

4 TRACTAMENT NUMÈRIC DEL PAVELLÓ AMB UN MODEL BIPARAMÈTRIC. MÈTODE DELS RAIGS IMPULSIONALS

4.1 Introducció

El mètode dels raigs impulsional simulat la propagació d'una pertorbació (impuls) produïda en un cert punt (font emissora) que es troba dins d'un volum qualsevol. Aquesta simulació en el domini temporal es fa mitjançant la discretització de la pertorbació en un conjunt discret de raigs que parteixen en totes direccions des de la font emissora.

Els raigs, en què s'ha discretitzat l'impuls, es reflecteixen a la superfície que envolta el volum, seguint les lleis de l'òptica, fins a arribar al punt on es pretén conèixer el camp. Per tant aquest mètode permet conèixer la resposta a la pertorbació en qualsevol punt de l'espai en funció del temps a partir de la longitud geomètrica dels raigs, ja que la longitud dels raigs i el temps estan directament relacionats amb la velocitat de propagació de la pertorbació.

4.2 Fonaments matemàtics

El mètode dels raigs impulsional és una realització numèrica de la integral de Helmholtz-Kirchhoff [Apèndix 4.I] que permet l'obtenció del camp acústic en un punt qualsevol P , $\Phi(P,t)$, d'un volum V limitat per una superfície S , a partir de l'avaluació del camp i la seva derivada a la superfície S (Fig. 4.2.1) [Pierce, 1991; Cassereau, 1988]:

$$\alpha\Phi(P,t) = \int_S \left[g(\bar{r},t) * \frac{\partial\Phi(\bar{r},t)}{\partial n} - \Phi(\bar{r},t) * \frac{\partial g(\bar{r},t)}{\partial n} \right] dS, \quad (4.2.1)$$

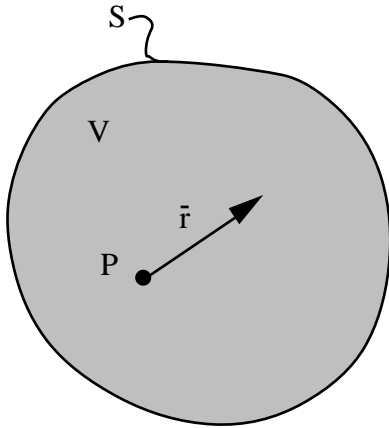


Fig. 4.2.1 Volum V on es calcula $\Phi(\bar{r}, t)$.

amb $\alpha = 4\pi$ si P és interior a V i $\alpha = 2\pi$ si es troba sobre S i aquesta és una superfície contínua i amb derivades contínues. En principi, $g(\bar{r}, t)$ és una funció arbitrària amb l'única restricció de verificar la mateixa equació d'ona que $\Phi(\bar{r}, t)$:

$$\Delta g(\bar{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g(\bar{r}, t)}{\partial t^2} = 0.$$

Ara bé, per tal d'obtenir l'expressió 4.2.1 cal que $g(\bar{r}, t)$ sigui el potencial creat per una font impulsional [Apèndix 4.I].

L'equació de Helmholtz-Kirchhoff (4.2.1) exigeix el coneixement, doncs, de les condicions de contorn $\partial\Phi/\partial n$ i Φ sobre S per a la seva utilització, és a dir per obtenir el camp acústic $\Phi(\bar{r}, t)$.

En el cas més general, la superfície S es pot dividir en dues zones, S_1 i S_2 , en les quals es coneixen $\partial\Phi/\partial n$ i Φ respectivament. Llavors, el terme de la dreta de l'equació 4.2.1 es pot reescriure com a suma de dos termes un dels quals és conegut mentre que l'altre conté les incògnites de $\partial\Phi/\partial n$ i Φ sobre S_2 i S_1 respectivament:

$$\alpha\Phi(P, t) = \left[\int_{S_1} g(\bar{r}, t) * \frac{\partial\Phi(\bar{r}, t)}{\partial n} dS_1 - \int_{S_2} \Phi(\bar{r}, t) * \frac{\partial g(\bar{r}, t)}{\partial n} dS_2 \right] + \left[\int_{S_2} g(\bar{r}, t) * \frac{\partial\Phi(\bar{r}, t)}{\partial n} dS_2 - \int_{S_1} \Phi(\bar{r}, t) * \frac{\partial g(\bar{r}, t)}{\partial n} dS_1 \right]. \quad (4.2.2)$$

La tria de la funció $g(\bar{r}, t)$ és força irrellevant pel que fa al primer terme, però en canvi és definitiva per al segon. Efectivament, hi ha dues possibilitats radicalment diferents que condueixen a dos mètodes allunyats pel que fa a la seva filosofia i a la seva interpretació física.

a.- $g(\bar{r}, t)$ corresponent al camp lliure creat per una font puntual impulsional situada a \bar{r} sobre S . En aquest cas, la funció $g(\bar{r}, t)$ és simplement:

$$g(\bar{r}, t) = \frac{1}{r} \delta\left(t - \frac{\bar{r}}{c}\right),$$

però el seu coneixement no permet l'avaluació formal exacte del segon terme de la dreta de l'equació 4.2.2.

Un càlcul aproximat d'aquest terme demana fer hipòtesis respecte a $\Phi(\bar{r}, t)$ sobre S_1 i respecte a $\partial\Phi/\partial n$ sobre S_2 . Aquest procediment és el que condueix al Mètode dels Elements de Contorn (BEM, Boundary Element Method) [Ciskowski, 1991].

b.- $g(\bar{r}, t)$ corresponent a la superposició dels camps lliures creats per un nombre suficient de fonts puntuals impulsional direccional (és a dir, que no radien de manera uniforme en tot l'espai) situades on calgui per tal de garantir que:

$$g(\bar{r}, t) = \sum_{i=1}^n g_i(\bar{r}, t) \Big]_{S_2} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial g(\bar{r}, t)}{\partial n} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_i(\bar{r}, t)}{\partial n} \Big]_{S_1} = 0.$$

Aquesta opció és semblant al mètode de les imatges virtuals emprat en electromagnetisme però se'n diferencia perquè en aquest últim cas les fonts radien en 4π estereoradians, mentre que en aquesta opció les fonts radien de manera direccional. Si es troben aquestes fonts puntuals de manera que $g(\bar{r}, t)$ compleixi les condicions de contorn expressades, aleshores el segon terme de la dreta de l'equació 4.2.2 que s'obté és nul, i el càlcul de $\Phi(P, t)$ és formalment possible de manera exacta:

$$\alpha\Phi(P, t) = \int_{S_1} g(\bar{r}, t) * \frac{\partial\Phi(\bar{r}, t)}{\partial n} dS_1 - \int_{S_2} \Phi(\bar{r}, t) * \frac{\partial g(\bar{r}, t)}{\partial n} dS_2. \quad (4.2.3)$$

Aquesta tria de $g(\bar{r}, t)$ és la que condueix al Mètode dels Raigs Impulsional (MRI).

La validesa d'aquest mètode radica en la possibilitat de reproduir correctament les condicions de contorn sobre la superfície considerada a base d'imatges virtuals. Així, per exemple, el fenomen físic de la difracció no és reproduïble mitjançant imatges virtuals. Per tant, el MRI serà aplicable per l'estudi de casos en els quals els efectes de la difracció siguin negligibles. Si en el cas estudiat els efectes de la difracció són importants, cal trobar la manera correcta d'introduir-la.

4.3 Particularització al cas d'un element axisimètric amb parets rígides

Per al cas de l'estudi de l'element representat a la Fig. 4.3.1, la superfície S , que envolta el volum considerat, es pot dividir en tres zones:

- S_e , superfície o secció d'entrada,
- S_p , superfície del perfil, i
- S_s , superfície o secció de sortida.

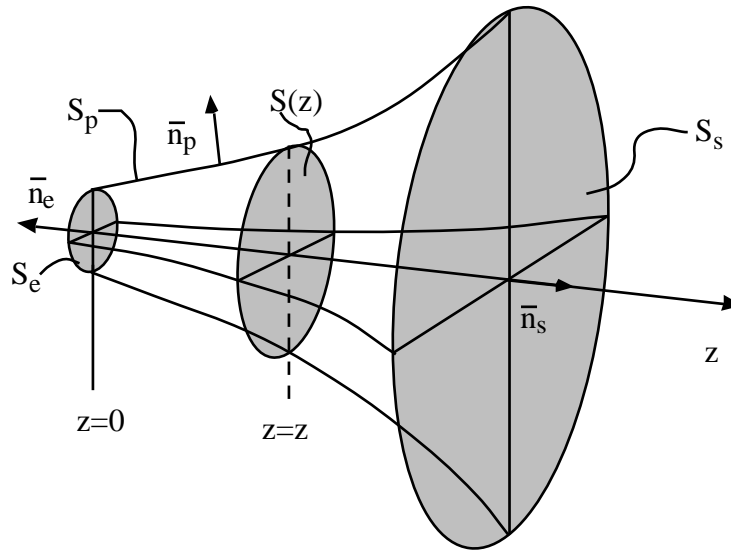


Fig. 4.3.1 Partició de la superfície S .

Sobre elles, les condicions de contorn s'enuncien de manera diferent. En ser S_p rígida, el camp acústic de velocitat ha de ser nul en la seva direcció normal. Així:

$$\left. \frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_p} \right]_{S_p} = 0.$$

Per estudiar el comportament acústic d'aquest element en el domini temporal, el més habitual és suposar una excitació impulsional de velocitat d'amplitud unitària a la secció S_e . Per tant:

$$v_n]_{S_e} = \left. \frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_e} \right]_{S_e} = \Phi_o \delta(t) , \quad \text{amb } \Phi_o \delta(t) = 1 \text{ m/s.}$$

La condició de contorn sobre S_s es sol fixar segons el tipus de resposta que es vol avaluar. Si per exemple es vol obtenir el propagador de l'element -funció que dona el camp en una secció $S(z)$ qualsevol de l'element a partir del camp a $S_e=S(0)$ -, és adequat prendre S_s a l'infinit (per tal que no interfereixi amb la propagació) i aleshores les condicions de Sommerfeld impliquen:

$$\Phi(\bar{r}, t) \Big|_{S_s} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_s} \Big|_{S_s} = 0.$$

En aquest cas l'equació 4.2.3 esdevé:

$$\alpha \Phi(P, t) = \Phi_o \int_{S_e} g(\bar{r}, t) \, dS_e. \quad (4.3.1)$$

Si el que es vol obtenir és el camp acústic en un punt qualsevol amb condicions d'extrem tancat, les condicions de contorn que fan referència a S_s s'escriuen com:

$$\frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_s} \Big|_{S_s} = 0.$$

En aquest cas l'equació 4.2.3 s'escriu com:

$$\alpha \Phi(P, t) = \Phi_o \int_{S_e} g(\bar{r}, t) \, dS_e. \quad (4.3.2)$$

En canvi, si es vol obtenir el camp acústic amb condicions d'extrem obert, les condicions de contorn referides a S_s s'expressen, en primera aproximació, com a $p(\bar{r}, t) \Big|_{S_s} = 0$, la qual cosa condueix a:

$$\Phi(\bar{r}, t) \Big|_{S_s} = \text{ctant.}$$

Aquesta constant és nul·la com es pot comprovar fàcilment en el domini freqüencial. Si $p(\bar{r}, t) = 0$ aleshores $\hat{p} = 0$. Per altra banda, \hat{p} és proporcional a $\partial \hat{\Phi}(\bar{r}, t) / \partial t = j\omega \hat{\Phi}(\bar{r}, t)$. Per tant si $\hat{p} = 0$ també ho serà $\hat{\Phi}$ i com a conseqüència $\Phi(\bar{r}, t) \Big|_{S_s} = 0$. L'equació 4.2.3 s'escriu en aquest cas:

$$\alpha \Phi(P, t) = \Phi_o \int_{S_e} g(\bar{r}, t) \, dS_e. \quad (4.3.3)$$

Tot i que formalment les equacions 4.3.1, 4.3.2 i 4.3.3 són iguals cal tenir en compte que la funció $g(\bar{r}, t)$ és diferent en cada cas, perquè les condicions de contorn també ho són. En el primer cas $g(\bar{r}, t)$ és el camp creat per un conjunt de fonts puntuals tals que fan que:

$$\left. \frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_p} \right]_{S_p} = 0.$$

En el segon cas a més cal que

$$\left. \frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_s} \right]_{S_s} = 0.$$

i en el tercer cas, en canvi, que $\left. \frac{\partial \Phi(\bar{r}, t)}{\partial n_s} \right]_{S_s} = 0$. Així doncs, el càlcul de la integral de Helmholtz-Kirchhoff queda reduït a fer una integral sobre la superfície d'entrada.

4.4 Localització de fonts puntuals per garantir les condicions de contorn imposades a $g(\bar{r}, t)$

En l'estudi d'un element axisimètric de parets rígides amb el mètode dels raigs impulsionalis les condicions de contorn imposades a $g(\bar{r}, t)$ queden reduïdes a:

$$\left. \frac{\partial g(\bar{r}, t)}{\partial n} \right]_{S_1} = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g_i(\bar{r}, t)}{\partial n} \right]_{S_1} = 0. \tag{4.4.1}$$

El camp creat per una única font g_i ve donat per: $g_i(\bar{r}, t) = \frac{1}{r} \delta\left(\bar{r} - \frac{t}{c}\right)$.

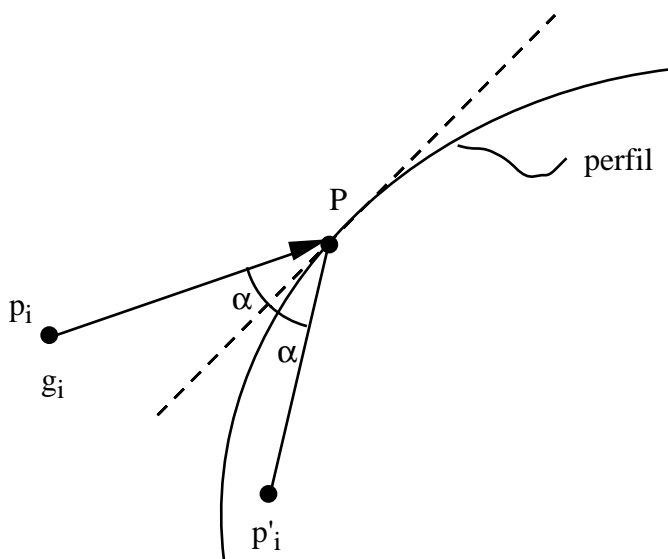


Fig. 4.4.1 Situació de la font virtual.

Sigui p_i el punt on es troba situada una de les fonts puntuals (Fig. 4.4.1). Aquesta font provoca en el punt P del perfil una velocitat $\bar{v}(P)$ que té un component tangencial i un component normal al perfil. Per tant, cal col·locar una altra font a p'_i tal que faci que el component normal de velocitat de P s'anul·li. El nombre de fonts virtuals a considerar vindrà determinat per la forma del perfil.

En el cas de tenir un “perfil” format per dues superfícies planes infinites i paral·leles (Fig. 4.4.2) caldria un nombre infinit comptable de fonts imatge virtuals situades de manera simètrica respecte al punt on es situa la font real per tal de garantir que:

$$\left. \frac{\partial g(\bar{r}, t)}{\partial n} \right]_{S_1} = 0.$$

En aquest cas les fonts del MRI coincidirien amb les fonts virtuals tradicionals de l’electromagnetisme ja que radiarien en 4π estereoradians.

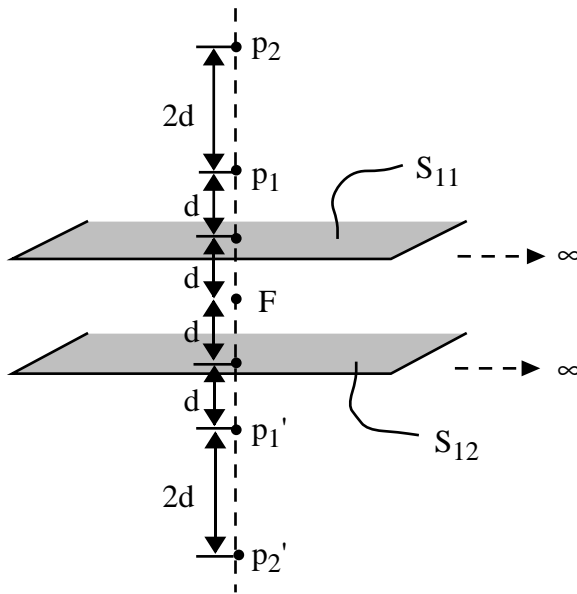


Fig. 4.4.2 Distribució de fonts virtuals.

