right] \quad (6.66)$$

Puede demostrarse que si se satisface la condición (6.67) (que se obtiene fácilmente de p) el sistema será asintóticamente estable, siendo $(-1 < k < 1)$ y $(\alpha > 0)$.

$$k > \frac{-2\alpha}{1+\alpha^2} \quad (6.67)$$

La expresión de la condición de estabilidad tiene un mínimo en $\alpha=1$, para el cual k debe ser mayor que -1 y por tanto siempre se satisface. Si sustituimos α por $1/\alpha$, obtenemos la misma expresión lo cual tiene sentido ya que decir que $i_A=2i_B$, dada la simetría del circuito, es equivalente a $i_B = 2i_A$. En el peor de los casos con $\alpha = 0$, o bien $\alpha \rightarrow \infty$, la condición de estabilidad anterior se satisface cuando $k>0$, aunque no tiene sentido físico que α pueda tomar estos valores extremos. Valores de α con más sentido por ejemplo $\alpha = 10$ (una corriente 10 veces la otra) implicarían $k > -0.2$.

En el caso particular en que $\alpha=1$ el polinomio característico puede factorizarse como se muestra en (6.68), siendo evidente que sus tres polos están en el semiplano izquierdo.

$$\left(s + \frac{2}{RC} \right) \left(s^2 + \frac{2}{RC}s + \frac{1}{4L(1+k)C} \right) \quad (6.68)$$

Al igual que en el circuito doblador, el acoplo magnético se convierte en un parámetro adicional de diseño que permite, por ejemplo, ajustar los polos del sistema para conseguir una distribución de los mismos según un polinomio de Butterworth de orden 3 que es de la forma $(s + \omega_O)(s^2 + \omega_O s + \omega_O^2)$.

En la práctica, la construcción de inductores acoplados magnéticamente de forma que se pueda ajustar el parámetro k puede ser complicada y bastante costosa. En el caso de que no se acoplen los inductores, las expresiones (6.69) a (6.72) muestran que los coeficientes del criterio de Routh-Hurwitz particularizados para $k = 0$ son siempre positivos. De forma equivalente la condición expresada en (6.67) también se satisface y, por tanto, el punto de equilibrio del sistema es asintóticamente estable.

$$m = \frac{\alpha^2 + 6\alpha + 1}{2RC\alpha} \quad (6.69)$$

$$n = \frac{R^2C\alpha^2 + L(1+\alpha)^4}{2R^2C^2L\alpha^2(1+\alpha)^2} (1+\alpha^2) \quad (6.70)$$

$$p = \frac{1}{2LRC^2} \quad (6.71)$$

$$q = \frac{(1+\alpha)^4 - 8\alpha^2}{4RC^2L\alpha(1+\alpha)^2} + \frac{(1+\alpha)^2(\alpha^4 + 6\alpha^3 + 2\alpha^2 + 6\alpha + 1)}{4R^3C^3\alpha^3} \quad (6.72)$$

lo que nos indica que el sistema será siempre estable. En este caso resulta más complejo el planteamiento de la asignación de polos.

- **Estabilidad asintótica global.**

La utilización del segundo método de Lyapunov [28] en el sistema de ecuaciones con $\alpha=1$ (6.53), permite comprobar que el sistema es asintóticamente estable de forma global.

El teorema de Lyapunov sobre la estabilidad asintótica de un sistema de ecuaciones puede resumirse así:

Supongamos un sistema descrito de la forma:

$$\dot{x} = f(x) \quad (6.73)$$

donde $f(x)$ es invariante con el tiempo, continua y se cumple que $f(0)=0$.

Si existe una función escalar $V(x)$ que tenga las primeras derivadas parciales continuas y que cumpla:

1. $V(x)$ es definida positiva. Es decir $V(x) > 0$ si $x \neq 0$ con $V(0)=0$
2. $\dot{V}(x)$ es definida negativa. Osea que $-\dot{V}(x)$ es definida positiva.

entonces el punto de equilibrio en el origen es asintóticamente estable de forma uniforme.

Si además $V(x) \rightarrow \infty$ cuando $\|x\| \rightarrow \infty$, entonces el punto de equilibrio en el origen es asintóticamente estable en sentido global. Esta última condición permite reescribir la segunda de forma que $\dot{V}(x)$ sea semidefinida negativa.

Para cumplir con las exigencias del método, es necesario realizar un cambio de variables en el sistema de ecuaciones de forma que el punto de equilibrio quede centrado en el origen.

$$\begin{cases} \hat{v} = R \hat{i}_g = R (i_g - i_g^*) \\ \hat{v}_A = v_A - v_A^* \\ \hat{v}_B = v_B - v_B^* \end{cases} \quad (6.74)$$

El cambio de variables que se propone es el de la expresión (6.74), donde se ha incluido un factor R en la primera variable de estado para que las tres tengan las mismas dimensiones. Las variables con asterisco han aparecido en (6.60) y (6.61).

Existen diversas formas de construir funciones de Lyapunov o funciones de energía que sean definidas positivas. Una de las formas posibles es

$$V = f^T \cdot Y \cdot f \quad (6.75)$$

donde la matriz Y es simétrica (caso particular de hermítica con coeficientes reales) y definida positiva. La derivada de la función de energía (suponiendo que los coeficientes de Y son constantes) será

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial f^T}{\partial t} \cdot Y \cdot f + f^T \cdot Y \cdot \frac{\partial f}{\partial t} = f^T \cdot (A_j^T \cdot Y + Y \cdot A_j) \cdot f = f^T \cdot W \cdot f \quad (6.76)$$

con

$$\frac{\partial f(x)}{\partial t} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = A_j \cdot f \quad (6.77)$$

donde A_j es el Jacobiano del sistema y W ha de ser definida negativa para que el sistema sea estable.

La complejidad de las expresiones que aparecen al seguir el proceso que se propone en (6.76) y (6.77) dificulta enormemente la búsqueda de matrices Y candidatas a construir la función de energía. La expresión (6.78) muestra otra forma de construir la función de energía que en este caso se ha revelado como más sencilla.

$$V(x) = \hat{x}^T \cdot Y \cdot \hat{x} \quad (6.78)$$

De forma que la derivada de V queda como

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d\hat{x}^T}{dt} \cdot Y \cdot \hat{x} + \hat{x}^T \cdot Y \cdot \frac{d\hat{x}}{dt} \quad (6.79)$$

Con esta definición, la obtención de funciones de energía a evaluar consiste en proponer matrices Y definidas positivas y comprobar el signo de la derivada de la función de energía. La indeterminación del método en la forma de buscar las matrices es el principal inconveniente del mismo, ya que el éxito en encontrar una función de energía que cumpla con los requisitos del método es concluyente respecto a la estabilidad del sistema, mientras que el fracaso no lo es. Tras un proceso relativamente largo de prueba y error con diversas matrices definidas positivas, la matriz diagonal de la expresión (6.80) permite construir la función de energía de (6.81).

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{L_e}{2R} & 0 & 0 \\ 0 & RC & 0 \\ 0 & 0 & RC \end{bmatrix} \quad (6.80)$$

$$V(x) = \hat{x}^T \cdot Y \cdot \hat{x} = R \left[\frac{L_e}{2} \hat{i}_g^2 + C (\hat{v}_A^2 + \hat{v}_B^2) \right] \quad (6.81)$$

Nuestra candidata a función de energía es claramente definida positiva ya que queda expresada en función de los cuadrados de las componentes variantes de las variables de estado en torno a sus respectivos puntos de equilibrio.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d\hat{x}^T}{dt} \cdot Y \cdot \hat{x} + \hat{x} \cdot Y \cdot \frac{d\hat{x}}{dt} = -2 \left(\hat{v}_A^2 + \hat{v}_B^2 + \frac{2}{v_A + v_B} (v_B \hat{v}_A^2 + v_A \hat{v}_B^2) \right) \quad (6.82)$$

Tras algunas manipulaciones, la expresión (6.82) muestra la derivada de la función de energía de forma que puede comprobarse que es negativa con toda seguridad cuando la suma de tensiones en los condensadores v_A y v_B , que son los únicos términos de la expresión que no aparecen al cuadrado, es positiva. Esta condición ya ha aparecido anteriormente al discutir sobre la existencia del modo de deslizamiento, en concreto sobre la condición de transversalidad en el arranque del sistema desde condiciones iniciales nulas (6.47).

La conclusión que se desprende es que el sistema con $\alpha=1$ es asintóticamente estable de forma global siempre que realmente su dinámica sea la de deslizamiento ideal.

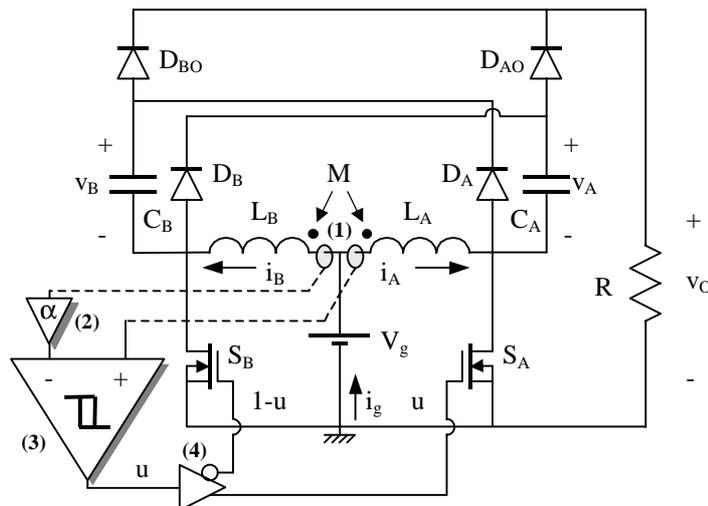


Figura 6.5. Esquema de bloques de una posible implementación del control en modo de deslizamiento propuesto.

- **Implementación del control.**

La figura 6.5 muestra una representación del circuito SCIDB con un esquema de bloques de una posible implementación del control en modo de deslizamiento propuesto análogo a la propuesta para el doblador en la figura 2.5.

En el lazo de control se distinguen cuatro bloques principales:

(1). *Medida de las corrientes en los inductores y adaptación de niveles para las siguientes etapas.*

En la implementación escogida de este bloque se utiliza un resistor en serie con los inductores y un espejo de corriente con transistores discretos PNP de ganancia ajustable para sensar las corrientes [53], con un seguidor de tensión a la salida para desacoplar la etapa de las siguientes.

(2). *Ajuste de la relación α .*

Utilizamos un amplificador operacional en configuración de amplificador no inversor para esta función. Con esta etapa pueden obtenerse valores de α mayores o iguales a uno. Aún así el control no pierde generalidad ya que la simetría existente en el comportamiento del circuito respecto a $\alpha=1$ es suficiente para conseguir todos los posibles valores de la tensión de salida. Si fuese necesario conseguir valores de α menores que la unidad, podría realizarse un reajuste en la etapa anterior o insertar en la cadena un bloque atenuador.

Puede ser interesante que el parámetro α dependa de alguna forma de la tensión de salida para implementar un lazo adicional de tensión. Esta idea será objeto de futuros estudios en los que estructuras multiplicadoras basadas en OTA (Operational Transconductance Amplifiers) podrían servir para implementar esta etapa.

(3). *Comparador con histéresis.*

En este bloque es posible obtener directamente la señal de control u del Mosfet S_A . La utilización de un circuito basado en un comparador del tipo LM311 permite el ajuste de los niveles de la tensión de la variable de control a los requeridos por la siguiente

etapa. La histéresis de la comparación permitirá regular la frecuencia de conmutación en estado estacionario.

La implementación escogida, tanto de esta etapa como de las anteriores, se ajusta a la pretendida alimentación unipolar de gran parte del circuito de control con una tensión única obtenida a partir de la tensión de entrada mediante un regulador lineal convencional del tipo 7805. La alimentación unipolar complica otras realizaciones alternativas de esta etapa, en las que se obtendría una tensión proporcional a la superficie de conmutación y se detectarían posteriormente sus pasos por cero.

(4). Generación de la señal de control complementaria y “driver”.

Tras la generación de la señal lógica u que gobierna la activación del Mosfet S_A , es necesario generar la señal complementaria $(1-u)$ que activa el Mosfet S_B . Un simple inversor puede hacer esta función. Finalmente, las señales a niveles lógicos u y $(1-u)$ son aplicadas a sendas etapas “driver” que las adaptan a los niveles de tensión y corrientes necesarios para hacer conmutar los Mosfet. Pueden utilizarse integrados comerciales como el DS0026, inversores CMOS en paralelo o etapas basadas en transistores discretos.

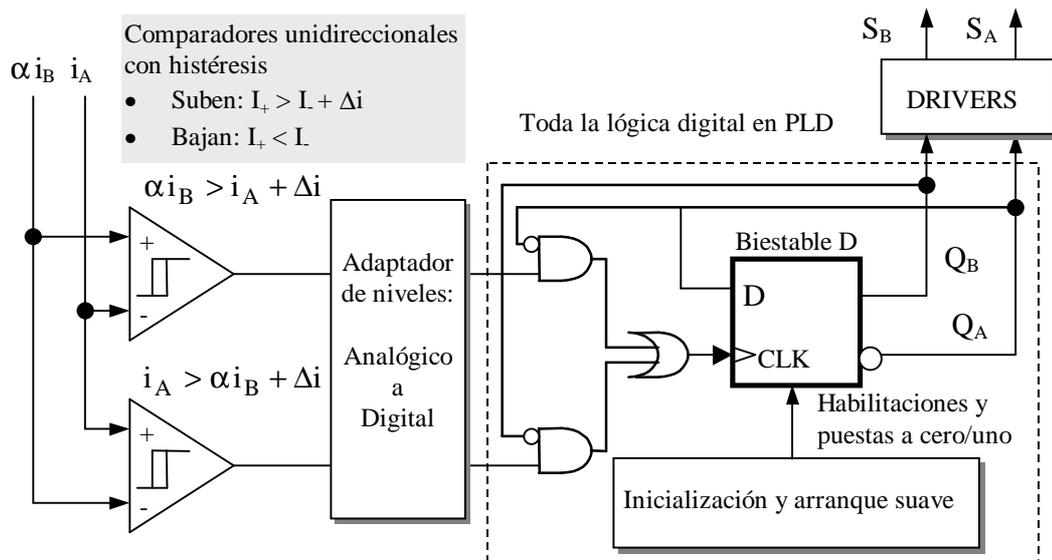


Figura 6.6. Esquema de bloques del circuito de control del prototipo final del circuito SCIDB.

Diversas razones de índole práctica han llevado a que en la implementación definitiva del prototipo experimental se haya modificado la estructura de las etapas (3) y (4) del control para adaptarlas a un diagrama de estados análogo al utilizado en el caso del circuito doblador (figura 3.2) y que, convenientemente modificado para incluir el parámetro α , se presenta a continuación.

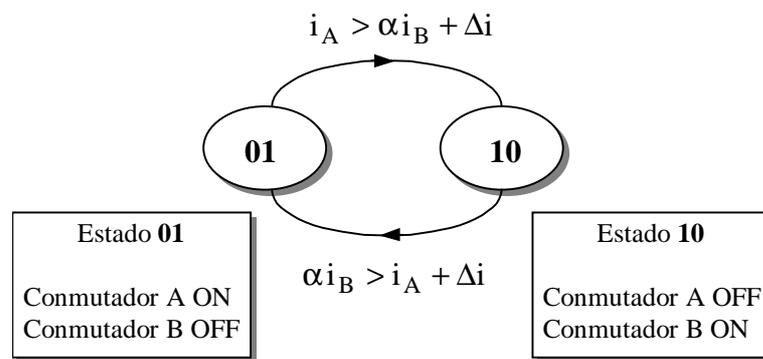


Figura 6.7. Diagrama de estados del circuito SCIDB.

En el circuito de control del prototipo se han utilizado dos comparadores. Cada uno de ellos proporciona un flanco de subida cuando se cumple la condición requerida por el diagrama de estados. Los flancos, convenientemente habilitados, son aplicados a la entrada de reloj de un biestable D (configurado como T) que almacena el estado del sistema y proporciona directamente y sin retardos las señales lógicas de control de ambos Mosfet.

6.3. Resultados: simulaciones y experimentos.

Al igual que en los capítulos anteriores se ha intentado verificar las previsiones teóricas por medio de simulaciones y en este caso también mediante realización de medidas en el laboratorio sobre un prototipo del convertidor.

6.3.1. Simulaciones.

Las figuras que se presentan a continuación son el resultado de simulaciones SIMPLIS del convertidor SCIDB en lazo cerrado con $\alpha=1$. Los parámetros generales del circuito son: $V_g=10$ V, $L=1$ mH y la resistencia de carga (R) toma inicialmente el valor de 100Ω para pasar bruscamente a 50Ω en $t=2$ ms. Los parámetros acoplo magnético (k) y valor de los condensadores (C) varían según se indica en cada figura. La histéresis del comparador se ha fijado en 0.1 A, lo que nos permite prever una frecuencia de conmutación en régimen permanente en torno a los 50 kHz ($T=20 \mu\text{s}$).

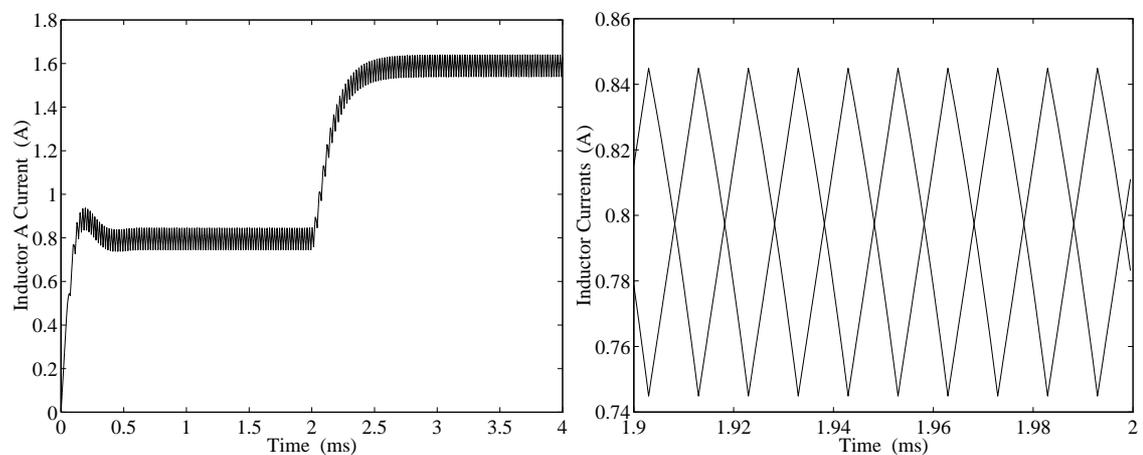


Figura 6.8. Simulación del SCIDB en lazo cerrado ($k=0$ y $C=1 \mu\text{F}$).

Izquierda: Corriente i_A .

Derecha: Detalle de i_A e i_B en estado estacionario.

La gráfica de la izquierda de la figura 6.8 muestra el comportamiento de la corriente de uno de los inductores (i_A). (Parámetros $k = 0$ y $C = 1 \mu\text{F}$). Como puede verse la dinámica de la corriente arranca desde condiciones iniciales nulas ($t = 0$) y alcanza

rápidamente ($t = 0.7$ ms) el punto de equilibrio de 0.8 A en torno al cual evoluciona siguiendo una pauta triangular. En $t = 2$ ms se produce la conmutación brusca de la carga que se pone de manifiesto en la dinámica de la corriente con un rápido desplazamiento del valor medio que aproximadamente pasa a ser de 1.6 A. No se aprecian cambios en la frecuencia de conmutación en estado estacionario.

En la misma figura, la gráfica de la derecha muestra ampliada la forma de onda triangular y en contrafase de las dos corrientes de los inductores (i_A e i_B) una vez alcanzado el primer régimen estacionario. En dicha gráfica se comprueba que el ciclo de trabajo es del 50% y que el periodo de conmutación es de aproximadamente $20 \mu\text{s}$, tal y como se había previsto al fijar la histéresis del comparador en los 0.1 A. Naturalmente esta diferencia de 0.1 A es la que separa a los máximos y los mínimos en la gráfica. El valor medio está ligeramente por debajo de los 0.8 A debido a que los conmutadores utilizados en la simulación no son completamente ideales. En la gráfica puede intuirse que, dada la simetría de las formas de onda de las corrientes, el rizado de la corriente de entrada será muy bajo. Recordemos que la corriente del generador es la suma de las corrientes en los inductores y que la suma de las dos corrientes tendrá un valor medio de unos 1.6 A con rizado casi nulo.

