

# Capítulo 4

## Análisis Numérico

En los capítulos anteriores se ha visto como la descripción y análisis de los estados de esfuerzos y deformaciones en el interior del laminado en la zona de la junta es una parte fundamental del estudio de las uniones mecánicas. Dada la geometría de la T-bolt, para la determinación de estos esfuerzos y deformaciones es necesario recurrir a métodos numéricos, ya que no es posible encontrar una solución analítica ni siquiera para casos idealizados, por lo que se ha utilizado el método de los elementos finitos.

En las siguientes secciones se describen, en primer lugar, las características principales del modelo utilizado, a continuación se presentan las verificaciones realizadas para comprobar la validez del modelo y finalmente se utiliza el modelo para analizar la distribuciones de esfuerzos y deformaciones en una junta típica.

### 4.1 Modelo de elementos finitos

Como ya se ha dicho, el objetivo principal del modelo de elementos finitos que se presenta a continuación consiste en la determinación de los estados de tensión en el interior del laminado en uniones T-bolt. Para la realización de este objetivo deben tenerse en cuenta las siguientes características del problema:

- Los laminados son extremadamente gruesos y están formados por un elevado número de capas (normalmente más de 150).
- La distribución de tensiones a lo largo del espesor no es uniforme.
- No es posible conocer, a priori, la superficie de contacto entre el bulón y el laminado.
- La fuerza de contacto entre el bulón y el laminado es función, no sólo de la carga exterior, sino también de las rigideces relativas de los distintos componentes de la unión, de la geometría de la misma y de la pretensión inicial.
- La geometría de la junta es algo más complicada que la de las uniones a solape.

Estos factores influyen sobre el tipo de modelo a utilizar, el cual tendrá las siguientes características:

- Deberá ser un modelo tridimensional, ya que no es posible asumir un estado plano de tensiones.
- El laminado deberá modelizarse como un material homogéneo ortótropo, porque el coste computacional modelizar el laminado con uno o más elementos por capa resulta inabordable, o como mínimo impráctico, si se desea aplicar el modelo a distintas geometrías.
- La fuerza de contacto deberá establecerse partiendo de las rigideces de los distintos elementos por lo que será necesario introducir la rigidez del vástago como una parte más del modelo.
- La superficie de contacto deberá determinarse al mismo tiempo que se calculan los esfuerzos mediante un procedimiento iterativo, lo cual convierte el problema en no-lineal.
- El mallado de la geometría de la T-bolt no puede realizarse mediante un simple esquema radial, por lo que, o bien deberán utilizarse malladores automáticos los cuales generalmente utilizan mallas desestructuradas, o bien deberá desarrollarse un método de mallado estructurado que permita la realización de variaciones en los distintos parámetros geométricos de forma automática.

En los siguientes apartados se describen de forma detallada las distintas soluciones adoptadas para adaptarse a los requerimientos anteriores.

#### 4.1.1 Características generales

El modelo de elementos finitos se ha desarrollado sobre el programa comercial *MARC* de la casa *MSC software*, si bien la mayoría de sus características serían fácilmente trasladables a otros paquetes de software de elementos finitos como *ANSYS*, *ABAQUS* u otros.

La geometría que se ha modelizado corresponde a una probeta plana con una unión T-bolt en cada uno de sus extremos, ya que ésta nos permitirá realizar comprobaciones experimentales de los resultados obtenidos. Al tener este elemento tres planos de simetría sólo se ha tenido que mallar 1/8 de la pieza tal como se muestra en la figura 4.1.

Los cuatro elementos principales de la junta se han modelado de la siguiente forma:

**Laminado:** Su geometría se ha modelado con elementos hexaédricos lineales y su rigidez se ha representado mediante un material homogéneo equivalente estimado mediante un procedimiento que se describe más adelante.

**Bulón:** El bulón se representa por una superficie tubular completamente rígida. Esto se debe a que al ser el acero unas 10 veces más rígido que el material compuesto, las deformaciones del bulón no afectan prácticamente a la distribución de esfuerzos. Para la determinación de los esfuerzos de contacto con el laminado, en cada incremento de carga se verifica que no se produce interferencia entre los elementos que definen el laminado y la superficie que representa el bulón.

**Vástago:** El vástago se ha representado mediante un elemento tipo resorte con una constante de rigidez  $K = \frac{E \cdot S}{L}$  donde  $E$  es el módulo elástico del acero,  $S$  la sección del vástago y  $L$  la longitud del mismo. Este resorte se encuentra fijado por un extremo y conectado al bulón por el otro, de manera que la fuerza que ejerce sobre el mismo depende del desplazamiento del propio bulón.

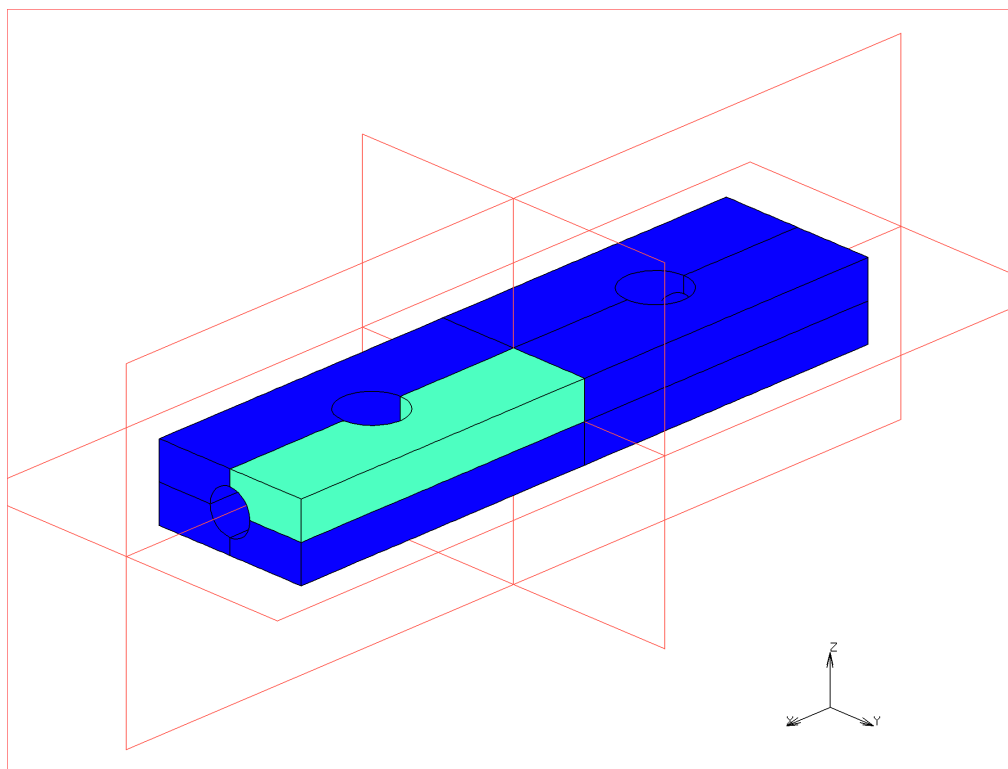


Figura 4.1: Pieza modelada y planos de simetría

**Brida del buje:** Este elemento se ha modelizado como un bloque metálico en forma de prisma rectangular, cuyo mallado se ha realizado con elementos idénticos a los utilizados en el laminado. Las propiedades elásticas que se han aplicado son las del acero.

La carga se introduce en el modelo a través de la parte central de la probeta (plano YZ de la figura 4.1). En este plano se han ligado los desplazamientos en dirección X de todos los nodos.

En la figura 4.2 se pueden observar de forma esquemática la forma en que se han modelizado los distintos elementos de la unión así como las distintas condiciones de contorno. Estas consisten simplemente en condiciones de simetría en los planos XY y XZ (figura 4.1), mientras que en el plano YZ, en vez de restringir totalmente los desplazamientos en dirección X, se ha preferido ligar los desplazamientos en esa dirección con el de un “nodo maestro” que se utilizará para introducir la carga exterior.

### 4.1.2 Mallado

Como decíamos algo más arriba, mientras que en uniones a solape típicamente se utilizan mallados estructurados de tipo radial similares a los que se pueden apreciar en la figura 4.3, en las uniones T-bolt el problema es algo más complicado.

Evidentemente, existe siempre la posibilidad de definir el mallado “manualmente” para cada geometría, pero esto sólo es posible cuando únicamente se precisa analizar una geometría concreta, ya que el tiempo necesario para crear cada modelo particular es muy elevado. En nuestro caso, en cambio, se pretendía disponer de una herramienta capaz de generar mallados para cualquier combinación de parámetros geométricos “razonables” en un tiempo reducido. Esto es debido a que, aunque al

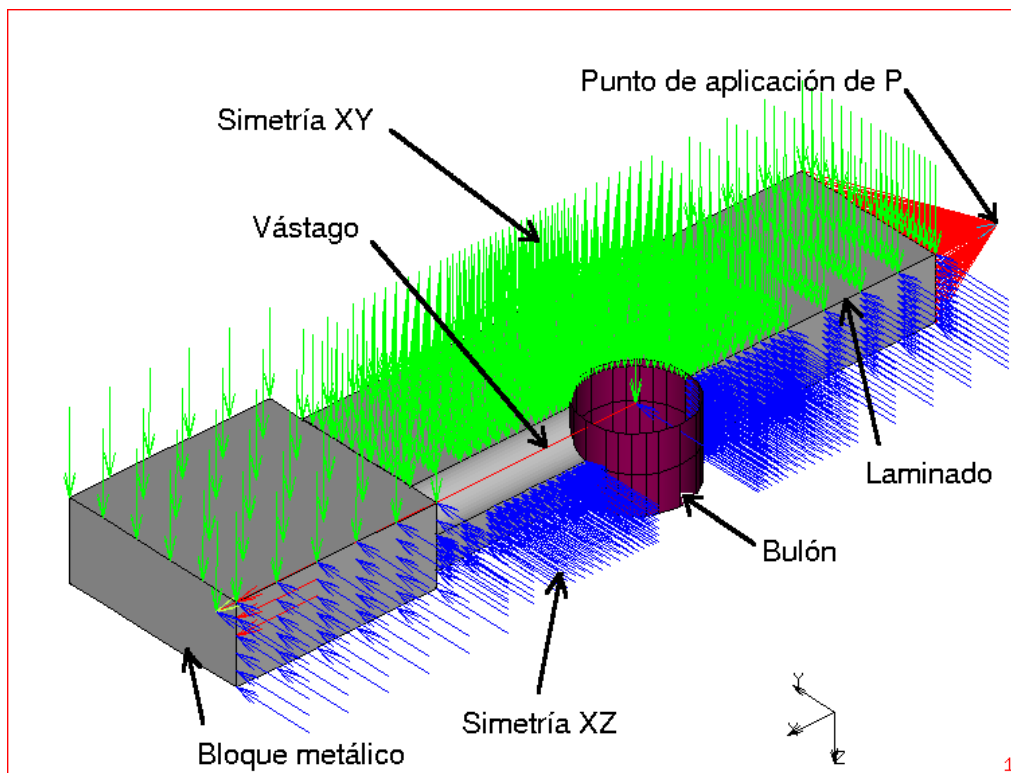


Figura 4.2: Esquema del modelo completo

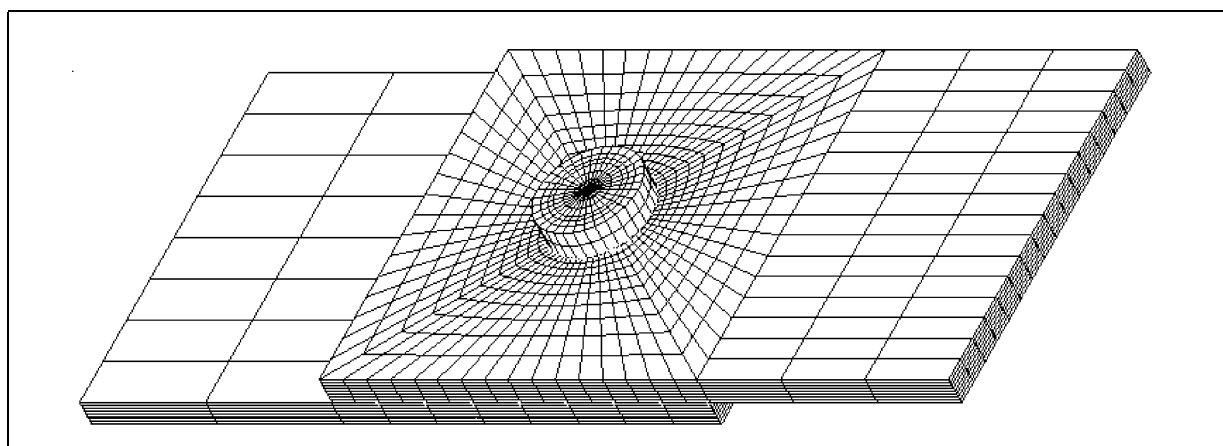


Figura 4.3: Mallado radial

final sólo se presenten los resultados correspondientes a unas pocas geometrías particulares, en el proceso de estudio de la unión se han tenido que variar estos parámetros geométricos en multitud de ocasiones, lo cual no habría sido posible si se hubiera realizado cada uno de los mallados de forma manual. Se presentaban, pues, dos opciones: o bien se utilizaba alguno de los malladores automáticos genéricos disponibles dentro del paquete de software de *MARC*, o bien se creaban una serie de procedimientos que permitieran el mallado de la T-bolt de forma automática.

En primer lugar, se ensayó la primera opción, al ser la más sencilla de realizar, para lo cual se llevó a cabo un estudio comparativo que se incluye como apéndice B. En este estudio se comparan los mallados automáticos a base de tetraedros con los mallados a base de hexaedros que genera el programa HexMesh que acompaña al programa *MARC*. Así mismo, dentro de los mallados a base de hexaedros, se valora la conveniencia de la utilización de elementos con integración completa y

reducida, así como elementos con funciones de forma modificadas (*Assumed Strain*) capaces de dar la solución exacta para un caso de flexión pura. La conclusión final era que en caso de utilizarse malladores automáticos era preferible la opción a base de hexaedros con elementos con integración completa. Así mismo, se observaba una ligera diferencia a favor de los elementos con funciones de forma modificadas respecto a los elementos isoparamétricos con integración completa. En este estudio sólo se han considerado los elementos lineales ya que la utilización de elementos cuadráticos puede presentar imprecisiones cuando se combina con los algoritmos simulación del contacto integrados en el programa *MARC*.

Una vez comparados los distintos métodos de mallado, se intentó comprobar su eficacia para simular modelos con contacto, para ello se realizó otro pequeño estudio que se incluye en el apéndice A, y en el cual se puede apreciar que sólo es posible obtener resultados razonables si se combina el mallado automático con la generación por extrusión de una serie de capas de elementos distribuidos radialmente en el entorno del agujero, cuya densidad en cada una de las direcciones se pueda controlar con precisión.

A partir de estos dos estudios se tomó la decisión final de generar una serie de procedimientos automáticos especiales para la T-bolt, ya que la ventaja de utilizar malladores genéricos automáticos se perdía en el momento en que era necesario generar parte del modelo manualmente. La malla generada por este procedimiento es mucho más estructurada que la generadas con malladores genéricos, aunque, debido a la geometría de la junta, nunca se alcanza el grado de regularidad que se tiene en juntas a solape.

En el apéndice D se incluyen estos procedimientos, que se han escrito en lenguaje *PYTHON*, ya que el paquete de software *MARC* incluye las librerías necesarias para poder utilizar este lenguaje para la creación de *scripts* que utilicen las subrutinas de generación de mallado propias de *Mentat* que es el *interface* gráfico de *MARC*. Con la utilización de estos procedimientos se puede generar un modelo de T-bolt con cualquier combinación de parámetros geométricos, con sólo modificar los datos de entrada en un fichero de texto, realizándose todo el proceso de mallado de forma automática. Con ello, no sólo se agiliza notablemente el proceso de generación de modelos, sino que además se minimiza el riesgo de que se produzcan pequeños errores en la definición de los mismos que son muy difíciles de detectar y podrían dar lugar a la obtención de resultados erróneos.

Respecto al tipo de elemento, finalmente se ha optado por el número 7 (MSC, 2001b) del catálogo de *MARC* perteneciente a la clase 5 formada por los elementos hexaédricos, isoparamétricos, de 8 nodos, con interpolación trilineal. Dentro de esta clase, el elemento número 7 utiliza el método de integración de *Gauss* de 8 puntos. Se ha descartado la utilización de los elementos con funciones de forma modificadas ya que, aunque para ciertas geometrías parecían brindar resultados ligeramente superiores a los elementos isoparamétricos, no ha sido posible obtener de la empresa que comercializa el programa, ninguna información concreta sobre qué funciones de forma se utilizan, por lo que se ha preferido utilizar elementos isoparamétricos cuya formulación es perfectamente conocida (Bathe, 1996).

### 4.1.3 Estimación de las propiedades del material

La estimación de las propiedades del material se puede descomponer en los dos apartados siguientes: estimación de las propiedades de una lámina y estimación de las propiedades del laminado. Para la realización de cada una de estas tareas, existen numerosas alternativas. Por este motivo, en los siguientes apartados se describe la metodología usada en el presente trabajo para la estimación de cada una de las variables.

Los métodos de estimación descritos a continuación se han utilizado en todo los casos en que no se disponía de datos experimentales fiables, los cuales, por desgracia sólo se encontraban disponibles para algunas propiedades ( $E_{11}$ ,  $\nu_{12}$ ) y únicamente a nivel de lámina, nunca para propiedades del laminado.

#### 4.1.3.1 Propiedades de una lámina

Para la estimación de las propiedades de la lámina se ha partido de las características de fibra y matriz indicadas en la tabla 4.1.

$E_f$ (MPa)	$\nu_f$ (-)	$E_m$ (MPa)	$\nu_m$ (-)
73000	0.2	3200	0.35

Tabla 4.1: Propiedades de los constituyentes

A partir de las propiedades de los constituyentes y de sus fracciones volumétricas, se han determinado las propiedades de una lámina. Para ello no se ha utilizado una sola teoría, sino que, para cada propiedad, se ha utilizado el criterio que se ha considerado idóneo por su fiabilidad y/o su facilidad de aplicación. En la tabla 4.2 se resumen los criterios aplicados a cada parámetro y su expresión matemática.

Parámetro	Criterio	Expresión
$E_{11}$	Ley de mezclas	$E_{11} = E_f V_f + E_m (1 - V_f)$
$E_{22}$	Halpin - Tsai	$\frac{1}{E_{22}} = \frac{1}{V_f + \frac{1}{2}(1 - V_f)} \left[ V_f \frac{1}{E_f} + \frac{1}{2E_m} (1 - V_f) \right]$
$E_{33}$	Material transversalmente isótropo	$E_{33} = E_{22}$
$\nu_{12}$	Ley de mezclas	$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f)$
$\nu_{13}$	Material transversalmente isótropo	$\nu_{13} = \nu_{12}$
$\nu_{23}$	Micro - modelo Elementos finitos	—
$G_{12}$	Halpin - Tsai	$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{V_f + \frac{1}{2}(1 - V_f)} \left[ V_f \frac{1}{G_f} + \frac{1}{2G_m} (1 - V_f) \right]$
$G_{13}$	Material transversalmente isótropo	$G_{13} = G_{12}$
$G_{23}$	Material transversalmente isótropo	$G_{23} = \frac{E_{33}}{2(1 + \nu_{23})}$

Tabla 4.2: Criterios de estimación de las propiedades elásticas

#### 4.1.3.2 Propiedades del laminado

Dado el elevado espesor del laminado y la geometría de la junta es necesario realizar una estimación, no sólo de las propiedades en el plano, sino también de las propiedades transversales al laminado. Para ello, es necesario:

1. Calcular la matriz de rigidez de una lámina según sus ejes principales.

2. Transformar esta matriz de rigidez según los ejes principales del laminado.
3. Combinar las matrices de cada capa con el fin de obtener una matriz de rigidez global.
4. Extraer las propiedades elásticas equivalentes del laminado<sup>1</sup>.

En la bibliografía se puede encontrar abundante información sobre los procedimientos a seguir para realizar los pasos 1 y 2 (Herakovich, 1997) y el paso 4 es relativamente trivial, ya que básicamente consiste en realizar la inversa del paso 1 sobre la matriz global del laminado. El paso 3 se encuentra también muy documentado para el caso bidimensional, ya que en este caso se aplica la teoría clásica de laminados. En cambio, existe muy poca información sobre como realizar la “combinación” de los términos de las matrices de rigidez de cada lámina que relacionan esfuerzos y deformaciones fuera del plano.

En Christensen (1988) se aborda el tema desde el punto de vista del análisis de qué condiciones deben cumplirse para poder afirmar que las propiedades fuera del plano del laminado son idénticas a las de cada lámina individual, con lo que el problema se reduce de nuevo al caso bidimensional de estimar las propiedades en del plano. En su trabajo, Christensen afirma que, para los materiales típicos utilizados en aplicaciones estructurales, y teniendo en cuenta que, a nivel de lámina, habitualmente no se dispone de información fiable sobre propiedades como  $\nu_{23}$  o  $G_{23}$ , resulta aceptable suponer que las propiedades fuera del plano del laminado serán las mismas que las de cada lámina individual. Por supuesto, ello exige que estas propiedades sean idénticas o muy similares en todas las capas.

Este enfoque simplificado, o el todavía más simplista que consiste en aplicar los métodos de la teoría clásica de laminados también a los términos de la matriz de rigidez fuera del plano, no tienen en cuenta las interacciones entre las distintas capas, ni el hecho de que éstas se encuentran dispuestas en serie respecto a la coordenada Z (perpendicular al plano del laminado), mientras que respecto a las coordenadas paralelas al plano del laminado están dispuestas en paralelo.

Por este motivo se ha decidido desarrollar un procedimiento de estimación de las propiedades del laminado basada en una sencilla extensión de la teoría clásica de laminados que tenga en cuenta estos dos puntos y cuya única limitación consista en que el material resultante presente propiedades ortótropas.

**4.1.3.2.1 Repaso del procedimiento bidimensional** Según la teoría clásica de laminados, en ausencia de momentos flexores, se asume que todas las capas del laminado están sometidas a la misma deformación, mientras que cada capa estará, en general, sometida a una tensión distinta. Por tanto, a la hora de estimar las propiedades del material ortótropo equivalente se puede asumir:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad \forall i \quad (4.1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n \boldsymbol{\sigma}_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (4.2)$$

y por tanto:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{Q}_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.3)$$

donde  $\mathbf{Q}_i$  es la matriz de rigidez de la  $i$ -ésima capa, según los ejes principales del laminado, y  $t_i$  es el espesor de la misma capa. Es importante destacar que  $\mathbf{Q}_i$  corresponde a la matriz de rigidez de un material ortótropo, pero no según sus ejes principales, sino según los ejes principales del laminado.

<sup>1</sup>Este paso es prescindible en caso de que se introduzca directamente la matriz de rigidez en el programa de cálculo.

A partir de (4.3) se ve que la matriz de rigidez global del laminado queda:

$$\mathbf{A} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{Q}_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (4.4)$$

Ahora bien, si asumimos que el material resultante es ortótropo sabemos también que (según sus ejes principales):

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

con lo que es posible obtener las propiedades del material ortótropo bidimensional equivalente al laminado, invirtiendo la matriz  $\mathbf{A}$ , obtenida a partir de las propiedades de cada lámina, y utilizando la expresión 4.5.

**4.1.3.2.2 Extensión a 3D** El problema que presenta el caso tridimensional, es que mientras las deformaciones en el plano de laminado son comunes para todas las láminas, en la dirección perpendicular al plano de laminación lo que será común serán los esfuerzos, y en cambio las deformaciones variarán capa a capa. Esto hace que no se pueda aplicar la misma metodología que en el caso bidimensional. Sin embargo en el caso tridimensional se puede seguir un procedimiento muy similar teniendo la precaución de agrupar, por un lado, las variables que son constantes para todo el laminado, y por el otro, las que varían lámina a lámina. Es decir, en vez de trabajar con los vectores tensión y deformación, nos será más útil usar los vectores:

$$\mathbf{c}^0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \quad y \quad \mathbf{d}^0 = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sigma_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix}$$

La matriz que relaciona estos dos vectores a nivel de lámina, según los ejes principales de la misma, puede obtenerse a partir de la matriz  $\mathbf{Q}_i^0$  o de su inversa  $\mathbf{C}_i^0$ , despejando las variables que cambian de lugar y sustituyendo la expresión resultante en las demás filas, con lo que se obtiene:

$$\mathbf{M}^0 = \begin{pmatrix} \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31}}{E_{22}} & -\nu_{31} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32}}{E_{11}} & \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_{22}} & -\nu_{32} & 0 & 0 & 0 \\ \nu_{13}\frac{E_{33}}{E_{11}} & \nu_{23}\frac{E_{33}}{E_{22}} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{31} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

El superíndice <sup>0</sup> indica que los valores están referidos a los ejes principales de la lámina.



