



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

Diseño Microelectrónico de Controladores para Convertidores Conmutados Continua-Continua

Tesis doctoral presentada
para la obtención del título de
Doctor Ingeniero de Telecomunicación por

Eduard Alarcón Cot

Director:

Dr. Alberto Poveda López

Barcelona, Noviembre de 1999

• 1400382288

T 99/56



Biblioteca Rector Gabriel Ferraté
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

Diseño Microelectrónico de Controladores para Convertidores Conmutados Continua-Continua

Tesis doctoral presentada
para la obtención del título de
Doctor Ingeniero de Telecomunicación por

Eduard Alarcón Cot

Director:

Dr. Alberto Poveda López

A Amanda
A mis padres
A mis hermanos
A toda nuestra familia

'La Ciencia no me interesa. Me parece presuntuosa, analítica y superficial. Ignora el sueño, el azar, la risa, el sentimiento y la contradicción, cosas todas que me son preciosas.'

Mi último suspiro

Luis Buñuel, cineasta

Ilusión de que algo sería conocido al tener una fórmula matemática para el acontecer: tan sólo está designado, descrito, ¡nada más!.

Aforismos. El nihilismo.

F. Nietzsche

En la práctica, el lenguaje es siempre más o menos vago, ya que lo que afirmamos no es nunca totalmente preciso.

Introducción de Bertrand Russell al Tractatus Logico-Philosophicus de Ludwig Wittgenstein

6.341 Imaginémonos una superficie blanca con manchas negras irregulares. Diríamos entonces: cualquiera que sea la figura que toma cuerpo así, siempre puedo aproximarme arbitrariamente a su descripción, cubriendo la superficie con una red cuadrículada suficientemente fina y diciendo, acto seguido, de cada cuadrado que es blanco o que es negro. Habré llevado de este modo la descripción de la superficie a una forma unitaria. Esta forma es arbitraria, puesto que con igual éxito hubiera podido utilizar una red con aberturas triangulares o hexagonales.

*Tractatus Logico-Philosophicus de
Ludwig Wittgenstein
Viena, 1918*

Financiación

El Ministerio de Educación y Cultura ha contribuido en parte a la financiación de esta Tesis Doctoral realizada en el marco de las ayudas a proyectos de investigación CICYT (TIC96-1195), '*Arquitecturas VLSI Mixtas de Bajo Consumo para Aplicaciones Neuro-Fuzzy*' y CICYT (TIC97-0418-C02-02), '*Arquitecturas VLSI sintonizables para aplicaciones de audio y control*'.

El *Comissionat per a Universitats i Recerca* de la *Generalitat de Catalunya* ha contribuido asimismo a la financiación de esta Tesis Doctoral con la beca de *Formació d'Investigadors* FI96-3000 asignada al doctorando en el periodo Enero 1996-Febrero1997 para el proyecto de investigación '*Modelació de dispositius integrats amb operació en mode corrent. Aplicació a l'anàlisi i el disseny de nous circuits electrònics analògics per comunicacions i control*'

AGRADECIMIENTOS

Quisiera desde estas líneas hacer constar explícitamente mi más sincero agradecimiento a las personas que de un modo u otro me han alentado o han contribuido a la realización de este trabajo.

Ante todo, mi gratitud para con el Dr. Alberto Poveda, director de esta tesis doctoral. Ha sido instigador de muchas y fructíferas discusiones científicas, así como siempre contrastador de cualquier idea. Sus consejos a nivel científico, académico y personal han sido de inestimable ayuda. Esta tesis doctoral constituye el primer fruto firme de nuestra férrea entente.

Debo agradecer al resto de personas que componen el grupo de *Circuitos No Lineales* del *Departament d'Enginyeria Electrònica* de la *Universitat Politècnica de Catalunya* el conformar un entorno de trabajo siempre distendido pero a la vez diligente. Agradezco al Dr. Francesc Guinjoan los consejos académicos dictados con su eufónica voz, así como su colaboración en aspectos claves para el desarrollo de la tesis. No quisiera dejar de mencionar, a modo de guiño, la complicidad por la afición musical que compartimos. De indudable ayuda ha sido y es la figura de la Dra. Eva Vidal, sin cuyo constante apoyo y camaradería el desarrollo de este trabajo de investigación hubiera llegado a otro puerto. Asimismo agradezco la vasta experiencia del Dr. Clemente Pol, las colaboraciones con el Dr. Domingo Biel y Spartacus Gomáriz, así como el incipiente papel de colaboración con Herminio Martínez.

Agradezco de forma especial el papel del Dr. Jordi Madrenas, con quien he compartido buena parte del trabajo que aquí se expone, y con quien se ha fraguado un enriquecedor foro de discusión científica y una fluida y estimulante relación personal. Agradezco igualmente la colaboración y siempre atento trato con Jordi Cosp.

De indispensables me atrevería a calificar las abnegadas y expertas ayudas de Belén Lalueza y Santiago Pérez, al mando de la complicada tarea de mantener en buen orden y funcionamiento los servicios informáticos.

Mi gratitud para todos los miembros de la sede del *Campus Nord* del *Departament d'Enginyeria Electrònica* por establecer un entorno de trabajo favorable.

Finalmente, quisiera agradecer especialmente a mis compañeros de estudios y amigos Carles Andrés, Josep Casals, Artur Frigola, Mario Iannazzo y Jesús Tornay el constante aliento proporcionado, que ha demostrado ser de importancia medular a nivel personal en el desarrollo de este trabajo.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN, ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

1.1	Introducción	1
1.2	Control basado en las variables de estado de dinámica rápida	3
1.2.1	Control con lazo de corriente	3
1.2.2	Control de un ciclo (<i>One-cycle Control</i>)	4
1.3	Control en modo deslizamiento (<i>sliding-mode control</i>)	6
1.4	Control difuso (<i>fuzzy control</i>)	9
1.5	Diseño microelectrónico analógico en modo corriente	12
1.6	Controladores microelectrónicos en modo corriente para control de convertidores conmutados	16

CAPÍTULO II

ESTUDIO ANALÍTICO DEL CONTROL DIFUSO. DISEÑO MICROELECTRÓNICO DE CONTROLADORES DIFUSOS PARA CONVERTIDORES CONMUTADOS CONTINUA-CONTINUA

2.1	Introducción	19
2.2	Principios de matemática y lógica difusa	22
2.2.1	Teoría de conjuntos difusos.....	22
2.2.2	Relaciones difusas.....	32
2.2.3	Lógica difusa y razonamiento aproximado.....	37
2.2.4	Sistemas difusos. Núcleos de inferencia difusa.....	44
2.3	Control difuso	51
2.3.1	Sobre el concepto de control difuso	51

2.3.2	Métodos de <i>fuzzyficación</i>	51
2.3.3	Métodos de <i>defuzzyficación</i>	54
2.3.3.1	<i>Sobre las equivalencias entre métodos de defuzzyficación</i>	57
2.3.3.2	<i>Modelo unificado de métodos de defuzzyficación</i>	61
2.4	Características analíticas de los controladores difusos	69
2.4.1	Caso A (Implicación local, defuzzyficación MC).....	69
2.4.2	Caso B (Implicación global, defuzzyficación MC).....	72
2.4.3	Caso C (Implicación local, defuzzyficación MAX).....	73
2.4.3.1	<i>Sobre el efecto del método de defuzzyficación de máximos</i>	74
2.4.4	Operación lógica frente a operación analítica en controladores difusos..	78
2.5	Analogía entre sistemas difusos y redes neuronales probabilísticas (PNNs) o de regresión general (GRNNs)	79
2.6	Analogía entre sistemas difusos y el <i>Cerebellar Model Articulation Controller</i> (CMAC)	84
2.7	Analogía entre sistemas difusos y redes de función base radial (RBF)	90
2.7.1.	Interpolación mediante funciones base radiales. Redes RBF.....	90
2.7.2	Equivalencia entre controladores difusos y redes RBF.....	98
2.7.3	Relación entre controladores difusos y redes neuronales de tipo Perceptrón Multicapa	112
2.7.4	Analogía entre controladores difusos y la teoría de <i>Wavelets</i>	117
2.8	Estudio sobre los efectos de la normalización	119
2.9	Sistemas difusos como aproximadores universales de funciones	139
2.9.1	Introducción	139
2.9.2	Antecedentes sobre las propiedades de aproximación universal.....	139
2.9.3	Sobre las propiedades de aproximación universal de funciones.....	145
2.9.4	Existencia y unicidad de la aproximación óptima de una función no lineal multidimensional mediante sistemas difusos de agregación local. Proyección en espacios de Hilbert.....	147
2.9.4.1	<i>Aplicación a la aproximación de sistemas MIMO</i>	158
2.9.5	Descripción de una función no lineal multidimensional mediante sistemas difusos de agregación local en base al concepto de delta de Dirac generalizada.....	160

2.9.6	Modelo de la operación de un sistema difuso de agregación local como reconstrucción mediante filtrado de una función multidimensional muestreada.	168
2.9.6.1	<i>Reconstrucción ideal. Criterio de Nyquist multidimensional espacial.</i>	175
2.9.6.2	<i>Reconstrucción gaussiana</i>	180
2.9.6.3	<i>Reconstrucción triangular.</i>	182
2.9.6.4	<i>Filtrado espacial óptimo de ruido.</i>	187
2.9.6.5	<i>Formulación matricial. Muestreo genérico.</i>	190
2.9.6.6	<i>Convolución difusa</i>	193
2.9.7	Conclusiones sobre las propiedades de aproximación universal	195
2.10	Características analíticas de los controladores difusos Takagi-Sugeno.	197
2.11	Síntesis de controladores difusos	207
2.11.1	Subdivisión del espacio de aproximación.	207
2.11.2	Establecimiento de modelos locales.	209
2.11.3	Ejemplo de controlador zonal. <i>Gain-scheduler</i> \subseteq Controlador difuso.	213
2.12	Equivalencia de los controladores difusos con los modelos canónicos lineales a tramos (PWL)	215
2.13	Sistemas difusos Takagi-Sugeno dinámicos como aproximadores universales dinámicos	222
2.13.1	Introducción.	222
2.13.2	Sobre las propiedades de aproximación universal dinámica.	223
2.13.3	Control difuso PID no lineal arbitrario.	228
2.13.3.1	<i>Controlador TSK-1 como compensador PID dinámico no lineal universal (síntesis directa).</i>	229
2.13.3.2	<i>Controlador TSK-0 (sistema de agregación local) como compensador PID dinámico no lineal universal.</i>	231
2.13.3.3	<i>PID lineal \subseteq Controlador TSK-1 compensador PID dinámico no lineal universal (síntesis directa).</i>	233
2.13.3.4	<i>PID lineal \subseteq Controlador TSK-0 (sistema de agregación local) compensador PID dinámico no lineal universal.</i>	233

2.13.4	Sistema difuso compensador dinámico no lineal arbitrario	235
2.13.4.1	<i>Controlador TSK-1 como compensador arbitrario dinámico no lineal universal (síntesis directa)</i>	239
2.13.4.2	<i>Controlador TSK-0 (sistema de agregación local) como compensador arbitrario dinámico no lineal universal</i>	242
2.13.4.3	<i>Compensador $H(s)$ lineal \subseteq Controlador TSK-1 compensador arbitrario dinámico no lineal universal (síntesis directa)</i>	243
2.13.4.4	<i>Compensador $H(s)$ lineal \subseteq Controlador TSK-0 (sistema de agregación local) compensador arbitrario dinámico no lineal universal</i>	244
2.13.5	Sistema difuso de control de estado no lineal arbitrario	247
2.13.5.1	<i>Controlador TSK-1 como controlador de estado dinámico no lineal universal (síntesis directa)</i>	248
2.13.5.2	<i>Controlador TSK-0 (sistema de agregación local) como controlador de estado dinámico no lineal universal</i>	252
2.13.5.3	<i>Posicionamiento de polos lineal \subseteq Controlador TSK-1 como controlador de estado dinámico no lineal universal (síntesis directa)</i>	252
2.13.5.4	<i>Posicionamiento de polos lineal \subseteq Controlador TSK-0 (sistema de agregación local) controlador de estado dinámico no lineal universal</i>	253
2.13.5.5	<i>Controlador TSK-1 como controlador de estado dinámico no lineal universal aplicado al control de una planta dinámica no lineal (síntesis directa)</i>	254
2.14	Equivalencias entre los sistemas difusos dinámicos no lineales y las teorías de Volterra y Wiener	259
2.14.1	Series de Volterra	259
2.14.2	Modelos de Wiener	261
2.14.3	Propuestas de I. W. Sandberg y R.J. de Figueiredo	264

2.15	Diseño e implementación de un procesador neurofuzzy Takagi-Sugeno como ASIC mixto analógico-digital con arquitectura secuencial y salida PWM.....	269
2.15.1	Generalidades sobre la implementación de procesadores <i>neurofuzzy</i>	269
2.15.2	Arquitecturas VLSI secuenciales para procesado <i>neurofuzzy</i>	271
2.15.3	Función de pertenencia	274
2.15.4	Circuito de mínimo (norma- t)	282
2.15.5	Circuito multiplicador mixto convertidor digital/analógico.....	284
2.15.6	Circuito multiplicador analógico translineal.....	288
2.15.7	Acumulador discreto de corrientes conmutadas.....	292
2.15.8	Circuito de temporización del acumulador. Memoria de la arquitectura secuencial.....	299
2.15.9	Defuzzyficador PWM. Circuito divisor PWM en modo corriente.....	301
2.15.10	Simulaciones globales <i>post-layout</i>	308

CAPÍTULO III

DISEÑO MICROELECTRÓNICO EN MODO CORRIENTE DE UN CONTROLADOR DE CORRIENTE Y UN CONTROLADOR DE UN CICLO PARA CONVERTIDORES CONMUTADOS CONTINUA-CONTINUA

3.1	Introducción.....	313
3.2	Diseño de un controlador de corriente MC² microelectrónico mediante técnicas de procesamiento analógico en modo corriente.....	315
3.2.1	Introducción.....	315
3.2.2	Descripción circuital de los bloques CMOS de procesamiento analógico...317	
3.2.2.1	<i>Etapas de entrada de transconductancia lineal</i>	318
3.2.2.2	<i>Etapas de agregación</i>	320
3.2.2.3	<i>Comparador de corriente</i>	322
3.2.2.4	<i>Integrador de corriente</i>	324
3.2.3	Resultados de simulación del prototipo controlador MC ²	326
3.3	Diseño de un controlador de un ciclo mediante técnicas de procesamiento analógico en modo corriente.....	330

CAPÍTULO IV

DISEÑO MICROELECTRÓNICO EN MODO CORRIENTE DE CONTROLADORES EN MODO DESLIZAMIENTO CON SUPERFICIE NO LINEAL PARA CONVERTIDORES CONMUTADOS CONTINUA-CONTINUA

4.1	Introducción.....	339
4.2	Sobre el diseño microelectrónico de controladores <i>sliding</i>	340
4.3	Sobre controladores <i>sliding</i> de superficie no lineal. Control <i>sliding</i> difuso.....	344
4.4	Controlador <i>sliding</i> BiCMOS en modo corriente para la generación de señal sinusoidal en un convertidor <i>BUCK</i>	348
4.4.1	Introducción.....	348
4.4.2	Descripción de los bloques BiCMOS de procesado analógico.....	350
4.4.2.1	<i>Transconductor basado en Current Conveyor y resistencia externa</i>	351
4.4.2.2	<i>Rectificadores de corriente</i>	353
4.4.2.3	<i>Células cuadráticas translineales</i>	354
4.4.2.4	<i>Comparador de corriente con histéresis</i>	355
4.4.3	Resultados de simulación	356

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

5.1	Conclusiones	359
5.2	Líneas futuras de investigación	368

APÉNDICE A

ESTUDIO DE LOS EFECTOS DEL RUIDO Y ANCHO DE BANDA SOBRE CÉLULAS DE MEMORIA DE CORRIENTE CONMUTADA

A.1	Técnicas de procesado analógico de corrientes conmutadas.....	370
A.2	Análisis de ruido.....	373
A.3	Consideraciones sobre la velocidad de respuesta y el tiempo de establecimiento.....	376
A.3.1	Establecimiento no lineal	377
A.3.2	Establecimiento de segundo orden.....	379
A.4	Optimización del diseño de copiadores de corriente.....	382

APÉNDICE B

INFORMACIÓN DETALLADA SOBRE EL ASIC *NEUROFUZZY*

B.1	<i>Floorplan</i>, descripción de <i>pads</i> y señales de control digital.....	387
B.2	Microfotografías del prototipo.....	392
	Referencias bibliográficas	400
	Relación de publicaciones	423

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

TABLA 2.1. Normas- <i>t</i> no paramétricas.....	25
TABLA 2.2. Normas- <i>t</i> paramétricas.....	26
TABLA 2.3. Normas- <i>s</i> no paramétricas.....	27
TABLA 2.4. Normas- <i>s</i> paramétricas.....	28
TABLA 2.5. Tabla de verdad de la implicación lógica $p \rightarrow q$	38
TABLA 2.6. Implicaciones difusas derivadas de la definición clásica.....	39
TABLA 2.7. Tabla de verdad de la implicación lógica $p \rightarrow q$ según Mamdani.....	40
TABLA 2.8. Reglas de inferencia clásicas y difusas.....	42
TABLA 2.9 Tabla comparativa entre diversas implementaciones analógicas o mixtas de procesadores difusos.....	312
TABLA B1 Control digital del ASIC procesador neurofuzzy.....	390
TABLA B2 Pinout del ASIC procesador neurofuzzy.....	391
Figura 2.1 Representación de la operación de normas- <i>t</i> sobre dos funciones de pertenencia gaussianas.....	26
Figura 2.2 Representación de la operación de normas- <i>s</i> sobre dos funciones de pertenencia gaussianas.....	28
Figura 2.3 Promedio max-min.....	30
Figura 2.4 Medias generalizadas.....	31
Figura 2.5 Operadores de agregación difusa.....	31
Figura 2.6 Relaciones difusas binarias y operaciones de agregación.....	34
Figura 2.7 Proyección difusa.....	35
Figura 2.8 Extensión Cilíndrica.....	36
Figura 2.9 Implicaciones difusas derivadas de la implicación clásica (a) Dienes-Rescher (b) Lukasiewicz (c) Zadeh.....	39
Figura 2.10 Implicación difusa de Mamdani mediante normas- <i>t</i> (a) Producto (b) Mínimo.....	41
Figura 2.11 Ilustración del proceso de inferencia difusa según el método del Modus Ponens Generalizado con implicación local tipo Mamdani.....	44
Figura 2.12 Representación gráfica de una base de reglas difusas con $\mu_A(x) = e^{-\lambda x-x_0 }$ (a) base de reglas unidimensionales (b) conjuntos difusos unidimensionales (c) conjuntos difusos bidimensionales (d) base de reglas bidimensionales.....	46
Figura 2.13 Sistema de control difuso con etapa de fuzzyficación y defuzzyficación.....	51
Figura 2.14 Representación de un conjunto difuso inferido sobre una base de reglas de consecuentes tipo <i>singleton</i>	57
Figura 2.15 Un ejemplo de funciones de pertenencia del lema 2.2.....	59
Figura 2.16 Defuzzyficaciones generalizadas. (a) Ilustración del efecto del parámetro de transformación o generalización $T(\mu(v))$ (b) Distribución de $T(\mu(v))$ para la defuzzyficación CDG (c) <i>id.</i> MOM (d) <i>id.</i> BADD (e) <i>id.</i> SLIDE (f) <i>id.</i> GTD (g) <i>id.</i> PTD.....	65
Figura 2.17 Ejemplo de funciones de pertenencia y función entrada-salida del lema 2.3 sobre defuzzyficación tipo MAX.....	75
Figura 2.18 Aproximación de funciones mediante funciones base locales. (a) Distribución ortogonal de las funciones base (b) Ponderación de las funciones base (c) Agregación ponderada de las funciones base.....	77
Figura 2.19 Diagrama de bloques de la red neuronal <i>feedforward</i> de regresión general (<i>GRNN</i>).....	81
Figura 2.20 Esquema de operación de una red CMAC standard (bases <i>crisp</i>) Campos receptivos activados por la entrada (6,5) para un caso bidimensional ($n=2$) y anchura de hipercubos $\rho=2$	85
Figura 2.21 Esquema de la red <i>feedforward</i> RBF.....	93
Figura 2.22 Comparación entre diferentes esquemas de aproximación según las funciones base y el tipo de información tratada.....	103
Figura 2.23 (a) Ejemplo de división de un espacio bidimensional mediante funciones definidas en base a una métrica RBF (b) Ejemplo tridimensional de la evaluación, directamente o partir de sus proyecciones unidimensionales, del grado de pertenencia a una relación difusa asociada a la premisa de una regla difusa.....	107
Figura 2.24 Comparación entre esquemas de definición de funciones base locales (a) red RBF (b) Inferencia difusa Mamdani.....	111
Figura 2.25 (a) Esquema de la red <i>feedforward</i> MLP. (b) División de un espacio bidimensional mediante neurona tipo perceptrón.....	113
Figura 2.26 Ejemplo del efecto de normalización sobre la aproximación de la función identidad $v=u$ mediante funciones base gaussianas. Cada gráfica muestra el conjunto de funciones base escaladas y su efecto agregado (a) agregación no normalizada mediante base incompleta (b) agregación no normalizada mediante base completa (c) agregación normalizada mediante base incompleta (d) agregación normalizada mediante base completa.....	120
Figura 2.27 (a) Efecto de la normalización sobre una función base única (b) Efecto de la normalización sobre dos funciones base gaussianas de varianza $\sigma=0.2$: se representan las funciones base φ_j y φ_{j+1} , sus versiones escaladas $c_j\varphi_j$ y $c_{j+1}\varphi_{j+1}$ y normalizadas φ_j^N y φ_{j+1}^N , así como la agregación normalizada $c_j\varphi_j^N + c_{j+1}\varphi_{j+1}^N$ (c) <i>id.</i> a (b) con $\sigma=0.08$	122
Figura 2.28 Efecto de la normalización sobre un conjunto de cinco funciones base gaussianas de distribución irregular. Se representan las funciones φ_j y φ_j^N $j=1, \dots, 5$ (a) funciones base gaussianas de varianza $\sigma=0.15$ (b) funciones base gaussianas de varianza $\sigma=0.05$	126
Figura 2.29 Efecto de la sensibilidad de la normalización frente a imperfecciones de cálculo (a) conjunto de funciones base gaussianas de distribución irregular de varianza $\sigma=0.04$ (b) aproximación de la señal mediante la agregación normalizada (2.173) y mediante la agregación normalizada (2.175) con $n_N=0.001$ y $n_D=0.0005$	128
Figura 2.30 Efecto de la normalización sobre dos funciones de pertenencia triangulares. Se representan, en disposición de columna, las funciones base φ_j y φ_{j+1} , sus versiones normalizadas φ_j^N y φ_{j+1}^N , y escaladas $c_j\varphi_j$ y $c_{j+1}\varphi_{j+1}$, así como la agregación normalizada $c_j\varphi_j^N + c_{j+1}\varphi_{j+1}^N$ (a) caso $h=d$ (b) caso $(d/2) < h < d$ (c) caso $h=(d/2)$	129
Figura 2.31 Efecto de la normalización sobre un conjunto base <i>B</i> de funciones de pertenencia triangulares. (a) $B _{h=d}$ (b) $B^N _{h=d}$ (c) $B _{h=2d}$ (d) $B^N _{h=2d}$ (e) $B _{h<d}$ (f) $B^N _{h<d}$	131
Figura 2.32 Efecto de la normalización sobre una distribución regular de funciones base bidimensionales (a) Representación de $\varphi_j(u_1, u_2)$ (b) Representación de $\varphi_j^N(u_1, u_2)$	132
Figura 2.32' Efecto de la normalización sobre un conjunto base <i>B</i> de funciones de pertenencia triangulares con solapamiento $h > d$ (a) $B^N _{h=d}$ (b) $B^N _{h=1.12d}$ (c) $B^N _{h=1.33d}$ (d) $B^N _{h=1.6d}$ (e) $B^N _{h=2d}$ (f) $B^N _{h=2.5d}$ (g) $B^N _{h=2.33d}$ (h) $B^N _{h=5d}$ (i) $B^N _{h=10d}$	133