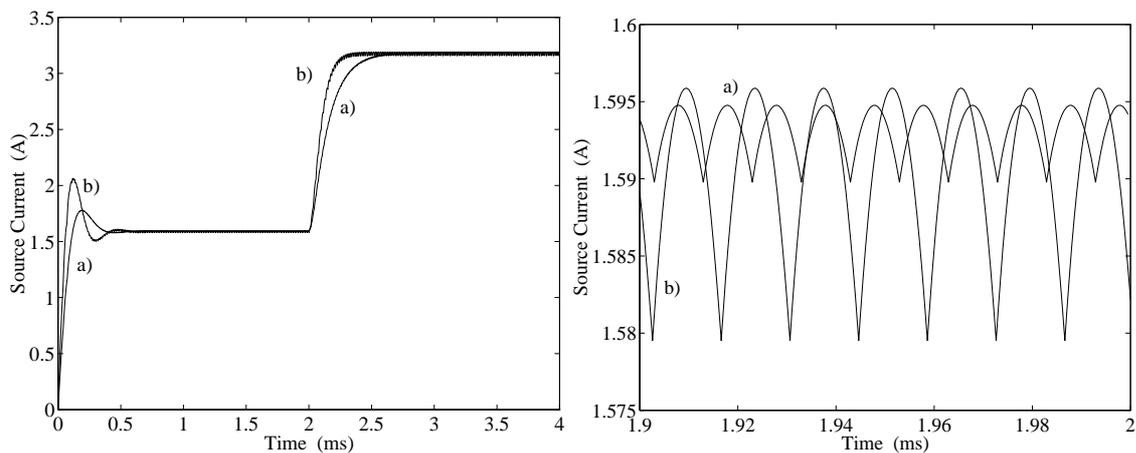


Figura 6.9. Corriente de entrada del SCIDB en lazo cerrado ($C=1 \mu\text{F}$). Casos: a) Sin acoplo magnético ($k=0$). b) Con acoplo magnético ($k=-0.375$).

Izquierda: Dinámicas en el arranque y ante la variación de carga.

Derecha: Detalle de los rizados en estado estacionario.

En la figura 6.9 se muestra la corriente que suministra el generador de entrada. Se han considerado dos casos: a) sin acoplo magnético, $k = 0$. b) con acoplo magnético, $k = -0.375$. La gráfica de la izquierda muestra el comportamiento en arranque desde condiciones iniciales nulas, así como la respuesta frente a la variación de la carga que ya hemos comentado y que se produce en $t = 2$ ms. En el caso b), se ha diseñado el acoplo magnético para que la ecuación característica (6.68) sea la correspondiente a un polinomio de Butterworth de orden 3 cuando $R = 100 \Omega$. Tanto en el caso a) como en el b), la respuesta en el arranque es muy rápida y con sobreimpulsos, alcanzándose el primer régimen estacionario al cabo de los 0.7 ms que ya aparecían en la gráfica de i_A . Tras la variación de la carga, el nuevo régimen estacionario se alcanza más rápidamente en el caso b) que en el a) y esta vez con un comportamiento sin sobreimpulso. Relacionando en el caso b) la situación de los polos en función de la carga, vemos que la respuesta es acorde con el grado de amortiguamiento de la respuesta. Al variar R de 100 a 50Ω , la parte real del par de polos, que inicialmente son complejos conjugados, se duplica y la parte imaginaria se anula pasando a ser polos reales e iguales. El polo que inicialmente es real se aleja del origen.

La gráfica de la derecha muestra un detalle del rizado de la corriente del generador, parabólico en ambos casos. En el caso a) es de unos 6 mA en torno a un valor medio de 1.593 A (un 3 por mil) y en el caso b) de unos 17 mA en torno a 1.588 A. En este último caso el rizado es mayor debido a la presencia del acoplo magnético negativo. La inductancia efectiva de cada inductor en el punto de equilibrio ($L_{\text{efectiva}} = (1-k)L$) será mayor con $k < 0$ y esto implica pendientes menores en las corrientes de los inductores, con el consiguiente aumento de la frecuencia de conmutación. El aumento en la frecuencia de conmutación se traduce en mayor rizado de las tensiones de los condensadores que, a su vez, se reflejan en el rizado de la corriente de entrada. Un acoplo magnético positivo ($0 < k < 1$) permitiría reducir el rizado incluso más que en el caso a), pero a costa de obtener una dinámica con tiempos de establecimiento más lentos. Queda claro que, para un determinado conjunto de parámetros, habrá que buscar un compromiso entre la rapidez de la respuesta, los rizados de la tensión de salida y corriente de entrada, y la amplitud de los posibles sobreimpulsos.

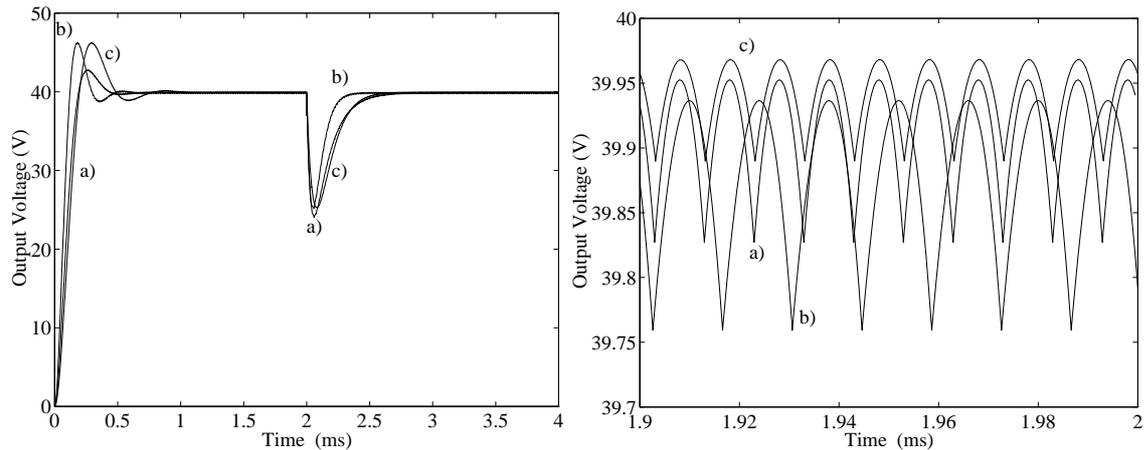


Figura 6.10. Tensión de salida del SCIDB en lazo cerrado. Casos:

a) $k=0$, $C=1 \mu F$. b) $k=-0.375$, $C=1 \mu F$. c) $k=0$, $C=1.6 \mu F$.

Izquierda: Dinámicas en el arranque y ante la variación de carga.

Derecha: Detalle de los rizados en estado estacionario.

En las gráficas de la figura 6.10 se muestra la tensión de salida del convertidor. Además de los casos a) y b) anteriores se ha añadido un tercero para mostrar también que es posible conseguir la dinámica de Butterworth sin acoplo magnético aumentando el parámetro C a $1.6 \mu F$. El hecho de que C sea mayor, supone un rizado de la tensión de salida (a igual frecuencia de conmutación) más pequeño pero también una dinámica algo más lenta en el arranque desde condiciones iniciales nulas. Esta variación de C no mejora, respecto al caso b), la dinámica ante la variación en la carga.

De los tres casos estudiados, el primero tiene menos sobreimpulso en arranque y un rizado intermedio de unos 120 mV en torno a un valor medio de 39.89 V (también en torno a un 3 por mil). En el caso b) se empeora el rizado, ya que la tensión tiene un comportamiento parabólico con máximos en 39.93 V y mínimos en 39.76 V, es decir: baja el valor medio (39.85 V) y sube el rizado (170 mV, 4.3 por mil). El caso c) tiene el mejor comportamiento en cuanto a rizados y valor medio, 60 mV de rizado en torno a 39.92 V (1.5 por mil).

6.3.2. Experimentos

Hay que considerar con precaución los excelentes resultados en cuanto a niveles de rizado obtenidos en las simulaciones. Los modelos de los conmutadores utilizados son bastante ideales y están muy lejos de sus características reales. Con toda probabilidad, será necesario colocar al menos un condensador en paralelo con la carga tal y como se sugería en la figura 6.2. Esto hará que los resultados de simulaciones tan idealizadas como las anteriores no se asemejen demasiado, ni en rizados ni en dinámica, a los resultados experimentales que son en definitiva los que importan. Simulaciones más realistas, con modelos más complejos de los elementos del circuito, son extraordinariamente lentas, especialmente en el caso de sistemas conmutados, de ahí que se haya utilizado un simulador con un algoritmo específico como es el SIMPLIS.

En capítulos anteriores los convertidores presentados tenían una estructura muy concreta con relativamente pocas variaciones a ensayar. Por el contrario, el convertidor SCIDB puede operar con múltiples ciclos de trabajo (variando α). Para cada uno de ellos podemos realizar experimentos de regulación de línea y carga, así como evaluar rendimientos y probar como afectan a la dinámica del circuito las variaciones de algunos de sus parámetros (L , k , C). Con herramientas de simulación lentas, la realización de tantos ensayos resulta prohibitiva y es donde la construcción de un prototipo resulta imprescindible. Es un proceso lento, al principio, que se agiliza posteriormente, una vez diseñada una planta general y reconfigurable con facilidad, que permita realizar ensayos diversos. Naturalmente hay inconvenientes ya que, por ejemplo, un prototipo pensado para hacer pruebas de diversos tipos normalmente no está optimizado en cuanto a pérdidas, tamaño o coste. En cualquier caso se han construido varios y a continuación se presentan los resultados obtenidos más significativos.

En todos los experimentos que se han realizado se ha considerado acoplo magnético nulo ($k=0$) siendo ambos inductores aproximadamente iguales a $L \approx 1$ mH (Núcleo ETD 39, ferrita de grado 3C85, 75 espiras y 0.8 mm de entrehierro). Los condensadores son MKT con valores medidos de 1.672 μ F y 1.718 μ F. Para medir las corrientes se han insertado resistores de 33 $m\Omega$ en serie con los inductores. El valor nominal de la

resistencia de carga es de $100\ \Omega$ (medida $103.5\ \Omega$) aunque se varía en algunos casos. Se han agrupado las medidas obtenidas en tres grupos a los que denominaremos experimentos 1, 2 y 3. En el experimento 1 se muestran diversas formas de onda así como las respuestas a variaciones de línea y carga cuando en el prototipo no se conecta ningún condensador en paralelo con la carga. El valor óptimo de dicho condensador se determina en el experimento 2 atendiendo a consideraciones de reducción del rizado en la tensión de salida. También se muestran las posibilidades que permite el ajuste de los circuitos de activación de los Mosfet. Una vez ajustado el funcionamiento del circuito en el experimento 2, el experimento 3 recoge los datos más significativos del comportamiento en estado estacionario del circuito cuando se varían los parámetros α , V_g y R .

- **Experimento 1. Parámetros: $V_g=12\text{ V}$, $\alpha=1$. Sin condensador de salida.**

Las figuras que se muestran a continuación han sido generadas utilizando la opción “hardcopy” de un osciloscopio digital Tektronix TDS 754C. Aunque ya se ha mencionado en el capítulo 2, es conveniente hacer algunos comentarios sobre las prestaciones de dicho osciloscopio que ayudarán a entender las formas de onda que aparecen en las distintas gráficas.

Generalmente se han adquirido las distintas tensiones (tensión de salida, tensiones a la salida de los circuitos de medida de corrientes, etc.) utilizando sondas pasivas. La corriente de entrada, sin embargo, se ha medido siempre utilizando una sonda activa de corriente Tektronix TCP202. Por ello, veremos que las unidades del canal asociado a la sonda de corriente son A o mA en lugar de los habituales V o mV. También veremos que las medidas con dicha sonda se realizan siempre en modo DC ya que, debido a las características de la sonda, no es posible hacerlo en modo AC.

Un caso especial lo constituyen las tensiones de los condensadores en la medida de las cuales, debido a su carácter “flotante”, se ha utilizado la sonda activa de medida de tensiones diferenciales Tektronix P5205. Ocasionalmente, además de los cuatro canales del osciloscopio, aparecen en las gráficas señales almacenadas en la memoria del aparato lo que permite hacer comparaciones de interés entre dichas señales. Tanto en dichas comparaciones, como en cualquier otro caso, son de gran utilidad las funciones

programadas en el osciloscopio que permiten visualizar en el margen derecho de los oscilogramas diversas magnitudes de interés, entre las que destacan: la amplitud de pico a pico de una señal, su frecuencia o periodo, su valor medio, etc.

Por último, hay que comentar que el osciloscopio proporciona diferentes modos de adquisición de las señales entre los que destacamos el modo “Sample” en que el aparato funciona como un osciloscopio analógico convencional, el modo “Hi Res” en el que se realiza un promediado dinámico de las señales que elimina ruidos y proporciona señales más nítidas, o los modos “PK Detect” y “Envelope” especialmente interesantes para ver el ruido de conmutación de las distintas señales.

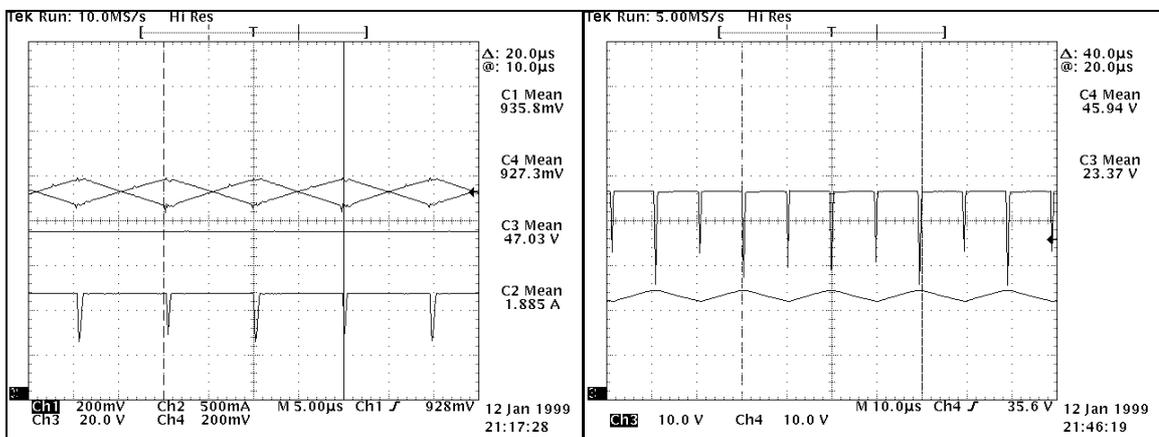


Figura 6.11. Formas de onda del SCIDB (cuadruplicador) en el experimento 1.

Izquierda (de arriba abajo): Corrientes en los inductores, corriente de entrada y tensión de salida.

Derecha: Tensión de salida y tensión en uno de los condensadores.

Los oscilogramas de la figura 6.11 muestran diversas variables de interés del convertidor cuando la tensión de entrada es de 12 V, el resistor de carga es de 103.5 Ω y $\alpha=1$. En la gráfica de la izquierda, los canales 1 y 4 muestran las corrientes en los inductores cuyas formas de onda presentan una componente continua de aproximadamente 930 mA sobre la que se superponen sendas componentes triangulares. La amplitud del rizado está en torno a los 120 mA y su frecuencia aproximada es de 50 kHz según se deduce del periodo de 20 μ s que muestra la distancia entre los dos cursores verticales que aparecen en la gráfica. La forma de onda de la corriente de entrada (canal 2), que se muestra justo debajo de las corrientes en los inductores,

presenta un valor medio de 1.885 A y es prácticamente continua sin que se aprecie el rizado de conmutación debido al modo de adquisición utilizado. Por último, en la misma gráfica se muestra la tensión de salida que tiene un valor medio de 47 V y que presenta unos grandes picos (de aproximadamente 20 V) debidos al proceso de conmutación. El oscilograma de la derecha muestra nuevamente la tensión de salida y la forma de onda de la tensión en uno de los condensadores. Como puede verse, la forma de onda de la tensión en los condensadores es análoga a la que aparece en las corrientes de los inductores. La escala vertical en esta gráfica es de 10 V/div lo que ocasiona que los valores medios aproximados de las tensiones de salida y en el condensador que proporciona la función “Mean” sean de 46 V y 23.4 V respectivamente.

En general, los resultados obtenidos concuerdan con los que cabía esperar dados los resultados teóricos y los obtenidos en las simulaciones, siendo la principal diferencia la mayor presencia de ruido de conmutación producida por la no idealidad de los conmutadores. Precisamente, los picos de conmutación que aparecen en la tensión de salida dificultan la obtención de su valor medio y del rendimiento asociado, por lo que dejaremos los comentarios al respecto para más adelante.

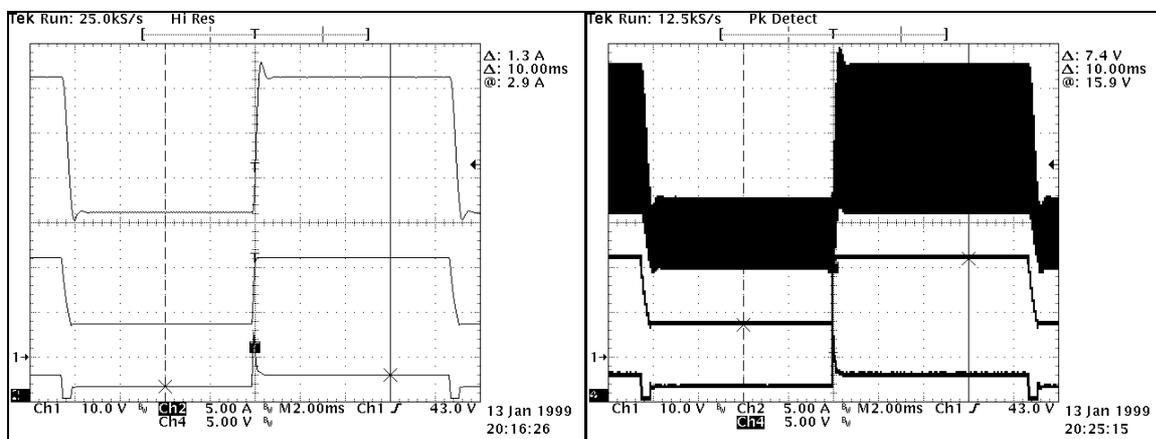


Figura 6.12. Respuesta del SCIDB ante variaciones de la tensión de entrada.

Izquierda (de arriba a abajo): Tensión de salida, tensión de entrada y corriente de entrada adquiridas en modo “Hi Res”.

Derecha: Las mismas señales de la izda. adquiridas en “PK Detect”.

Los oscilogramas de la figura 6.12 muestran la respuesta de la tensión de salida y de la corriente de entrada del convertidor cuando la tensión de entrada varía periódicamente entre 8.6 y 16 V como también se muestra en dicha figura. Los

correspondientes valores medios en régimen estacionario de la tensión de salida son 32.4 V y 62.6 V. Por su parte la corriente de entrada toma los valores de 1.6 A y 2.9 A respectivamente.

En lo que respecta a los transitorios, si bien el de la corriente de entrada queda distorsionado por el circuito utilizado para generar el salto de tensión en la entrada, tanto la forma como la duración del transitorio de la tensión de salida están bastante de acuerdo con el comportamiento teórico esperado, así como con la dinámica del arranque en el caso c de la simulación mostrada previamente en la figura 6.10.

El oscilograma de la derecha adquirido en modo de detección de picos muestra la banda de ruido de las distintas señales. La profundidad de los picos que se producen en la tensión de salida es aproximadamente de la mitad de la tensión de salida, variando entre los 16 y los 32 V. La gráfica muestra claramente la necesidad de filtrar dichos picos mediante la inclusión de un filtro en la salida del convertidor.

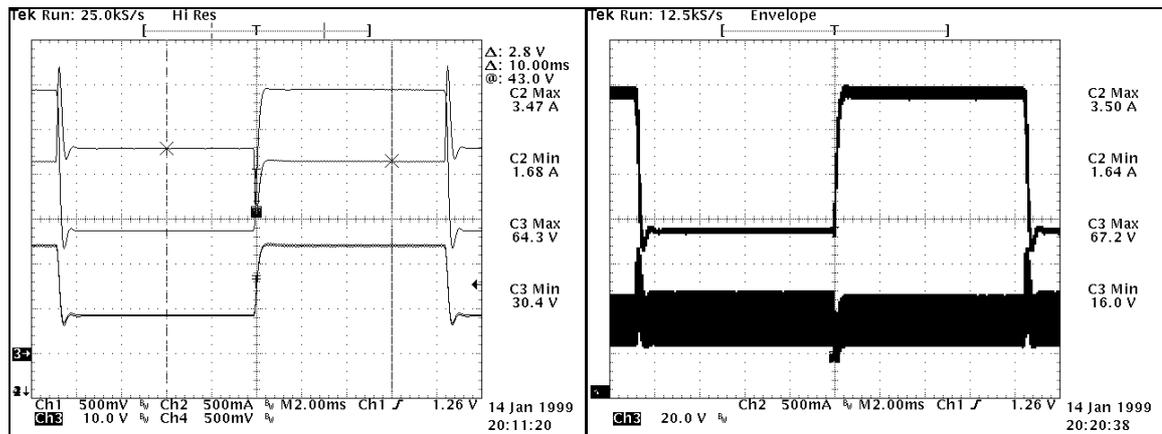


Figura 6.13. Respuesta del SCIDB ante variaciones de la carga.

Izquierda (de arriba a abajo): Tensión de salida, corriente de entrada y corrientes de los inductores adquiridas en modo “Hi Res”.