Es importante destacar que se ha utilizado en este caso las deformaciones cortantes tensoriales ( $\varepsilon_{ij}$ ), en vez de las llamadas “ingenieriles” ( $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$ ) porque de esta manera la matriz de rotación para las deformaciones coincide con la de los esfuerzos, con lo que se puede aplicar la misma matriz a los vectores “mixtos”:  $\mathbf{c}$  y  $\mathbf{d}$ , para poder evaluar las propiedades según los ejes principales del laminado, de manera que si  $\mathbf{T}$  es la matriz de transformación entre los ejes principales del laminado y los de la lámina, tenemos que:  $\mathbf{c}^0 = \mathbf{T}\mathbf{c}$  y  $\mathbf{d}^0 = \mathbf{T}\mathbf{d}$ , por lo que la matriz que relaciona estos dos vectores será:

$$\mathbf{c} = \mathbf{M}\mathbf{d} \quad (4.7)$$

donde:

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{M}^0\mathbf{T} \quad (4.8)$$

Finalmente, al igual que en el caso de la teoría clásica de laminados se puede escribir:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_i \quad \forall i \quad (4.9)$$

$$\mathbf{d} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{d}_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (4.10)$$

y por tanto:

$$\mathbf{d} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i^{-1} t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \mathbf{c} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{M}_t^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i^{-1} t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (4.12)$$

Finalmente si, al igual que hacíamos en la teoría clásica de laminados, asumimos que el material resultante es ortótropo, tenemos que:

$$\mathbf{M}_t = \begin{pmatrix} \frac{1 - \nu_{xz}\nu_{zx}}{E_x} & -\frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}\nu_{zx}}{E_y} & -\nu_{zx} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy} + \nu_{xz}\nu_{zy}}{E_x} & \frac{1 - \nu_{yz}\nu_{zy}}{E_y} & -\nu_{zy} & 0 & 0 & 0 \\ \nu_{xz}\frac{E_z}{E_x} & \nu_{yz}\frac{E_z}{E_y} & E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{zx} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Y, de aquí, los valores de las constantes elásticas del material se obtendrán despejando los distintos parámetros que forman la matriz  $\mathbf{M}_t$ .

**4.1.3.2.3 Verificación del modelo** Como el objetivo del desarrollo de este modelo consiste en la obtención de las propiedades de un material homogéneo equivalente a los laminados utilizados en los ensayos de las uniones T-bolt, la comprobación que se realizará se basará en la estimación de las constantes elásticas de un material similar al utilizado en esos ensayos.

Se trata de un laminado a base de fibra de vidrio y epoxy casi-isótropo, con una secuencia de apilado  $(90,0,-45,0,45)_n$ . En la tabla 4.3 se resumen las propiedades a nivel de lámina utilizadas como datos de partida.

<sup>2</sup>Esta expresión sólo es válida para giros en el plano del laminado, ya que en caso contrario se producirían acoplamientos entre términos de deformación y de esfuerzo.

$E_{11}$ (MPa)	$E_{22}$ (MPa)	$E_{33}$ (MPa)	$\nu_{12}$ (-)	$\nu_{23}$ (-)	$\nu_{13}$ (-)	$G_{12}$ (MPa)	$G_{23}$ (MPa)	$G_{13}$ (MPa)
42000	11500	11500	.26	.46	.26	5000	3770	5000

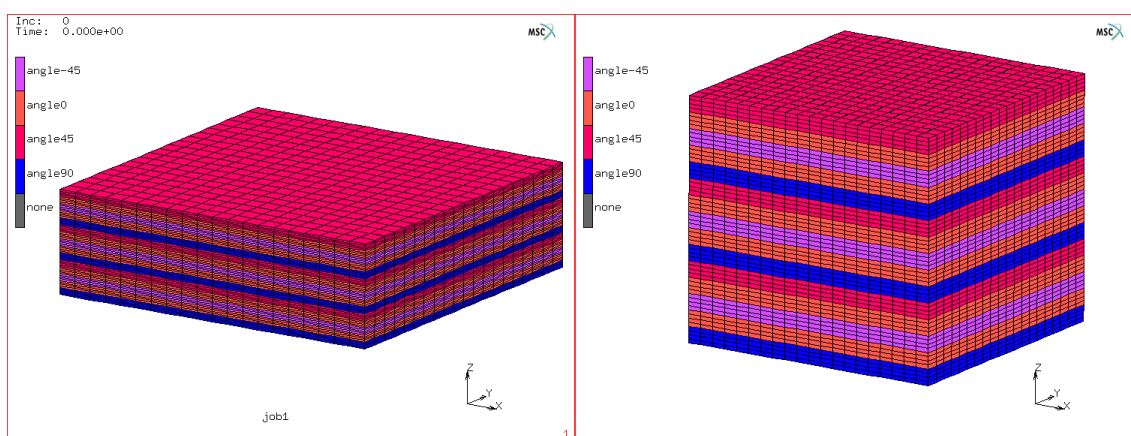
Tabla 4.3: Propiedades de lámina

En la tabla 4.4 se muestran los valores obtenidos por el método presentado (A), comparados, por una parte, con los obtenidos por la teoría clásica de laminados (B) y, por otra, con los valores que se utilizarían de acuerdo con el trabajo de Christensen (1988) (C).

	$E_x$ (MPa)	$E_y$ (MPa)	$E_z$ (MPa)	$\nu_{xy}$ (-)	$\nu_{yz}$ (-)	$\nu_{zx}$ (-)	$G_{xy}$ (MPa)	$G_{yz}$ (MPa)	$G_{zx}$ (MPa)
A	25627	19572	11788	0.269	0.358	0.141	7785	4181	4423
B	25627	19572	-	0.269	-	-	7785	-	-
C	25627	19572	11500	0.269	0.26	0.117	7785	5000	5000

Tabla 4.4: Propiedades estimadas del laminado

Como se puede apreciar, en los tres casos los valores para las propiedades en el plano son idénticos, por lo que únicamente nos detendremos a verificar los resultados fuera del plano. Para ello se han construido dos modelos de elementos finitos, representados en la figura 4.4 los cuales representan un fragmento del laminado descrito que contiene 15 capas. El modelo se ha construido mediante elementos hexaédricos isoparamétricos de 8 nodos formando una malla regular de 20x20x4 elementos por capa (4 elementos por capa en la dirección del espesor). El primer modelo (4.4a) se ha utilizado para estimar el módulo elástico  $E_z$  y los módulos de Poisson ( $\nu_{yz}$  y  $\nu_{zx}$ ), mientras que el segundo (4.4b) se ha utilizado para estimar  $G_{yz}$  y  $G_{zx}$ . La única diferencia entre ambos modelos está en sus dimensiones: 10x10x3 mm en el primer caso y 3x3x3 mm en el segundo, las cuales han sido escogidas de manera que, por un lado, se minimice el error debido a efectos de borde y, al mismo tiempo, los cálculos necesarios para realizar la estimación sean lo más sencillos posibles.



(a) Compresion eje Z

(b) Cortantes XZ, YZ

Figura 4.4: Modelos de verificación

Las condiciones de contorno aplicadas son, en el caso del primer modelo, una presión uniforme de valor 1 en dirección Z aplicada en las caras superior e inferior del laminado y, en el caso del segundo modelo, un esfuerzo cortante uniforme de valor 1 en las caras correspondientes (para este modelo se han tenido que resolver dos casos de carga, uno para determinar  $G_{yz}$  y otro para determinar  $G_{zx}$ ).

Las únicas restricciones al movimiento que se han aplicado son las imprescindibles para evitar los desplazamientos de sólido rígido. La estimación de cada una de las propiedades se ha realizado en ambos casos a partir de un cubo de 1x1x1 mm, situado en el centro del laminado para evitar, en lo posible, la influencia de los efectos de borde. A continuación se resumen las expresiones utilizadas en cada caso:

$$E_z = \frac{1}{\overline{D}_z^{Sup} - \overline{D}_z^{Inf}} \quad (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} \nu_{zy} &= \frac{\overline{D}_z^{y+} - \overline{D}_z^{y-}}{\overline{D}_z^{Sup} - \overline{D}_z^{Inf}} \\ \nu_{yz} &= \nu_{zy} \frac{E_y}{E_z} \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

$$\nu_{zx} = \frac{\overline{D}_z^{x+} - \overline{D}_z^{x-}}{\overline{D}_z^{Sup} - \overline{D}_z^{Inf}} \quad (4.16)$$

$$G_{yz} = \frac{1}{\overline{D}_y^{Sup} - \overline{D}_y^{Inf}} \quad (4.17)$$

$$G_{xz} = \frac{1}{\overline{D}_x^{Sup} - \overline{D}_x^{Inf}} \quad (4.18)$$

donde  $\overline{D}_x$ ,  $\overline{D}_y$  y  $\overline{D}_z$  son los desplazamientos medios según los ejes X, Y y Z de las distintas caras, los superíndices *Sup* e *Inf* denotan las caras superior e inferior del cubo tomado como muestra y los superíndices x-, x+, y-, y+ representan las caras perpendiculares a los ejes x e y respectivamente.

En la tabla 4.5 se muestran los resultados obtenidos junto con los errores en tanto por ciento respecto a los valores estimados anteriormente y los valores según Christensen (1988). Se puede observar cómo se produce un incremento de la precisión de, como mínimo un orden de magnitud, con errores inferiores al 1% en todos los casos, excepto el de  $\nu_{yz}$  en que el error no alcanza el 2%. Estos errores tan reducidos son totalmente despreciables y se deben con toda probabilidad a los errores introducidos en el modelo de elementos finitos por las condiciones de contorno impuestas y los efectos de borde.

	$E_z$ (MPa)	$\nu_{yz}$ (-)	$\nu_{zx}$ (-)	$G_{yz}$ (MPa)	$G_{zx}$ (MPa)
Valores modelo E.F.	11834	0.365	0.141	4181	4423
Diferencia con el modelo presentado	-0.23%	1.84%	0.18%	$\approx 0$	$\approx 0$
Diferencia con Christensen	10.72%	28.75%	17.28%	-19.59%	-13.05%

Tabla 4.5: Propiedades del laminado según modelos de E.F.

De todas formas, podría argumentarse que la mejora que introduce el método presentado no es muy importante dado que las precisiones alcanzadas por otros métodos ya son suficientes. Esta afirmación probablemente se pueda dar por buena para el laminado que nos ocupa, al estar todas sus capas formadas por un mismo material. Sin embargo, en situaciones en que los materiales que forman las distintas capas son distintos, la ventaja del método presentado resulta evidente ya que, al contrario de los otros métodos, conserva plenamente su validez con la única condición de que el material sea aproximadamente ortótropo.

### 4.1.3.3 Traspaso de los valores de tensión/deformación a cada lámina

El proceso inverso, de traspaso de las tensiones desde el modelo homogéneo a cada una de las láminas, se consigue simplemente aplicando la matriz de transformación de coordenadas  $\mathbf{T}_i$  correspondiente a cada lámina al vector  $\mathbf{c}$ , cuyo valor (según los ejes del laminado) es común para todas las capas. Para obtener luego los valores de  $\mathbf{d}_i^0$  simplemente aplicaremos:  $\mathbf{d}_i^0 = \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{c}_i^0$ .

### 4.1.3.4 Implantación del modelo

Para la realización de los cálculos, se han desarrollado dos pequeños programas en lenguaje *Scilab* (clónico del programa comercial *MATLAB*), en los que se implanta el modelo descrito en los apartados anteriores, y que se incluyen en el apéndice C. El primero de ellos, “propietats.sci”, sirve para estimar las propiedades del material a partir de las propiedades de lámina, y el segundo, “val.sci”, se ha utilizado para la determinación de los esfuerzos y deformaciones a nivel de lámina, a partir de los resultados obtenidos con el modelo ortótropo. El procedimiento “param.sci” simplemente contiene la información sobre las orientaciones y espesores de cada lámina, y es llamado desde los otros dos programas al inicio de su ejecución.

## 4.1.4 Contacto

Para la modelización del contacto entre dos sólidos se pueden utilizar diversos métodos, entre los que destacan:

**Multiplicadores de Lagrange:** El método de los multiplicadores de Lagrange es probablemente el procedimiento más elegante que se conoce para aplicar restricciones matemáticas a un sistema. Utilizando este procedimiento, si las restricciones se formulan de forma correcta no se produce nunca penetración entre los cuerpos. Por desgracia, los multiplicadores de Lagrange implican complicaciones numéricas, ya que su inclusión da como resultado un sistema no definido positivo, con lo que se requieren operaciones adicionales para asegurar una solución precisa y estable, lo cual implica elevados costes computacionales.

**Métodos de penalización:** Los métodos de penalización son un procedimiento alternativo para implementar numéricamente las restricciones de contacto. Este procedimiento restringe el desplazamiento relativo de los dos cuerpos en contacto aplicando una penalización proporcional a la penetración que se detecta. Por tanto, este método se puede considerar análogo a la simulación de un resorte no lineal entre los dos cuerpos. Con este método siempre se tiene un cierto nivel de penetración que estará determinado por la constante de penalización escogida. La elección de esta constante tiene también una importante influencia en la estabilidad numérica de los cálculos.

**Imposición directa de restricciones:** Otro método para la solución de problemas de contacto es la aplicación directa de restricciones al movimiento de los nodos. En este método se monitoriza el movimiento de los sólidos y, cuando se detecta el contacto, se establecen restricciones directas al movimiento de los nodos en contacto mediante la imposición de condiciones que bloquean el movimiento en la dirección perpendicular a la superficie de contacto. Este método ofrece algunas ventajas como el hecho de que no resulta necesario conocer a priori la superficie de contacto ni existe ninguna limitación al movimiento relativo de los cuerpos.

Aparte de estos tres métodos, existen todavía métodos mixtos, y dentro de cada una de las categorías expuestas, numerosas variantes y refinamientos. Resulta por tanto imposible detenerse a analizar con detalle cada una de las posibles soluciones, por lo que, en este apartado, solamente se analizará con cierto detalle el tercer método y concretamente la implementación que de él se hace en el programa *MARC* (*MSC, 2001a*).

#### 4.1.4.1 Tipos de contacto considerados

En el programa *MARC* se consideran dos tipos de cuerpos susceptibles de ser utilizados en problemas de contacto:

**Cuerpos rígidos:** Definidos por una colección de curvas (2D) o superficies (3D) consideradas indeformables y sin masa.

**Cuerpos deformables:** Definidos por una colección de nodos y elementos, los cuales tendrán las propiedades de rigidez habituales de cualquier modelo estructural de elementos finitos. Este tipo de elementos puede tener asociada una masa que se utilizará en cálculos dinámicos.

Existe pues la posibilidad de modelizar el contacto entre un cuerpo rígido y uno deformable, de un cuerpo deformable consigo mismo y entre dos cuerpos deformables. En el modelo de la T-bolt el tipo de contacto que se ha utilizado más extensamente ha sido el de cuerpo rígido - cuerpo deformable, donde el bulón representa el sólido rígido y el laminado el deformable.

Existe la posibilidad adicional de introducir en el modelo la fricción entre los cuerpos, para lo cual se presentan diversos algoritmos. De todas formas en el modelo de la T-bolt se ha decidido no utilizar esta opción por varios motivos. En primer lugar, resulta extremadamente difícil obtener valores fiables de los coeficientes de fricción y éstos pueden variar notablemente con el paso del tiempo. En segundo lugar, el fenómeno de la fricción está asociado al movimiento relativo entre los cuerpos con lo que al ser estos desplazamientos extremadamente pequeños, en el caso de la T-bolt resulta muy difícil obtener resultados significativos, ya que el problema presenta una elevada inestabilidad numérica. Finalmente, aunque fuera posible determinar con gran precisión las fuerzas de fricción entre el bulón y el laminado en el momento de la aplicación inicial de la precarga, debe tenerse en cuenta que, en la realidad, estas fuerzas pueden verse modificadas sustancialmente por las vibraciones a las que se encuentra habitualmente sometidas las estructuras en las que se utiliza la T-bolt.

#### 4.1.4.2 Desplazamiento de los cuerpos

El desplazamiento de los cuerpos deformables se rige por las reglas generales aplicables en los casos en los modelos sin contacto, por lo que no se tratará en este apartado.

En el caso de los cuerpos rígidos, su desplazamiento puede ser determinado prescribiendo una posición (fija o variable en el tiempo), prescribiendo una velocidad o bien determinando una fuerza que actúa sobre el cuerpo rígido.

En los dos primeros casos los desplazamientos se referirán a un punto asociado al sólido que denominaremos *centroide* y a un eje de rotación que pasa a través del mismo.

En el segundo caso se deben incorporar al modelo dos nodos que se asocian al sólido rígido. En el primero de ellos se aplican las fuerzas que actúan sobre el sólido y en el segundo de ellos los

momentos. En este caso los posibles desplazamientos del sólido rígido no están prescritos, sino que se establecerán imponiendo la condición de equilibrio entre las fuerzas prescritas y las fuerzas de contacto entre los sólidos, por lo que el coste computacional del método es algo mayor que en los casos en que se prescribe el desplazamiento o la velocidad del cuerpo.

En el caso de la T-bolt se han utilizado tanto la prescripción del desplazamiento (en los casos en que se fija la posición de un sólido) como la prescripción de la fuerza que actúa sobre el sólido, si bien ésta no se ha determinado a priori, sino que depende del desplazamiento del bulón mediante una constante de rigidez  $K$ .

En el caso de dos cuerpos deformables el procedimiento es el mismo con la única diferencia que la superficie de contacto está definida por la posición de los nodos de la superficie de uno de los cuerpos (*master*).

#### 4.1.4.3 Detección del contacto

Durante el procedimiento incremental, cada nodo de la superficie potencial de contacto se encuentra cercano a un segmento (o cara) de contacto, y a continuación se verifica si este ha penetrado una superficie comprobando si ha cruzado este segmento.

A lo largo del proceso, resulta poco probable que un nodo contacte de forma exacta con una superficie, por este motivo, se define una tolerancia de contacto (figura 4.5). Si durante un incremento el nodo  $A$  se desplaza desde  $A^{(t)}$  hasta  $A^{(trial)}(t + \Delta t)$  y  $A^{(trial)}(t + \Delta t)$  cae mas allá de la tolerancia de contacto, se considera que el nodo ha penetrado y, o bien se divide el incremento en subincrementos o se reduce el tamaño del incremento, dependiendo del tipo de algoritmo utilizado para resolver el problema.

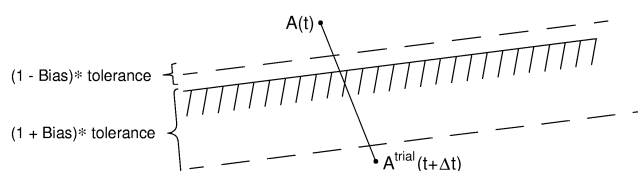


Figura 4.5: Tolerancia de contacto

La elección de una tolerancia apropiada tiene un impacto elevado sobre los costes computacionales y la precisión de la solución ya que, si la tolerancia es demasiado pequeña, la detección del contacto resulta difícil y un gran número de nodos caen en la categoría de penetrados, con lo que se incrementa en gran medida el número de incrementos necesarios para resolver el problema. Por otro lado, si se escoge una tolerancia demasiado grande algunos nodos serán fijados mucho antes de entrar en contacto mientras que a otros se les permitirá traspasar la superficie de contacto en una gran distancia, con lo que la definición del contacto será imprecisa y los resultados inexactos. Como regla general, en el manual del programa se recomienda una tolerancia inferior al 5% del lado más pequeño de los elementos en contacto.

#### 4.1.4.4 Implementación de restricciones

En el momento que se detecta el contacto entre un cuerpo deformable y una superficie rígida, la restricción asociada con la condición de no penetración se implementa mediante la transformación

de los grados de libertad del nodo de contacto, de manera que uno de los ejes locales quede alineado con la normal a la superficie de contacto (figura 4.6), y aplicando una condición de contorno a la dirección normal a la superficie de manera que  $\Delta u_n = v \Delta t \cdot n$ . Es decir, que el desplazamiento del nodo en la dirección perpendicular a la superficie sea igual al desplazamiento del cuerpo rígido en esa dirección para un incremento  $\Delta t$  dado.

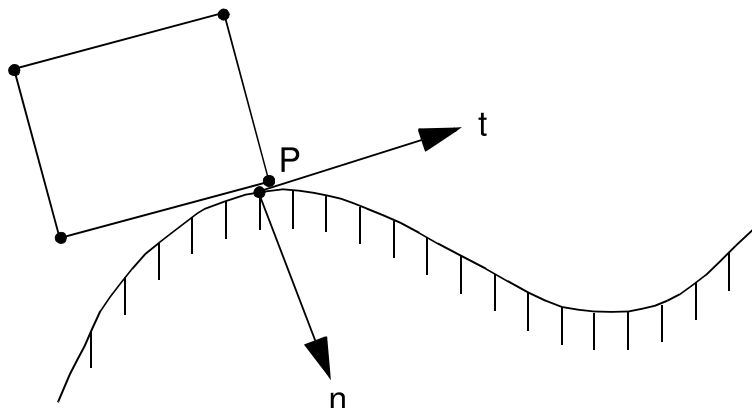


Figura 4.6: Transformación de los grados de libertad

En el caso de contacto entre dos cuerpos deformables (o un cuerpo deformable consigo mismo) el procedimiento es algo distinto, ya que se impone una ligadura entre el nodo para el cual se ha detectado el contacto y los nodos que definen el segmento (o superficie) contra la que se ha detectado este contacto. En la figura 4.7 se puede apreciar como el nodo el nodo T es forzado a desplazarse a un punto del interior de la superficie definida por los nodos R1, R2, R3 y R4, aunque no se conoce a priori cual será la posición exacta que ocupará.

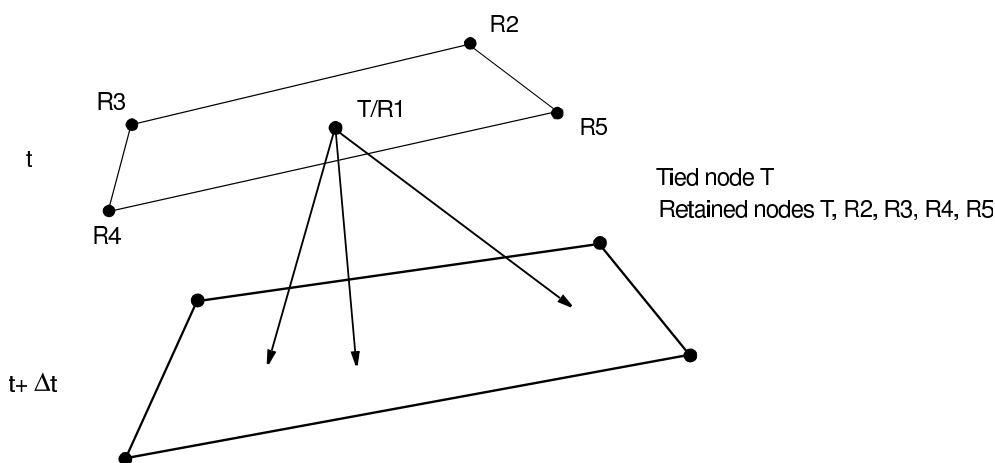


Figura 4.7: Restricciones en un contacto deformable–deformable

## 4.2 Verificación experimental

Para la verificación del modelo de elementos finitos, se han realizado dos pruebas distintas:

- Repartición de cargas entre el tornillo y la junta.

- Distribución de deformaciones en la superficie del laminado.