Figura 2.32" Efecto de la normalización sobre un conjunto base incompleto B de funciones de pertenencia triangulares. (a) $B _{h=d}$ (b) $B^N _{h=d}$ (c) $B _{h=2d}$ (d) $B^N _{h=2d}$ (e) $B _{h<d}$ (f) $B^N _{h<d}$	133
Figura 2.33 Interpretación geométrica del teorema de proyección en espacios de Hilbert.....	151
Figura 2.34 Representación en forma de red de procesamiento paralelo de la descomposición ortogonal debida al teorema de proyección multidimensional en espacios de Hilbert.....	156
Figura 2.35 Representación de la combinación de sistemas de control difuso MISO para conformar un sistema de control difuso MIMO (a) Sistema difuso MIMO (b) Sistema difuso MIMO como combinación de sistemas difuso MISO (c) Estructura de Sistema difuso MISO ortogonal (d) Sistema difuso MIMO como combinación de sistemas difusos MISO ortogonales.....	159
Figura 2.36 Interpretación frecuencial de la localidad sobre la integral de convolución.....	163
Figura 2.37 (a) Esquema de la red <i>feedforward</i> de agregación de deltas generalizadas multidimensionales (b) Interpretación gráfica de la definición de implicación difusa en base al concepto de delta generalizada.....	166
Figura 2.38 Representación del procesado de reconstrucción de una función multidimensional muestreada (a) función original (b) espectro de función original (c) malla de muestreo (d) transformada malla de muestreo (e) función muestreada (f) espectro función muestreada (g) recuperación espacial función (h) recuperación frecuencial o filtrado función.....	174
Figura 2.39 Esquema de la red <i>feedforward</i> de agregación local que representa la convolución espacial de filtrado sobre la función multidimensional muestreada.....	175
Figura 2.40 (a) Función base difusa bidimensional de tipo <i>sinc</i> (b) Transformada de Fourier espacial asociada como filtro ideal de reconstrucción de dominio rectangular.....	176
Figura 2.41 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base <i>sinc</i> (filtro ideal).....	177
Figura 2.41' Reconstrucción exacta de una función -caso unidimensional- (a) representación frecuencial (b) transformada de la función de pertenencia expresada como convolución (c) comportamiento espacial de la función de pertenencia generalizada correspondiente a un filtrado de reconstrucción exacta.....	179
Figura 2.42 (a) Función base bidimensional de tipo gaussiano (b) Transformada espacial de Fourier asociada como filtro de reconstrucción de tipo gaussiano.....	181
Figura 2.43 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Caso óptimo $h=d$	182
Figura 2.44 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Efecto de réplicas frecuenciales.....	183
Figura 2.45 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Efecto de filtrado de las componentes de f_N	183
Figura 2.46 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Sobremuestreo, recuperación óptima teórica.....	184
Figura 2.47 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Sobremuestreo con recuperación suficiente.....	185
Figura 2.48 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Componentes de alta frecuencia en $f_N(x)$	185
Figura 2.49 Reconstrucción de una función unidimensional mediante funciones base triangulares. Efecto de <i>aliasing</i>	186
Figura 2.50 Función base bidimensional como relación difusa obtenida mediante norma- t de mínimo sobre funciones de pertenencia triangular y su función transformada como filtro de reconstrucción.....	187
Figura 2.51 Reconstrucción de una función unidimensional mediante interpolación de funciones locales en presencia de ruido en las muestras de reconstrucción.....	188
Figura 2.52 Reconstrucción de una función unidimensional mediante interpolación de funciones locales en presencia de ruido en las muestras de reconstrucción. Espectros correspondientes al proceso de reconstrucción.....	189
Figura 2.53 Interpretación de la operación de un sistema difuso como combinación de un sistema experto basado en reglas que establece una división zonal, no lineal del espacio de entrada seguido de un filtro lineal modelado por su respuesta impulsional.....	194
Figura 2.54 Interpretación de la calidad de difuso de un conjunto como convolución con un filtro espacial. Efecto visual difuso. (a) Función bidimensional original (b) Respuesta impulsional espacial gaussiana de convolución (c) Función bidimensional <i>fuzzyificada</i>	194
Figura 2.55 Controlador difuso TSK de orden uno o de modelos locales afines (a) Diagrama de bloques a modo de red neuronal (b) Ejemplo de función local de división del espacio (c) Ejemplo de función local afectada del modelo local afin (d) Ejemplo de agregación de 4 modelos locales.....	199
Figura 2.56 Aproximación de una función afin bidimensional (a) Mediante un sistema difuso TSK-0 (b) Mediante un sistema difuso TSK-1.....	202
Figura 2.57 Aproximación de una función no lineal bidimensional (a) función original (b) Representación de la transferencia de cada regla del sistema difuso TSK de orden uno.....	204
Figura 2.58 Aproximación de una función no lineal bidimensional. Distribución de funciones base como modelo de reglas del Controlador difuso TSK de orden cero.....	205
Figura 2.59 (a) Conjunto <i>completo</i> unidimensional de funciones pseudotrapezoidales unidimensionales (b) Distribución de funciones para la síntesis de funciones pseudotrapezoidales en un espacio tridimensional.....	208
Figura 2.60 Distribución bidimensional de funciones base pseudotrapezoidales.....	209
Figura 2.61 Aproximación de una función no lineal. Variación del parámetro δ de gradación entre modelos locales afines.....	211
Figura 2.62 <i>Gain scheduler</i> como caso particular del método de síntesis de controladores difusos TSK.....	214
Figura 2.62' Aproximación lineal a tramos (a) Modelo difuso TSK-0 de funciones base triangulares (b) Modelo Canónico PWL de Chua.....	220
Figura 2.63 Sistema MIMO $R^n \rightarrow R^n$, difuso dinámico no lineal genérico. (a) Tiempo continuo (b) Tiempo discreto.....	225
Figura 2.64 Controlador difuso TSK-1 como PID dinámico no lineal universal.....	231
Figura 2.65 Controlador difuso TSK-0 como PID dinámico no lineal universal.....	232
Figura 2.66 Diagrama de bloques de una función de transferencia lineal genérica según la forma canónica de control.....	238
Figura 2.67 Diagrama de bloques de una función de transferencia discreta lineal genérica según la forma canónica de control.....	239
Figura 2.68 Controlador difuso TSK-1 en configuración de compensador dinámico universal no lineal.....	241
Figura 2.69 Controlador difuso TSK-0 en configuración de compensador dinámico universal no lineal.....	244
Figura 2.70 Controlador difuso TSK-1 en configuración de sistema discreto dinámico universal no lineal.....	246
Figura 2.71 Controlador difuso TSK-1 como controlador de estado no lineal universal (a) esquema de bloques (b) representación detallada.....	251
Figura 2.72 Controlador difuso TSK-0 como controlador de estado no lineal universal.....	253

Figura 2.73 Controlador difuso TSK-1 como controlador de estado no lineal universal para una planta dinámica no lineal modelada TSK-1.....	257
Figura 2.74 Interpretación de los sistemas difusos dinámicos como extensión dimensional en la síntesis de funciones multidimensionales (a) División difusa temporal (b) División difusa frecuencial.....	259
Figura 2.75 Representación de un sistema dinámico no lineal mediante el modelo generalizado de Wiener.....	262
Figura 2.76 Diagrama de la arquitectura secuencial para el procesador neurofuzzy.....	272
Figura 2.77 Organización secuencial del bloque de antecedentes.....	273
Figura 2.78 Organización secuencial del bloque de consecuentes. (m_i)=producto D/A).....	274
Figura 2.79 (a) Característica analítica de transferencia de un par diferencial CMOS (b) Representación gráfica de la característica de transferencia de un par diferencial CMOS (c) Expresión normalizada de la característica de transferencia (d) Expresión normalizada de la función <i>bell-shaped</i> conformada por dos pares diferenciales CMOS (e) Representación gráfica de la característica <i>bell-shape</i>	276
Figura 2.80 Célula de pertenencia <i>bell-shaped</i> basada en pares diferenciales CMOS.....	277
Figura 2.81 Detalle de la estructura compuesta de transistor CMOS digitalmente programable.....	278
Figura 2.82 Detalles de <i>layout</i> (a) Capacidad MOS de regulación de polarización (b) Estructura diodo de polarización + capacidad de regulación.....	280
Figura 2.83 <i>Layout</i> de la célula de pertenencia de parámetros programables.....	281
Figura 2.84 Circuito de operación de mínimo en modo corriente.....	282
Figura 2.85 <i>Layout</i> del circuito de operación de mínimo.....	284
Figura 2.86 Multiplicador DAC semialgortmico en modo corriente.....	285
Figura 2.87 <i>Layout</i> del convertidor DAC semialgortmico en modo corriente.....	288
Figura 2.88 Circuito multiplicador translineal basado en transistores bipolares parásitos en tecnología CMOS estándar.....	289
Figura 2.89 Característica no lineal tensión / corriente para la rama de salida del multiplicador translineal con regulación <i>cascode</i> MOS o sin ella.....	291
Figura 2.90 <i>Layout</i> del multiplicador translineal en modo corriente de transistores bipolares en tecnología CMOS.....	291
Figura 2.91 <i>Layout</i> del bloque de consecuentes Takagi Sugeno de primer orden.....	292
Figura 2.92 Diagrama teórico del integrador/acumulador discreto.....	293
Figura 2.93 Circuito acumulador/integrador discreto de corrientes conmutadas.....	295
Figura 2.94 Magnitudes y formas de onda representativas del circuito de compensación del error de inyección de carga.....	297
Figura 2.95 Esquema detallado del acumulador/integrador discreto de corrientes conmutadas.....	298
Figura 2.96 Muestra del <i>layout</i> del acumulador discreto de corrientes conmutadas.....	298
Figura 2.97 Circuito de temporización de fases no solapadas para el acumulador discreto SI. Detalle de implementación de los <i>starved inverters</i>	299
Figura 2.98 Forma de onda temporal de la señal de gobierno del interruptor de memorización en el circuito SI.....	299
Figura 2.99 <i>Layout</i> del circuito de temporización para el bloque de acumulación y división PWM.....	300
Figura 2.100 Simulación del circuito de fases de reloj no solapadas con pendiente de apertura variable de forma continua.....	300
Figura 2.101 Detalle (<i>slice</i>) de <i>layout</i> para los circuitos de retardo de los códigos de control digitales.....	301
Figura 2.102 Esquema funcional de la etapa de defuzzyficación con modulación de anchura de pulsos.....	302
Figura 2.103 Representación temporal del proceso de modulación de anchura de pulsos con rampa variable.....	303
Figura 2.104 Circuito divisor / modulador PWM con operación en modo corriente.....	305
Figura 2.105 Simulación HSPICE de la evolución temporal de las señales implicadas en la división / modulación PWM en modo corriente.....	307
Figura 2.106 Variación del ciclo de trabajo de salida del modulador PWM en función de las corrientes de entrada.....	307
Figura 2.107 <i>Layout</i> del circuito divisor / modulador PWM.....	308
Figura 2.108 Simulación de la obtención de antecedentes y consecuentes en modo corriente para una excitación lineal del margen de entrada.....	310
Figura 2.109 Simulación global en régimen conmutado de la etapa de acumulación y división (defuzzyficación).....	310
Figura 2.110 Simulación global final a nivel transistor del controlador <i>neurofuzzy</i>	311
Figura 3.1 Convertidor conmutado reductor con lazo de control de corriente.....	317
Figura 3.2 Bloque CMOS de transconductancia variable.....	319
Figura 3.3 Etapa de agregación de tipo CMOS <i>folded cascode</i>	321
Figura 3.4 Comparador de transimpedancia de alta ganancia (a) Descripción funcional (b) Implementación circuital a nivel transistor (c) Retardo vs corriente de entrada (d) Comportamiento transitorio (simulación HSPICE).....	323
Figura 3.5 Configuración de integración en lazo abierto (a) en tensión (b) en corriente (c) Descripción a nivel transistor de una estructura de integración pulsada en corriente.....	324
Figura 3.6 Resultados de simulación del controlador MC ² en modo corriente operando en lazo cerrado de control sobre un convertidor reductor.....	328
Figura 3.7 Diagrama a nivel transistor del controlador MC ² de corriente VLSI. Tamaños de los transistores.....	329
Figura 3.8 Muestra del <i>layout</i> del controlador MC ² en tecnología CMOS analógica 0.8µm estándar.....	329
Figura 3.9 Ejemplo de controlador de un ciclo analógico en modo tensión para el control de un convertidor reductor.....	331
Figura 3.10 Controlador de un ciclo analógico en modo corriente para el control de un convertidor reductor.....	332
Figura 3.11 Resultados de simulación del controlador analógico de un ciclo en modo corriente. Respuesta global a un escalón en tensión de entrada $V_g=10V \rightarrow 12.5V$ y un escalón en la tensión de referencia $V_{ref}=5V \rightarrow 7.5V$ retrasado en el tiempo.....	335
Figura 3.12 Resultados de simulación del controlador analógico de un ciclo en modo corriente. Respuesta detallada a un escalón en tensión de entrada $V_g=10V \rightarrow 12.5V$	335
Figura 3.13 Resultados de simulación del controlador analógico de un ciclo en modo corriente. Respuesta detallada a un escalón en la tensión de referencia $V_{ref}=5V \rightarrow 7.5V$	336
Figura 3.14 Resultados de simulación del controlador analógico de un ciclo en modo corriente. Respuesta frente a variaciones senoidales de tensión de entrada a 50Hz.....	336
Figura 3.15 Resultados de simulación del controlador analógico de un ciclo en modo corriente. Respuesta global a un escalón en tensión de entrada $V_g=10V \rightarrow 12.5V$ ($f_i=2MHz$).....	337
Figura 3.16 Resultados de simulación del controlador analógico de un ciclo en modo corriente. Respuesta detallada a un escalón en tensión $V_g=10V \rightarrow 12.5V$ ($f_i=2MHz$).....	337
Figura 4.1 Esquema general de un sistema de control en modo deslizamiento de ley no lineal aplicado a un convertidor conmutado DC-DC.....	340

Figura 4.2 Esquema de la implementación en modo corriente de un circuito de control en modo deslizamiento de superficie no lineal para convertidores conmutados DC-DC.....	342
Figura 4.3 Esquema de un sistema de control en modo deslizamiento de ley no lineal mediante un control difuso TSK generalizado aplicado a un convertidor conmutado DC-DC.....	344
Figura 4.4 Interpretación del control difuso <i>sliding</i> (a) Control ON/OFF de superficie de deslizamiento no lineal (b) Control continuo con zona de transición difusa.....	348
Figura 4.5 (a) Convertidor conmutado de potencia <i>Buck</i> con puente de entrada. (b) Representación en el plano de estado de la ley de control (4.6) y la superficie de deslizamiento (4.5).....	350
Figura 4.6 Diagrama completo del controlador <i>sliding</i> de superficie cuadrática con operación en modo corriente para generación de señal senoidal.....	352
Figura 4.7 (a) Transconductor CMOS basado en CCII clase AB (b) Rectificador de corriente de onda completa CMOS.....	354
Figura 4.8 (a) Célula cuadrática translineal bipolar (b) Comparador de corriente con histéresis.	355
Figura 4.9. Resultados de simulación para el controlador <i>sliding</i> (a) Operación del controlador en lazo abierto con $f_{in}=10Mhz$ (b) Operación del controlador en lazo cerrado.....	357
Figura A1 Célula <i>copiador de corriente</i> básica.....	371
Figura A2 Proceso de muestreo del ruido de corriente en el dominio temporal.....	373
Figura A3 Modelo circuital para el análisis del establecimiento temporal no lineal.....	377
Figura A4 Comparación entre la respuesta temporal lineal y no lineal en la carga del copiador de corriente	378
Figura A5 Linealización del modelo de establecimiento no lineal de carga de corriente.....	379
Figura A6 Lugar geométrico de los polos de la función de transferencia de segundo orden del copiador de corriente en función de r_s	380
Figura A7 Dependencia de r_{scrit} con la capacidad de carga del copiador de corriente.....	381
Figura A8 Proceso de carga del condensador de almacenamiento de memoria en el copiador de corriente.....	382
Figura A9 Minimización del error para diferentes valores del condensador añadido al copiador de corriente.....	384
Figura A10 Resultados de simulación para el factor de mérito $\eta(I_{BIAS}, W, L)$	385
Figura B1 <i>Layout</i> del núcleo de procesado del procesador <i>neurofuzzy</i>	389
Figura B2 Distribución de bloques del procesador <i>neurofuzzy</i>	389
Figura B3 <i>Floorplan</i> y distribución de <i>pads</i> del ASIC completo <i>neurofuzzy</i> . Encapsulado: PGA 100 pins.....	390
Figura B4 Fotografía detalle del <i>leadframe</i> y del diagrama de conexión del ASIC <i>neurofuzzy</i>	392
Figura B5 Fotografía del <i>dice</i> del ASIC <i>neurofuzzy</i>	392
Figura B6 Microfotografía global del <i>layout</i> del controlador secuencial mixto <i>neurofuzzy</i>	393
Figura B7 Microfotografía del <i>layout</i> del circuito de control digital y el subcircuito de retardo digital ajustable en el ASIC <i>neurofuzzy</i>	393
Figura B8 Microfotografía del <i>layout</i> de la célula mixta de función de pertenencia difusa.....	394
Figura B9 Microfotografía detalle del <i>layout</i> de los circuitos de polarización (diodos MOS + capacidades MOS de estabilización de continua).....	394
Figura B10 Microfotografía detalle <i>layout</i> de la estructura matricial como transistor MOS <i>composite</i> para obtención de variabilidad digital de pendiente (Función de pertenencia).....	395
Figura B11 Microfotografía del <i>layout</i> de la célula analógica para la obtención de la norma-1 de mínimo en corriente.....	395
Figura B12 Microfotografía del <i>layout</i> del circuito convertidor digital-analógico semialgorítmico en modo corriente de seis bits.....	396
Figura B13 Microfotografía del <i>layout</i> del circuito translineal multiplicador analógico de corrientes.....	396
Figura B14 Microfotografía del <i>layout</i> del subsistema de procesado secuencial en corriente (control de temporización + dos acumuladores <i>switched-current</i> + divisor de transimpedancia PWM).....	397
Figura B15 Microfotografía del <i>layout</i> de los subcircuitos de retardo digital variable (cadena de <i>starved inverters</i>).....	397
Figura B16 Microfotografía del <i>layout</i> de un circuito acumulador de corrientes conmutadas (células cascodo regulado).....	398
Figura B17 Microfotografía del <i>layout</i> del circuito de temporización secuencial (circuitos de <i>non-overlapping clock</i> con <i>starved inverters</i>).....	398
Figura B18 Microfotografía del <i>layout</i> del circuito divisor de transimpedancia mediante modulación PWM.....	399

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN, ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

1.1 Introducción

Los circuitos convertidores de potencia conmutados continua-continua se caracterizan por ser sistemas con comportamiento dinámico no lineal. Este aspecto justifica la falta de existencia de un método estándar para controlar y modelar dichos sistemas. Es por ello que las propuestas de control convencionales están basadas en la aplicación de técnicas clásicas (o modernas) de realimentación lineal (o de estado), tras una fase previa de linealización en torno a un punto de equilibrio de las ecuaciones dinámicas no lineales que modelan el comportamiento del convertidor. Esta aproximación restringe considerablemente las capacidades dinámicas de aquellos sistemas conmutados de conversión de potencia.

Frente a esta situación, existen métodos de control que presentan notables prestaciones dinámicas debidas a la utilización de las variables de estado de dinámica rápida del convertidor; destacando, entre otros, el control de corriente, el control de un ciclo (*one-cycle control*) y el control en modo deslizamiento (*sliding-mode control*). Asimismo, el método de control basado en la inferencia difusa, además de ser susceptible de operar con variables de estado de dinámica rápida, permite aproximar leyes no lineales de control complejas, si bien presenta la dificultad de requerir una notable complejidad de procesado. A pesar de la aparente heterogeneidad en su descripción y la diversidad de origen histórico de estos métodos de control, todos ellos comparten el problema tecnológico de su implementación, dado que comparten la característica de operar con las variables de estado de dinámica rápida del convertidor.

Una dificultad adicional para la implementación la establece el continuo incremento de la frecuencia de conmutación en dichos circuitos procesadores de potencia, con el fin de conseguir una reducción en el peso y volumen de los elementos reactivos de almacenamiento energético, y que constituye un factor clave en las figuras de mérito de diseño de convertidores en aplicaciones aeroespaciales de alta potencia y portátiles de baja potencia. Esta tendencia tecnológica aumenta los requerimientos dinámicos de procesado de los circuitos electrónicos analógicos y digitales que implementan los métodos de control, vetando el uso de las anteriores estrategias de control no lineal.

Con el advenimiento del procesado de señal analógico con operación en modo corriente, que constituye una nueva tendencia que está siendo aplicada con éxito en diversas áreas del diseño electrónico, se incrementan las posibilidades de implementación de métodos de control avanzados para convertidores conmutados, que, de otra manera, serían difíciles de implementar en cuanto a sus requerimientos dinámicos o su complejidad de procesado.

A continuación se expone una contextualización histórica y tecnológica de los métodos de control no lineal enumerados para convertidores conmutados continua-continua, así como de la situación del procesado analógico en modo corriente en el contexto del procesado microelectrónico analógico, para, finalmente, plantear la adecuación del mismo para la concepción, diseño e implementación de nuevos circuitos controladores y presentar las aplicaciones que en ese sentido se proponen en el presente trabajo.

1.2 Control basado en las variables de estado de dinámica rápida.

1.2.1 Control con lazo de corriente

La técnica de control con lazo de corriente (o control en modo de corriente), como estrategia de control para reguladores conmutados continua-continua, se sitúa en una posición destacada como alternativa al control clásico en tensión, gracias a una serie de ventajas que de su aplicación se derivan [RED85]. El control en modo de corriente constituye uno de los métodos de control de doble lazo para convertidores conmutados, en el que un lazo interno de control de dinámica rápida se encarga del control ciclo a ciclo de la corriente a través del inductor o del conmutador (de ello se deriva su nombre), cuyas formas de onda temporales son de tipo triangular, mientras que un lazo externo de dinámica lenta establece la regulación de tensión de salida, objetivo último de la regulación. La referencia para el lazo de control de alta velocidad viene marcada por el lazo externo en tensión, lo que conlleva una respuesta inmediata de la corriente del inductor en un ciclo de conmutación, y, por tanto, una eliminación efectiva del efecto dinámico del inductor, que es susceptible de ser modelado como una fuente de corriente controlada. Del funcionamiento expuesto para el control en modo de corriente se derivan sus ventajas, a saber:

- La función de transferencia en lazo abierto de tensión pasa a ser modelable mediante un solo polo real, hecho que resulta en una menor complejidad en el diseño del lazo externo de regulación.
- La inherente limitación instantánea de corriente que introduce el lazo interno permite tener control sobre los máximos niveles de corriente que atraviesan los elementos semiconductores de conmutación y por tanto asegurar la fiabilidad de su funcionamiento.
- La operación efectiva del elemento de almacenamiento energético como fuente controlada de corriente facilita la operación concurrente o en paralelo de diversos reguladores, aspecto que encuentra utilidad en aplicaciones que presentan modularidad.

A pesar de las ventajas expuestas, contrasta la lenta asimilación del control en modo de corriente a nivel de aplicaciones industriales (en parte por la ausencia de circuitos integrados de control que ofrezcan las prestaciones requeridas), con la aceptación e interés despertado en diversos grupos de renombre en el campo de la conversión de potencia de alta frecuencia. Este interés encuentra sus primeras muestras en el trabajo de C.W. Deisch [DEI78], pionero en la sustitución de la rampa implícita en todo circuito modulador de anchura de pulsos por la propia señal triangular característica de la corriente que fluye a través del inductor de la planta conmutada de potencia.

A partir de este inicio, destacan, históricamente, como propuestas de realización de controladores en modo de corriente, los trabajos de Cocconi-Cuk [COC78], Clarke [CLA84] y Capel *et al* [CAP84]. El primero de ellos propone la combinación sinérgica del método de control en modo de corriente con el uso de una topología óptima, resultando en un regulador de 2kW con aislamiento de masa y buenas prestaciones dinámicas. El trabajo de Clarke versa sobre la mejora de la dinámica de sistemas de alimentación ininterrumpida (UPS) con operación modular, mediante la aplicación del control en modo corriente. Por último, el trabajo del grupo de investigación de Capel propone la implementación de un circuito integrado (de tecnología híbrida, a la sazón tecnología imperante en el entorno microelectrónico) para aplicaciones de control de corriente –concretamente en su versión MC² o *Charge Controlled Modulator*-.

Destaca, por último, la generalización propuesta por A. Poveda en [POV88], [POV93] en cuyos trabajos se establece un tratamiento unificado para la síntesis generalizada de lazos de control de corriente en reguladores conmutados continua-continua.

1.2.2 Control de un ciclo (One-cycle Control)

La técnica de control de un ciclo (*one-cycle control*, en inglés) para convertidores de potencia conmutados, fue propuesta por K. Smedley [SME90, SME91, SME94, SME96] a principios de los años noventa. Este método de control no lineal fue concebido para controlar el ciclo de trabajo de un conmutador de forma instantánea, de forma que en *cada ciclo* el valor promediado de la forma de onda cuadrada del conmutador (*chopper*) iguale *exactamente* la referencia de control.

Como principal característica de este esquema de control de un ciclo destaca la respuesta dinámica óptima que presenta (dado que la dinámica del lazo de control queda reducida a orden cero, un orden menor que el control en modo de corriente), al eliminar efectivamente todos los elementos dinámicos de almacenamiento de energía del lazo de control. La acción de control de un ciclo resulta en un rechazo instantáneo (en un solo ciclo de conmutación) de las perturbaciones de la tensión de entrada al convertidor de potencia, exhibiendo, por tanto, una respuesta *deadbeat*.

Para el caso de un convertidor reductor (Buck), la implementación del control de un ciclo a frecuencia constante de conmutación requiere la integración ciclo a ciclo de la señal en tensión del diodo, de naturaleza pulsante (señal que constituye la entrada al filtro de segundo orden formado por el conjunto inductor-condensador, encargado de extraer la señal continua proporcionada a la carga), de modo que, cuando dicha señal integrada iguala a la referencia de control, la acción de control resulta en el corte del transistor de potencia y el *reset* del integrador. Este esquema de control resulta en señales en forma de rampa cuya pendiente es variable en función de la señal de tensión de entrada al convertidor, a diferencia de la modulación PWM clásica.