Derecha (de arriba a abajo): Corriente de entrada y tensión de salida adquiridas en modo “PK Detect”.

La figura 6.13 muestra el comportamiento de las principales variables del circuito ante variaciones bruscas de la carga que toma periódicamente los valores de 103.5 Ω y de 51.5 Ω . El comportamiento transitorio que se aprecia mejor en la gráfica de la izquierda adquirida en modo “Hi Res” también concuerda en cuanto a duración y forma con el transitorio c (en $t=2$ ms) de la simulación mostrada en la figura 6.10.

La principal discrepancia respecto a la simulación se produce en los valores medios en régimen estacionario, que en la tensión de salida son de 45.8 V y 43 V según la carga nominal sea de 100 ó 50 Ω . El hecho de que aparezca una diferencia de 2.8 V entre los valores medios de la tensión de salida cuando tan sólo era esperada en las corrientes (aproximadamente 1.85 A y 3.45 A en la corriente de entrada), se explica por la caída de tensión que aparece en la entrada. Aunque no aparece en las gráficas, la tensión de entrada del circuito, que vale 12 V cuando la carga es de 100 Ω , pasa a valer 11.3 V cuando la carga es de 50 Ω . Ello es debido al efecto de la propia impedancia de salida de la fuente de alimentación que proporciona la tensión de entrada que, en nuestro caso, puede estimarse en torno a los 450 m Ω .

El oscilograma de la derecha muestra nuevamente la amplitud del ruido en régimen estacionario que es aproximadamente de 22 V en la tensión de salida y de 150 mA en la corriente de entrada.

- **Experimento 2. Parámetros: $V_g=12$ V, $\alpha=1$. Con condensador de salida.**

Tras quedar clara la necesidad de un filtro de salida, el experimento 2 permite determinar que la introducción de un condensador en paralelo con la carga es suficiente para reducir el rizado a niveles aceptables así como establecer la capacidad mínima de dicho condensador.

La figura 6.14 muestra que, tras aumentar paulatinamente la capacidad del condensador de salida, el rizado correspondiente al experimento con 3 μ F es suficientemente pequeño como para que su aumento no produzca mejoras significativas. A partir de este momento todos los resultados se han obtenido considerando $C_O=3$ μ F.

Otro aspecto significativo es la posibilidad de ajustar ligeramente la duración del paso por la zona activa de los Mosfet del circuito. En este sentido, los oscilogramas de la figura 6.15 muestran las tensiones de puerta de los dos Mosfet del circuito. En las gráficas, los cursores verticales muestran la diferencia de tiempos entre dos puntos característicos de las gráficas. El valor medio de la tensión de salida correspondiente a

la gráfica de la izquierda con menor solapamiento entre las tensiones de puerta es de 46 V y el correspondiente a la gráfica de la derecha es de 47 V, ambos para una tensión de entrada de 12 V y una carga nominal de 100 Ω . El precio que se paga, si el ajuste aumenta la tensión de salida, es una disminución del rendimiento del convertidor, debido al aumento de las pérdidas de conmutación al requerirse un mayor tiempo de paso por la zona activa, así como un aumento del rizado. La tabla 6.III muestra, para diferentes ajustes, los valores medios de la tensión de salida, la amplitud del rizado de dicha tensión, el valor medio de la corriente de entrada y el rendimiento considerando $V_g=12$ V y $R=103.5$ Ω .

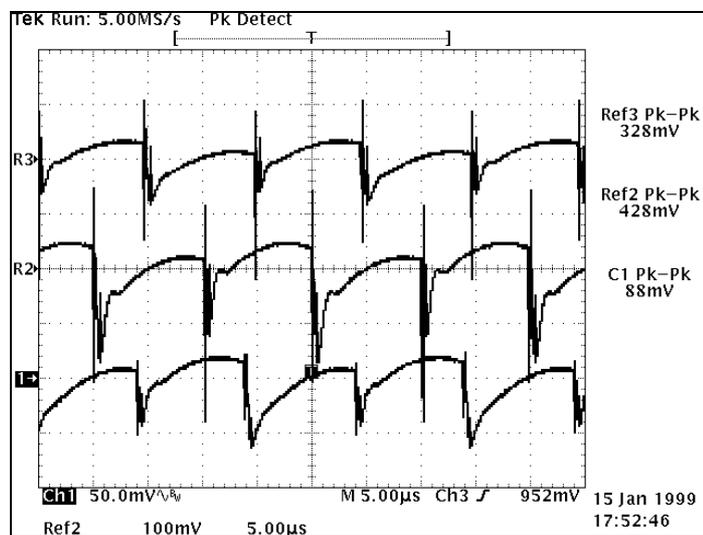


Figura 6.14. Rizado de la tensión de salida con un condensador C_O en paralelo con la carga. Ref2: $C_O=1$ μ F, Ref3: $C_O=2$ μ F, Canal 1: $C_O=3$ μ F.

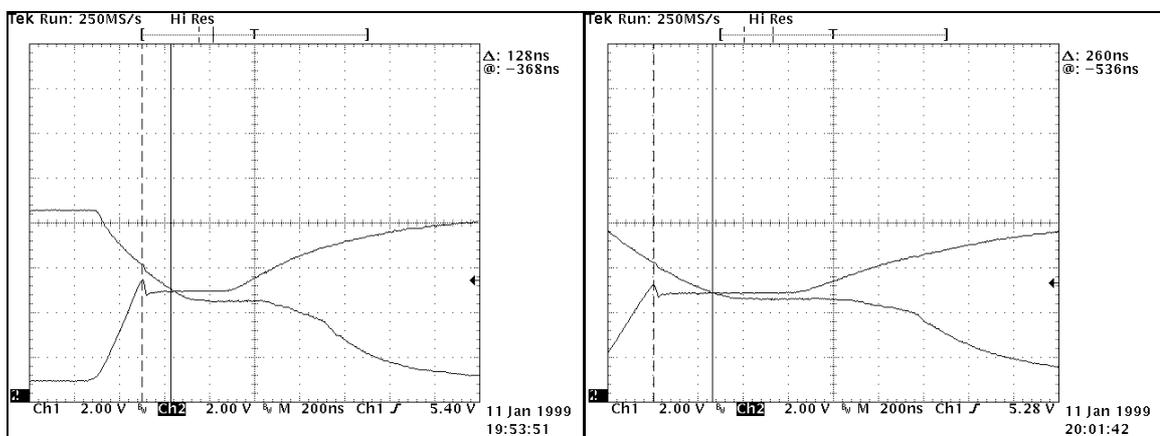


Figura 6.15. Ajuste del tiempo de paso de los Mosfet por la zona activa.

Vo (V)	Rizado Vo (mV)	Ig (A)	Eficiencia (%)
45.5	80	1.87	88.36
46.0	86	1.91	88.61
46.5	110	1.95	88.51
47.0	122	2.00	88.00
47.5	152	2.07	86.98
48.0	184	2.13	86.57

Tabla 6.III. Datos del ajuste experimental de los circuitos de activación de los Mosfet.

En la tabla 6.III se han sombreado los ajustes con un buen compromiso entre rendimiento y tensión de salida. Con una tensión de entrada de 12 V, en los experimentos posteriores se han ajustado los circuitos de puerta de los Mosfet para operar con una tensión nominal de 46.5 V, si bien en la práctica se han aceptado las fluctuaciones de dicha tensión entre 46 y 46.5 V. En tales condiciones, las formas de onda de las principales variables del circuito se muestran en la figura 6.16. En el oscilograma de la izquierda aparecen, de arriba abajo, las corrientes en los inductores, con unos valores medios de aproximadamente 0.95 A y una amplitud de las componentes triangulares cercanas a los 140 mA (120 mA teóricos) que aumenta a 160 o 190 mA si se tienen en cuenta los picos en los instantes de conmutación.

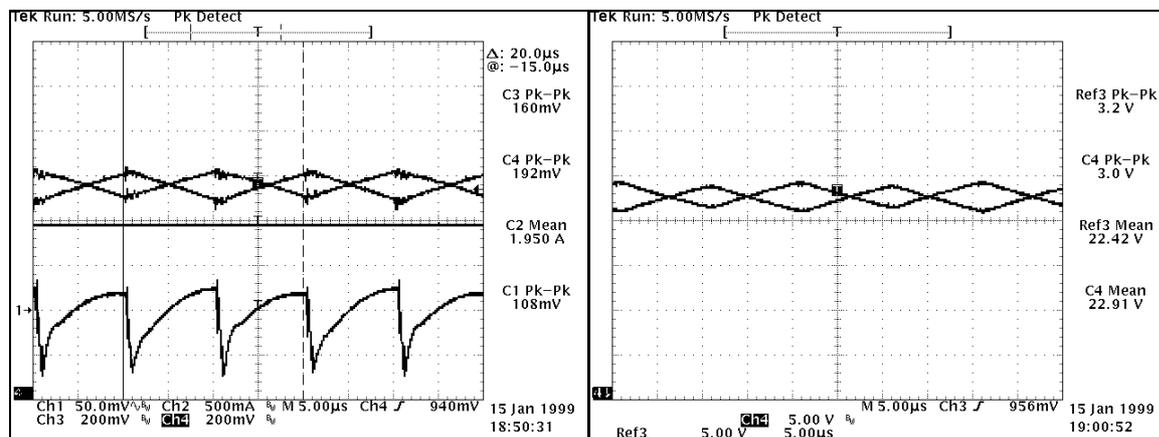


Figura 6.16. Formas de onda de las variables del SCIDB en régimen permanente con condensador de salida $C_O=3 \mu F$.

Parámetros nominales: $V_g = 12 V$, $L=1 mH$, $C=1.6 \mu F$ y $R=100 \Omega$.

Izquierda (de arriba a abajo): Corrientes en los inductores, corriente de entrada y rizado de la tensión de salida.

Derecha: Tensiones en los condensadores intermedios.

En la gráfica también aparecen la corriente de entrada, cuyo valor medio es de 1.95 A y la componente variante de la tensión de salida que en este caso tiene una amplitud aproximada de 110 mV sobre un valor medio, que no se muestra en el oscilograma, de 46.5 V.

El oscilograma de la derecha muestra que las formas de onda de las tensiones en los condensadores en régimen estacionario son análogas a las de las corrientes en los inductores. Los valores medios de las tensiones están entre los 22.4 V y los 22.9 V con unas componentes triangulares de aproximadamente 3 V de amplitud

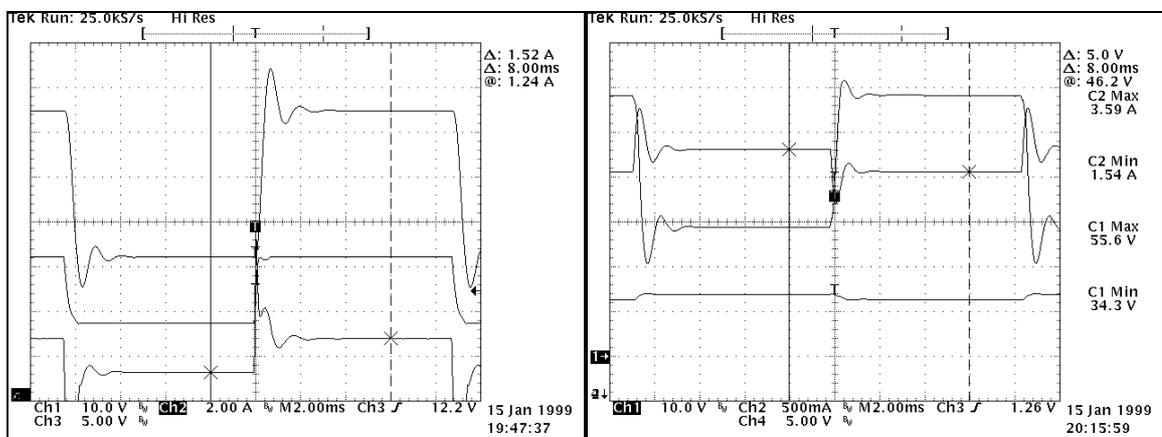


Figura 6.17. Regulación de línea (izquierda) y carga (derecha) del SCIDB.

Izquierda (de arriba a abajo): Tensión de salida, tensión de entrada y corriente de entrada adquiridas en modo “Hi Res”.

Derecha (de arriba a abajo): Tensión de salida, corriente de entrada y tensión de entrada adquiridas en modo “Hi Res”.

En la figura 6.17 izquierda se muestran las evoluciones de la tensión de salida (señal superior) y de la corriente de entrada (señal inferior) cuando la tensión de entrada varía como también se muestra en el oscilograma (señal intermedia). Los valores que toma la tensión de entrada en régimen permanente son 8.6 V y 16 V y los correspondientes valores de la tensión de salida son 32.4 V y 64.9 V, poniendo de manifiesto que a mayor nivel de la tensión de entrada hay un mayor solapamiento en el disparo de los Mosfet y, en proporción, una mayor tensión de salida. Los correspondientes niveles de corriente son de 1.24 A y 2.76 A, respectivamente.

En el oscilograma de la derecha de la figura 6.17 aparecen los comportamientos de la tensión de salida y la corriente y tensión de entrada frente a cambios de la carga nominal

entre 100Ω y 50Ω . Además de los valores medios de las variables en régimen estacionario, en la gráfica se observa nuevamente que el cambio de carga provoca variaciones en la tensión de entrada debido a la impedancia de salida de la fuente de tensión de entrada. También resulta interesante comprobar que, dado que para $\alpha=1$ las tensiones medias en ambos condensadores intermedios son iguales, el efecto del condensador de salida puede ser interpretado como un aumento de los condensadores intermedios del convertidor tal y como proponen los circuitos de la figura 6.18. El resultado final es que la dinámica del circuito con condensador de salida es equivalente a la del circuito sin condensador de salida pero con los condensadores intermedios incrementados de la forma que muestra la expresión (6.83)

$$C_{eq} = C + 2 C_o \quad (6.83)$$

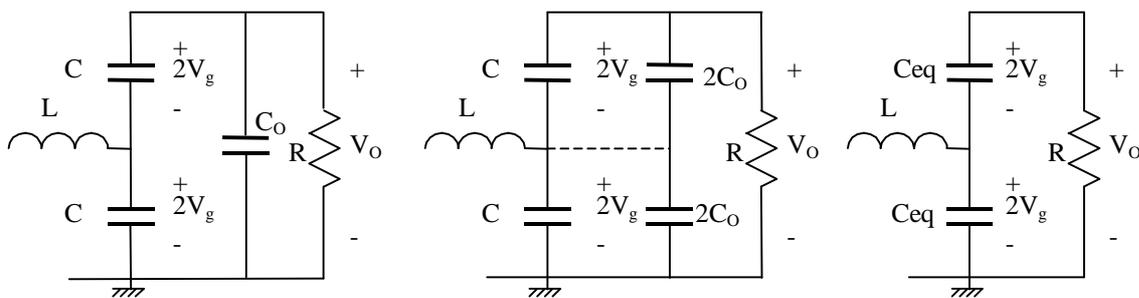


Figura 6.18. Una de las estructuras del SCIDB con $\alpha=1$ mostrando una interpretación circuital de la contribución del condensador de salida.

Con los parámetros medidos del prototipo experimental, $C = 1.7 \mu\text{F}$ y $C_o = 3 \mu\text{F}$, la capacidad equivalente según (6.83) será $C_{eq} = 7.7 \mu\text{F}$. Sustituyendo el valor del condensador equivalente en la expresión del polinomio característico del circuito (6.68), obtenemos las expresiones aproximadas (6.84) y (6.85) correspondientes a cargas de 100Ω y de 50Ω , respectivamente.

$$(s + 2600)(s^2 + 2600s + 5700^2) \quad (6.83)$$

$$(s + 5200)(s^2 + 5200s + 5700^2) \quad (6.84)$$

En ambos casos, dos de los polos son complejos conjugados que dan origen a transitorios en los que aparecen componentes senoidales amortiguadas. Los valores de la frecuencia de la oscilación de dichas componentes que viene dada por la parte

imaginaria de los polos es $\omega_{d100\Omega} = 5550$ rad/s cuando la carga es de 100Ω y $\omega_{d50\Omega} = 5073$ rad/s cuando la carga es de 50Ω . A partir del oscilograma de la figura 6.17 (derecha) puede determinarse que los periodos de la oscilación que aparecen en los transitorios son $T_{100\Omega} = 1.158$ ms y $T_{50\Omega} = 1.24$ ms que corresponden, respectivamente, a $\omega_{d100\Omega} = 5426$ rad/s cuando la carga es de 100Ω y $\omega_{d50\Omega} = 5067$ rad/s cuando la carga es de 50Ω . Como puede verse los valores de ω_d teóricos y experimentales concuerdan significativamente.

La generalización de la técnica propuesta en la figura 6.18 para cualquier valor del parámetro α , es más complicada que en el caso particular ya que requiere analizar la respuesta del circuito considerando condensadores diferentes, a los que puede denominarse C_A y C_B . El polinomio característico del sistema en función de C_A y C_B es válido en ausencia del condensador de salida. Para considerar el efecto de dicho condensador hay que sustituir C_A y C_B por las capacidades equivalentes de la expresión (6.85).

$$C_{Aeq} = C_A + C_O(1 + \alpha) \qquad C_{Beq} = C_B + C_O \frac{(1 + \alpha)}{\alpha} \qquad (6.83)$$

En el caso general, el efecto del condensador de salida es complejo ya que puede disminuir o aumentar la amplitud de los rizados en función de que los valores de α estén próximos o no a la unidad. En principio existirán dos tendencias opuestas, por una parte la tendencia a la reducción del rizado que supone el filtro de salida y por otra los efectos negativos que pueda causar el desequilibrio de los condensadores equivalentes. Dado que las tablas obtenidas en el experimento 3 muestran los distintos valores del rizado de la tensión de salida, volveremos a discutir este aspecto en los comentarios que las acompañan.

- **Experimento 3. Barrido de α , V_g y carga. Condensador de salida de $3 \mu\text{F}$.**

En este experimento se han obtenido datos del comportamiento en régimen estacionario del circuito para diferentes valores de α , R y V_g . Los valores de α considerados han sido: 1, 1.5, 2 y 2.5. Con el circuito de control ajustado para conseguir cada uno de los valores de α , se han ido conectado al circuito las cargas nominales de 100Ω , 200Ω y, donde las limitaciones del prototipo lo han permitido la de 50Ω . Una vez conectada la carga, con una tensión de entrada de 12 V , se ha ajustado la frecuencia de conmutación del circuito aproximadamente a 50 kHz . Finalmente se ha sometido al circuito a cambios de la tensión de entrada de forma que se cubre el margen de 9 V a 16 V en saltos de 1 V .

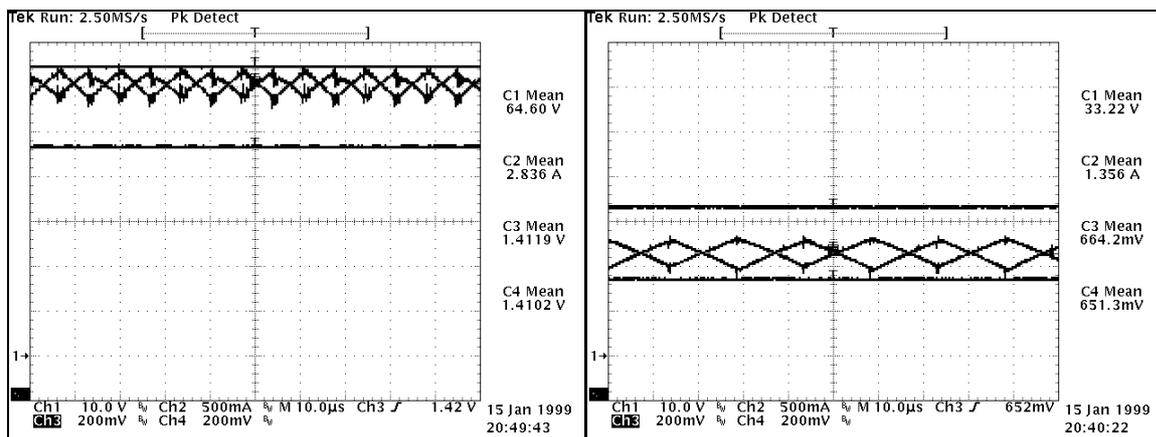


Figura 6.19. Variables del SCIDB en régimen estacionario con $\alpha=1$ y $R=100 \Omega$.

Izquierda (de arriba a abajo): Tensión de salida, corrientes en los inductores y corriente de entrada cuando $V_g=16 \text{ V}$.

Derecha (de arriba a abajo): Tensión de salida, corrientes en los inductores y corriente de entrada cuando $V_g=9 \text{ V}$.

La figura 6.19 muestra la tensión de entrada y las corrientes del circuito cuando actúa como cuadruplicador de tensión ($\alpha=1$) cuando la carga nominal es de 100Ω . En el caso del oscilograma de la derecha la tensión de entrada es de 16 V mientras que en el de la izquierda es de 9 V . Las gráficas permiten apreciar que la frecuencia de conmutación del circuito aumenta o disminuye según lo haga la tensión de entrada debido al diseño del circuito de control en el que la histéresis de los comparadores es fija.