Si el problema es reduís a tenir una única superfície S_{11} o S_{12} , la condició de contorn sobre ella quedaria garantida amb una única font imatge virtual p_1 o p_1' situada a una distància d de S_{11} o S_{12} , respectivament. Però si es considera el “perfil” global, cal afegir un nombre infinit de parelles de fonts $p_2, p_2', p_3, p_3' \dots$. Per tal de garantir la condició de contorn sobre S_{11} i S_{12} cal que la separació entre les fonts sigui $2d$, és a dir:

$$|Fp_1| = |p_1p_2| = \dots = |Fp_1'| = |p_1'p_2'| = \dots = 2d.$$

En el cas estudiat, perfil de revolució, el nombre de fonts necessàries per reproduir la condició de contorn sobre la superfície del perfil, S_p , és en aquest cas un infinit no comptable. Una representació bidimensional del problema (Fig. 4.4.3) posa de manifest que, fins i tot, en el cas de tenir una única superfície són necessàries infinites fonts per reproduir la condició de contorn sobre ella, una per a cada direcció d’emissió.

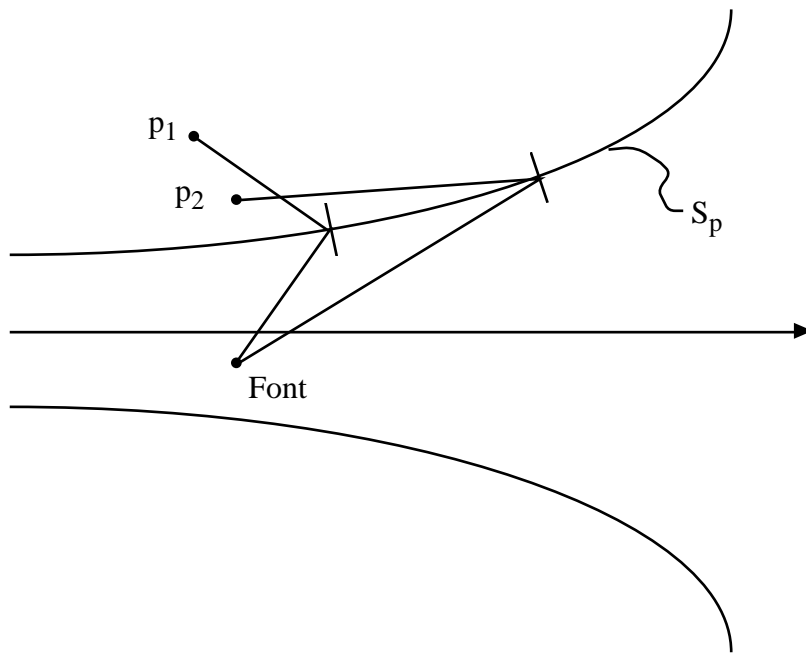


Fig. 4.4.3 Distribució de fonts virtuals en un element axisimètric.

Tenint en compte el valor de $g(\bar{r}, t)$ i de $\partial\Phi(\bar{r}, t)/\partial n$, l'equació de Helmholtz-Kirchhoff s'escriu en aquest cas:

$$\alpha\Phi(P, t) = \Phi_o \left[\frac{\delta\left(t - \frac{r_o}{c}\right)}{r_o} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta\left(t - \frac{r_i}{c}\right)}{r_i} \right] \quad (4.4.2)$$

Aquesta equació explicita que el camp al punt P és una superposició de diversos termes que es poden interpretar com la contribució de diferents raigs impulsional a la creació del camp. Així el primer terme de la dreta de l'equació 4.4.2 representa l'aportació del raig directe al camp, mentre que el segon terme representa les aportacions de la resta de raigs, és a dir dels que han patit reflexions dins del tub. Aquests raigs es poden interpretar, també, com la contribució de les diferents fonts virtuals, $g_i(\bar{r}, t)$ situades a p_i , a la creació del camp en el punt P . La Fig. 4.4.4 en mostra una representació bidimensional.

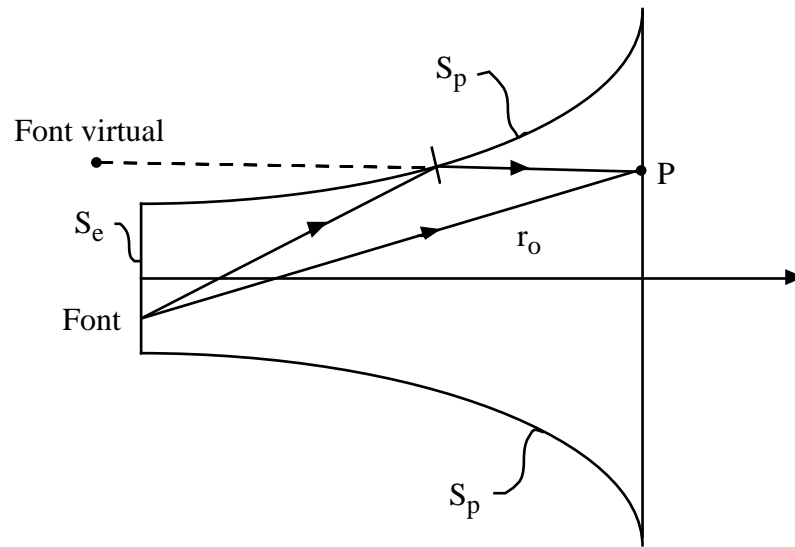


Fig. 4.4.4 Contribució dels diferents raigs a $\Phi(P, t)$.

4.5 Model físic

Els raigs impulsional segueixen les lleis de l'òptica geomètrica, és a dir inversió del component normal i conservació del tangencial, però són raigs que mantenen l'amplitud del camp constant.

Efectivament, el camp lliure creat per una font puntual impulsional és: $\Phi(\vec{r}, t) = \delta(ct - r)/r$, és a dir decreix amb la distància a la font. Aquest decreixement en l'amplitud permet assegurar la conservació de l'energia transportada per l'ona esfèrica. Però en fer la discretització d'aquesta font en raigs impulsional, l'amplitud del camp no decreix amb la distància. Aquest fet és conseqüència que els raigs impulsional corresponen a una descripció angular discreta de l'ona esfèrica produïda per la font puntual. Així doncs, el nombre de raigs que intersecten dues esferes concèntriques es manté constant. Per tant la densitat local de raigs disminueix i la conservació de l'energia inicial es manté assegurada.

Els raigs impulsional s'han d'entendre, doncs, com a eines transportadores de l'energia que parteixen d'un punt (font) i que arriben a un altre (punt receptor). L'energia que transporta cada raig és la mateixa ja que es reparteixen per igual l'energia inicial de l'impuls generat a la font.

4.6 Validesa del model

A l'apartat 4.4 s'ha vist que els raigs reflectits es poden considerar com la contribució al camp acústic de les fonts virtuals. Tal i com ja s'ha comentat amb aquest model no és possible reproduir correctament els efectes de la difracció i per tant aquí apareix una primera limitació a l'aplicació del mètode. En efecte, en funció del tipus de perfil existeixen unes zones inaccessibles (zones d'ombra) per als raigs provinents d'una font.

Sigui un perfil bidimensional com el representat a la Fig. 4.6.1. El raig tangent al perfil en un punt provinent de la font i el propi perfil marquen els límits a la zona d'ombra. Els raigs que parteixin de la font amb un angle superior a β es reflectiran i per tant hi haurà una zona de l'espai no accessible des de la font a partir dels raigs impulsional.

Si es tinguessin en compte els efectes de difracció aquesta zona d'ombra desapareixeria ja que el punt intersecció de la recta tangent i el perfil es convertiria en una nova font emissora de raigs en totes direccions però amb una funció de directivitat.

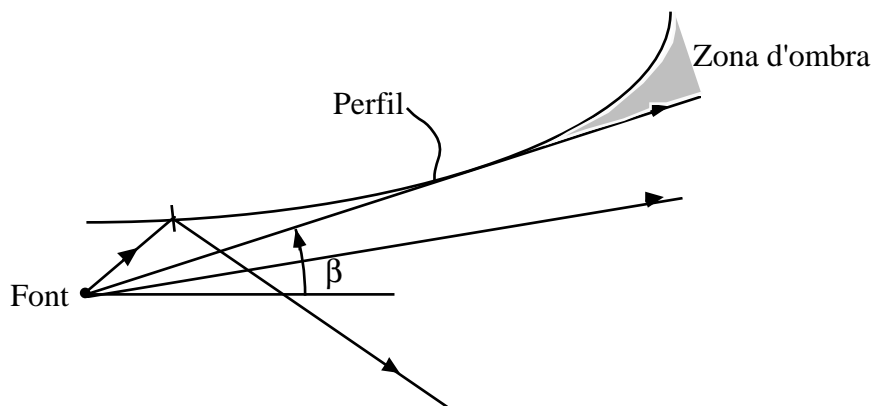


Fig. 4.6.1 Zones d'ombra.

En el cas estudiat, representat en dues dimensions a la Fig. 4.6.2, les zones d'ombra no són inaccessibles per a tots els raigs ja que n'hi pot haver que amb diverses reflexions hi arribin. Són per tant zones de penombra. Aquests raigs no s'han d'entendre, però, com a representatius de la difracció, perquè el temps d'arribada a aquesta zona de l'espai és molt superior al temps corresponent als efectes de difracció.

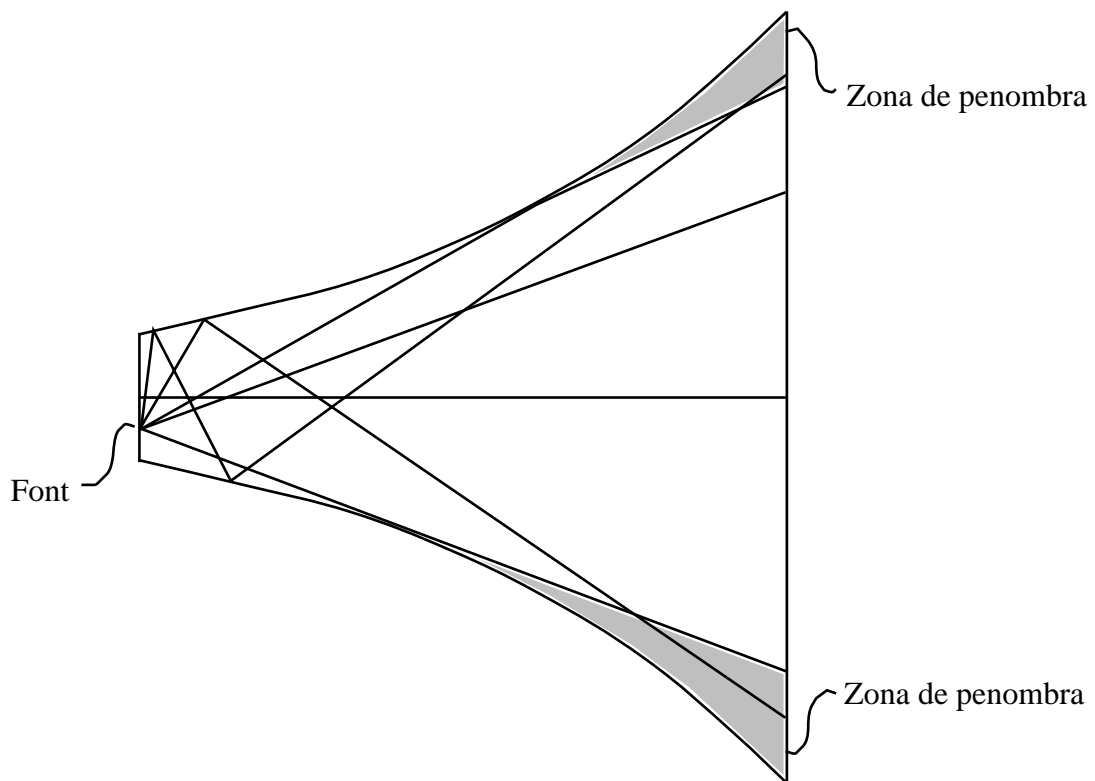


Fig. 4.6.2 Zones de penombra en un tub de perfil exponencial.

Existeix un altre tipus de limitació al model. És una limitació de tipus numèric. La consideració d'un nombre infinit de fonts, per tal de reproduir de manera exacta el camp acústic en un punt qualsevol, és un plantejament numèricament inabordable. Cal, per tant, fer una discretització en el nombre de raigs impulsional que emet la font puntual.

Tenint en compte que els raigs que parteixen d'una font no arriben al mateix punt de l'espai, el càlcul del camp acústic en un sol punt no té gaire sentit ja que és un càlcul que contindrà força error a causa de la discretització de la font en raigs. Per tant sembla més lògic obtenir com a resultat el camp acústic mitjà a tota una superfície.

Per tant existeix una doble discretització a fer: nombre de fonts emissores, que es consideren situades en una superfície, i nombre de raigs que emet cada font. Com que per reproduir la condició de contorn sobre la superfície del perfil el nombre de fonts virtuals necessàries és infinit, com més gran sigui el nombre de raigs en què es discretitza cada font real més vàlid serà el model i a l'inrevés. Per altra banda, el tipus de perfil és un element decisiu en la discretització de la superfície emissora. Els perfils considerats són de simetria de revolució; aquest fet condueix a discretitzar la superfície emissora en una quantitat de fonts distribuïdes, també, simètricament entorn de l'eix del tub (Fig. 4.6.3).

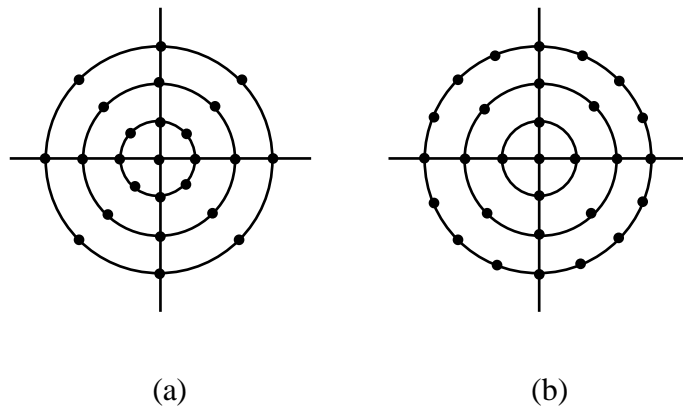


Fig. 4.6.3 Discretització de la superfície emissora.

L'opció representada a la Fig. 4.6.3a implica una concentració més gran de raigs prop de l'eix i sembla que privilegiï una certa zona de l'espai, però per altra banda manté constant el nombre de fonts emissores en els cercles concèntrics a l'eix del tub. Si totes les fonts emeten el mateix nombre de raigs, aquesta distribució manté constant l'energia en els diferents cercles concèntrics a l'eix.

L'opció representada a la Fig. 4.6.3b manté constant la densitat del nombre de fonts sobre la superfície emissora. Per mantenir constant l'energia en els diferents cercles cal reduir el nombre de raigs que emet cada font en funció del cercle en el qual es trobi. Per tant, la condició de contorn sobre la superfície del perfil no queda igualment reproduïda per a totes les fonts emissores.

4.7 Aplicació del mètode

El mètode del raigs impulsional s'ha aplicat per simular el camp acústic a l'interior d'un tub amb simetria de revolució. Aquesta simulació s'ha fet per diversos tipus de perfil del tub: cilíndric, cònic, hiperbòlic, parabòlic, ... Els casos cilíndric i cònic s'han calculat per tal de poder comparar als resultats numèrics obtinguts amb els resultats analítics coneguts.

El procés emprat ha estat en tots els casos el mateix:

- . Discretització en raigs de l'impuls generat a la superfície d'entrada.
- . Propagació i reflexió, segons les lleis de l'òptica geomètrica, dels raigs per l'interior del tub.
- . Interacció dels raigs amb la superfície receptora.

- . Elaboració posterior dels resultats per obtenir la resposta impulsional, la pressió, etc.

En funció de la posició de la superfície receptora es poden simular els dos tipus de mesures experimentals més habituals:

a.- Si la superfície emissora és la mateixa que la receptora es pot obtenir la resposta impulsional. Efectivament, si es suposa un cabal d'entrada de tipus impulsional les mesures experimentals en pressió corresponen a la resposta impulsional acústica tradicional $h(t)$. Els càlculs proporcionen la resposta en potencial de velocitat Φ . Com que la pressió és proporcional a $\partial\Phi/\partial t$ només cal derivar els resultats obtinguts per poder deduir la resposta impulsional.

b.- Si la superfície receptora és diferent de l'emissora i es suposa igualment una entrada de tipus impulsional, el què es calcula es també el potencial mitjà de velocitat Φ a tota la superfície receptora. La mesura experimental que s'aproxima a aquest resultat és la pressió mitjana a la superfície receptora amidada amb un micròfon situat en aquesta secció. Si, a l'igual que en el cas anterior, es pretén conèixer una resposta impulsional en pressió, caldrà fer també una derivada per reproduir-la.

La discretització de l'impuls inicial en raigs implica que a la superfície receptora l'impuls no arriba al mateix instant de temps, sinó que es recull en forma de trens d'impulsos. És a dir, primer arriben a la superfície receptora els raigs que no han patit cap reflexió, ja que són els de longitud més curta, i posteriorment hi arriben els que n'han patit dues, tres, etc. Per a cada raig, es calcula la longitud geomètrica ja que està directament relacionada amb l'instant de temps d'arribada a la superfície receptora. Els raigs que tenen la mateixa longitud arriben al mateix instant de temps a la superfície receptora, independentment de la font de la qual provinguin. Per tal de decidir quins són els raigs amb la mateixa longitud cal definir un Δl per sota del qual es considera que les longituds són iguals.