Como ya se ha comentado antes (Capítulo 2) cuando se somete al tornillo a pretensión, sólo una fracción de la carga exterior revierte en un incremento en la carga del tornillo. El porcentaje de carga soportada por éste depende principalmente de la relación de rigideces entre el tornillo y el material de la junta. Por ello, como primera comprobación se ha verificado que los incrementos de tensión que experimenta el tornillo al aplicar una carga exterior creciente, coincidan con las predicciones obtenidas mediante el modelo de elementos finitos.

La segunda comprobación consiste en una comparación de los campos de deformaciones obtenidos mediante el modelo de EF en la superficie exterior de la probeta con los obtenidos experimentalmente mediante técnicas fotoelásticas.

## 4.2.1 Repartición de cargas

### 4.2.1.1 Descripción de las probetas

Las probetas que se han utilizado para la verificación de la distribución de tensiones entre el laminado y el vástago son idénticas a las probetas tipo AN, descritas en el capítulo de análisis experimental de rotura, con la única diferencia que el diámetro del bulón es de 25 mm en vez de 30 mm. El lector interesado, en conocer en detalle las características de estas probetas puede consultar los datos en dicho capítulo por lo que, en este apartado sólo se presenta un resumen de las características geométricas de la probeta (tabla 4.6).

	D (mm)	d (mm)	w (mm)	t (mm)	L (mm)	e (mm)	tf (mm)
AN	25	17.5	50	37	300	60	60

Tabla 4.6: Dimensiones de las probetas

D = Diámetro bulón ; w = Anchura probeta ; L = Longitud probeta  
 d = Diámetro vástago ; t = Espesor laminado ; e = Distancia bulón-borde laminado  
 tf = Espesor cuñas fijación

Con el fin de reproducir con la máxima fidelidad, la manera en que se introduce la carga en las uniones reales, se han fabricado dos cuñas de fijación que sustituyen a las mordazas de la máquina de ensayos y que se conectan con la probeta a través del vástago de la T-bolt . De esta manera las cuñas realizan el papel que en las juntas reales correspondería a brida del buje.

Para la medición de la repartición de cargas, se han colocado dos galgas extensométricas en el vástago de la T-bolt a partir de las cuales es posible determinar, conocido el módulo elástico del material y la sección del vástago, la carga aplicada sobre el mismo.

El modelo de elementos finitos tiene las mismas características geométricas que la probeta y se ha realizado mediante el procedimiento descrito en el apartado 4.1. Las propiedades estimadas del material utilizadas en los cálculos se resumen en la tabla 4.7.

$E_x$ (MPa)	$E_y$ (MPa)	$E_z$ (MPa)	$\nu_{xy}$ (-)	$\nu_{yz}$ (-)	$\nu_{zx}$ (-)	$G_{xy}$ (MPa)	$G_{yz}$ (MPa)	$G_{zx}$ (MPa)
18130	10315	7200	0.346	0.385	0.114	4776	2398	2658

Tabla 4.7: Propiedades estimadas del laminado



### 4.2.1.2 Resultados

La gráfica de la figura 4.8 muestra la evolución de la carga del vástago en función de la carga exterior aplicada. En ella se observa como, en un principio, la carga del vástago se incrementa de forma lineal a razón de un 27% de la carga exterior. Esta razón se mantiene hasta que empieza a producirse la apertura de la junta, que, como puede apreciarse, no se produce de forma instantánea sino de forma paulatina. Al final de la curva se ve como la pendiente alcanza el 100%, es decir: toda la carga exterior repercute sobre el vástago, lo que supone que se ha producido la apertura total de la junta.

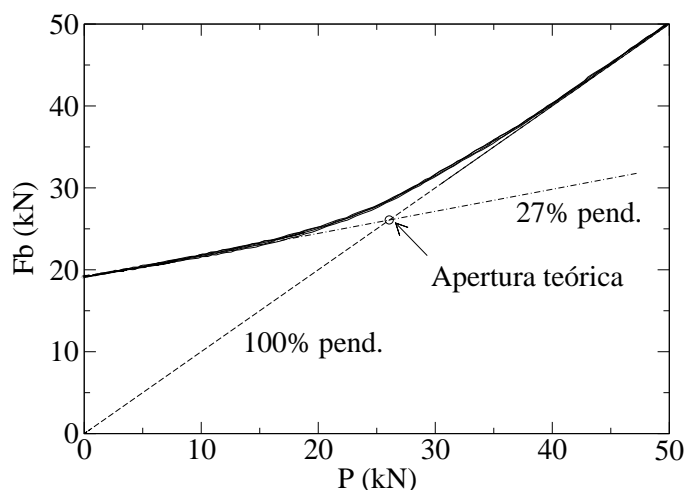


Figura 4.8: Carga sobre el vástago

En este diagrama se indica también el que se considera el punto nominal o teórico de apertura de la junta que debería obtenerse utilizando el diagrama de pretensión presentado en el capítulo dedicado a la descripción de la T-bolt y que tiene un valor de 26 kN (1.37 veces la pretensión inicial del vástago). Para la determinación de este diagrama, resulta necesario conocer la rigidez del material de la junta en la zona comprimida, la cual puede determinarse, una vez conocida la rigidez del vástago ( $K_b$ ), despejando  $K_m$  en la expresión 4.19:

$$\Phi = \frac{K_b}{K_m + K_b} \quad (4.19)$$

donde  $K_b$  representa la rigidez del vástago,  $K_m$  la rigidez del material comprimido de la junta y  $\Phi$  la relación entre los incrementos en la carga exterior ( $P$ ) y los incrementos en la fuerza que soporta el vástago ( $F_b$ ) mientras la junta se encuentra cerrada (tramo inicial de la gráfica de la figura 4.8). En nuestro caso los valores de entrada serán:  $\Phi = 0.27$ , y  $K_b = 325.93$  kN/mm, con lo que el valor estimado de  $K_m$  será de 881.22 kN/mm.

A continuación se procederá a verificar, a partir de los resultados experimentales mostrados hasta ahora, la validez, a nivel de rigideces, del modelo de elementos finitos utilizado en este trabajo. En la figura 4.9 se compara, la curva experimental, presentada también en la figura 4.8, con la obtenida por el método de los elementos finitos para 21 puntos de carga.

Como se puede observar la correspondencia es excelente ya que hasta la apertura de la junta se obtiene una relación entre la carga exterior aplicada y los incrementos de carga del vástago del 26%

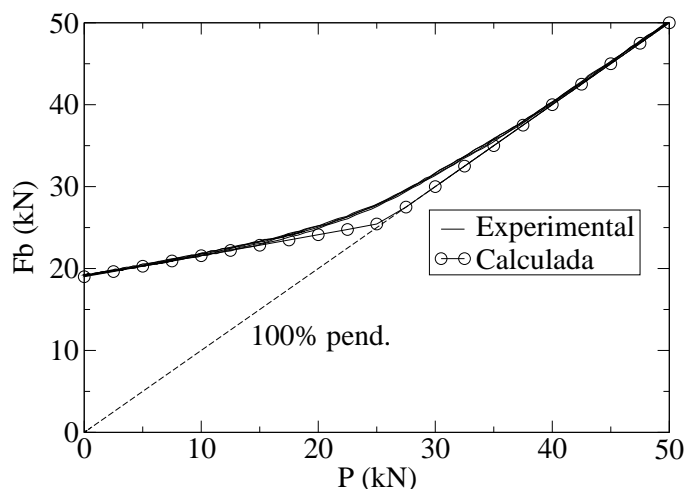


Figura 4.9: Comparación de los resultados teóricos y experimentales

( $\Phi = 0.256$ ), lo que supone un error respecto del valor obtenido experimentalmente del 5%. El punto de apertura de la junta, al ser función únicamente de esta pendiente y de la pretensión inicial del vástago, coincide con el valor experimental dentro del mismo margen de error. Finalmente, la rigidez estimada del material de la junta es de 939.11 kN, es decir presenta un error del 6.6% respecto del valor experimental.

A pesar de la buena correlación de los resultados numéricos y experimentales, existe una diferencia apreciable entre las dos curvas presentadas en la figura 4.9, que consiste en que la gráfica correspondiente a los valores numéricos presenta un grado de linealidad muy superior al de la curva experimental. Esto significa que en el modelo numérico la apertura de la junta se produce de forma mucho más repentina que en las juntas reales (al menos en los especímenes ensayados). Esto, sin duda, es debido a las irregularidades e imperfecciones que presentan las juntas reales y que no se contemplan en la idealización numérica. Concretamente, en los resultados experimentales, se ha detectado la presencia de un considerable momento flexor en el vástago<sup>3</sup>. Este momento flexor, que no se tiene en cuenta en los cálculos teóricos, se traduce en una repartición irregular de la presión en la zona de contacto entre el laminado y la cuña de fijación (o la brida del buje en aplicaciones eólicas). Como la apertura de la junta se define como el momento en que la presión de contacto se iguala a cero, resulta evidente que, cuanto menos uniforme sea la distribución de esta presión más progresiva será la apertura de la junta.

## 4.2.2 Deformaciones superficiales

El objetivo de este ensayo, consiste en la validación del modelo de elementos finitos para la estimación del campo de deformaciones que se produce en el laminado. Para ello, se ha utilizado la técnica fotoelástica de reflexión, mediante la cual se ha obtenido una serie de imágenes cuyos contornos son directamente proporcionales al cortante máximo en el plano paralelo a la superficie de la probeta.

<sup>3</sup>Este momento se detecta como una diferencia de deformaciones entre las lecturas de las dos galgas extensométricas colocadas en el vástago. Su valor varía con la carga aplicada de forma no - lineal con una diferencia máxima del 20 % de la carga que soporta el tornillo.

En nuestro caso este valor es todo lo que necesitamos ya que el objetivo del ensayo es comparar los resultados experimentales con los obtenidos numéricamente.

#### 4.2.2.1 Técnica utilizada

La técnica fotoelástica se basa en la medida de las diferencias de fase que se producen cuando la luz polarizada atraviesa un material fotoelástico. Los materiales fotoelásticos presentan la característica de ser ópticamente isótropos cuando no están sometidos a ningún esfuerzo mientras que en presencia de esfuerzos y deformaciones se comportan como un material birefringente, es decir, que es capaz de descomponer un vector de luz en dos componentes perpendiculares transmitidas a distinta velocidad (Khan y Wang, 2001). Esto se debe a que al aplicar la carga se producen cambios en los coeficientes de refracción proporcionales a las deformaciones<sup>4</sup> que experimenta la pieza en cada punto, de manera que tenemos:

$$\begin{aligned}i_1 - i_2 &= k(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \\i_2 - i_3 &= k(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \\i_3 - i_1 &= k(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)\end{aligned}\tag{4.20}$$

donde  $i_1, i_2, i_3$  son los índices principales de refracción para ondas vibrando paralelamente a las direcciones de las deformaciones principales ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ) y  $k$  es una constante de proporcionalidad que suele considerarse una propiedad constante del material, si bien, estrictamente hablando, es función también de la longitud de onda.

A partir de la ecuación 4.20 y teniendo en cuenta que la velocidad de la luz en un medio  $m$  viene dado por la expresión:  $i_m = v_0/v_m$ , donde  $v_0$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $v_m$  es la velocidad de la luz en el medio  $m$  y  $i_m$  es el coeficiente de refracción de dicho medio, la relación entre el desfase angular relativo entre las dos componentes que atraviesan una lámina de material fotoelástico y las deformaciones presentes en el mismo viene dado por la expresión:

$$\delta = \frac{2\pi tk(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\lambda}\tag{4.21}$$

donde  $\delta$  es el desfase angular relativo de las dos ondas,  $t$  es el espesor de la lámina, y  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz. Sólo se han tenido en cuenta las deformaciones principales  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ , debido a que cuando se realiza un análisis fotoelástico se utilizan láminas de pequeño espesor, con lo que se obtienen estados de tensión plana y además se intenta que la luz incida de forma perpendicular a la superficie de media, con lo que la influencia de la deformación  $\varepsilon_3$  es prácticamente despreciable.

Existen diversos montajes que nos permiten medir de forma efectiva el desfase  $\delta$  y deducir a partir de éste la diferencia  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ , entre ellos, en este trabajo se ha utilizado el denominado polariscopio circular de campo oscuro, el cual se encuentra representado de forma esquemática en la figura 4.10.

En este montaje, se utilizan dos filtros polarizadores planos (en la figura *Polarizer* y *Analyzer*) y dos filtros de 1/4 de onda ( $Q_1$  y  $Q_2$ ). Los filtros de cuarto de onda que están formados por un material bi-refringente permanente, que produce un desfase relativo de  $\pi/2$  entre las dos componentes

<sup>4</sup>Al tratarse normalmente de materiales mecánicamente isótropos, es posible expresar estas ecuaciones tanto en función de esfuerzos como de deformaciones, cambiando únicamente la constante de proporcionalidad  $k$ .

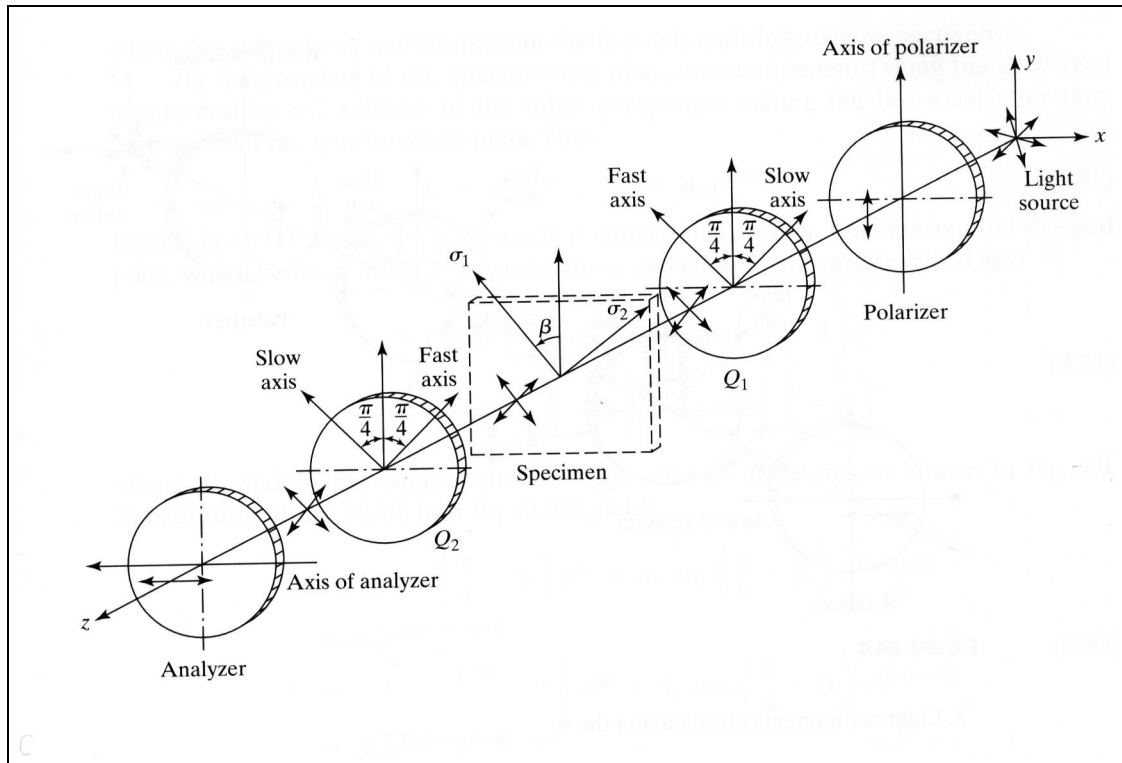


Figura 4.10: Esquema polariscopio circular de campo oscuro

transmitidas. De esta manera, el primer filtro de 1/4 de onda convierte la luz linealmente polarizada, que proviene del polarizador, en luz polarizada circularmente, mientras que, en ausencia de deformaciones en el espécimen, el segundo filtro de 1/4 de onda convierte de nuevo la luz en linealmente polarizada con la misma dirección con la que salía del polarizador. Cuando, finalmente, se filtra esta luz por el analizador, cuyo eje de polarización forma 90° respecto al del polarizador, se obtiene una imagen totalmente oscura cuando la probeta se encuentra descargada, mientras que en presencia de deformaciones, la intensidad de la luz que emerge del analizador viene dada por la expresión:

$$I = c \sin^2 \frac{\delta}{2} \tag{4.22}$$

donde  $c$  es una constante de proporcionalidad que contempla factores como la intensidad original de la luz, la absorción de los filtros etc, y  $\delta$  es el desfase angular relativo definido en la ecuación 4.21. Si ahora unimos las expresiones 4.21 y 4.22 se obtiene:

$$I = c \sin^2 \frac{\pi dk}{\lambda} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \tag{4.23}$$

O lo que es más importante, se obtendrá una intensidad  $I = 0$  cuando se cumpla la igualdad:

$$\frac{\delta}{2} = n\pi \Rightarrow \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{n\lambda}{tk} \tag{4.24}$$

Como se puede apreciar, la expresión 4.24 depende de la longitud de onda de la luz utilizada. Por tanto, el resultado será distinto si se utiliza luz monocromática o luz blanca: en caso de utilizar luz monocromática se obtendrá una serie de bandas oscuras, mientras que si se utiliza luz blanca sólo

se extinguirá una parte del espectro emitido, por lo que el resultado serán una serie de franjas de colores dependiendo de la banda de longitudes de onda extinguida en cada caso.

No todas las bandas oscuras (en el caso de que se trabaje con luz monocromática) corresponden al mismo valor de deformación, sino que este dependerá del valor de  $n$ , también llamado orden de franja, el cual se obtendrá contando el número de franjas que se encuentran desde un valor conocido (típicamente se busca una zona con tensión cero o tensión uniforme conocida). En el caso de que se utilice luz blanca, se suele utilizar una longitud de onda particular como referencia para definir los distintos ordenes de franja, para la cual suele tomarse la correspondiente al color verde (575 nm), por lo que en este caso la expresión 4.24 corresponderá a los puntos en los que se extingue dicha frecuencia, el color de los cuales dependerá del espectro de la luz emitida y de los filtros utilizados. Por ello, resulta conveniente realizar una calibración de la escala previa a la realización de las medidas.

Evidentemente, en el caso de la T-bolt la luz no puede atravesar el espécimen, por lo que el análisis ha debido realizarse por reflexión de acuerdo con la figura 4.11.

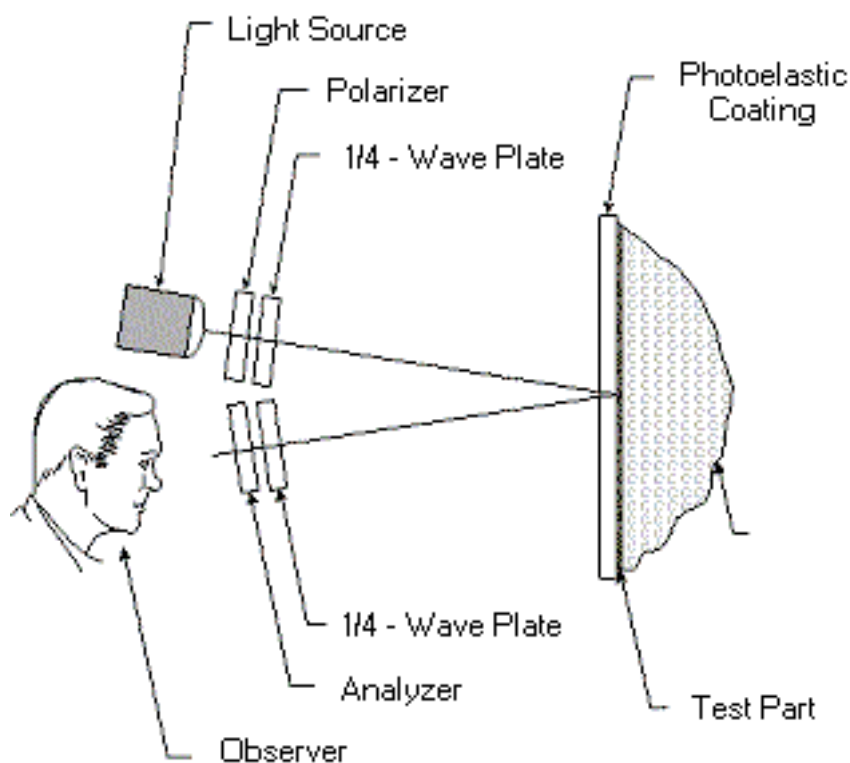


Figura 4.11: Esquema del polariscopio de reflexión

Para ello se ha adherido a la probeta una lámina de material fotoelástico del tipo PS-1 de la casa *Measurements Group*, que incorpora en un solo elemento la capa fotoelástica y el material reflectante. Esta lámina tiene 1.21 mm de espesor y un factor  $f = 1580$  el cual corresponde a la expresión:

$$f = \frac{\lambda}{2tk} \times 10^6 \tag{4.25}$$

De manera que la diferencia  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ , expresada en microdeformaciones, viene dada por la expresión:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = nf \tag{4.26}$$

El valor de  $f$  se da para la longitud de onda típica de 575 nm.

### 4.2.2.2 Características del ensayo

Las probetas utilizadas para estos ensayos son idénticas a los tipos MN y MB descritos en el capítulo de análisis experimental de rotura. Las características geométricas de las mismas se resumen en la tabla 4.8.

	D (mm)	d (mm)	w (mm)	t (mm)	L (mm)	e (mm)
MB	30	21	75	36	300	75
MN	30	17.5	50	36	300	75

Tabla 4.8: Dimensiones de las probetas

D = Diámetro bulón ; w = Anchura probeta ; L = Longitud probeta  
 d = Diámetro vástago ; t = Espesor laminado ; e = Distancia bulón-borde laminado

Para la validación de los resultados numéricos, se ha realizado un modelo de cada una de las probetas utilizando el procedimiento automático descrito anteriormente, y se ha añadido a los modelos obtenidos una capa de elementos con el espesor y módulo elástico del revestimiento fotoelástico utilizado en los ensayos, para así poder comparar de forma directa los resultados experimentales con los obtenidos numéricamente. En la figura 4.12 se muestra el resultado final después de la adición de la capa adicional de elementos.

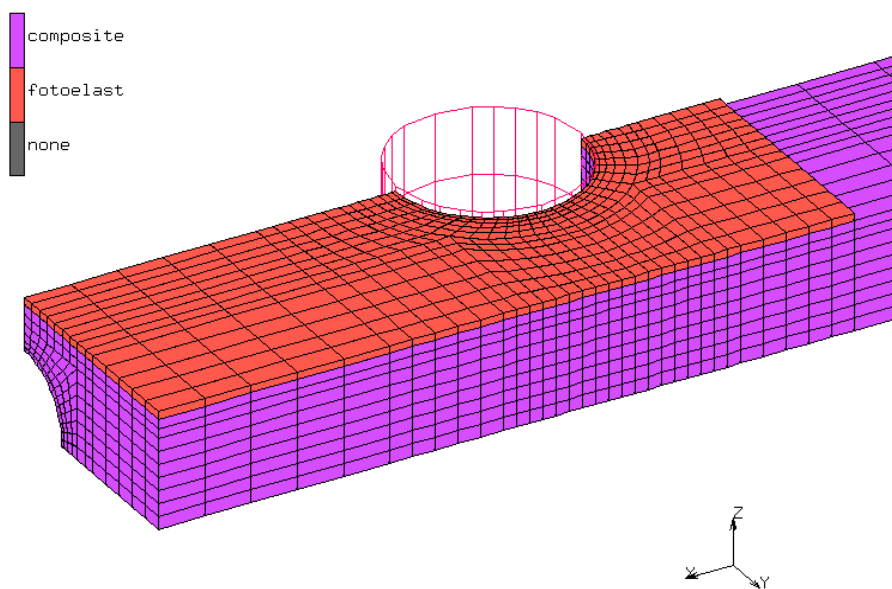


Figura 4.12: Modelo de elementos finitos

Al no ser la deformación cortante máxima una variable incluida en el repertorio de parámetros de salida del programa *MARC*, ha sido necesario crear una “variable de usuario” que contenga este valor. Esta variable se ha definido a partir de la expresión:

$$\gamma_{max} = \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \tag{4.27}$$

con lo que, evidentemente, sólo se puede utilizar para estimar la deformación cortante máxima en un plano paralelo al formado por los ejes XY.