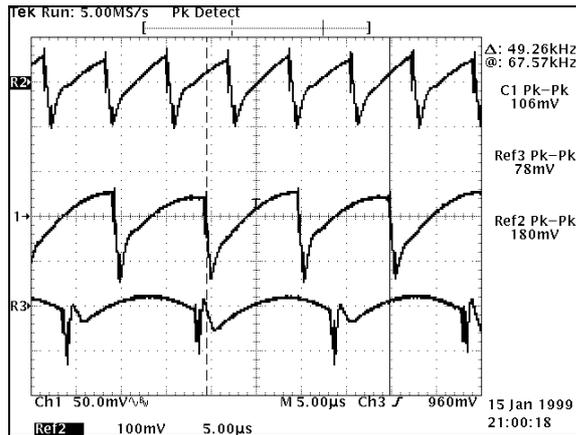


Figura 6.20. Rizados de la tensión de salida del SCIDB en régimen estacionario con $\alpha=1$ y $R=100 \Omega$. De arriba a abajo la tensión de entrada correspondiente es 16 V, 12 V y 9 V.

Como consecuencia de las diferentes frecuencias de conmutación, así como del efecto de la tensión de salida en el solapamiento en la activación de los Mosfet, las amplitudes de los rizados de la tensión de salida varían significativamente. En la gráfica de la figura 6.20, los rizados son aproximadamente de 180 mV, 106 mV y 78 mV según la tensión de entrada sea respectivamente de 16 V, 12 V y 9 V.

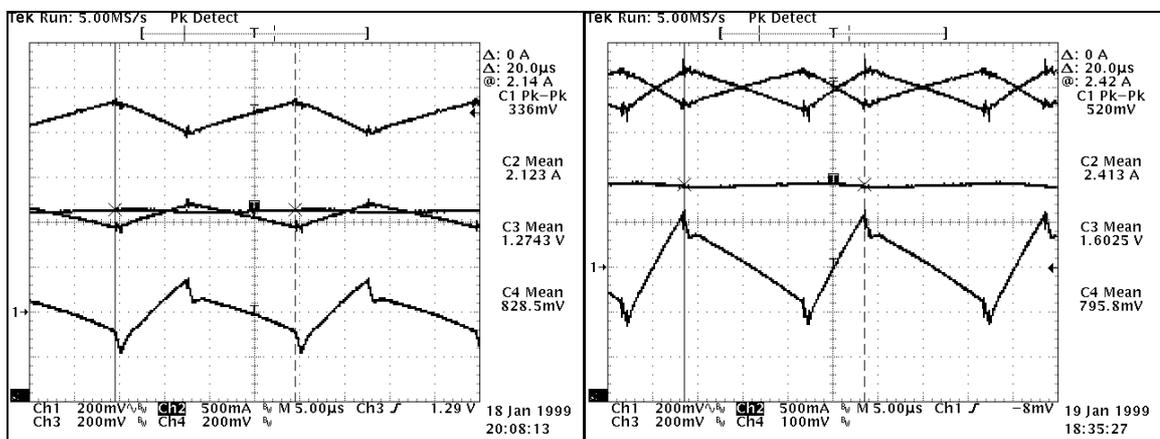


Figura 6.21. Variables del SCIDB en régimen estacionario con $V_g=12 \text{ V}$ y $R=100 \Omega$.

Izquierda $\alpha=1.5$ (de arriba a abajo): corriente i_A , corrientes i_B y de entrada superpuestas y rizado de la tensión de salida.

Derecha $\alpha=2$ (de arriba a abajo): corrientes de los inductores superpuestas, corriente de entrada y rizado de la tensión de salida.

La figura 6.21 muestra las principales variables del circuito: corrientes en los inductores, corriente de entrada y el rizado de la tensión de salida para dos valores del

parámetro α . El oscilograma de la izquierda se ha obtenido con $\alpha=1.5$ y el de la derecha con $\alpha=2$. La información más significativa que aportan las gráficas es la comprobación de que efectivamente se cumple la relación $i_A = \alpha i_B$, que impone el control en modo de deslizamiento. Dicha relación es cierta, tanto en valores medios, como en la amplitud de la componente triangular tal y como se aprecia en las gráficas, sobre todo en la de la derecha. En dicha gráfica, en que las trazas correspondientes a las corrientes de los inductores están superpuestas, las escalas verticales de las corrientes son de 200 mA/div y 100 mA/div. Los valores medios de las corrientes son aproximadamente 1.6 A y 900 mA, mientras que las amplitudes de las componentes triangulares respectivas son de 200 mA y 100 mA aproximadamente. Las tensiones de los condensadores intermedios v_B y v_A muestran un comportamiento análogo, como se muestra en la figura 6.22. En este caso el oscilograma correspondiente a $\alpha=2$ está a la izquierda mientras que el oscilograma de la derecha corresponde a $\alpha=2.5$.

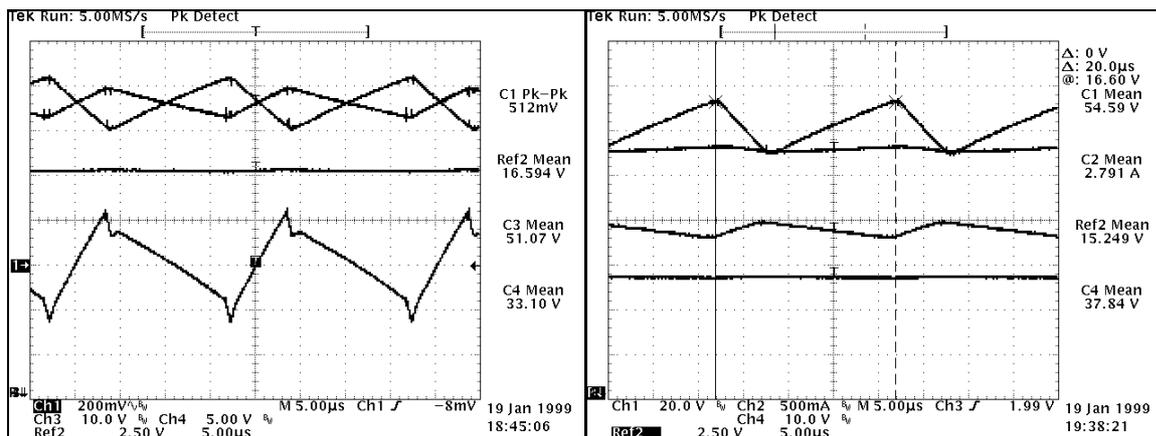


Figura 6.22. Tensiones del SCIDB en régimen estacionario con $V_g=12$ V y $R=100$ Ω .

Izquierda $\alpha=2$ (de arriba a abajo): tensiones de los condensadores intermedios superpuestas, tensión de salida y rizado de la tensión de salida.

Derecha $\alpha=2.5$ (de arriba a abajo): tensión v_A , tensión de salida, tensión v_B y corriente de entrada .

La gran cantidad de variables y permutaciones a considerar en este experimento hace que las tablas 6.IV, 6.V, 6.VI y 6.VII constituyan una forma muy compacta de mostrar algunos de los resultados más significativos que se han ido obteniendo.

R (Ω)	Vg (V)	Vo (V)	Ig (A)	Pout (W)	Pin (W)	Pérdidas (W)	Rendimiento (%)	Rizados Vo (mV)
51.5	9	31.1	2.51	18.80	22.59	3.79	83.24	186
	10	35.4	2.89	24.28	28.88	4.60	84.07	112
	11	39.5	3.25	30.27	35.75	5.48	84.66	140
	12	43.5	3.63	36.74	43.50	6.76	84.47	180
	13	48.0	4.05	44.74	52.59	7.85	85.08	218
	14	52.2	4.49	52.93	62.86	9.93	84.20	258
	15	56.5	4.90	61.88	73.50	11.62	84.18	290
103.5	9	33.2	1.36	10.67	12.21	1.54	87.36	80
	10	37.7	1.55	13.75	15.52	1.77	88.58	80
	11	42.0	1.75	17.03	19.25	2.22	88.45	90
	12	46.4	1.96	20.82	23.46	2.64	88.74	110
	13	51.0	2.17	25.13	28.21	3.08	89.08	126
	14	55.4	2.39	29.65	33.39	3.74	88.81	144
	15	60.0	2.61	34.78	39.14	4.35	88.88	160
	16	64.6	2.84	40.35	45.38	5.03	88.91	174
206	9	34.3	0.73	5.71	6.54	0.83	87.35	88
	10	38.7	0.83	7.25	8.33	1.08	87.05	76
	11	43.4	0.94	9.13	10.34	1.21	88.27	74
	12	47.8	1.05	11.11	12.58	1.47	88.34	80
	13	52.5	1.16	13.39	15.11	1.72	88.64	90
	14	57.3	1.28	15.95	17.92	1.97	89.03	100
	15	61.8	1.40	18.54	21.00	2.46	88.29	110
	16	66.6	1.52	21.53	24.35	2.82	88.42	118

Tabla 6.IV. Resultados en estado estacionario del SCIDB con $\alpha=1$.

La tabla 6.IV recoge los valores en estado estacionario de la corriente de entrada y la tensión de salida, así como el rizado de esta última. Todos los resultados mostrados en la tabla se han obtenido para $\alpha=1$. Las dos primeras columnas muestran los valores que toman la carga y la tensión de entrada. Estos valores vienen limitados, tanto en esta tabla como en las siguientes, por la corriente máxima que puede soportar cada uno de los inductores del prototipo sin saturarse (aproximadamente 2.5 A). En el caso de la tabla 6.IV la corriente de entrada se reparte equitativamente entre los dos inductores, lo que amplía el margen de valores de la carga y de la tensión de entrada aplicables al circuito con respecto a los casos mostrados en las tablas 6.V, 6.VI y 6.VII, que corresponden a valores de $\alpha=1.5$, $\alpha=2$ y $\alpha=3$ respectivamente. En la tabla 6.IV, el límite de seguridad se alcanza con una carga nominal de 50 Ω y una tensión de entrada

máxima de 15 V. En las tablas 6.VI y 6.VII ya no se han tomado medidas con la carga de 50 Ω .

R (Ω)	Vg (V)	Vo (V)	Ig (A)	Pout (W)	Pin (W)	Pérdidas (W)	Rendimiento (%)	Rizados Vo (mV)
51.5	9	32.0	2.69	19.88	24.21	4.33	82.13	520
	10	36.3	3.09	25.52	30.90	5.38	82.58	472
	11	41.2	3.55	32.93	39.05	6.12	84.32	472
103.5	9	34.7	1.49	11.64	13.37	1.72	87.10	324
	10	39.1	1.69	14.80	16.94	2.14	87.38	324
	11	43.7	1.90	18.41	20.92	2.51	87.99	328
	12	48.2	2.12	22.46	25.49	3.03	88.10	336
	13	52.8	2.35	26.94	30.49	3.55	88.36	344
	14	57.4	2.58	31.83	36.05	4.22	88.30	352
	15	61.8	2.80	36.90	42.00	5.10	87.86	352
16	66.8	3.07	43.05	49.12	6.07	87.64	354	
206	9	36.5	0.82	6.46	7.36	0.91	87.70	290
	10	41.1	0.93	8.20	9.33	1.13	87.89	252
	11	45.7	1.04	10.15	11.47	1.33	88.44	236
	12	50.4	1.17	12.33	13.98	1.65	88.20	232
	13	55.1	1.28	14.72	16.69	1.97	88.20	236
	14	59.9	1.41	17.42	19.74	2.32	88.23	240
	15	64.8	1.54	20.36	23.07	2.71	88.25	244
	16	69.8	1.68	23.62	26.80	3.18	88.12	248

Tabla 6.V. Resultados en estado estacionario del SCIDB con $\alpha=1.5$.

A partir de los valores medios en régimen estacionario comentados, se han completado las tablas con el cálculo de las potencias de entrada, potencia entregada a la carga y las pérdidas, así como el rendimiento del convertidor expresado como el porcentaje de la potencia de entrada que es entregada a la carga. Como era de prever, valores elevados de las corrientes suponen un aumento general de las pérdidas, además de un aumento de la diferencia entre los valores medios teóricos y experimentales de la tensión de salida. El rendimiento del sistema para una carga nominal de 50 Ω está en torno al 84 % mientras que para las cargas de 100 Ω y 200 Ω está en torno al 88 %.

R (Ω)	Vg (V)	Vo (V)	Ig (A)	Pout (W)	Pin (W)	Pérdidas (W)	Rendimiento (%)	Rizados Vo (mV)
103.5	9	37.0	1.69	13.20	15.21	2.01	86.77	536
	10	41.6	1.93	16.75	19.25	2.50	87.03	520
	11	46.4	2.17	20.80	23.84	3.04	87.27	520
	12	51.2	2.42	25.33	29.00	3.68	87.33	520
	13	56.0	2.67	30.30	34.71	4.41	87.29	504
	14	61.0	2.94	35.89	41.16	5.27	87.20	492
	15	65.9	3.22	41.90	48.27	6.37	86.79	488
	16	71.5	3.57	49.45	57.12	7.67	86.57	480
206	9	38.9	0.92	7.36	8.27	0.91	89.00	520
	10	43.7	1.05	9.28	10.45	1.17	88.83	444
	11	48.7	1.18	11.49	12.96	1.46	88.70	384
	12	53.7	1.31	14.00	15.77	1.77	88.78	360
	13	58.7	1.45	16.72	18.86	2.14	88.64	348
	14	63.8	1.59	19.75	22.27	2.53	88.66	344
	15	68.9	1.73	23.04	26.01	2.97	88.60	344
	16	74.0	1.88	26.56	30.14	3.58	88.11	344

Tabla 6.VI. Resultados en estado estacionario del SCIDB con $\alpha=2$.

R (Ω)	Vg (V)	Vo (V)	Ig (A)	Pout (W)	Pin (W)	Pérdidas (W)	Rendimiento (%)	Rizados Vo (mV)
103.5	9	39.5	1.96	15.04	17.67	2.63	85.11	736
	10	44.5	2.23	19.10	22.29	3.19	85.68	696
	11	49.6	2.51	23.73	27.60	3.87	85.99	664
	12	54.8	2.81	28.98	33.73	4.75	85.92	648
	13	59.9	3.11	34.67	40.39	5.72	85.83	616
	14	65.1	3.41	40.88	47.78	6.90	85.56	592
206	9	42.0	1.07	8.57	9.66	1.09	88.76	768
	10	47.0	1.21	10.73	12.11	1.38	88.59	656
	11	52.3	1.36	13.28	14.96	1.68	88.76	568
	12	57.7	1.52	16.16	18.19	2.03	88.84	512
	13	62.9	1.67	19.19	21.74	2.54	88.30	480
	14	68.2	1.83	22.59	25.63	3.05	88.11	472
	15	73.7	1.99	26.34	29.84	3.50	88.28	464
	16	78.9	2.15	30.25	34.42	4.17	87.90	456

Tabla 6.VII. Resultados en estado estacionario del SCIDB con $\alpha=2.5$.

En cuanto a los rizados de la tensión de salida hay que decir que mientras la potencia de salida no supera los 20 W, se mantienen por debajo de los 120 mV. Si bien para valores bajos de la tensión de entrada el rizado aumenta, debido al funcionamiento del circuito de activación de los Mosfet, a partir de 10 V en la tensión de entrada la amplitud del rizado sigue una tendencia prácticamente lineal con la potencia entregada, aumentando con una pendiente aproximada de 3.5 mV/W. Esta tendencia se rompe en el resto de las tablas ya que con valores de $\alpha \neq 1$, la amplitud del rizado es mucho mayor y aumenta cuanto mayor es la asimetría en el circuito.

Salvo por el aumento en los rizados, el rendimiento en el resto de tablas es similar al de la tabla 6.IV, manteniéndose en torno al 88 % en los casos en que la carga nominal es de 200 Ω y descendiendo un poco cuando es de 100 Ω . Con $\alpha=2$ se queda en torno al 87% y con $\alpha=2.5$ en torno al 85.5% . En general el rendimiento empeora si, con tensiones de entrada bajas (9, 10 V), el valor medio de una de las corrientes de los inductores supera el amperio, lo que sucede con mayor facilidad a medida que aumenta el parámetro α y la resistencia de la carga disminuye.

6.4. Generalización.

La figura 6.23 muestra una posible generalización del circuito SCIDB en la que, partiendo de la estructura básica de la figura 6.2, se añaden más de las etapas constituidas por diodos y condensadores que corresponden a las estructuras multiplicadoras clásicas.

En régimen permanente, el funcionamiento del convertidor SCIDB carga uno de los condensadores a V_g/D y el otro a V_g/D' . Al añadir más etapas a la estructura multiplicadora clásica los condensadores quedarán cargados de forma alterna a los niveles de tensión anteriores. Con $D=0.5$ todos los condensadores (excepto C_O) quedarán cargados a $2V_g$, por lo que la tensión de salida será

$$V_O|_{\alpha=1} = 2(N+1)V_g \quad (6.84)$$

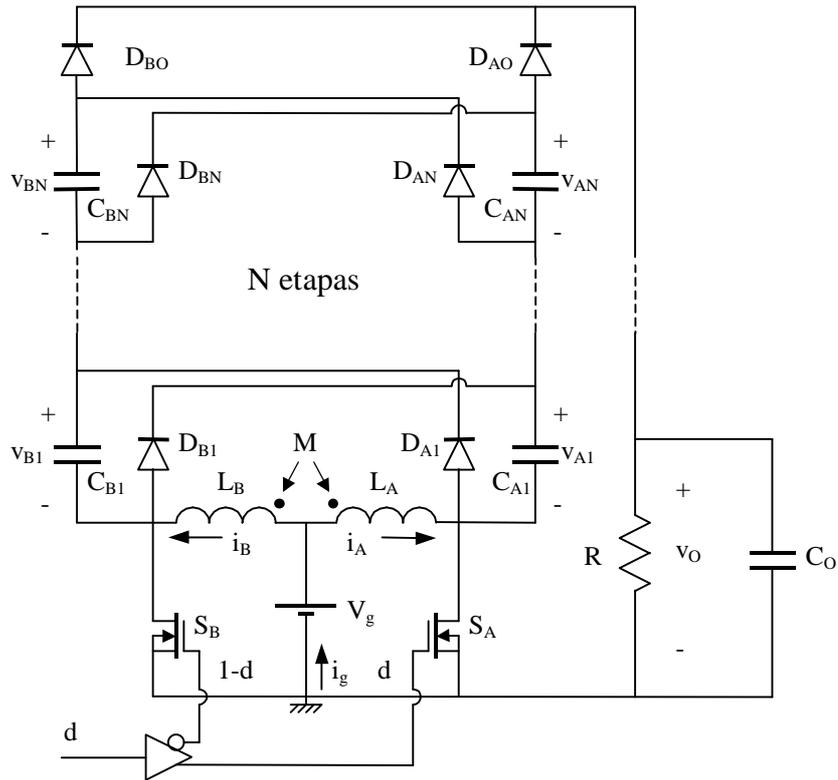


Figura 6.23. Generalización de la estructura del convertidor SCIDB.

Con $D \neq 0.5$ y un número de etapas N impar, la tensión de salida será:

$$V_O = \frac{N+1}{2} \cdot \frac{V_g}{DD'} \quad (6.85)$$

Y con $D \neq 0.5$ y un número de etapas N par:

$$V_O = V_g \left(\frac{N}{2DD'} + \max \left\{ \left(\frac{1}{D} \right), \left(\frac{1}{D'} \right) \right\} \right) \quad (6.86)$$

A las posibilidades de generalización anteriores, basadas en lo que podría calificarse como la ampliación en la dimensión vertical del circuito, se añade la ampliación en sentido horizontal, entendida como la conexión de un mayor número de células canónicas en paralelo de forma análoga a la de los circuitos multiplicadores de capítulos anteriores.

6.5. Conclusiones.

Todo el capítulo 6 se ha dedicado al estudio de un nuevo convertidor continua-continua cuya estructura deriva de la implementación unidireccional del circuito IDB. La similitud de parte de la estructura del convertidor con las redes clásicas de multiplicadores de tensión basadas en diodos y condensadores interpretadas como redes de capacidades conmutadas son el origen del nombre dado a este nuevo convertidor elevador. El SCIDB “Switched Capacitor Interleaved Dual Boost” es un convertidor de cuarto orden en el que la activación de los Mosfet de la estructura se realiza de forma complementaria al igual que en el caso del IDB. La descripción matricial de las dos configuraciones que adopta el convertidor y el posterior análisis por promediación en espacio estado no requieren la inclusión de las pérdidas ya que el convertidor no tiene las limitaciones de sensibilidad del IDB. Las diferencias con el IDB no acaban aquí, ya que el orden elevado y las estructuras que adopta el circuito dificultan el cálculo de los rizados en las variables del circuito. Además, la no limitación del funcionamiento del circuito a un único ciclo de trabajo óptimo también dificulta la comparación con un circuito elevador simple equivalente en los términos utilizados para el doblador.