Per fer la discretització de l'impuls unitari emès per la superfície emissora en raigs cal, tal com s'ha comentat a l'apartat 4.6, fer una doble discretització.

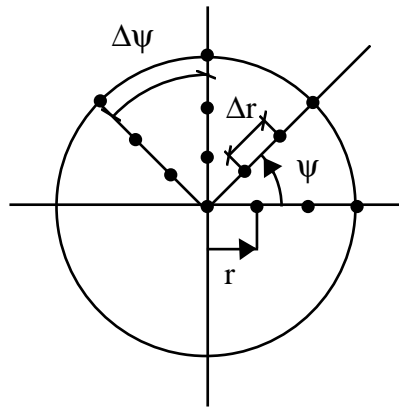


Fig. 4.7.1 Posicionat de les fonts a la superfície emissora.

Per una banda, cal discretitzar la superfície emissora en fonts (Fig. 4.7.1) posicionades per (r, ψ) sobre aquesta superfície. Per altra banda, de cada font sortiran raigs la direcció dels quals ve donada per les coordenades polars (φ, θ) (Fig. 4.7.2). Per tant de cada font surt un con ple de raigs. La intensitat de l'impuls inicial es reparteix per igual entre els raigs de manera que cada un té una intensitat inversament proporcional al nombre de raigs emesos.

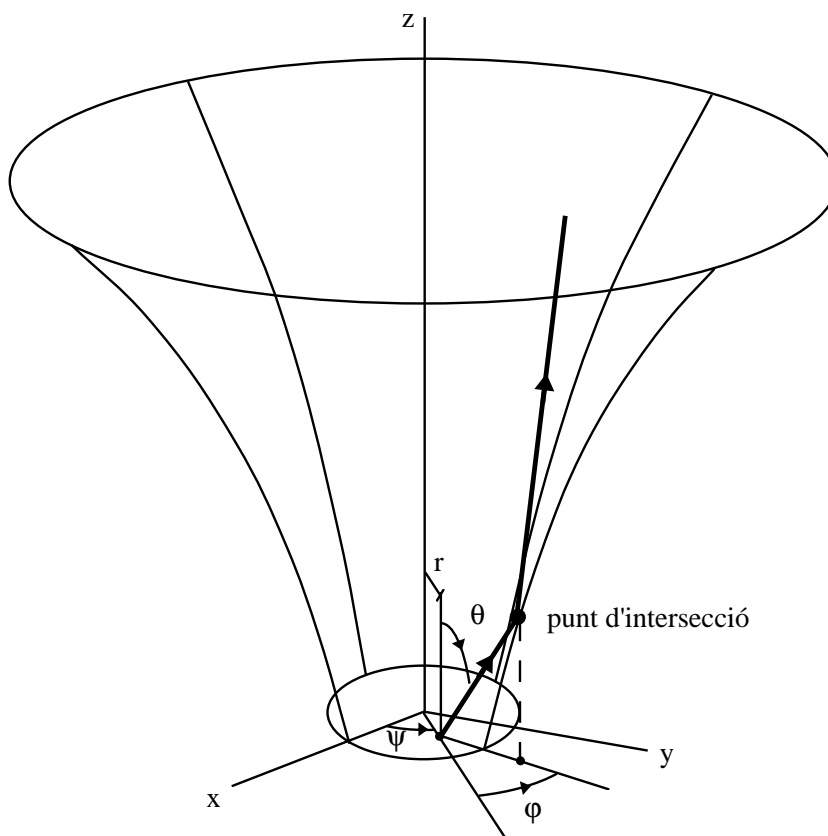


Fig. 4.7.2 Discretització de la superfície emissora.

4.8 Fiabilitat de l'algoritme

4.8.1 Font puntual centrada en un tub cilíndric

Per tal de comprovar la bondat de l'algoritme desenvolupat, s'ha simulat primerament un problema simple: una única font puntual centrada respecte al tub, un tub cilíndric (radi 20 mm, longitud 200 mm) i un receptor pla situat al final del tub cilíndric.

En aquest cas la discretització en les direccions de sortida (φ , θ) ha estat de grau en grau. És a dir, per a cada valor de φ , comprès entre 0° i 359° amb $\Delta\varphi=1^\circ$, s'ha fet variar θ entre -89° i 89° amb $\Delta\theta=1^\circ$. Això implica que l'impuls inicial s'ha discretitzat en 64081 raigs cadascun dels quals té una intensitat de $1/64081$. Es considera que dos raigs tenen la mateixa longitud si aquesta difereix en menys de 10^{-5} mm. Els resultats obtinguts es mostren a les Fig. 4.8.1, Fig. 4.8.2 i Fig. 4.8.3. Per una qüestió de claredat a les Fig. 4.8.1 i Fig. 4.8.2 no s'han representat tots els raigs.

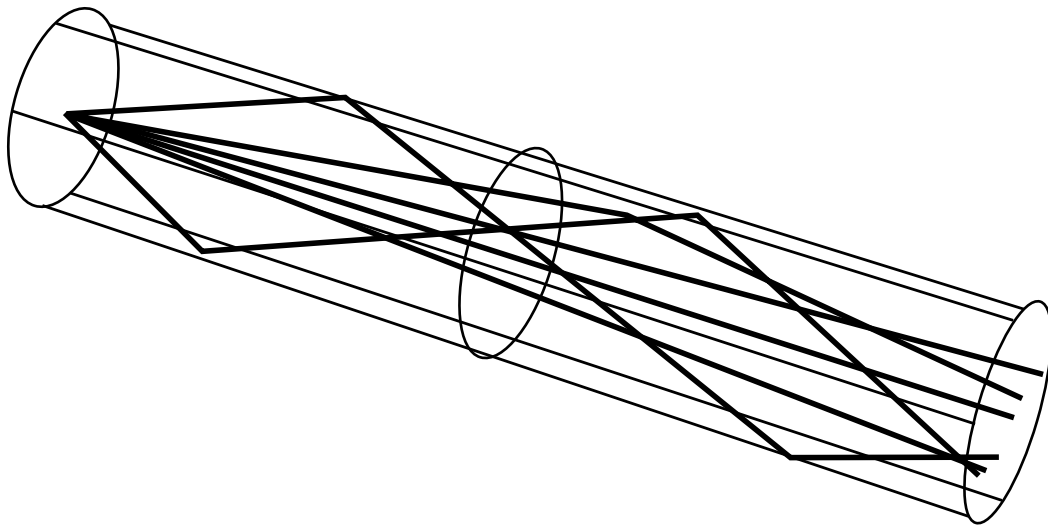


Fig. 4.8.1 Propagació i reflexió de raigs dins d'un tub cilíndric.

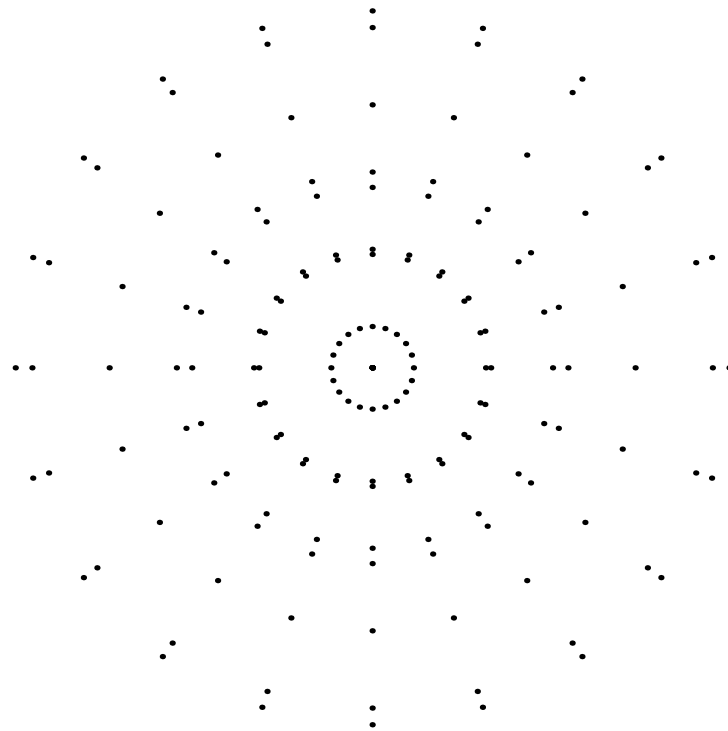


Fig. 4.8.2 Intersecció dels raigs amb la superfície emissora.

La Fig. 4.8.1 mostra la propagació i reflexió dels raigs a l'interior del tub.

La Fig. 4.8.2 mostra els punts d'arribada a la superfície receptora.

La Fig. 4.8.3 correspon a la gràfica de la quantitat de raigs amb la mateixa longitud enfront de l' instant d'arribada. És la gràfica corresponent a la resposta en potencial de velocitat.

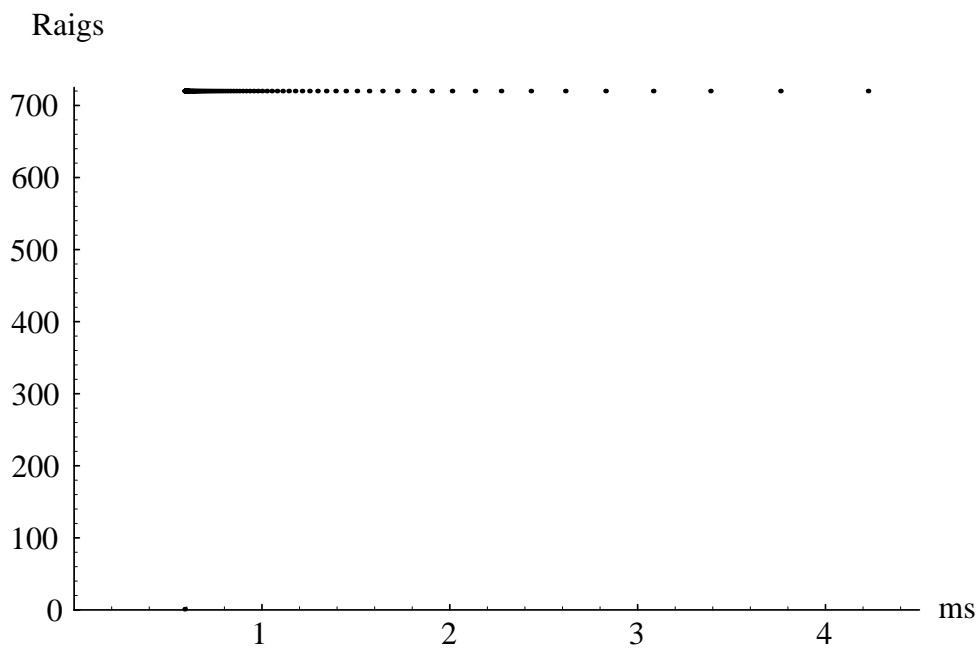


Fig. 4.8.3 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

El temps t_o correspon al temps que triga el raig directe amb angle $\theta=0^\circ$ a arribar a la superfície receptora. És obvi que abans de t_o la superfície receptora no ha rebut cap raig ja que aquest és el de longitud més curta. La no uniformitat en el temps, quant al nombre de raigs que arriben a la superfície receptora, és conseqüència del tipus de discretització emprat i de la longitud que tenen els raigs dins d'un perfil tan particular com és el cilíndric.

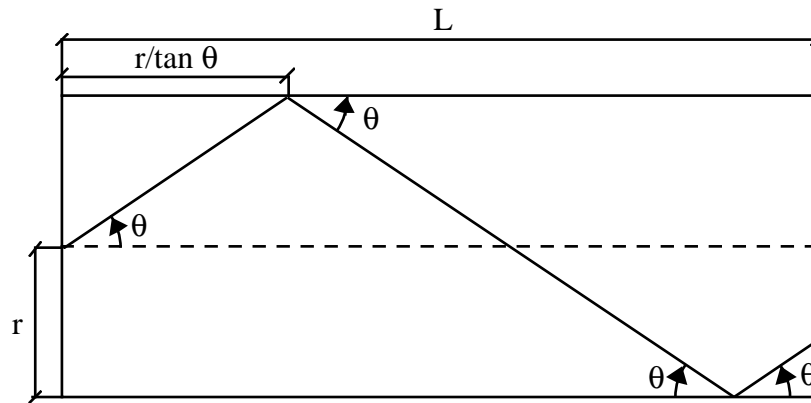
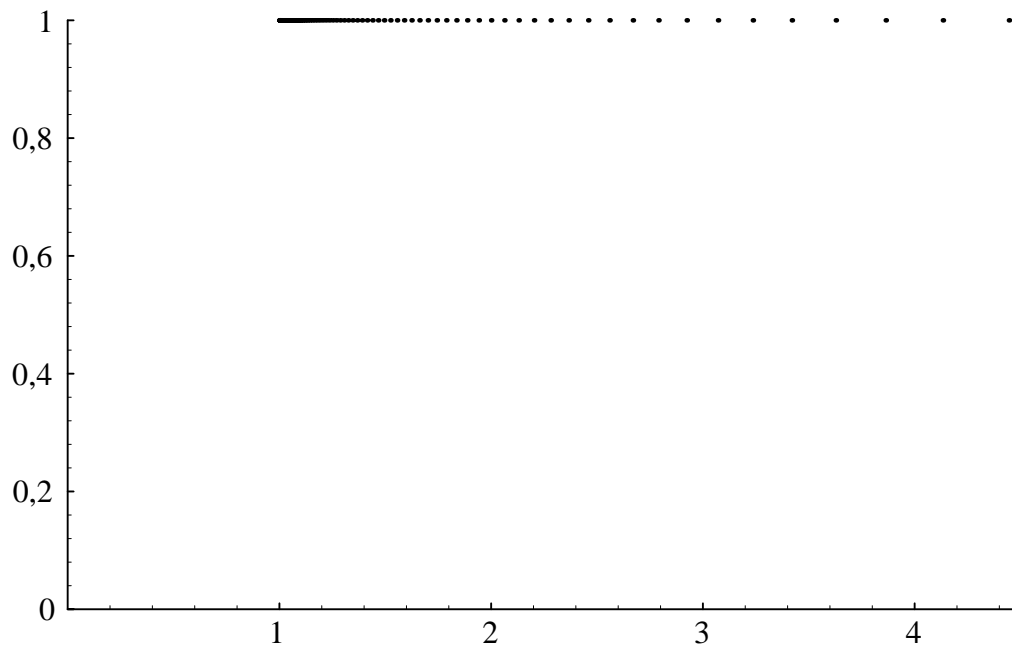


Fig. 4.8.4 Longitud d'un raig dins d'un tub cilíndric.

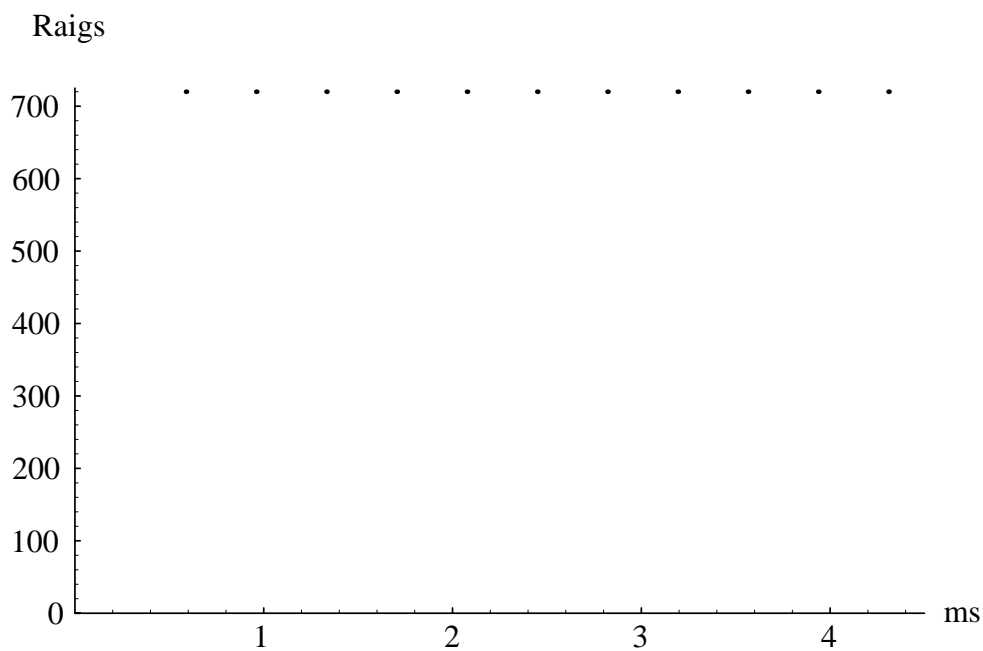
En el cas que s'estudia (font centrada) totes les direccions φ són equivalents, per tant aquest paràmetre no influeix en la longitud del raig i per tant en el temps d'arribada. En aquest cas és fàcil calcular directament la longitud del raig (Fig. 4.8.4):

$$l = \frac{r}{\sin \theta} \frac{L}{\frac{r}{\tan \theta}} = \frac{L}{\cos \theta}$$

Per tant la longitud del raig és inversament proporcional a $\cos \theta$. Això fa que la no uniformitat observada a la Fig. 4.8.3 quedi fàcilment explicada. Per a angles θ compresos entre 0° i 10° , el $\cos \theta$ varia només en un 1,5%, mentre que entre 88° i 89° el $\cos \theta$ varia aproximadament en un 50%. Com a conseqüència la longitud del raig corresponent a $\theta=89^\circ$ és quasi doble a la del raig amb $\theta=88^\circ$ i per tant també ho és el temps d'arribada. Si es fa un gràfic on en l'eix d'abscisses es representen els valors de $1/\cos \theta$ i en el d'ordenades un valor constant, pres com unitari, (Fig. 4.8.5), s'observa que és del mateix tipus que el resultat obtingut per la simulació (Fig. 4.8.3).