Las propiedades elásticas del laminado utilizadas en los cálculos se encuentran resumidas en la tabla 4.9, mientras que la lámina fotoelástica se representado como un material isótropo de módulo elástico  $E = 2500 \text{ MPa}$  y  $\nu = 0.38$ .

$E_x$ (MPa)	$E_y$ (MPa)	$E_z$ (MPa)	$\nu_{xy}$ (-)	$\nu_{yz}$ (-)	$\nu_{zx}$ (-)	$G_{xy}$ (MPa)	$G_{yz}$ (MPa)	$G_{zx}$ (MPa)
25627	19572	11788	0.269	0.358	0.141	7785	4181	4423

Tabla 4.9: Propiedades del laminado

### 4.2.2.3 Resultados

En las figuras 4.14 y 4.15 se pueden observar las franjas fotoelásticas obtenidas para las dos probetas ensayadas. En ambos casos se muestran los resultados para cargas de 0, 10kN, 20kN, 30kN, 40kN y 50kN. La escala para la interpretación de los resultados se puede observar en la figura 4.13 en la que se indica el color correspondiente a los órdenes de franja enteros. Para obtener la deformación cortante máxima en un punto determinado se debe multiplicar el orden de franja correspondiente a ese punto por el factor  $f$  descrito anteriormente, que para nuestro revestimiento fotoelástico es de 1580.

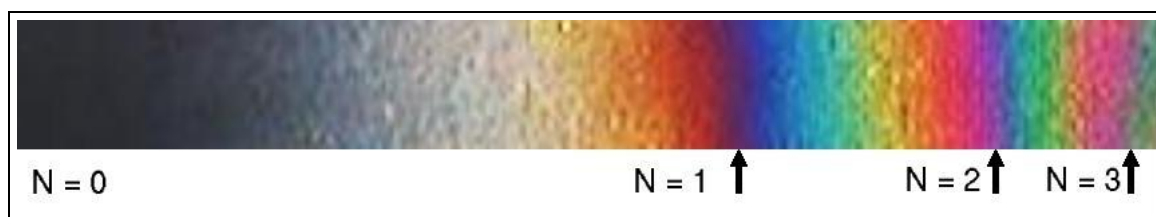


Figura 4.13: Órdenes de franja enteros

El primer detalle que destaca, observando las figuras 4.14 y 4.15, es la elevada asimetría que presentan las distribuciones deformaciones. Esto es debido a la gran sensibilidad que presentan las deformaciones inducidas por el contacto entre dos cuerpos a las pequeñas irregularidades de los mismos. Esto puede verse especialmente en las imágenes correspondientes a carga exterior  $P = 0$ , ya que aquí puede verse como, incluso en ausencia de carga exterior alguna, se presentan algunos puntos amarillentos en el borde del agujero del bulón. Si se comparan a continuación las imágenes anteriores con las correspondientes a  $P > 0$  se ve que precisamente en los lugares en los que aparecían los puntos amarillentos es donde se produce una mayor concentración de tensiones una vez aplicada la carga exterior.

Debe tenerse en cuenta que, aunque sería posible realizar un mecanizado de precisión, tanto a la probeta como al bulón, que evitase la presencia de las irregularidades anteriores, para la fabricación de las probetas se decidió deliberadamente no utilizar métodos de fabricación de “laboratorio”, sino métodos lo más similares posibles a los que se utilizan en las aplicaciones eólicas de la T-bolt, por lo que el nivel de irregularidad que presentan las probetas ensayadas probablemente sea del mismo orden que el de las T-bolts utilizadas en dichas aplicaciones.

Finalmente, debe decirse que como se puede ver en el capítulo dedicado a la rotura de la unión, pese a estas concentraciones de esfuerzos y a la gran variabilidad que presentan de un espécimen al otro, los



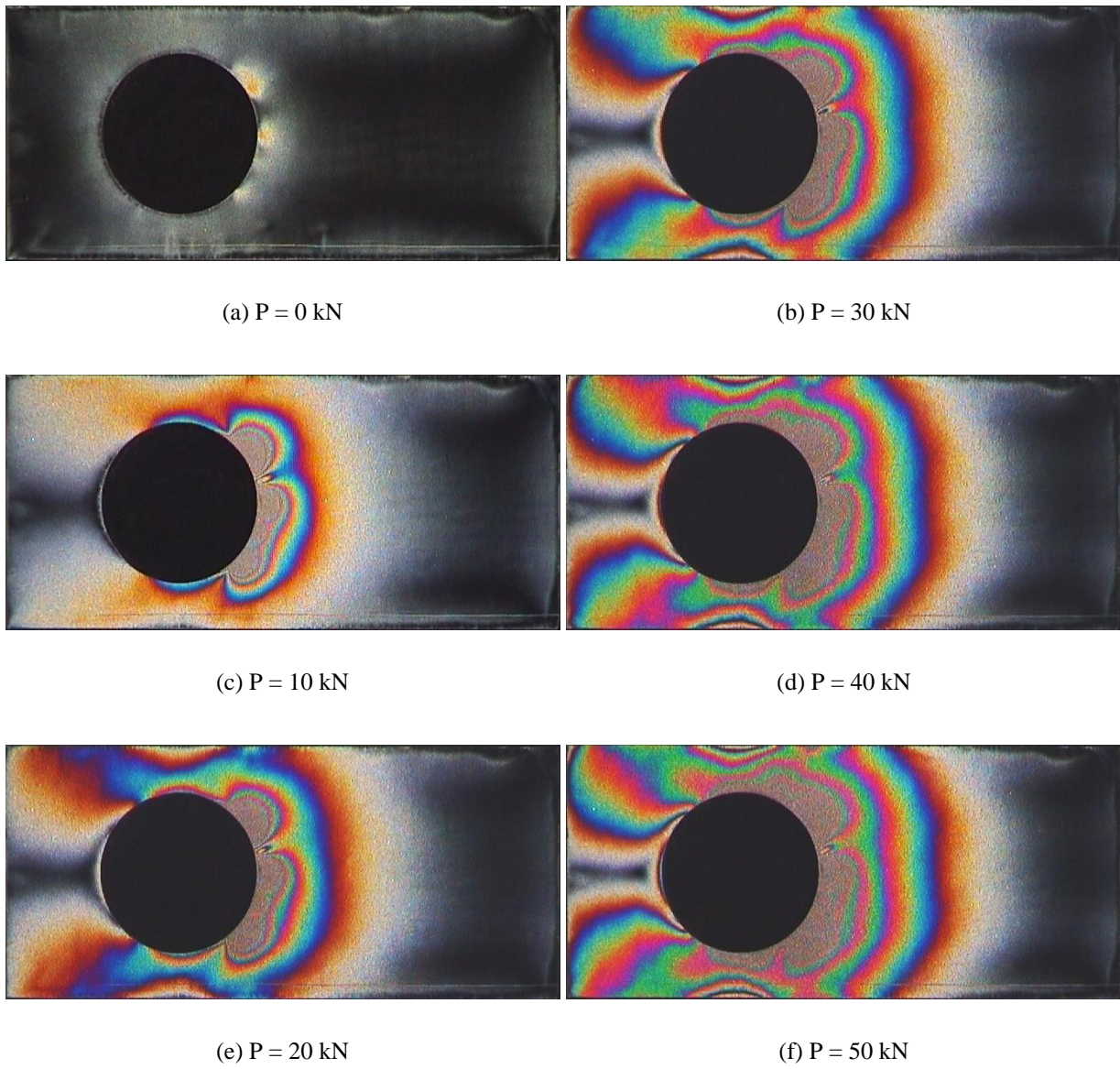
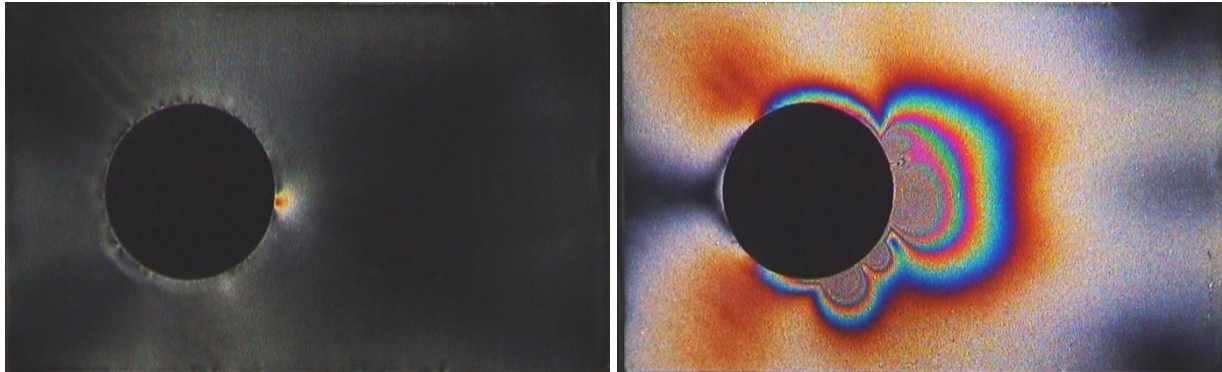


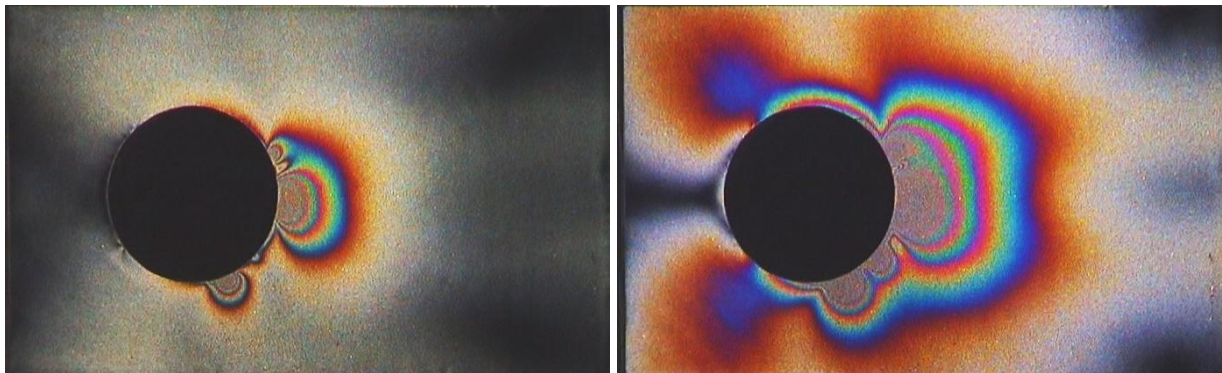
Figura 4.14: Franjas fotoelásticas, probeta tipo MN





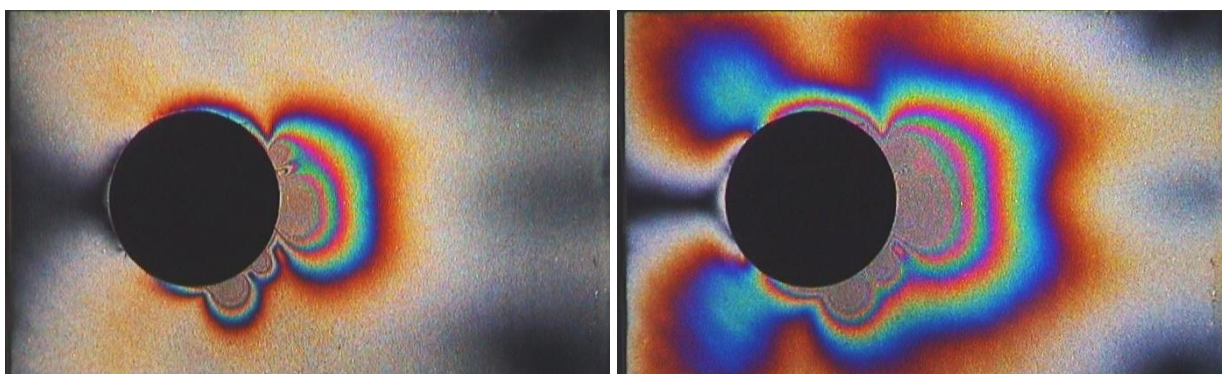
(a)  $P = 0$  kN

(b)  $P = 30$  kN



(c)  $P = 10$  kN

(d)  $P = 40$  kN



(e)  $P = 20$  kN

(f)  $P = 50$  kN

Figura 4.15: Franjas fotoelásticas, probeta tipo MB

resultados de rotura presentan una elevada reproducibilidad, lo que implica que la influencia de estas concentraciones es más bien pequeña en cuanto se refiere a modificar la carga máxima admisible de la probeta. Esto probablemente es debido a que, para cargas próximas a la de rotura, se produce una cierta redistribución de la carga que neutraliza las concentraciones de tensiones observadas en las figuras.

Queda por último comparar los resultados obtenidos mediante la técnica fotoelástica con los obtenidos numéricamente, para lo cual, en las figuras 4.16 y 4.17 se han superpuesto, a los contornos obtenidos por el método de los elementos finitos, una serie de curvas trazadas a partir de las bandas fotoelásticas correspondientes a los órdenes de banda  $n = [1, 2, 3]$ .

Como se puede apreciar en ambas figuras, los valores de deformación obtenidos son bastante similares en zonas alejadas del contacto, mientras que en las zonas más próximas, las concentraciones de tensiones debidas a la irregularidad de la superficie de contacto hacen que las distribuciones de deformaciones no sean directamente comparables.

### 4.3 Esfuerzos y deformaciones en una junta típica

En este apartado se presentan los estados de deformación presentes para distintos niveles de carga en lo que se puede considerar una junta T-Bolt típica utilizada en la actualidad en la industria eólica.

#### 4.3.1 Modelo analizado

Se ha tomado el mismo material a base de fibra de vidrio y epoxy que se ha utilizado en la verificación de deformaciones por el método fotoelástico, cuyas propiedades elásticas se resumen en la tabla 4.9.

En cuanto a la geometría, se ha tomado un vástago de rosca métrica M24 ( $d = 24\text{mm}$ ) y se han aplicado las relaciones geométricas “estándar” definidas en el capítulo anterior:  $D = 2d$ ;  $w = 2D$ ;  $t = 1.5D$ ;  $e = 2.5D$  y  $th = e$ , a partir de las cuales se han obtenido las dimensiones que se detallan en la tabla 4.10.

$d$	$D$	$w$	$t$	$e$	$th$
24	48	96	72	120	120
Medidas en mm					

Tabla 4.10: Dimensiones T-Bolt estándar

La pretensión se ha determinado de manera que, en el momento de la apertura de la junta, no se alcance el límite elástico del material del vástago, con un coeficiente de seguridad de 1.5, con lo que se obtiene un valor de pretensión:

$$F_0 = \frac{S_y A_t}{n} = \frac{640 \times 353}{1.5} \approx 150\text{kN}$$

donde  $S_y$  es el límite elástico del acero del vástago,  $A_t$  es el área resistente del mismo y  $n$  el factor de seguridad.

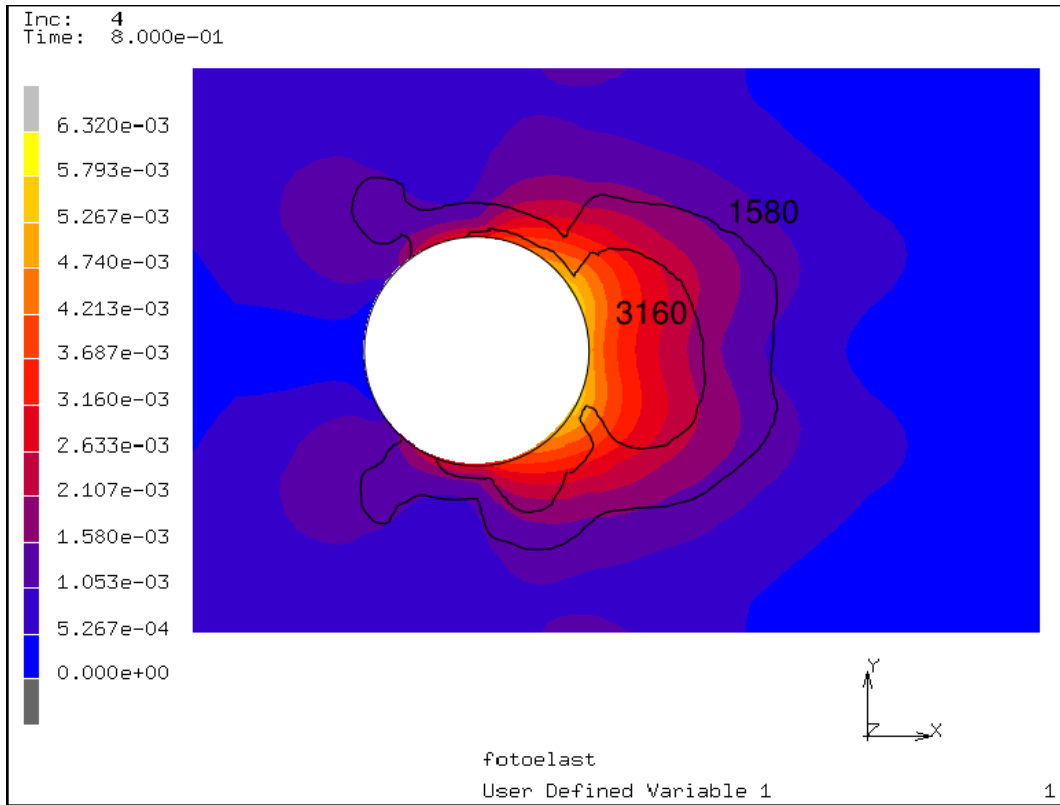


Figura 4.16: Comparación fotoelasticidad - FEM, probeta MB

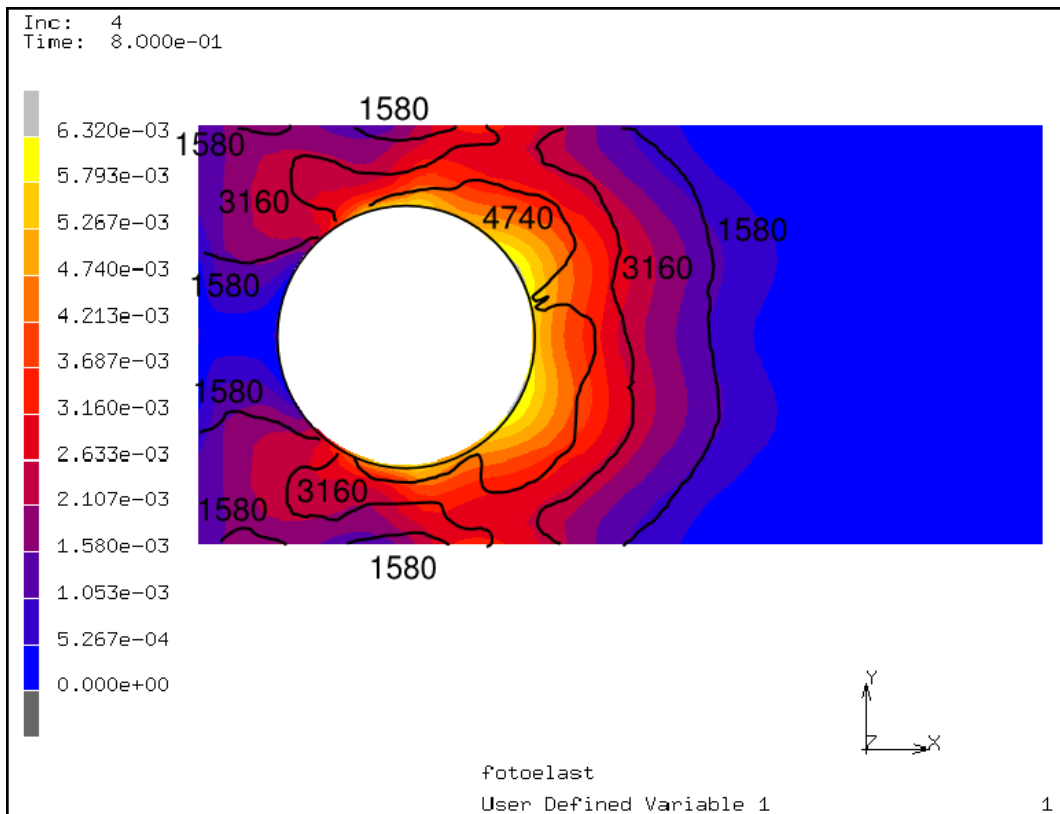


Figura 4.17: Comparación fotoelasticidad - FEM, probeta MN

### 4.3.2 Casos de carga

A la hora realizar el análisis de esfuerzos o deformaciones, nos encontramos con el problema de que, aparte de la no linealidad en la distribución de los mismos debido al fenómeno del contacto, en el caso de la T-bolt, debido a la pretensión del vástago, la distribución de esfuerzos depende fuertemente de la relación entre la pretensión ( $F_0$ ) y la fuerza exterior ( $P$ ), es por tanto necesario delimitar las relaciones  $F_0/P$  que se van a estudiar a aquellos casos que puedan aportar información útil sobre el comportamiento de la junta.

Los casos seleccionados son tres:

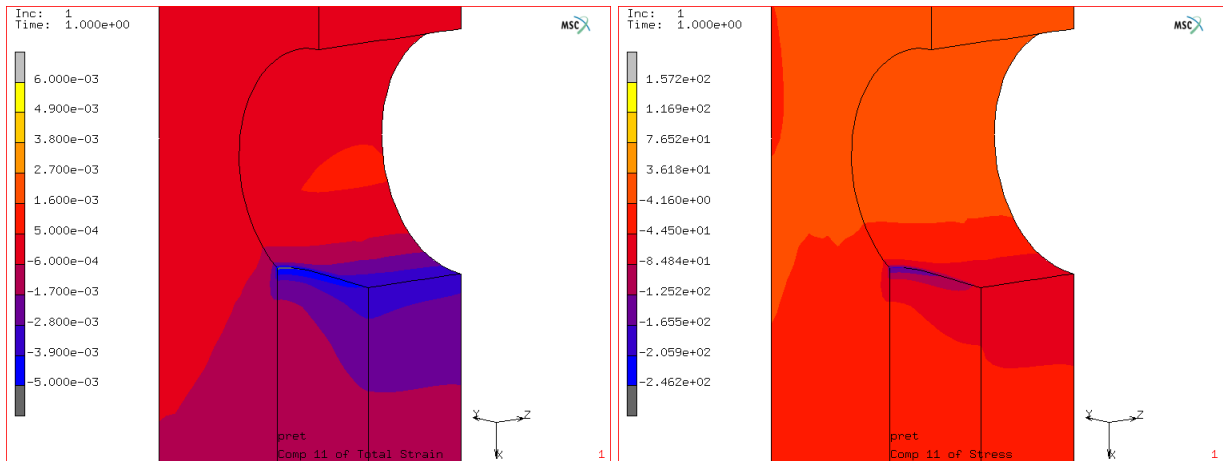
1. Junta sin carga exterior ( $P = 0$ ), y con una fuerza ejercida por el vástago igual a la pretensión inicial ( $F_b = F_0$ ).
2. Junta con una carga exterior igual a 1/2 de la pretensión inicial ( $P = F_0/2$ ).
3. Junta con una carga exterior superior a la fuerza de apertura de la junta. El valor concreto de la relación entre  $F_0$  y  $P$  que tiene como resultado la apertura de la junta, depende de la geometría y la rigidez de los distintos elementos. Pero si asumimos que el factor  $\Phi$  vale aproximadamente 0.2, la apertura de la junta se producirá para una carga exterior  $P = 1.2F_0$ .

Cada uno de los tres casos corresponde a una situación de carga distinta dentro de la vida útil de la unión. El primer caso obviamente refleja la situación de carga en el momento del montaje, así como el estado de las uniones situadas en una zona de la raíz sin esfuerzos de tracción ni compresión. Este estado, aunque no se mantiene de forma permanente en ninguna zona de la raíz de la pala, sí que aparece de forma cíclica en casi todas las juntas que la forman. El segundo caso correspondería a una carga elevada dentro de las que se definen como “condiciones normales de operación” y que deben incluirse en los cálculos a fatiga del vástago. Finalmente, el tercer caso, correspondería a la situación de la junta cuando se producen cargas extremas, que no se incluyen en los cálculos de fatiga y para los que se permite la apertura de la unión.