Las funciones de transferencia del SCIDB, aun en el caso particular de que el ciclo de trabajo sea del 50%, son de cuarto orden y, como se ha comentado, son difícilmente comparables con las obtenidas en el doblador o con las de un elevador simple. La problemática de controlar el circuito con técnicas que utilicen las funciones de transferencia en pequeña señal es similar a la que aparecía en el caso del IDB. Las distintas funciones de transferencia con respecto a pequeñas variaciones del ciclo de trabajo presentan ceros en el semiplano derecho o, en el caso de las funciones que afectan a las variables globales, se anulan cuando $D=0.5$. Los buenos resultados obtenidos en el doblador al aplicar una estrategia de control en modo de deslizamiento que fuerza una relación de proporcionalidad entre los valores medios de las corrientes de los inductores nos hacen decidimos por aplicar esa misma estrategia al nuevo circuito.

Como principales resultados teóricos obtenidos del análisis del convertidor en lazo cerrado utilizando la técnica del control equivalente cabe destacar la determinación de

las condiciones de estabilidad asintótica local del punto de equilibrio del sistema. También es de interés la determinación por el segundo método de Lyapunov de que dicho punto de equilibrio es asintóticamente estable de forma global en caso de que el circuito funcione como cuadruplicador de tensión, es decir con $\alpha=1$. Las únicas restricciones que se deducen del análisis de estabilidad global son que las tensiones en los condensadores sean positivas, condiciones también requeridas por las condiciones de transversalidad y alcanzabilidad del modo de deslizamiento en el arranque del sistema.

Tras discutir brevemente posibles implementaciones del control del sistema se han realizado diversas simulaciones SIMPLIS del mismo aunque la excesiva idealidad de las mismas requiere interpretar con cautela los excelentes resultados obtenidos, tanto en respuesta dinámica como en el rendimiento y los rizados en régimen estacionario. El excesivo tiempo de simulación requerido si se modelan con más precisión los elementos del circuito apunta a la construcción de un prototipo experimental como la mejor forma de verificar las prestaciones del circuito.

Los experimentos realizados permiten comprobar que la dinámica y los valores medios de las variables se ajustan, tanto a lo esperado teóricamente como a lo obtenido en las simulaciones. Sin embargo, la aparición en la tensión de salida de discontinuidades en forma de picos profundos hace necesaria la inclusión de un filtro de salida para la supresión de los mismos. El filtro utilizado consiste en un condensador en paralelo con la carga. Aunque desde el principio se había previsto la necesidad de este condensador, la existencia de un lazo capacitivo en las estructuras del circuito nos había llevado a no estudiar su inclusión en el análisis teórico. Tras determinar experimentalmente (con $\alpha=1$) que un condensador de 3 μF reduce suficientemente el rizado de la tensión de salida, se realizan diversos ajustes que permiten activar los Mosfet del circuito de forma que el rendimiento sea máximo y la tensión de salida sea lo más próxima posible al valor teórico esperado.

Finalmente se han realizado una serie de experimentos destinados a determinar las formas de onda y la respuesta dinámica del circuito con el condensador de salida. Las formas de onda en régimen estacionario, excepto en el caso de la tensión de salida que

ya no presenta los mencionados picos en los instantes de conmutación, son similares a las obtenidas en ausencia del condensador de salida. La respuesta dinámica del circuito frente a variaciones en la tensión de entrada y la carga es menos amortiguada que la obtenida en ausencia del condensador de salida. De hecho, la dinámica observada es coherente con la dinámica de un circuito equivalente sin condensador de salida pero con mayores condensadores intermedios. La expresión de la capacidad de los condensadores intermedios en función de las capacidades del circuito original puede obtenerse analíticamente según la interpretación circuital que se propone.

En lo que respecta al rizado de la tensión de salida los resultados obtenidos son muy diversos. En el funcionamiento del circuito como cuadruplicador, para unas tensiones de entrada entre 9 V y 16 V y una carga de 100 Ω ó 200 Ω , se mantiene en torno a 100 mV con máximos que no superan los 200 mV. En el caso de una carga de 50 Ω la amplitud del rizado aumenta aunque no supera los 300 mV. También se han obtenido los rizados para valores del parámetro α de 1.5, 2 y 2.5, en las condiciones de tensión de entrada y carga que hacen que la corriente máxima de los inductores no supere los 2.5 A para los que han sido diseñados. La asimetría en corrientes y en los condensadores equivalentes hacen que los rizados sean mayores que en el funcionamiento como cuadruplicador y que aumenten cuando aumenta α . En el peor de los casos el rizado no supera los 800 mV.

La eficiencia del circuito en las condiciones de carga y tensiones de entrada mencionadas para el rizado es bastante buena, manteniéndose en unos valores medios aproximados del 88% en la mayor parte de los casos estudiados, y descendiendo hasta un promedio del 82 % en el peor de los casos.

Tras las comprobaciones experimentales, se ha propuesto una forma de generalizar el circuito basada en la ampliación de la estructura multiplicadora clásica del circuito. El aumento del número de diodos y condensadores permitiría obtener mayores tensiones de salida sin complicar el resto de la estructura del circuito. El estudio de esta nueva familia de convertidores, combinándola incluso con un mayor número de células canónicas en “interleaving”, será objeto de estudios futuros.

7. Conclusiones.

7.1. Conclusiones generales.

En esta Tesis se ha propuesto la utilización del control en “interleaving” de convertidores continua-continua elevadores (“boost”) idénticos conectados en paralelo como una forma de conseguir circuitos multiplicadores de tensión de bajos rizados y buena respuesta dinámica. La primera parte de la Tesis se centra en el estudio de la estructura IDB (“Interleaved Dual Boost”) que deriva de la conexión de dos convertidores elevadores operando en modo de conducción continua. El análisis en lazo abierto del convertidor IDB revela que el circuito debe operar con la mayor simetría posible para evitar los efectos derivados de la gran sensibilidad del circuito con respecto a las pérdidas. La utilidad del circuito IDB queda restringida a un funcionamiento como doblador de tensión operando con un ciclo de trabajo del 50%. La comparación entre los funcionamientos del doblador y de un circuito elevador de dinámica equivalente pone de manifiesto importantes reducciones de los rizados en las variables globales del doblador: corriente de entrada y tensión de salida.

Para asegurar un funcionamiento óptimo del doblador, que asegure rizados mínimos aun en situaciones de asimetría en los parámetros de las células canónicas, se plantea controlar el circuito en lazo cerrado con una estrategia de realimentación en modo de corriente que fuerza la igualdad de los valores medios de las corrientes en los inductores del circuito. Se ha comprobado que la dinámica de deslizamiento ideal del doblador es lineal y estable, pudiéndose utilizar el acoplo magnético entre los inductores del circuito como un parámetro adicional de diseño para conseguir, por ejemplo, un determinado comportamiento en el arranque desde condiciones iniciales nulas.

El comportamiento teórico del circuito doblador se ha verificado en la práctica, tanto a nivel de simulación, como mediante la realización de experimentos en diversos prototipos construidos al efecto.

La ampliación a tres del número de convertidores en paralelo operando en “interleaving” con un ciclo de trabajo óptimo el 66.67% da lugar al circuito triplicador.

Las prestaciones del triplicador son similares a las del doblador aunque como indica la denominación del nuevo circuito, en condiciones de ausencia de pérdidas, el valor medio de su tensión de salida es el triple que el de la tensión de entrada. La adaptación del control en modo de corriente utilizado en el doblador a las particularidades del nuevo circuito es la principal aportación del estudio del triplicador. En la estrategia de control propuesta se representan las configuraciones de los conmutadores del circuito mediante un diagrama de estados y se determinan las transiciones entre los mismos a partir de comparaciones entre las corrientes en los inductores del circuito. En el prototipo del circuito la parte del circuito de control que corresponde al diagrama de estados se implementa de forma digital.

La extensión del proceso seguido en el doblador y el triplicador a un mayor número de convertidores en paralelo, con la correspondiente actualización del circuito de control, origina toda una familia de circuitos multiplicadores. A medida que aumenta el número de convertidores puede flexibilizarse el funcionamiento de los circuitos para que operen con ciclos de trabajo distintos al que les otorga la condición de multiplicador de tensión, pero también óptimos en cuanto a la reducción de rizados. Un aspecto importante que se plantea es el de la determinación de los factores que limitan en el número máximo de convertidores que pueden conectarse siguiendo el proceso de construcción de multiplicadores propuesto.

La segunda parte de la Tesis arranca del estudio de diversas alternativas respecto a la estructura del circuito doblador. La adición a la estructura unidireccional del circuito IDB de dos diodos y el mantenimiento de los dos condensadores originales de las células canónicas dan lugar a un nuevo circuito elevador. El conexionado de dichos condensadores y diodos, que recuerda al de las redes multiplicadoras de tensión clásicas constituidas precisamente por diodos y condensadores, interpretado como una red de capacidades conmutadas da origen a la denominación de SCIDB (“Switched Capacitor Interleaved Dual Boost”) escogida para el nuevo circuito.

El análisis del circuito SCIDB sigue, en la medida de lo posible, los mismos pasos del estudio del IDB. En este caso, el análisis en lazo abierto no revela los problemas de sensibilidad respecto a las pérdidas que presentaba el IDB por lo que el SCIDB puede operar con un amplio margen de ciclos de trabajo. En cualquier caso el ciclo de trabajo

óptimo para el que los rizados son mínimos sigue siendo del 50%. En un entorno próximo a dicho punto de trabajo las funciones de transferencia en lazo abierto, como en el caso del doblador, apuntan también a las corrientes de los inductores del circuito como variables a utilizar en el diseño de una estrategia de realimentación. La elección de un control en modo de deslizamiento con la misma superficie de conmutación general aplicada al circuito doblador en el apartado 5.4 es consecuencia, por tanto, del análisis en pequeña señal.

A diferencia de los resultados obtenidos para el doblador, la dinámica de deslizamiento ideal del circuito SCIDB es siempre no lineal, por lo que la condición para la estabilidad asintótica del sistema que se determina sólo es válida de forma local. En el caso particular de que el parámetro α de la superficie de control sea uno, el ciclo de trabajo en régimen estacionario es del 50% y el circuito opera como cuadruplicador de tensión de bajos rizados. En este caso, es posible determinar que el cuadruplicador es estable de forma global mediante el segundo método de Lyapunov.

Aunque se muestran algunos resultados de simulación, el capítulo finaliza con la presentación de resultados obtenidos de un prototipo experimental. Como principal resultado hay que destacar que el comportamiento dinámico se ajusta al previsto teóricamente. También, como se había previsto, los efectos de la conmutación de capacidades en la tensión de salida requieren un filtrado adicional. Este filtrado ha consistido en la conexión en paralelo con la carga de un condensador cuya capacidad se ha dimensionado experimentalmente. Como consecuencia de la inclusión del condensador se reducen los rizados en régimen estacionario de las variables globales y se modifica la dinámica del sistema que, en el caso particular de $\alpha=1$, puede predecirse fácilmente a partir del análisis previo. Los experimentos realizados permiten verificar también estos aspectos. Por último, aunque el circuito no ha sido optimizado en este sentido, se ha obtenido el rendimiento energético del circuito para diferentes condiciones de carga, tensión de entrada y valores del parámetro α . Como se esperaba, y como también sucede con los rizados, el rendimiento es mejor cuando $\alpha=1$. En los experimentos realizados el rendimiento está comprendido entre el 82% y el 89%.

7.2. Futuros estudios.

Entre las vías de investigación futuras, hay que distinguir dos direcciones fundamentales: por un lado están las propuestas que afectan a la estructura de los convertidores y, por otro, las que afectan al control de dichas estructuras.

Las propuestas que afectan a la estructura de los convertidores son las siguientes:

- Combinación de los multiplicadores con otras estructuras que permitan la regulación de la tensión de salida o de la corriente de entrada. Los multiplicadores actuarían como pre- o post-reguladores de bajos rizados.

- En el caso del convertidor SCIDB se han apuntado las posibilidades de ampliar la estructura del circuito, tanto respecto a la red multiplicadora clásica de diodos y condensadores como respecto al número de células canónicas en paralelo aumentando el número de fases de entrada de la etapa clásica.

- Un aspecto a considerar respecto al circuito SCIDB es el aumento del orden del filtro de salida que en el prototipo experimental está constituido por un único condensador en paralelo con la carga. De esta forma, la estructura del convertidor queda en la línea de los convertidores de capacidades conmutadas en los que aparecen lazos capacitivos. La inserción de un inductor entre la estructura multiplicadora y el condensador en paralelo con la carga aumentará el orden del sistema pero es una posibilidad a considerar, especialmente cuando aumentan las necesidades de filtrado porque el circuito opera con ciclos de trabajo distintos del 50%.

- Otra posibilidad en cuanto a modificación de la estructura de los circuitos es la de adaptarlos para efectuar conmutaciones suaves.

- Por último podría repetirse el estudio tomando otras estructuras básicas de convertidores continua-continua (reductor, reductor-elevador, etc.) como célula canónica a conectar en paralelo. Esto incluiría las estructuras con aislamiento galvánico que derivan de las básicas.

En cuanto al control de las distintas estructuras, las posibilidades son también diversas:

- Estudiar los circuitos operando en modo de conducción discontinua.

- Plantear el control independiente o en “interleaving” convencional (no en contrafase) de los conmutadores del circuito, tal y como se proponía, por ejemplo, al presentar la expresión (2.71).

- Otra posibilidad evidente sería abordar otras estrategias de control distintas al control en modo de deslizamiento, comenzando por estrategias de control lineal basadas en la técnica de modulación de anchura de pulsos o por las alternativas propuestas en el apartado 4.3, basadas en el control de la secuencia de estados de los conmutadores del circuito.

- Por último, en el caso del convertidor SCIDB, se proponía el ajuste del parámetro α de la superficie de conmutación a partir de un lazo externo de tensión. La elección de una superficie de conmutación que sea una función no lineal de las variables de estado del circuito, e incluso de la tensión de entrada y de la corriente entregada a la carga podría aportar funcionalidades nuevas al circuito. Con otras superficies de conmutación podría regularse la tensión de salida, la corriente de entrada, el factor de potencia en una conversión AC-DC, etc.

8. Bibliografía

Convertidores en paralelo

- [1] B.A.Miwa, *"Interleaved Conversion Techniques for High Density Power Supplies"*, Ph.D. Disertation, May 1992, Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, MIT.
- [2] B.A.Miwa, D.M.Otten, and M.F.Schlecht, *"High Efficiency Power Factor Correction Using Interleaving Techniques"*, IEEE Applied Power Electronics Conference Proceedings, March 1992, pp. 557-568.
- [3] D.R.Garth, W.J.Muldoon, G.C.Benson, and E.N.Costague, *"Multi-Phase, 2-Kilowatt, High-Voltage, Regulated Power Supply"*, IEEE Power Conditioning Specialists Conference Record, 1971, pp. 110-116.
- [4] Kurt.K.Hedel, *"High-Density Avionic Power Supply"*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-16. No.5. September 1980, pp. 615-619.
- [5] Wally E.Rippel, *"Optimizing Boost Chopper Charger Design"*, Proceedings of the Sixth National Solid-State Power Conversion Conference, 1979, pp. D1-1 to D1-20.
- [6] D.J.Shortt, W.T.Michael, R.L.Avant, and R.E.Palma, *"A 600 Watt Four Stage Phase-Shifted-Parallel Dc-to-DC Converter"*, IEEE Power Electronics Specialists Conference Record, June 1985, pp. 136-143.
- [7] *"Low-Inductance Wiring for Parallel Switching Transistors"*, NASA Tech Briefs. No. MFS-28387, pp.1-6.
- [8] Vietson Nguyen, John Dhyanchaud, and Pierre Thollot, *"A Multiphase Topology of Series Resonant DC-DC Converter"*, Power Conversion International Magazine, March 1986, pp. 46-49.
- [9] J.Ben Klaassens, W.L.F.H.A.Moize de Chateleux, and M.P.N. Van Wesenbeeck, *"Phase-Staggering Control of a Series-Resonant DC-DC Converter with Parallel Power Modules"*, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, No. 2, April 1988, pp. 164-173.
- [10] Wally E.Rippel, *"Unit Power Factor Switching Regulator"*, United States Patent #4.384.321, May 17, 1983, pp. 1-16.
- [11] Hubert C.Martin Jr., *"Topology for Miniature Power Supply with Low Voltage and Low Ripple Requirements"*, United States Patent #4.618.919, October 21, 1986.
- [12] B.Carpenter et al., *"A Distributed Power System for Military VLSI Applications"*, High Frequency Power Conversion Conference Proceedings, May 1988, pp. 430-441.
- [13] S.Schulz, B.H.Cho, and F.C.Lee, *"Design Considerations for a Distributed Power System"*, IEEE Power Electronics Specialists Conference Record, June 1990, pp. 611-617.

- [14] B.Choi, B.H.Cho, R.B.Ridley, and F.C.Lee, "*Control Strategy for Multi-Module Parallel Converter System*", IEEE Power Electronics Specialists Conference Record, June 1990, pp. 225-234.
- [15] S.Schulz, J.Liu, B.Cho, and F.C.Lee, "*Integrating a Series of High-Density Converters*", PowerTechnics Magazine, January 1990, pp. 32-37.
- [16] K.Siri, C.Q.Lee,T.F.Wu, "*Current Distribution Control for Parallel Connected Converters: Parts I and II*", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 28, No. 3, July 1992, pp. 829-851.
- [17] A.Lago, "*Nuevos Métodos de Síntesis de Convertidores CC/CC Conmutados en Paralelo de Alto Rendimiento*", Tesis Doctoral, Universidad de Vigo, 1994.
- [18] A.Lago, C.Martínez-Peñalver, "*Improvement of Switch-Mode Power Converters in Parallel Operation*", Proceedings of EPE'89, Vol. 3, pp. 1251-1253.
- [19] A.Lago, J.J.Rodríguez, C.Martínez-Peñalver, "*A New Method to Equalize the Load Current in Paralllel Connected DC/DC Converters Using Voltage Mode Control*", Technical Proceedings of IEEE International Power Electronics Congress, October 1995.
- [20] C.Chang, and M.A.Knights, "*Interleaving Technique in Distributed Power Conversion Systems*", IEEE Transactions on Circuits and Systems I, vol.42, No. 5, May 1995, pp. 245-251.
- [21] M.T.Zhang, M.M.Jovanovic, and F.C.Lee, "*Analysis, Design, and Evaluation of Forward Converter with Distributed Magnetics – Interleaving and Transformer Paralleling*", IEEE Applied Power Electronics Conference, 1995, pp. 315-321.
- [22] D.J.Perreault, J.G. Kassakian, "*Distributed Interleaving of Paralleled Power Converters*", IEEE Trans. on Circuits and Systems I, Vol. 44, No. 8, August 1997, pp. 728-733.

Control y estabilidad

- [23] V.I.Utkin, "*Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems*", MIR, Moscow 1978.
- [24] F.Bilanovic, O.Music and A.Sabanovic, "*Buck Converter Regulator Operating in Sliding Mode*", Proceedings of 1983 PCI, pp. 331-340.
- [25] R.Venkataraman, A.Sabanovic and S.Cuk, "*Sliding-Mode Control of DC-to-DC Converters*", Proceedings of IECON'85 pp 251-258.
- [26] H.Sira-Ramírez, "*Sliding Motions in Switched Bilinear Networks*", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-34, No.8, pp. 919-923, August 1987.
- [27] E.Fossas, L.Martínez and J.Ordines, "*Sliding Mode Control Reduces Audiosusceptibility and Load Perturbation in the Cuk Converter*", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 39, no.10, October 1992, pp. 847-849.
- [28] K. Ogata, "*Discrete-Time Control Systems*", Ed. Prentice Hall, 1995.