Fig. 4.8.5 Representació de $1/\cos\theta$.

Aquest resultat indica que si el què es vol és una arribada uniforme en el temps a la superfície receptora, el criteri de discretització ha de ser tal que mantingui $1/\cos\theta$ constant. Si s'empra aquest criteri de discretització la gràfica equivalent a la de la Fig. 4.8.3 és la mostrada a la Fig. 4.8.6.

Fig. 4.8.6 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

Tal com ja s'ha esmentat, per obtenir una resposta impulsional en pressió cal derivar els resultats obtinguts. Si es realitza aquest càlcul el resultat que s'obté és el mostrat a la Fig. 4.8.7.

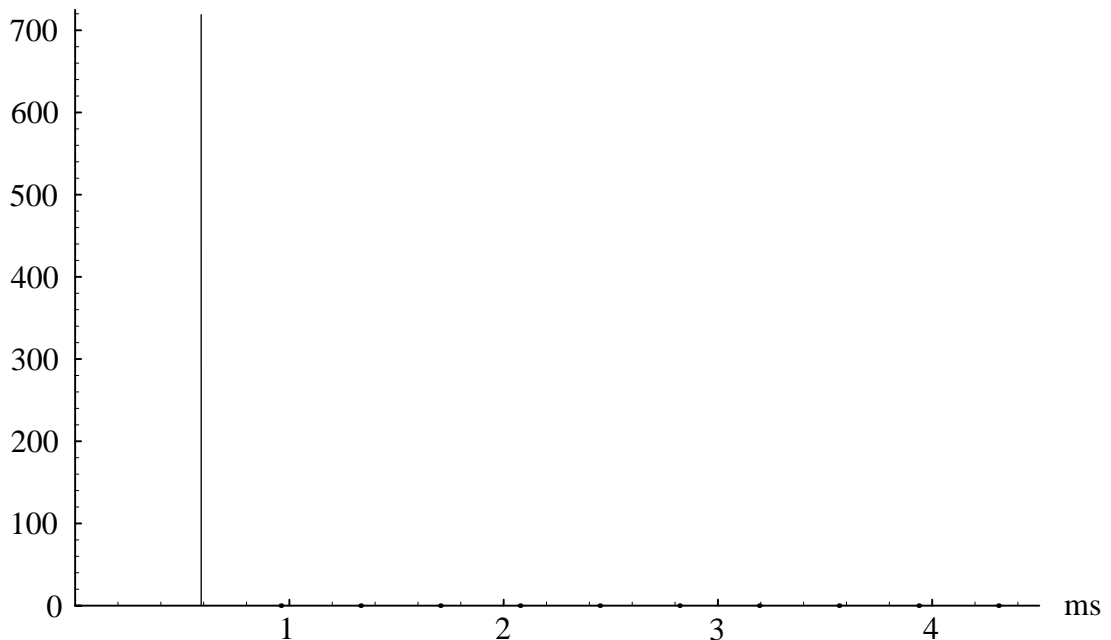


Fig. 4.8.7 Resposta impulsional en pressió a la superfície receptora creada per una font puntual.

Aquest resultat posa de manifest que la resposta d'un tub cilíndric a una entrada de cabal de tipus impulsional generat en un punt és un impuls en pressió a la superfície receptora al cap d'un temps t_0 , tal com era d'esperar.

4.8.2 Font superficial en un tub cilíndric

El següent càlcul a fer per comprovar l'algorisme és la simulació de la generació d'un impuls en tota una superfície. El tub simulat ha estat el mateix de l'apartat anterior (radi 20 mm i longitud 200 mm).

En aquest cas cal discretitzar la superfície emissora i l'opció que s'ha triat, tal com s'explica a l'apartat 4.6, és la que conserva l'energia en els diferents cercles concèntrics a l'eix. Així, la superfície emissora s'ha discretitzat en 7201 fonts, de manera que $\Delta r=1\text{mm}$ i $\Delta\psi=1^\circ$ (Fig. 4.7.1). La discretització en les direccions de sortida dels raigs (φ, θ) ha estat a l'igual que en el cas anterior de grau en grau, però tenint en compte que les fonts situades sobre el perfil no poden emetre en totes les direccions. Així l'impuls inicial s'ha discretitzat en 444145681 raigs cadascun dels quals té una intensitat de $1/444145681$. Els resultats obtinguts es mostren a les Fig. 4.8.8, Fig. 4.8.9 i Fig. 4.8.10. El valor de Δl és el mateix que en l'apartat anterior.

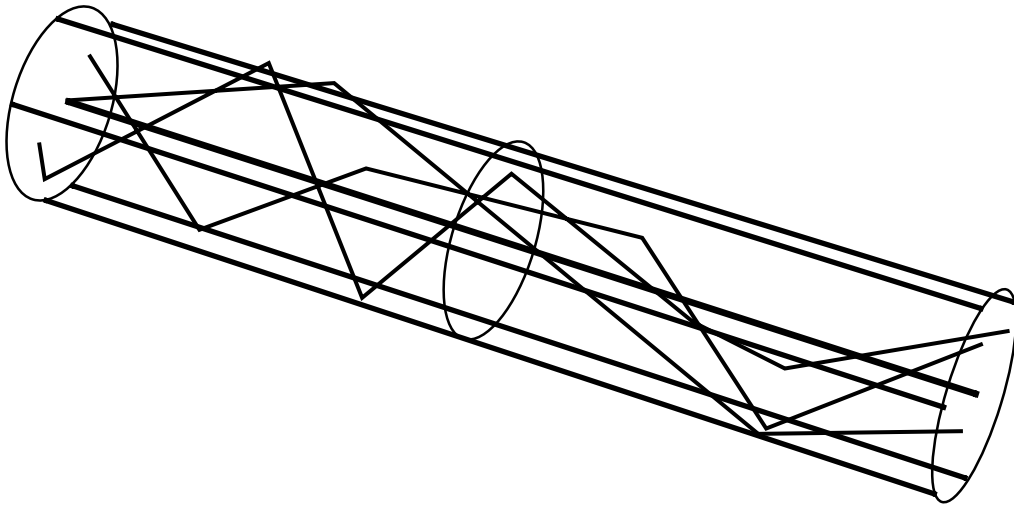


Fig. 4.8.8 Propagació i reflexió d'alguns raigs dins d'un tub cilíndric provinents de diverses fonts.

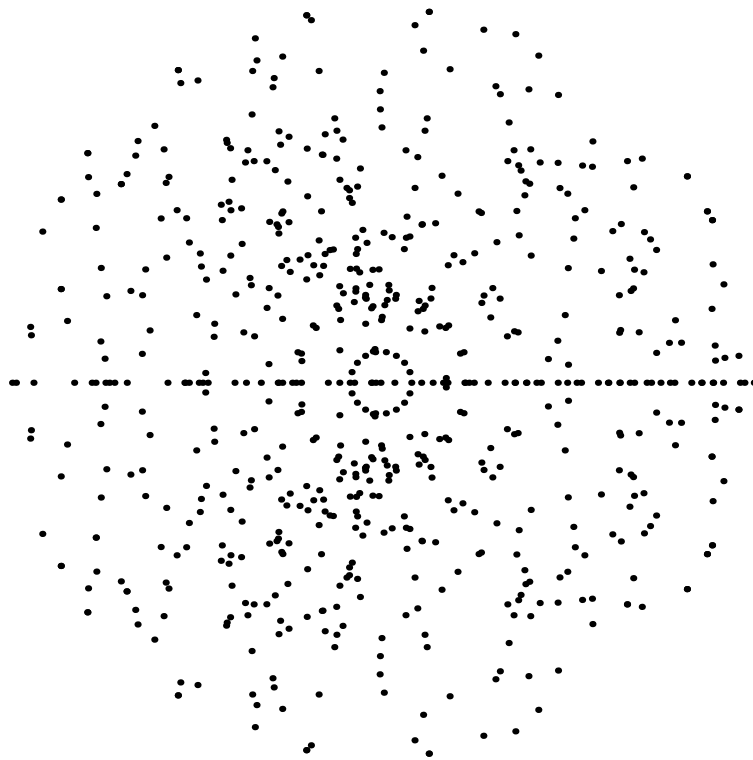


Fig. 4.8.9 Intersecció de raigs provinents de diverses fonts amb la superfície receptora.

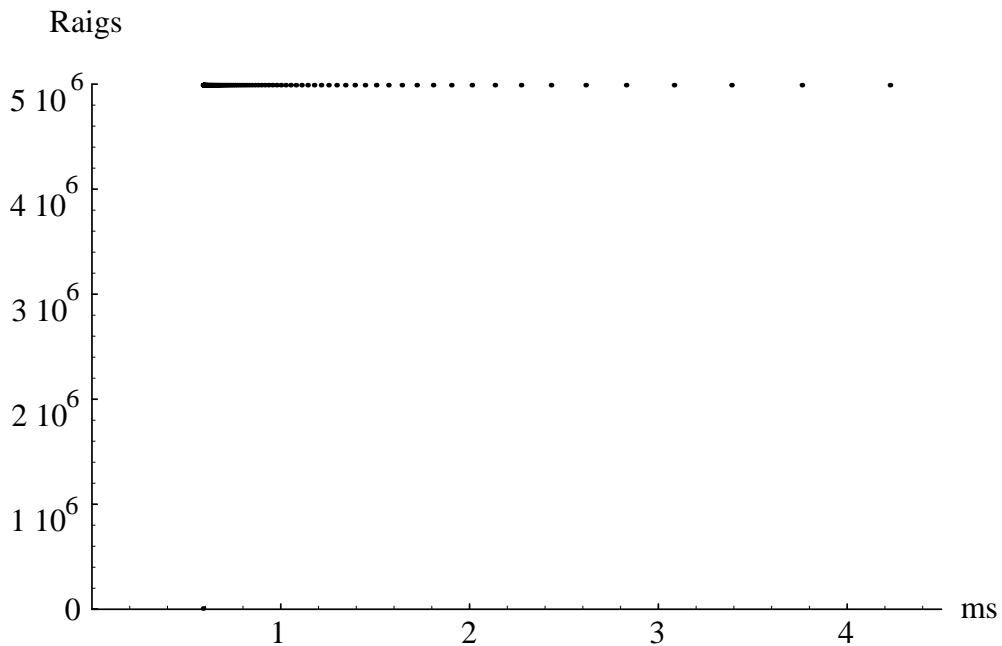


Fig. 4.8.10 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

La Fig. 4.8.8 mostra la propagació i reflexió dels raigs provinents de diferents fonts per l'interior del tub.

La Fig. 4.8.9 mostra els punts d'arribada a la superfície receptora.

La Fig. 4.8.10 correspon a la gràfica de la quantitat de raigs amb la mateixa longitud enfront de l' instant d'arribada. És la gràfica corresponent a la resposta en potencial de velocitat.

El temps t_o correspon al temps que triguen els raigs directes provinents de les diferents 7201 fonts. A l'igual que en el cas anterior, abans de t_o la superfície receptora no ha rebut cap raig ja que aquests són els de longitud més curta. La no uniformitat en el temps, quant al nombre de raigs que arriben a la superfície receptora, a l'igual que en el cas anterior, és conseqüència del tipus de discretització emprat tant en la superfície emissora com en la direcció de sortida dels raigs.

En la situació de la font sobre la superfície emissora el paràmetre ψ no hi juga cap paper ja que totes les direccions ψ són equivalents, per tenir el problema simetria de revolució. Per tant els càlculs es poden reduir a ser fets sobre un sol radi.

Per altra banda, la situació r de la font sobre el radi no hi juga tampoc cap paper ja que la longitud d'un raig que ha sortit d'un punt situat a una distància r de l'eix i que forma un angle θ amb ell és la mateixa que la del raig equivalent que ha sortit de la font situada a $r+\Delta r$ (Fig. 4.8.11).

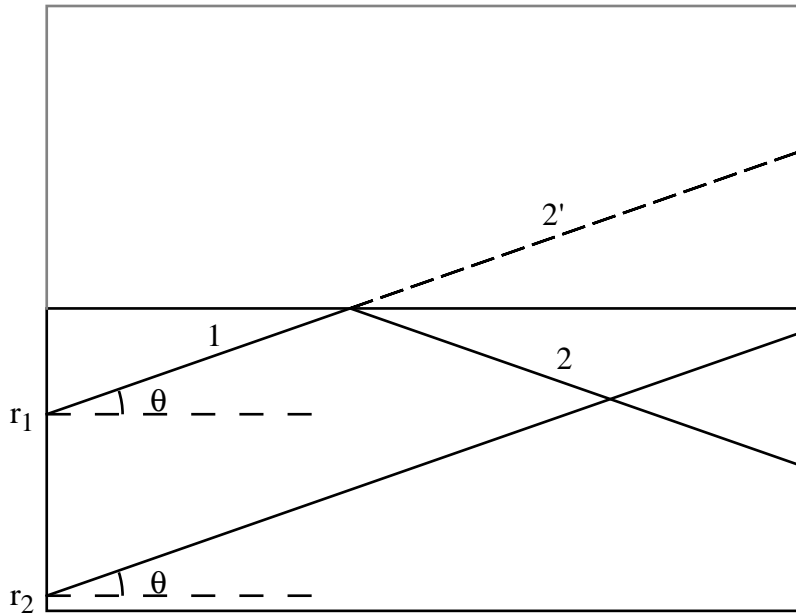


Fig. 4.8.11 Longitud dels diferents raigs dins d'un tub cilíndric.

En efecte, la geometria particular del cilindre, permet assegurar que el tram 2 del raig que ha partit de la font situada a r_1 té la mateixa longitud que el tram 2', que seria la continuació del raig si no hagués patit la reflexió. Aquest fet permet afirmar que el raig que ha partit de la font situada a r_2 té la mateixa longitud que el que ha partit de r_1 . Per tant, l'obtenció de les diferents longituds dels raigs i del temps d'arribada a la superfície receptora es pot reduir al càlcul per a una sola font i per a la qual s'ha vist a l'apartat anterior que l'angle ϕ no intervenia.

Així doncs, la longitud d'un raig que es propaga, d'un extrem a l'altre, dins d'un tub cilíndric de longitud L ve donada per $L/\cos\theta$, tal com s'ha vist anteriorment. Per tant si es vol obtenir una arribada uniforme en el temps a la superfície receptora el criteri de discretització ha de ser tal que mantingui $1/\cos\theta$ constant. Si s'empra aquest criteri de discretització la gràfica equivalent a la de la Fig. 4.8.10 és la mostrada a la Fig. 4.8.12.

A partir d'aquests resultats es pot obtenir una resposta impulsional en pressió simplement derivant-los. Si es realitza aquest càlcul el resultat que s'obté és el mostrat a la Fig. 4.8.13.

Aquest resultat posa de manifest que la resposta d'un tub cilíndric a un cabal de tipus impulsional generat en tota una superfície és un impuls en pressió a la superfície receptora.

