

5 SIMULACIÓ COMPLETA DE L'INSTRUMENT

5.1 Introducció

En els últims anys s'han proposat i implementat diferents models per simular la producció del so en els instruments de vent [Barjau, 1989a; Keefe, 1990; Schumacher, 1981]. Aquests models es representen matemàticament amb un conjunt d'equacions que descriuen el comportament de les dues parts principals de l'instrument: el tub i el mecanisme d'excitació. Si es volen tenir en compte les no linealitats dels mecanisme d'excitació cal fer la simulació en el domini temporal. En aquest cas l'equació que descriu l'acoblament entre ambdues parts és la integral de convolució:

$$p(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t - \tau) u(\tau) d\tau , \quad (5.1.1)$$

on $p(t)$ és la pressió interna a la secció d'entrada del tub, $u(t)$ és el cabal que la travessa i $h(t)$ és la resposta impulsional del tub.

D'entre les equacions implicades en el procés de simulació és aquesta integral la que demana una capacitat més gran de memòria d'ordinador i un temps de càlcul més llarg. En efecte, el càlcul de la pressió $p(t)$ a l'instant t implica conèixer tota la història anterior de $u(t)$ i de $h(t)$, amb la qual cosa els successius valors tant del cabal com de la resposta impulsional han d'estar emmagatzemats en memòria fins al final de la simulació. Per altra banda l'equació 5.1.1 mostra que el nombre d'operacions a realitzar a cada pas temporal (Δt) creix amb t , mentre $h(t)$ no sigui negligible.

Un altre factor important a tenir en compte és que si la resolució temporal Δt es redueix en un factor n , de manera que la nova resolució sigui $\Delta t' = \Delta t/n$, el nombre d'operacions per calcular $p(t)$ en el mateix interval de temps creix aproximadament de forma proporcional a n^2 .

L'interès per càlculs en temps real, en la simulació de sistemes, ha conduït a diferents aproximacions per intentar reduir el temps requerit per la convolució. En els casos en els que la resposta impulsional $h(t)$ té un decreixement ràpid és possible fer-ne un truncament en un temps $t=t_0$ no molt elevat i acotar el nombre d'operacions a fer a cada pas (la cota seria el nombre d'operacions a fer per al càlcul de la pressió a l'instant t_0). En els altres casos, alguns

autors han considerat la possibilitat d'emprar convolucions alternatives amb funcions nucli de decreixement més ràpid [Agulló, 1988].

El mètode que s'exposa en aquest capítol parteix d'una aproximació diferent i es basa en l'ús d'un algoritme iteratiu que es pot emprar sempre que la funció nucli de la convolució sigui de tipus exponencial [Martínez, 1988] o exponencial esmorteït, la qual cosa pot aconseguir-se aplicant l'anàlisi modal a la funció $h(t)$ [Barjau, 1987]. L'aproximació feta en aquest algoritme permet el càlcul d'un nou valor de la pressió $p(t+\Delta t)$ a partir del valor anterior de la pressió $p(t)$ i de l'anterior i l'actual del cabal, $u(t)$ i $u(t+\Delta t)$, amb un nombre d'operacions molt baix.

Els avantatges d'aquest mètode són força evidents:

- La memòria necessària és molt baixa ja que no hi ha necessitat d'emmagatzemar tota la història de $h(t)$, $u(t)$ i $p(t)$.
- El nombre d'operacions per obtenir cada valor de $p(t)$ és constant (no depèn del temps t , encara que no s'hagi arribat a l'instant t_0).
- El càlcul de la pressió en un interval $[0, t]$ amb una reducció del pas temporal de factor n (nou pas $\Delta t' = \Delta t/n$) implica només un creixement proporcional a n del nombre d'operacions necessàries, en contraposició del creixement proporcional a n^2 de la convolució ordinària.
- El temps necessari per realitzar els càlculs es redueix ja que es pot realitzar en paral·lel per a cada mode propi la qual cosa facilita la simulació en temps real amb un processador adequat.

5.2 Algoritme iteratiu

5.2.1 Funció exponencial

Si es parteix de la hipòtesi que la funció nucli de la integral de convolució 5.1.1 és del tipus exponencial $h(t) = Ae^{bt}$ i un cop conegut el valor $p(t)$, el proper valor de $p(t+\Delta t)$ pot obtenir-se amb:

$$p(t + \Delta t) = \int_0^{t+\Delta t} h(t + \Delta t - \tau) u(\tau) d\tau . \quad (5.2.1)$$

Aquesta integral pot separar-se en dues: una entre $[0, t]$ i una altra entre $[t, t+\Delta t]$. Si es substitueix la funció $h(t)$ pel seu valor exponencial es comprova que la primera integral és proporcional al valor anterior de la pressió i que la segona només depèn de valors recents del cabal $u(t)$ [Apèndix 5.I]:

$$p(t + \Delta t) = e^{b\Delta t} p(t) + \int_t^{t+\Delta t} h(t + \Delta t - \tau) u(\tau) d\tau . \quad (5.2.2)$$

En funció de la fluctuació de $u(t)$ en l'interval $[t, t+\Delta t]$ es poden fer dos tipus d'aproximacions simples per al valor de la segona integral. Per exemple, si el cabal $u(t)$ pot considerar-se aproximadament constant en aquest interval l'equació 5.2.2 es transforma en [Apèndix 5.I]:

$$p(t + \Delta t) \approx k_1 p(t) + k_2 u(t + \Delta t) , \quad (5.2.3)$$

on: $k_1 = e^{b\Delta t}$ i $k_2 = \frac{A}{b}(e^{b\Delta t} - 1)$.

L'equació 5.2.3 rep el nom d'aproximació constant i posa de manifest que, amb una aproximació d'ordre 0 en l'interval Δt per al cabal, només calen tres operacions (dos productes i una suma) per pas temporal.

Es pot obtenir una aproximació millor si es considera que el cabal varia linealment en l'interval de temps $[t, t+\Delta t]$:

$$u(\tau) = u(t) + \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t}(\tau - t) .$$

En aquest cas l'equació 5.2.2 es transforma en [Apèndix 5.I]:

$$p(t + \Delta t) \approx k_1 p(t) + k_2 u(t) + k_3 u(t + \Delta t) , \quad (5.2.4)$$

on:

$$k_1 = e^{b\Delta t} , \quad k_2 = \frac{A}{b} e^{b\Delta t} - \frac{A}{b^2 \Delta t} (e^{b\Delta t} - 1) \quad \text{i} \quad k_3 = -\frac{A}{b} + \frac{A}{b^2 \Delta t} (e^{b\Delta t} - 1) .$$

L'equació 5.2.4 rep el nom d'aproximació lineal. En aquest cas són cinc les operacions a realitzar per pas temporal.

5.2.2 Funció harmònica esmorteïda

L'algoritme iteratiu presentat a la secció 5.2.1 pot estendre's a funcions exponencials complexes. En efecte si la funció nucli és del tipus harmònic esmorteït:

$$h(t) = Ae^{bt} \cos(\omega t + \phi) ,$$

pot definir-se la funció complexa corresponent de la següent forma:

$$\hat{h}(t) = Ae^{bt+j(\omega t+\phi)} = Ae^{(b+j\omega)t+j\phi} , \quad h(t) = \text{Re}[\hat{h}(t)] .$$

L'aplicació de l'algoritme iteratiu a la convolució entre aquesta funció complexa i el cabal $u(t)$ porta a una pressió complexa la part real de la qual és la pressió desitjada [Apèndix 5.I]:

$$\hat{p}(t + \Delta t) = e^{(b+j\omega)\Delta t} \hat{p}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \hat{h}(t + \Delta t - \tau) u(\tau) d\tau ,$$

$$p(t + \Delta t) = \text{Re}[\hat{p}(t + \Delta t)] \quad i \quad \tilde{p}(t + \Delta t) = \text{Im}[\hat{p}(t + \Delta t)] .$$