Cabe citar que el método de control de un ciclo, por su generalidad de planteamiento, es susceptible de ser aplicado tanto a diversos esquemas de control de convertidores con modulación PWM (a frecuencia constante, T_{ON} constante y T_{OFF} constante), así como a esquemas de control en convertidores cuasiresonantes. El control de un ciclo es un área de investigación que está recibiendo una especial atención; en este sentido, destaca el trabajo de P. Midya [MID97] en el que se propone una técnica de control denominada Control en modo de corriente sin sensado (*Sensorless Current Mode Control, SCM*, en inglés) que incluye como caso particular el control de un ciclo. Recientemente, el control de un ciclo ha sido completado con la adición de prealimentación (*feedforward*) por Arbetter y Maksimovic [ARB97]. Las ventajas dinámicas citadas hacen del control de un ciclo un método de control especialmente adecuado al control de plantas de potencia con requerimientos severos en cuanto a velocidad de respuesta dinámica, lo que justifica su uso, como aplicación clave, en el área de amplificadores de potencia conmutados para aplicaciones de audio [ZAI95].

No obstante, un obstáculo común a todas las propuestas de aplicación del método de control de un ciclo lo constituye su implementación, y más concretamente, la implementación de un integrador insertado en el lazo de control y pulsado a la frecuencia de conmutación del convertidor [MID97, SME91]. Las propuestas de diseño del controlador de un ciclo mediante

elementos discretos consideran la estructura clásica de integración en modo tensión vía la inserción de un condensador en el camino de realimentación negativa de un amplificador operacional de elevada ganancia en tensión. Incluso en una reciente propuesta [SEN98] que aplica el control de un ciclo al control de un convertidor elevador (*boost*) operando en un entorno microelectrónico de microsistemas, integrado junto a células fotovoltaicas, la descripción del controlador de un ciclo de aplicación específica incluye el integrador con operación en modo tensión. En este sentido, los últimos avances teóricos en el área del control de un ciclo [SMI99] persiguen retener el comportamiento dinámico, evitando a su vez el uso de integradores pulsados en el camino de realimentación.

1.3 Control en modo deslizamiento (*sliding-mode control*)

Tal como cita la introducción, la solución a los problemas de control en convertidores conmutados DC-DC ha sido tradicionalmente llevada a cabo por medio de técnicas convencionales de control basadas en la linealización del modelo bilineal del convertidor. Estas técnicas se basan en una caracterización lineal en baja frecuencia del convertidor conmutado de modo que los métodos de diseño en el dominio frecuencial son aplicables para resolver el problema de control. El diseño del controlador –compensador– puede ser especialmente complicado si el modelo del convertidor exhibe diversos polos y ceros –pudiendo aparecer estos últimos situados en el semiplano derecho–. Adicionalmente, el modelo en pequeña señal de baja frecuencia no es capaz de predecir el comportamiento en gran señal del convertidor ni su estabilidad global.

Una aproximación alternativa a dicho problema de control en convertidores conmutados DC-DC, recientemente desarrollada, se basa en la aplicación de la teoría de los sistemas de estructura variable y los regímenes deslizantes asociados a dicha teoría [UTK78]. El control en modo deslizamiento constituye una de las técnicas en el dominio temporal apropiada para aplicaciones de gran señal, técnica que, a grandes rasgos, exhibe baja sensibilidad ante perturbaciones externas y variaciones de parámetros.

La idoneidad de la aplicación del método de control en modo deslizamiento a los convertidores conmutados, frente a su aplicación a una planta genérica bajo control no lineal [SLO91], se debe al hecho de que dichos sistemas procesadores de potencia presentan, por su propia naturaleza, un cambio cíclico en la topología de la etapa de potencia, debido a la

acción de una señal de control sobre un elemento conmutador. De modo que los convertidores conmutados forman un subconjunto particular del conjunto de sistemas de estructura variable (*Variable Structure Systems, VSS*). La característica diferenciadora de los convertidores conmutados la constituye el carácter '*bang-bang*' u ON/OFF de la señal de control, lo que permite a su vez una caracterización bilineal del convertidor. El tipo de acción que impone el control en modo deslizamiento se adecua, por tanto, a la naturaleza de la acción de control en convertidores conmutados continua-continua, justificada, por su parte, por aspectos asociados a su eficiencia energética.

En la evolución histórica de las alternativas a las estrategias de control basadas en modelos lineales del convertidor destaca el trabajo pionero de W.W. Burns y T.G. Wilson [BUR76] quienes consideran, en el año 1976, el análisis del comportamiento dinámico de convertidores conmutados por medio del concepto de plano de estado. La aparición de la noción de plano de estado como herramienta de análisis plantea el problema de control consistente en el seguimiento de una determinada trayectoria (ya sea lineal o no lineal) por parte de una o varias variables del convertidor, garantizando, por tanto, una dinámica impuesta sobre la variable controlada. La solución a este problema de control la proporciona la teoría de control en modo deslizamiento. El método de control en modo deslizamiento, asociado a los sistemas de estructura variable (*VSS*) surgió como nuevo campo de investigación en la década de los 50 en la antigua Unión Soviética por parte del grupo de Emelyanov [EME67]. Desde sus inicios hasta su aplicación actual, el control en modo deslizamiento ha sido aplicado a sistemas no lineales, sistemas multi entrada-salida (*MIMO systems*), sistemas discretos, sistemas estocásticos, y como fruto de este amplio uso se ha obtenido una miríada de aplicaciones en áreas tan diversas como el diseño y control aerospacial, el control de sistemas robot y la electrónica de potencia, entre otras. Esta aceptación sitúa al control en modo deslizamiento entre las técnicas destacadas de control no lineal [SLO91].

La característica más relevante del control en modo deslizamiento se debe a la robustez que exhibe el sistema realimentado tanto respecto a incertidumbres o variaciones paramétricas del modelo del sistema como respecto a perturbaciones externas [SLO91]. Según los primeros trabajos de Sira-Ramírez [SIR88], considerando que una superficie en el espacio de estado representa una relación entre las variables de estado que describen el comportamiento del sistema, si éste es forzado a evolucionar sobre dicha superficie, las relaciones de la dinámica resultante quedan determinadas por los parámetros y ecuaciones que definen la superficie. Cuando la acción de control se diseña de forma apropiada, de forma que las trayectorias

propias del sistema se *dirijan* hacia la superficie, se consigue alcanzar un régimen deslizando sobre la superficie de deslizamiento. El hecho de considerar, no obstante, que la señal de control es discontinua y que la frecuencia práctica de conmutación no puede ser infinita, conlleva un efecto de *chattering* sobre la dinámica deslizando obtenida [NIC95].

En el área de la regulación continua-continua, destaca el trabajo original de Sira-Ramírez [SIR87], en el que se proponen diversas superficies lineales de deslizamiento para las topologías elementales de conversión de potencia conmutada. Como muestra del estado del arte, destacan algunos trabajos que extienden las propuestas iniciales de Sira-Ramírez a topologías de conversión de orden superior, como corresponde a los trabajos de Martínez-Salamero y Fossas para el convertidor de Cuk [FOS92], [MAR98] o Hernanz *et al.* para el caso del convertidor SEPIC [HER96]. Destaca, por otra parte, el uso del control en modo deslizamiento como técnica de control de convertidores conmutados operando en paralelo [DON98]. Otros trabajos complementan el fundamento teórico que establece el control en modo deslizamiento para extender sus prestaciones prácticas en el área de los convertidores conmutados. Entre ellos, en [GIR95] se propone la adición de dinámica de compensación al control en modo deslizamiento para mejorar el comportamiento dinámico y en estado estacionario de los convertidores. Por su parte Mattavelli *et al.* proponen, en [MAT93], un controlador *sliding* generalizado con adición de dinámica PI y rampa de sincronía para obtener un control híbrido de prestaciones mejoradas. De manera similar, el trabajo de Nguyen y Lee [NGU95b] propone incrementar en un grado de libertad el comportamiento del controlador *sliding* mediante la adición de histéresis adaptativa, lo que resulta en una mejora en el control de las variaciones de la frecuencia de conmutación efectiva. Finalmente, cabe citar el trabajo de Carpita *et al.* [CAR88], que plantea el uso del control en modo deslizamiento no ya en aplicaciones de regulación sino en una aplicación de generación de señal en aplicaciones de fuentes de alimentación ininterrumpidas (*UPS*). Cabe destacar asimismo los trabajos de D. Biel –véase [BIE99]– cuyos estudios versan sobre las implicaciones de la generación de señal *versus* el seguimiento de señal en aplicaciones de conversión DC-AC mediante técnicas de control en modo deslizamiento.

En lo tocante a implementaciones electrónicas de controladores en modo deslizamiento destaca el trabajo inicial de Bilalobic, Music y Sabanovic [BIL83], quienes proponen la implementación analógica estándar mediante amplificadores operacionales de un controlador *sliding* para la regulación de tensión en un convertidor Buck. Recientemente se han publicado tres trabajos en que aparecen detalles de implementación *hardware* analógica de

controladores *sliding* [CAR94], [ESC99], [CHI99] aunque el diseño basado en el procesado clásico en modo tensión impide la operación de dichos controladores a frecuencias elevadas. En el apartado de implementaciones digitales, cabe citar el trabajo de Oppenheimer *et al* [OPP96] quienes plantean la utilización de microcontroladores digitales para el control en modo deslizamiento de topologías convertidoras de orden elevado, si bien que a frecuencias de conmutación imprácticamente reducidas.

Como conclusión sobre la implementación del control en modo deslizamiento, nótese que, en base al tipo de procesado requerido, éste es, comparado con otras estrategias de control, un control *analógico*, ya que tan sólo requiere la adecuada realimentación de las variables de estado (bien sea lineal o no lineal), y la conversión de dicha señal en una señal ON/OFF por medio de un elemento comparador de altas prestaciones dinámicas.

1.4 Control difuso (*fuzzy control*)

Los sistemas de control difuso (conocidos también como sistemas de control borroso, del vocablo inglés *fuzzy*) sientan sus bases sobre la teoría de los conjuntos difusos y la inferencia lógica difusa asociada a dichos conjuntos, cuya propuesta se debe a L.A. Zadeh en 1965 [ZAD65]. Esta teoría surge al analizar las relaciones entre elementos y conjuntos definidos o conocidos de forma imprecisa (debido, en su origen, a la propia imprecisión del lenguaje natural humano). El razonamiento (o el control) en términos difusos parte, en su origen, de la introducción del concepto de función de pertenencia (*membership function*) que cuantifica, de forma gradual y continua, el grado de pertenencia de un elemento a un determinado conjunto difuso, como extensión de los conjuntos clásicos. Las bases de la lógica inferencial difusa permiten operar con conjuntos de sentencias lingüísticas del tipo SI-ENTONCES (reglas de inferencia, que constituyen el núcleo de conocimiento del sistema experto difuso) e inferir por tanto un resultado difuso a partir de las funciones de pertenencia previamente definidas y un conjunto de entradas al sistema de inferencia. Por su parte, el proceso de asignación a una variable real de un grado de pertenencia a un conjunto o etiqueta difusa (*fuzzy label*) se conoce como *fuzzyficación*, mientras que el proceso inverso es conocido como *defuzzyficación*. En consecuencia, la conjunción de una etapa de *fuzzyficación*, de inferencia difusa y de *defuzzyficación* constituye un núcleo de procesado (procesador difuso) capaz de establecer una aplicación de las reglas lingüísticas sobre una variable de entrada no difusa

(*crisp* o *singleton*, por nítido, en contraposición a difuso, denotando un valor real numérico) para así proporcionar una variable de salida no difusa. La operación de dicho sistema procesador en el lazo de realimentación de un sistema de control constituye un controlador difuso (*fuzzy controller*, *fuzzy-logic controller* o *fuzzy-knowledge-based controller –FKBC–*) [LEE90I], [LEE90II].

Según la definición que propone Mamdani [MAM77], pionero en la aplicación de la teoría de los conjuntos difusos al contexto del control e identificación de sistemas, un controlador difuso establece un algoritmo de conversión entre el conocimiento experto (expresado éste como un conjunto de reglas) y una estrategia de control automático. La interpretación más ampliamente aceptada deriva de ello que las prestaciones del control no dependen tanto de la exactitud del modelo de la planta –como es el caso en sistemas clásicos de control– como de la efectividad de las reglas difusas que lo componen [DRI93]. Este punto justifica, en parte, el porqué de la aplicación con éxito de técnicas de control difuso a plantas cuyo modelo analítico es complejo o de difícil obtención, ya que la fiabilidad y robustez del sistema se ven incrementadas al incorporar conocimiento que no puede ser introducido directamente sobre un modelo analítico.

Cabe observar, como aspecto relevante en la motivación del uso de controladores difusos, la posible interpretación de su acción desde dos puntos de vista distintos, si bien que complementarios [DRI93]. Por una parte, los sistemas de inferencia difusos (y en particular los controladores difusos) pueden interpretarse, en virtud de lo expuesto hasta ahora, como un tipo especial de sistemas expertos cuyo procesado simbólico no es tan estricto como en sistemas expertos convencionales. Por otra parte, el tipo de procesado llevado a cabo por los controladores difusos también permite interpretar su operación como un mapeado analítico multidimensional no lineal entre un conjunto de variables de entrada y un conjunto de variables de salida, de forma similar a la operación en forma de redes masivamente paralelas de las redes neuronales artificiales, pero mientras que en éstas, el aprendizaje de forma ciega constituye el modo de incorporar conocimiento, en aquéllos, el conocimiento se explicita por la información de la base de reglas. De hecho, en la mayoría de aplicaciones ambos aspectos son simultáneos, y esta combinación sinérgica que resulta en la capacidad de proporcionar una justificación analítica a una descripción cualitativa es su mayor virtud.

Los antecedentes en la aplicación de los controladores difusos a convertidores conmutados DC-DC aparecen en la década de los noventa. La primera referencia se encuentra en el trabajo de Ueno *et al.* [UEN91] quienes presentan la aplicación de un controlador difuso (operando

como controlador PI no lineal) a un regulador conmutado basado en un convertidor de Cuk. Posteriormente han ido apareciendo un número considerable de trabajos teóricos en este área, dado que el control de convertidores conmutados constituye el paradigma de sistema no lineal, y, como tal, es susceptible de ser controlado con altas prestaciones por un controlador no lineal como es el controlador difuso. Entre otros trabajos, cabe destacar las comparaciones en prestaciones de control que se presentan en [WAN95b] y [RAV97], entre la aplicación del control difuso a convertidores conmutados respecto a controles en modo de corriente o en modo deslizamiento. Conviene resaltar, por último, la aplicación de algoritmos de aprendizaje neuronales, conformando así controladores neurodifusos, entre los que destaca el ANFIS [JAN93], entre otros [LIN96b], con el fin de sintetizar controladores difusos que aproximen diversas leyes no lineales para aplicaciones avanzadas, como en los trabajos de Gomáriz *et al.* [GOM98a], [GOM98b].

En el capítulo de las implementaciones *hardware* dedicadas de controladores difusos (en forma de ASICs), dictadas tanto por los requerimientos de control difuso en tiempo real para plantas rápidas como por cuestiones de portabilidad, las propuestas digitales (véase, p.ej. [PAT96]) son minoría. Dichas propuestas presentan las ventajas de precisión, flexibilidad y programabilidad, todas ellas connaturales a una solución digital, aunque a costa de la elevada ocupación en área de silicio que requiere la complejidad del procesado no lineal que implementa el control difuso, así como el elevado consumo y la modesta velocidad de respuesta. Estas desventajas se exacerban cuando el número de reglas a procesar es elevado, tal y como corresponde a aplicaciones reales de control, de forma que la complejidad circuital crece de forma exponencial (en la denominada *curse of dimensionality*). La adecuación de la implementación analógica a los controladores difusos tiene su primer precedente en los trabajos de Yamakawa [YAM93], aunque esta primera propuesta, que opera con tecnología bipolar y considera funciones de pertenencia de salida en la etapa de *defuzzification*, presenta serios inconvenientes de índole práctico. A partir de esta primera aproximación global al diseño de un procesador de inferencia difusa, destacan diversas propuestas de implementación en tecnología CMOS, entre las que se encuentran [RAM95], [GUO96], [BAT96], [ROD99]. Todas ellas utilizan, como método para modelar el conjunto de consecuentes lógicos, el bien establecido método de Takagi-Sugeno de orden cero [TAK85], que considera como salidas valores *singleton* o de tipo real constantes, y constituye una simplificación del controlador difuso que demuestra ser suficientemente efectiva en ciertas aplicaciones. Brevemente, el estudio de Ramírez-Angulo [RAM95] trata sobre la comparación de las posibilidades

circuitales del procesado en modo corriente *versus* la operación en modo tensión para el diseño de controladores difusos, haciendo hincapié en la modularidad de las soluciones circuitales propuestas. Por su parte, Guo *et al.* [GUO96] proponen un circuito analógico CMOS para el control difuso de un automóvil robot, aprovechando las características no lineales de transconductancia de transistores MOS para conformar funciones de pertenencia. Los trabajos de I. Baturone [BAT96] se diferencian por el diseño de funciones de pertenencia triangulares en modo corriente, completadas por circuitos de división mixtos A/D en la etapa de *defuzzyfication*. Muy recientemente, la propuesta de Rodríguez-Vázquez *et al.* [ROD99] presenta un circuito mixto analógico-digital con programabilidad, susceptible de ser incorporado en un lazo de aprendizaje mediante algoritmos neuronales. Cabe destacar, por último, la propuesta de Moreno *et al.*, [MOR97] mediante la cual, partiendo de una arquitectura mixta digital analógica con operación secuencial, se persigue evitar el crecimiento exponencial de complejidad en que resulta el incremento de dimensionalidad del espacio de entrada así como la granularidad de división del universo de discurso.

1.5 Diseño microelectrónico analógico en modo corriente

Desde hace algunos años se vienen resaltando las posibilidades que resultan del tratamiento de la corriente como magnitud eléctrica de procesado analógico. La idea original de considerar un bloque de diseño analógico con procesado de señal en corriente, en contraposición al procesado clásico en tensión, si bien que ya esbozada en los trabajos de A.F. Arbel [ARB66], apareció con la propuesta por parte de A. Sedra y K.C. Smith en 1968 [SED68] del bloque Convector de Corriente (*Current Conveyor, CCII*). Una segunda generación del mismo elemento de procesado apareció en 1970 [SED70] de mano de los mismos autores. A pesar de las considerables ventajas que de la utilización de dicho bloque se desprenden, no es hasta comienzos de los años 90 (con la consolidación de las tecnologías bipolares complementarias de altas prestaciones dinámicas) que la combinación sinérgica entre el desarrollo teórico y el tecnológico conduce a la realización de las primeras versiones monolíticas. Por otra parte, el uso de técnicas translineales asociadas a la operación en corriente (*true current mode processing*) propuestas a principio de los años 70 por B. Gilbert [GIL75], constituye el otro caso paradigmático de diseño en modo corriente aparecido como alternativa al procesado clásico en tensión. Los subsiguientes desarrollos en ambas áreas

fueron los catalizadores para que a principios de los años 90 apareciera un renovado interés en las técnicas de procesado en modo corriente [TOU91]. Uno de los elementos circuitales asociados a la tendencia del procesado en modo corriente que ha experimentado una vasta aceptación por parte de la industria y el mercado, fundamentalmente en aplicaciones de amplificación en la banda de vídeo, es el amplificador operacional con realimentación en corriente (*current feedback operational amplifier*, CFA, en inglés) que presenta valores elevados del parámetro producto ganancia-ancho de banda, tanto en operación en pequeña señal como en gran señal. El CFA exhibe un excelente comportamiento en gran señal, con una práctica ausencia de saturación por *Slew Rate* –debido al uso de una etapa de entrada en clase AB– así como una independencia entre la ganancia de estructuras amplificadoras realimentadas y el ancho de banda en pequeña señal de las mismas, debida inherentemente a la realimentación en corriente sobre un nodo de entrada de baja impedancia, de modo que la amplificación se obtiene mediante etapas de transimpedancia. Otros ejemplos de bloques procesadores con operación en modo corriente aparecen recopilados en [TOU91]; entre otros, se describen circuitos translineales en aplicaciones no lineales, convectoros de corriente de altas prestaciones para aplicaciones de procesado tanto no lineal como frecuencial, amplificadores en modo corriente, transconductores (asociados a la, hoy en día bien establecida, técnica de filtrado $g_m C$), espejos de corriente dinámicos, filtros de corrientes conmutadas (que por su parte, y debido a las implicaciones tecnológicas que representan, merecerán una atención especial en años posteriores [TOU93]), convertidores A/D y D/A en corriente e implementación de redes neuronales artificiales con operación en modo corriente.

De forma genérica, aunque los límites fundamentales de cualquier diseño vienen impuestos por consideraciones tecnológicas sobre el tipo de dispositivo microelectrónico considerado (transistor MOS, transistor bipolar, transistor de GaAs, etc), existen aplicaciones específicas en las que el procesado de corriente (*i. e.*, la operación con nodos de baja impedancia) como modo de tratamiento de la señal presenta numerosas ventajas. Entre ellas se cuentan:

- La ventaja principal del uso de la corriente como modo de representación de señales proviene de su operación en un entorno circuital de baja impedancia (o bien, considerando operación en gran señal, en un entorno circuital con niveles de tensión virtualmente fijados o comprimidos en virtud de las características no lineales de los transistores), lo que resulta en un impacto reducido del efecto de las capacidades parásitas, y, por ende, en un aumento de la velocidad de procesado o ancho de banda del

circuito. Por otra parte, la operación en lazo abierto local, connatural a los circuitos en modo corriente por su propia constitución, incrementa sus excelentes prestaciones dinámicas.

- Una segunda ventaja de la operación de señal en modo corriente está asociada a un incremento del rango dinámico, al estar independizado el procesado de corriente del nivel de tensión de alimentación, siempre que se garantice la correcta operación de los transistores. Ello confiere ventajas al diseño en corriente para aplicaciones de baja tensión de alimentación, o incluso para sistemas con alimentaciones no reguladas.
- Una ventaja natural a la representación de la señal en modo corriente resulta en la capacidad de implementar operaciones de agregación (suma) con la mera concurrencia de las señales en un solo nodo.
- La asociación del procesado analógico con operación en modo corriente a circuitos cuyos nodos exhiben baja impedancia resulta en una superior inmunidad de dichos circuitos frente a interferencias –acoplamientos- de señal, cuya presencia es ineludible en un entorno microelectrónico mixto o conmutado.
- Destaca la compacidad de los circuitos en modo corriente –en cuanto a ocupación de área se refiere- respecto a los circuitos equivalentes en modo tensión.
- Existe un conjunto de operaciones de procesado que se realizan de forma compacta mediante circuitos con operación en modo corriente, a saber: funciones lineales a tramos, funciones no lineales de tipo polinómico [MIN97], filtrado tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto, elementos variables electrónicamente –transconductancias variables, elementos translineales variables- susceptibles de ser aplicados en sistemas adaptativos, elementos de memoria analógica (copiadores de corriente) [DAU88] y comparadores de corriente [ROD95], entre otros.

Frente a las anteriores ventajas, la desventaja principal debida al procesado en modo corriente está relacionada con la pérdida de realimentación local, que resulta en una pérdida en la precisión de procesado. Este efecto queda combinado con la necesidad de copiar la señal (a diferencia de la operación en modo tensión), resultando en una pérdida de la precisión global en circuitos con procesado en modo corriente. La pérdida de precisión veta su aplicación, por ejemplo, en el diseño de filtros en tiempo continuo de orden elevado, o, en general, en sistemas sin lazo de control con elevada sensibilidad a las no idealidades de la implementación microelectrónica.

Como muestra heterogénea de aplicaciones de altas prestaciones que adoptan el procesado analógico en modo corriente, en una visión sobre el estado actual del arte, destaca su uso en diversos campos del diseño de sistemas y circuitos electrónicos y/o microelectrónicos como pueda ser en el diseño de convertidores analógico-digitales en aplicaciones de baja tensión de polarización y bajo consumo [CHE98], realizados mediante una aproximación algorítmica en una tecnología digital; la emulación activa de elementos reactivos inductivos para su aplicación al diseño de filtros en la banda de operación de alta frecuencia [THA96]; la obtención de redes en escalera con división activa de corriente con aplicaciones múltiples como la conversión D/A o los circuitos de difusión neuromórfica [MEN96]; la propuesta de amplificadores operacionales con realimentación en corriente en tecnología CMOS [ASS98] para el desarrollo de estructuras *buffer* de altas prestaciones dinámicas; el diseño de filtros en tiempo continuo en la banda de los 100 Mhz para aplicaciones de filtrado adaptativo para su uso en canales de lectura de grabación magnética en discos duros [PAR98] y [MEH97]; el desarrollo de receptores GPS totalmente monolíticos de baja potencia [SHA98] que incluyen filtros activos en modo corriente con operación en tiempo continuo y autosintonía *on-chip*; la implementación de líneas de retardo analógicas mediante la aplicación de técnicas de corrientes conmutadas para su inclusión en *front-ends* para el preacondicionamiento de tubos de rayos catódicos [STE98], el uso de técnicas en modo corriente para la implementación de redes neuronales artificiales celulares –CNNs- para el postprocesado de señal en circuitos de visión artificial [DOM97], así como la síntesis de sistemas de compansión como tratamiento de señal, *e.g.* en su versión translineal CMOS [LOP99].