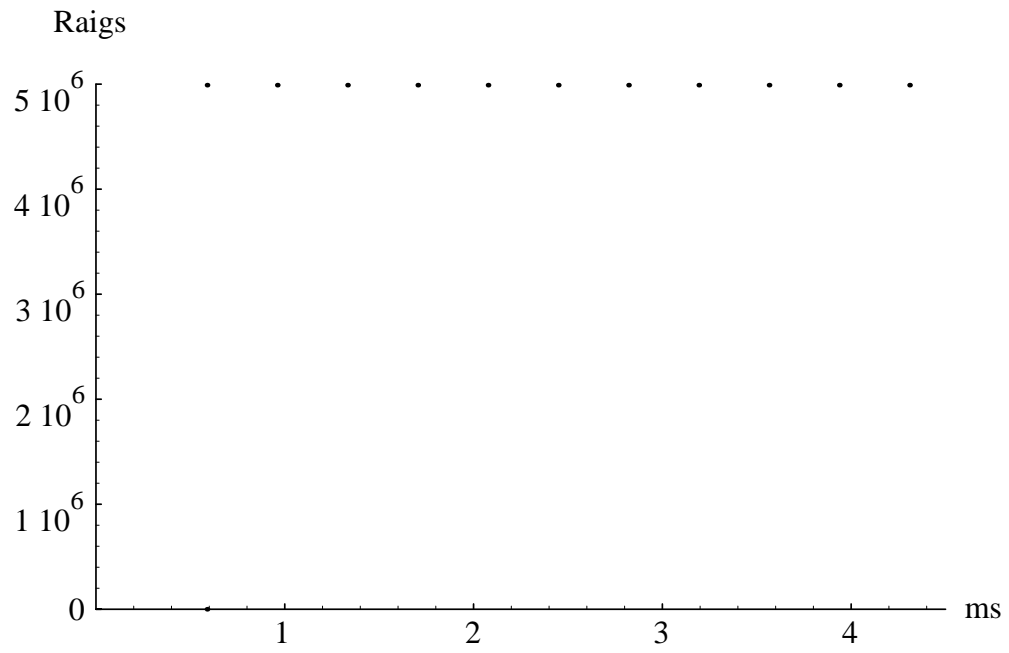


Fig. 4.8.12 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

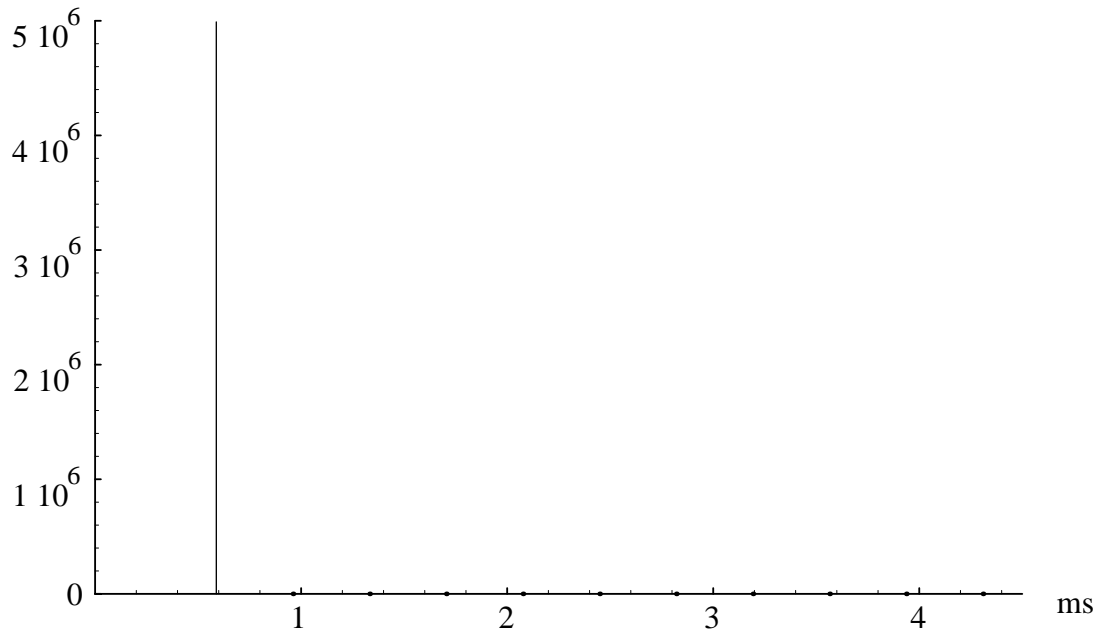


Fig. 4.8.13 Resposta impulsional en pressió a la superfície receptora creada per una font superficial.

4.8.3 Font superficial en un tub cilíndric amb extrem tancat

La simulació de la propagació d'un impuls generat a tota una superfície dins d'un tub cilíndric amb extrem tancat proporciona la resposta impulsional del tub. En aquest cas la superfície emissora i la receptora són la mateixa i per tant a partir dels resultats que s'obtenen es pot trobar la resposta impulsional acústica $h(t)$ simplement derivant-los.

El tub simulat en aquest cas és el mateix que en el cas anterior, però al qual se li ha afegit una tapa que reflecteixi endarrera els raigs. La discretització en raigs de l'impuls inicial és la mateixa que en el cas anterior i també ho és el valor de Δl . Els resultats obtinguts es mostren a les Fig. 4.8.14, Fig. 4.8.15 i Fig. 4.8.16.

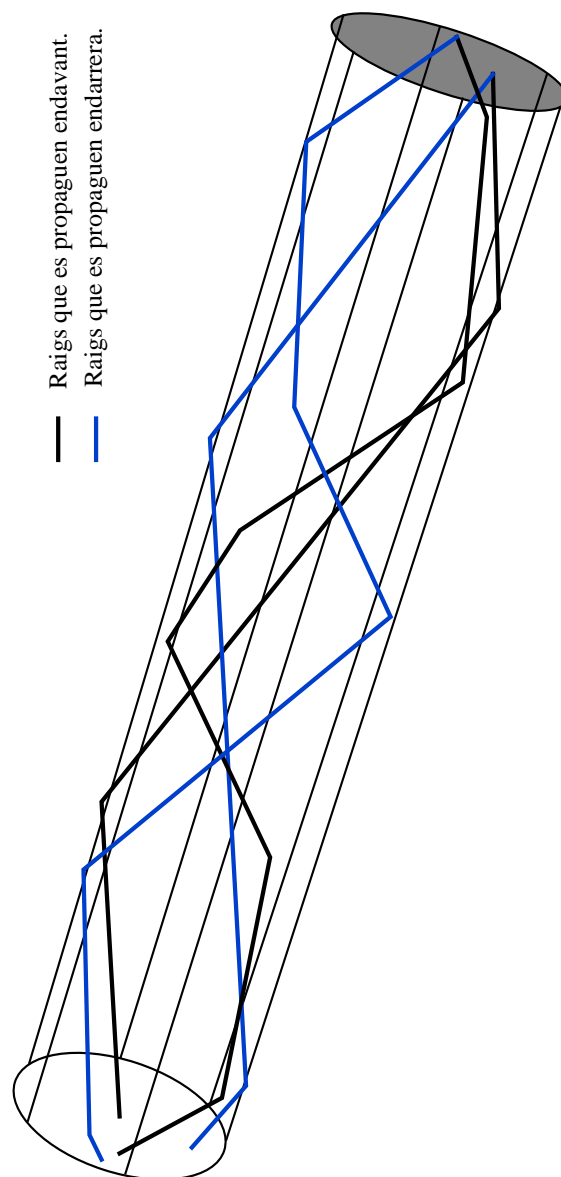


Fig. 4.8.14 Propagació i reflexió d'alguns raigs dins d'un tub cilíndric provinents de diverses fonts.

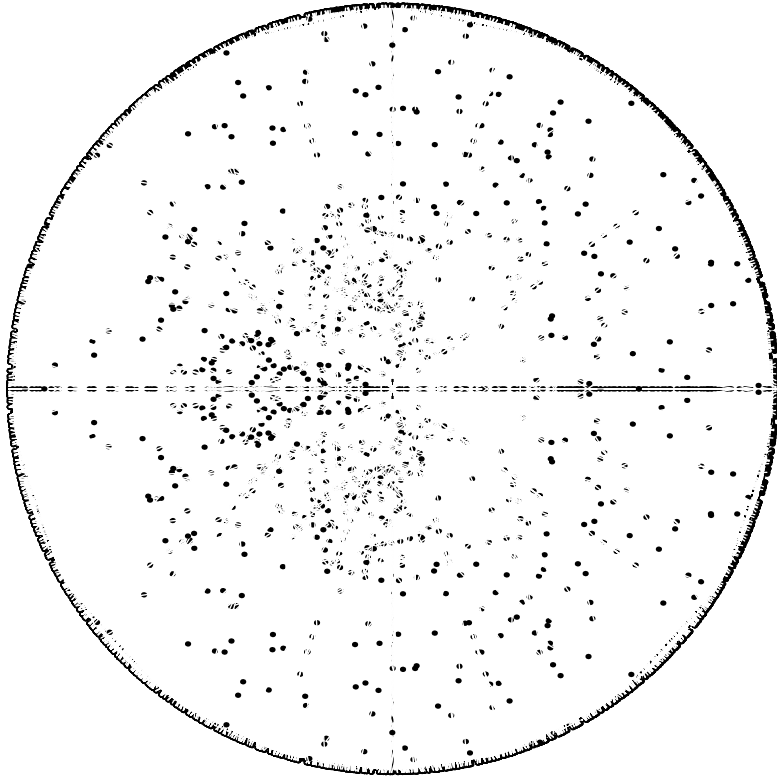


Fig. 4.8.15 Intersecció de raigs provinents de diverses fonts amb la superfície receptora.

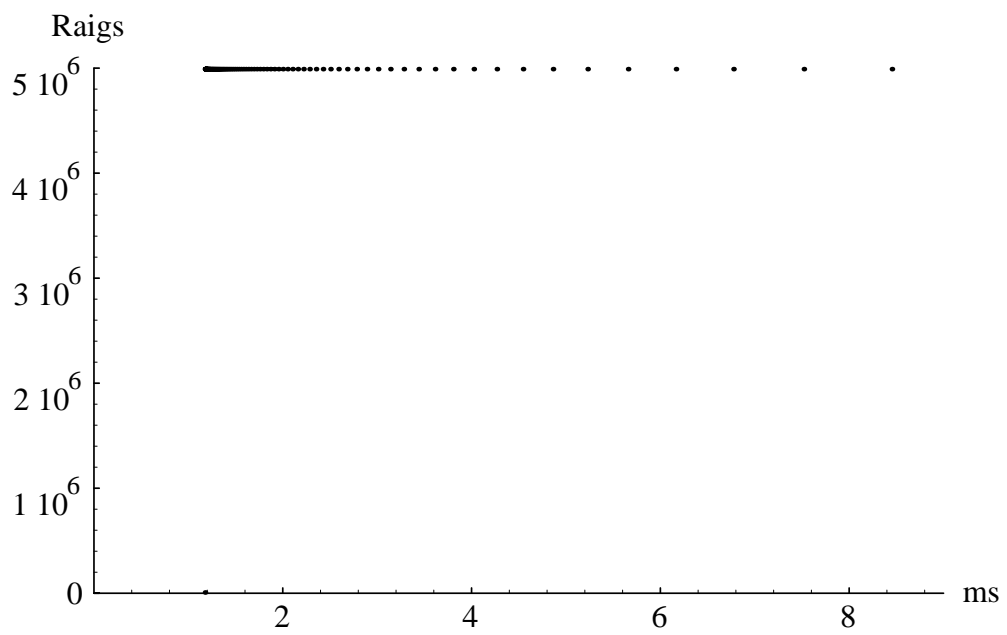


Fig. 4.8.16 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

La Fig. 4.8.14 mostra la propagació i reflexió dels raigs provinents de diverses fonts per l'interior del tub. En traç negre es mostren els raigs que es propaguen cap endavant i en traç blau es mostren els raigs que es propaguen endarrera.

La Fig. 4.8.15 mostra els punts d'arribada a la superfície receptora, que en aquest cas coincideix amb l'emissora.

La Fig. 4.8.16 correspon a la gràfica de la quantitat de raigs amb la mateixa longitud enfront de l'instant d'arribada. És la gràfica corresponent a la resposta en potencial de velocitat.

El temps t_0 correspon al temps que triguen els raigs directes provinents de les 7201 fonts. A l'igual que en els casos anteriors, abans de t_0 la superfície receptora no ha rebut cap raig ja que aquests són els de longitud més curta. El tipus de discretització emprat fa que l'arribada a la superfície receptora no sigui uniforme.

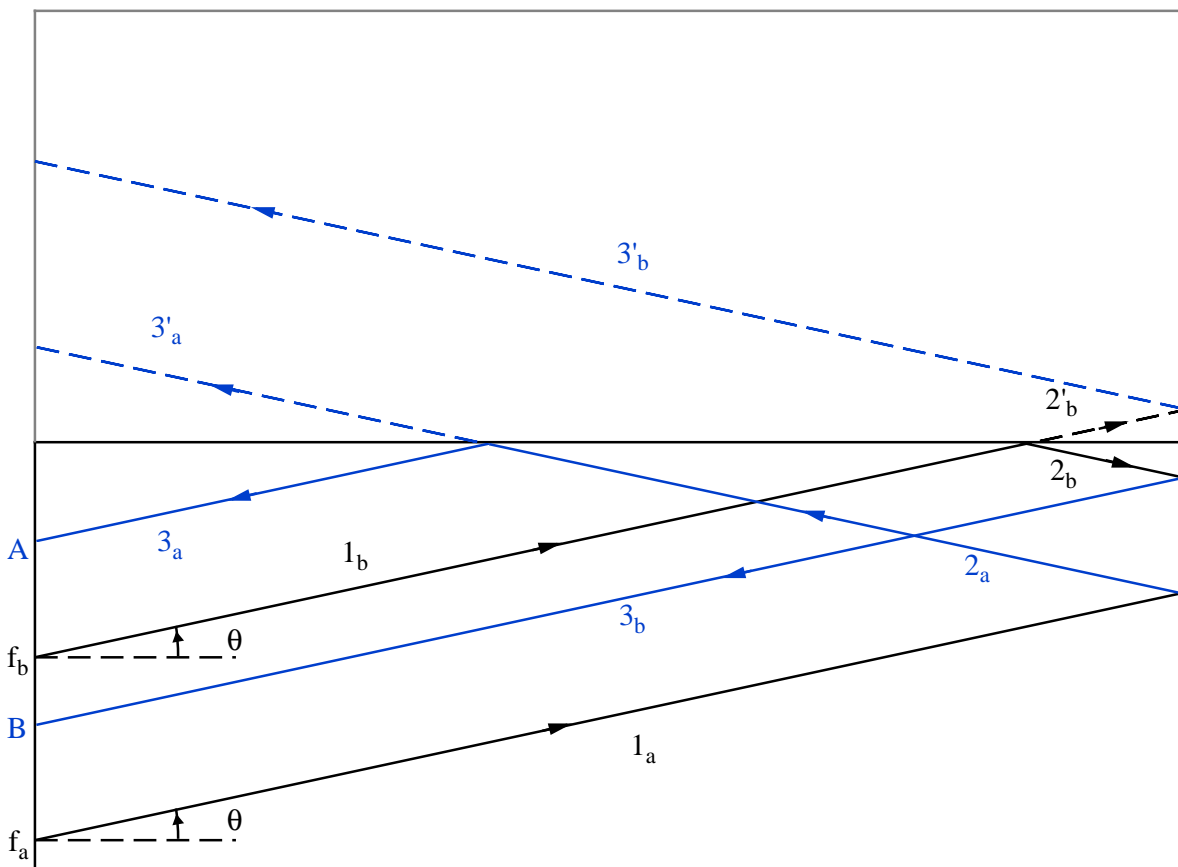


Fig. 4.8.17 Longitud dels diferents raigs dins d'un tub cilíndric.

A l'igual que en el cas anterior, en la situació de la font sobre la superfície emissora el paràmetre ψ no hi juga cap paper ja que totes les direccions ψ són equivalents per tenir el problema simetria de revolució. Per tant els càlculs es poden reduir a ser fets sobre un sol radi.

Per altra banda, la situació r de la font sobre el radi tampoc no hi juga cap paper ja que la longitud d'un raig que ha sortit d'un punt situat a una distància r de l'eix i que forma un angle θ amb ell és la mateixa que la del raig equivalent que ha sortit de la font situada a $r+\Delta r$ (Fig. 4.8.17).

En efecte, la geometria particular del cilindre, permet assegurar que el tram 3_a del raig que ha partit de la font f_a té la mateixa longitud que el tram $3'_a$ que seria la continuació del raig si només s'hagués reflectit a l'extrem tancat i no ho hagués fet a la paret del tub, fet que origina el tram 3_a . Per altra banda, i tal com s'ha vist a l'apartat anterior el tram 2_b del raig que ha partit de la font f_b té la mateixa longitud que el tram $2'_b$, i és evident que el tram 3_b té la mateixa longitud que el tram $3'_b$. Per tant aquest fet permet afirmar que el raig que ha partit de la font f_b té la mateixa longitud que el que ha partit de la font f_a . Per tant, l'obtenció de les diferents longituds dels raigs i del temps d'arribada a la superfície receptora es pot reduir al càlcul per a una sola font, que es pot suposar centrada. Tal com s'ha vist a l'apartat 4.8.1 la coordenada polar ϕ de la direcció de sortida del raig no intervé en la seva longitud, ni tampoc en el temps d'arribada a la superfície receptora, ja que en el cas de font centrada totes les direccions ϕ són equivalents. En aquest cas és fàcil calcular la longitud total del raig (Fig. 4.8.18):

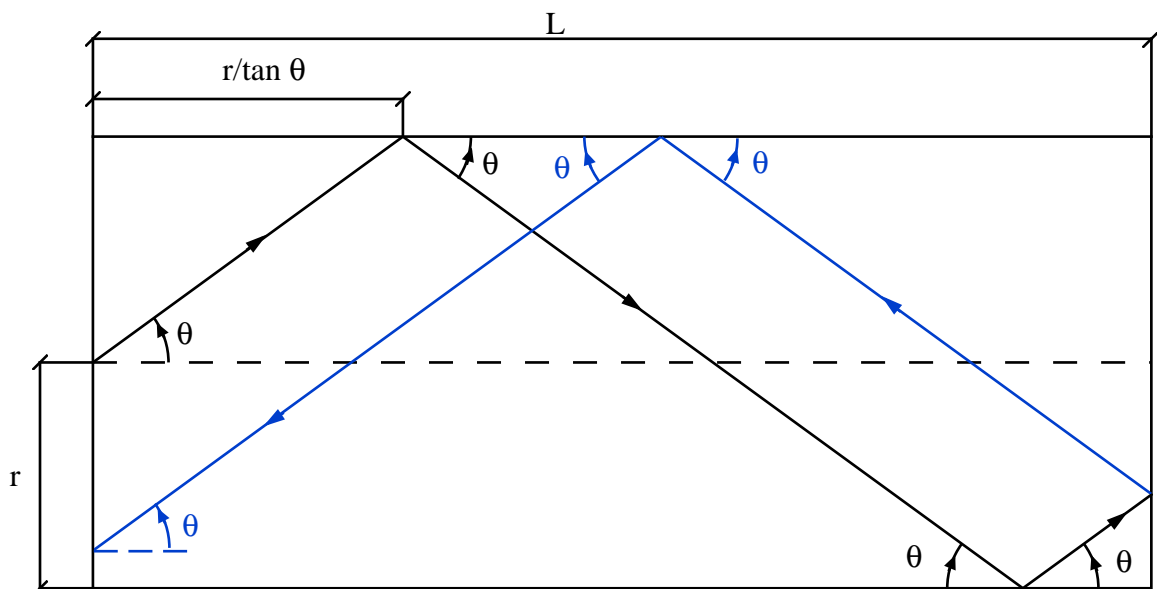


Fig. 4.8.18 Longitud d'un raig que es propaga i reflecteix endarrera dins d'un tub cilíndric.

$$l = \frac{r}{\sin\theta} \frac{2L}{\frac{r}{\tan\theta}} = \frac{2L}{\cos\theta}$$

Així doncs, la longitud d'un raig que es propaga per l'interior d'un tub cilíndric de longitud L , arriba a l'extrem oposat i retorna endarrera ve donada per $2L/\cos\theta$. Per tant si es vol obtenir una arribada uniforme en el temps a la superfície receptora el criteri de discretització ha de ser tal que mantingui $1/\cos\theta$ constant, a l'igual que en els casos anteriors. Si s'empra aquest criteri de discretització la gràfica corresponent a la Fig. 4.8.16 és la mostrada a la Fig. 4.8.19.