La utilització de funcions complexes duplica el nombre d'operacions a realitzar per funció harmònica esmorteïda i pas temporal: sis operacions en el cas d'aproximació constant i deu en el cas d'aproximació lineal. Les expressions recurrents que s'obtenen per a l'aproximació constant del cabal són [Apèndix 5.I]:

$$p(t + \Delta t) = e^{b\Delta t} \cos \omega t \quad p(t) - e^{b\Delta t} \sin \omega t \quad \tilde{p}(t) + k_1 \quad u(t + \Delta t) ,$$

$$\tilde{p}(t + \Delta t) = e^{b\Delta t} \sin \omega t \quad p(t) + e^{b\Delta t} \cos \omega t \quad \tilde{p}(t) + k_1' \quad u(t + \Delta t) ,$$

on:

$$k_1 = \frac{A}{b^2 + \omega^2} \left\{ e^{b\Delta t} [b \cos(\omega\Delta t + \phi) + \omega \sin(\omega\Delta t + \phi)] - (b \cos \phi + \omega \sin \phi) \right\} ,$$

$$k_1' = \frac{A}{b^2 + \omega^2} \left\{ e^{b\Delta t} [b \sin(\omega\Delta t + \phi) - \omega \cos(\omega\Delta t + \phi)] - (b \sin \phi - \omega \cos \phi) \right\} .$$

Per a l'aproximació lineal del cabal s'obté [Apèndix 5.I]:

$$p(t + \Delta t) = e^{b\Delta t} \cos \omega t \quad p(t) - e^{b\Delta t} \sin \omega t \quad \tilde{p}(t) + \left(k_1 - \frac{k_2}{\Delta t} \right) u(t + \Delta t) + \frac{k_2}{\Delta t} u(t) \quad ,$$

$$\tilde{p}(t + \Delta t) = e^{b\Delta t} \sin \omega t \quad p(t) + e^{b\Delta t} \cos \omega t \quad \tilde{p}(t) + \left(k_1' - \frac{k_2'}{\Delta t} \right) u(t + \Delta t) + \frac{k_2'}{\Delta t} u(t) \quad ,$$

on k_1 i k_1' vénen donades per les expressions anteriors i k_2 i k_2' valen:

$$k_2 = \frac{A}{b^2 + \omega^2} \left\{ e^{b\Delta t} \left[\left(b\Delta t - \frac{b^2 - \omega^2}{b^2 + \omega^2} \right) \cos(\omega\Delta t + \phi) + \left(b\Delta t - \frac{2b\omega}{b^2 + \omega^2} \right) \sin(\omega\Delta t + \phi) \right] + \left(\frac{b^2 - \omega^2}{b^2 + \omega^2} \cos \phi + \frac{2b\omega}{b^2 + \omega^2} \sin \phi \right) \right\} ,$$

$$k_2' = \frac{A}{b^2 + \omega^2} \left\{ e^{b\Delta t} \left[\left(b\Delta t - \frac{b^2 - \omega^2}{b^2 + \omega^2} \right) \sin(\omega\Delta t + \phi) - \left(b\Delta t - \frac{2b\omega}{b^2 + \omega^2} \right) \cos(\omega\Delta t + \phi) \right] + \left(\frac{b^2 - \omega^2}{b^2 + \omega^2} \sin \phi - \frac{2b\omega}{b^2 + \omega^2} \cos \phi \right) \right\} .$$

5.3 Descomposició modal de $h(t)$

La resposta impulsional pot expressar-se com a superposició de funcions exponencials a través de l'anàlisi modal [Agulló, 1986]. Aquesta anàlisi assumeix que l'esmoreïment és suficientment petit com per negligir l'acoblament entre els modes. En aquest cas la impedància acústica del sistema $Z(\omega)$ i la resposta impulsional $h(t)$ poden obtenir-se com suma de les respostes elementals $Z_i(\omega)$ i $h_i(t)$ corresponents a cada mode:

$$Z(\omega) = \sum_{i=1}^N Z_i(\omega) \quad , \quad h(t) = \sum_{i=1}^N h_i(t) \quad . \quad (5.3.1)$$

En el cas dels instruments de vent la impedància d'entrada és nul·la quan la freqüència és zero, i tendeix al valor Z_0 (impedància característica de valor ρc , amb ρ la densitat de l'aire i c la velocitat del so) per a freqüències per sobre de la freqüència de tall. Un sistema elemental ("mode") vàlid per representar aquest comportament es mostra a la Fig. 5.3.1, i la seva impedància (definida com $Z = p/\dot{y}$) és representada a la Fig. 5.3.2. La seva resposta

impulsional es pot obtenir com a Transformada de Fourier de la impedància o directament en el domini temporal i es troba representada a la Fig. 5.3.3. La seva expressió és [Apèndix 5.I]:

$$h_i(t) = c_i \delta(t) + A_i e^{b_i t} \cos(\omega_i v_i t + \phi_i) , \quad (5.3.2)$$

on:

$$v_i = \sqrt{1 - \zeta_i^2} , \quad \omega_i = 2\pi f_i , \quad A_i = \frac{\omega_i Z_i^*}{v_i} , \quad Z_i^* = \frac{c_i}{\zeta_i} , \quad b_i = -\zeta_i \omega_i \quad i \quad \phi_i = \arctan\left(\frac{\zeta_i}{v_i} \frac{3 - 4\zeta_i^2}{1 - 4\zeta_i^2}\right) .$$

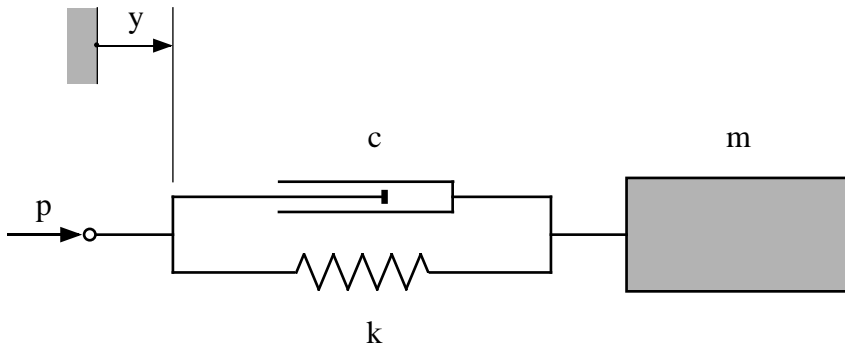


Fig. 5.3.1 Sistema elemental representatiu d'un mode propi.

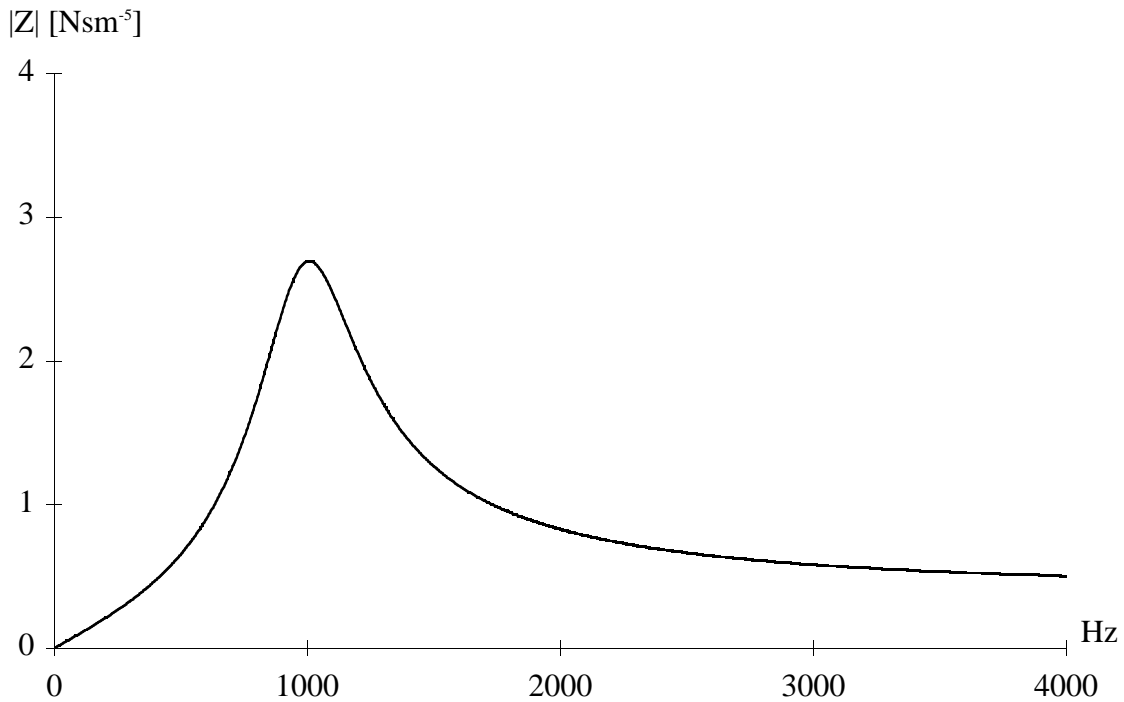


Fig. 5.3.2 Impedància del sistema elemental de la Fig. 5.3.1 .