1.6 Controladores microelectrónicos en modo corriente para control de convertidores conmutados

Habiendo sentado las bases en cuanto a las características y requerimientos de implementación de distintos métodos de control no lineal avanzado para convertidores conmutados continua-continua, y a tenor de las características del procesado analógico en modo corriente, la presente tesis doctoral propone la incorporación de dichas técnicas de diseño a la síntesis e investigación de nuevas estructuras circuitales con vistas a su implementación como circuitos integrados controladores para convertidores conmutados continua-continua. Se pretende proponer soluciones circuitales en modo corriente eficientes para el diseño de controladores, que permitan la implementación de los diversos métodos de control sin necesidad de considerar tecnologías de altas prestaciones (o mejorando sus prestaciones cuando éstas se consideren).

A pesar de las distintas ventajas, ya consignadas, asociadas al procesado en modo corriente, su aplicación al diseño de controladores para convertidores conmutados es, hasta el momento, poco destacable. Cabe citar que la desventaja principal asociada al modo corriente, a saber, la sensible pérdida de precisión de procesado a cuenta del incremento de velocidad de operación, ve su impacto reducido en aplicaciones de diseño de controladores, ya que en dichas aplicaciones la realimentación global del sistema rebaja las especificaciones en cuanto a precisión local. Por otra parte, y para el caso particular del diseño de controladores neurodifusos, la sintonía de las características de los circuitos mediante algoritmos de aprendizaje vuelve a dichos controladores más inmunes en cuanto a imprecisiones de implementación.

Como dos ejemplos de la somera aplicación de las técnicas de procesado en modo corriente al área de controladores para sistemas de potencia, destaca la propuesta en [CHO98] del uso de técnicas circuitales translineales para la obtención de operaciones de producto en el diseño de controladores para la corrección del factor de potencia en convertidores conmutados. Este trabajo indica la idoneidad de la propuesta circuital en modo corriente a su implementación monolítica -aunque no la implementa como tal- frente al uso de multiplicadores analógicos discretos, de difícil sintonía. En otro trabajo reciente [GIV95], en una aplicación tangencial del modo corriente al diseño de controladores, se aprovecha la operación del *current conveyor*

como espejo de corriente de altas prestaciones para el sensado de corriente en aplicaciones de potencia *smart-power*.

Cabe citar, como punto final, que el objetivo de la presente tesis doctoral no lo constituye la propuesta de estructuras microelectrónicas en el área denominada *smart power*, es decir en la combinación en un solo sustrato de estructuras circuitales y tecnológicas de procesado de señal y procesado de potencia [FIN92]. No obstante, las propuestas circuitales derivadas de la aplicación del procesado en modo corriente al diseño de controladores de potencia, sí son susceptibles de ser aplicadas a dichas áreas de investigación, ligadas al terreno de los microsistemas, de modo que se obtengan soluciones plausibles al diseño de controladores para convertidores de alta o baja potencia de altas prestaciones [LAU97], [DAN97].

A tenor de la discusión previa presentada a modo de introducción y justificación, el presente trabajo de investigación se inscribe dentro de la aproximación conjunta entre el área de conversión conmutada de potencia, la teoría de control y el diseño microelectrónico analógico.

Concretamente se plantea la propuesta de diversos circuitos controladores microelectrónicos, como combinación sinérgica de una serie de métodos de control de altas prestaciones para convertidores conmutados continua-continua y la metodología de procesado de señal analógico en modo corriente, conjunción de la que se derivan estructuras circuitales de elevadas prestaciones dinámicas.

En el capítulo II, de carácter autocontenido, tras sentar las bases matemáticas y lógicas sobre las que se fundamenta la teoría de la inferencia difusa, y, por extensión, los controladores difusos, se presenta un estudio exhaustivo sobre las características analíticas de transferencia de los sistemas difusos. Dicha característica se demuestra afín a una familia de métodos de aproximación tanto explícitamente matemáticos como descritos de forma implícita en forma de red de procesado paralelo. Sobre dicho tipo de sistemas de procesado, denominados sistemas de agregación local, se plantean tres desarrollos matemáticos complementarios que fundamentan sus características de aproximación universal de funciones no lineales. Posteriormente, tras el estudio de los sistemas Takagi-Sugeno como sistemas de aproximación que presentan características mejoradas, y que constituyen una extensión de los métodos anteriores, se incorpora la descripción dinámica que permite demostrar la propiedad que dichos sistemas detentan como aproximadores universales de sistemas dinámicos no lineales

arbitrarios. La naturaleza del método de síntesis y modelado propuesto a continuación para dichos sistemas dinámicos no lineales constituye un vínculo con los bien establecidos métodos de síntesis, análisis y modelado de sistemas dinámicos lineales. Debido al carácter de aproximación dinámica no lineal universal de dicho método, éste es comparado con los métodos clásicos de modelado de sistemas dinámicos no lineales basados en las series de Volterra y los modelos de Wiener. Concluida la adecuación de un sistema de modelado local ortogonal de tipo Takagi-Sugeno, se describe el diseño detallado de un circuito integrado analógico con operación discreta secuencial y procesado en modo corriente que implementa dicho sistema con el fin ulterior de su aplicación al control de convertidores conmutados continua-continua.

Por otra parte, la aplicación de técnicas de procesado analógico en modo corriente al diseño tanto de controladores de un ciclo como controladores para el establecimiento de lazos de control de corriente se presenta en el capítulo III. Tras analizar los requerimientos de procesado de dichos métodos de control, que consiguen dinámicas mejoradas gracias al control sobre variables de estado de dinámica rápida del convertidor, se razona su adecuación a la síntesis en modo corriente y se describen sendas estructuras circuitales verificadas en base a simulaciones completas a nivel de transistor.

El capítulo IV plantea un desarrollo complementario al capítulo anterior, estudiando los requerimientos de procesado asociados a la implementación del control en modo de deslizamiento, considerando en general una descripción no lineal de las superficies de deslizamiento, y en concreto se establece una extensión de la interpretación del control difuso presentada en el capítulo II con el fin de incluir el control en modo deslizamiento zonal. A nivel circuital, se justifica la adecuación de las estrategias de control en modo deslizamiento a su implementación analógica, y, en particular, a su implementación en modo corriente. Como aplicación específica, el capítulo desemboca en la descripción completa de un circuito microelectrónico BiCMOS de control en modo deslizamiento para la generación de señal sinusoidal en un convertidor de potencia conmutado de tipo *BUCK*.

Finalmente, en el capítulo V se presentan las conclusiones de la tesis doctoral, en las que se discute el contenido de las diferentes contribuciones realizadas, en relación con las propuestas ya existentes, así como el margen de validez de las mismas, aportándose asimismo distintas futuras líneas de investigación de especial interés.

CAPÍTULO II

ESTUDIO ANALÍTICO DEL CONTROL DIFUSO. DISEÑO MICROELECTRÓNICO DE CONTROLADORES DIFUSOS PARA CONVERTIDORES CONMUTADOS CONTINUA-CONTINUA

2.1 Introducción

El área de conocimiento de la lógica difusa (y por extensión e inclusión, el área de conocimiento de las redes neuronales artificiales) se enriquece de un alto grado de interdisciplinariedad entre diversos campos de investigación, como puedan ser el análisis matemático, la lógica matemática, el procesado de señal, la teoría de control, la electrónica y la neurofisiología.

El control difuso, como aplicación clave de la teoría de la inferencia lógica difusa sobre el área de teoría de control, si bien puede entenderse como una interficie con el razonamiento humano, esto es, como un lenguaje de alto nivel (de hecho de nivel lógico y descripción lingüística), y dado que imbrica herramientas de aproximación en un entorno inferencial, permite asociar un conjunto de descripciones cualitativas a un mapeado analítico no lineal multientrada y multisalida.

En el presente capítulo se persigue establecer una justificación analítica del control difuso, demostrando que la inferencia lógica difusa, no tan sólo constituye un cómputo entre palabras, como aducen parte de los teóricos de dicha área de conocimiento, sino

que tiene un claro equivalente analítico que justifica sus propiedades de aproximación y, por ende, sus excelentes propiedades como sistema de procesado y control no lineal. En dicho sentido, se presenta un punto de vista del control difuso no tanto lingüístico como de aproximación o síntesis de funciones no lineales multidimensionales estáticas, dado que la consideración de un aumento del número de gránulos de información difusa (por lingüística), como requiere la aproximación de sistemas no lineales complejos, conduce a una disminución de su interpretabilidad.

En cuanto a la aplicación del control difuso sobre sistemas dinámicos, la heterogeneidad de enfoques dista de ser satisfactoria. De hecho la interpretación lingüística intuitiva tradicionalmente considerada reduce su aplicabilidad a sistemas dinámicos de orden limitado. Por su parte, la idea comúnmente aceptada según la cual el control difuso es más robusto o que presenta mejores prestaciones dinámicas debiera plantearse como que el control difuso *puede* hacerse más robusto y de mejores prestaciones dinámicas, considerando su capacidad de aproximar arbitrariamente bien cualquier ley no lineal de control, y que existen leyes de esta naturaleza que exhiben dichas propiedades. Pero el control difuso no es *per se* un control de superiores prestaciones, y se requiere un conocimiento de la planta así como de las leyes de control adecuadas para establecer dicho control.

Aun desmitificando el control difuso, que en algunos ámbitos se asocia a una solución universal de control, en el sentido de plantear una solución intuitiva (por interpretable), se demuestra en el presente trabajo su operación como aproximador universal de funciones no lineales estáticas así como aproximador universal de control dinámico no lineal, en el sentido de aproximación de leyes arbitrarias (aunque no necesariamente intuitivas o interpretables).

En el presente capítulo II, y con el objetivo de tratar los anteriores aspectos, tras presentar los fundamentos de la teoría de conjuntos difusos y la lógica difusa, se establece (planteando una tipología comparativa entre los distintos métodos de inferencia, definiciones de la implicación y métodos de defuzzyficación), un modelo analítico de la operación de un sistema completo de inferencia difusa, que permite su equiparación funcional y estructural con distintos paradigmas de aproximación funcional y redes de procesado paralelo. Posteriormente, y tras la formulación del modelo unificado denominado sistema de agregación local, se establecen tres justificaciones matemáticas de carácter demostrativo, si bien que constructivo (en base a una descripción ortogonal sobre espacios de Hilbert, en base al concepto de delta

generalizada y según una descripción de la reconstrucción de una función muestreada en un espacio multidimensional), que permiten inferir resultados cualitativos y cuantitativos sobre las propiedades de aproximación de funciones multidimensionales no lineales que ostentan los sistemas que admiten dicho modelo. Frente a la anterior perspectiva homogénea, el estudio de los sistemas difusos Takagi-Sugeno, interpretados como la conjunción de, por una parte, una subdivisión en zonas localizadas disjuntas del espacio, y por otra parte, la asignación de modelos locales (en particular, afines, lo que permite establecer un paralelismo con los modelos lineales a tramos PWL), que son interpolados, pone de relieve las manifiestas virtudes que dicho modelo difuso presenta y que le confieren una clara ventaja frente a los demás métodos de aproximación. Se presenta un método de síntesis sustentado en la anterior descripción, que permite recuperar parte de los resultados conocidos en cuanto al análisis, modelado y síntesis de sistemas lineales. A continuación, y con la inclusión de una descripción dinámica en el sistema, se demuestra la propiedad que aquellos sistemas difusos de modelos locales presentan como aproximadores universales de sistemas dinámicos no lineales arbitrarios. En particular, se formaliza su estudio como sistemas de control PID no lineal, sistemas compensadores dinámicos no lineales arbitrarios y sistemas de realimentación de estado no lineal arbitraria. Como extensión al estudio de las propiedades de modelado o aproximación óptima de sistemas dinámicos no lineales, y como conclusión de la primera parte del capítulo, se establecen analogías y disimilitudes con las descripciones de sistemas en base a series de Volterra o los modelos de Wiener. La segunda parte del capítulo, tras el estudio de las diferentes posibilidades en cuanto a la implementación microelectrónica de los controladores difusos, cristaliza en la concepción, diseño e implementación de un circuito integrado analógico de procesamiento difuso según el modelo Takagi-Sugeno de orden uno, cuya arquitectura se fundamenta en un funcionamiento secuencial, y cuyo procesamiento se realiza principalmente en modo corriente.

2.2 Principios de matemática y lógica difusa

2.2.1 Teoría de conjuntos difusos

En teoría de conjuntos clásica, la definición de un conjunto A perteneciente a un universo de discurso U establece una dicotomía de subdivisión sobre dicho universo, de forma que para cualquier elemento $x \in U$ se tiene que $x \in A$ o bien $x \notin A$. El conjunto A puede definirse mediante una lista de los miembros que pertenecen a dicho conjunto, o mediante la designación de una regla que deben satisfacer los miembros del mismo, de modo que $A = \{x \in U \mid x \text{ cumple cierta condición}\}$. Un tercer método de definición de conjuntos clásicos consiste en la asignación unívoca de una función de pertenencia $\mu_A(x)$ tal que

$$\mu_A(x) \equiv \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

La extensión de la teoría de conjuntos clásica a la teoría de conjuntos difusa pasa por una extensión o generalización del concepto de pertenencia. Un *conjunto difuso* en un universo de discurso U está caracterizado por una función de pertenencia $\mu_A(x)$ que puede tomar valores del intervalo continuo $[0,1]$. Una posible representación de un conjunto difuso A en U consiste en un conjunto de pares ordenados que asocian a un elemento genérico x un cierto nivel de pertenencia,

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U\} \quad (2.2)$$

Cuando el universo de discurso $U \subseteq \mathfrak{R}$ es continuo, una representación compactada usual es:

$$A = \int_U \mu_A(x) / x \quad (2.3)$$

donde el signo integral no denota integración -en el sentido clásico del cálculo matemático- sino agregación o colección.

Considerando que la asignación de una función de pertenencia sigue criterios subjetivos que parten de descripciones cualitativas de variables, nótese que para la designación de un

conjunto que es difuso en su descripción (e.g. sean x las temperaturas asociadas a la afirmación 'la temperatura es baja') pueden considerarse diversas funciones de pertenencia en cuanto a forma y distribución. Después de asociar un cierta función de pertenencia, no obstante, el conjunto ya no es difuso (por borroso, poco delimitado o poco claro) en sí, al tener una representación unívoca, pero representa a un conjunto de descripción difusa. Desde este punto de vista, la teoría de conjuntos difusos no pretende difundir (por tornar borrosa o poco clara) la definición de conjuntos sino, al asignar una función de pertenencia concreta, se persigue matematizar o eliminar la descripción vaga, difusa o borrosa. Debe remarcarse que un conjunto difuso tiene una correspondencia uno a uno con su función de pertenencia, de forma que la representación es única. Así, a un cierto conjunto descrito de forma subjetiva y borrosa (e.g. sean x las temperaturas asociadas a la afirmación 'la temperatura es baja') pueden asociarse diferentes conjuntos difusos A_1, A_2, \dots asociados a sus correspondientes funciones de pertenencia $\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \text{etc.}$

Manteniendo la idea de que los conjuntos difusos constituyen una extensión respecto a los conjuntos clásicos, pueden definirse una serie de conceptos básicos asociados a aquéllos. El soporte de un conjunto difuso A -*sopA*- es un conjunto clásico (conjunto delimitado o nítido, *crisp set* en inglés) que contiene los elementos cuyo grado de pertenencia al conjunto difuso es no nulo, esto es

$$sop A = \{ (x \in U \mid \mu_A(x) > 0) \} \quad (2.4)$$

Como caso particular de interés práctico, un *singleton* difuso corresponde al conjunto difuso cuyo soporte es un solo punto $x_s \in U$. El concepto de corte- α corresponde al conjunto *crisp* A_α que contiene los elementos en U cuyo grado de pertenencia al conjunto difuso es mayor o igual que α

$$A_\alpha = \{ (x \in U \mid \mu_A(x) > \alpha) \} \quad (2.5)$$

Nótese que un conjunto difuso, definido por su función de pertenencia, queda completamente descrito en base a un conjunto de cortes A_α .

Las definiciones anteriores conciernen a la descripción de un solo conjunto difuso; a continuación se describen las operaciones básicas entre dos conjuntos difusos A y B , definidos sobre el mismo universo de discurso U . Dichas operaciones básicas corresponden a la

extensión de los conceptos de igualdad, complemento, unión e intersección asociados a los conjuntos clásicos.

Se dice que dos conjuntos difusos son *iguales* si y solo si $\mu_A(x) = \mu_B(x)$. El *complemento* o *negación* de A - denotado \bar{A} -, la unión entre A y B -denotada $A \cup B$ - y la intersección entre A y B -denotada $A \cap B$ - son, respectivamente, los conjuntos difusos definidos por las funciones de pertenencia:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.6)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.7)$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.8)$$

Considerando conjuntos no difusos -conjuntos clásicos-, sólo un tipo de operación es posible para el complemento, unión e intersección. Las anteriores operaciones básicas, no obstante, son sólo casos particulares de una generalización de orden superior de dichos conceptos, que resulta en la definición de los *complementos difusos*, intersecciones difusas (*normas-t*) y uniones difusas (*normas-s*). Estos nuevos operadores relacionales para conjuntos difusos se definen en base a un conjunto de axiomas. A continuación se describen dichos axiomas y diversos ejemplos de operadores.

El complemento difuso de un conjunto difuso A , queda definido por la función $c:[0,1] \rightarrow [0,1]$ que establece un mapeado entre las funciones de pertenencia de ambos conjuntos difusos según

$$\mu_{\bar{A}}(x) = c[\mu_A(x)] \quad (2.9)$$

y que cumple los siguientes axiomas:

Axioma c_1 : $c(0)=1$ y $c(1)=0$ (*acotación*)

Axioma c_2 : $\forall x_1, x_2 \in U$, si $\mu_A(x_1) \leq \mu_A(x_2)$ entonces $c(\mu_A(x_1)) \geq c(\mu_A(x_2))$ (*monotonidad*)

La operación de complemento de negación definida previamente en (2.6), que cumple los axiomas c_1, c_2 y queda por tanto establecida como complemento difuso, es de tipo no paramétrico. Por su parte, el complemento difuso λ (clase de Sugeno) y el complemento

difuso ω (clase de Yager) constituyen dos clases o familias de complementos difusos paramétricos, definidos respectivamente por

$$c_{\lambda}(\mu_A(x)) \equiv \frac{1 - \mu_A(x)}{1 + \lambda \mu_A(x)} \quad \lambda \in (-1, \infty) \quad (2.10)$$

$$c_{\lambda}(\mu_A(x)) \equiv \sqrt[\omega]{(1 - \mu_A(x))^{\omega}} \quad \omega \in (0, \infty) \quad (2.11)$$

Por su parte, la intersección difusa o norma- t entre dos conjuntos difusos A y B queda definida por la función $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ que establece un mapeado entre las funciones de pertenencia de ambos conjuntos difusos sobre la función de pertenencia de dicha norma- t según

$$\mu_{A \cap B}(x) = t[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.12)$$

y que cumple los siguientes axiomas:

Axioma t_1 : $t(0,0)=0$; $t(\mu_A(x),1) = t(1, \mu_A(x))$ (*acotación*)

Axioma t_2 : $t(\mu_A(x), \mu_B(x)) = t(\mu_B(x), \mu_A(x))$ (*conmutatividad*)

Axioma t_3 : si $\mu_A(x) \leq \mu_C(x)$ y $\mu_B(x) \leq \mu_D(x)$ entonces $t(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq t(\mu_C(x), \mu_D(x))$ (*monotonicidad*)

Axioma t_4 : $t[t(\mu_A(x), \mu_B(x)), \mu_C(x)] = t[\mu_A(x), t(\mu_B(x), \mu_C(x))]$ (*asociatividad*)

La operación básica de intersección difusa *min* definida previamente en (2.8), que cumple los axiomas t_1, t_2, t_3, t_4 y queda por tanto establecida como norma- t , es de tipo no paramétrico. A continuación se presentan, listadas en la tabla 2.1 otras normas- t no paramétricas propuestas en la literatura como extensión del concepto de intersección.

TABLA 2.1. Normas- t no paramétricas

<i>Producto drástico</i>	$t_{dp}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \begin{cases} \mu_A(x) & \text{si } \mu_B(x) = 1 \\ \mu_B(x) & \text{si } \mu_A(x) = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
--------------------------	--

<i>Producto de Einstein</i>	$t_{ep}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x))}$
<i>Producto algebraico</i>	$t_{ep}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$

Como operaciones representativas entre las normas-t paramétricas, que delimitan clases o familias de normas, se presentan las normas-t de Dubois-Prade, de Dombi y de Yager, definidas en la tabla 2.2.

TABLA 2.2. Normas-t paramétricas

<i>Clase de Dubois-Prade</i>	$t_{\alpha}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{\max(\mu_A(x), \mu_B(x), \alpha)}$	$\alpha \in (0,1)$
<i>Clase de Dombi</i>	$t_{\lambda}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{1}{1 + \lambda \sqrt{\left(\frac{1}{\mu_A(x)} - 1\right)^{\lambda} + \left(\frac{1}{\mu_B(x)} - 1\right)^{\lambda}}}$	$\lambda \in (0, \infty)$
<i>Clase de Yager</i>	$t_{\omega}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = 1 - \min(1, \sqrt[\omega]{(1 - \mu_A(x))^{\omega} + (1 - \mu_B(x))^{\omega}})$	$\omega \in (0, \infty)$

La figura 2.1 muestra una comparación entre tres tipos de normas-t donde se aprecia la idea de agregación via norma-t como extensión del concepto de intersección de conjuntos clásicos.

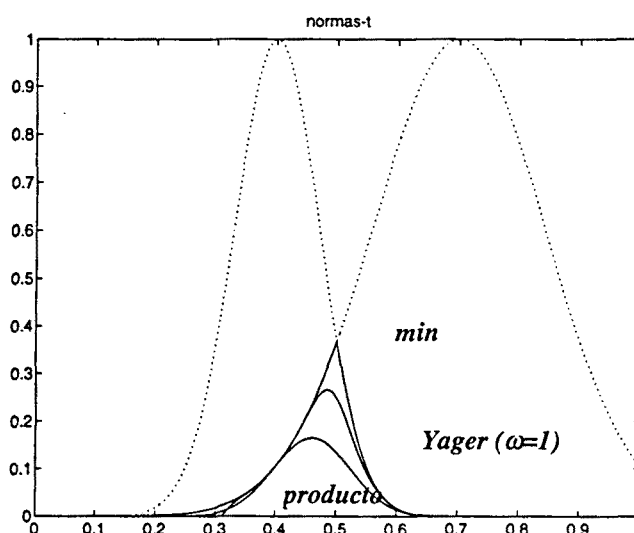


Figura 2.1 Representación de la operación de normas-t sobre dos funciones de pertenencia gaussianas

De manera equivalente, la unión difusa o norma- s -también denominada conorma- t -, como operador de agregación entre dos conjuntos difusos A y B , queda definida por la función $s:[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ que establece un mapeado entre las funciones de pertenencia de ambos conjuntos difusos sobre la función de pertenencia de dicha norma- s según

$$\mu_{A \cup B}(x) = s[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.13)$$

y que verifica los siguientes axiomas:

Axioma s_1 : $s(0,0)=1$; $s(\mu_A(x),1)=s(1, \mu_A(x))$ (acotación)

Axioma s_2 : $s(\mu_A(x),\mu_B(x))=s(\mu_B(x),\mu_A(x))$ (conmutatividad)

Axioma s_3 : si $\mu_A(x) \leq \mu_C(x)$ y $\mu_B(x) \leq \mu_D(x)$ entonces $s(\mu_A(x),\mu_B(x)) \leq s(\mu_C(x),\mu_D(x))$ (monotonicidad)

Axioma s_4 : $s[s(\mu_A(x),\mu_B(x)),\mu_C(x)]=s[\mu_A(x),s(\mu_B(x),\mu_C(x))]$ (asociatividad)

Es inmediato comprobar que la operación básica de unión difusa max , de tipo no paramétrico y definida previamente en (2.7), cumple los axiomas s_1, s_2, s_3, s_4 y queda por tanto establecida como norma- s . A continuación se presentan, en las tablas 2.3 y 2.4, diversas normas- s , tanto no paramétricas como paramétricas (Dubois-Prade, de Dombi y de Yager) propuestas en la literatura como extensión del concepto de unión, y que están asociadas respectivamente a las normas- t no paramétricas y paramétricas de las tablas 2.1 y 2.2.