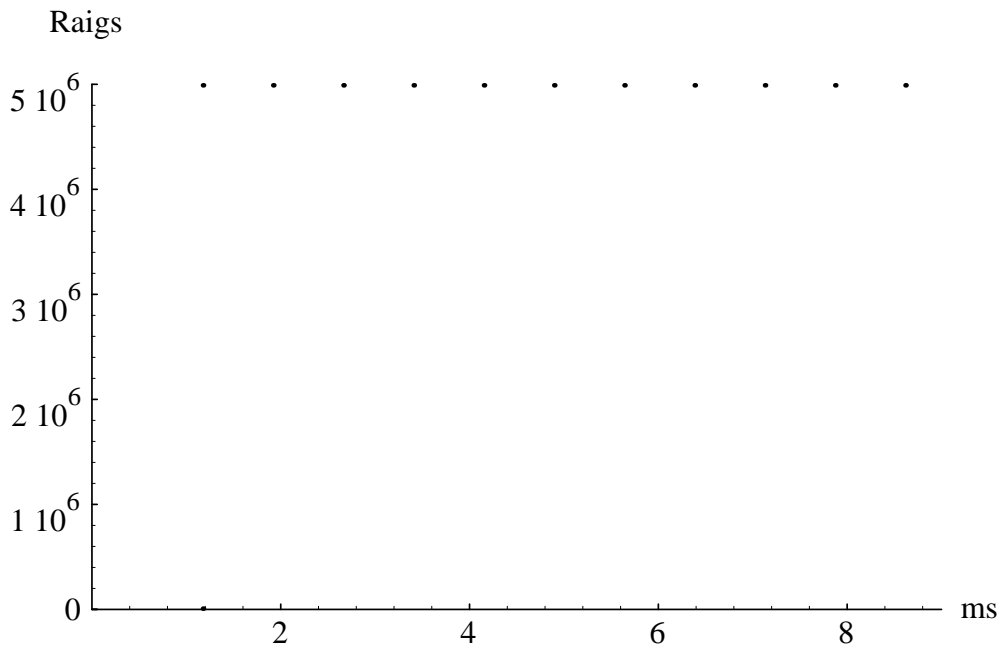


Fig. 4.8.19 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

A partir d'aquests resultats es pot obtenir la resposta impulsional acústica $h(t)$ simplement derivant-los. Si es realitza aquest càlcul el resulta que s'obté és el mostrat a la Fig. 4.8.20.

Aquest resultat posa de manifest que la resposta impulsional acústica $h(t)$ d'un tub cilíndric a un cabal de tipus impulsional és un impuls en pressió que triga un temps t_0 a arribar. Aquest temps t_0 que val $2L/c$, on c és la velocitat del so, és evidentment el doble que en el cas de l'apartat anterior en el qual el raig només es propagava endavant.

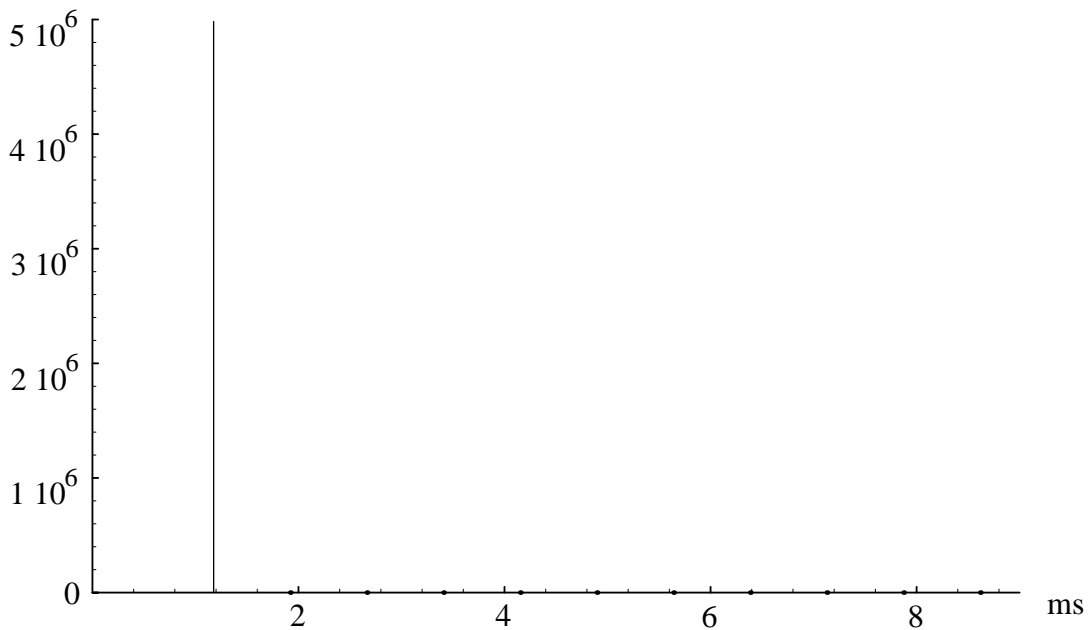


Fig. 4.8.20 Resposta impulsional acústica $h(t)$ creada per una font superficial.

4.8.4 Font puntual centrada en un tub cònic

Per comprovar la fiabilitat de l'algoritme en tubs de geometria lleugerament més complexa s'ha simulat un tub cònic (radi inicial 10 mm, radi final 50 mm i llargada 100 mm) amb una única font puntual centrada respecte al tub i un receptor pla situat al final del tub cònic.

En aquest cas la discretització en les direccions de sortida (φ , θ) ha estat també de grau en grau. És a dir per a cada valor de φ , comprès entre 0° i 359° amb $\Delta\varphi=1^\circ$, s'ha fet variar θ entre -89° i 89° amb $\Delta\theta=1^\circ$. Això implica que, a l'igual que en el cas del tub cilíndric, l'impuls inicial s'ha discretitzat en 64081 raigs cadascun dels quals té una intensitat de $1/64081$. S'ha pres el mateix valor de Δl que en els apartats anteriors. Els resultats obtinguts es mostren a les Fig. 4.8.21, Fig. 4.8.22 i Fig. 4.8.23.

La Fig. 4.8.21 mostra la propagació i reflexió dels raigs a l'interior del tub cònic estudiat.

La Fig. 4.8.22 mostra els punts d'arribada a la superfície receptora.

La Fig. 4.8.23 correspon a la gràfica de la quantitat de raigs amb la mateixa longitud enfront de l'instant d'arribada. És la gràfica corresponent al potencial de velocitat.

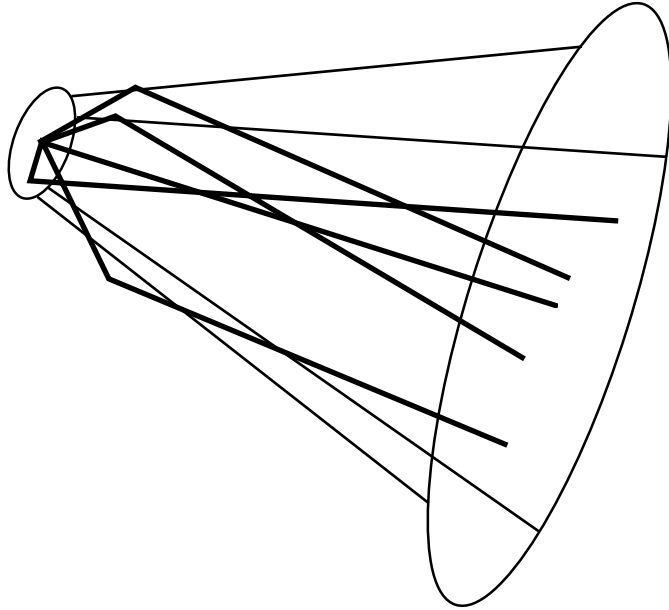


Fig. 4.8.21 Propagació i reflexió d'alguns raigs dins d'un tub cònic.

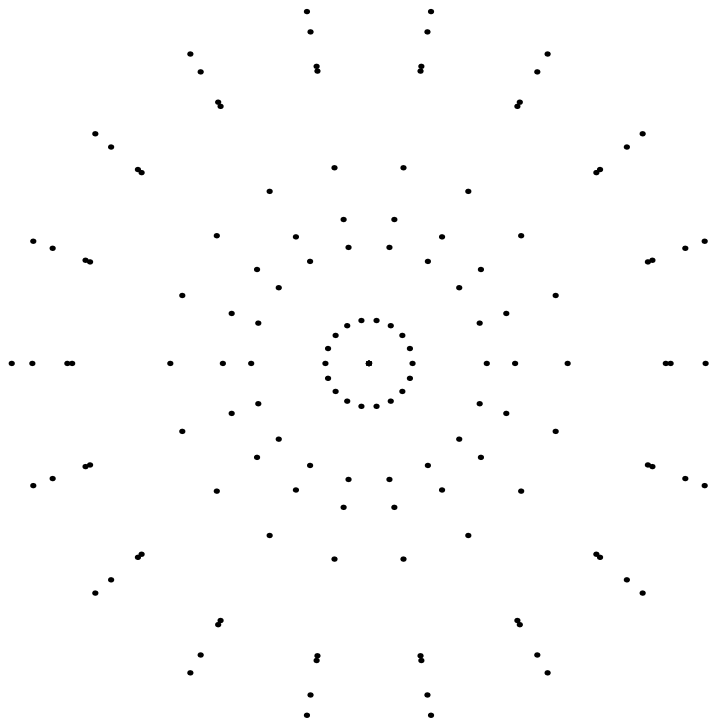


Fig. 4.8.22 Intersecció d'alguns raigs amb la superfície receptora.

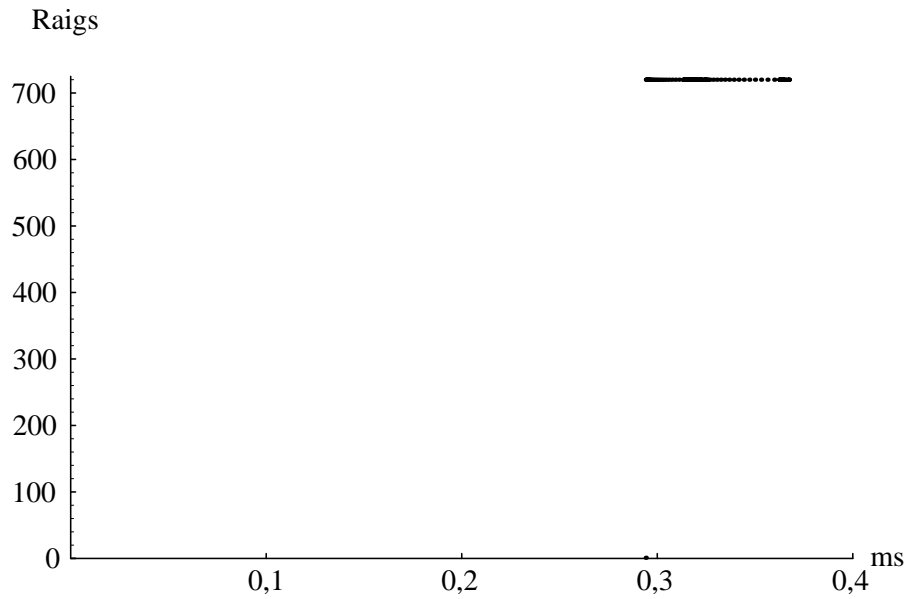


Fig. 4.8.23 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

Una ampliació d'aquesta darrera gràfica, mostrada a la Fig. 4.8.24, permet apreciar la diferència entre el cas cònic i el cas cilíndric estudiat anteriorment. El temps t_0 correspon al temps que triga el raig directe amb $\theta=0^\circ$ a arribar a la superfície receptora. Òbviament abans d'aquest temps no ha arribat cap raig ja que aquest és el de longitud més curta. El tipus de discretització també influeix en el resultat obtingut.

En el cas que s'estudia (font centrada) totes les direccions φ són equivalents i per tant aquest paràmetre no intervé ni en la longitud del raig ni en el temps d'arribada. Per tant els càlculs es poden reduir a ser fets, en aquest cas, per a una sola direcció φ . Tot i que aquest paràmetre no intervingui en la longitud del raig el seu càlcul no resulta tan evident com en el cas d'un tub cilíndric.

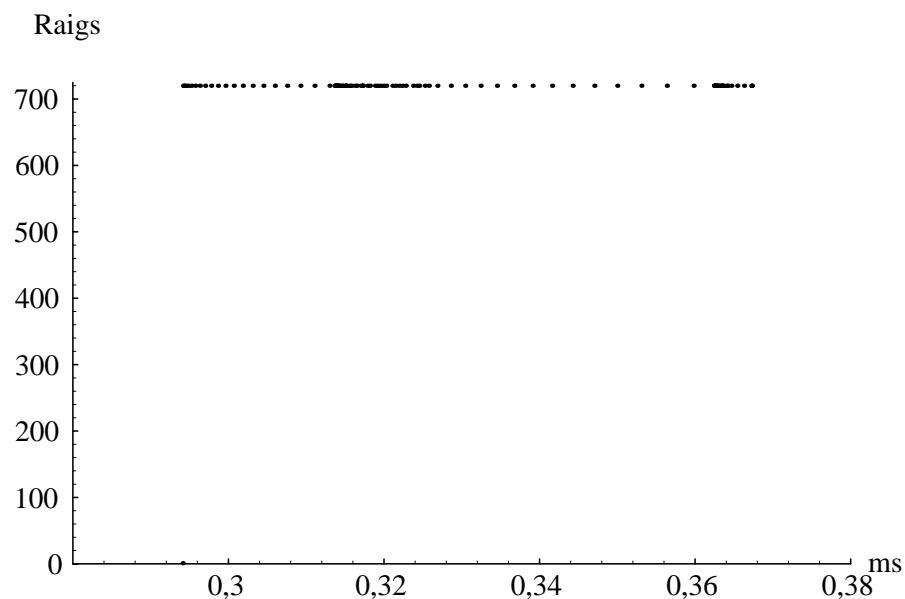


Fig. 4.8.24 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora.