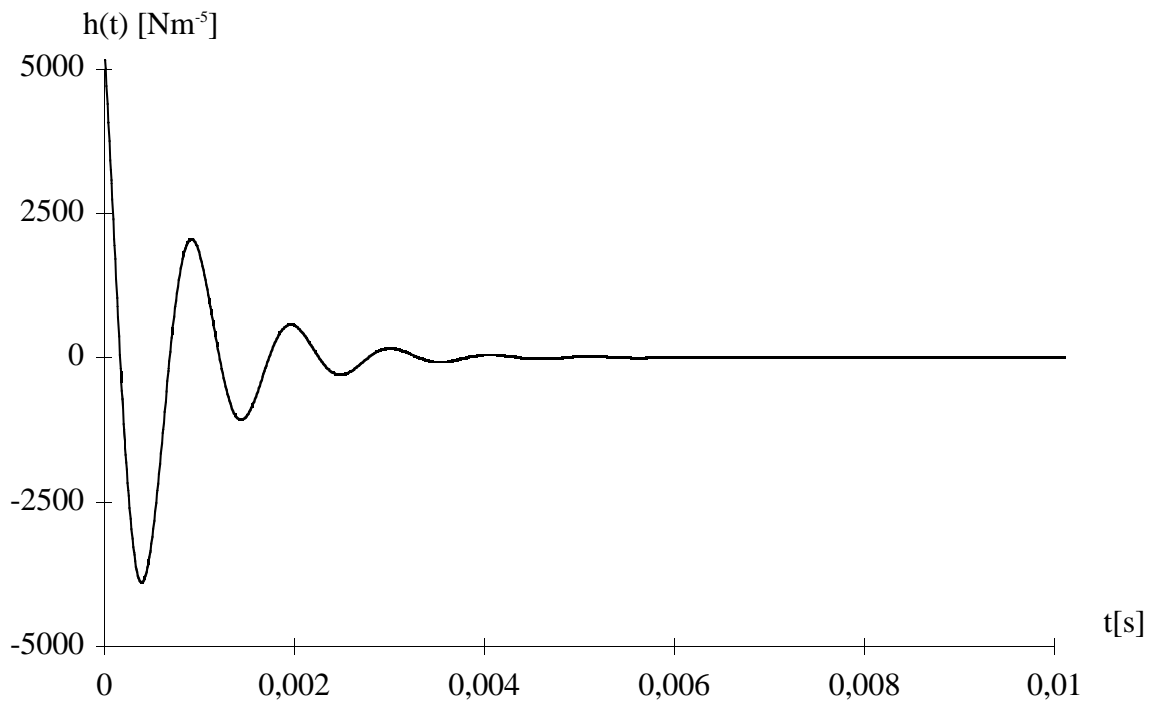


Fig. 5.3.3 Resposta impulsional del sistema elemental de la Fig. 5.3.1 .

Els paràmetres modals Z_i^* , f_i , ζ_i es poden identificar a partir de la corba experimental de $|Z(\omega)|$ [Barjau, 1987]. Els valors f_i es corresponen amb les freqüències dels pics del diagrama de $|Z(\omega)|$, una primera aproximació per als valors ζ_i ve donada per l'expressió $2\zeta_i = (f_+ - f_-) / f_i$, on f_+ i f_- són les freqüències corresponents als valors de $|Z| = |Z_{m\grave{a}x i} / \sqrt{2}$, i $Z_i^* = c_i / (2\zeta_i)$. És aconsellable prendre un nombre de modes N com a mínim igual al nombre de pics de $|Z(\omega)|$ per sota de la freqüència de tall.

L'efecte més notable de negligir les ressonàncies per sobre de la freqüència de tall és la forma errònia de $h(t)$ a l'origen: hauria de ser un impuls inicial amb àrea Z_0 (però resulta tenir-ne una d'igual a $\sum c_i \ll Z_0$) i una cua exponencial negativa (si el tub és cònic). Una manera de millorar la forma inicial de $h(t)$ consisteix a afegir un mode complementari [Barjau, 1987] el paràmetre d'esmoreïment del qual compleixi que $c + \sum c_i = Z_0$. En aquest cas la resposta impulsional ve donada per:

$$h(t) = Z_0 \delta(t) + \sum_{i=1}^{N+1} A_i e^{b_i t} \cos(\omega_i v_i t + \phi_i) . \quad (5.3.3)$$

Aquesta anàlisi modal s'ha aplicat a la tenora i la identificació de paràmetres, seguint el mètode usual [Barjau, 1987], s'ha fet a partir de les corbes de $|Z(\omega)|$ calculades a partir de la impedància d'extrem obert. Els valors obtinguts es troben a la Taula 5.3.1. La Fig. 5.3.4 mostra la corba a partir de la qual s'han identificat els paràmetres per a la nota Fa₂# i la Fig. 5.3.5 mostra la corba de $|Z(\omega)|$ calculada a través de l'anàlisi modal amb el mode complementari. La Fig. 5.3.6 mostra la $h(t)$ calculada (a través de l'anàlisi modal) per a la mateixa nota.

Mode	f_i	$2\zeta_i$	Z_i^*
1	173,3	0,026	30,0
2	355,6	0,025	36,8
3	524,4	0,025	25,3
4	706,7	0,031	29,5
5	906,7	0,049	25,0
6	1073,0	0,065	20,9
7	1260,0	0,069	21,0
8	1468,0	0,095	29,8
Comp.	2000,0	1,414	284,3

Taula 5.3.1 Paràmetres modals de la tenora per a un Fa₂#.

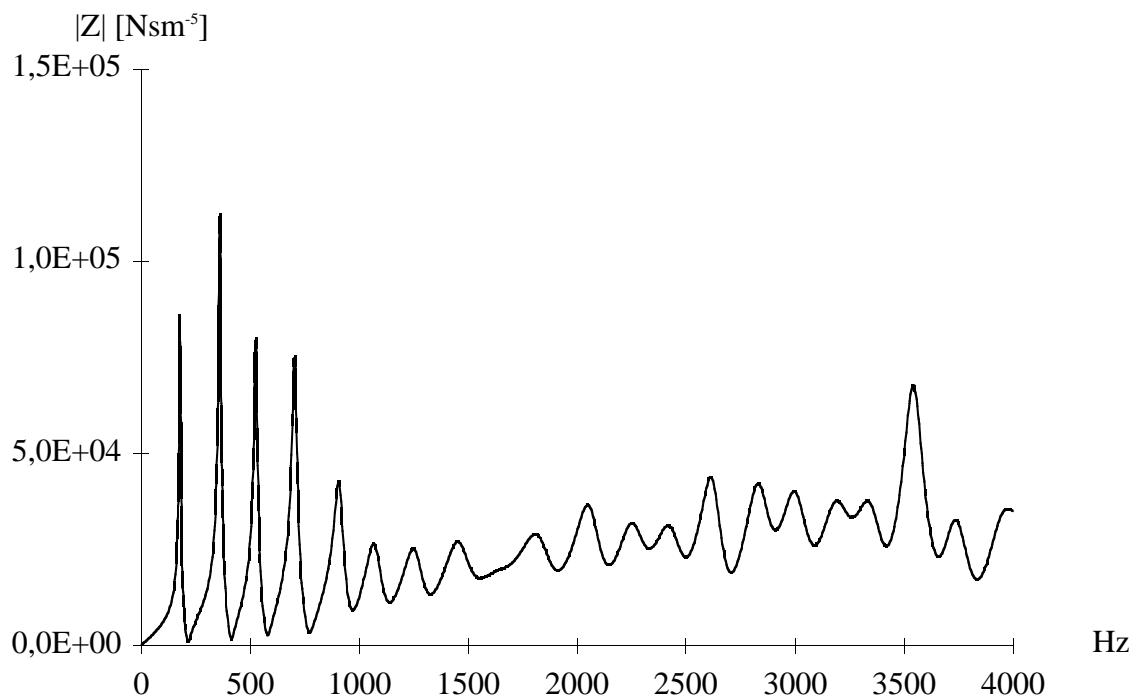


Fig. 5.3.4 Impedància d'una tenora per a un Fa₂# calculada a partir de la impedància d'extrem obert.