Aunque los dos primeros casos resultan ilustrativos de los estados de tensiones presentes en una junta en condiciones normales de servicio, el que presenta más interés a la hora de estudiar la resistencia de la junta es el tercero, ya que, en caso de producirse el fallo estático del material compuesto, éste debería aparecer siempre en esta situación (para una junta correctamente diseñada), tal como se explica en el apartado 3.3.6 del capítulo 3.

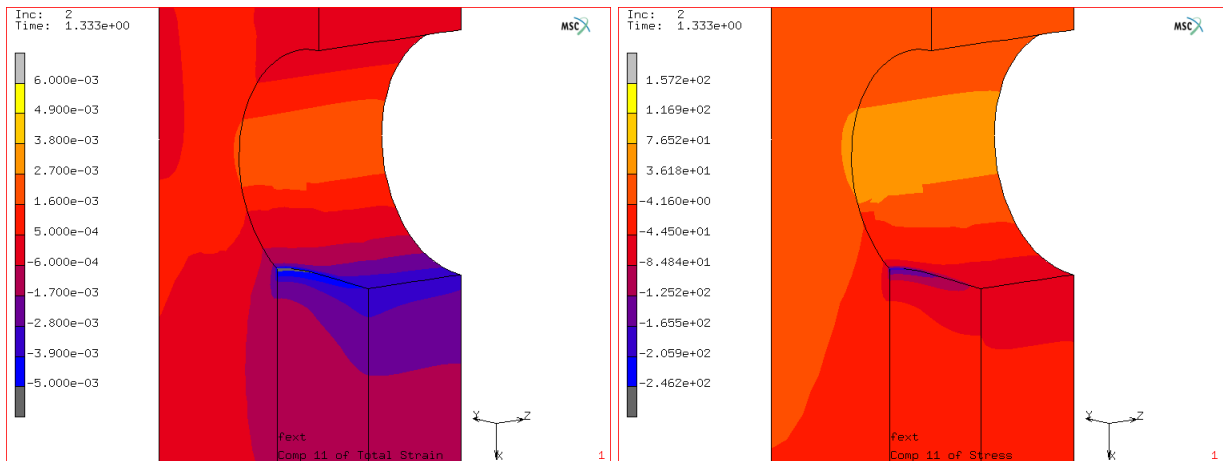
### 4.3.3 Contornos de iso-deformación e iso-esfuerzo

A continuación se presentan las gráficas de contornos correspondientes a las deformaciones y esfuerzos obtenidos a nivel de laminado en la zona del mismo donde se producen las mayores concentraciones de esfuerzos. Los resultados se han agrupado por componentes, de manera que en una misma gráfica se puede observar la evolución de los esfuerzos a medida que aumenta la carga exterior. Para que esta comparación sea lo más directa posible, los contornos se han definido utilizando los mismos niveles de deformación en los distintos casos de carga. El rango de valores a representar se ha determinado para cada componente a partir de los valores extremos del caso de carga más desfavorable, si bien, en el caso de las deformaciones, en algunos casos se ha decidido recortar algunos picos muy locales para obtener una mayor resolución en las zonas más extensas<sup>5</sup>.



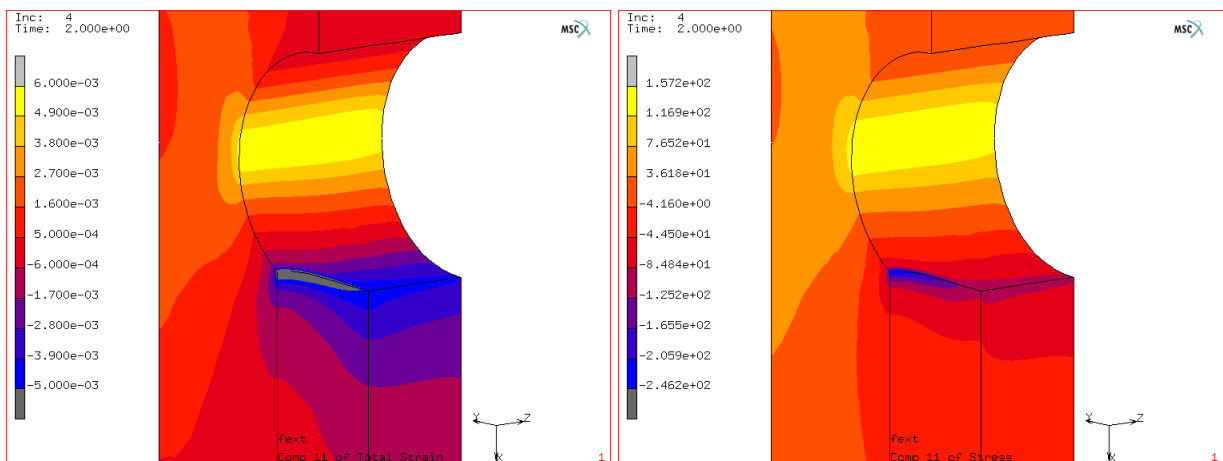
(a) Deformación, componente X, P=0

(b) Esfuerzo, componente X, P=0



(c) Deformación, componente X, P=75kN

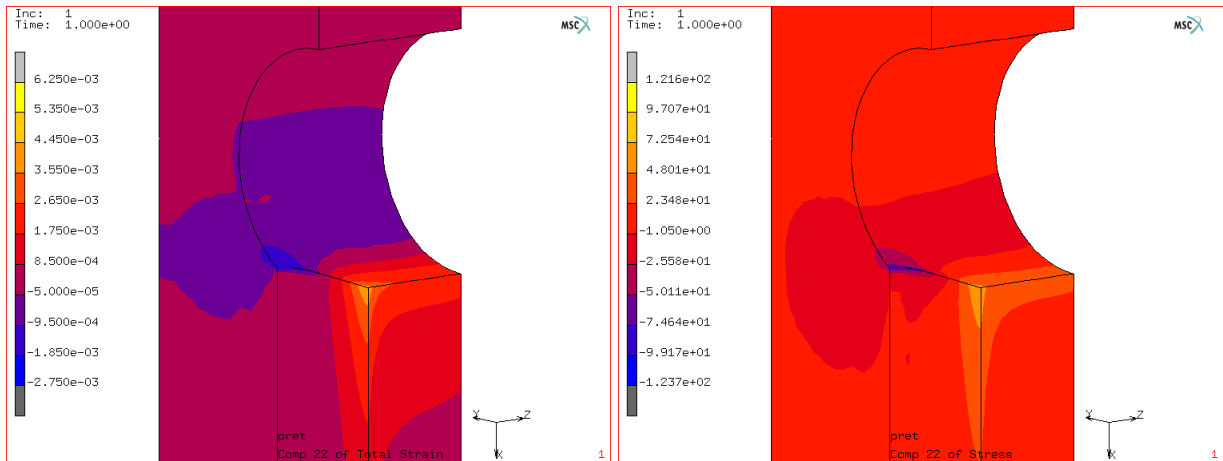
(d) Esfuerzo, componente X, P=75kN



(e) Deformación, componente X, P=225kN

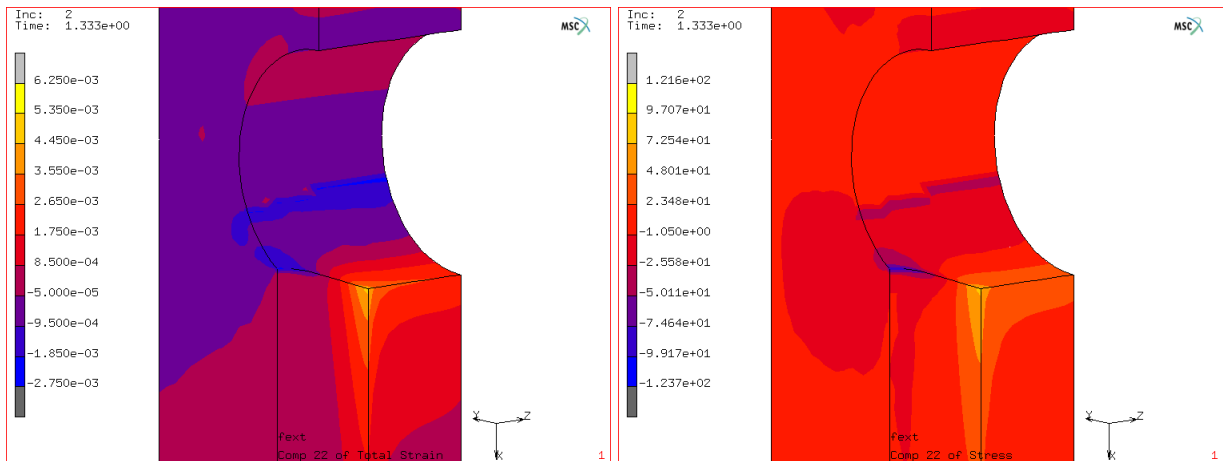
(f) Esfuerzo, componente X, P=225kN

Figura 4.18: Junta estándar, componente X



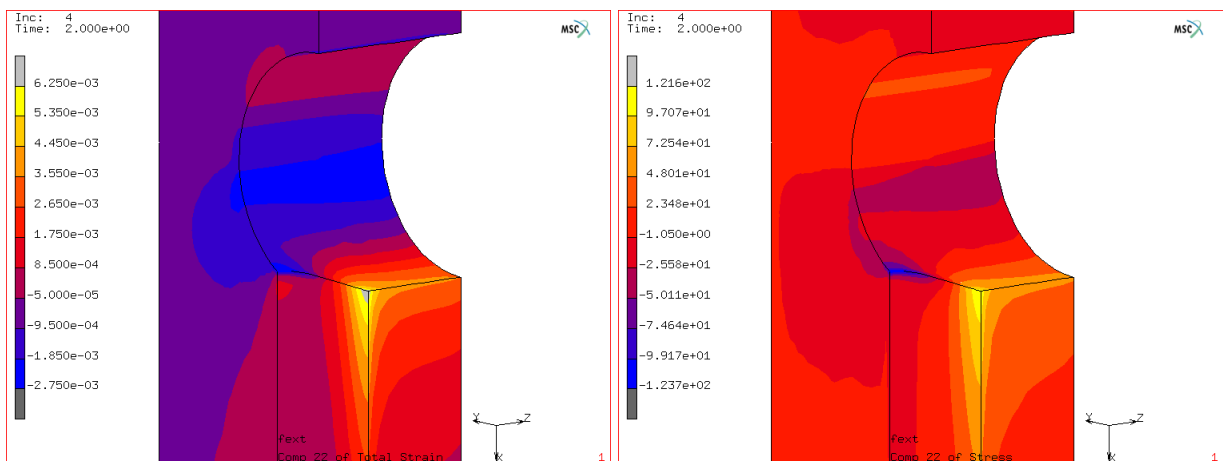
(a) Deformación, componente Y, P=0

(b) Esfuerzo, componente Y, P=0



(c) Deformación, componente Y, P=75kN

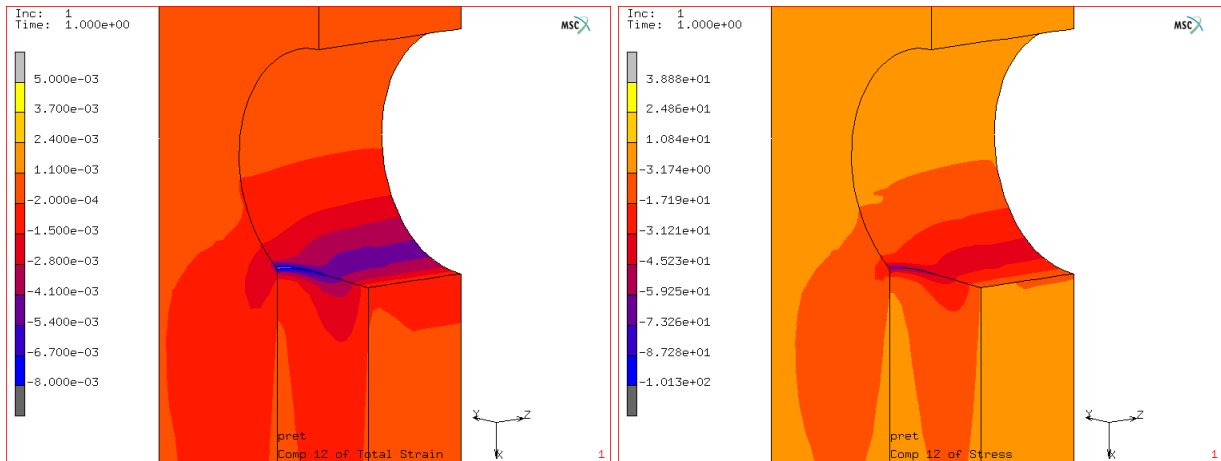
(d) Esfuerzo, componente Y, P=75kN



(e) Deformación, componente Y, P=225kN

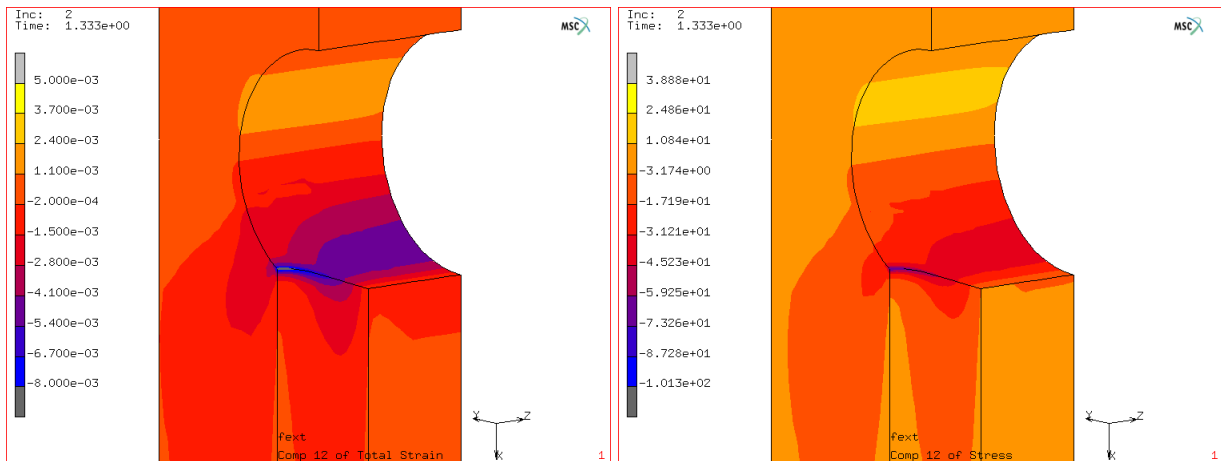
(f) Esfuerzo, componente Y, P=225kN

Figura 4.19: Junta estándar, componente Y



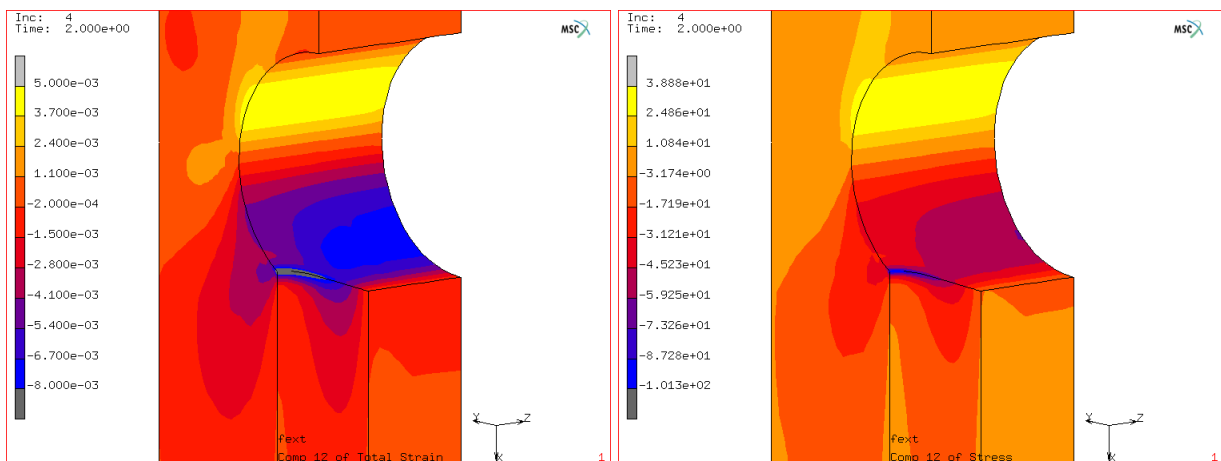
(a) Deformación, componente XY, P=0

(b) Esfuerzo, componente XY, P=0



(c) Deformación, componente XY, P=75kN

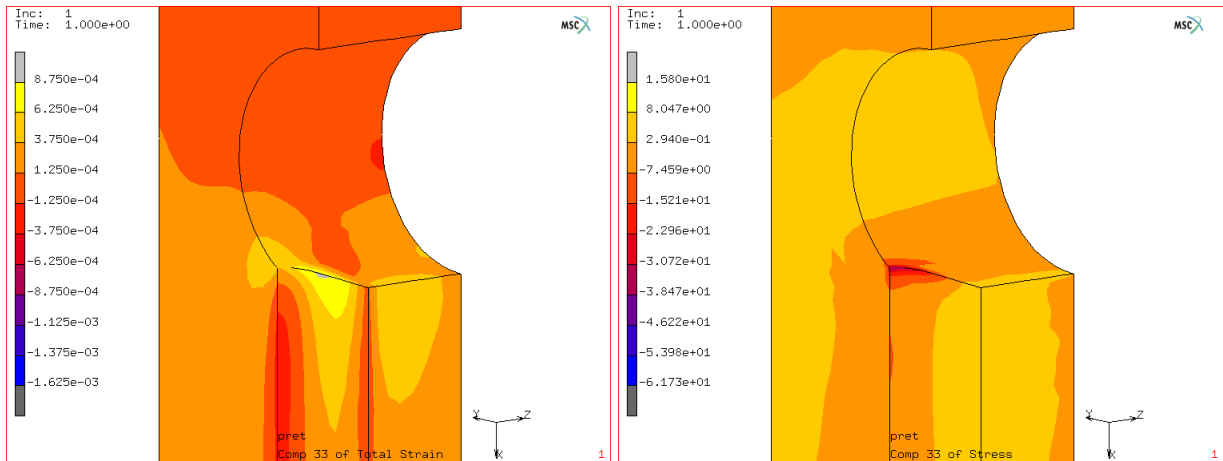
(d) Esfuerzo, componente XY, P=75kN



(e) Deformación, componente XY, P=225kN

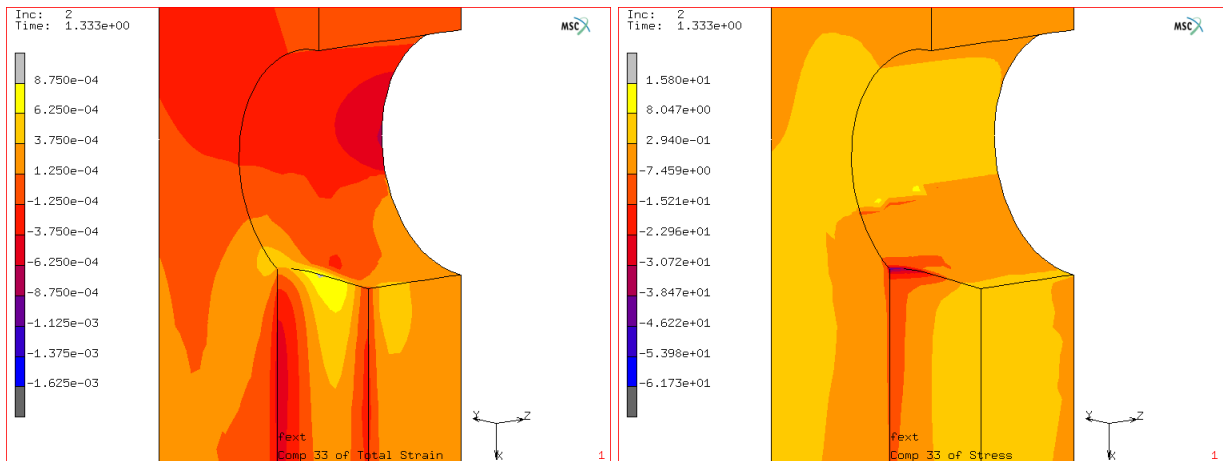
(f) Esfuerzo, componente XY, P=225kN

Figura 4.20: Junta estándar, componente XY



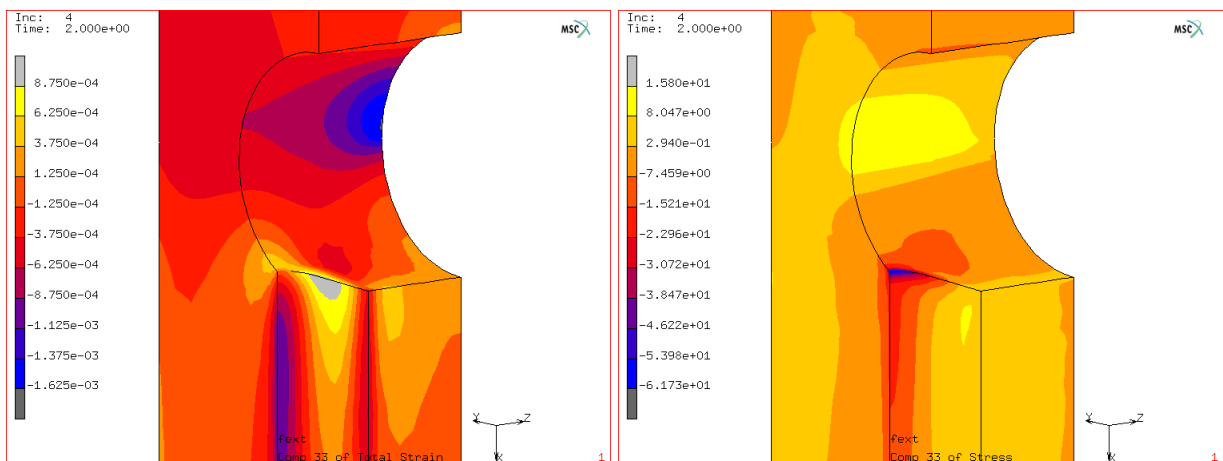
(a) Deformación, componente Z, P=0

(b) Esfuerzo, componente Z, P=0



(c) Deformación, componente Z, P=75kN

(d) Esfuerzo, componente Z, P=75kN

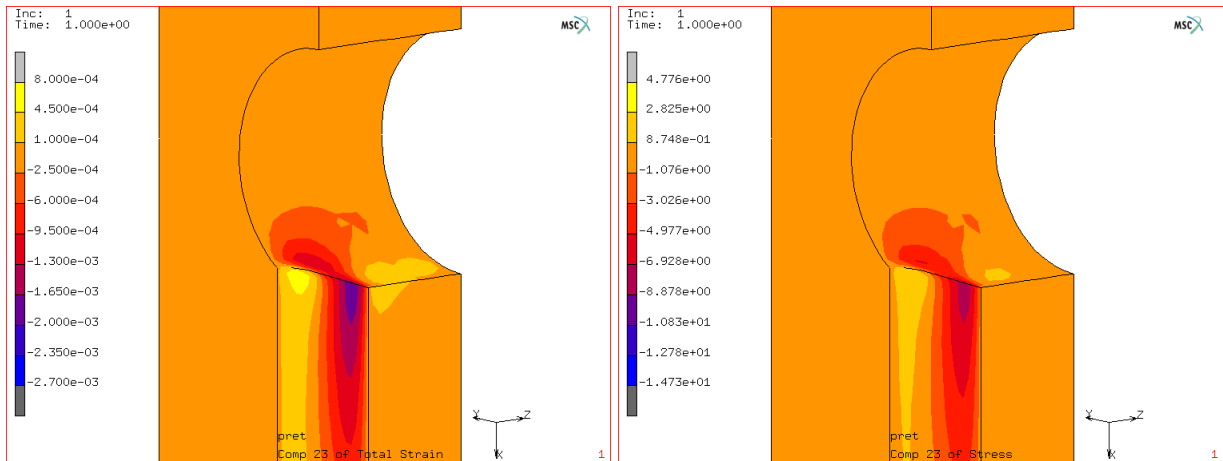


(e) Deformación, componente Z, P=225kN

(f) Esfuerzo, componente Z, P=225kN

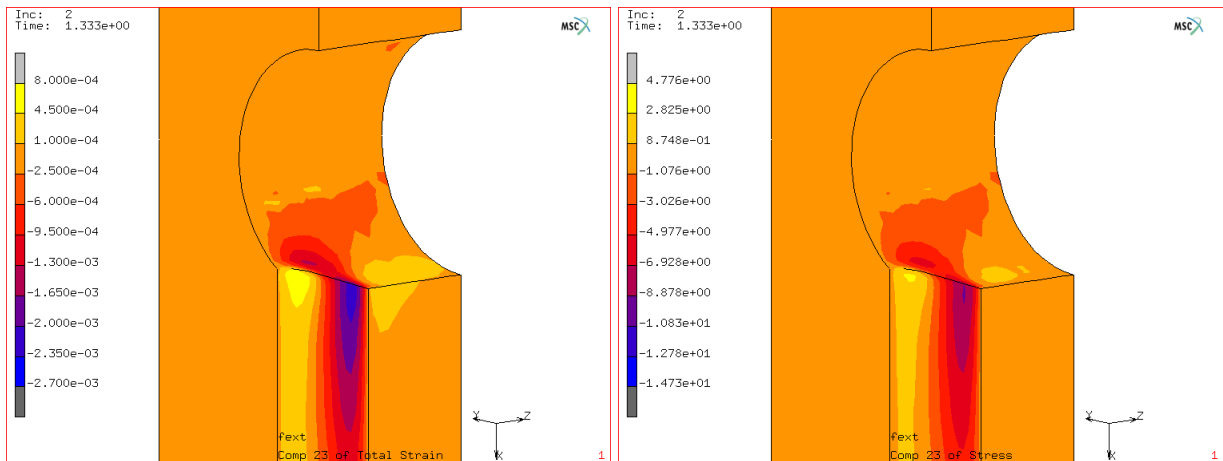
Figura 4.21: Junta estándar, componente Z