TABLA 2.3. Normas- s no paramétricas

<i>Suma drástica</i>	$s_{ds}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \begin{cases} \mu_A(x) & \text{si } \mu_B(x) = 0 \\ \mu_B(x) & \text{si } \mu_A(x) = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$
<i>Suma de Einstein</i>	$s_{es}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{1 + \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$
<i>Suma algebraica</i>	$s_{es}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$

TABLA 2.4. Normas-s paramétricas

Clase de Dubois-Prade	$s_\alpha[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) - \min(\mu_A(x), \mu_B(x), 1 - \alpha)}{\max(1 - \mu_A(x), 1 - \mu_B(x), \alpha)}$	$\alpha \in (0, 1)$
Clase de Dombi	$s_\lambda[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{1}{1 + \sqrt[\lambda]{\frac{1}{\left(\frac{1}{\mu_A(x)} - 1\right)^\lambda} + \frac{1}{\left(\frac{1}{\mu_B(x)} - 1\right)^\lambda}}}}$	$\lambda \in (0, \infty)$
Clase de Yager	$s_\omega[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \min\left(1, \sqrt[\omega]{\mu_A(x)^\omega + \mu_B(x)^\omega}\right)$	$\omega \in (0, \infty)$

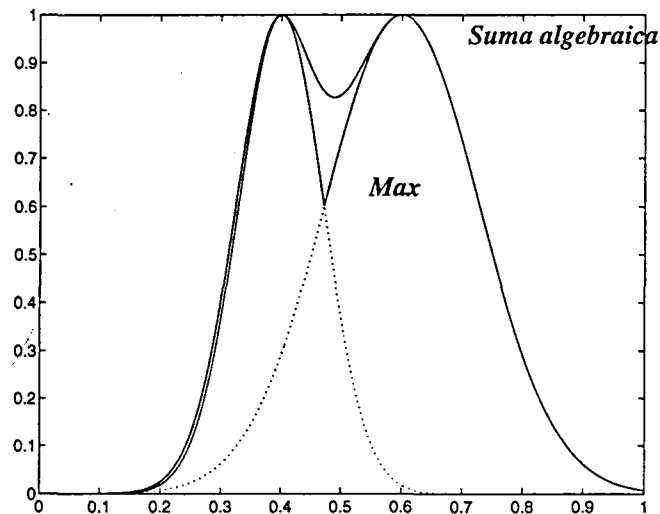


Figura 2.2 Representación de la operación de normas-s sobre dos funciones de pertenencia gaussianas

La figura 2.2 ilustra el efecto de diferentes normas-s sobre dos conjuntos difusos de función de pertenencia gaussiana.

Todo el conjunto de operadores relacionales asociados a las normas-t y a las normas-s colapsan en las operaciones clásicas de unión e intersección de conjuntos cuando los valores de pertenencia son bivaluados en [0,1]. Dada la variedad de normas consideradas, cabe exponer a continuación una serie de propiedades que ordenan su operación.

Respecto a las normas- t de intersección generalizada, la operación de mínimo (2.8) exhibe el mayor valor, mientras que el producto drástico (tabla 2.1) exhibe el menor valor; considerando las normas- s de unión generalizada, la operación de máximo (2.7) exhibe el menor valor, mientras que la suma drástica (tabla 2.3) exhibe el mayor valor. Estos dos pares de normas constituyen, por tanto, los casos extremos de operación de intersección e unión respectivamente, de forma que para cualquier posible definición de operadores de norma- t y norma- s se cumplen las siguientes desigualdades

$$t_{dp}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq t[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.14)$$

$$\max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq s[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq s_{ds}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.15)$$

Por otra parte, tanto las normas- t como las normas- s paramétricas correspondientes a las clases de Yager y Dombi recorren de forma continua el espectro de posibles normas entre las cotas impuestas por (2.14) y (2.15), que a su vez se obtienen como casos particulares de los parámetros λ y ω respectivamente, de forma que se cumplen los siguientes comportamientos límite:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} t_\lambda[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \lim_{\omega \rightarrow \infty} t_\omega[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.16)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} t_\lambda[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \lim_{\omega \rightarrow 0} t_\omega[\mu_A(x), \mu_B(x)] = t_{dp}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.17)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} s_\lambda[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \lim_{\omega \rightarrow \infty} s_\omega[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.18)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} s_\lambda[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \lim_{\omega \rightarrow 0} s_\omega[\mu_A(x), \mu_B(x)] = s_{ds}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.19)$$

Una vez descrito el comportamiento de las normas- t y normas- s , extensión de los conceptos de intersección e unión sobre el dominio de los conjuntos difusos, se presenta a continuación el concepto de operadores de promediado (*averaging operators*, en inglés). Este tipo de operadores paramétricos establecen una transición suave entre la operación de intersección e unión difusas, planteando un compromiso entre el tipo de operación lógica y extendiendo de forma natural el espectro de los operadores de agregación entre conjuntos difusos. Los operadores de agregación usualmente considerados pertenecen a la familia de *promedios max-min*, descritos por

$$v_\lambda[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \lambda \cdot \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] + (1 - \lambda) \cdot \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad \lambda \in [0,1] \quad (2.20)$$

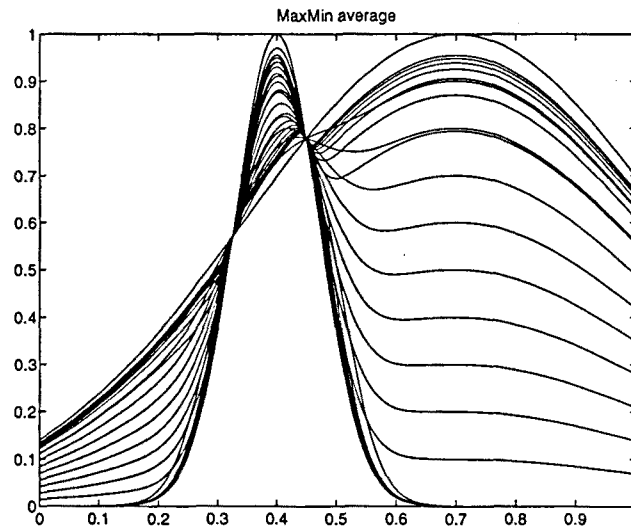


Figura 2.3 Promedio max-min

o a la familia de *medias generalizadas*

$$v_\alpha[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \alpha \sqrt{\frac{\mu_A(x)^\alpha + \mu_B(x)^\alpha}{2}} \quad \alpha \in \mathfrak{R} \quad (\alpha \neq 0) \quad (2.21)$$

La expresión anterior es un caso particular que describe la obtención de medias generalizadas, que, de hecho, pueden definirse en general para n operadores de agregación difusos, según:

$$v_\alpha[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \dots, \mu_{A_n}(x)] \equiv \alpha \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mu_{A_k}^\alpha(x)} \quad \alpha \in \mathfrak{R} \quad (\alpha \neq 0) \quad (2.22)$$

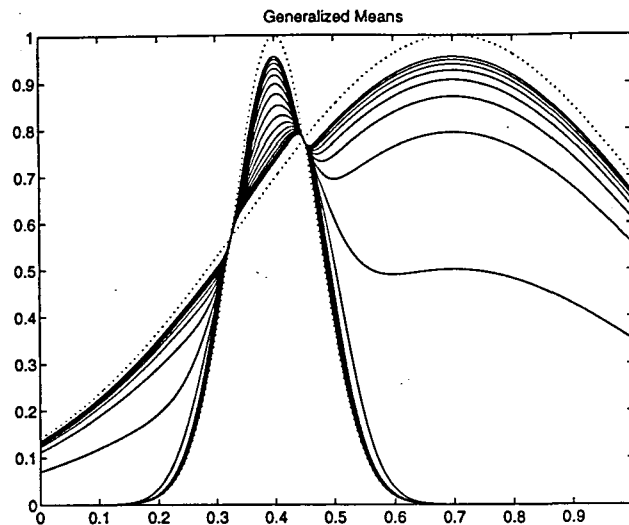


Figura 2.4 Medias generalizadas

De la definición en (2.20), resulta obvio que los promedios max-min cubren el intervalo de operadores en entre $\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$ y $\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$. Puede demostrarse que la familia de medias generalizadas también cubre el mismo intervalo al variar el parámetro α . Una representación gráfica de la operación de dichos operadores de promediado se muestra en las figuras 2.3 y 2.4, en las que se aprecia de forma cualitativa la transición entre las operaciones generalizadas de intersección y unión.

La disposición de los distintos operadores de agregación, *i.e.* normas- s , normas- t y operadores de promediado, y sus diferentes interrelaciones (2.14-2.21) se recogen compactadas en la figura 2.5.

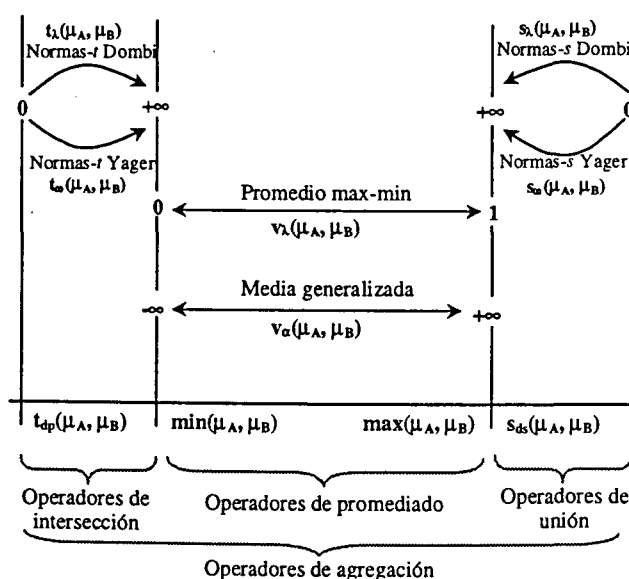


Figura 2.5 Operadores de agregación difusa

2.2.2 Relaciones difusas

En los apartados anteriores se ha definido el concepto de conjunto difuso, asociado a una variable cuyos contornos no están claramente delimitados, y se ha presentado una relación de los distintos operadores para dicha clase de conjuntos. Como extensión natural del concepto de conjunto difuso, se presenta a continuación el concepto de *relación difusa*, como representación de un conjunto difuso multidimensional ($n > 1$). Para introducir dicho concepto, considérese previamente la noción de *relación* entre n conjuntos clásicos arbitrarios U_1, U_2, \dots, U_n , denotada $Q(U_1, U_2, \dots, U_n)$, definida como un subconjunto del producto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ de modo que

$$Q(U_1, U_2, \dots, U_n) \subset U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \quad (2.23)$$

donde el producto cartesiano es el conjunto de todas las n -tuplas que cumplen

$$U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n = \{(u_1, u_2, \dots, u_n) \mid u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_n \in U_n\} \quad (2.24)$$

Un relación entre conjuntos clásicos, que constituye un conjunto multidimensional, puede ser también descrita mediante una función de pertenencia bivaluada, extensión n -dimensional de (2.1):

$$\mu_Q(u_1, u_2, \dots, u_n) \equiv \begin{cases} 1 & \text{si } (u_1, u_2, \dots, u_n) \in Q(U_1, U_2, \dots, U_n) \\ 0 & \text{si } (u_1, u_2, \dots, u_n) \notin Q(U_1, U_2, \dots, U_n) \end{cases} \quad (2.25)$$

Un caso particular de relación entre conjuntos clásicos es la *relación binaria* entre los conjuntos U y V , subconjunto del producto cartesiano $U \times V$. Esta relación bidimensional, que puede ser descrita por una función de pertenencia bivaluada de dos dimensiones, admite también como descriptor la denominada *matriz relacional*, versión discretizada de los diagramas de Venn.

Habiendo presentado los conjuntos clásicos multidimensionales, y, de modo similar a la extensión del concepto de conjunto clásico hacia el de conjunto difuso presentada en (2.2), puede definirse la *relación difusa*, denotada Q y definida en el producto cartesiano de los conjuntos clásicos $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ como el conjunto difuso

$$Q = \{((u_1, u_2, \dots, u_n), \mu_Q(u_1, u_2, \dots, u_n)) \mid (u_1, u_2, \dots, u_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n\} \quad (2.26)$$

donde $\mu_Q(u_1, u_2, \dots, u_n): U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1]$.

Por otra parte, la formalización del concepto de generación de un conjunto difuso n -dimensional partiendo de n conjuntos difusos unidimensionales define el *producto cartesiano difuso*. Sean A_1, A_2, \dots, A_n conjuntos difusos definidos en los universos de discurso unidimensionales U_1, U_2, \dots, U_n . El producto cartesiano de A_1, A_2, \dots, A_n , denotado $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, es una relación difusa cuya función de pertenencia viene dada por

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) \equiv t[\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_2), \dots, \mu_{A_n}(u_n)] = \mu_{A_1}(u_1) * \mu_{A_2}(u_2) * \dots * \mu_{A_n}(u_n) \quad (2.27)$$

En la definición anterior se introducen dos aspectos nuevos. Por una parte, se utiliza la norma- t de la forma usual en el contexto de control difuso que será estudiado en capítulos posteriores. A diferencia del uso de operadores de agregación difusa sobre conjuntos difusos definidos sobre la misma dimensión, tal y como se ha presentado en el apartado previo y describe la literatura especializada, la operación de normas- t y normas- s se aplica de hecho sobre relaciones difusas. En concreto, y esto constituye el segundo aspecto asociado a la expresión (2.27), dicha operación de conjunción difusa se realiza sobre la extensión cilíndrica de la función de pertenencia de cada variable. A título ilustrativo, y antes de definir formalmente este concepto, la figura 2.6 muestra una representación bidimensional de dos relaciones difusas gaussianas (a) y (b) sobre las que se aplica una norma- t (mínimo) en (c) y una norma- s (máximo) en (d). Esta representación permite interpretar los conjuntos difusos bidimensionales según una versión difusa de los diagramas de Venn. La extensión de esta reinterpretación para el caso multidimensional (2.26) admite el símil de una versión difusa del concepto de *bola* de Cálculo Vectorial –véase [MAR87]–, extensión del concepto de intervalo en Cálculo Univariable.

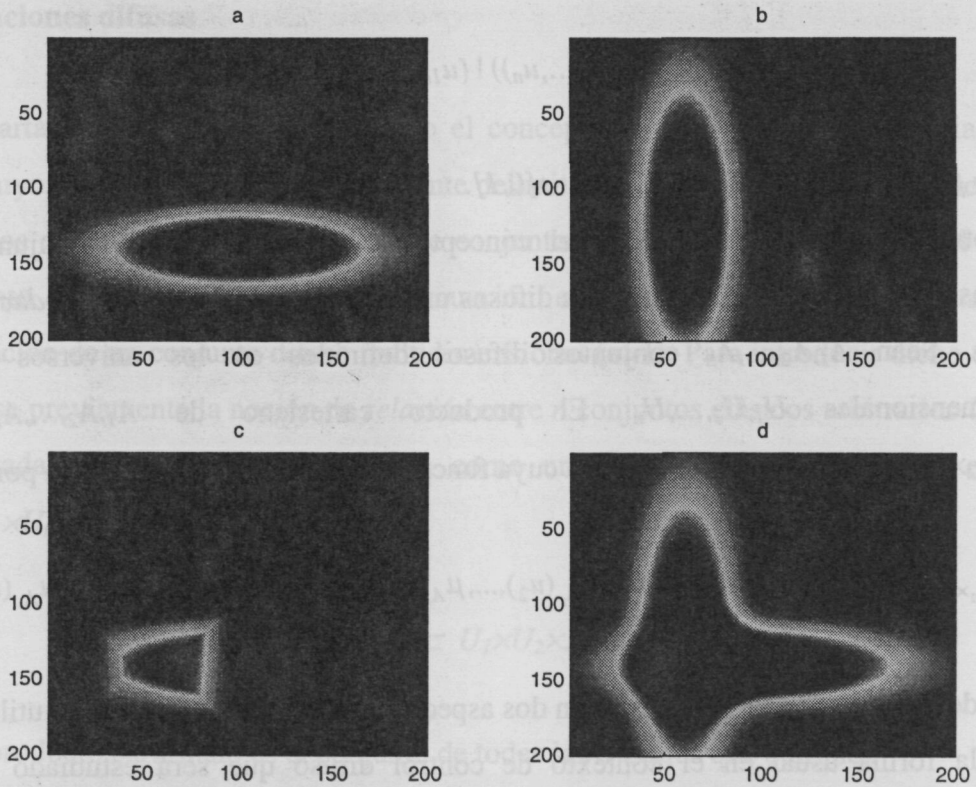


Figura 2.6 Relaciones difusas binarias y operaciones de agregación

A continuación se demarcan los conceptos de *proyección difusa* y *extensión cilíndrica difusa*, como generalización de los equivalentes clásicos. Estas operaciones, que constituyen relaciones entre las distintas dimensiones de los conjuntos multidimensionales, son conceptos clave en la inferencia lógica difusa que se tratará en apartados posteriores.

Considérese Q una relación difusa (conjunto difuso multidimensional) definida en $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Siendo $\{i_1, \dots, i_k\}$ una subsecuencia de la sucesión dimensional $\{1, 2, \dots, n\}$, la *proyección difusa* de Q sobre $U_{i_1} \times \dots \times U_{i_k}$ es una relación difusa Q_P definida en $U_{i_1} \times \dots \times U_{i_k}$ por la función de pertenencia

$$\mu_{Q_P}(u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_k}) \equiv \max_{u_{j_1} \in U_{j_1}, \dots, u_{j_{n-k}} \in U_{j_{n-k}}} \mu_Q(u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (2.28)$$

Como ejemplo ilustrativo, se muestran en la figura 2.7 las proyecciones de una relación difusa binaria Q definida en $U \times V$, denotadas Q_U y Q_V , sobre U y V respectivamente, que quedan definidas por las funciones de pertenencia

$$\mu_{Q_U}(u) \equiv \max_{v \in V} \mu_Q(u, v) \quad \mu_{Q_V}(v) \equiv \max_{u \in U} \mu_Q(u, v) \quad (2.29)$$

Se observa que la proyección de un conjunto o relación difusa restringe (proyecta) una relación difusa sobre un subespacio, perdiéndose, por tanto, parte de la información de conformación.

Por su parte la extensión cilíndrica extiende un conjunto difuso definido en un subespacio hacia el espacio completo. La definición formal de dicha extensión sigue a continuación.

Considérese Q_P una relación difusa (conjunto difuso multidimensional) definida en $U_{i_1} \times \dots \times U_{i_k}$. Siendo $\{i_1, \dots, i_k\}$ una subsecuencia de la sucesión dimensional $\{1, 2, \dots, n\}$, la *extensión cilíndrica* difusa de Q_P sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ es una relación difusa Q_{PE} definida en $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ por la función de pertenencia

$$\mu_{Q_{PE}}(u_1, u_2, \dots, u_n) \equiv \mu_{Q_P}(u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_k}) \quad (2.30)$$

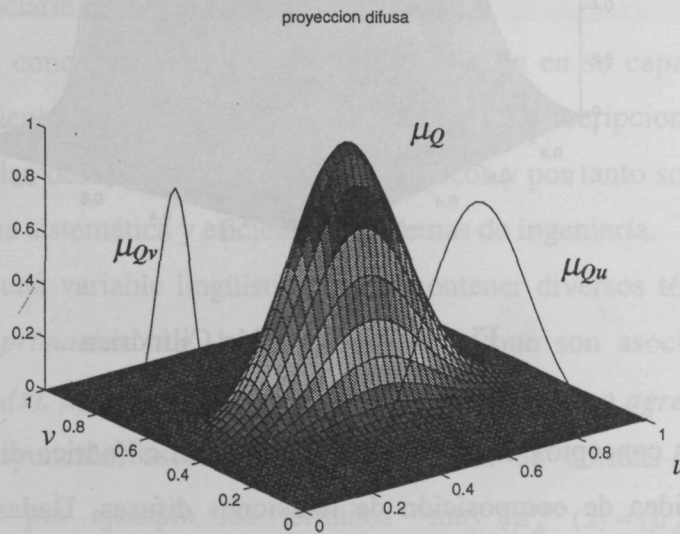


Figura 2.7 Proyección difusa

Se muestran en la figura 2.8 las extensiones cilíndricas sobre $U \times V$ de sendos conjuntos difusos Q_U, Q_V definidos en U y V , que constituyen sendas relaciones difusas Q_{UE}, Q_{VE} definidas en $U \times V$ con función de pertenencia

$$\mu_{Q_{UE}}(u, v) \equiv \mu_{Q_U}(u) \quad \mu_{Q_{VE}}(u, v) \equiv \mu_{Q_V}(v) \quad (2.31)$$

Definido el concepto de extensión cilíndrica, la expresión (2.27) puede reinterpretarse advirtiendo que, en la obtención del conjunto multidimensional difuso que define el producto cartesiano difuso, la norma- t aplica sobre la extensión cilíndrica de cada uno de los conjuntos difusos unidimensionales. Una propiedad relevante que relaciona los conceptos anteriores está asociada a la pérdida de información parcial al proyectar un conjunto difuso. En concreto, dada una relación difusa Q definida en $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, y siendo Q_1, Q_2, \dots, Q_n sus proyecciones sobre U_1, U_2, \dots, U_n , se cumple que la relación original Q siempre está incluida en el producto cartesiano de sus proyecciones, *i.e.*, en la intersección vía operadores norma- t de las n extensiones cilíndricas de cada proyección.

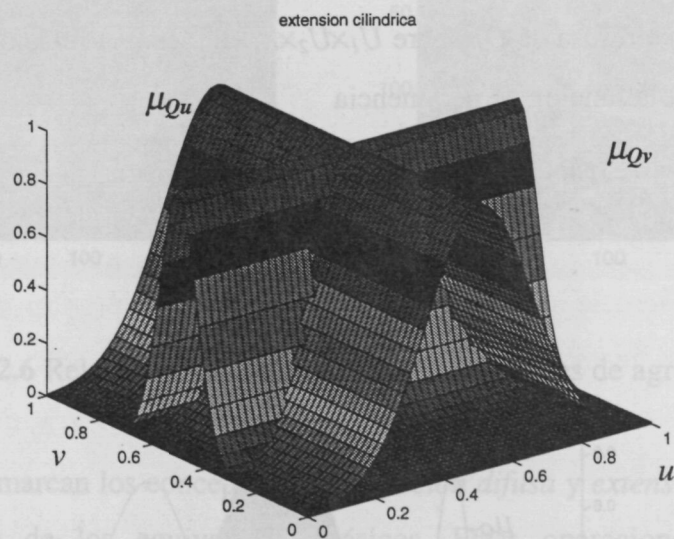


Figura 2.8 Extensión Cilíndrica

Considerando los conceptos de proyección y extensión cilíndrica difusas puede introducirse formalmente la idea de composición de relaciones difusas. Dadas dos relaciones difusas $P(U, V)$ y $Q(V, W)$, su composición $P \circ Q$ viene definida por la función de pertenencia

$$\mu_{P \circ Q}(x, z) \equiv \max_{y \in V} t[\mu_P(x, y), \mu_Q(y, z)] \quad (2.32)$$

Una interpretación de la expresión anterior revela que la composición de dos conjuntos difusos bidimensionales –o relaciones difusas binarias– que comparten una dimensión, consiste en la proyección sobre el subespacio bidimensional de salida de la agregación tridimensional, vía operadores de intersección generalizada, de las funciones de pertenencia que definen dichos conjuntos.

2.2.3 Lógica difusa y razonamiento aproximado

Este apartado considera como punto de partida los conceptos de variable lingüística y reglas difusas SI-ENTONCES como núcleo de conocimiento en que se fundamenta el razonamiento aproximado asociado a la lógica difusa.

De forma cualitativa, si una variable toma como atributos palabras en lugar de valores numéricos determinados, se denomina *variable lingüística*. El tipo de descripciones que se utilizan en el lenguaje común no tiene fronteras claramente delimitadas, de ahí que una hipótesis plausible para describir en términos matemáticos una variable lingüística sea identificarla a un conjunto difuso, a su vez unívocamente asociado a una función de pertenencia. Formalmente, una variable lingüística está caracterizada por un quintuple $(x, T(x), U, G, M)$ donde x es el nombre de la variable, $T(X)$ es el conjunto de términos lingüísticos que puede tomar la variable, siendo cada uno de ellos una variable difusa definida en U , y, por último G y M un conjunto de reglas sintácticas y semánticas, respectivamente, para generar los valores de x y asociarle un significado.

La trascendencia del concepto de variable lingüística radica en su capacidad de describir y representar conocimiento humano (experto), de forma que descripciones vagas debidas al lenguaje natural quedan descritas en términos matemáticos y por tanto son susceptibles de ser incorporadas de forma sistemática y eficiente en sistemas de ingeniería.

El valor asignado a una variable lingüística puede contener diversos términos, clasificables según (a) *términos primarios* (e.g. lento, rápido, etc.), que son asociados a etiquetas de conjuntos difusos $(\mu_A(x), \mu_B(x), \dots)$, (b) *modificadores de conexión o agregación*, bien sean de conjunción o de disyunción, asociados a la aplicación de normas- t y normas- s , y (c) *calificadores*, como por ejemplo los términos 'muy' ($\mu_A^{\text{muy}}(x) = (\mu_A(x))^2$) o 'mas o menos' ($\mu_A^{\text{mas o menos}}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$).