Referencias propias relacionadas

- [29] R.Giral, "*Caracterización dinámica del convertidor elevador con filtro de salida.*", Proyecto Final de Carrera, UPC, 1994.
- [30] F.Dominguez,E.Fossas, R.Giral & L.Martínez, "*Boost Converter With Output Filter A Sliding Approach*", Proceedings of the IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems, MWSCAS'94, August 1994, vol.2, pp.1265-1268.
- [31] R.Giral, L.Martínez, J.Hernanz, J.Calvente, F.Guinjoan, A.Poveda and R.Leyva,"*Compensating Networks For Sliding-Mode Control*", Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'95, April-May 1995, vol.3, pp 2055-2058.
- [32] J.Hernanz, L.Martínez, R.Giral, A.Poveda and E.Fossas, "*Analysis of a sliding-mode controlled dual SEPIC converter*", Proceedings of the 12th European Conference on Circuit Theory and Design, ECCTD'95, August 1995, pp.1165 - 1168.
- [33] R.Giral, L.Martínez, J.Calvente y R.Leyva, "*Multiplicadores de tensión basados en convertidores dc-dc en paralelo*", Memoria Técnica del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, Septiembre de 1995, pp. 137-140.
- [34] L.Martínez, J.Calvente, R.Giral y R.Leyva, "*Convertidores autooscilantes para regulación ideal de carga*", Memoria Técnica del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, Septiembre de 1995, pp. 145-148.
- [35] J.Calvente, R.Giral, J.Hernanz y R.Leyva, "*Amplificador push-pull controlado en modo de deslizamiento*", Memoria Técnica del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, Septiembre de 1995, pp. 451-454.
- [36] R.Giral, J.Font, L.Martínez, J.Calvente, R.Leyva and E.Fossas, "*Self-Oscillating Boost Converter with Output Filter for Ideal Load Regulation*", Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'96, Mayo de 1996, pp. 529-532.
- [37] J.Calvente, R.Giral, J.Hernanz and L.Martínez, "*Push-Pull Switching Power Amplifier with Sliding-Mode Control*", Power Electronics Specialists Conference Record, PESC'96, 1996, pp. 1484-1487.
- [38] R.Giral, L.Martínez, J.Calvente, R.Leyva and E.Vidal-Idiarte, "*Self-Oscillating Interleaved Boost Regulator with Loss Free Resistor Characteristic*", Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'97, 1997, pp. 825-828.
- [39] J.Calvente, L.Martínez and R.Giral, "*Design of Locally Stable Sliding Modes in Bidirectional Switching Converters*", Proceedings of the IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems, MWSCAS'97, 1997, pp. 615-618.
- [40] R.Giral y L.Martínez, "*Cuadruplicador de tensión basado en un convertidor dual boost controlado en modo de deslizamiento*", Memoria Técnica del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, Valencia, Septiembre de 1997, pp. 795-800.

- [41] L.Martínez-Salamero, J.Calvente, R.Giral, A.Poveda and E.Fossas, “*Analysis of a Bidirectional Coupled-Inductor Cuk Converter Operating in Sliding Mode*”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Part I, vol. 45, No 4, April 1998, pp. 355-63.
- [42] R.Giral and L.Martínez, “*Switched Capacitor Interleaved Dual-Boost Regulator with Sliding Mode Control*”, Power Electronics Specialists Conference Record, PESC’97, 1997, pp. 1523-1528.

Multiplicadores de tensión

- [43] P.Gueulle, “*Transformerless Dc-Dc Converter*”, Electronic Design, pp.89, April 1996.
- [44] A.Ruitberg, and J.Gillis, “*Design Techniques for Miniaturized Spacecraft High Voltage Power Supplies*”, NASA, pp. D2-1 to D2-13.
- [45] G.Di Cataldo, and G.Palumbo, “*Design of an Nth Order Dickinson Voltage Multiplier*”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol.43, No.5, May 1996, pp. 414-418.
- [46] J.Maicas y J.Aroca, “*Evaluación de un Nuevo Tipo de EPC para TWT basado en Multiplicadores de Tensión*”, SAAEI’97, pp. 139-144.
- [47] P.M.Lin, and L.O.Chua, “*Topological Generation and Analysis of Voltage Multiplier Circuits*”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol.24, No.10, October 1977, pp. 517-530.

Sensado de corrientes

- [48] L.Ghislanzoni, “*Magnetic Coupled Current Sensing Techniques for Spacecraft Power Systems*”, Proceedings of the European Space Power Conference, October 1989, pp. 323-327.
- [49] D.R.Pacholok, “*Novel Current-Sense Technique Boost Converter Efficiency*”, Power Conversion and Intelligent Motion, July 1990, pp. 30-33.
- [50] L.Ghislanzoni, and J.A.Carrasco “*A Novel DC Current Transformer for Large Bandwidth & High CMR*”, Proceedings of the European Space Power Conference, August 1993, pp. 137-141.
- [51] Kwok-wai Ma, and Yim-shu Lee, “*Technique for Sensing Inductor and dc Output Currents of PWM dc-dc Converter*”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.9, No.3, May 1994, pp. 346-353.
- [52] P.Perol, and A.Weinberg, “*A Novel Galvanically Isolated Current Sensor*”, Proceedings of the European Space Power Conference, Sept. 1995, ESA SP-369, Vol.1, pp. 215-221.
- [53] J.M.Espi, A.Ferrerres, J.B.Ejea y R.García, “*Técnicas de Sensado de la Corriente para Sistemas de Potencia en Satélites*”, Memoria Técnica del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, Sept. 1995, pp. 413-416.

Simulaci3n

- [54] ____, "*SIMPLIS, Simulation Software for Switching Power Supply Design, Technical Reference Guide*", Power Design Tools, Inc., Los Altos, CA. 1994.
- [55] M.H.Rashid, "*SPICE for power electronics and electric power*", Ed. Prentice Hall, 1993.
- [56] ____, "*ACSL Reference Manual, version 11*", MGA Software, 1995.
- [57] ____, "*Using MATLAB, version 5*", MathWorks Inc, 1996.

Otras referencias

- [58] ____, "*Soft Ferrites Data Handbook*", MA01, Philips Components, 1991.
- [59] D.Redfern, "*Maple V, The Maple Handbook*", Springer-Verlag New York, Inc, 1996.
- [60] S.Singer, and R.W.Erickson, "*Canonical Modelling of Power Processing Circuits Based on the POPI Concept*", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 7, no.1, January, 1992, pp. 37-43.
- [61] J.S.Glaser, and A.F.Witulski, "*Application of a Constant-Output-Power Converter in Multiple-Module Converter Systems*", IEEE PESC'92 Record, Vol. 2, 1992, pp. 909-916.
- [62] R.Middlebrook, and S.Cuk, "*A general unified approach to modelling switching converter power stages*". *IEEE Power Electronics Specialist Conference Record*, Cleveland, 1976, pp. 18-34.
- [63] J.M.Badia, "*Interleaving en el convertidor dual-boost controlado en modo de deslizamiento*", Proyecto Final de Carrera, ETSE-URV, 1997.
- [64] C.Borrego, "*Triplicador de tensi3n basat en convertidors cc/cc elevadors /Boost) amb paral·lelitzaci3n i desfasament, controlats en mode de corrent*", Proyecto Final de Carrera, ETSE-URV, 1998.
- [65] ____, "*TDS 500C, TDS 600B, & TDS 700C User Manual*", Tektronix Inc.
- [66] ____, "*Power Conversion Guide*", Powerbox International AB.
- [67] S.Singer, "*Realization of Loss-Free Resistive Elements*", IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 37, NO.1, January 1990, pp. 54-60.
- [68] R.W.Erickson, "*Fundamentals of Power Electronics*", Ed. Chapman & Hall, 1997.
- [69] S.Singer, "*Gyrators Application in Power Processing Circuits*", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. IE-34, no.3, August, 1987, pp. 313-318.

- [70] S. Cuk, and R. Erickson, "A conceptually new high-frequency switched-mode amplifier technique eliminates current ripple". *Proceedings of the 5th National Solid-State Power Conversion Conference*, San Francisco, 1978, pp. G.3.1-G.3.22.

Apéndice A. Análisis y Formas de Onda del Convertidor Elevador.

A.1. Ecuaciones de estado.

Asumiendo que los parámetros del convertidor elevador de la Fig. 2.1 han sido escogidos para evitar la aparición del modo de conducción discontinuo (Fig. 2.2c), las ecuaciones de estado de las configuraciones ON y OFF (Figs. 2.2a y 2.2b respectivamente) pueden escribirse de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + B_1 & 0 \leq t \leq t_{ON} \\ \dot{x} &= A_2 x + B_2 & t_{ON} \leq t \leq T \end{aligned} \quad (A.1)$$

donde los vectores de las variables de estado y sus derivadas se muestran en (A.2).

$$x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \quad \dot{x} = \frac{d x}{d t} = \begin{bmatrix} \frac{d i}{d t} \\ \frac{d v}{d t} \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

Las expresiones de las matrices A_1 , A_2 , B_1 y B_2 , suponiendo pérdidas nulas, quedan como sigue:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{v_g}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-i_L}{C} \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

donde A_1 y B_1 corresponden a la configuración ON y A_2 y B_2 a la configuración OFF, y se ha modificado el circuito (Fig. A.1) para modelar las variaciones de la carga respecto a su valor nominal mediante una fuente de corriente variante con el tiempo.

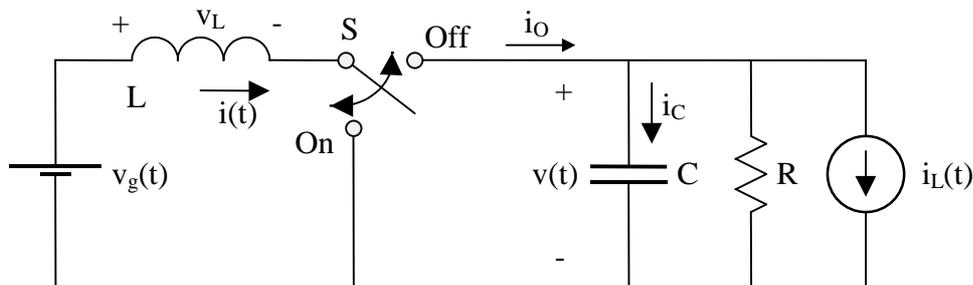


Figura A.1. Convertidor elevador ampliado para incluir variaciones de carga y línea.

A.2. Promediación en el espacio de estado.

Mediante la técnica de promediación en el espacio de estado [62] es posible describir el comportamiento de los valores medios de las variables de estado en función del ciclo de trabajo (A.4).

$$\dot{x} = A x + B \quad (A.4)$$

Las matrices del sistema promediado son:

$$A = A_1 d + A_2 (1 - d) \quad B = B_1 d + B_2 (1 - d) \quad (A.5)$$

En nuestro caso, la sustitución en (A.5) de las matrices de (A.3) lleva a las siguientes expresiones:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d-1}{L} \\ \frac{1-d}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{v_g}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-i_L}{C} \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

Si tenemos en cuenta que no sólo las variables de estado y el control, sino también la tensión de entrada y la carga pueden variar en función del tiempo, la descomposición de todas ellas como la suma de un término constante más un término variable, tal y como se muestra en (A.7), permitirá obtener la expresión (A.8) del régimen estacionario de las variables de estado en función del ciclo de trabajo y tensión de entrada estacionarios, D y V_g respectivamente.

$$x(t) = X + \hat{x}; \quad d(t) = D + \hat{d}; \quad v_g(t) = V_g + \hat{v}_g; \quad i_L(t) = \hat{i}_L \quad (A.7)$$

$$X = \begin{bmatrix} I \\ V \end{bmatrix} = -A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{RD'^2} \\ \frac{1}{D'} \end{bmatrix} V_g \quad (A.8)$$

A.3. Formas de onda en régimen estacionario.

Si el ciclo de trabajo del convertidor es constante, las formas de onda de las tensiones y corrientes en el circuito alcanzan un régimen permanente en el que el valor medio de la energía almacenada en el circuito es constante. Por lo tanto, debe cumplirse que los valores medios de la tensión en el inductor y la corriente en el condensador del circuito sean nulos. Suponiendo en primera aproximación que la tensión de salida es constante e igual a su valor medio V , la tensión en el inductor en un periodo de conmutación tendrá la forma que se muestra en la Fig. A.2, a partir de la cual puede comprobarse la expresión de V que se ha obtenido con anterioridad en (A.8).

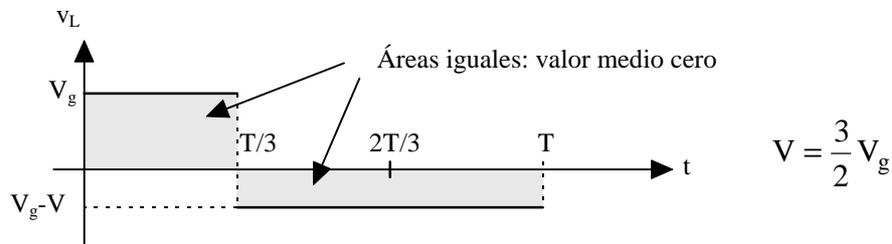


Figura A.2. Forma de onda aproximada de la tensión en el inductor en régimen permanente. $D = 1/3$.

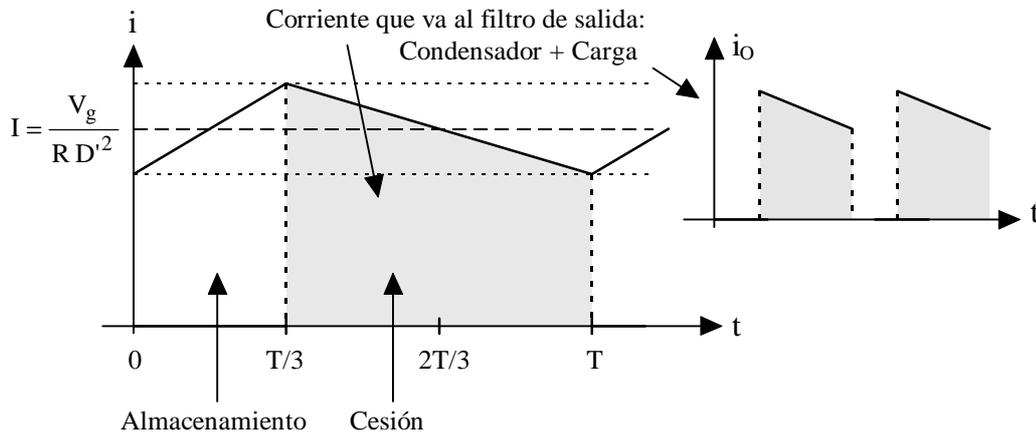


Figura A.3. Forma de onda aproximada de la corriente en el inductor en régimen permanente. $D = 1/3$.

Las formas de onda aproximadas de las variables que se muestran en las figuras anteriores ilustran el almacenamiento de energía en el inductor durante el intervalo ON

y su cesión posterior al filtro de salida en el intervalo OFF. Estrictamente, el tramo en que se cede energía no debiera ser rectilíneo puesto que la tensión de salida no es constante. En la mayor parte de ocasiones, sin embargo, se diseña el condensador de salida para que el rizado en la tensión de salida sea muy pequeño comparado con el valor medio de la misma, por lo que la aproximación es válida.

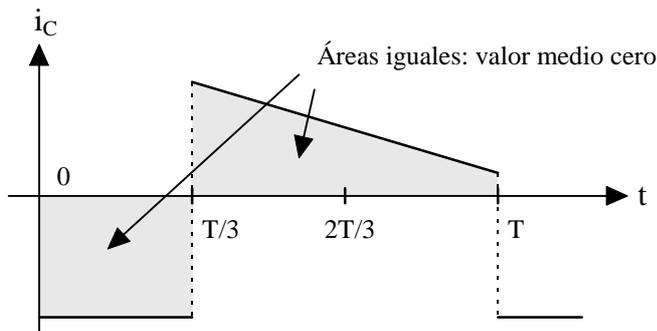


Figura A.4. Forma de onda aproximada de la corriente en el condensador en régimen permanente. $D = 1/3$.

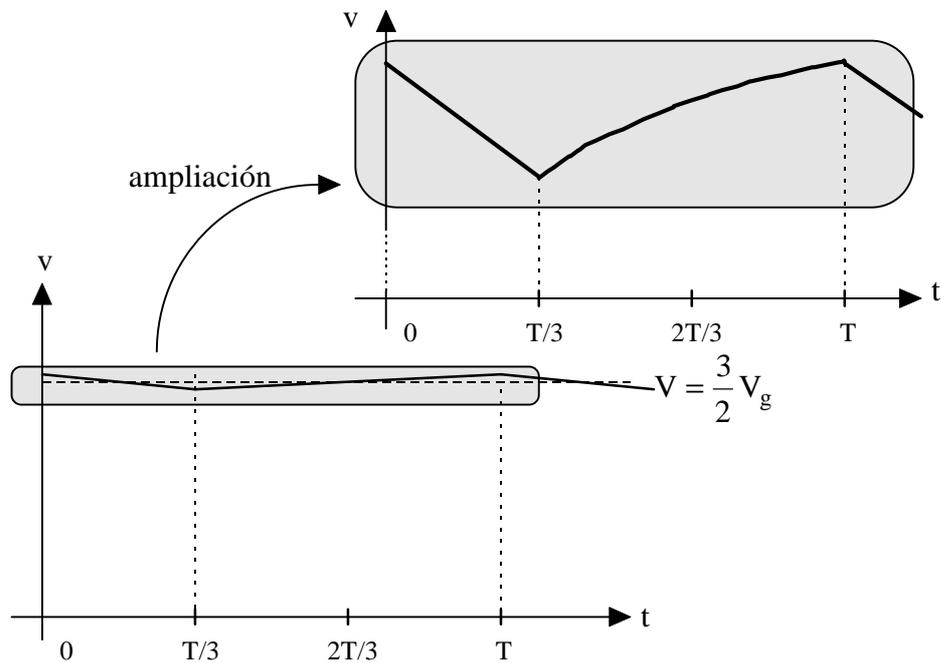


Figura A.5. Forma de onda aproximada de la tensión en el condensador en régimen permanente. $D = 1/3$.

La reducción del rizado de la tensión de salida a los niveles requeridos por algunas de las aplicaciones del convertidor elevador implica la utilización de un condensador de salida de valor elevado. En algunos casos incluso se debe recurrir a la inserción de un filtro de salida de más elementos, como por ejemplo sucede en el convertidor que aparece en [30] donde el filtro de salida está constituido por una estructura en pi del tipo condensador-inductor-condensador. El aumento del número de elementos del filtro de salida hace aumentar el tamaño del circuito y la complejidad de su diseño. En particular, el incremento en el orden del circuito complica el control en lazo cerrado del mismo.

A.4. Funciones de transferencia en pequeña señal.

Como puede deducirse de la expresión (A.8), se cumple que la potencia de entrada del convertidor es igual a la potencia entregada a la carga lo que cabía esperar puesto que no se han considerado pérdidas en el circuito. Al incluir algunos de los diversos factores de pérdidas en las ecuaciones de estado, los valores de régimen estacionario se ven modificados de forma que, por ejemplo y como cabía esperar, la tensión de salida es inferior a la del caso ideal. La imposibilidad de considerar de forma exhaustiva los efectos de las pérdidas y de la indeterminación de algunos parámetros del circuito, así como la posibilidad de que varíen la carga o la tensión de entrada, son cuestiones que pueden resolverse mediante la implementación de diversas estrategias de realimentación ([30], [31], [36]), algunas de las cuales se basan en la obtención de funciones de transferencia en pequeña señal.

En el caso del convertidor elevador las funciones de transferencia en pequeña señal se obtienen a partir de la sustitución de (A.7) y (A.8) en (A.4). Se descartan los términos de segundo orden del resultado y, aplicando el principio de superposición a las variables perturbadas \hat{v}_g , \hat{i}_L y \hat{d} , se obtienen las expresiones en el dominio transformado de Laplace que se muestran en la tabla A.I.

En dicha tabla cabe destacar los valores que toman las distintas expresiones al particularizarlas en $s = 0$ (regímenes permanentes de la respuesta al escalón), que corroboran relaciones de estado estacionario obtenidas con anterioridad.

Sin duda, la expresión más significativa de la tabla A.I es la de la función de transferencia tensión de salida - ciclo de trabajo, ya que presenta un cero en el semiplano derecho. La dificultad de cerrar un lazo de control de tensión en el convertidor elevador es la consecuencia más significativa de la existencia de dicho cero.

	Corriente de entrada $\hat{I}(s)$	Tensión de salida $\hat{V}(s)$
Tensión de entrada $\hat{V}_g(s)$	$\frac{\hat{I}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{1}{L} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{V}_g(s)} = \frac{\frac{D'}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$
Corriente de carga $\hat{I}_L(s)$	$\frac{\hat{I}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{\frac{D'}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{I}_L(s)} = \frac{-\frac{s}{C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$
Ciclo de trabajo $\hat{D}(s)$	$\frac{\hat{I}(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{V_g}{LD'} \frac{s + \frac{2}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$	$\frac{\hat{V}(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{-V_g}{RCD'^2} \frac{s - \frac{R}{L}D'^2}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$

Tabla A.I. Funciones de transferencia en pequeña señal del convertidor elevador.