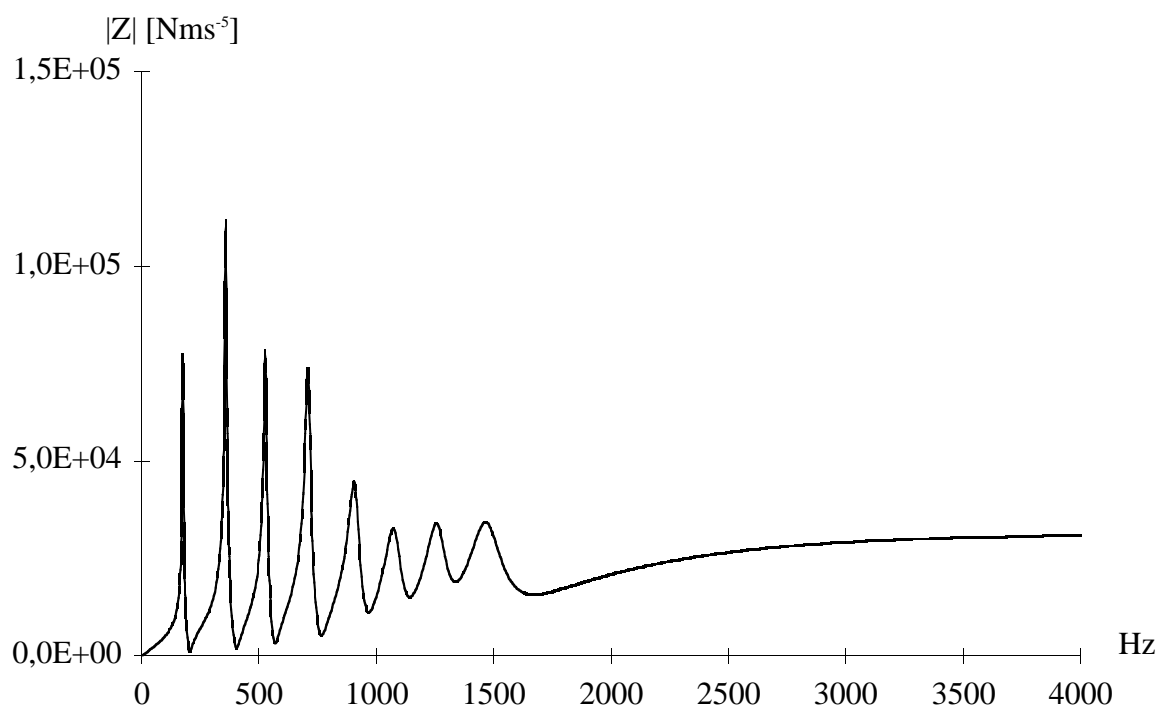


Fig. 5.3.5 Impedància d'una tenora per a un $F_{a_2}\#$ calculada mitjançant anàlisi modal amb mode complementari.

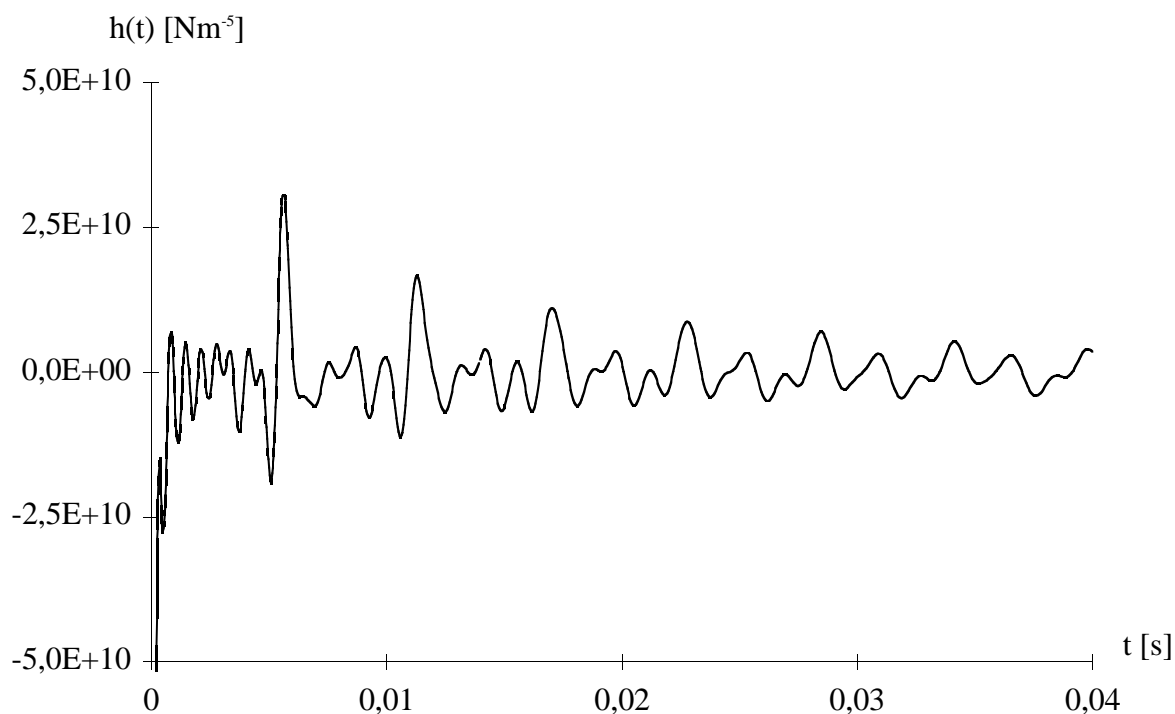


Fig. 5.3.6 Resposta impulsional d'una tenora per a un $F_{a_2}\#$ calculada mitjançant anàlisi modal amb mode complementari.

5.4 Convolució ràpida en tubs cònics

Per tal de calcular la convolució entre la resposta impulsional de l'equació 5.3.3 i qualsevol funció $u(t)$ és aconsellable separar l'impuls de la part oscil·latòria a l'equació esmentada. Es pot definir una pressió complexa per tal d'emprar el mètode iteratiu presentat a l'apartat 5.2.2:

$$\hat{p}(t) = \sum_{i=1}^{N+1} A_i e^{b_i t} e^{j(\omega_i v_i t + \phi_i)} * u(t).$$

La pressió real $p(t) = h(t) * u(t)$ serà:

$$p(t) = Z_0 u(t) + \text{Re}[\hat{p}(t)],$$

on el primer sumand correspon a la convolució amb l'impuls i el segon a la convolució amb la part oscil·latòria.

5.5 Validesa de l'aproximació

Per tal d'avaluar la validesa numèrica de l'algoritme iteratiu s'han estudiat dos punts importants: la mínima resolució temporal permesa per l'algoritme i la possible existència d'un error acumulatiu quan el càlcul s'allarga en el temps.

Pel que fa a la resolució temporal, és desitjable que se'n pugui emprar una de no gaire fina, és a dir amb un gran interval de temps Δt entre els punts consecutius, ja que aleshores la convolució serà realment ràpida. Una primera aproximació al màxim Δt a emprar en el cas dels instruments de vent es pot fer tenint en compte el contingut freqüencial del seu espectre sonor. Es pot acceptar que aquest contingut és quasi nul per sobre de la freqüència de 5000 Hz. Així, segons el teorema de Shanon, es necessita una velocitat de mostratge mínima de 10 kHz per representar correctament el seu so. Si es passa al domini temporal aquesta velocitat de mostratge implica un màxim $\Delta t_{m\grave{a}x} = 0,1$ ms. A partir d'aquest límit màxim es pot fixar un mínim raonable a 0,01 ms.