En base a la definición previa de variable lingüística, una regla SI-ENTONCES difusa queda representada por una afirmación condicional del tipo

$$\text{SI } \textit{proposición difusa} \text{ ENTONCES } \textit{proposición difusa} \quad (2.33)$$

donde, a su vez, una *proposición difusa* puede estar constituida por una única afirmación del tipo $\langle x \text{ es } A \rangle$, con x variable lingüística, denominándose *proposición difusa atómica*, o bien estar formada por una composición de proposiciones difusas atómicas mediante operadores

'y', 'o', 'no', constituyendo una *proposición difusa compuesta* (e.g. $\langle x \text{ es } S \text{ y } x \text{ es no } F \rangle$ o $x \text{ es } M \rangle$).

En el contexto de la teoría de conjuntos difusos, una proposición difusa compuesta se interpreta como una relación difusa o un conjunto difuso multidimensional, definida en (2.26), y, por tanto, la obtención de su función de pertenencia resulta de la aplicación de normas-s y normas-t.

La cuestión sobre cuál es la interpretación de la operación difusa SI-ENTONCES en (2.33) encuentra respuesta en el paralelismo con el calculo proposicional clásico, donde dicha expresión se interpreta como una *implicación*, denotada $p \rightarrow q$ y que queda de forma unívoca descrita por la tabla 2.5, equivalente en términos lógicos tanto a

$$\bar{p} \vee q \tag{2.33}$$

como a

$$(p \wedge q) \vee \bar{p} \tag{2.34}$$

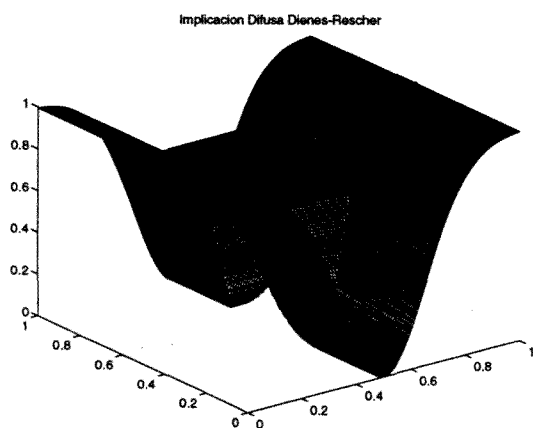
TABLA 2.5. Tabla de verdad de la implicación lógica $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

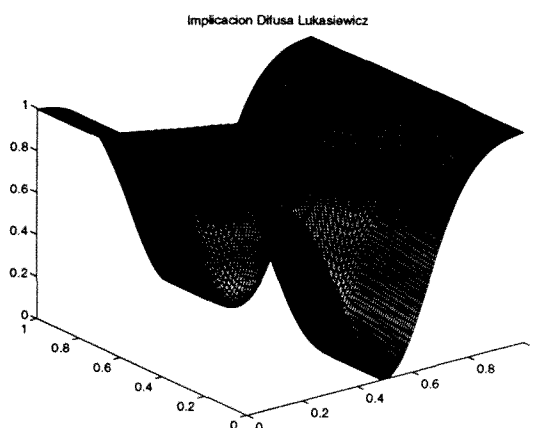
La extensión a la inferencia difusa pasa por interpretar las expresiones clásicas (2.33), (2.34), considerando la negación, intersección y unión como complemento difuso, intersección difusa y unión difusa, respectivamente. Ello justifica que existan diversas posibilidades para obtener la función de pertenencia asociada a la relación difusa que modela la sentencia SI-ENTONCES difusa (2.33). De entre las más conocidas destacan las implicaciones de Dienes-Rescher, Lukasiewicz y Zadeh, que se muestran en la tabla (2.6). Se considera en dicha tabla que en la sentencia *SI* $\langle PD_1 \rangle$ *ENTONCES* $\langle PD_2 \rangle$, el término PD_1 es una relación difusa definida por μ_{PD_1} en $U=U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \times K$, que el término PD_2 es una relación difusa definida por μ_{PD_2} en $V=V_1 \times V_2 \times \dots \times V_m$ y que x y y son conjuntos difusos multidimensional en U y V .

TABLA 2.6. Implicaciones difusas derivadas de la definición clásica

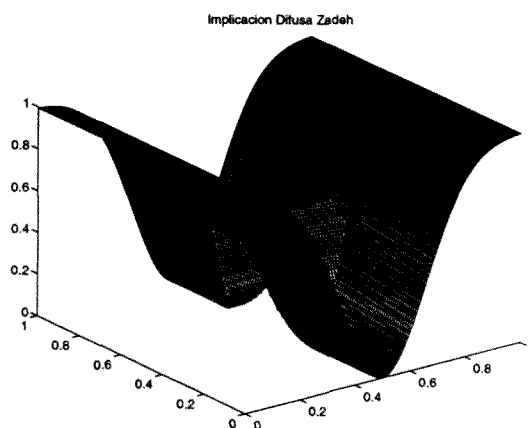
Implicación de Dienes-Rescher	$\mu_{Q_D}(x, y) = \max(1 - \mu_{PD_1}(x), \mu_{PD_2}(y))$	$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q$ complemento difuso básico y unión básica
Implicación de Lukasiewicz	$\mu_{Q_L}(x, y) = \min(1, 1 - \mu_{PD_1}(x) + \mu_{PD_2}(y))$	$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q$ complemento difuso básico y norma-s Yager $\omega=1$
Implicación de Zadeh	$\mu_{Q_Z}(x, y) = \max(\min(\mu_{PD_1}(x), \mu_{PD_2}(y)), 1 - \mu_{PD_1}(x))$	$p \rightarrow q = (p \wedge q) \vee \bar{p}$ complemento difuso básico y unión básica



(a)



(b)



(c)

Figura 2.9 Implicaciones difusas derivadas de la implicación clásica (a) Dienes-Rescher (b) Lukasiewicz (c) Zadeh.

$$\mu_{PD_1}(x) = e^{-\left(\frac{x-0.5}{0.2}\right)^2} \text{ y } \mu_{PD_2}(y) = e^{-\left(\frac{y-0.5}{0.1}\right)^2}$$

A pesar de la importancia teórica de las implicaciones previas, todas ellas tienen un carácter de implicación global, como se aprecia en la figura 2.9, donde se observa en una representación tridimensional que un nivel alto de pertenencia es asignado a zonas del espacio bidimensional en que ni el conjunto difuso antecedente ni el conjunto difuso consecuente presentan valores de pertenencia altos. En la práctica, no obstante, el conocimiento experto lógico de un hecho suele basarse en descripciones locales en forma de reglas según la sintaxis (implícita):

$$SI \langle \text{proposición difusa} \rangle \text{ ENTONCES } \langle \text{proposición difusa} \rangle \text{ SI NO } \langle \text{nada} \rangle \quad (2.35)$$

Esta interpretación está descrita por la tabla de verdad que recoge la tabla 2.7, y cuya formulación lógica compacta es $p \rightarrow q = p \wedge q$, donde aparece explícito el carácter local de esta implicación. La implicación de Mamdani, de repercusión clave en las aplicaciones de control difuso que se expondrán en capítulos posteriores, utiliza este tipo de implicación local. Considerando la intersección lógica como norma- t , bien sea el producto algebraico (tabla 2.1) o la operación de mínimo (2.8), Mamdani propone las siguientes implicaciones locales:

$$\mu_{MM}(x, y) = \min(\mu_{PD_1}(x), \mu_{PD_2}(y)) \quad (2.36)$$

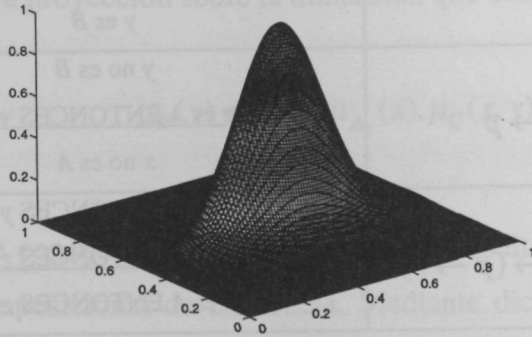
$$\mu_{MP}(x, y) = \mu_{PD_1}(x) \cdot \mu_{PD_2}(y) \quad (2.37)$$

TABLA 2.7. Tabla de verdad de la implicación lógica $p \rightarrow q$ según Mamdani

p	Q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

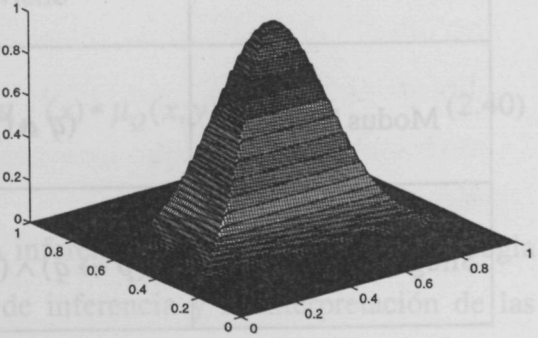
La interpretación local de Mamdani según la norma- t de producto también recibe el nombre de implicación de Larsen [LEE90II]. La figura (2.10) ilustra la interpretación local que de la operación lógica de implicación establecen las implicaciones de Mamdani.

Implicacion Difusa Mamdani Producto



(a)

Implicacion Difusa Mamdani Minimo



(b)

Figura 2.10 Implicación difusa de Mamdani mediante normas- t (a) Producto (b) Mínimo

$$\mu_{PD_1}(x) = e^{-\left(\frac{x-0.5}{0.2}\right)^2} \text{ y } \mu_{PD_2}(y) = e^{-\left(\frac{y-0.5}{0.1}\right)^2}$$

Habiendo descrito los fundamentos que definen las variables lingüísticas, así como el conocimiento experto imbricado en las proposiciones difusas y en las reglas SI-ENTONCES, se describe a continuación la utilización de dichos conceptos para obtener razonamiento aproximado en base a lógica difusa.

Como extensión del concepto equivalente en lógica clásica, el razonamiento aproximado o difuso (*approximate reasoning*, en inglés) se define como la obtención de un conjunto de proposiciones difusas (consecuentes lógicos) a partir de un conjunto de proposiciones difusas (antecedentes lógicos).

En lógica clásica, una serie de expresiones algebraicas, denominadas *fórmulas lógicas* permiten expresar relaciones entre proposiciones lógicas a partir de un conjunto completo de operaciones primitivas. Considerando aún el terreno de lógica clásica, la *inferencia deductiva* se obtiene aplicando diversas formas de tautologías (fórmula lógica cuyo valor lógico es siempre cierto independientemente del valor lógico de sus proposiciones), conocidas como *reglas de inferencia*. La siguiente tabla muestra las tres reglas de inferencia deductiva clásicas, el Modus Ponens, el Modus Tollens y el Silogismo Hipotético.

TABLA 2.8. Reglas de inferencia clásicas y difusas

Modus Ponens	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$	x es A <u>Si x es A ENTONCES y es B</u> y es B
Modus Tollens	$(\bar{q} \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \bar{p}$	y no es B <u>Si x es A ENTONCES y es B</u> x no es A
Silogismo hipotético	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$	Si x es A ENTONCES y es B <u>Si y es B ENTONCES z es C</u> Si x es A ENTONCES z es C

Como extensión de la lógica clásica, en lógica difusa, las proposiciones lógicas pasan a ser proposiciones difusas, y como tales, son representadas por conjuntos difusos. Los principios fundamentales de inferencia en lógica difusa son el *Modus Ponens Generalizado (MPG)*, el *Modus Tollens Generalizado (MTG)* y el *Silogismo Hipotético Generalizado (SHG)*. La definición lógica de dichos principios es, de forma natural, la misma que la descrita en la tabla 2.8, al considerar los conjuntos A, B y C conjuntos difusos descritos por funciones de pertenencia generalizadas, así como relaciones difusas de implicación.

Al pretender razonar en base a las tautologías en su versión difusa, definidas en la tercera columna de la tabla 2.8, debe resolverse la cuestión de cómo obtener la función de pertenencia del conjunto difuso de salida (consecuente o conclusión) a partir de la función de pertenencia del conjunto de entrada (antecedente o premisa). La llave de dicho problema se encuentra en la denominada *Regla Composicional de Inferencia (Compositional Rule of Inference, en inglés)*. Dicha regla pretende extender el procedimiento de inferencia de un valor numérico $b=f(a)$ a partir de un valor numérico de entrada a y una cierta relación analítica $y=f(x)$. Sin pérdida de generalidad se asume a continuación la derivación de la regla composicional de inferencia para un caso bidimensional. Considérese un conjunto difuso A' - $\mu_A(x)$ - definido en U , y sea Q - $\mu_Q(x,y)$ - una relación difusa (conjunto difuso bidimensional) definida en $U \times V$. Considerando la extensión cilíndrica del conjunto de entrada, A_E' de A' (según (2.30)),

$$\mu_{A_E'}(x, y) = \mu_A(x) \quad (2.38)$$

y su intersección con la relación difusa Q , se obtiene un conjunto difuso intersección $A_E' \cap Q$ descrito por

$$\mu_{A_E \cap Q}(x, y) = t(\mu_{A_E}(x), \mu_Q(x, y)) \quad (2.39)$$

cuya proyección sobre la dimensión que define V , deviene

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in U} t(\mu_{A_E}(x), \mu_Q(x, y)) = \sup_{x \in U} (\mu_{A_E}(x) * \mu_Q(x, y)) \quad (2.40)$$

que constituye el conjunto de salida resultado de la inferencia lógica difusa según la regla composicional de inferencia. Mediante dicha regla de inferencia y la interpretación de las reglas SI-ENTONCES como relaciones difusas o conjuntos multidimensionales según los distintas implicaciones descritas por (2.36), (2.37) y la tabla 2.6, las segundas premisas definidas en el Modus Ponens Generalizado y Modus Tollens Generalizado de la tabla 2.8 corresponden a las relaciones Q en (2.40). En el caso del Silogismo Hipotético Generalizado, la combinación de las dos premisas que constituyen los antecedentes puede realizarse mediante la composición de relaciones difusas descrita en (2.32). La particularización de la expresión (2.40) para las tres tautologías de inferencia lleva a las siguientes expresiones de inferencia generalizada o difusa:

$$\text{Modus Ponens Generalizado: } \mu_B(y) = \sup_{x \in U} t(\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)) \quad (2.41)$$

$$\text{Modus Tollens Generalizado: } \mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t(\mu_B(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)) \quad (2.42)$$

$$\text{Silogismo Hipotético Generalizado: } \mu_{A \rightarrow C}(x, z) = \sup_{y \in V} t(\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B \rightarrow C}(y, z)) \quad (2.43)$$

De los métodos de inferencia expuestos, el Modus Ponens Generalizado tiene un significado de inferencia hacia delante (*feedforward*), que justifica su aceptación como método de inferencia utilizado en aplicaciones prácticas de control difuso. En otros términos, la inferencia proporcionada por el *MPG* está condicionada por los datos de entrada (*data-driven inference*, en inglés), a diferencia de la inferencia proporcionada por el Modus Tollens Generalizado, que está condicionada por los objetivos o resultados (*goal-driven inference*, en inglés), hecho que evidencia su uso en sistemas expertos; *verbigratia* en aplicaciones de diagnóstico médica [LEE90I]. Adicionalmente, si se interpreta como relación difusa la implicación $p \rightarrow q$ según Mamdani, el Modus Ponens Generalizado adquiere la formulación más utilizada en aplicaciones de control, por presentar una inferencia hacia delante propia del

MPG (i.e., existe relación lógica causa-efecto, y en sistemas dinámicos, el sistema controlador es causal) y una interpretación local de las reglas, en virtud de la inferencia Mamdani. Como ejemplo ilustrativo, si se considera como norma- t el producto algebraico, y como implicación $\mu_{A \rightarrow B}(x,y)$ el producto de Mamdani, dada una premisa antecedente asociada al conjunto difuso descrito por $\mu_{Ain}(x)$, la función de pertenencia que describe el conjunto difuso $\mu_{Bout}(x)$ resultado del razonamiento aproximado debido al Modus Ponens Generalizado, ilustrado en la figura 2.11, sigue la expresión:

$$\mu_{Bout}(y) = \sup_{x \in U} \mu_{Ain}(x) \cdot \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \quad (2.44)$$

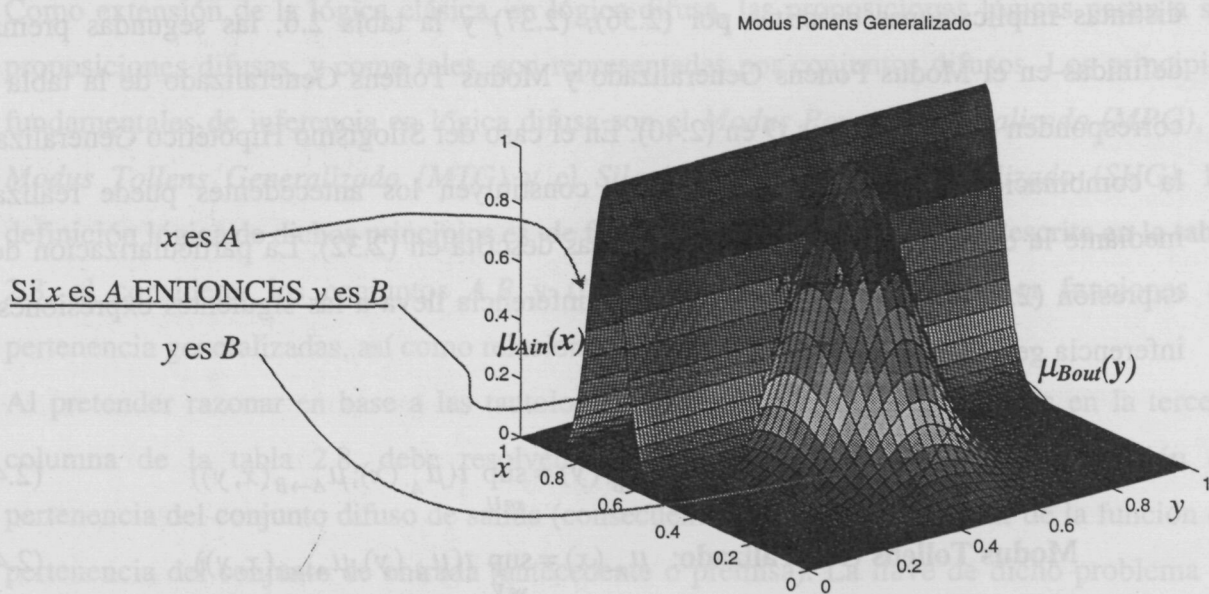


Figura 2.11 Ilustración del proceso de inferencia difusa según el método del Modus Ponens Generalizado con implicación local tipo Mamdani

2.2.4 Sistemas difusos. Núcleos de inferencia difusa.

En los apartados previos, se han tratado los mecanismos de inferencia que utiliza la lógica difusa para extraer conocimiento difuso en base a una regla experta y un cierto conjunto difuso de entrada. En la práctica, los sistemas difusos realizan una tarea equivalente, bien que extendida a un conjunto de reglas difusas, que constituyen el núcleo de conocimiento experto contenido en un sistema difuso. A continuación se definen formalmente los conceptos de base de reglas y se describe el procedimiento para establecer inferencias globales. Sin pérdida de generalidad, se considera un sistema difuso que establece un mapeado entre un vector de un espacio n -dimensional difuso de entrada $U=U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \subset \mathcal{R}^n$ y una salida difusa

unidimensional sobre $V \subset \mathcal{R}$ (un sistema de entrada múltiple y salida única). En dicho caso, la base de reglas queda constituida por un conjunto de $l=1,2,\dots,M$ reglas canónicas SI-ENTONCES del tipo

$$\begin{aligned}
 R^1 &: \text{ SI } u_1 \text{ es } A_1^1 \text{ y } \dots \text{ y } u_n \text{ es } A_n^1 \text{ ENTONCES } v \text{ es } B^1 \\
 R^l &: \text{ SI } u_1 \text{ es } A_1^l \text{ y } \dots \text{ y } u_n \text{ es } A_n^l \text{ ENTONCES } v \text{ es } B^l \\
 R^M &: \text{ SI } u_1 \text{ es } A_1^M \text{ y } \dots \text{ y } u_n \text{ es } A_n^M \text{ ENTONCES } v \text{ es } B^M
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

Donde $u=(u_1, u_2, \dots, u_n)^T \in U$ y $v \in V$ son las variables lingüísticas (conjuntos difusos) de entrada y de salida, respectivamente, y $A_i^l \in U$ y $B^l \in V$ son conjuntos difusos definidos en $U \subset \mathcal{R}$ y $V \subset \mathcal{R}$. Estas reglas se denominan canónicas porque engloban cualquier tipo de enunciado o proposición difusa, en particular, reglas parciales (con entradas sub n-dimensionales), reglas del tipo O, enunciados no condicionales, reglas graduales y reglas no difusas clásicas [WAN97]. La parte debida a los antecedentes, puede interpretarse como una agregación de conjuntos difusos unidimensionales -base anterior(2.45)-, o bien, advirtiendo que $A_1^l \times \dots \times A_n^l$ es una relación difusa definida en $U=U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \subset \mathcal{R}^n$ por la función de pertenencia

$$\mu_{A_1^l \times A_2^l \times \dots \times A_n^l}(u_1, u_2, \dots, u_n) \equiv \mu_{A_1^l}(u_1) * \mu_{A_2^l}(u_2) * \dots * \mu_{A_n^l}(u_n) \tag{2.46}$$

es razonable definir la base de reglas con antecedentes multidimensionales según

$$\begin{aligned}
 R^1 &: \text{ SI } u \text{ es } A_1^1 \times A_2^1 \times \dots \times A_n^1 \text{ ENTONCES } v \text{ es } B^1 \\
 R^l &: \text{ SI } u \text{ es } A_1^l \times A_2^l \times \dots \times A_n^l \text{ ENTONCES } v \text{ es } B^l \\
 R^M &: \text{ SI } u \text{ es } A_1^M \times A_2^M \times \dots \times A_n^M \text{ ENTONCES } v \text{ es } B^M
 \end{aligned}
 \tag{2.47}$$

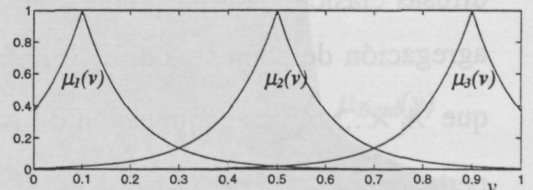
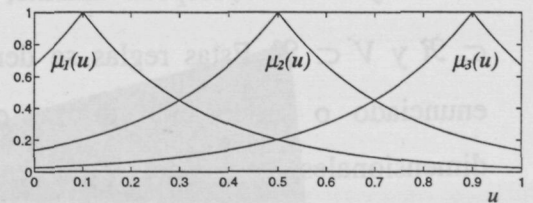
Para un conjunto de reglas difusas suelen considerarse diversos conceptos que conciernen a la interrelación de las reglas respecto al espacio global donde están definidas. En concreto, un conjunto de reglas difusas cumple la propiedad de ser *completo* si

$$\forall u \in U, \exists R^l \text{ tal que } \mu_{A_i^l}(u_i) \neq 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \tag{2.48}$$

Se considera además que el conjunto de reglas es *consistente*, si no existen reglas que compartan los mismos antecedentes con consecuentes diferentes, y que el conjunto es *continuo* si no existen reglas antecedentes contiguos cuyos consecuentes sean disjuntos. Ambos conceptos son clave para el estudio de la capacidad que presentan los sistemas difusos como aproximadores multidimensionales de funciones, aspecto que se tratará en capítulos posteriores. La figura 2.12 muestra, a título ilustrativo, un conjunto de 9 reglas difusas que es completo, consistente y continuo, además de exhibir una estructura regular. Dicha figura comparativa permite establecer la similitud funcional entre la definición unidimensional de los conjuntos difusos (2.45) o, equivalentemente, su definición directamente multidimensional (2.47).