A.5. Amplitud de los rizados

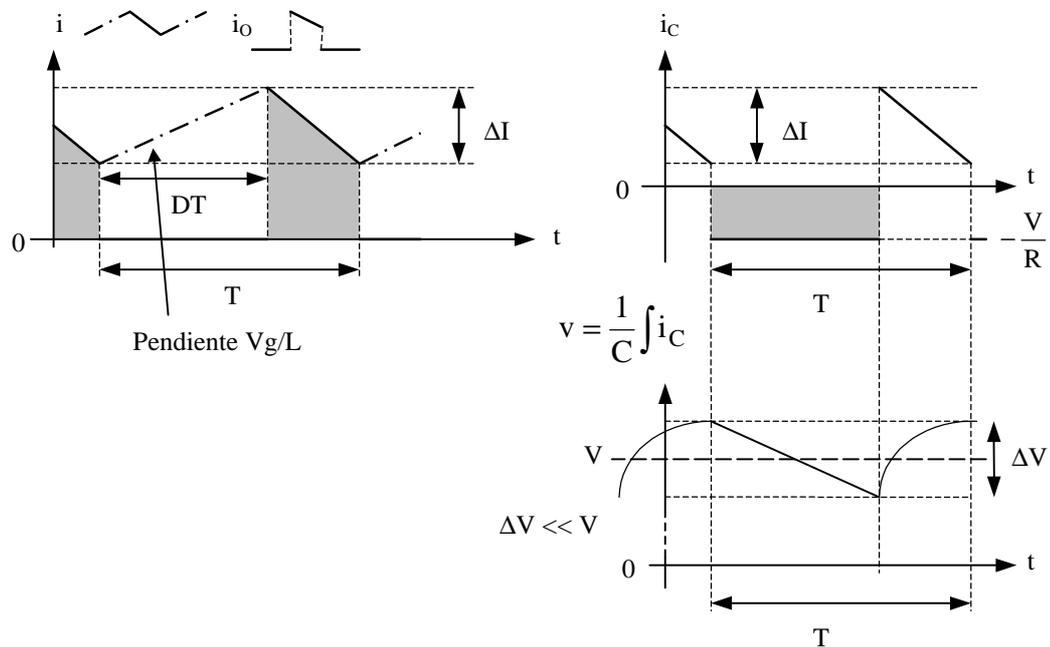


Figura A.6. Formas de onda aproximadas de los rizados en régimen permanente.

A partir de las gráficas de la Fig. A.6 se obtienen las amplitudes de los rizados de la corriente de entrada ΔI (corriente en el inductor) y de la tensión de salida ΔV que se muestran en la tabla A.II.

	ΔI	$\Delta I/I_g$	ΔV_{\min}	$(\Delta V/V)_{\min}$
D	$\frac{V_g}{L} DT$	$\frac{R}{L} D'^2 DT$	$\frac{V_g}{RC} \cdot \frac{D}{D'} T$	$\frac{1}{RC} DT$
$D = 1/2$	$\frac{V_g}{2L} T$	$\frac{R}{8L} T$	$\frac{V_g}{RC} T$	$\frac{1}{2RC} T$
$D = 2/3$	$\frac{2V_g}{3L} T$	$\frac{2R}{27L} T$	$\frac{2V_g}{RC} T$	$\frac{2}{3RC} T$

Tabla A.II. Amplitud de los rizados en convertidor elevador (CCM).

A.6. Convertidor elevador con filtro de salida.

En aplicaciones en las que interesa que el rizado de la tensión de salida sea muy bajo, el convertidor elevador de segundo orden puede no resultar adecuado. Una solución al problema consiste en la inclusión de un filtro de salida adicional lo que incrementa el orden del circuito y la complejidad del diseño.

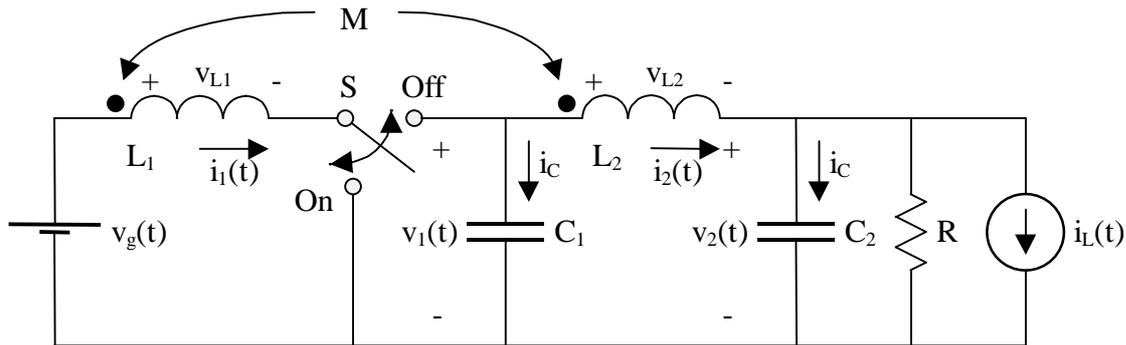


Figura A.7. Esquema del convertidor elevador con filtro de salida y acoplo magnético entre inductores.

La figura A.7 muestra el esquema del convertidor elevador con filtro de salida en el que se considera también la posibilidad de que exista acoplo magnético entre los dos inductores del circuito. Al tratarse de un convertidor de cuarto orden, las posibilidades de controlar el convertidor son mucho mayores que en el caso del convertidor simple: linealización entrada-salida [29], regulación ideal de carga con control en modo de deslizamiento [36], etc. y su estudio podría constituir el objeto de otra Tesis.

Apéndice B. Control en modo de deslizamiento.

Desde finales de los años 70, han aparecido contribuciones muy diversas [23]-[27], [30]-[42] que hacen referencia a la aplicación de regímenes de deslizamiento en el control de sistemas de estructura variable, a los cuales pertenecen los convertidores conmutados. En este apartado intentaremos exponer de forma resumida los aspectos más significativos de la técnica de control en modo de deslizamiento, enfocándolos sobre todo desde el punto de vista del control de convertidores conmutados continua-continua.

B.1. Descripción bilineal del convertidor

Los convertidores conmutados operando en modo de conducción continua a los que se aplica la técnica de control en modo de deslizamiento en esta tesis (doblador y cuadruplicador), presentan dos cambios estructurales por periodo de conmutación. La dinámica del sistema en cada intervalo puede describirse mediante un sistema de ecuaciones de estado en notación matricial como las que se muestran en (A.1). Dichas ecuaciones pueden compactarse en una única expresión bilineal (B.1), donde la variable \mathbf{u} refleja la acción del control y haremos que tome los valores discretos 0 y 1; $u=1$ en el intervalo ON y $u=0$ en el intervalo OFF. La asignación de los valores 0 y 1 a la variable de control es arbitraria, aunque la que proponemos facilita la manipulación analítica de las expresiones matriciales, simplifica el diseño de los circuitos de activación (“drivers”) de los conmutadores del circuito y también es muy adecuada en una implementación digital de parte del circuito de control.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \delta + \mathbf{u} (\mathbf{B} \mathbf{x} + \gamma) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (B.1)$$

donde, según (A.1), las matrices quedan como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_2; \quad \delta = \mathbf{B}_2; \quad \mathbf{B} = \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2; \quad \gamma = \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 \quad (B.2)$$

B.2. Elección de la superficie de conmutación

El principal objetivo de la regulación de convertidores continua-continua mediante un modo de deslizamiento es forzar al sistema a alcanzar una determinada superficie $S(x)$ conocida como superficie de deslizamiento, superficie de conmutación o dominio de deslizamiento y que se define en el espacio de estado. Entre las múltiples posibilidades de definición de la superficie de deslizamiento, algunos de los trabajos sobre el tema [41] inciden sobre expresiones de $S(x)$ de la forma:

$$S(x) = x_i - K = 0 \quad (B.3)$$

siendo x_i una de las variables de estado del sistema y K una constante real.

La elección de una superficie como la de (B.3) que pretende forzar que una de las variables de estado tome un valor de consigna constante K , es una técnica basada sobre todo en especificaciones temporales en gran señal, que puede complementarse con otras técnicas clásicas que requieren principalmente consideraciones frecuenciales en pequeña señal [31]. En determinados sistemas, las posibilidades que proporciona una superficie de deslizamiento de una única variable son reducidas y hay que tener en consideración expresiones más complejas en las que llegan a aparecer todas las variables de estado e incluso algunas de sus derivadas o integrales [41], [31]. La complejidad de las expresiones que derivan de la elección de superficies multivariable restringe su utilidad y, en muchos casos, para reducir el esfuerzo analítico y simplificar los circuitos que implementan el control, se opta por escoger simples combinaciones lineales de variables (hiperplanos) como superficies de deslizamiento.

$$S(x) = \sum K_i x_i - K = 0 \quad (B.4)$$

La elección de la superficie de conmutación adecuada es una tarea de resultados inciertos que se facilita con un buen conocimiento del circuito a controlar, sobre todo de su dinámica en lazo abierto y en lazo cerrado con otros tipos de control. En muchas ocasiones, hasta que no se completan todos los pasos que se describirán a continuación, no se sabe si la elección de una superficie ha sido acertada o no, aunque la información que se obtiene también ayuda a escoger nuevas superficies.

Si nos limitamos a una única superficie, la trayectoria del sistema en el estado inicial del mismo debe poder alcanzar la superficie de deslizamiento, tras lo cual la acción del control deberá de forzar que quede atrapada en la vecindad de la misma.

B.3. Alcanzabilidad de la superficie de deslizamiento.

Queremos que la dinámica del sistema quede atrapada en la superficie de deslizamiento. Analizando la descripción bilineal de (B.1) vemos que el campo vectorial $(Bx+\gamma)$ se suma o no al resto de la dinámica del sistema $(Ax+\delta)$, según la acción del control ya que u es 1 ó 0. Supongamos que, en el intervalo de conmutación ON ($u=1$), el vector de estado del sistema se encuentra en un lado de la superficie de deslizamiento siguiendo una trayectoria que se aleja de dicha superficie. Cuando se supera un determinado umbral de separación entre la posición del sistema y la superficie, el control cambia la estructura del sistema pasándose así al intervalo de conmutación OFF ($u=0$). Desde el punto de vista de la dinámica del sistema, se elimina el término $(Bx+\gamma)$, de forma que la nueva trayectoria de la dinámica se dirige hacia la superficie. Cuando la nueva dinámica atraviesa la superficie alejándose de ella y se supera el umbral definido para este intervalo OFF, se retorna a la estructura inicial del intervalo ON en el que se añade el término $(Bx+\gamma)$ que debe llevar la dinámica del sistema nuevamente hacia la superficie, hasta que la atraviese y recomience el proceso. Para que se produzca esta alternancia de intervalos es necesario, aunque no suficiente, que el campo vectorial $(Bx+\gamma)$ no sea paralelo a la superficie de conmutación, es decir, que no sea perpendicular a su gradiente. Si lo fuese, la contribución del término $(Bx+\gamma)$ a la trayectoria de dinámica del sistema no la dirigiría hacia la superficie de conmutación y no existiría modo de deslizamiento.

En una descripción más matemática del proceso se define

$$\begin{cases} u = u^+ & \text{cuando } S(x) > 0 \\ u = u^- & \text{cuando } S(x) < 0 \end{cases} \quad (B.5)$$

donde u^+ es 1 ó 0 y u^- es complementariamente 0 ó 1. Asimismo se definen los campos vectoriales

$$\begin{cases} f^+ = f(t, x, u^+) & \text{para } u^+ \\ f^- = f(t, x, u^-) & \text{para } u^- \end{cases} \quad (B.6)$$

La condición necesaria y suficiente para alcanzar la superficie $S(x)=0$ viene dada por

$$\begin{cases} \langle \nabla S, f^+ \rangle < 0 \\ \langle \nabla S, f^- \rangle > 0 \end{cases} \quad (B.7)$$

donde $\langle a, b \rangle$ denota el producto escalar de a y b , y ∇ es el operador gradiente.

La condición (B.7) que está definida para todo el espacio de fases puede expresarse de forma local como se muestra en (B.8).

$$\begin{cases} \lim_{s \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f^+ \rangle < 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f^- \rangle > 0 \end{cases} \quad (B.8)$$

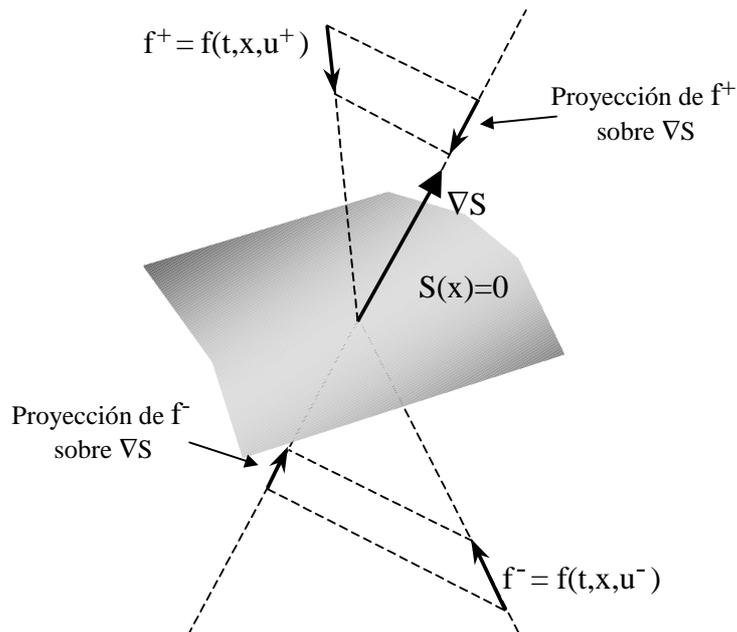


Figura B.1. Gráfica de las condiciones de alcanzabilidad de la superficie de deslizamiento.

La Fig. B.1 muestra un ejemplo gráfico en el que se cumple (B.8) y los campos vectoriales a uno y otro lado de la superficie apuntan hacia ella. Podemos ver como el sentido del gradiente de la superficie y el de la proyección del campo en la dirección del

gradiente tienen sentidos opuestos cuando $S(x) > 0$ ($f=f^+$, $u=u^+$), y el mismo sentido cuando $S(x) < 0$ ($f=f^-$, $u=u^-$).

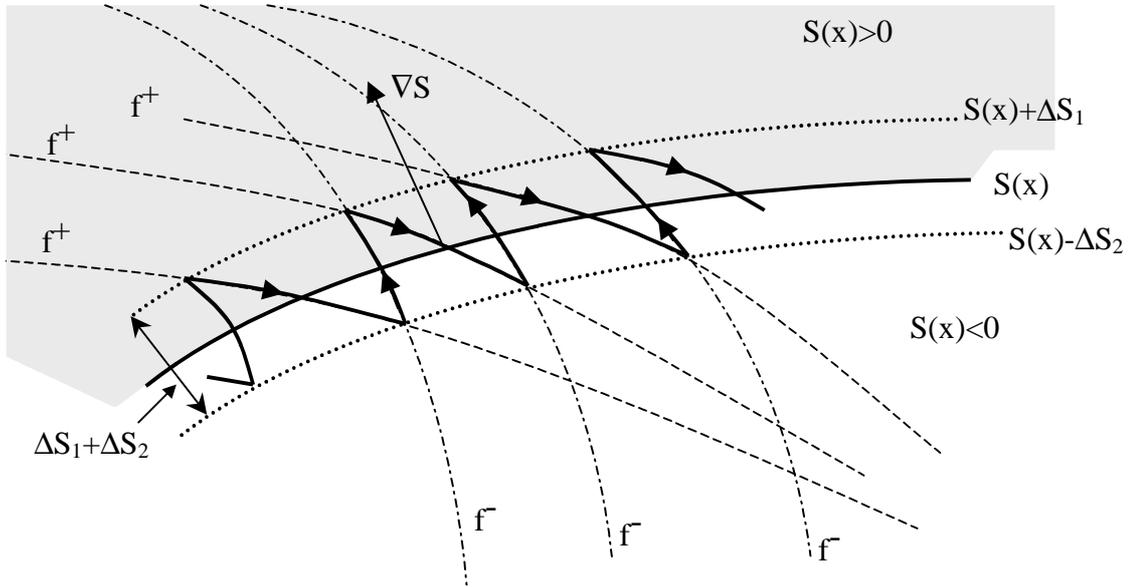


Figura B.2. Ejemplo bidimensional de un modo de deslizamiento.

En la Fig., B.2. se muestra un ejemplo en dos dimensiones de un sistema en modo de deslizamiento en el que, para limitar la frecuencia de conmutación del sistema (idealmente infinita), la trayectoria en cada uno de los intervalos de conmutación debe dirigirse hacia la superficie y atravesarla alejándose de ella hasta superar una cierta distancia umbral. Es en ese momento cuando el circuito de control actúa sobre el conmutador y se cambia de intervalo. Este proceso en el que se implementa una comparación con histéresis determina que en sistemas controlados en modo de deslizamiento la frecuencia de conmutación no sea siempre constante como en el caso PWM, aunque existen técnicas para asegurar los valores máximos y mínimos de dicha frecuencia. Intuitivamente, el hecho de que pueda variar la frecuencia de conmutación además del ciclo de trabajo proporciona más flexibilidad en el control del sistema, aunque raras veces se aprovecha esta particularidad.

B.4. Dinámica de deslizamiento ideal. Invarianza.

Si se cumplen las condiciones (B.7) o (B.8) y la dinámica del sistema alcanza la superficie de deslizamiento, quedará atrapada en torno a ella. El orden de la dinámica promediada del sistema en modo de deslizamiento, o dinámica de deslizamiento ideal, queda reducido en una unidad respecto al inicial de la dinámica general ya que las variables de estado originales dejan de ser independientes y pasan a estar ligadas por la ecuación de la superficie. La dinámica de deslizamiento ideal queda caracterizada por las condiciones de invarianza de (B.9).

$$\left\{ \begin{array}{l} S(x) = 0 \\ \langle \nabla S, f(t, x, u_{eq}) \rangle = 0 \end{array} \right. \quad (B.9)$$

B.5. Control equivalente.

La segunda condición de (B.9) define el control equivalente u_{eq} como el valor continuo que adopta el control y que idealmente constriñe las trayectorias de estado en S . La expresión del control equivalente en términos de las matrices de la descripción bilineal del sistema puede obtenerse como sigue.

$$\langle \nabla S, (A x + \delta) + u_{eq} (B x + \gamma) \rangle = 0 \quad (B.10)$$

$$u_{eq} = - \frac{\langle \nabla S, (A x + \delta) \rangle}{\langle \nabla S, (B x + \gamma) \rangle} \quad (B.11)$$

B.6. Condición de transversalidad.

De la expresión (B.11) se deduce una condición necesaria para la existencia de un modo de deslizamiento en S que ya habíamos comentado. Para que el control equivalente esté definido debe cumplirse la condición de transversalidad (B.12), lo que significa que $(Bx+\gamma)$ no debe ser tangente a la superficie de conmutación.

$$\langle \nabla S, (Bx + \gamma) \rangle \neq 0 \quad (B.12)$$

B.7. Regiones de deslizamiento.

Desarrollando también (B.7) en los términos de (B.1) obtenemos

$$\begin{cases} \langle \nabla S, f^+ \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^+(Bx + \gamma) \rangle < 0 \\ \langle \nabla S, f^- \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^-(Bx + \gamma) \rangle > 0 \end{cases} \quad (B.13)$$

De donde

$$\begin{cases} \langle \nabla S, f^+ \rangle = \langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^+(Bx + \gamma) \rangle < 0 \\ -\langle \nabla S, f^- \rangle = -\langle \nabla S, (Ax + \delta) + u^-(Bx + \gamma) \rangle < 0 \end{cases} \quad (B.14)$$

y sumando queda

$$\langle \nabla S, (u^+ - u^-)(Bx + \gamma) \rangle < 0 \quad (B.15)$$

De forma análoga, combinando (B.10) y (B.14) se obtiene

$$\begin{cases} \langle \nabla S, (u^+ - u_{eq}) (Bx + \gamma) \rangle < 0 \\ \langle \nabla S, (u^- - u_{eq}) (Bx + \gamma) \rangle > 0 \end{cases} \quad (B.16)$$

La expresión (B.15) puede escribirse como

$$\begin{cases} \langle \nabla S, (\mathbf{B} \mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma}) \rangle < 0 & \text{si } u^+ > u^- \\ \langle \nabla S, (\mathbf{B} \mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma}) \rangle > 0 & \text{si } u^+ < u^- \end{cases} \quad (B.17)$$

y, por tanto:

$$\begin{cases} (u^+ > u_{\text{eq}}) \text{ y } (u^- < u_{\text{eq}}) & \text{si } u^+ > u^- \\ (u^+ < u_{\text{eq}}) \text{ y } (u^- > u_{\text{eq}}) & \text{si } u^+ < u^- \end{cases} \quad (B.18)$$

Es decir, que:

$$\begin{cases} (u^+ > u_{\text{eq}} > u^-) & \text{si } u^+ > u^- \\ (u^+ < u_{\text{eq}} < u^-) & \text{si } u^+ < u^- \end{cases} \quad (B.19)$$

Y finalmente, compactando (B.19), queda

$$\min(u^+, u^-) < u_{\text{eq}} < \max(u^+, u^-) \quad (B.20)$$

En nuestro caso existirá régimen de deslizamiento, si, y solo si:

$$0 < u_{\text{eq}} < 1 \quad (B.21)$$

La expresión (B.19) puede enunciarse mediante el concepto de regiones de deslizamiento de (B.22). Se definen R^+ y R^- como las regiones en las cuales puede ser creado un modo de deslizamiento y, por tanto, en ellas se cumplen las condiciones de (B.13) cuando el control toma respectivamente los valores u^+ y u^- .

$$\begin{cases} R^+ = \left\{ \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : \langle \nabla S, (\mathbf{A} \mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) + u^+ (\mathbf{B} \mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma}) \rangle < 0 \right\} \\ R^- = \left\{ \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : \langle \nabla S, (\mathbf{A} \mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) + u^- (\mathbf{B} \mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma}) \rangle > 0 \right\} \end{cases} \quad (B.22)$$

Existirá un régimen de deslizamiento local en S , si, y sólo si, la intersección entre las superficies R^+ , R^- y S es un conjunto no vacío.

$$R^+ \cap R^- \cap S \neq \emptyset \quad (B.23)$$

En definitiva, no basta con que el denominador del control equivalente sea diferente de cero. El control adopta los valores discretos 0 y 1 y el control equivalente debe estar acotado entre 0 y 1. Si el control equivalente sale de dicho intervalo se produce una saturación del control y el sistema deja de estar en modo de deslizamiento

El estudio de las regiones de deslizamiento nos permitirá averiguar si la trayectoria del sistema alcanzará la intersección de (B.23) desde una posición inicial determinada y, en caso contrario, nos dará algunos indicadores de cómo modificar el sistema para que se alcance el modo de deslizamiento deseado. Por ejemplo, algunas de las modificaciones más habituales son la implementación de mecanismos de arranque desde condiciones iniciales nulas, o la inclusión de circuitos “watch dog” que detecten la pérdida del modo de deslizamiento y actúen en consecuencia. Las posibilidades son muy diversas aunque podrían englobarse en dos grandes grupos:

- *cambio de superficie, eliminación o supresión temporal de uno o varios términos de la misma.* Por ejemplo, un término integral incluido para eliminar errores en estado estacionario puede ocasionar sobreimpulsos en el arranque, o cuando se produce una perturbación de carga o línea. Para paliar este efecto, su contribución puede suprimirse hasta que el sistema llegue a las proximidades del régimen estacionario deseado.