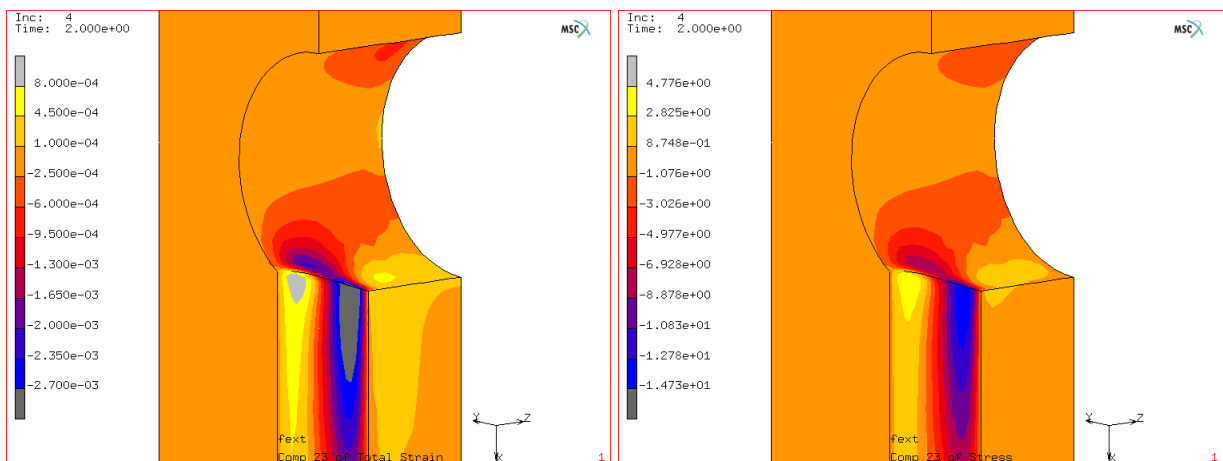
(a) Deformación, componente YZ, P=0

(b) Esfuerzo, componente YZ, P=0



(c) Deformación, componente YZ, P=75kN

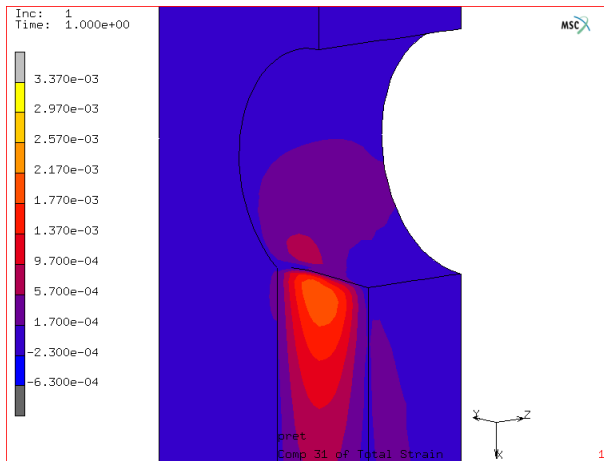
(d) Esfuerzo, componente YZ, P=75kN



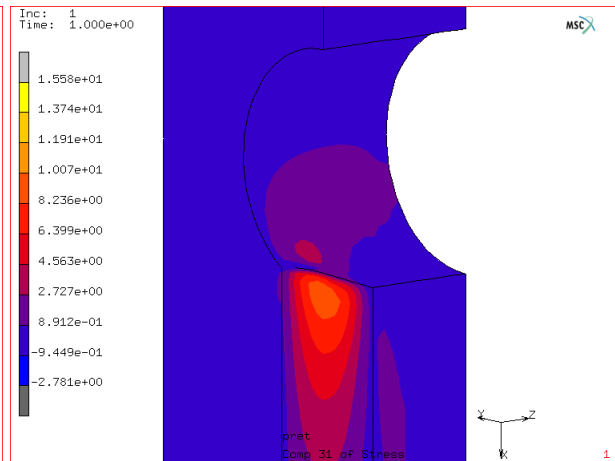
(e) Deformación, componente YZ, P=225kN

(f) Esfuerzo, componente YZ, P=225kN

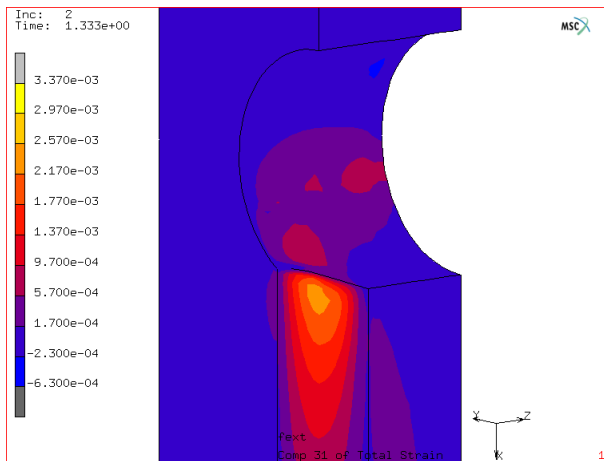
Figura 4.22: Junta estándar, componente YZ



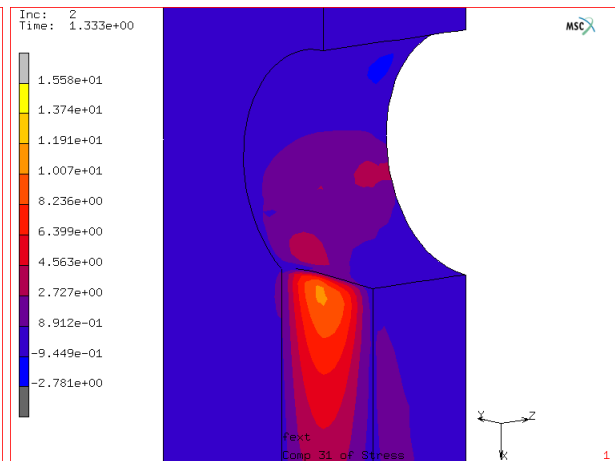
(a) Deformación, componente ZX, P=0



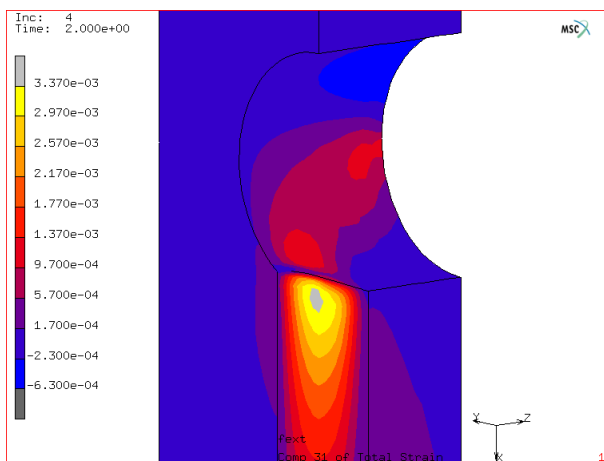
(b) Esfuerzo, componente ZX, P=0



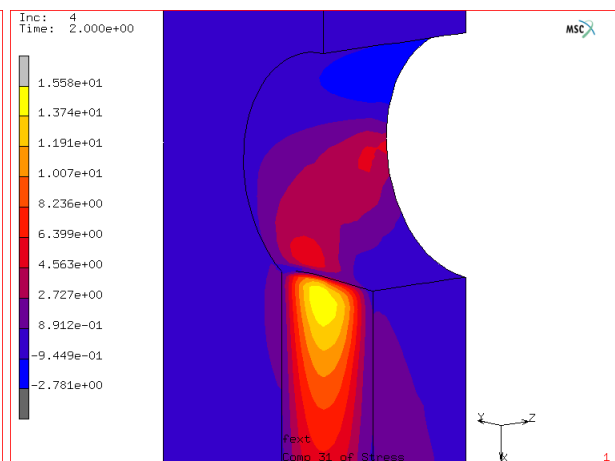
(c) Deformación, componente ZX, P=75kN



(d) Esfuerzo, componente ZX, P=75kN



(e) Deformación, componente ZX, P=225kN



(f) Esfuerzo, componente ZX, P=225kN

Figura 4.23: Junta estándar, componente ZX

Se puede observar como, debido a la geometría de la T-bolt, los estados de esfuerzos presentes en la zona de la junta son muy complejos, ya que aparecen esfuerzos con gradientes muy elevados en todas las componentes. Además, si nos fijamos en la evolución de las distintas componentes a medida que aumenta la carga exterior, se puede observar que, tanto los esfuerzos como las deformaciones, en la zona de tensión neta, tienen una evolución muy distinta a las de la zona de compresión local. Este hecho, que no se da en juntas a solape, se debe a que, mientras los esfuerzos en la zona de compresión local dependen sobre todo de la fuerza de contacto entre el bulón y el laminado, los de la zona de tensión neta dependen casi exclusivamente del valor de la fuerza exterior, ya que cuando la fuerza exterior  $P$  varía entre 0 y 225kN, la fuerza que ejerce el bulón sobre el laminado  $F_b$  tiene un valor inicial  $F_b = F_0 = 150$  kN, a continuación se incrementa según la expresión  $F_b = F_0 + \Phi P$  hasta que se alcanza la apertura de la junta y finalmente, una vez abierta la junta,  $F_b$  pasa a ser igual a la carga exterior  $P$ . En la tabla 4.11 se muestra la evolución de la fuerza del bulón en función de la carga exterior, para el modelo analizado y cuatro valores de  $P$ , es decir: los tres considerados hasta ahora, más el caso  $P = F_0 = 150$  kN.

Casos de carga	$P$ (kN)	$F_b$ (kN)	$\Phi^*$ (%)	$\Delta F_b^{**}$ (%)
Caso 1	0	150	-	-
Caso 2	75	162	16.4%	8%
-	150	175	16.4%	17%
Caso 3	225	225	33.3%	50%
* $\Phi = (F_b - F_0)/P$				
** $\Delta F_b = (F_b - F_0)/F_0$				

Tabla 4.11: Evolución de la carga del bulón

A partir de la tabla anterior, se observa claramente como en los dos primeros incrementos de carga, la junta se mantiene cerrada, mientras que para la carga extrema se produce la apertura de la junta.

Si ahora volvemos a las gráficas de contornos, se puede comprobar como en la zona de compresión local los esfuerzos, en general, tienen incrementos proporcionales a  $\Delta F_b$ , mientras que en la zona de tensión neta estos son proporcionales a los incrementos de carga  $P$ .

La componente X es evidentemente la que presenta los esfuerzos más importantes, tanto por ser la dirección en la que se aplica la carga como por ser la dirección en la que el material presenta un módulo elástico más elevado. Además, si descartamos las concentraciones de esfuerzos muy localizadas en el borde del agujero del vástago (zona gris en la figura 4.18e), vemos que los máximos de esta componente se presentan precisamente en las zonas de tensión neta (máximo positivo) y compresión, local (máximo negativo), por lo que es fácil asignar a esta componente de esfuerzo un papel principal en el fallo final del material. El máximo a tracción es casi un 50% superior al máximo a compresión lo cual parece razonable si se tiene en cuenta que el estado de esfuerzos en la zona de compresión local es mucho más compleja .

Si nos fijamos en los valores de esfuerzo de la componente Y vemos que son muy inferiores a los de la componente X (del orden del 50% en la mayor parte de los puntos). Sin embargo, hay que tener en cuenta, a la hora de valorar su importancia, que el módulo elástico en esta dirección es del orden del 75% del módulo en la dirección X, lo cual se refleja en las gráficas de deformaciones que arrojan valores del mismo orden que los de la componente X. En cuanto a las zonas de acción, los

<sup>5</sup>En las gráficas de esfuerzos se han respetado los límites extremos, para que así el lector pueda elegir el criterio de análisis que considere más oportuno.

valores más importantes de esta componente se encuentran en la zona de compresión local donde se alcanzan deformaciones similares a las de la componente X pero de signo contrario (tracción), lo cual puede tener un efecto importante en el inicio del fallo por compresión local.

La última de las componentes en el plano del laminado es la deformación cortante XY, la cual, aunque presenta unos valores de esfuerzo del mismo orden que la componente Y, presenta los valores de deformación más elevados de todo el modelo, lo cual se entiende si se tiene en cuenta que el módulo elástico a cortante es del orden del 25% del módulo en dirección X. Estas deformaciones cortantes tan elevadas tienen un efecto muy importante sobre los esfuerzos en las capas a  $\pm 45^\circ$ . En cuanto a la posición de los máximos, éstos se encuentran aproximadamente a  $\pm 45^\circ$  respecto a la zona de tensión neta con lo que sólo coinciden parcialmente con ésta y con la zona de compresión local.

Respecto a las componentes fuera del plano del laminado Z, YZ y ZX, hay que decir que el modelo presentado no es capaz de predecir los esfuerzos interlaminares, ya que se está representando el laminado como un material homogéneo ortótropo. Estos esfuerzos interlaminares dependen de los espesores de lámina utilizados y de la presencia de bordes libres, por lo que probablemente tengan una importancia significativa en este tipo de juntas que deberá investigarse en el futuro. Aparte de este hecho, resulta difícil hacer una valoración de los resultados obtenidos para estas componentes de esfuerzo, ya que, aunque los valores que se alcanzan son del orden del 10% de los que se observan en la componente X, hay que tener en cuenta que estas componentes actúan principalmente sobre la matriz, cuyos valores de resistencia son también muy reducidos comparados con los de las fibras. Además, está el hecho de que, mientras la rotura de las fibras en la dirección principal del laminado tiene un efecto directo sobre la resistencia de la estructura, el efecto de la aparición de delaminaciones y roturas en la matriz puede tener un efecto muy diverso dependiendo de la intensidad y el signo del resto de componentes de esfuerzo presentes en la zona. Estas tres componentes alcanzan sus máximos valores en el borde del agujero del bulón, si bien se trata de concentraciones muy locales que probablemente tengan poca importancia en el inicio del fallo de la junta.

Finalmente, aunque no es el objetivo de este apartado la predicción del fallo ni la evaluación del factor de seguridad de la junta, es interesante destacar lo alejado que estaría este diseño del óptimo estructural, ya que aparte de concentraciones muy puntuales, el esfuerzo máximo que se alcanza es de unos 160 MPa en dirección X, mientras que el laminado es capaz de soportar esfuerzos de hasta 560 MPa en esa misma dirección. En este sentido hay que repetir que, aunque los criterios pueden variar de un fabricante a otro, las medidas que se han tomado corresponden a lo que sería un diseño estándar y que, dada esta geometría, el esfuerzo al que estaría sometido el vástago para una carga de 225kN es de unos 637 MPa, es decir el valor de su límite elástico si se toma una calidad de tornillo de 8.8.

#### 4.3.4 Evolución de la superficie de contacto

Otro parámetro que es interesante observar es la evolución de la superficie de contacto a medida que se aplica la carga, la cual depende en alguna medida del valor absoluto de la carga aplicada, pero sobretodo, de la relación entre ésta y la fuerza que ejerce el vástago. En la figura 4.24 puede observarse como varía el límite de esta superficie de contacto para los tres casos de carga anteriores a los que se ha añadido el caso de  $P = F_0$ . Estas curvas corresponden al lugar geométrico de los puntos en los que el esfuerzo de contacto se hace nulo, y se han representado sobre la superficie interior del bulón desarrollada desde su cuadrante inferior (puntos A y B) hasta un ángulo de  $90^\circ$  (puntos C y D). El área de contacto, entonces, corresponde a la zona de la gráfica que queda por debajo de cada una de las curvas.

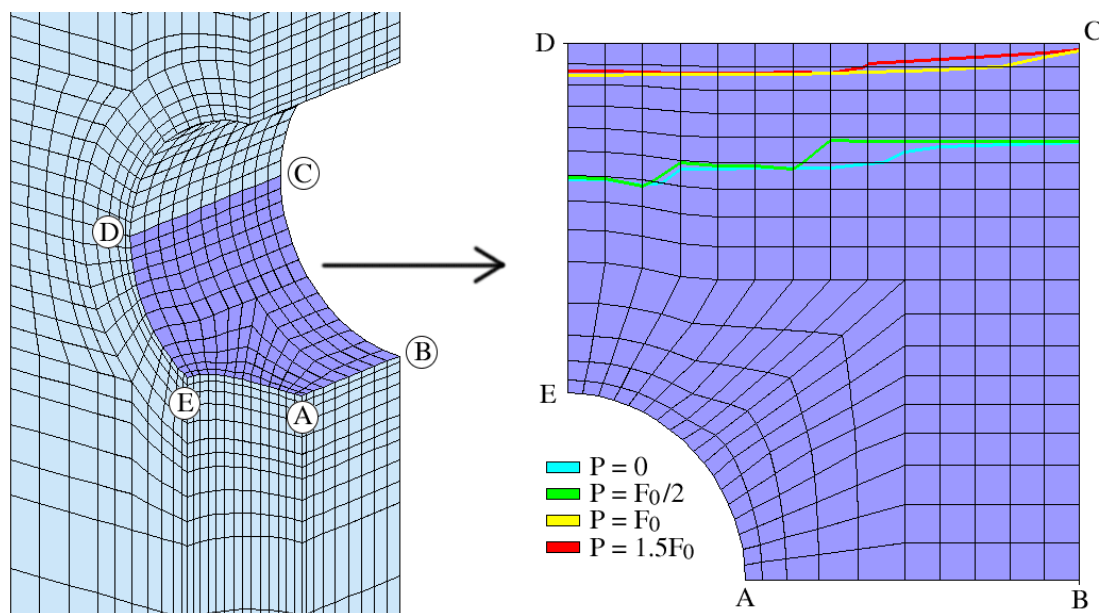


Figura 4.24: Evolución de la superficie de contacto

Como puede apreciarse, el área de contacto en los dos primeros casos de carga ( $P = 0$  y  $P = F_0/2$ ) es claramente inferior a la de dos últimos ( $P = F_0$  y  $P = 1.5F_0$ ). Ello provoca que, mientras que la fuerza total transmitida entre el bulón y el laminado es un 50% mayor en el caso de la unión totalmente abierta ( $P = 1.5F_0$ ), la presión máxima de contacto sólo se incrementa del orden del 15% como puede observarse en las gráficas del apartado anterior.

Por otra parte, la gran diferencia que existe entre el segundo y el tercer caso, comparada con las pequeñísimas diferencias que se aprecian entre los casos 1 y 2 y entre los casos 3 y 4, demuestra que la dependencia de la superficie de contacto respecto a la relación  $P/F_b$  no es de ningún modo lineal, sino que presenta un escalón en el momento en que el laminado se “cierra”.

### 4.3.5 Comparación con juntas a solape

Como ya se ha comentado en apartados anteriores, la escasez de trabajos publicados sobre las juntas T-bolt, contrasta con la ingente cantidad de artículos y trabajos dedicadas a las juntas a solape. Por este motivo, y teniendo en cuenta las similitudes geométricas que se pueden encontrar entre ambos tipos de junta, se ha realizado un estudio comparativo entre ellas que nos permita estimar hasta que punto las metodologías desarrolladas para uniones a solape serán válidas para uniones T-Bolt.

Para la realización de la comparación se ha construido un modelo idéntico al de la T-bolt “estándar” al que se ha suprimido el agujero del vástago. Este modelo puede observarse en la figura 4.25 y corresponde a una junta a solape doble sin apriete lateral con la única singularidad destacable de tener un espesor muy por encima del habitual.

El único caso de carga analizado es el que, en la T-bolt, correspondía a la junta totalmente abierta ( $P = 1.5F_0$ ), ya que, en primer lugar, no tiene sentido en el caso de las juntas a solape considerar la pretensión del vástago porque éste no existe, y, en segundo lugar, como ya se ha establecido anteriormente, este caso es el que tiene mayor interés desde el punto de vista de la resistencia de la unión.

Para poder realizar una comparación lo más directa posible, los resultados se presentan en gráficas

tridimensionales, en las que la superficie del agujero del bulón se ha desarrollado sobre el plano XY, de manera que la coordenada X corresponde al espesor del laminado tomando como origen su plano medio, y la coordenada Y corresponde a la longitud de arco recorrida desde el cuadrante inferior del agujero del bulón (figura 4.25). Finalmente, en el eje Z se ha representado la magnitud a comparar escalada para permitir una correcta visualización de la misma.

En cada una de las gráficas se superponen los resultados correspondientes a la unión a solape doble (la superficie representada como una malla de alambres) con los correspondientes a la junta T-bolt (la superficie coloreada según el valor del parámetro a comparar). Es importante notar que los valores del eje Z han sido escalados para permitir una correcta representación de la gráfica por lo que los valores reales del parámetro comparado deben leerse en la leyenda de la coloración de la superficie de la T-bolt.

Los parámetros escogidos para la comparación son las deformaciones en el plano del laminado según los ejes principales del mismo y los esfuerzos radiales y tangenciales al agujero del bulón. Esta forma de representar los esfuerzos permite la comparación de los resultados con los presentados en gran parte de la literatura.

Observando las gráficas de deformaciones (figuras 4.26, 4.27 y 4.28) se puede observar como, para la geometría analizada, las diferencias principales se deben a las elevadas concentraciones de esfuerzos que se producen en el borde del agujero del vástago en la unión T-bolt, por lo que en la zona de tensión neta apenas se alcanzan diferencias del 4% entre los dos modelos.

En cuanto a la zona de compresión local, la componente X (figura 4.26) presenta una elevada concentración de tensiones en el borde del agujero del vástago que se reduce rápidamente a medida que nos alejamos de éste en la dirección del arco. Por este motivo su presencia no puede influir de forma decisiva en el fallo de la pieza. En cambio, si nos fijamos en la zona próxima a la parte inferior del bulón ( $Arc = 0$ ), que es donde habitualmente se considera que se originan los fallos en compresión local, vemos que las deformaciones son una media del 30% superiores, en el caso de la T-bolt, concretamente sobre la coordenada  $Arc = 0$ , que es donde se encuentra el máximo de deformación en las juntas a solape, tenemos deformaciones entre un 16% y un 50% superiores. Resulta lógico atribuir este incremento en las deformaciones a la reducción del área resistente ( $A_b$ ) que supone la introducción del agujero del vástago. Sin embargo, esta reducción del área resistente sólo justificaría un incremento del 16% en las deformaciones.