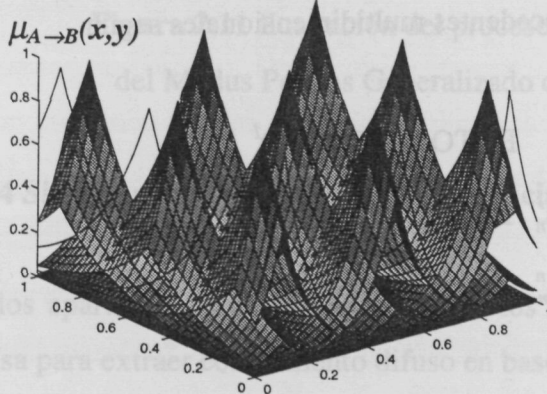
- R^1 : SI u_1 es A_1^1 y u_2 es A_1^2 ENTONCES v es B^1
- R^2 : SI u_1 es A_2^1 y u_2 es A_1^2 ENTONCES v es B^2
- R^3 : SI u_1 es A_3^1 y u_2 es A_1^2 ENTONCES v es B^3
- R^4 : SI u_1 es A_1^1 y u_2 es A_2^2 ENTONCES v es B^4
- R^5 : SI u_1 es A_2^1 y u_2 es A_2^2 ENTONCES v es B^5
- R^6 : SI u_1 es A_3^1 y u_2 es A_2^2 ENTONCES v es B^6
- R^7 : SI u_1 es A_1^1 y u_2 es A_3^2 ENTONCES v es B^7
- R^8 : SI u_1 es A_2^1 y u_2 es A_3^2 ENTONCES v es B^8
- R^9 : SI u_1 es A_3^1 y u_2 es A_3^2 ENTONCES v es B^9

(a)



(b)

Base de reglas difusas regular



(c)

- R^1 : SI u es $A_{1,1}$ ENTONCES v es B^1
- R^2 : SI u es $A_{1,2}$ ENTONCES v es B^2
- R^3 : SI u es $A_{1,3}$ ENTONCES v es B^3
- R^4 : SI u es $A_{2,1}$ ENTONCES v es B^4
- R^5 : SI u es $A_{2,2}$ ENTONCES v es B^5
- R^6 : SI u es $A_{2,3}$ ENTONCES v es B^6
- R^7 : SI u es $A_{3,1}$ ENTONCES v es B^7
- R^8 : SI u es $A_{3,2}$ ENTONCES v es B^8
- R^9 : SI u es $A_{3,3}$ ENTONCES v es B^9

(d)

Figura 2.12 Representación gráfica de una base de reglas difusas con $\mu_A(x) = e^{-k(x-x_c)}$

(a) base de reglas unidimensionales (b) conjuntos difusos unidimensionales

(c) conjuntos difusos bidimensionales (d) base de reglas bidimensionales

De cara a la inferencia lógica difusa que debe llevar a cabo el motor o *núcleo de inferencia difusa*, que establece un mapeado entre un conjunto difuso de entrada A' en U sobre un conjunto B' en V y, conociendo la aplicación de la lógica difusa (vía *MPG*) a la inferencia especificada por una regla, la cuestión clave es cómo extender dicha inferencia al caso de un conjunto de reglas difusas que establecen y definen un determinado conocimiento. La obtención de la relación difusa que representa al conjunto de reglas difusas puede llevar a la denominada *inferencia basada en composición* o bien a *inferencia basada en regla individual*.

La inferencia basada en la composición construye un conjunto (relación) difusa como combinación (o composición) lógica de cada regla, aplicando posteriormente el Modus Ponens Generalizado a dicha composición global. En función de la interpretación lógica de la combinación de reglas pueden aplicarse distintos operadores lógicos. La *combinación de Mamdani* considera la unión extendida de cada regla como efecto global, de modo que la relación Q_M en $U \times V$ se define mediante:

$$Q_M = \bigcup_{l=1}^M R^l \Leftrightarrow \mu_{Q_M}(u, v) = s[\mu_{R^1}(u, v), \dots, \mu_{R^M}(u, v)] \quad (2.49)$$

Por su parte, la *combinación* de Gödel asume una intersección lógica como efecto combinado de la base de reglas, que se interpreta como una relación difusa Q_G en $U \times V$ tal que:

$$Q_G = \bigcap_{l=1}^M R^l \Leftrightarrow \mu_{Q_G}(u, v) = t[\mu_{R^1}(u, v), \dots, \mu_{R^M}(u, v)] \quad (2.50)$$

Según las definiciones anteriores, para una determinada base de reglas, y aplicando la tautología de inferencia Modus Ponens Generalizado, se obtiene como conclusión de núcleo de inferencia basado en composición según Mamdani

$$\mu_{B'}(v) = \sup_{x \in U} t\{\mu_{A'}(u), s[\mu_{R^1}(u, v), \dots, \mu_{R^M}(u, v)]\} \quad (2.51)$$

y, según la combinación de Gödel, se infiere

$$\mu_{B^*}(v) = \sup_{x \in U} t \{ \mu_{A^*}(u), t \{ \mu_{R^1}(u, v), \dots, \mu_{R^M}(u, v) \} \} \quad (2.52)$$

Obsérvese que la razonable propiedad de que el orden de las reglas difusas en la base de información difusa es irrelevante, se preserva por las propiedades de conmutatividad (axiomas t_2 y s_2) y asociatividad (axiomas t_4 y s_4) que presentan las normas- t y normas- s .

En cuanto a la inferencia basada en regla individual se refiere, inferencia ésta de mayor interés práctico de cara a ulteriores implementaciones, cada regla se evalúa de forma independiente e individual, obteniéndose M conjuntos difusos de salida del tipo

$$\mu_{B_i}(v) = \sup_{x \in U} t \{ \mu_{A^*}(u), \mu_{R^i}(u, v) \} \quad (2.53)$$

que pueden ser combinados por unión extendida vía normas- s (Mamdani)

$$\mu_{B^*}(v) = s \{ \mu_{B_1}(v), \dots, \mu_{B_M}(v) \} \quad (2.54)$$

o bien mediante intersección extendida vía normas- t (Gödel) según:

$$\mu_{B^*}(v) = t \{ \mu_{B_1}(v), \dots, \mu_{B_M}(v) \} \quad (2.55)$$

Aunque se exponga la combinación gödeliana por completitud de la clasificación de inferencias, el control difuso considera la combinación de Mamdani, como acción agregada de los efectos de inferencia sobre cada regla (que a su vez exhiben un efecto local en virtud de la implicación en norma- t y el GMP asociado a Mamdani).

A partir de la formulación del razonamiento difuso descrito por las expresiones (2.41), (2.51), (2.52), (2.54), (2.55), la variedad de núcleos de inferencia es considerable, siendo posible considerar inferencia basada en composición o individual, basada en agregación de Mamdani o de Gödel, los distintos tipos de implicaciones difusas - Dienes-Rescher, Lukasiewicz, Zadeh o Mamdani, y, a su vez, la variedad de normas- s y normas- t . En base a criterios de interpretabilidad intuitiva y eficiencia computacional, existe un conjunto de núcleos de inferencia bien establecidos, que son descritos a continuación junto a las diversas propiedades que llevan a su definición.

NI_p: Núcleo de inferencia de producto (Mamdani 1): Este motor de inferencia considera inferencia basada en la individualidad de cada regla con agregación del tipo unión de Mamdani (con operador de *max* como norma-*s*), implicación de producto según Mamdani y normas-*t* del tipo producto algebraico para conformar la función de pertenencia n-dimensional antecedente. La ecuación (2.56) muestra la expresión analítica que describe el núcleo de inferencia Mamdani 1.

$$\mu_{B'}(v) = \max_{l=1}^M \left\{ \sup_{x \in U} \mu_{A'}(u) \cdot \prod_{i=1}^n \mu_{R_i^l}(u_i) \mu_{B'}(v) \right\} \quad (2.56)$$

NI_p: Núcleo de inferencia de Mínimo (Mamdani 2): El motor de inferencia de mínimo (Mamdani 2) es equivalente al motor de inferencia de producto (Mamdani 1) considerando implicación de mínimo según Mamdani y normas-*t* del tipo *min*, y queda descrito por:

$$\mu_{B'}(v) = \max_{l=1}^M \left\{ \sup_{x \in U} \min(\mu_{A'}(u), \mu_{A_1^l}(u_1), \mu_{A_2^l}(u_2), \dots, \mu_{A_n^l}(u_n), \mu_{B'}(v)) \right\} \quad (2.57)$$

Los dos núcleos de inferencia de Mamdani son *funcionalmente* equivalentes y consituyen la base, por su eficacia computacional e interpretabilidad local, para las aplicaciones de control difuso que se estudian en apartados próximos. Ambos motores de inferencia exhiben la propiedad de ser invariantes si se intercambia la inferencia individual (2.54) por inferencia combinada (2.51), conclusión que no aplica cuando la inferencia difusa parte de la definición lógica clásica de implicación (tabla 2.5) [LEE90II]. Esta propiedad puede ser intuitivamente interpretada en virtud de la localidad de estos modelos de inferencia; esta localidad, por su parte, resulta en el mayor inconveniente de este tipo de inferencia, a saber, cuando una de las reglas no dispara suficientemente ($\mu_{A'}(u) \rightarrow 0$), el valor inferido es pequeño ($\mu_{B'}(v) \rightarrow 0$), lo que conlleva problemas prácticos de implementación, que serán discutidos en el apartado correspondiente. Los siguientes motores de inferencia, que consideran implicaciones no locales, normas-*t* de tipo *min* y agregación individual gödeliana, evitan dicho problema, aunque en detrimento de su interpretabilidad e implementabilidad. En función del tipo de implicación (Zadeh, Lukasiewicz o Dienes-Rescher) se obtienen los siguientes núcleos de inferencia:

NI_Z:Núcleo de inferencia de Zadeh

$$\mu_{B'}(v) = \min_{l=1}^M \left\{ \sup_{x \in U} \min \left[\mu_{A'}(u), \max(\min(\mu_{A'_1}(u_1), \mu_{A'_2}(u_2), \dots, \mu_{A'_n}(u_n)), \mu_{B'}(v)), 1 - \min_{i=1}^n \mu_{A'_i}(u_i)) \right] \right\} \quad (2.58)$$

NI_L:Núcleo de inferencia de Lukasiewicz

$$\mu_{B'}(v) = \min_{l=1}^M \left\{ \sup_{x \in U} \min \left[\mu_{A'}(u), 1 - \min_{i=1}^n \mu_{A'_i}(u_i) + \mu_{B'}(v) \right] \right\} \quad (2.59)$$

NI_{DR}:Núcleo de inferencia de Dienes-Rescher

$$\mu_{B'}(v) = \min_{l=1}^M \left\{ \sup_{x \in U} \min \left[\mu_{A'}(u), \max(1 - \min_{i=1}^n \mu_{A'_i}(u_i), \mu_{B'}(v)) \right] \right\} \quad (2.60)$$

2.3 Control difuso

2.3.1 Sobre el concepto de control difuso

El control difuso puede interpretarse como la aplicación de un motor de inferencia para la obtención de una acción de control en función de una cierta entrada difusa multidimensional (vector de componentes difusas) al sistema de control. En dicho caso, la acción del núcleo de inferencia se basa en la aplicación de la regla composicional de inferencia particularizada en el Modus Ponens Generalizado, de modo que el conjunto difuso de salida inferido es $B' = A' \circ R$, considerando como entrada al controlador un conjunto difuso multidimensional A' y una base de reglas que define la relación difusa R . Tal como se ha descrito, las entradas y salidas de un núcleo de inferencia difusa son conjuntos difusos; a su vez, las entradas y salidas de un sistema de control real son vectores o valores numéricos o niveles de señal que no son difusos, de ahí que, formalmente, se requiera una etapa de conversión y desconversión entre ambos dominios. Dichas etapas se denominan *fuzzifier* y *defuzzifier* en inglés (por claridad se tomarán por nomenclatura los vocablos *fuzzyficador* y *defuzzyficador*) y su inserción en un sistema de control difuso se muestra en la figura (2.13).

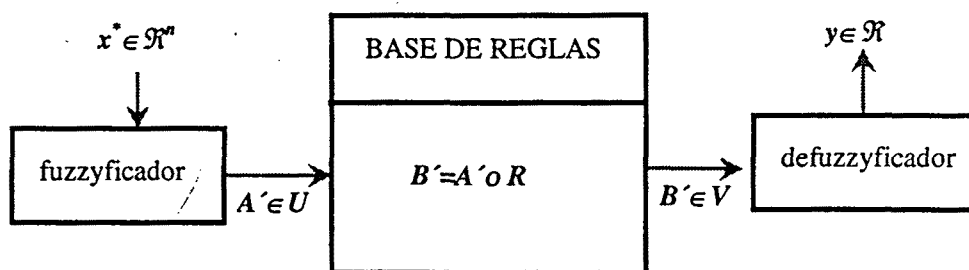


Figura 2.13 Sistema de control difuso con etapa de fuzzyficación y defuzzyficación

La definición de control difuso anterior, que considera un sistema difuso de entrada múltiple y salida única (MISO), no incurre en una pérdida de generalidad, dado que un sistema difuso de entrada múltiple y de salida múltiple (MIMO) es susceptible de ser expresado como una combinación de sistemas difusos MISO [LEE90II], condición que es una particularización de la característica que presentan los sistemas de control MIMO genéricos.

2.3.2 Métodos de fuzzyficación

La etapa de fuzzyficación establece la conversión entre un vector de entrada cuyas

componentes no son difusas (i.e. sin incerteza en su definición), denotado $x^* \in U \subset \mathcal{R}^n$, y un conjunto difuso n -dimensional difuso o relación difusa A en U definido por:

$$A = \int_{U_1 \times \dots \times U_n} \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(u_i^*) \right) / (u_1, \dots, u_n) \quad (2.61)$$

donde el símbolo de intersección representa un norma- t que realiza la conjunción entre premisas. La propuesta de fuzzyficación más utilizada es la asociación de la entrada real a un *singleton* difuso según

$$\mu_{A'}^{singleton}(u_1, \dots, u_n) \equiv \begin{cases} 1 & \text{si } (u_1, \dots, u_n) = (u_1^*, \dots, u_n^*) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.62)$$

Aunque formalmente esta asignación convierte un vector de entrada en un vector difuso, y por tanto susceptible de ser interpretado por el núcleo de inferencia, no se establece una fuzzyficación en el sentido de incorporación de incertidumbre, como suele interpretarse. Además de asignar un valor máximo de pertenencia (de hecho, único valor no nulo) al vector de entrada, propiedad razonable que cualquier fuzzyficador cumple, la fuzzyficación basada en *singleton* resulta en una ostensible reducción de la complejidad del cálculo de inferencia, eliminando la necesidad de calcular la operación de supremo (*sup*) en las expresiones que regulan la inferencia difusa (2.56)-(2.60). Este hecho resulta en un claro incremento de la eficiencia computacional de este tipo de fuzzyficación, lo que justifica su amplia aceptación en la implementación práctica de controladores difusos. Se muestran a continuación las expresiones, simplificadas bajo la hipótesis de fuzzyficación tipo *singleton*, que designan la operación de los distintos núcleos de inferencia.

$$\text{Inferencia Mamdani 1: } \mu_{B'}(v) = \max_{l=1}^M \left\{ \prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(u_i^*) \mu_{B^l}(v) \right\} \quad (2.63)$$

$$\text{Inferencia Mamdani 2: } \mu_{B'}(v) = \max_{l=1}^M \left\{ \min(\mu_{A_1'}(u_1^*), \mu_{A_2'}(u_2^*), \dots, \mu_{A_n'}(u_n^*), \mu_{B^l}(v)) \right\} \quad (2.64)$$

$$\text{Inferencia Zadeh:} \quad (2.65)$$

$$\mu_{B'}(v) = \min_{l=1}^M \left\{ \max(\min(\mu_{A_1'}(u_1^*), \dots, \mu_{A_n'}(u_n^*), \mu_{B^l}(v)), 1 - \min_{i=1}^n \mu_{A_i'}(u_i^*)) \right\}$$

$$\text{Inferencia Lukasiewicz: } \mu_{B'}(v) = \min_{l=1}^M \left\{ \min \left[1, 1 - \min_{i=1}^n \mu_{A_i'}(u_i^*) + \mu_{B'}(v) \right] \right\} \quad (2.66)$$

$$\text{Inferencia Dienes-Rescher: } \mu_{B'}(v) = \min_{l=1}^M \left\{ \max \left(1 - \min_{i=1}^n \mu_{A_i'}(u_i^*), \mu_{B'}(v) \right) \right\} \quad (2.67)$$

Considerada la operación de un sistema difuso de control completo, se observa que la propia operación de fuzzyficación vía *singleton* desaparece o colapsa en la operación de obtención del grado de cercanía de la entrada real a cada una de las etiquetas difusas que definen las premisas de la base de reglas.

Destacan, por otra parte, dos tipos de fuzzyficación que son convenientes cuando las entradas presentan una cierta incertidumbre (asociada a ruido), y cuya operación asigna al vector de entrada una función de pertenencia local gaussiana o triangular, de modo que los datos probabilísticos son transformados en datos posibilísticos, descritos por conjuntos difusos [LEE90]. Este mapeo lleva a la definición de un *fuzzyficador gaussiano* a aquél que asigna a un vector de entrada $\mathbf{x}^* \in U \subset \mathcal{R}^n$ una relación difusa A' en U cuya función de pertenencia viene descrita por:

$$\mu_{A'}^{\text{gaussiano}}(u_1, \dots, u_n) \equiv t \left(e^{-\left(\frac{u_1 - u_1^*}{\sigma_1}\right)^2}, \dots, e^{-\left(\frac{u_n - u_n^*}{\sigma_n}\right)^2} \right) \quad (2.68)$$

y un *fuzzyficador triangular* a aquél que asigna a un vector de entrada $\mathbf{x}^* \in U \subset \mathcal{R}^n$ una relación difusa A' en U cuya función de pertenencia viene descrita por:

$$\mu_{A'}^{\text{triangular}}(u_1, \dots, u_n) \equiv \begin{cases} t \left(\left(1 - \frac{|u_1 - u_1^*|}{a_1}\right), \dots, \left(1 - \frac{|u_n - u_n^*|}{a_n}\right) \right) & \text{si } |u_i - u_i^*| \leq a_i \quad i = 1, \dots, n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.69)$$

De forma similar a la simplificación de la inferencia obtenida con la fuzzyficación *singleton*, las fuzzyficaciones gaussianas y triangulares resultan en una simplificación parcial de las expresiones de los núcleos de inferencia mediante producto y mediante mínimo –Mamdani 1 y 2- (2.56), (2.57), si y sólo si las funciones de pertenencia que definen los conjuntos difusos que aparecen como premisas en las bases de reglas son del mismo tipo que la etapa de fuzzyficación, es decir, respectivamente, gaussianas y triangulares [WAN97].

2.3.3 Métodos de defuzzyficación

Por su parte, la etapa de defuzzyficación en la figura 2.13 realiza la operación funcionalmente inversa a la fuzzyficación; por consiguiente se define como un mapeado entre el conjunto difuso resultado de la inferencia B' en $V \subset \mathcal{N}$ y un valor real de salida $v \in V$. Intuitivamente, la defuzzyficación debe realizar un promediado de la representación del conjunto difuso de salida (conformado por una función de pertenencia agregada), con el objetivo de obtener el valor que mejor represente a dicho conjunto difuso. En este sentido, las estrategias de defuzzyficación asemejan el cómputo de esperanzas probabilísticas; nótese no obstante que los modelos difusos difieren de los modelos estadísticos por la propia naturaleza de la información tratada por cada uno de los sistemas. Se describen a continuación los tipos de defuzzyficación más relevantes.

El *método del centro de gravedad* (*Center of Gravity, COG*, en inglés) o *centroide* es una extrapolación a la lógica difusa del concepto de media de una variable aleatoria o de centro de masas de un sólido en mecánica, de forma que la salida resultante de la aplicación de dicho método de defuzzyficación deviene:

$$v_{CDG}^* = \frac{\int_V \mu_{B'}(v) \cdot v \cdot dv}{\int_V \mu_{B'}(v) \cdot dv} \quad (2.70)$$

donde el signo integral denota la integración en el sentido clásico y no en el de definición de un conjunto difuso. Considerando que la función de pertenencia del conjunto difuso resultado de la inferencia está discretizada, la expresión anterior (2.70) queda particularizada en

$$v_{CDG}^* = \frac{\sum_{q=1}^Q \mu_{B'}(q) \cdot v_q}{\sum_{q=1}^Q \mu_{B'}(q)} \quad (2.71)$$

donde q es el número de cuantizaciones que discretizan la función de pertenencia. Dado que se ha expuesto la equivalencia entre un sistema de control difuso MIMO y la combinación de sistemas de control difuso MISO, no es necesario plantearse la extensión de las anteriores expresiones al caso m -dimensional en el contexto de control (como sostiene [JAG95]), pero puede resultar conveniente, por ejemplo, en aplicaciones que extraen imágenes bivaluadas a

partir de imágenes de contornos difusos, siendo este proceso interpretable como una defuzzyficación bidimensional [RUN97].

Aunque el método de defuzzyficación centroidal describa de forma plausible el resultado concreto de la inferencia difusa, su carga computacional es elevada por la inclusión de operadores de integración, hecho que se ve exacerbado por la irregularidad de las funciones de pertenencia que proporciona como salida un núcleo de inferencia difusa. Con el objetivo de disminuir la complejidad de cómputo de la etapa de defuzzyficación, el método de la *media de centros* o *MC* (*Center Average, CA*, en inglés), consigue una buena aproximación del COG mediante la expresión

$$v_{MC}^* = \frac{\sum_{l=1}^M v_C^l \cdot \omega_l}{\sum_{l=1}^M \omega_l} \quad (2.72)$$

donde, considerando que el conjunto difuso resultado de la inferencia queda constituido por una unión o intersección de M conjuntos difusos debidos al disparo de cada una de las M reglas que componen la base, v_C^l es el valor central del soporte de cada conjunto difuso y ω_l su altura. Este método de defuzzyficación es manifiestamente menos complejo en su cómputo, lo que justifica su amplia aceptación. No obstante, y a pesar de lo citado en la literatura especializada, la obtención del valor central del soporte del conjunto difuso no es una operación directa, a no ser que esté implícito (tal es el caso en la mayoría de aplicaciones de control difuso) el hecho de no considerar la información de conformación de las funciones de pertenencia de salida, reduciéndose su efecto al de un simple *singleton*.

Existen métodos de inferencia difusa que, aunque difieren formalmente en su definición o en su denominación del método de defuzzyficación de media de centros (2.72), presentan una equivalencia conceptual. Destaca entre ellos el método del *nivel de conjuntos* debido a Yager (*Yager's level set method*, en inglés), que ha sido aplicado con éxito en el terreno de control en [FIG93], y que explota implícitamente la propiedad que presentan los motores de inferencia de Mamdani de ser invariantes ante el cambio de inferencia individual por combinada y viceversa. En concreto, se basa en el siguiente procedimiento de inferencia: considerando τ_i el peso o disparo de R_i , i -ésima entre M reglas, se define una función que proporciona la media de los niveles τ_i del conjunto difuso C_i consecuente de la regla correspondiente, como nivel *crisp* significativo de la inferencia local de dicha regla, según:

$$C_i^*(\tau_i) = \frac{v_1 + v_2}{2} = m_i \quad (2.73)$$

donde v_1 y v_2 son los extremos del conjunto *crisp* corte- τ_i definido por (2.5):

$$C_{\tau_i} = \{v \mid \mu_{C_i}(v) \geq \tau_i\} \quad (2.74)$$

Tras el cálculo de los niveles m_i para cada regla a través de (2.73), el método de Yager obtiene un nivel de salida directamente defuzzyficado según:

$$v_{Yager}^* = \frac{\sum_{i=1}^M m_i \cdot \tau_i}{\sum_{i=1}^M \tau_i} \quad (2.75)$$

La ecuación (2.75) equivale formalmente a (2.72), y bajo la poco restrictiva suposición de que las funciones de pertenencia que definen los conjuntos difusos consecuentes son simétricas, como es el caso de los triángulos isósceles que los autores en [FIG93] consideran, m_i , el nivel representativo de la inferencia local de cada regla, corresponde directamente a v_C^l en (2.72), valor central del soporte de cada conjunto difuso consecuente, lo que demuestra la equivalencia entre ambos métodos.

Como justificación de la sencillez del cómputo asociado al método de media de centros, nótese que éste aprovecha el conocimiento *apriorístico* del centro de gravedad de cada subconjunto difuso, debido al disparo de cada regla que forma el conjunto de salida difuso, evitando así el cálculo de centro de gravedad que es el procesado que implica un elevado coste computacional. De hecho, el método MC realiza una agregación o integración discreta sobre los M elementos de la base de reglas del motor de inferencia difusa, mientras que el método del centroide realiza una integración sobre el universo de discurso de salida, particularizada en una agregación sobre Q muestras del universos discreto de discurso en su versión discreta. Comoquiera que siempre se cumple $M \ll Q$ para asegurar la suficiente representación de los conjuntos difusos, el cálculo de (2.72) es computacionalmente más eficiente además de adecuado a implementaciones hardware por su carácter distribuido, que expresa directamente la contribución individual de cada regla, hecho que será abordado de nuevo en capítulos posteriores.

2.3.3.1 Sobre las equivalencias entre métodos de defuzzyficación

Los siguientes lemas formalizan parte de los aspectos anteriores sobre los métodos de defuzzyficación de *CDG* y *MC*, estableciendo equivalencias y diferencias entre ambos métodos.

lema 2.1 Considérese una sistema de inferencia difusa con defuzzyficador tipo *singleton*, y base de reglas difusa compuesta de M reglas, cuyos conjuntos difusos consecuentes, definidos en $V \subset \mathcal{R}$ son de tipo *singleton*; en dicho caso el método de defuzzyficación de media de centros equivale al método de defuzzyficación de centroide.

Prueba del lema 2.1: Los conjuntos difusos consecuentes tipo *singleton* admiten una representación mediante deltas de Dirac sobre un universo de discurso continuo, de modo que:

$$\mu_{B_i}^s(v) = \delta(v - v_i) \quad (2.76)$$

donde v_i es un parámetro que establece el centro del soporte de dicho conjunto difuso puntual. Esta representación analítica permite expresar el conjunto difuso agregado resultado de la inferencia difusa (2.54) como

$$\mu_B^s(v) = \sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \quad (2.77)$$

donde la operación de suma representa la unión difusa en (2.63) o (2.64), y el peso de disparo de cada regla ω_l representa el resultado de la evaluación del grado de cercanía de la entrada al controlador difuso a un cierto conjunto difuso multidimensional – resultado que corresponde a la aplicación de normas-*t* de conjunción en las ecuaciones (2.63) o (2.64)-. La figura 2.14 ilustra el aspecto de un conjunto difuso descrito por (2.74), resultado de una inferencia lógica difusa con consecuentes tipo *singleton*.