Pel que fa a la possible existència d'errors acumulatius s'ha realitzat un càlcul per tal d'avaluar-los. Com que la intenció d'aquesta convolució no només és permetre la simulació de l'estat transitori sinó també la de l'estat estacionari, s'ha realitzat una convolució ràpida estesa sobre intervals de temps T suficientment llargs. Normalment s'arriba a l'estat estacionari en pocs mil·lisegons i per tant s'ha considerat que un interval $T = 100$ ms és suficientment llarg.

La resposta impulsional d'un tub cònic s'ha convolucionat amb dues funcions test per tal de comprovar l'existència d'errors acumulatius. Les funcions tests són l'impuls o delta de Dirac $\delta(t)$ i la funció graó de Heavyside $\varepsilon(t)$. Si es pren l'impuls com unitari la convolució amb la resposta impulsional ha de coincidir amb la pròpia resposta. Si la funció graó es tria també unitària la convolució amb la resposta impulsional ha de donar la integral de la resposta.

Els resultats que es presenten en aquest apartat s'han obtingut a partir de la resposta impulsional mostrada a la Fig. 5.5.1. Les Fig. 5.5.2 i Fig. 5.5.3 mostren les convolucions numèriques amb $\delta(t)$ per al màxim i el mínim Δt i esteses durant un interval $T=40$ ms. La comparació entre elles mostra que les diferències entre la baixa i alta resolució temporal són negligibles. Les Fig. 5.5.4 i Fig. 5.5.5 mostren respectivament la convolució $h(t)*\varepsilon(t)$ amb el màxim i mínim Δt . Finalment, les Fig. 5.5.6 i Fig. 5.5.7 (resposta impulsional integrada i convolució $h(t)*\varepsilon(t)$ esteses sobre un interval de temps $T=100$ ms) proven la no existència d'errors acumulatius apreciables.

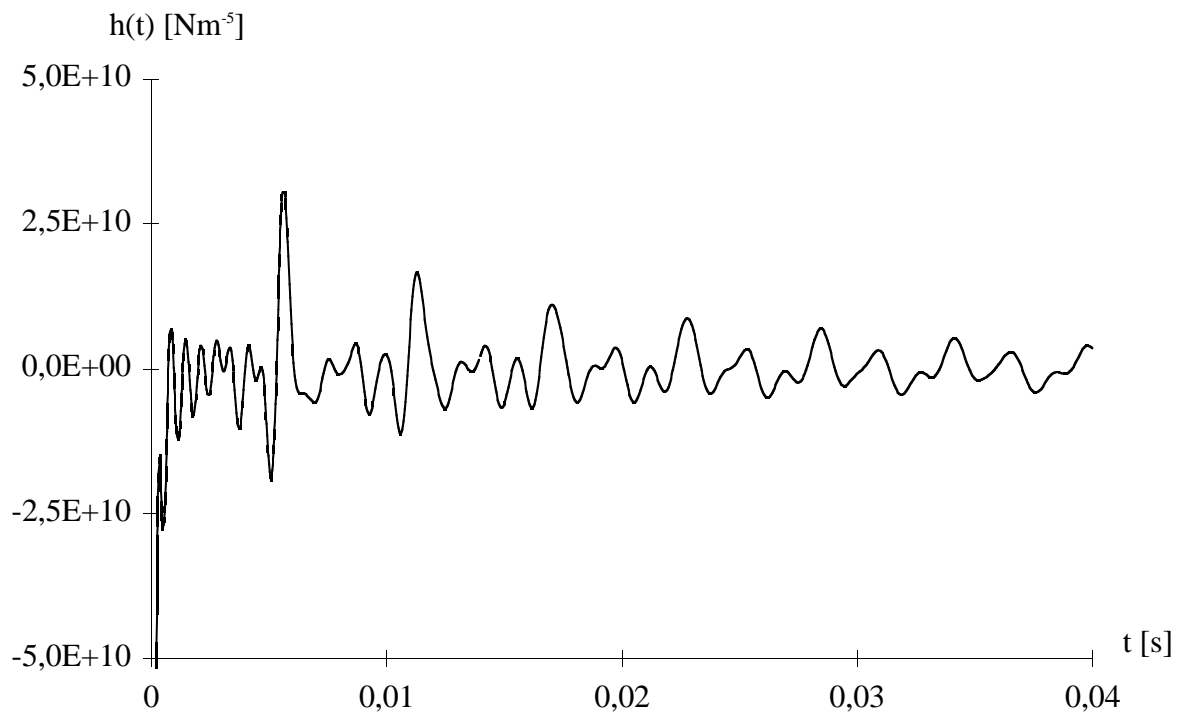


Fig. 5.5.1 Resposta impulsional d'una tenora per a un $Fa_2\#$ calculada mitjançant anàlisi modal.

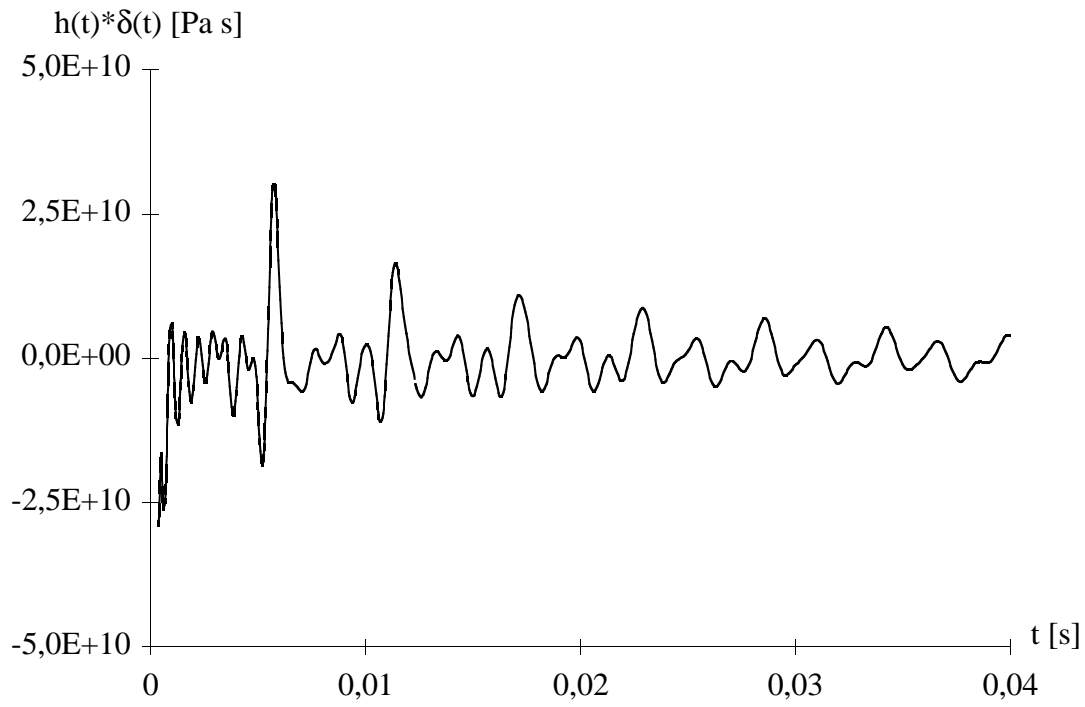


Fig. 5.5.2 Convolució numèrica $h(t)*\delta(t)$ per al màxim $\Delta t=0,1$ ms.