En la componente Y se observan concentraciones de tensiones tanto positivas como negativas en el borde del agujero del vástago, de las cuales merece la pena destacar la que se produce en la zona inferior del bulón ( $Arc = 0$ ) por su coincidencia con la zona de fallo en compresión local, y porque al ser de signo opuesto a las deformaciones en dirección X de la misma zona, provocan un incremento en las deformaciones cortantes principales.

La componente XY únicamente presenta concentraciones de deformaciones muy locales en el borde del agujero del bulón, y éstas no se superponen prácticamente con la zona de fallo en compresión local.

Las figuras 4.29 y 4.30 muestran los esfuerzos radiales y tangenciales respectivamente. Puede apreciarse como en la gráfica de esfuerzos radiales se observa una elevadísima concentración de esfuerzos en la arista del agujero del vástago, si bien, como ya se ha comentado para las gráficas de deformaciones esta concentración de esfuerzos, no tiene mayor importancia debido a que se encuentra localizada en una zona muy reducida.

Si comparamos directamente los máximos en valor absoluto de las componentes radiales y tangenciales (eliminando la zona inmediatamente adyacente al agujero del vástago) podríamos llegar a la

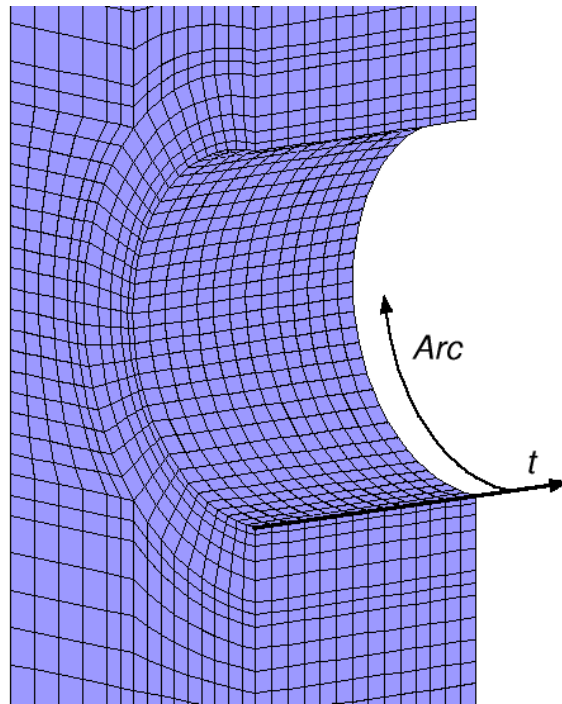


Figura 4.25: Modelo de junta a solape doble

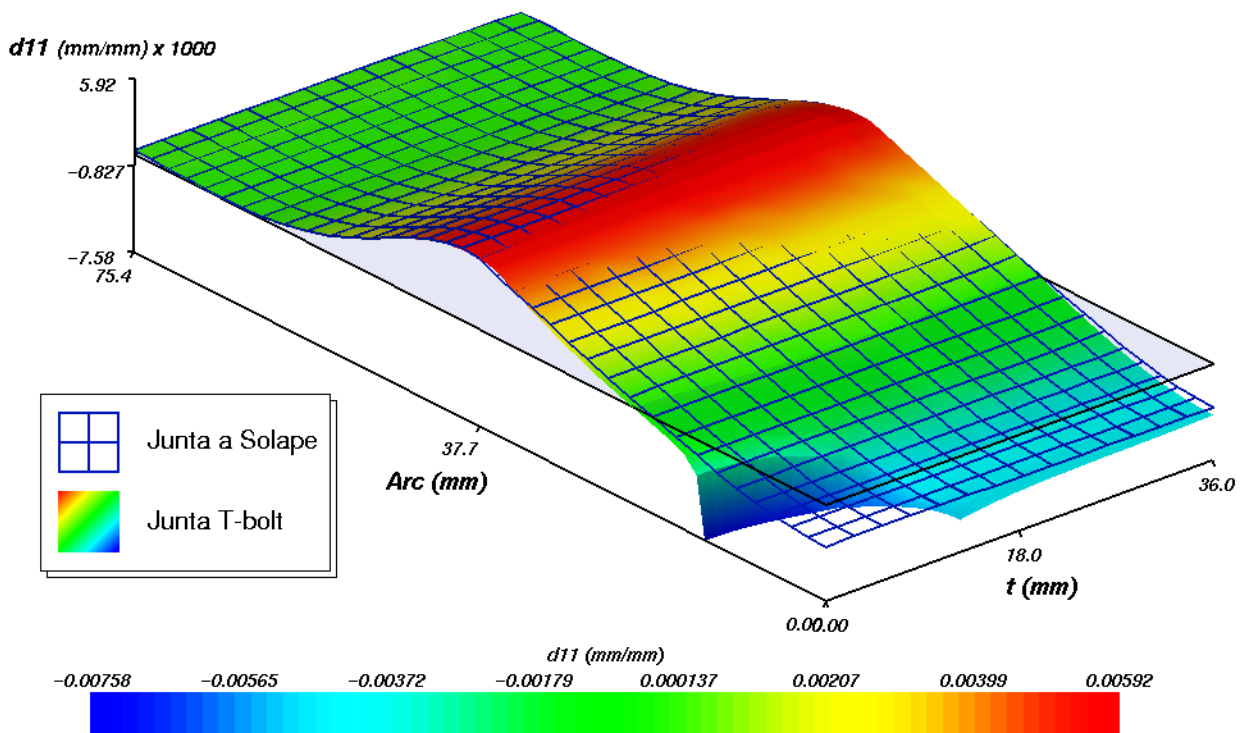


Figura 4.26: Comparación con juntas a solape, caso de carga 3, deformación X

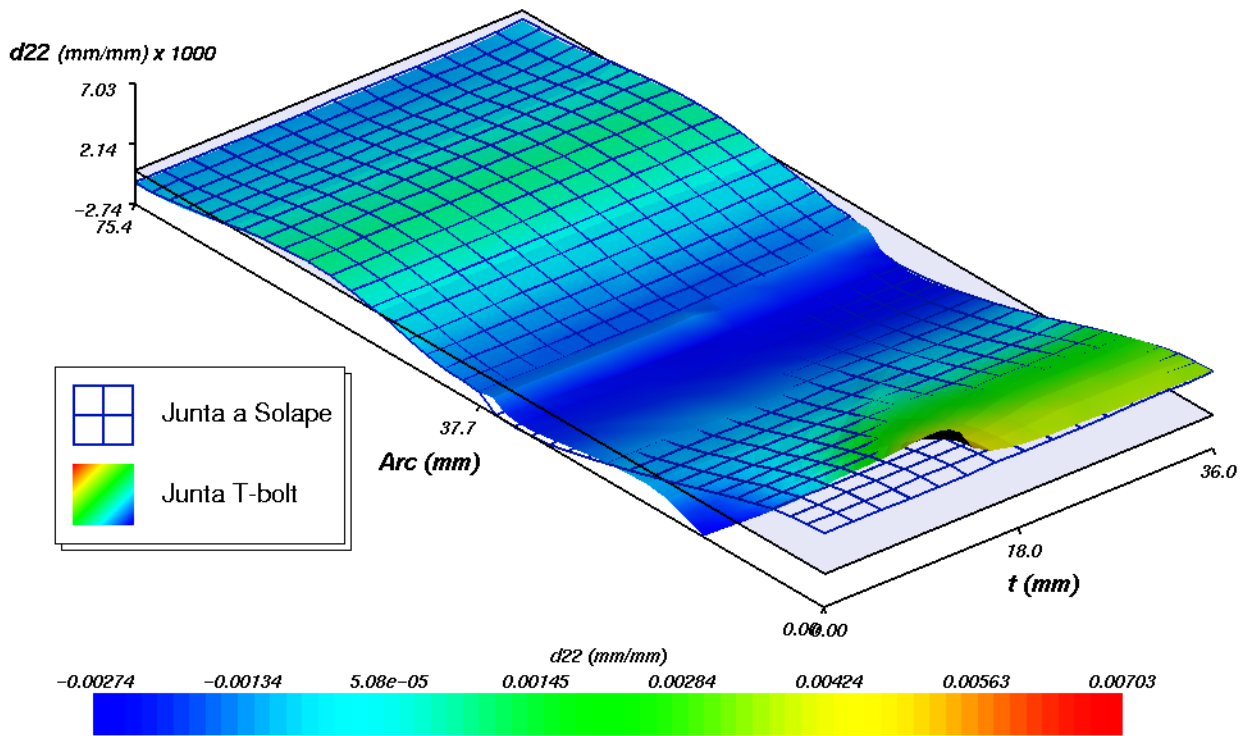


Figura 4.27: Comparación con juntas a solape, caso de carga 3, deformación Y

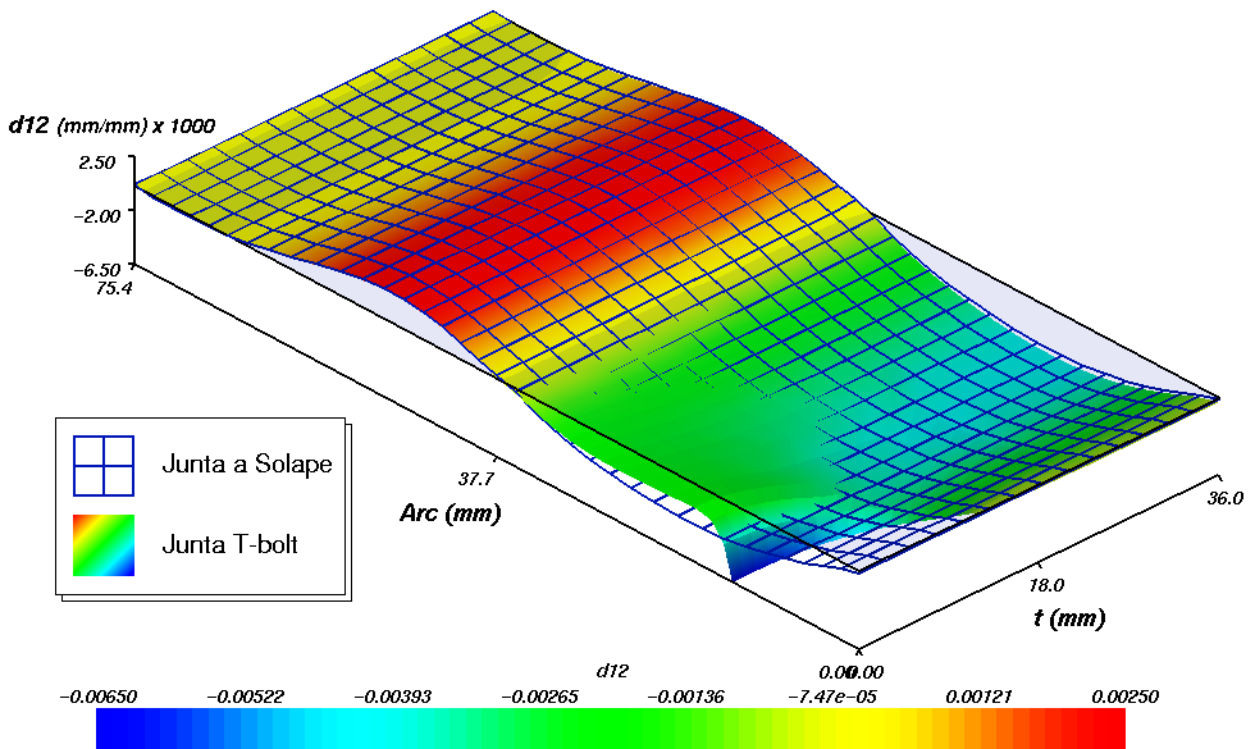


Figura 4.28: Comparación con juntas a solape, caso de carga 3, deformación cortante XY



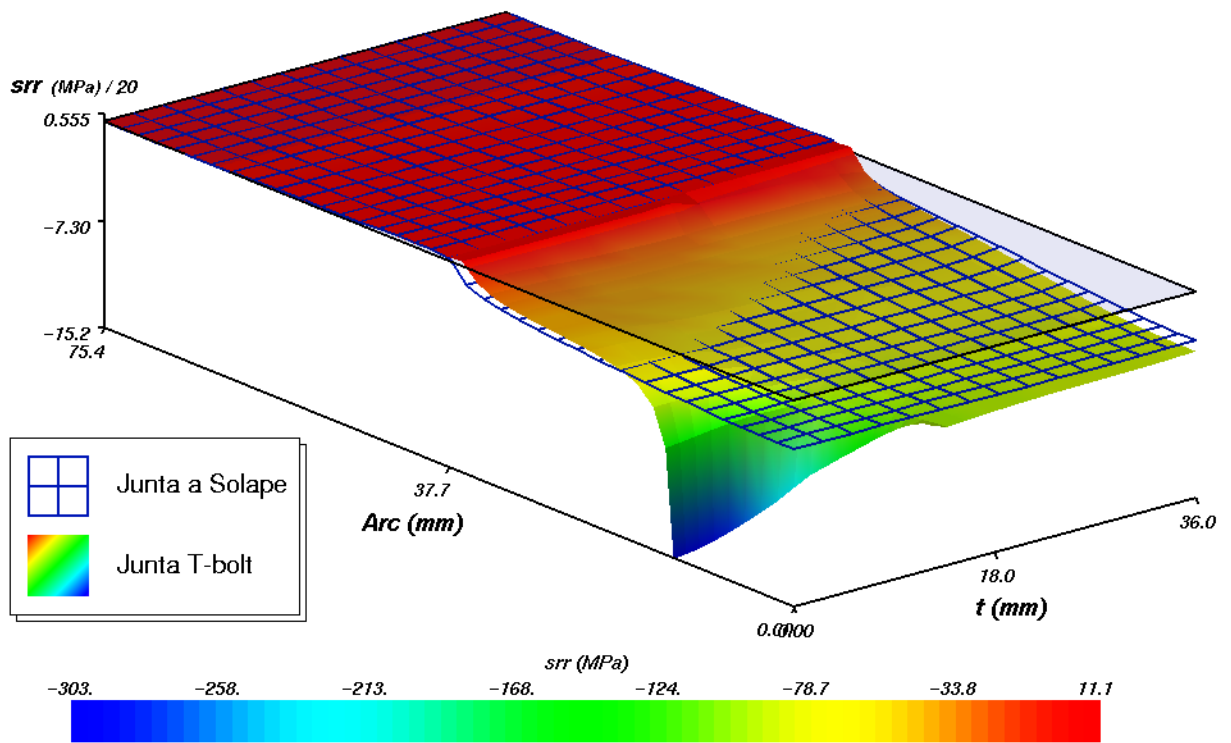


Figura 4.29: Comparación con juntas a solape, caso de carga 3, esfuerzo radial

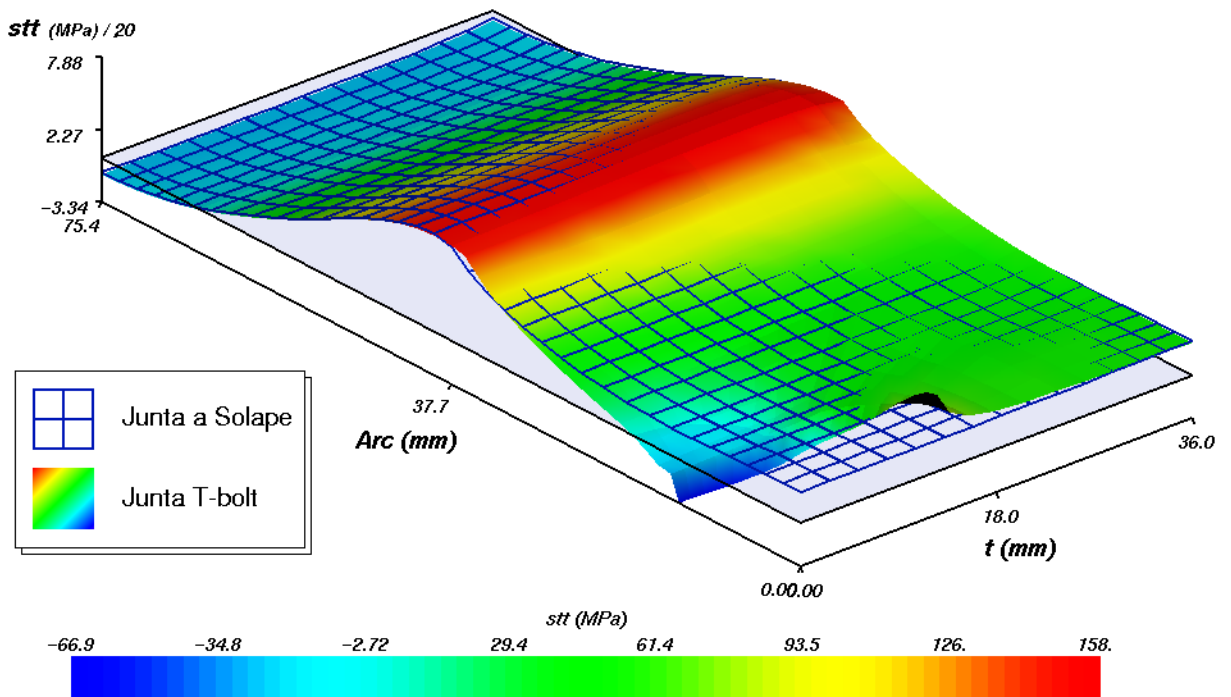


Figura 4.30: Comparación con juntas a solape, caso de carga 3, esfuerzo tangencial

conclusión que la zona de tensión neta se encuentra mucho más próxima a la rotura ya que normalmente se considera que los esfuerzos radiales son los que determinan el fallo en compresión local, mientras que los esfuerzos tangenciales son los responsables del fallo en tensión neta; sin embargo, aunque esto es básicamente cierto tanto para la T-bolt como para las juntas a solape, es interesante observar como, mientras en la zona de tensión neta (máximo de la figura 4.30) los valores de los esfuerzos radiales son prácticamente nulos, en la zona del fallo en compresión local los esfuerzos tangenciales son del mismo orden que los radiales, si bien de signo contrario, lo cual resulta especialmente importante si tenemos en cuenta que en esta zona el material presenta una resistencia muy reducida en esta dirección.

### 4.3.6 Esfuerzos a nivel de lámina

En las figuras 4.32, 4.33, 4.34 y 4.35 se muestran los esfuerzos a nivel de lámina calculados sobre el arco de  $180^\circ$  marcado en rojo en la figura 4.31, con  $\alpha = 0$  en el punto inferior de dicho arco. Los subíndices 11, 22, 33 indican los esfuerzos principales de cada lámina, coincidiendo la dirección 11 con la orientación de las fibras, y los subíndices 12, 23, 31 denominan los correspondientes esfuerzos cortantes según la nomenclatura tensorial habitual.

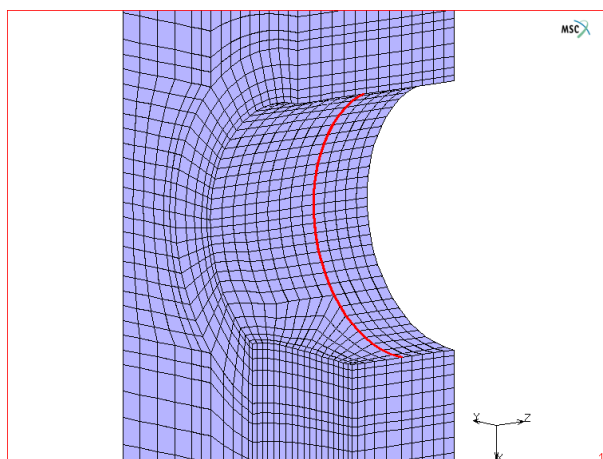


Figura 4.31: Arco esfuerzos a nivel de lámina

Se ha escogido el arco indicado en la figura 4.31, ya que atraviesa tanto la zona de tensión neta como la de compresión local, evitando los puntos en los que se producen máximos muy localizados, pues éstos no tienen mayor influencia sobre la integridad de la pieza.

Al igual que pasaba en los contornos de esfuerzos a nivel de laminado, vemos que las componentes fuera del plano son apenas apreciables, en comparación con los esfuerzos, tanto en la dirección de la fibra, como en su dirección transversal contenida en el plano del laminado.

En cuanto a las componentes en el plano, como era de esperar los esfuerzos mayores se producen en la dirección de la fibra. Ahora bien, si tenemos en cuenta las resistencias del material frente a los esfuerzos 11, 22 y 12, vemos que las componentes 22 y 12, que afectan principalmente a la matriz, son las únicas que se encuentran cerca de los límites de rotura, mientras que la componente principal con unos máximos del orden de 300 MPa presenta un coeficiente de seguridad del orden de 4. Esta situación es normal en laminados de fibra de vidrio y epoxy, ya que los niveles de deformación que es capaz de soportar la fibra son muy superiores a los que soporta la matriz, por lo que se