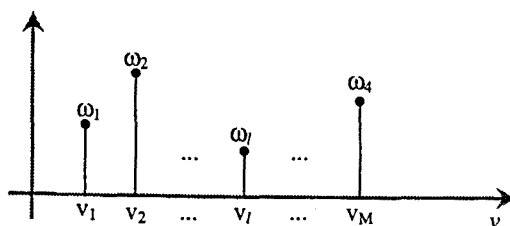


Figura 2.14 Representación de un conjunto difuso inferido sobre una base de reglas de consecuentes tipo *singleton*.

La aplicación del método de defuzzyficación del centro de gravedad (2.70) al conjunto difuso (2.74) conduce a:

$$\begin{aligned}
 v_{COG}^* &= \frac{\int_V v \cdot \mu_B^s(v) \cdot dv}{\int_V \mu_B^s(v) \cdot dv} = \\
 &= \frac{\int_V v \cdot \left[\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \right] dv}{\int_V \left[\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \right] \cdot dv} = \\
 &= \frac{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \int_V v \cdot \delta(v - v_l) \cdot dv}{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \int_V \delta(v - v_l) \cdot dv} = \\
 &= \frac{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot v_l}{\sum_{l=1}^M \omega_l} = v_{MC}^* \tag{2.78}
 \end{aligned}$$

la identificación de la abcisa que marca la posición de las deltas v_l en (2.75) con el valor central del soporte v_C^l de los conjuntos difusos en (2.72) concluye la demostración del lema 2.1 #. El considerar la versión discreta del método de defuzzyficación de centro de gravedad (2.71) no modifica sustancialmente la demostración. En dicho caso los consecuentes tipo *singleton* definidos sobre un universo de discurso discreto son descritos por deltas de Kronecker, de forma que puede establecerse un desarrollo equivalente a (2.75) en virtud de la linealidad y conmutatividad de los operadores de suma que aparecen en (2.74) y (2.71)

lema 2.2 El resultado de la aplicación del método de defuzzyficación de media de centros (2.72) a un conjunto difuso obtenido mediante un proceso de inferencia difusa local (2.63)-(3-64) no depende de la forma ni de la extensión del soporte (2.4) de las funciones de pertenencia que definen los conjuntos difusos consecuentes.

Prueba del lema 2.2: Este lema no es demostrado *stricto sensu*, ya que la evidencia del resultado no justifica un desarrollo analítico. La justificación cualitativa se basa en la figura 2.15, en vista de la cual se infiere que el centro de una función de pertenencia normal (por simétrica y de valor máximo unitario) es independiente de su conformación y anchura. En dicha figura se observa que, independientemente de la forma de la función de pertenencia que define el conjunto difuso consecuente (triangular, gaussiana o *singleton*, en este caso), y de la anchura de sus soportes, los valores centrales de los soportes v_C^l en la expresión (2.72) son, para este ejemplo, v_{l-1}, v_l, v_{l+1} . Obsérvese que la defuzzyficación obtenida según el método MC

proporciona el mismo valor crisp de salida si un conjunto difuso es estrecho –i.e., dicha regla difusa merece mucha confianza posibilística, en el sentido de credibilidad- o bien dicho conjunto difuso es ancho, lo que representa un grado bajo de confianza a dicha inferencia local. #

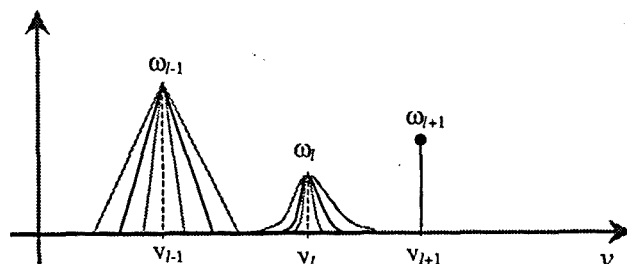


Figura 2.15 Un ejemplo de funciones de pertenencia del lema 2.2

La conjunción de los resultados de los lemas 2.1 y 2.2 permite extraer una serie de conclusiones. Por una parte, la primera conclusión que puede derivarse es que como caso particular del lema 2.2, que expone que el uso del método de defuzzyficación de media de centros no considera la forma de las funciones de pertenencia de salida, el resultado de la aplicación de dicho método de defuzzyficación no varía si los conjuntos difusos de salida colapsan en *singletons*. Por tanto, utilizar dicho método de defuzzyficación implica considerar, explícita o implícitamente, como conjuntos de salida variables numéricas tipo *crisp*, valores de control concretos, a modo de *singleton*, tal como considera el modelo de inferencia difusa de Takagi-Sugeno, que será tratado en apartados posteriores. Este hecho justifica que en la literatura se asocie el nombre de centroide (expresión 2.70, que requiere integraciones o agregaciones sobre todo el universo de discurso) a expresiones del tipo (2.72), que requieren una agregación indexada sobre la base de reglas, ya que en aplicaciones de control y en implementaciones hardware de sistemas difusos predomina el uso del modelo de controlador difuso de Takagi-Sugeno, y, en virtud del lema 2.1 y la equivalencia que la expresión (2.78) demuestra, ambos métodos son funcionalmente equivalentes en dicho caso. Una última conclusión al respecto permite extender la equivalencia que expone el lema 2.1 al caso de funciones de pertenencia que no sean del tipo *singleton*, equivalencia que queda garantizada siempre que las funciones de pertenencia contiguas no presenten solapamiento y sean normales. Esta propiedad se verifica debido a que la operación de centroide (2.70) aplicada a una función de pertenencia individual simétrica proporciona como resultado el valor central del soporte, resultado equivalente a considerar un *singleton* como función de

pertenencia individual. Recientemente, los autores de [MIT98] presentan una conclusión similar para el caso de sistemas aditivos difusos.

Como tercer elemento representativo de los métodos de defuzzyficación, suele considerarse el método de defuzzyficación basado en máximos. Este método algorítmico define previamente el conjunto de elementos en que la inferencia local toma su valor máximo (o intervalos de máximos) según:

$$\max(B') = \left\{ v \in V \mid \mu_{B'}(v) = \sup_{v \in V} \mu_{B'}(v) \right\} \quad (2.79)$$

y define alguna operación sobre el mismo, entre las que se encuentran la selección del mayor valor (de máximos), menor valor (de máximos) o el valor medio (de máximos), obteniéndose:

$$v_{menorMAX}^* = \inf \{ v \in \max(B') \} \quad (2.80)$$

$$v_{mayorMAX}^* = \sup \{ v \in \max(B') \} \quad (2.81)$$

$$v_{mediaMAX}^* = \frac{\int v \cdot dv}{\int_{\max(B')} dv} \quad (2.82)$$

Los métodos de defuzzyficación basados en la selección de valores máximos son de utilidad por su sencillez de implementación (fundamentalmente en implementaciones programadas o algorítmicas) y su descripción se encuentra en la práctica totalidad de referencias y tratados sobre el control difuso. A pesar de ello, y como identifican, directa o indirectamente, buena parte de los autores, las prestaciones del método de defuzzyficación basado en máximos son, cuanto menos, particulares. En concreto, la aplicación de dicho método resulta en funciones de salida del controlador difuso que no son suaves, que presentan características tipo relé multinivel. En el siguiente apartado se formalizará este aspecto con un lema sobre la capacidad de aproximación funcional de los controladores difusos que incluyen defuzzyficación tipo máximo. En dicho apartado se expondrá una comparación entre los distintos métodos de defuzzyficación y su efecto sobre la acción global de distintos controladores difusos.

2.3.3.2 Modelo unificado de métodos de defuzzyficación

Recientemente, y a pesar de la aparente disparidad de resultados que proporcionan los métodos de defuzzyficación de centroide y basado en máximos, los autores de [JIA96] han propuesto una formulación generalizada que extiende el conjunto de posibles operaciones de la etapa de defuzzyficación, incluyendo como casos particulares los dos métodos previamente estudiados. La idea principal consiste en añadir, a modo de momento vertical, un factor que pondera la operación de defuzzyficación en función de la desviación sobre el eje de ordenadas, de forma que, considerando sin pérdida de generalidad una expresión discretizada sobre el universo de discurso de salida $V=\{v_1, v_2, \dots, v_Q\}$, dicha expresión que formula el método generalizado de defuzzyficación deviene

$$v_{GEN}^* = \frac{\sum_{q=1}^Q \mu_q T_q v_q}{\sum_{q=1}^Q \mu_q T_q} \quad (2.82b)$$

Obsérvese que la expresión anterior (2.82b) puede interpretarse como una extensión de la versión discreta de la defuzzyficación de centroide (2.71) considerando parámetros T_q de generalización, de forma que la obvia particularización

$$T_q = 1 \quad (q \in \{1, \dots, q\}) \quad (2.83)$$

reconvierte la expresión en la centroidal (2.71). El considerar que los parámetros T_q , que admiten la interpretación de actuar como factores de credibilidad o confianza sobre la acción local en cada punto del universo de discurso (interpretación que será reconsiderada posteriormente), son función del valor de pertenencia μ , *i.e.* $T_q = T(\mu_q)$ permite recuperar la estrategia de defuzzyficación basada en máximos al considerar una credibilidad absoluta sobre los elementos que pertenecen al grupo de máximos y nula al resto de elementos, según:

$$T_q = T(\mu_q) = \begin{cases} 0 & (q \notin M) \\ 1 & (q \in M) \end{cases} \quad (2.84)$$

donde, siendo $\mu_m = MAX(\mu_q)$, el conjunto clásico M está descrito por $M = \{q: \mu_q = \mu_m, q \in \{1, \dots, Q\}\}$. La conjunción de los dos métodos de defuzzyficación clásicos como caso particular de la distribución de los factores T_q permite proponer una expresión paramétrica $T(\mu_q)$ (y por

tanto susceptible de incorporar algoritmos de aprendizaje sobre dichos parámetros) que colapse en las distribuciones (2.83) y (2.84) y que establezca un método genérico de defuzzyficación. Un caso particular de dichas expresiones paramétricas lo constituye la estrategia *BADD* (acrónimo de *Basic Defuzzyfication Distribution*), debida a Filev y Yager [FIL91], quienes originalmente propusieron un método de defuzzyficación regido por la expresión

$$v_{BADD}^* = \frac{\sum_{q=1}^Q \mu_q^\alpha v_q}{\sum_{q=1}^Q \mu_q^\alpha} \quad (2.85)$$

que es recuperada mediante la expresión generalizada (2.82b) al considerar una distribución de parámetros de confianza controlable según el parámetro α :

$$T_q^{BADD} = \mu_q^{\alpha-1} \quad (2.86)$$

Buena parte de la relevancia del trabajo de Filev y Yager en [FIL91] reside en ser la primera propuesta de defuzzyficación que incluye un procedimiento adaptativo de aprendizaje (vía el filtro de Kalman extendido, lo que confiere a los sistemas difusos que incluyen dicho método una mayor capacidad de adaptación, aprendizaje y aproximación no lineal), pero es interesante advertir que los métodos de defuzzyficación clásicos (*CDG*, *MAX*) se recuperan considerando ciertos valores particularizados para el parámetro α , en concreto:

$$v_{CDG}^* = v_{BADD}^* \big|_{\alpha=1} \quad (2.87)$$

$$v_{MAX}^* = v_{BADD}^* \big|_{\alpha=\infty} \quad (2.88)$$

Los mismos autores proponen en [YAG93] la estrategia de defuzzyficación *SLIDE* (*Semilinear Defuzzyfication*), cuya operación, que depende de dos parámetros α, β , puede ser recuperada por la expresión generalizada (2.82b) al considerar una distribución

$$T_q^{SLIDE} = \begin{cases} 1 - \beta & (q \in \bar{A}_\alpha) \\ 1 & (q \in A_\alpha) \end{cases} \quad (2.89)$$

que considera una credibilidad máxima a los elementos del universo de discurso pertenecientes al conjunto *crisp* corte- α (2.5), y de valor $1-\beta$, con $0 \leq \beta \leq 1$, al resto de elementos. La estrategia SLIDE ha sido posteriormente reinterpretada –véase [SAA96]– como un ejemplo de ordenación (*ranking*, en inglés) de números difusos y aplicada a la detección difusa de señal en sistemas radar. De nuevo es posible recuperar el comportamiento de las estrategias de defuzzyficación clásicas como casos particulares de la estrategia SLIDE:

$$v_{CDG}^* = v_{SLIDE}^* |_{\beta=1, \forall \alpha} = v_{SLIDE}^* |_{\forall \beta, \alpha=0} \quad (2.90)$$

$$v_{MAX}^* = v_{SLIDE}^* |_{\beta=1, \alpha=1} \quad (2.91)$$

Los propios autores de la defuzzyficación generalizada, propuesta en [JIA96] y definida por la expresión (2.82b), generalización que engloba a las estrategias paramétricas de defuzzyficación previas *BADD* y *SLIDE*, plantean tanto el uso de funciones de distribución gaussianas para definir $T(\mu_q)$ y conformar la estrategia *GTD* (por **G**aussian **T**ransformation **D**efuzzyfication), como una definición $T(\mu_q)$ basándose en una expansión polinómica para formular la estrategia de defuzzyficación *PTD* (por **P**olynomial **T**ransformation **D**efuzzyfication). Para dichas estrategias *GTD* y *PTD*, los parámetros de transformación siguen, respectivamente, las expresiones:

$$T_q^{GTD} = T(\mu_q) = e^{-\beta(\mu_q - \mu_m)^2} \quad (2.92)$$

$$T_q^{PTD} = T(\mu_q) = [f(\mu_q)]^2 = \left[\sum_{j=0}^N \beta_j \cdot (\mu_q - 0.5)^j \right]^2 \quad (2.93)$$

De la definición exponencial en (2.92) se deriva directamente la capacidad de recuperar los comportamientos de defuzzyficación *CDG* y *MAX* que la estrategia generalizada *GTD* presenta:

$$v_{CDG}^* = v_{GTD}^* |_{\beta=0} \quad (2.94)$$

$$v_{MAX}^* = v_{GTD}^* |_{\beta=\infty} \quad (2.95)$$

Por su parte, la expresión (2.93) que define la estrategia PTD corresponde a una serie truncada que considera N términos de un desarrollo en serie de Taylor alrededor de la abscisa 0.5, lo que permite la aproximación de cualquier distribución paramétrica de generalización de defuzzyficación, y en particular de las distribuciones que recuperan los métodos CDG y MAX, (2.83) y (2.84). Como características de estos métodos de defuzzyficación, obsérvese que la definición en (2.92) es possibilísticamente plausible, mientras que la extensión genérica (2.93) ofrece un claro incremento de las capacidades de aproximación no lineal globales del sistema difuso que incluya como etapa de defuzzyficación la estrategia PTD, en detrimento de la complejidad en cuanto a número de parámetros de aprendizaje.

La versión continua de la expresión (2.82b) permite expresar estrategias generalizadas de defuzzyficación definidas sobre un universo de discurso de salida continuo como extensión del método centroidal continuo (2.72):

$$v_{GEN}^* = \frac{\int_V v \cdot \mu_B^s(v) \cdot T\{\mu(v)\} \cdot dv}{\int_V \mu_B^s(v) \cdot T\{\mu(v)\} \cdot dv} \quad (2.96)$$

Tomando en consideración esta formulación continua, la figura 2.16 muestra una interpretación gráfica unificada de los anteriores aspectos sobre distintas estrategias generalizadas de defuzzyficación, donde puede apreciarse la operación como momento de ponderación vertical de la distribución $T\{\mu(v)\}$, en su versión continua de (2.96), así como la recuperación de las estrategias clásicas para las diferentes condiciones consignadas.

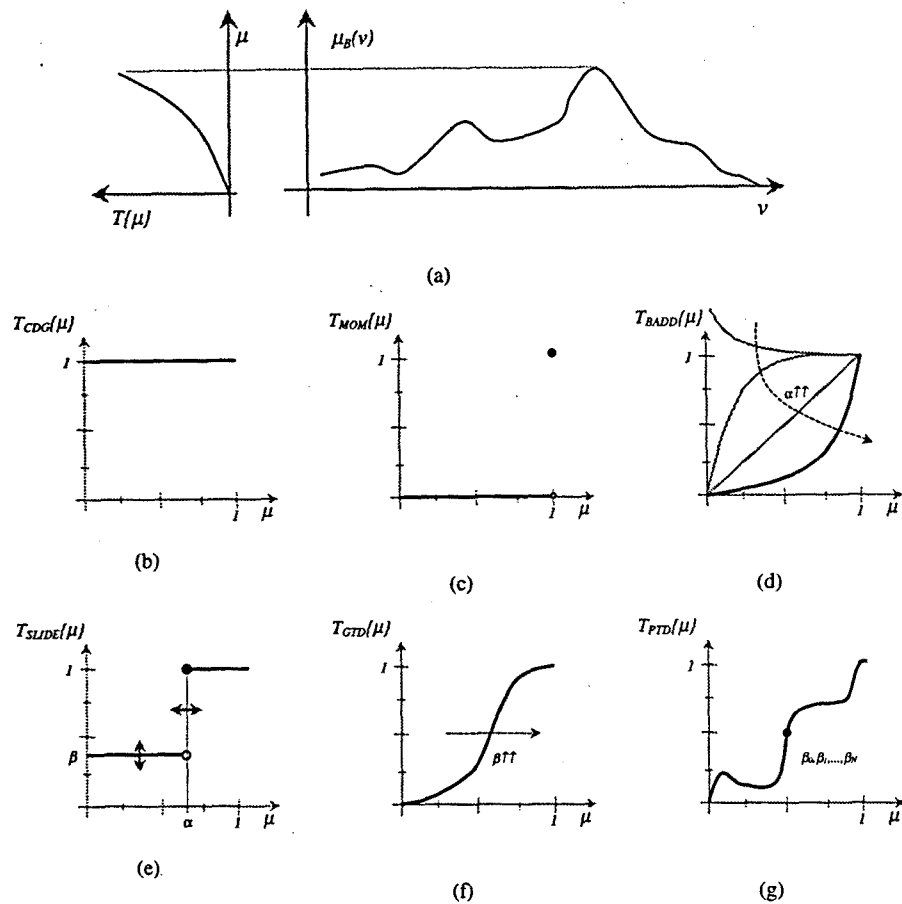


Figura 2.16 Defuzzyficaciones generalizadas. (a) Ilustración del efecto del parámetro de transformación o generalización $T\{\mu(v)\}$ (b) Distribución de $T\{\mu(v)\}$ para la defuzzyficación CDG (c) *id.* MOM (d) *id.* BADD (e) *id.* SLIDE (f) *id.* GTD (g) *id.* PTD

El carácter generalizado de la estrategia de defuzzyficación descrita por (2.96) justifica, por el incremento de flexibilidad que de su aplicación se deriva, la relevancia práctica a nivel de aplicación. A pesar de ello, este método, como extensión de la defuzzyficación centroidal (2.70), considera el promediado de la información difusa a lo largo del eje de abscisas, lo que dificulta su incorporación en implementaciones hardware de aplicación específica. La única virtud diferenciada del método centroidal es que mantiene su aplicabilidad cuando la base de conocimiento está conformada por una relación difusa que no esté formada por una base de reglas; en la práctica, no obstante, todos los sistemas de control difuso incorporan el conocimiento (explícito o implícito) en forma de reglas locales distribuidas sobre el universo de discurso multidimensional de entrada. Cabe, por tanto, plantearse una extensión del concepto de defuzzyficación de media de centros que, aprovechando dicha distribución de información, realice un promediado indexado sobre la base de reglas y no sobre el universo de salida. Considerando conjuntos de salida consecuentes definidos por conjuntos difusos

singleton (2.77), dicha extensión puede justificarse analíticamente, lo que permite definir la estrategia generalizada de media de centros v_{GMC} :

$$\begin{aligned}
 v_{GEN}^* &= \frac{\int_V v \cdot \mu_B^s(v) \cdot T\{\mu(v)\} \cdot dv}{\int_V \mu_B^s(v) \cdot T\{\mu(v)\} \cdot dv} = \\
 &= \frac{\int_V v \cdot \left[\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \right] \cdot T\left\{ \sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \right\} dv}{\int_V \left[\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \right] \cdot T\left\{ \sum_{l=1}^M \omega_l \cdot \delta(v - v_l) \right\} dv} = \\
 &= \frac{\int_V v \cdot \left[\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot T\{\omega_l\} \cdot \delta(v - v_l) \right] \cdot dv}{\int_V \left[\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot T\{\omega_l\} \cdot \delta(v - v_l) \right] \cdot dv} = \\
 &= \frac{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot T\{\omega_l\} \cdot \int_V v \cdot \delta(v - v_l) \cdot dv}{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot T\{\omega_l\} \cdot \int_V \delta(v - v_l) \cdot dv} = \\
 &= \frac{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot T\{\omega_l\} \cdot v_l}{\sum_{l=1}^M \omega_l \cdot T\{\omega_l\}} = v_{GMC}^*
 \end{aligned} \tag{2.97}$$

La estricta localidad de los conjuntos difusos consecuentes permite (2.97) la aplicación del momento vertical de generalización T sobre el nivel de cada regla de salida, llevando así a una agregación sobre el espacio de reglas, de cardinalidad M . Este resultado adquirirá relevancia en el capítulo sobre implementaciones hardware de controladores difusos.

Finalmente, y para dar un carácter autocontenido al capítulo, se citan a continuación distintas extensiones de los métodos anteriores propuestas recientemente en la literatura especializada.

Como extensión directa del método BADD (2.85), el trabajo de Halgamuge [HAL98] presenta un método o estrategia de defuzzyficación susceptible de incorporar aprendizaje multiparamétrico denominada CBADD (como acrónimo de *Customisable Basic Defuzzyfication Distribution*) descrita mediante

$$v_{BADD}^* = \frac{\sum_{q=1}^Q \mu_q^{\alpha_q} v_q}{\sum_{q=1}^Q \mu_q^{\alpha_q}} \tag{2.98}$$

y cuya extensión respecto a la estrategia BADD, definida por un parámetro de confianza α (2.85), radica en la consideración de un *vector* de parámetros de confianza $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_Q\}$, de forma que cada punto del universo de discurso presenta una confianza local α_q . El

considerable incremento de complejidad de esta aproximación requiere, tal como propone el autor en [HAL98], el replanteamiento de la etapa de defuzzyficación descrita por (2.98) en forma de red neuronal *feedforward*, de pesos α_q .

Otra reciente propuesta de método de defuzzyficación [MEN98] pretende resolver parcialmente el aspecto tratado por el lema 2.2, que trata de la independencia del práctico método de defuzzyficación de media de centros frente a la variación de la forma o extensión de los conjuntos difusos consecuentes. Ante este problema, que no aparece en los controladores difusos TSK tal y como se justificó en el lema 2.2, Mendil [MEN98] considera explícitamente la adición de un parámetro γ al método de media de centros (al que denomina *centroide*) como medida de la dispersión del conjunto difuso consecuente de cada regla. Dicha consideración lleva a la definición del método de centro de gravedad modificado o MCOG (*Modified Center Of Gravity*, en inglés) en base a la formulación

$$v_{MCOG}^* = \frac{\sum_{q=1}^Q \mu_q v_q / \gamma_q}{\sum_{q=1}^Q \mu_q / \gamma_q} \quad (2.99)$$

Como último método de defuzzyficación, se describe la operación del método de centro de área [RUN97],[HAL98], [JAG95]. En contraste con la estrategia de defuzzyficación centroidal (2.70), que calcula el punto de abscisa donde los momentos a ambos lados se compensan, el método de centro de área (CDA) calcula el punto de abscisa en que ambas áreas son iguales, de forma que:

$$\int_{\inf(V)}^{v_{CDA}} \mu_B(v) \cdot v \cdot dv = \int_{v_{CDA}}^{\sup(V)} \mu_B(v) \cdot v \cdot dv \quad (2.100)$$

La propia definición de este método de defuzzyficación asegura, a diferencia de los métodos anteriores, y considerando una base de reglas que proporciona un conjunto difuso inferido de soporte disjunto, que la variable defuzzyficada v_{COA} pertenece a dicho soporte. Esta característica particular se requiere, por ejemplo, en aplicaciones de control de automóviles para el sorteo de obstáculos, ya que la obtención o inferencia de dos acciones de direcciones opuestas sobre el universo de salida no justifican una acción centrada sobre dicho universo. Este requerimiento no es necesario, no obstante, cuando la base de reglas es completa, consistente y continua, según definición en [WAN97]. Por otra parte, la aplicación del método

anterior no es posible, por la indeterminación que de su propia definición (2.100) se deriva, cuando los conjuntos difusos consecuentes son tipo *singleton*. Nótese, por último, que este método no permite una evaluación sobre la base de reglas, lo que veta su implementación hardware analógica. En este caso, no obstante, el rastreo mediante punteros definidos sobre el universo de discurso de salida en una implementación programada o digital de aplicación específica permite una evaluación directa de (2.100).

Tras exponer los principios en que se sustentan los controladores difusos, se está en disposición de analizar las diversas posibilidades y combinaciones que pueden considerarse, con vistas a exponer las propiedades que dichos controladores presentan como aproximadores de funciones o sistemas de mapeado no lineal multidimensional.