A partir de la geometria del problema es determina que en el cas d'un tub cònic d'obertura α i per a un raig que parteix de l'eix i forma un angle θ amb ell i que pateix n reflexions dins del tub, la longitud del raig és (Fig. 4.8.25):

$$l = 2r_o \sin \theta \cos^2 \alpha \sum_{i=0}^n \frac{1}{\sin(\theta - 2i\alpha) \sin[\theta - (2i + 2)\alpha]} + r_o \sin \theta \cos \alpha \frac{1}{\sin[\theta - (2n - 1)\alpha] \sin[\theta - 2(n - 1)\alpha]}$$

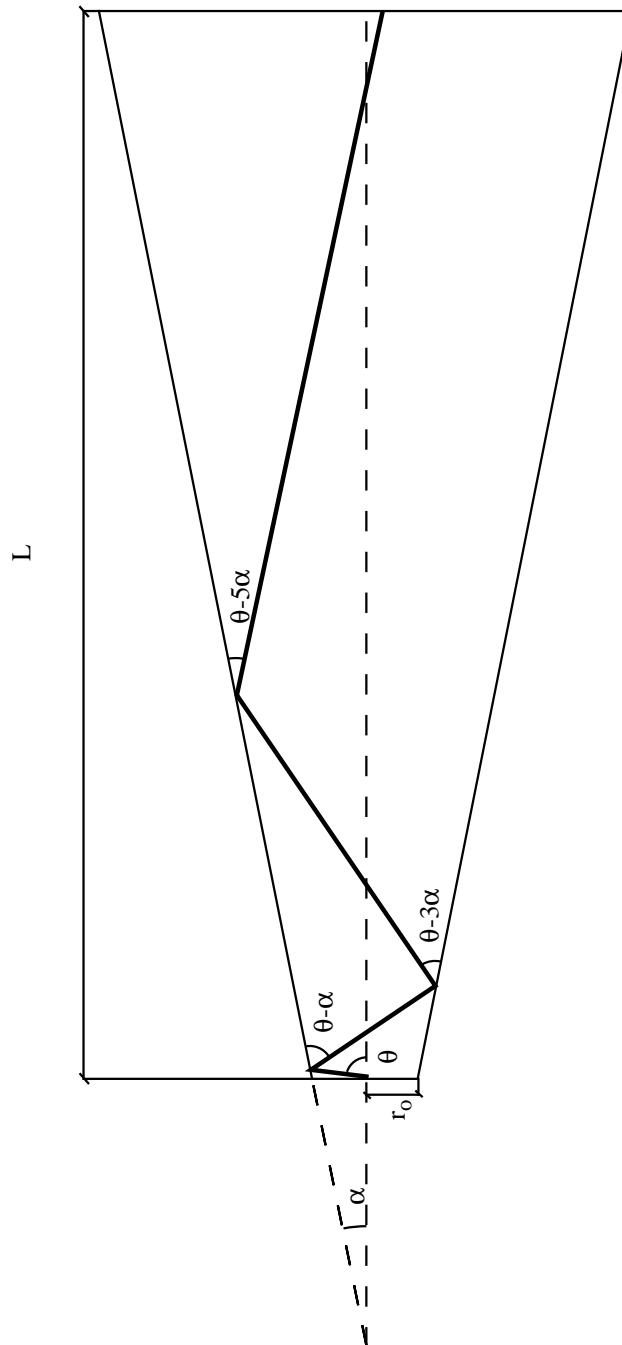


Fig. 4.8.25 Longitud d'un raig dins d'un tub cònic.

Aquest fet fa que en aquest cas no sigui evident quin ha de ser el criteri de discretització per tal d'obtenir una arribada uniforme en el temps a la superfície receptora i això comporta que no es pugui fer una derivada numèrica tant simple com en el cas de tub cilíndric per tal d'obtenir la resposta impulsional en pressió a la superfície receptora.

4.8.5 Font superficial en un tub cònic

La generació d'un impuls en tota una superfície emissora comporta el fet d'haver-la de discretitzar. De les opcions explicades a l'apartat 4.6, la triada és la que conserva l'energia en els diferents cercles concèntrics a l'eix, a l'igual que en el cas de tub cilíndric. Així, la superfície s'ha discretitzat en 7201 fonts, de manera que $\Delta r=1\text{mm}$ i $\Delta\psi=1^\circ$. Per la simetria del problema, però, els càlculs es poden reduir a ser fets sobre un sol radi. Per altra banda, la discretització en les direccions de sortida dels raigs (φ, θ) ha estat $\Delta\varphi=60^\circ$ i $\Delta\theta=10^\circ$ i s'ha considerat el mateix valor de Δl que en els altres casos. Els resultats es mostren a les Fig. 4.8.26, Fig. 4.8.27 i Fig. 4.8.28.

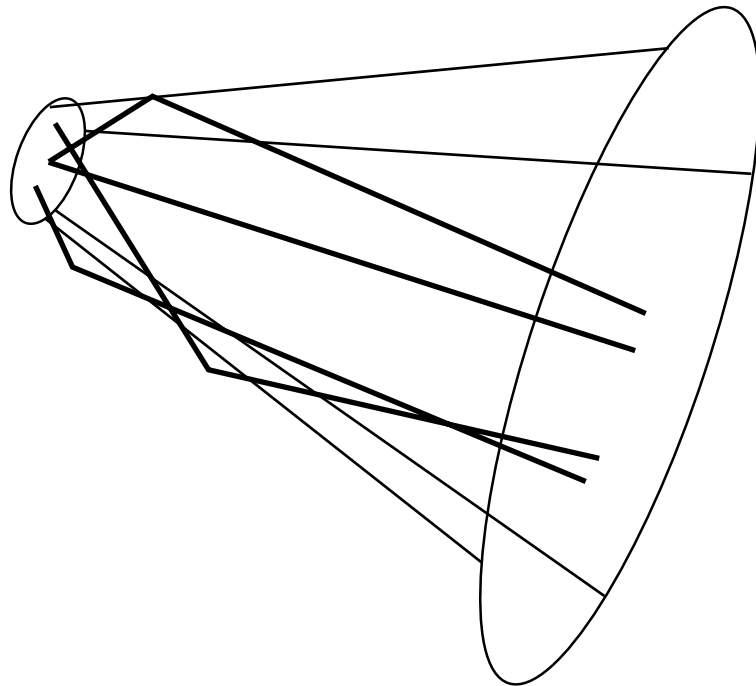


Fig. 4.8.26 Propagació i reflexió d'alguns raigs dins d'un tub cònic provinents de diverses fonts.

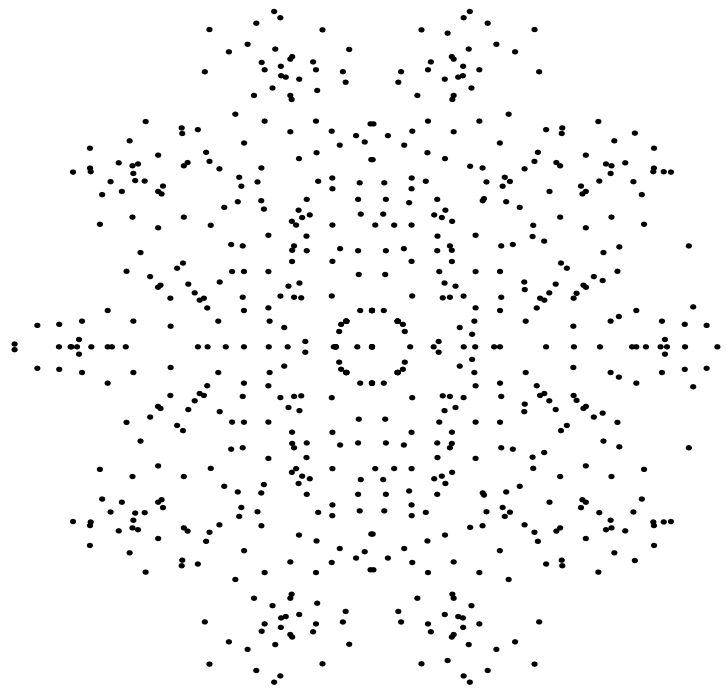


Fig. 4.8.27 Intersecció de raigs provinents de diverses fonts amb la superfície receptora.

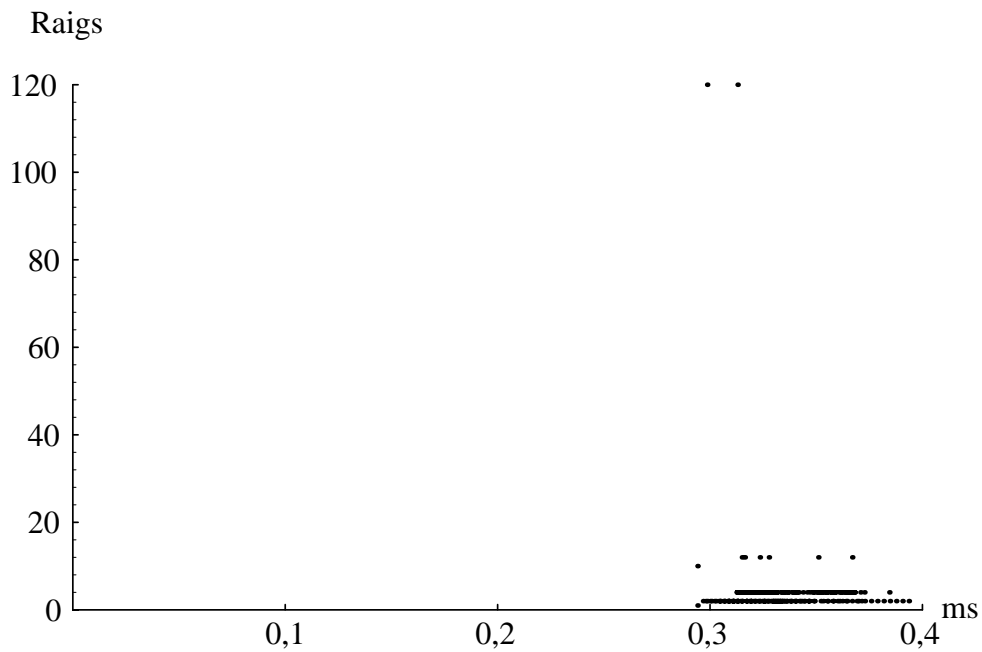


Fig. 4.8.28 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora. ($\Delta\theta=10^\circ$)

La Fig. 4.8.26 mostra la propagació i reflexió de raigs provinents de diverses fonts per l'interior del tub cònic.

La Fig. 4.8.27 mostra els punts d'arribada a la superfície receptora.

La Fig. 4.8.28 correspon a la gràfica de la quantitat de raigs amb la mateixa longitud enfront de l' instant d'arribada. És la gràfica corresponent a la resposta en potencial de velocitat. Aquesta gràfica ja mostra clarament la diferència que es presenta respecte del tub cilíndric, però una ampliació, Fig. 4.8.29, encara la fa més evident.

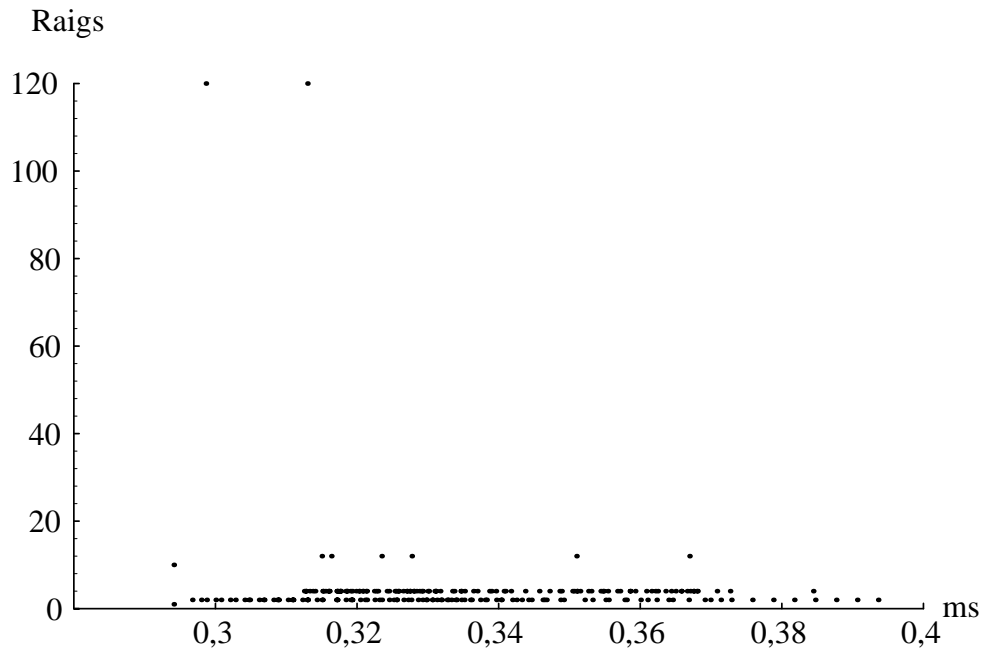


Fig. 4.8.29 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora. ($\Delta\theta=10^\circ$)

Si els càlculs es tornen a fer emprant ara un altre criteri de discretització, és a dir canviant $\Delta\theta$ (Fig. 4.8.30), s'obté un resultat força diferent.

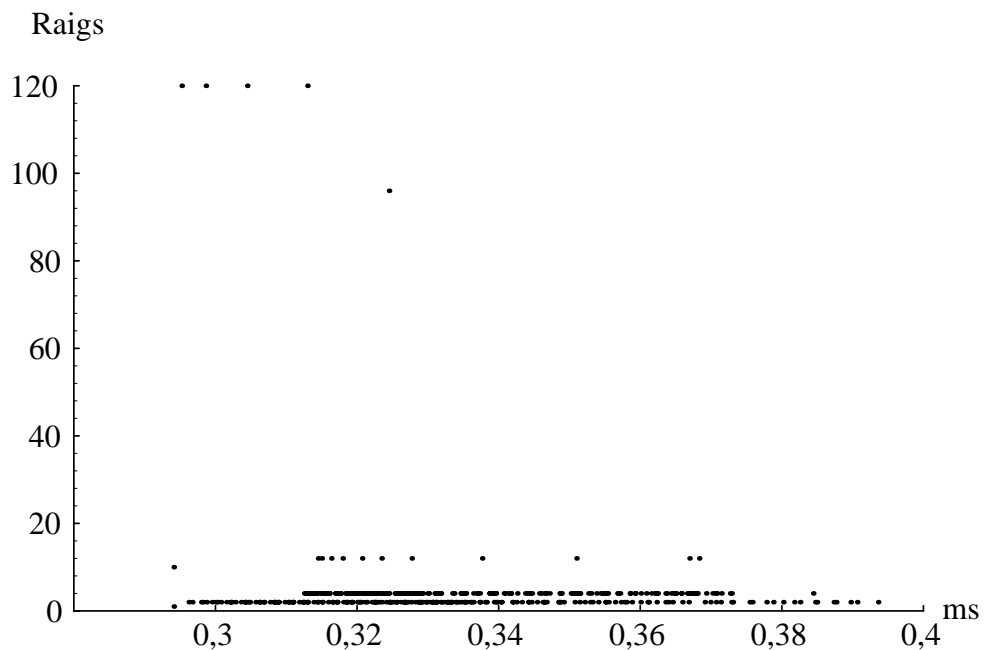


Fig. 4.8.30 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora. ($\Delta\theta=5^\circ$)

Aquests gràfics posen de manifest que el fet de triar un criteri de discretització o un altre pot falsejar de manera important els resultats obtinguts. Aquí apareix una altra vegada la dificultat de trobar un criteri de discretització adequat. Si en el cas de font centrada ja no és clar quin ha de ser, tot i conèixer la longitud del raig, en aquest cas encara és força més complicat perquè tot i que aquesta longitud no depèn del paràmetre ψ sí que depèn del paràmetre ϕ i de la situació de la font sobre el radi. Per tant aquests resultats s'han de considerar com a orientatius ja que el sentit físic fa intuir que si es fes el tipus de discretització adequat s'obtindrien els raigs corresponents per tal que la gràfica fos contínua.

4.8.6 Font superficial en un tub cònic amb extrem tancat

La propagació d'un impuls generat a tota una superfície dins d'un tub amb extrem tancat proporciona la resposta impulsional acústica $h(t)$ del tub considerat. En aquest cas que es pretén estudiar i vistos els resultats obtinguts en l'apartat anterior ja es pot afirmar que el criteri de discretització serà crític a l'hora d'obtenir el resultat desitjat.

En aquest cas el tub estudiat ha estat el mateix que en l'apartat anterior i el criteri de discretització ha estat emprar $\Delta\theta=10^\circ$. Un exemple de la propagació dels raigs es mostra a la Fig. 4.8.31.

- Raigs que es propaguen endavant.
- Raigs que es propaguen endarrera.

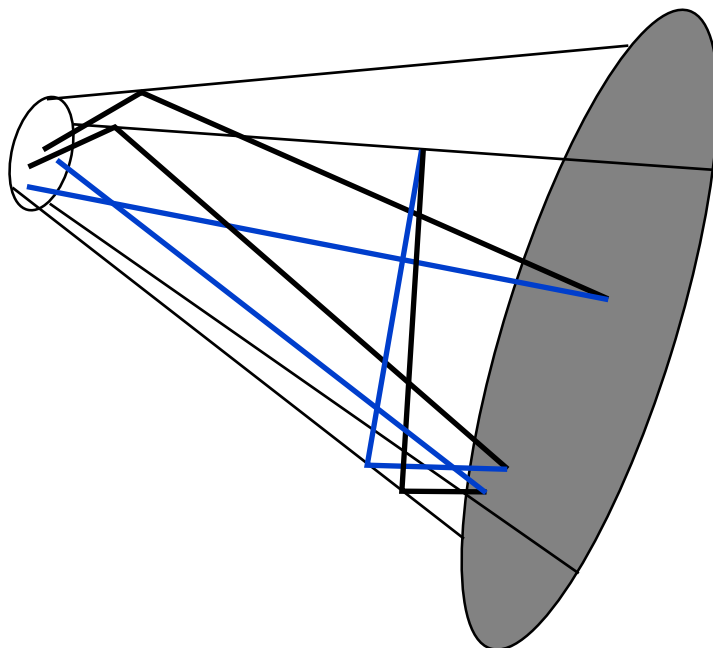


Fig. 4.8.31 Propagació i reflexió de raigs dins d'un tub cònic provinents de diverses fonts.