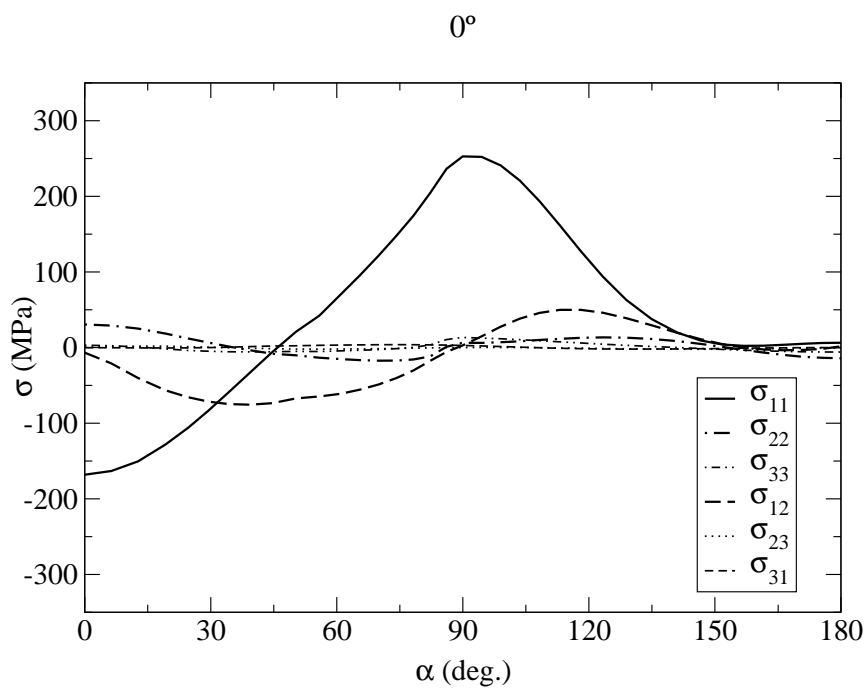


Figura 4.32: Esfuerzos en una lámina a  $0^\circ$

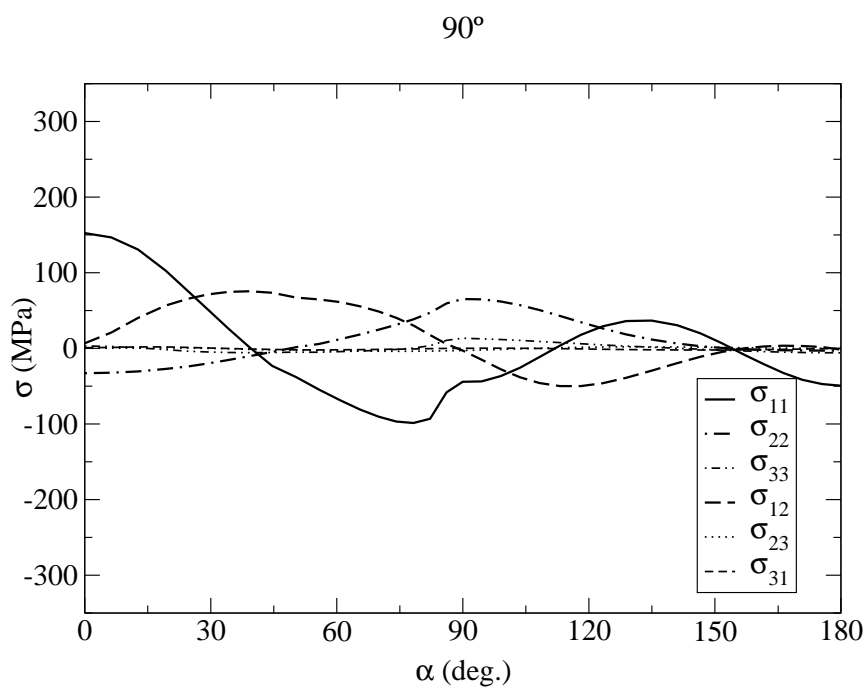


Figura 4.33: Esfuerzos en una lámina a  $90^\circ$

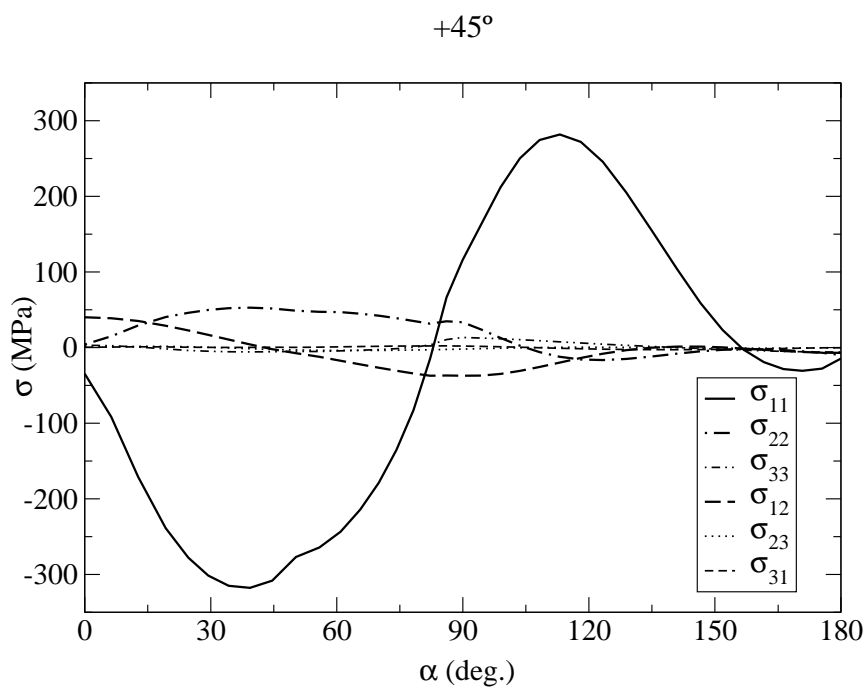


Figura 4.34: Esfuerzos en una lámina a +45°

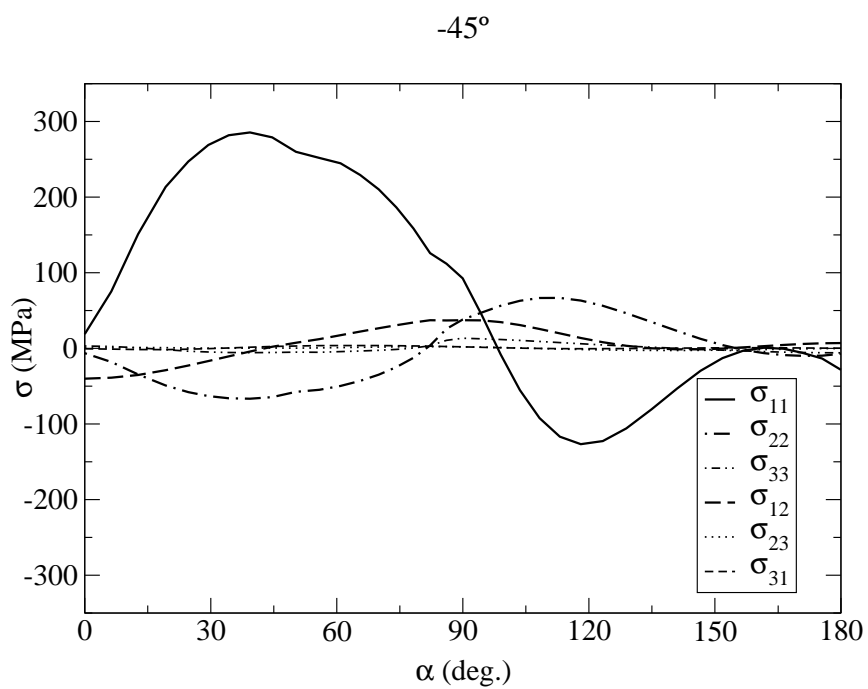


Figura 4.35: Esfuerzos en una lámina a -45°

pueden observar las primeras grietas en la matriz para cargas varias veces inferiores a la de rotura del material.

Finalmente, si comparamos las distintas orientaciones vemos como las láminas más castigadas son las orientadas a  $+45^\circ$ , con máximos tanto a tracción como a compresión de alrededor de 300MPa. Por tanto, aunque no se puede afirmar con seguridad que estas láminas serían las primeras en presentar roturas generalizadas de fibras, debido a la redistribución de esfuerzos que tendrá lugar en cuanto se empiecen a producir los fallos en la matriz, vemos que su nivel de esfuerzos es muy importante y, como mínimo, comparable al de las capas a  $0^\circ$ .

### 4.3.7 Influencia de la curvatura de la raíz de la pala

Hasta ahora se ha modelizado siempre la geometría de la junta T-bolt utilizada en un laminado plano de dimensiones finitas y una sola junta en cada extremo, mientras que en la aplicación práctica que motiva este estudio, la junta T-bolt se utiliza en laminados cilíndricos en los que se aplican un gran número de juntas situadas una al lado de la otra. Por este motivo, antes de dar por finalizado este apartado dedicado al análisis de la junta estándar, se ha querido comprobar la influencia que puedan tener estas diferencias en los resultados obtenidos.

Para ello, se ha supuesto que la junta que hemos denominado hasta ahora estándar, se utiliza para unir la raíz de una pala al buje de un aerogenerador. Como diámetro nominal se ha tomado 1600 mm y se supone que se utilizan 52 juntas, con lo que se obtiene una separación entre ellas equivalente a la anchura ( $w$ ) de la probeta estándar. El modelo generado representa desde el plano medio de una junta hasta el plano medio entre esta junta y la adyacente, tal como muestra la figura 4.36. Es decir, que se supone que el laminado del modelo abarca un arco de circunferencia de  $3.46^\circ$ . Evidentemente éste también es el ángulo que forman entre si los dos planos de simetría del modelo. Como puede apreciarse en la figura, en este caso ha sido necesario representar todo el espesor del laminado, en vez de la mitad, ya que, debido a la curvatura de la pieza, la simetría en esa dirección se destruye. De esta manera, las condiciones de contorno del modelo son muy similares a las del modelo estándar excepto en los detalles que se refieren a los planos de simetría. Así, mientras en el modelo plano se asumían dos planos de simetría perpendiculares coincidentes con los planos XY y XZ, que cortaban la pieza por la mitad del laminado y por el centro del bulón, en este caso ambos planos se intersectan en el centro de la raíz de la pala, tal como muestra la figura 4.36.

En las figuras 4.37, 4.38 y 4.39 se muestran las componentes de esfuerzo en la superficie del bulón del modelo curvado (superficie coloreada) y superpuestos los mismos esfuerzos correspondientes al modelo plano (superficie mallada), con lo que puede apreciarse a simple vista las similitudes y diferencias entre ambos modelos.

Asimismo, en la figura 4.40 se muestran las tres componentes de esfuerzo y deformación en el plano en el mismo formato que se utilizó en el apartado 4.3.3. Sólo se muestran los resultados correspondientes al caso de carga más desfavorable y, para que se pueda realizar una comparación directa con las figuras 4.18 a 4.20, se han utilizado la misma escala que en aquellas para trazar los contornos.

Comparando, pues, los resultados del modelo plano, con los del modelo curvado, se puede observar que en general las diferencias son reducidas, del orden del 6%. De todas formas se pueden destacar dos hechos interesantes. El primero es que la zona en donde se producen mayores diferencias es la zona de compresión local, donde la componente X (en valor absoluto) se reduce del orden de un 15% y la componente Y se reduce del orden del 20%. Esto se debe a que las condiciones de contorno de

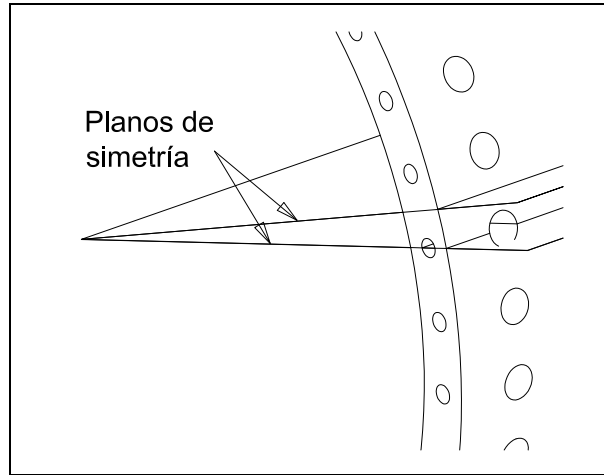


Figura 4.36: Modelo con curvatura

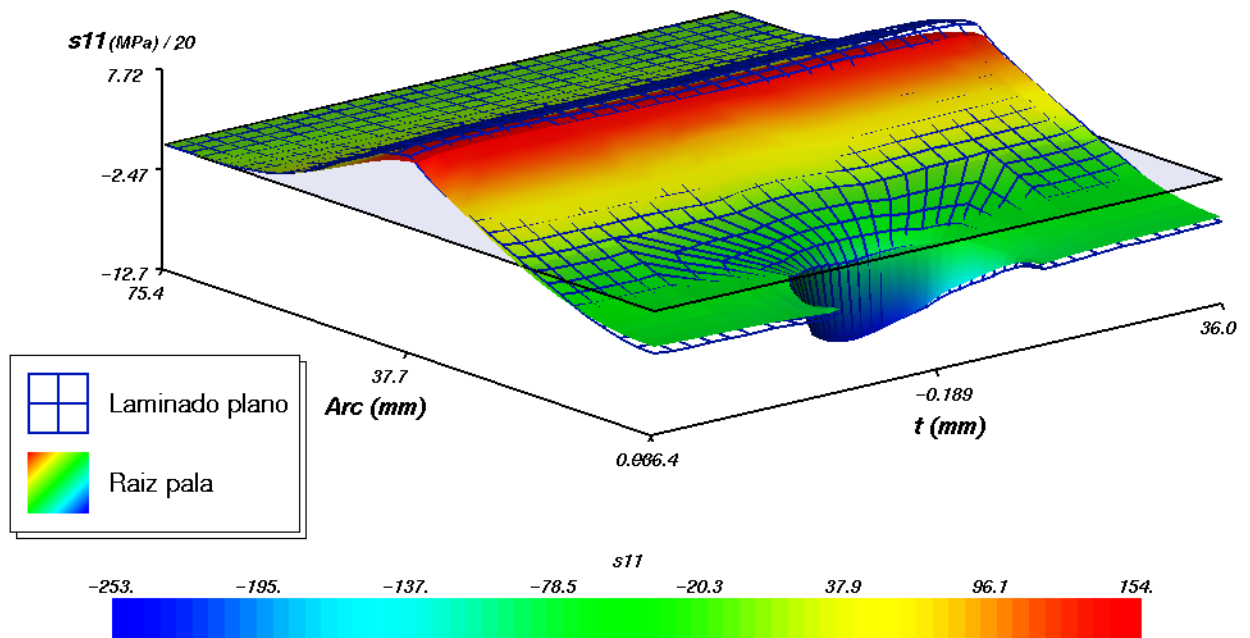


Figura 4.37: Comparación entre modelos plano y curvado, esfuerzo, componente X

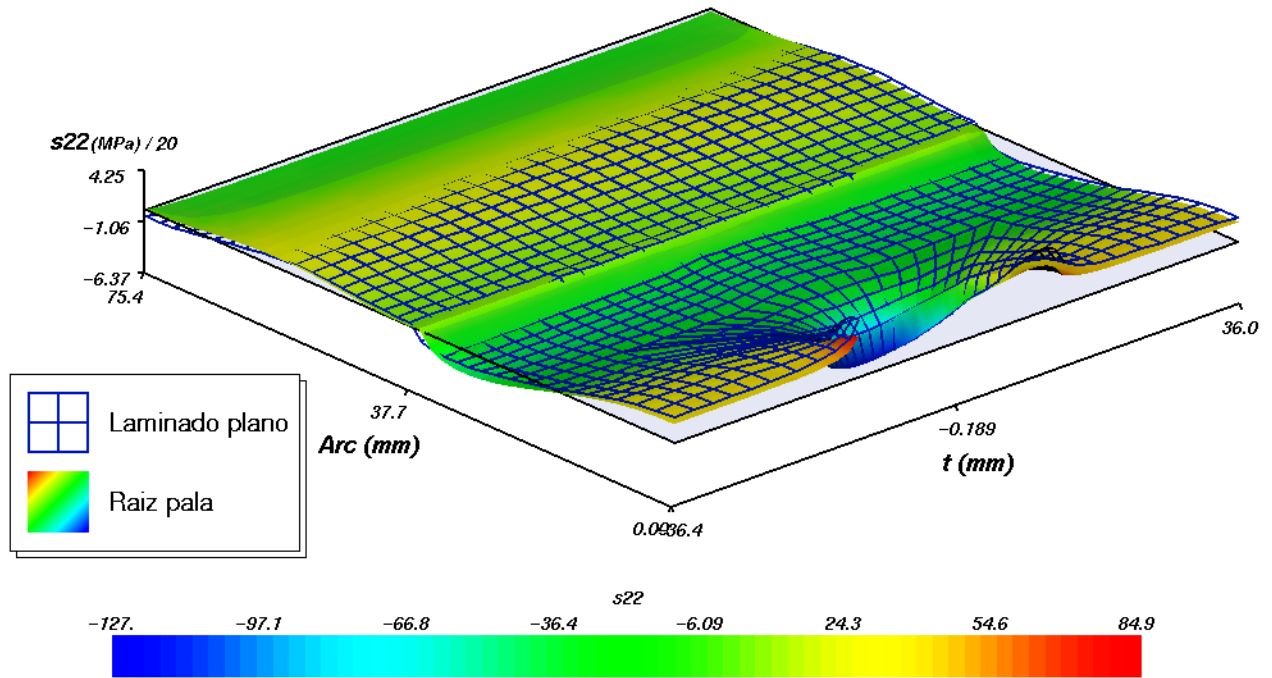


Figura 4.38: Comparación entre modelos plano y curvado, esfuerzo, componente Y

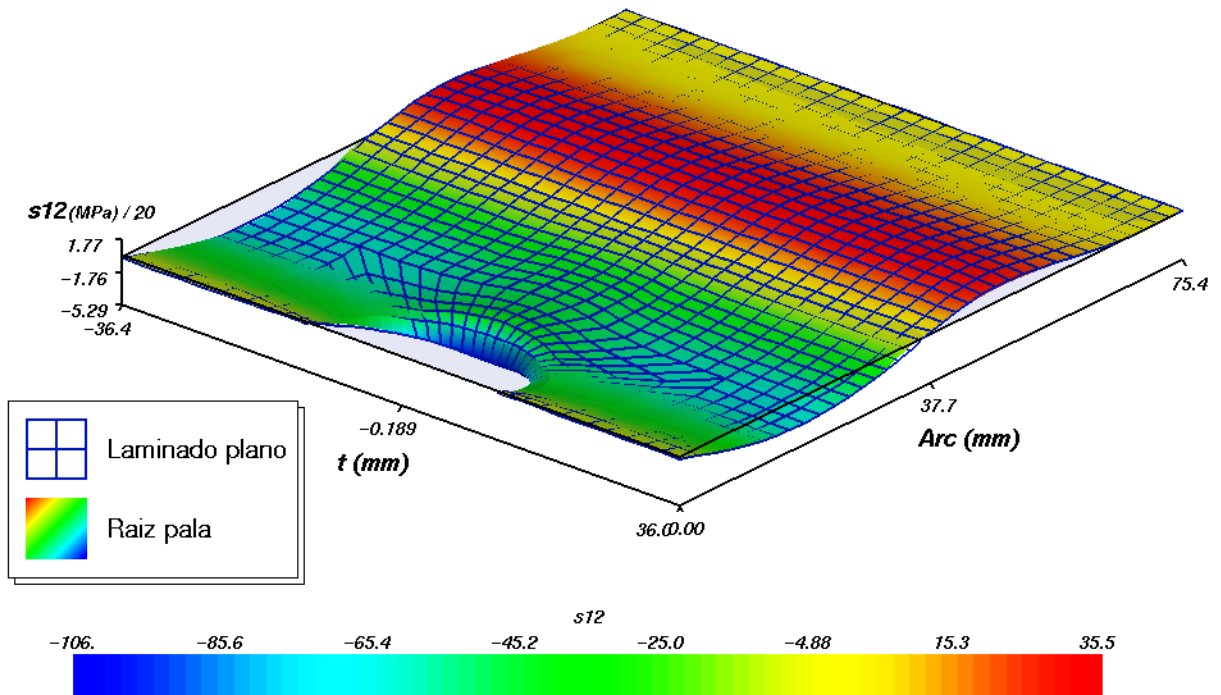
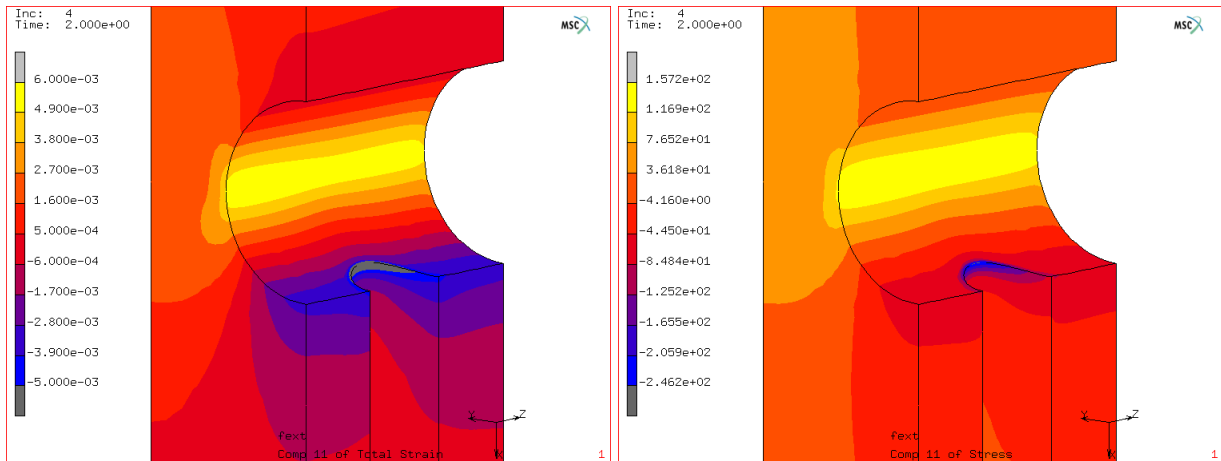
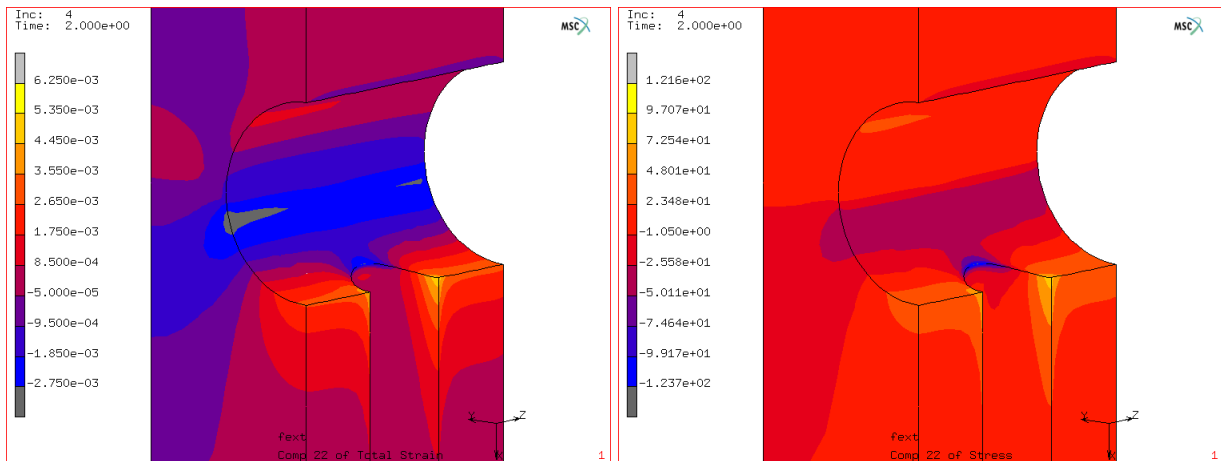


Figura 4.39: Comparación entre modelos plano y curvado, esfuerzo cortante, componente XY



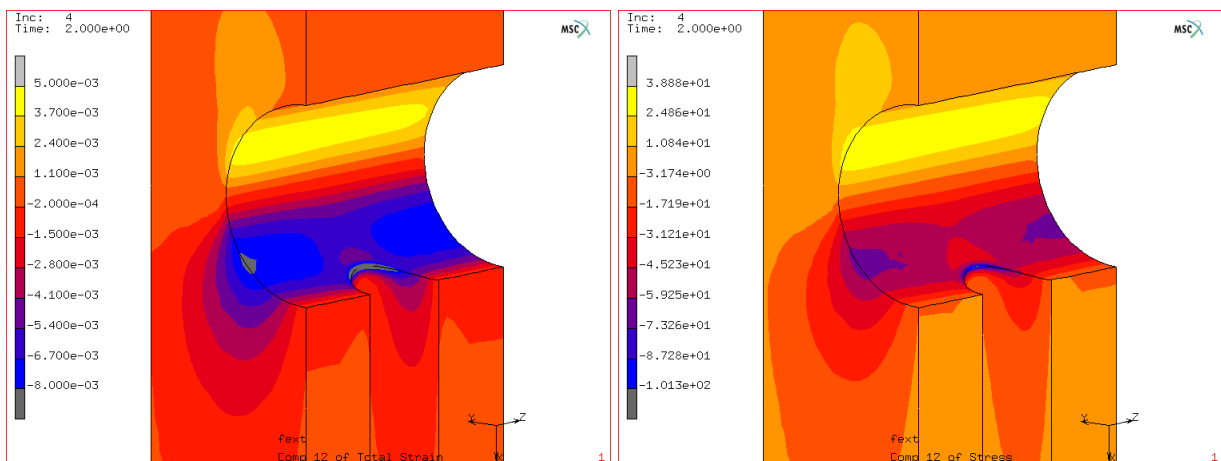
(a) Deformación, componente X, P=225kN

(b) Esfuerzo, componente X, P=225kN



(c) Deformación, componente Y, P=225kN

(d) Esfuerzo, componente Y, P=225kN



(e) Deformación, componente XY, P=225kN

(f) Esfuerzo, componente XY, P=225kN

Figura 4.40: Junta estándar, laminado cilíndrico



la geometría de la raíz de la pala (modelo curvado) son más restrictivas que las de la probeta con una sola T-bolt, lo que limita la expansión del material en dirección Y. El segundo es que en el laminado curvo se aprecian algunas ligeras asimetrías entre las zonas interior y exterior del laminado, si bien estas diferencias sólo superan el 6.5% en el caso del esfuerzo cortante XY en la zona del cuadrante superior del agujero del bulón, en que se alcanzan valores del 15%. De todas maneras hay que tener en cuenta que los esfuerzos cortantes de esta zona son muy inferiores a los del cuadrante inferior, por lo que su influencia en la capacidad de carga de la unión no es muy importante.

Por todo lo expuesto, puede afirmarse que es posible extrapolar los resultados obtenidos para probetas planas con una sola junta al caso de la raíz de la pala, teniendo en cuenta que las diferencias de esfuerzos obtenidas son muy reducidas, y que en los casos en que éstas son mayores, estamos del lado de la seguridad.