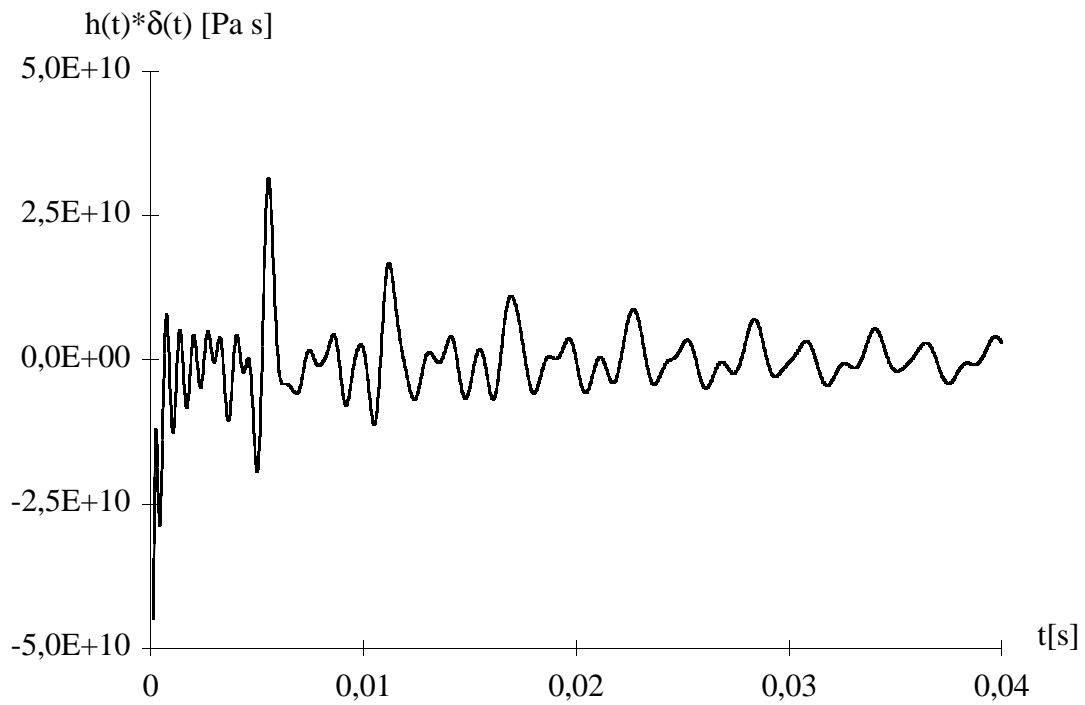


Fig. 5.5.3 Convolució numèrica $h(t)*\delta(t)$ per al mínim $\Delta t=0,01$ ms.

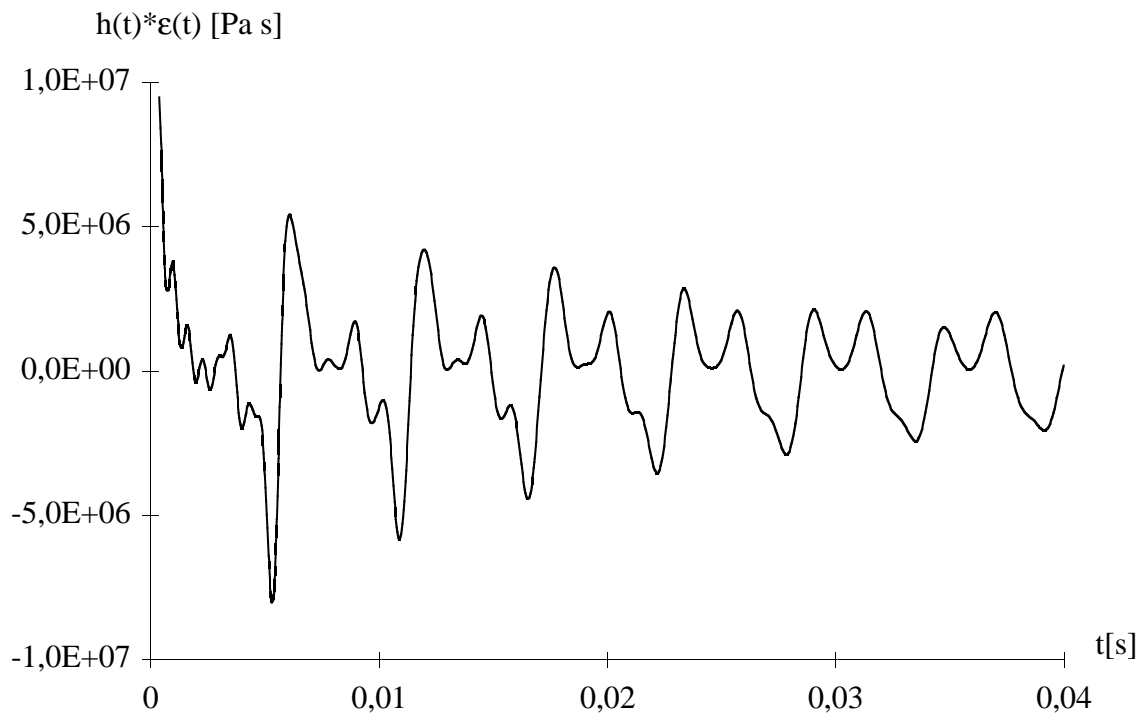


Fig. 5.5.4 Convolució numèrica $h(t) * \epsilon(t)$ per al màxim $\Delta t = 0,1$ ms.

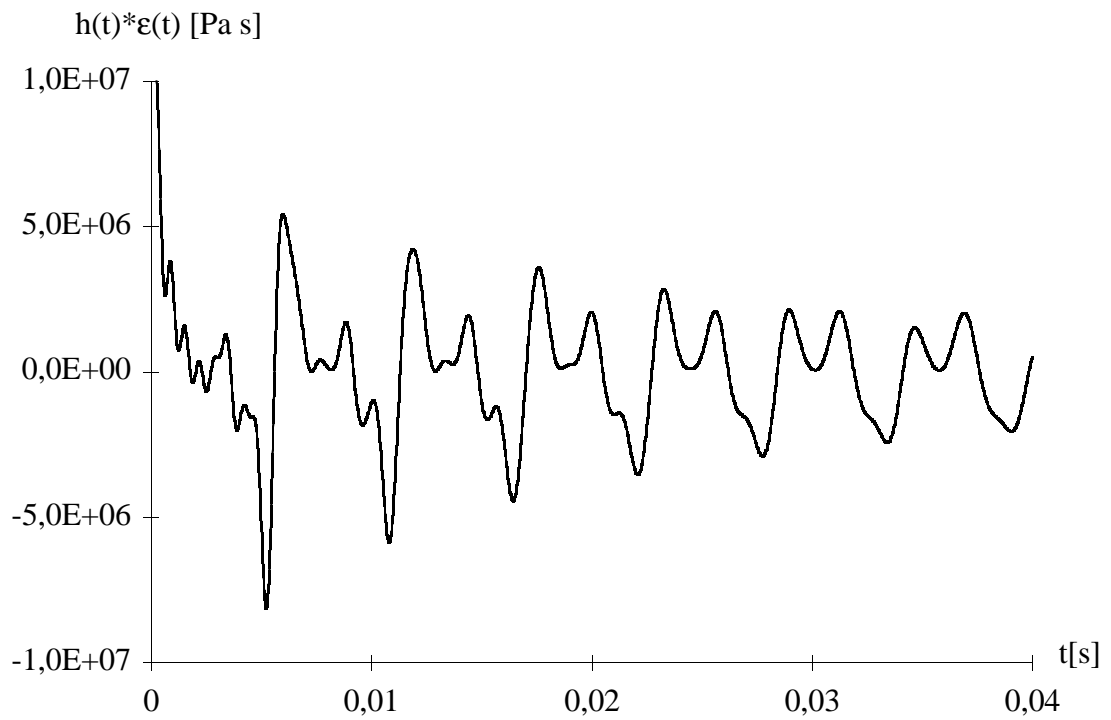


Fig. 5.5.5 Convolució numèrica $h(t) * \epsilon(t)$ per al màxim $\Delta t = 0,01$ ms.