En traç negre es mostren els raigs que es propaguen endavant i en traç blau els que es propaguen endarrera. Es pot observar com raigs que es propagaven endarrera després d'haver patit la reflexió amb l'extrem tancat són rellançats cap endavant a causa de la conicitat del tub. Aquest fet, que no es donava en el cas d'un tub cilíndric, implica que el temps de càlcul per fer la simulació creixi desmesuradament i que es requereixi un ordinador amb una capacitat de càlcul enorme per simular el cas plantejat. En aquest cas, doncs, al problema de la discretització, que ja s'havia plantejat, se li afegeix el problema de la capacitat de l'ordinador emprat per fer l'estudi. En el cas plantejat l'estació de treball emprada per fer els càlculs, HP-9000-715/64, després de 18,5 hores no ha estat capaç de resoldre el problema per manca de memòria tot i que els càlculs es limiten a un sol radi. Davant d'aquest fet no es planteja fer la simulació d'aquest tub amb una discretització menys acurada perquè el resultat que s'obtidria seria força falsejat.

Aquest problema es presentarà sempre que els raigs es propaguin dins d'un tub tal que la derivada de la funció que defineix el perfil sigui negativa.

4.9 Resultats obtinguts

Per tal de donar completitud a aquest estudi s'ha simulat la propagació d'un impuls generat en un sol punt i en tota una superfície, en el benentès que aquest serà un resultat aproximat, per a tubs de perfils hiperbòlic i parabòlic. Tots ells s'han pres amb les mateixes dimensions: radi d'entrada 10 mm, radi de sortida 50 mm i llargada 100 mm. S'ha considerat el mateix tipus de discretització per a tots ells ($\Delta r=1$ mm, $\Delta \psi=1^\circ$ -no emprat a l'hora de fer els càlculs-, $\Delta \phi=30^\circ$, $\Delta \theta=5^\circ$) i s'ha considerat que dos raigs tenen la mateix longitud si aquesta difereix en menys de 10^{-5} mm. La propagació dels raigs dins d'aquests tubs es pot veure a l'apèndix 4.II.

4.9.1 Tub hiperbòlic

El perfil del tub simulat és el que es mostra a la Fig. 4.9.1 i els resultats que s'han obtingut són els de les Fig. 4.9.2 i Fig. 4.9.3.

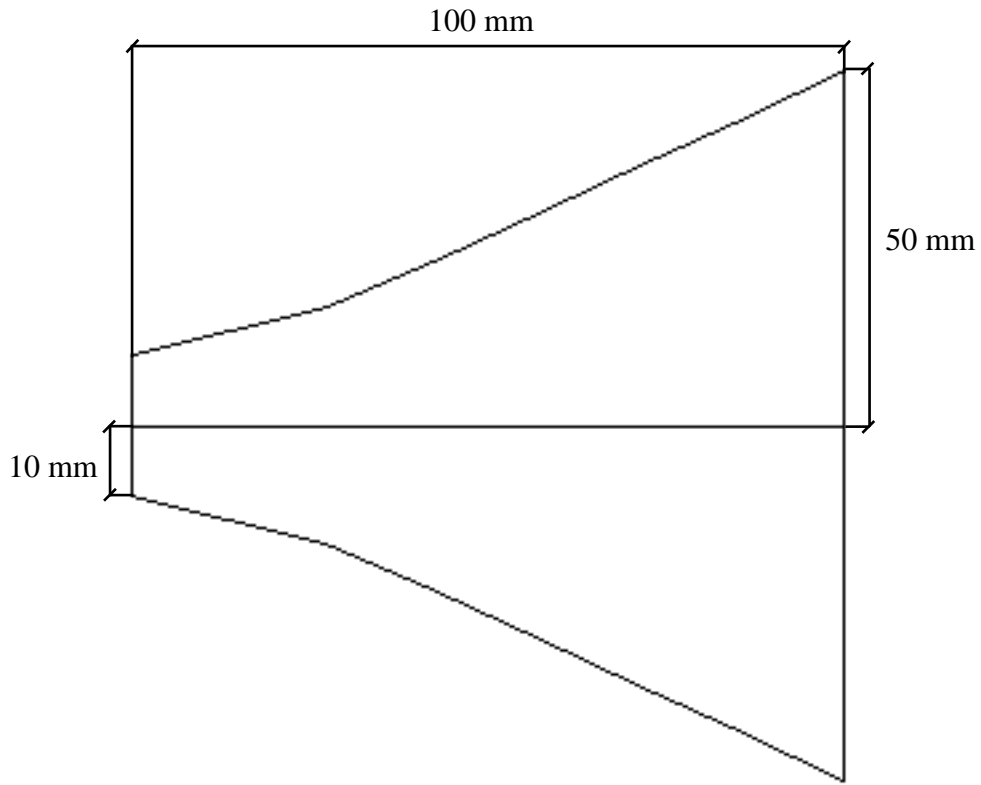


Fig. 4.9.1 Projecció en pla horitzontal del tub de perfil hiperbòlic simulat.

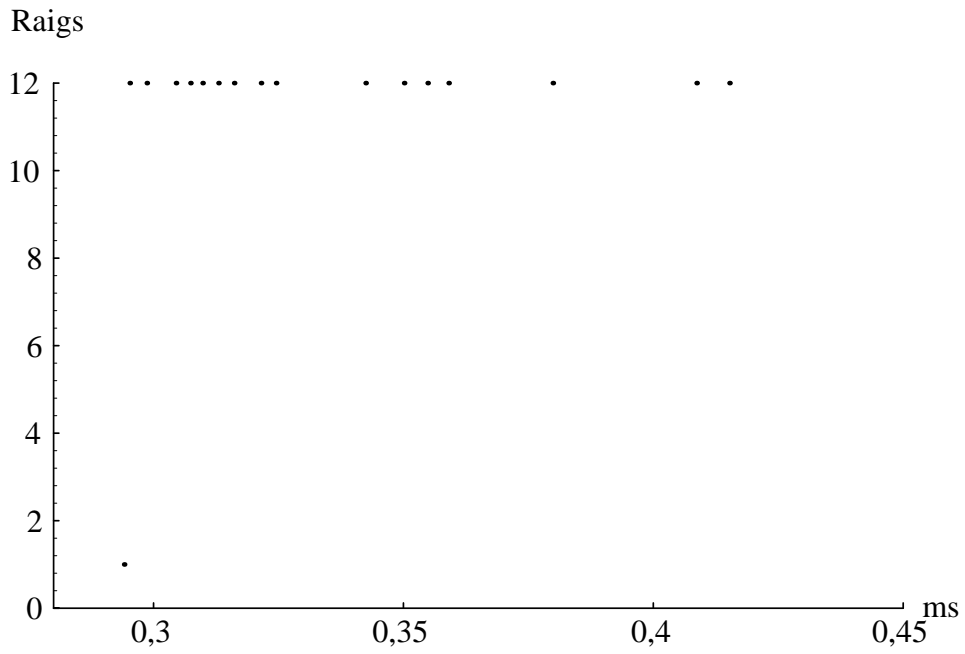


Fig. 4.9.2 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora creat per una font puntual.

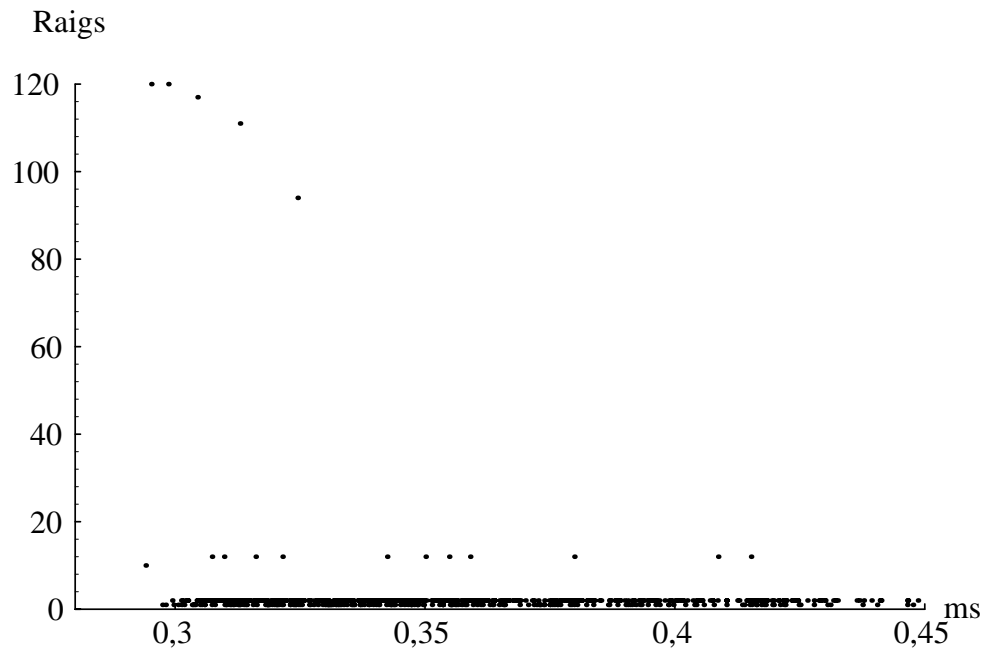


Fig. 4.9.3 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora creat per una font superficial.

4.9.2 Tub parabòlic

El perfil del tub simulat és el que es mostra a la Fig. 4.9.4 i els resultats que s'han obtingut són els de les Fig. 4.9.5 i Fig. 4.9.6.

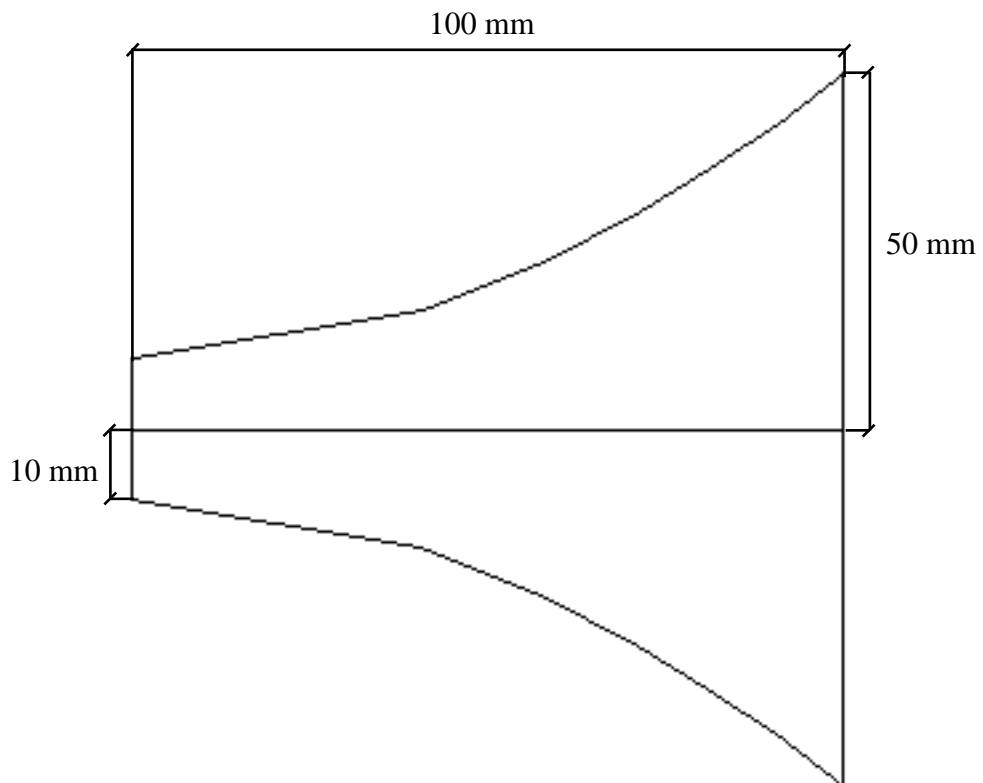


Fig. 4.9.4 Projectió en el pla horitzontal del tub de perfil parabòlic simulat.

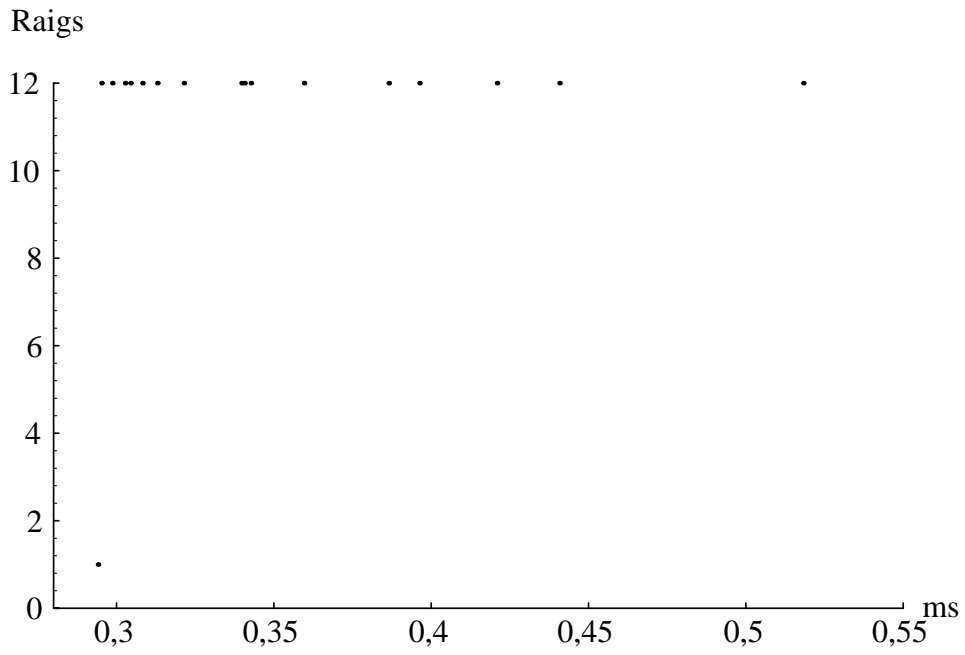


Fig. 4.9.5 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora creat per una font puntual.

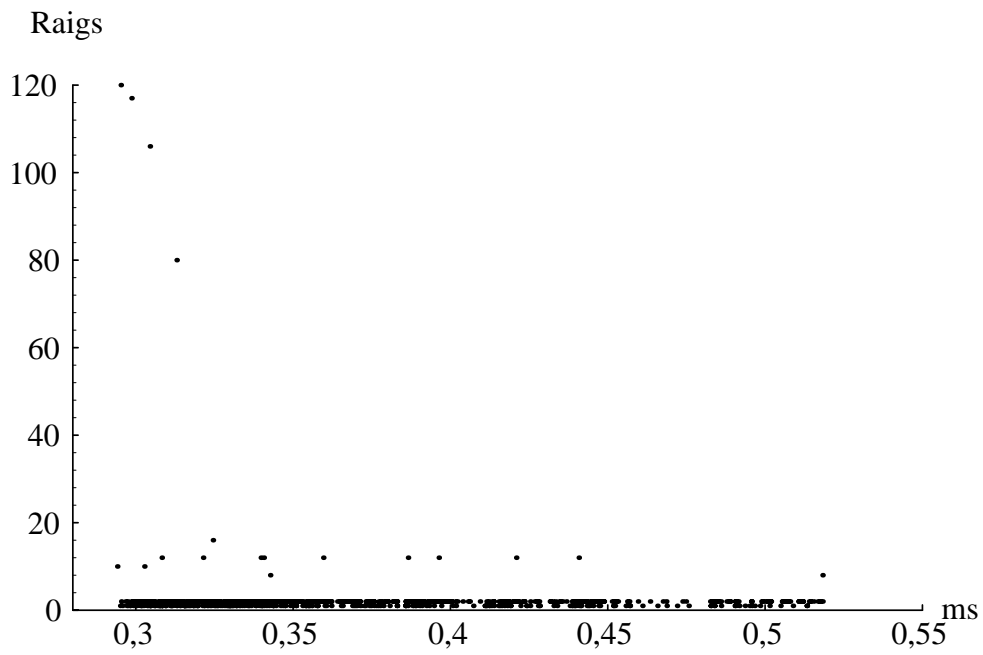


Fig. 4.9.6 Potencial de velocitat $\Phi(t)$ a la superfície receptora creat per una font superficial.

4.10 Conclusions

El mètode dels raigs impulsional simulava correctament el comportament acústic d'un tub cilíndric estudiat sense la necessitat d'un model uniparamètric. Per a tubs de geometria més complexa que la cilíndrica dona idea de quin serà el resultat que s'obindrà, però no es pot afirmar que el resultat obtingut amb aquest mètode sigui el correcte ja que la dificultat per decidir el criteri adequat de discretització i la capacitat de càlcul i memòria de l'ordinador fan que els resultats siguin aproximats i que per tant des del punt de vista quantitatiu el mètode no sigui correcte.