- *cambio forzado de estructura o aparición de estructuras nuevas.* En ocasiones, independientemente de que se haya alcanzado el umbral previsto en el control, se fuerza la conmutación cuando se supera un límite máximo de tiempo para asegurar, por ejemplo, una frecuencia mínima de conmutación. También pueden incluirse conmutadores adicionales en el circuito que se activan tan solo en instantes determinados: para cargar o descargar rápidamente alguno de los condensadores del circuito, y así ayudar a alcanzar el régimen de deslizamiento, para realizar conmutaciones suaves a cero de corriente o tensión, etc.

B.8. Punto de equilibrio.

Una vez determinada la existencia de un régimen de deslizamiento, la dinámica de deslizamiento ideal viene dada por las condiciones de invarianza de (B.9). De forma equivalente puede expresarse como

$$\begin{cases} S(x) = 0 \\ f(t, x, u_{eq}) = \dot{x} = (A x + \delta) + u_{eq} (B x + \gamma) \end{cases} \quad (B.24)$$

En el punto de equilibrio en estado estacionario del sistema x^* las derivadas de las variables de estado serán nulas.

$$\begin{cases} S(x^*) = 0 \\ f(t, x^*, u_{eq}^*) = (A x^* + \delta) + u_{eq}^* (B x^* + \gamma) = 0 \end{cases} \quad (B.25)$$

B.9. Estabilidad asintótica.

La existencia de un punto de equilibrio no implica que la dinámica del sistema en dicho punto sea estable. Si la dinámica es no lineal habrá que linealizarla en torno al punto de equilibrio y comprobar la estabilidad asintótica local del sistema. Un método habitual es aplicar la Transformada de Laplace a las ecuaciones de la dinámica de deslizamiento ideal del sistema, ya linealizado en torno al punto de equilibrio, tras lo cual se determina la ecuación característica del mismo y se comprueba la estabilidad local mediante el criterio de Routh-Hurwitz.

B.10. Resumen.

El resumen del proceso a seguir es el siguiente:

- Se escoge la superficie de deslizamiento que se desea ensayar en el circuito, cuya dinámica se describe mediante ecuaciones de estado bilineales en función de una variable de control que toma dos únicos valores discretos.
- Se comprueba que existe un modo de deslizamiento en torno a la superficie de conmutación. Para ello se analiza la condición de transversalidad, lo que además permite obtener el denominador del control equivalente.
- Se obtiene el control equivalente.
- Se determinan las regiones en las que existe el modo de deslizamiento y el control equivalente está acotado por los valores discretos de la variable de control.
- Se obtiene la dinámica de deslizamiento ideal del sistema en torno a la superficie de conmutación, a partir de las condiciones de invarianza.
- Se obtiene el punto de equilibrio de la dinámica de deslizamiento ideal que deberá ser el deseado.
- Se comprueba la estabilidad de la dinámica linealizándola en torno al punto de equilibrio.
- Si en alguno de los puntos anteriores se obtiene algún resultado insatisfactorio, se escoge una nueva superficie y se vuelve a empezar. Si el proceso seguido es satisfactorio se pasa a la implementación del control.

B.11. Implementación del control.

El diagrama de bloques de un sistema con control en modo de deslizamiento se muestra en la Fig. B.3.

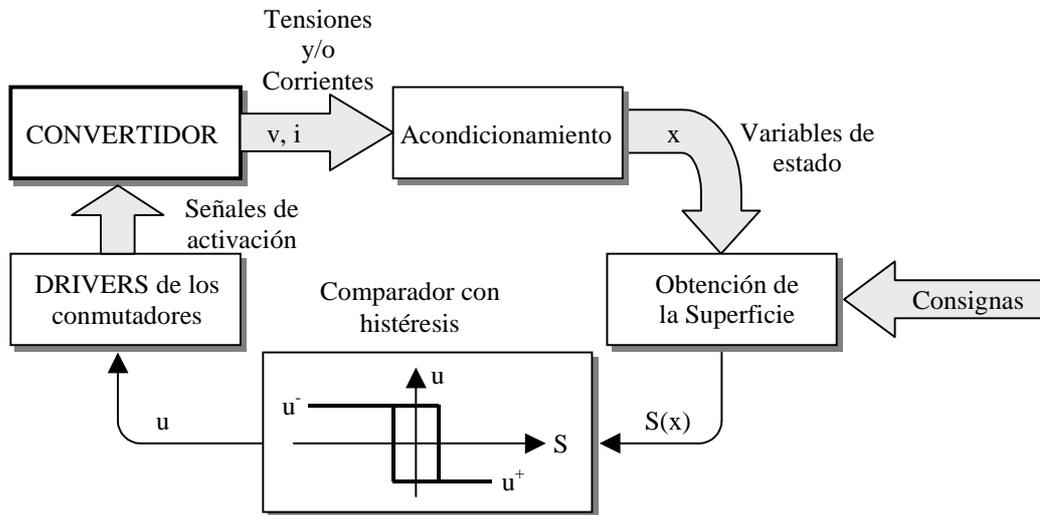


Figura B.3. Esquema de bloques de un convertidor con control en modo de deslizamiento. ($u^- > u^+$).

El lazo de control requiere la medida de las variables de estado que intervienen en la superficie de deslizamiento. Las variables sensadas y acondicionadas son las entradas de un bloque sumador cuya salida es una tensión proporcional a $S(x)$ y al cual también pueden entrar señales de consigna. Como debe cumplirse que $S(x)=0$, la salida del bloque sumador se conecta a la entrada de un detector de paso por cero o comparador que se implementa con una cierta histéresis, normalmente constante, para limitar la frecuencia de conmutación. La tensión de salida del bloque comparador tendrá dos niveles de tensión asociados, como veremos más adelante, a los dos valores que toma la variable de control y, por tanto, a las posiciones ON y OFF del conmutador. Tras el conmutador es necesaria la inclusión de una etapa de adecuación de niveles y de “Driver” de los diferentes dispositivos semiconductores con los que se implementan los conmutadores del sistema de estructura variable.

Generalmente, los distintos bloques ante la ausencia (por el momento) de circuitos integrados específicos se implementan mediante componentes discretos y estructuras basadas en amplificadores operacionales.

Desde el punto de vista teórico, si vemos el comparador como un circuito que detecta, con una cierta histéresis, el signo de $S(x)$, debemos determinar la correspondencia entre los dos niveles de la salida del comparador a los que hemos denominado u^+ ($S(x)>0$) y u^- ($S(x)<0$) y los valores de la variable de control $u=0$ y $u=1$.

De (B.12) y (B.15) se deduce que

$$(u^+ - u^-) = -\text{sgn}(\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle) \quad (B.26)$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (B.27)$$

Y en nuestro caso como u toma los valores discretos 0 ó 1 se cumple:

$$\begin{cases} u^+ = \frac{1 - \text{sgn}(\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle)}{2} \\ u^- = \frac{1 + \text{sgn}(\langle \nabla S, Bx + \gamma \rangle)}{2} \end{cases} \quad (B.28)$$

Sea cual sea el resultado de (B.28), éste supone modificaciones mínimas en el circuito final, tales como un cambio de signo a la entrada del comparador o la utilización de un “Driver” que complemente la señal de entrada.

Apéndice C. Fotografías de los prototipos.

Las fotografías que se incluyen a continuación se han tomado de los distintos prototipos que se han ido construyendo con el fin de verificar el funcionamiento de los circuitos propuestos en los distintos capítulos de esta Tesis. El trabajo de diseño, construcción y mejora de dichos prototipos ha dado lugar a la realización de varios Proyectos Final de Carrera en el Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de la Universitat Rovira i Virgili de los cuales he sido el director-ponente. Me gustaría agradecer nuevamente a José María Badia, Carles Borrego, Vicente Cherta y Fernando Heredia su esfuerzo en las distintas tareas que han conducido a la construcción de los prototipos, así como en la toma de datos. Las distintas fotografías son obra de Jordi Maré a quien también agradezco su aportación.

C.1. Prototipo de IDB-doblador.

En el PFC *“Interleaving en el convertidor dual-boost controlado en modo de deslizamiento”* realizado por José María Badia Aparicio se construyó el primer prototipo de IDB. En dicho proyecto se estudiaron algunas técnicas para la medida de las corrientes en los inductores del circuito. Se ensayó la forma de construir inductores acoplados magnéticamente con control del grado de acoplo magnético entre ellos y se realizaron experimentos de regulación de carga. El circuito se estudió tanto en lazo abierto como en lazo cerrado con el control en modo de deslizamiento propuesto en 2.3.2 y por tanto actuando como doblador.

La fotografía C.1 muestra el prototipo final de doblador.

C.2. Prototipo de Triplicador.

En el PFC *“Triplicador de tensió basat en convertidors cc/cc elevadors (Boost) amb paral·lelització i desfasament, controlats en mode de corrent”*, realizado por Carles Borrego Bel se construyó un prototipo de triplicador. Se ensayó un nuevo sistema de medida de corrientes, la implementación del diagrama de control mediante circuitos digitales y todo el circuito, tanto la parte de potencia como la de control se alimentó

desde una fuente de alimentación única. También se realizaron experimentos de regulación de línea y carga. El prototipo final se muestra en la fotografía de la figura C.2.

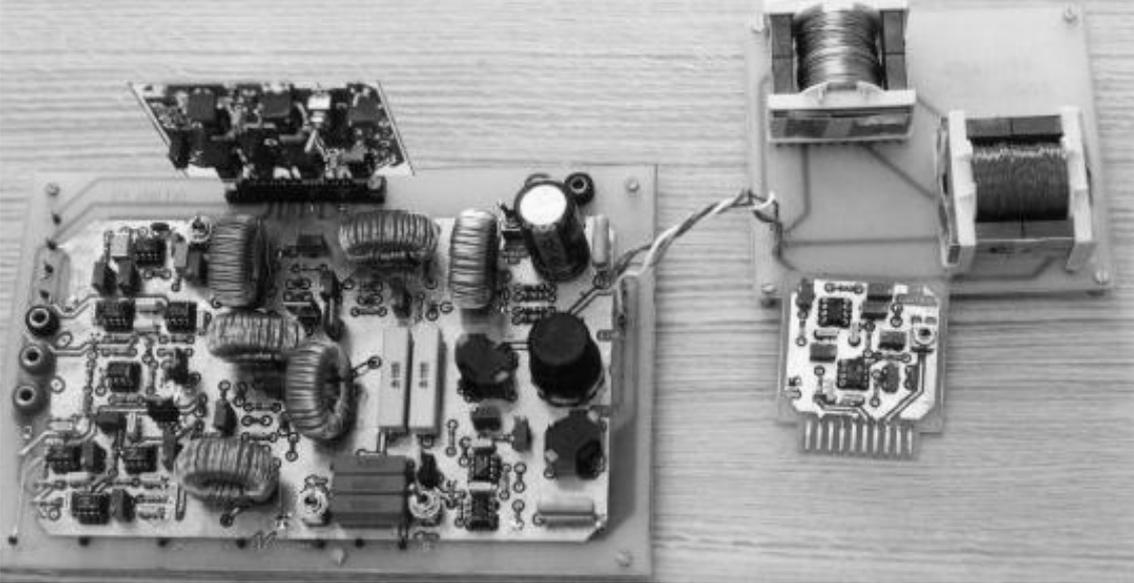


Figura C.1. Fotografía del prototipo de IDB-doblador.

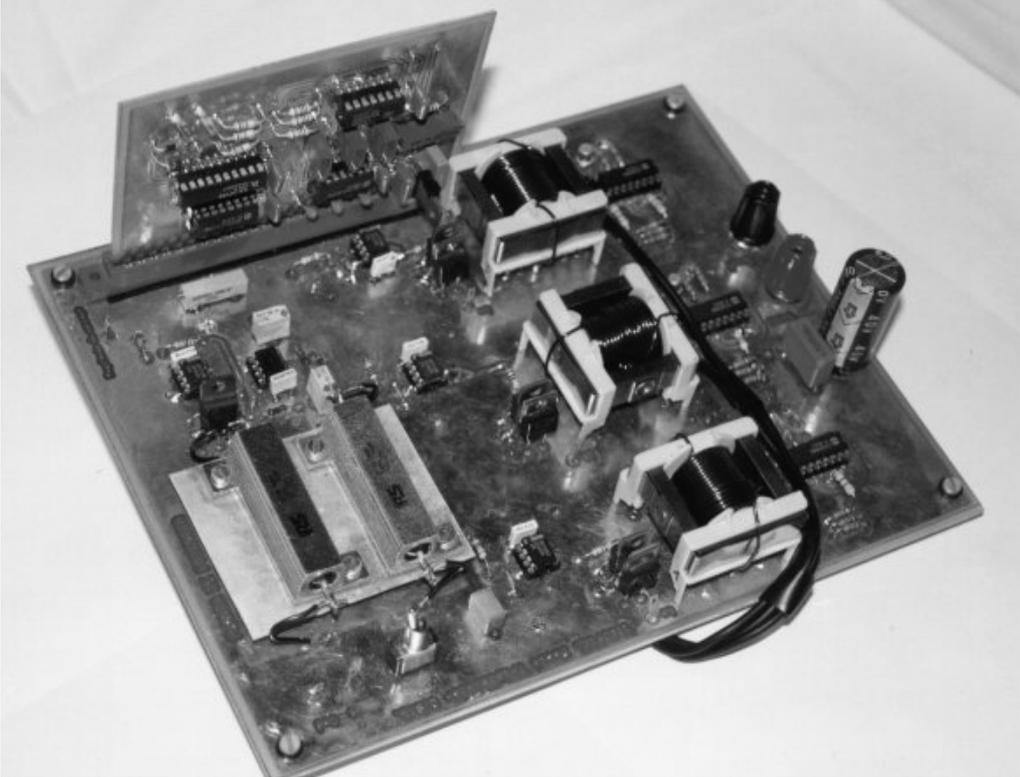


Figura C.2. Fotografía del prototipo de triplicador.

C.3. Prototipo de SCIDB+Doblador.

El último PFC relacionado con esta Tesis lleva por título “*Simulación y Montaje de Multiplicadores de Tensión Basados en Convertidores Conmutados*” que en el momento de redactar esta memoria está todavía en curso y que realizan Vicente Pedro Cherta Lorenzo y Fernando Heredia Ortega. En el proyecto se han construido ya dos prototipos distintos de SCIDB, diseñados de forma que pudiesen ser reconfigurados como IDB. Se ha estudiado la variación del parámetro α en la superficie de conmutación utilizada en el control en modo de deslizamiento y se han realizado experimentos de regulación de línea y carga. También se han diseñado las etapas de control y activación de los Mosfet del circuito con el fin de controlar el grado de solapamiento en los pasos por la zona activa de los puntos de trabajo de los Mosfet.

Las fotografías de los prototipos construidos hasta el momento son las siguientes:

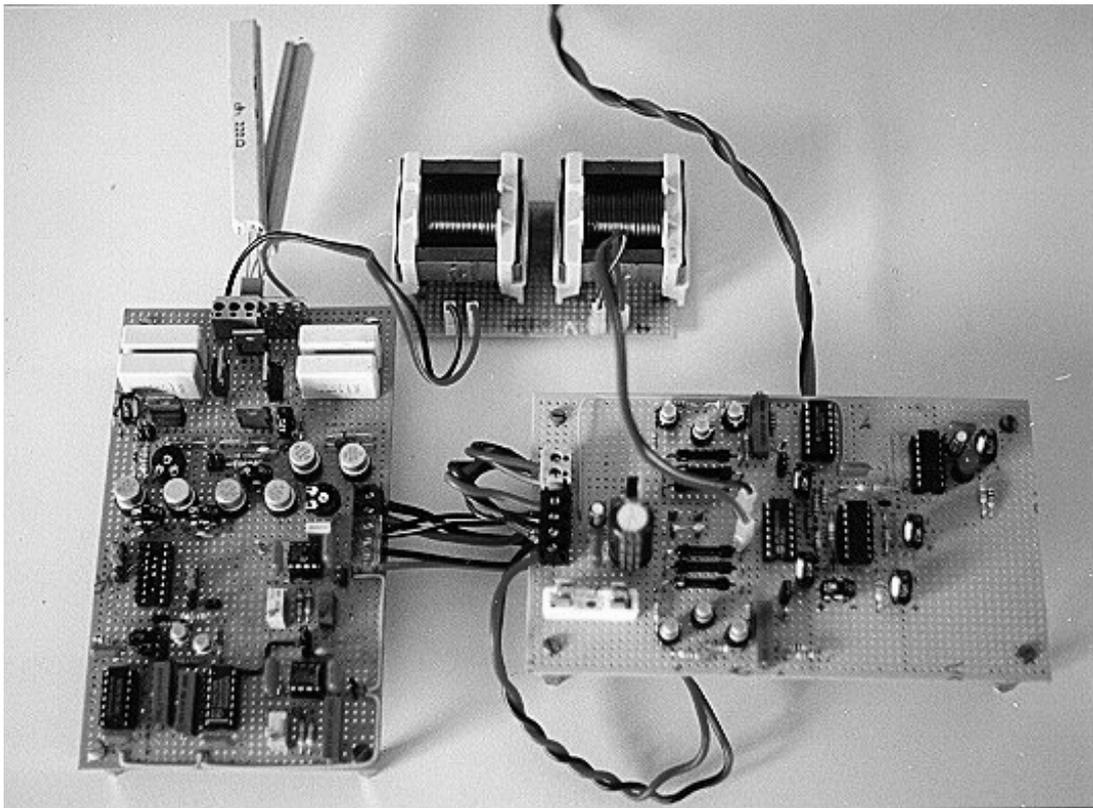


Figura C.3. Fotografía del primer prototipo de SCIDB.

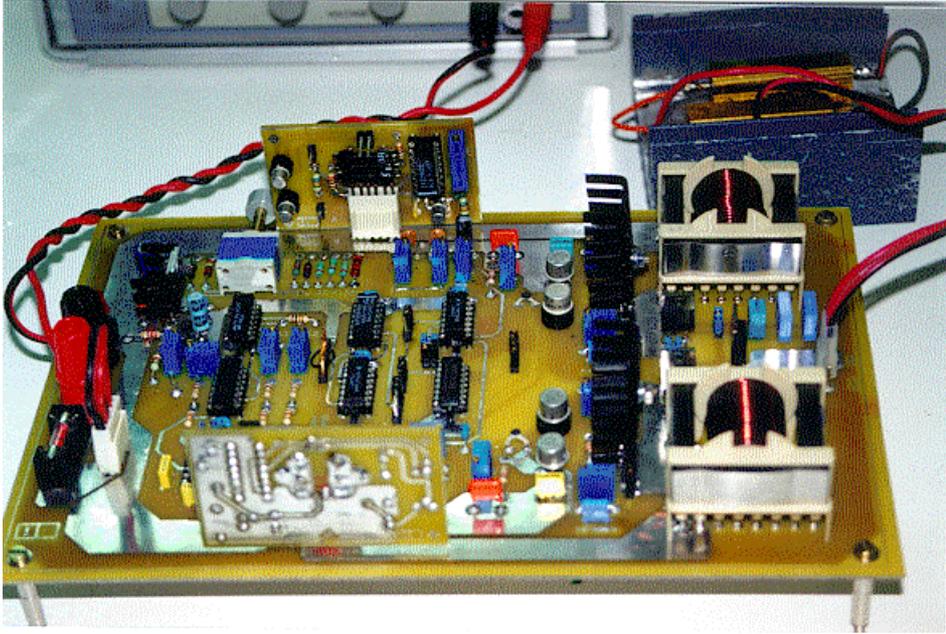


Figura C.4. Fotografía del segundo prototipo de SCIDB.