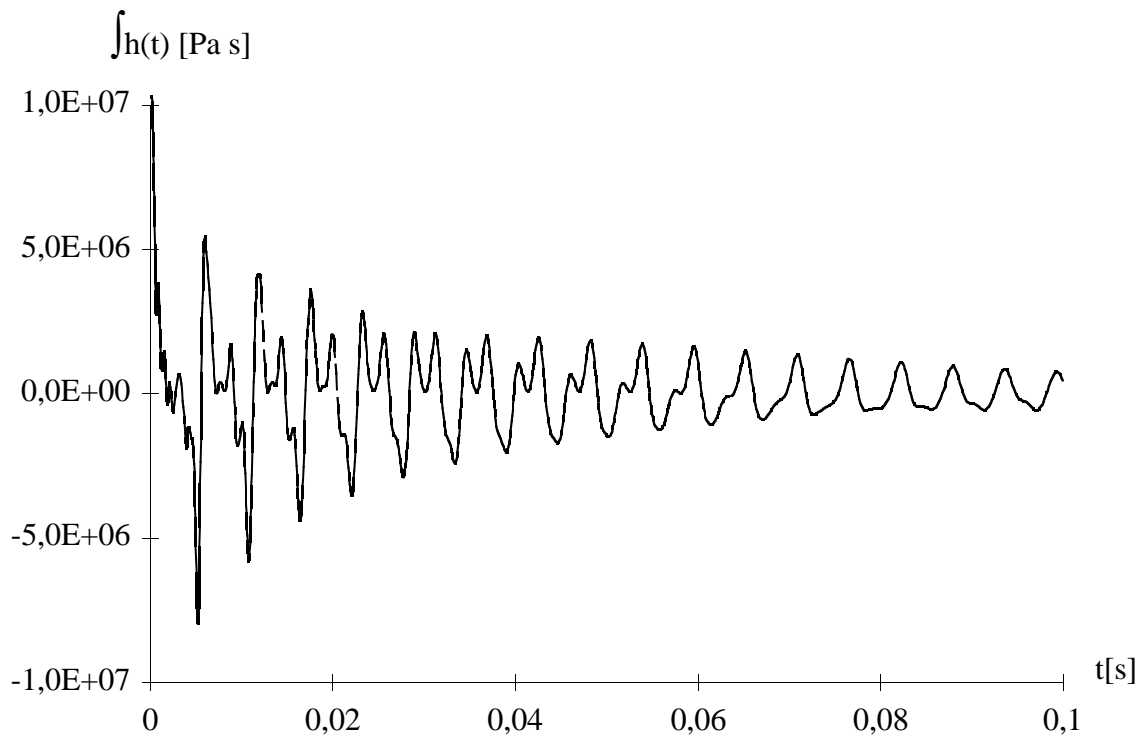


Fig. 5.5.6 Resposta impulsional integrada per a la nota $Fa_2\#$ d'una tenora.

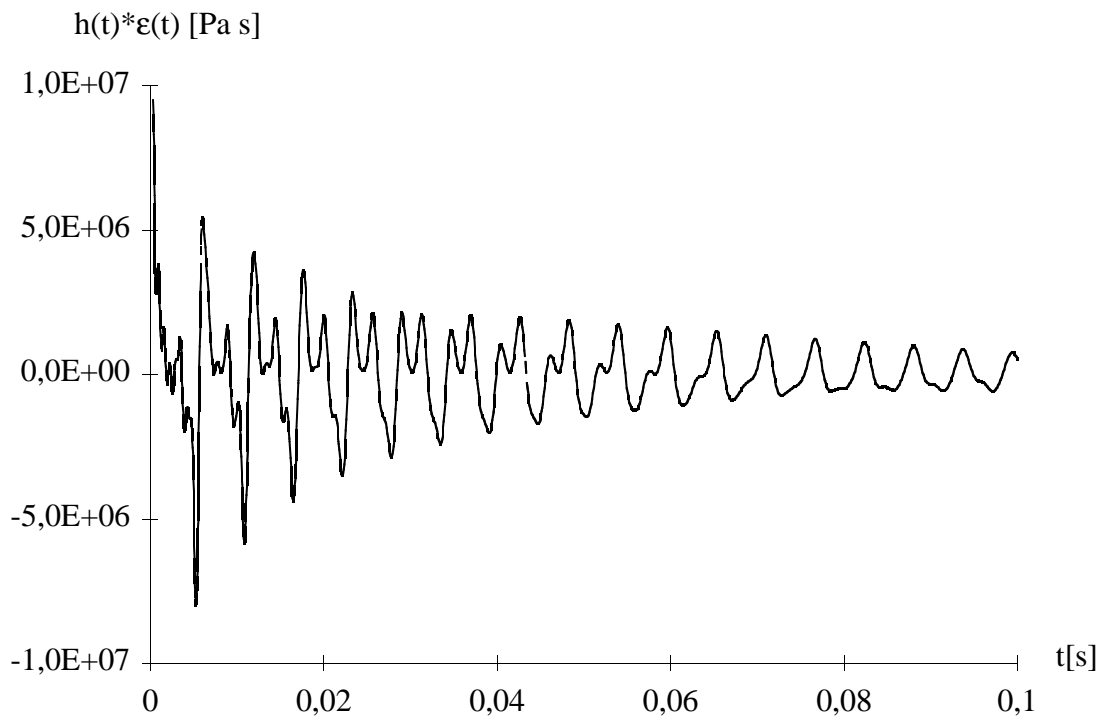


Fig. 5.5.7 Convulsió numèrica $h(t) * \varepsilon(t)$ estesa en un interval de temps de 100 ms.

5.6 Simulació ràpida d'una tenora

L'algoritme de convolució ràpida que s'ha presentat a les anteriors seccions s'ha emprat per simular les ones de pressió interna d'una tenora el mecanisme d'excitació de la qual és una doble canya. Com a resultat complementari també s'obté el cabal que circula per la secció d'entrada de la canya.

Les equacions emprades per descriure la dinàmica de la canya són: l'equació de moviment d'un sistema d'un grau de llibertat, l'equació de Backus per al cabal i una tercera equació que dóna la pressió de Bernoulli a la canya (pressió proporcional al cabal al quadrat) [Barjau, 1989a]:

$$\ddot{x} + \omega_o^2(x - x_o) = -\left(\frac{S}{m}\right)(p - p_B),$$

$$M_e \dot{u} = P_o - p - \frac{\text{Sgn}(u) |u|^{3/2}}{B^{3/2} x^2} \quad \text{i}$$

$$p_B = \frac{1}{2} \lambda \left(\frac{u}{A_1}\right)^2.$$

Els paràmetres que apareixen a l'equació del moviment de la canya descrit per la coordenada x són:

- x_o , l'obertura inicial,
- ω_o , la freqüència pròpia,
- S , la superfície efectiva,
- m , la massa i
- p_B la pressió de Bernoulli.

Els paràmetres que apareixen a l'equació de Backus són:

- M_e , la massa efectiva de l'aire que passa a través de la secció d'entrada de la canya,
- P_o , la pressió de bufada,
- B , una constant que val 0,08 en el Sistema Internacional.

Els paràmetres que apareixen a l'equació que dóna la pressió de Bernoulli p_B són:

- λ , el coeficient de ponderació de la pressió de Bernoulli per avaluar-ne el valor mitjà sobre la superfície efectiva S i

A_1 , l'àrea a la secció d'entrada de la canya, que és variable ja que depèn de l'obertura.

Els valors presos per a aquests paràmetres per tal de realitzar la simulació es troben dins dels marges proposats per [Barjau, 1987] i són:

f_o	1000 Hz
$k_p=S/m$	0,5 m ² /kg
M_e	5000 kg/m ²
p_o	4000 Pa
λ	0,05

L'obertura inicial de la canya per a la nota Fa₂# ha estat de 0,3 mm i per a la nota Do₃ de 0,25 mm. S'ha suposat que el temps del transitori d'atac era de 3 ms i 1 ms respectivament.

Els paràmetres modals que s'han emprat en la simulació són els de la Taula 5.3.1, en el cas de la nota Fa₂# i els de la Taula 5.6.1 en el cas de la nota Do₃. Les Fig. 5.6.1 i Fig. 5.6.2 mostren els resultats obtinguts per a la pressió per a ambdues notes. La comparació entre aquestes corbes i les experimentals mostrades a les Fig. 5.3.1 i Fig. 5.6.4 suggereixen que la convolució ràpida és una eina prometedora per simular la pressió interna. El cabal que circula per la secció d'entrada de la canya es mostra a les Fig. 5.6.5 i Fig. 5.6.6.

Mode	f_i	$2\zeta_i$	Z_i^*
1	240,0	0,045	73,1
2	515,6	0,026	54,0
3	817,8	0,022	38,7
4	1111,1	0,032	31,7
Comp.	2000,0	1,414	286,7

Taula 5.6.1 Paràmetres modals de la tenora per a un Do₃.

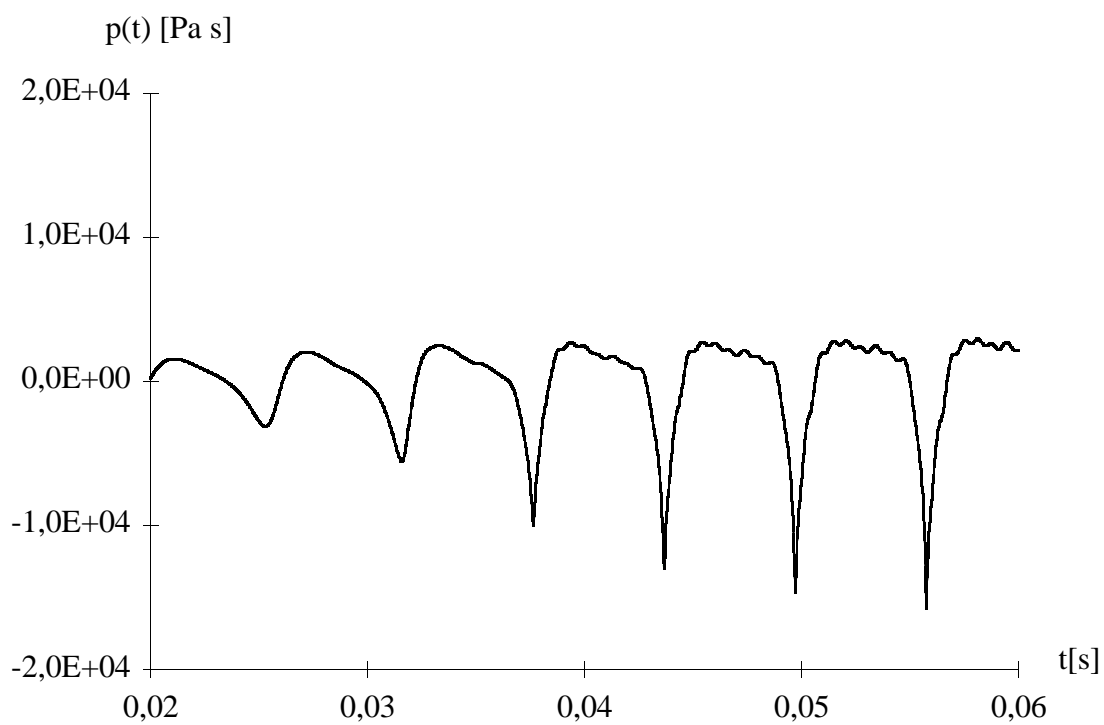


Fig. 5.6.1 Pressió interna simulada a la sortida de la canya per a un $F\#_2$ de tenora.

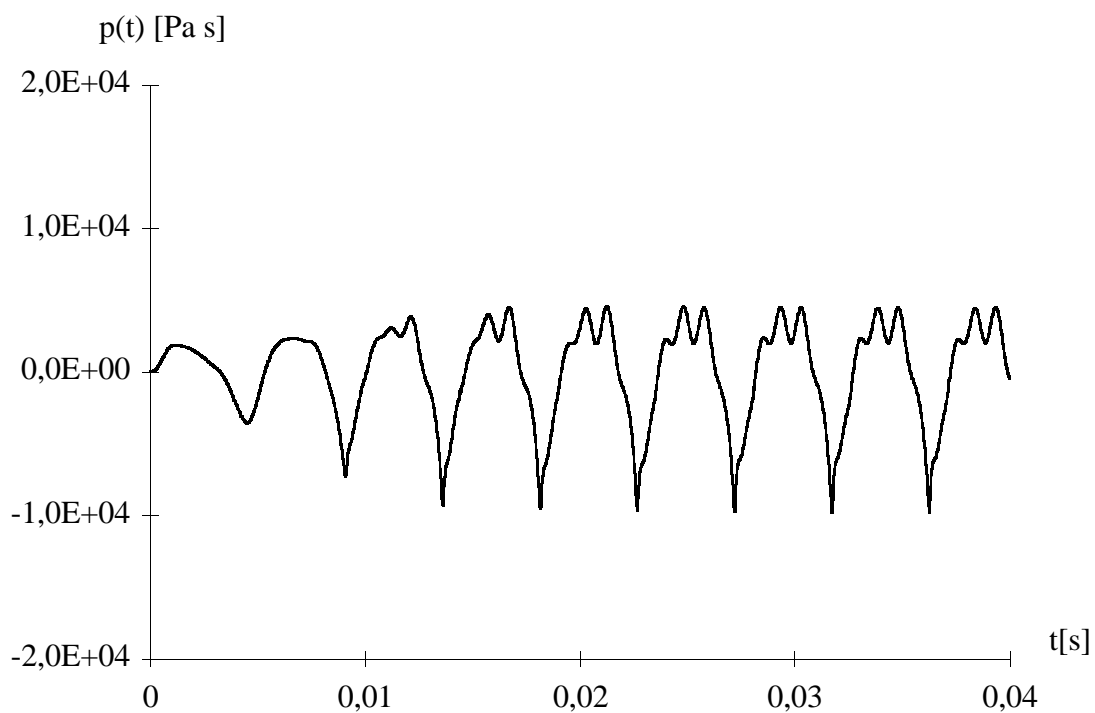


Fig. 5.6.2 Pressió interna simulada a la sortida de la canya per a un $D\#_3$ de tenora.

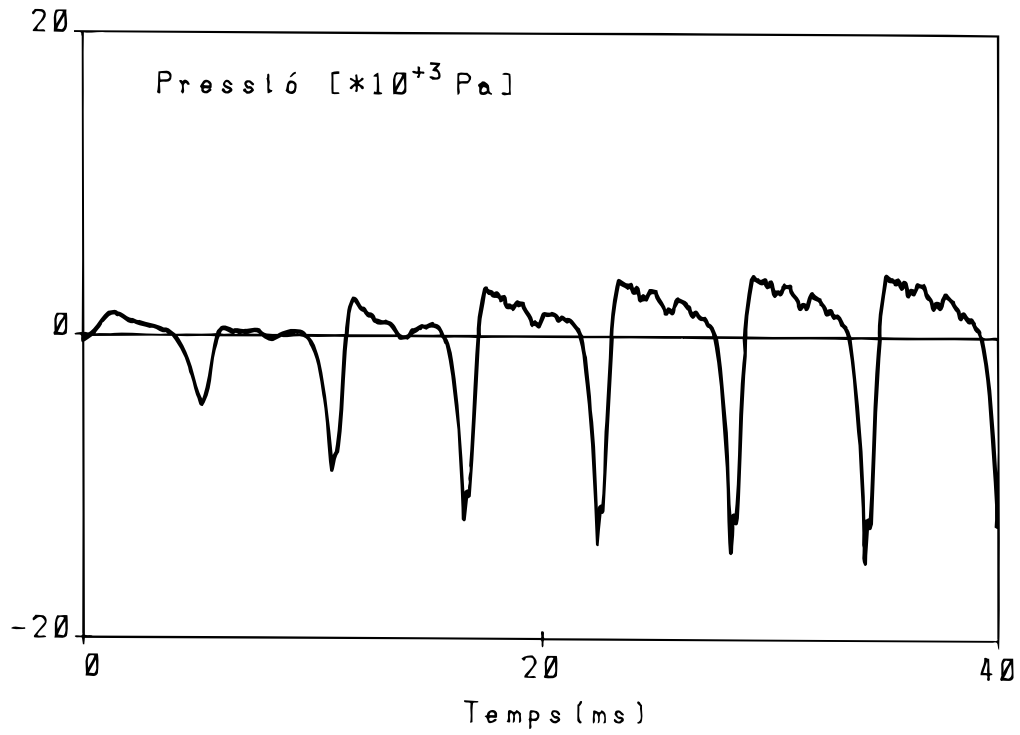


Fig. 5.6.3 Pressió interna experimental a la sortida de la canya per a un Fa₂# de tenora [Martínez, 1987].

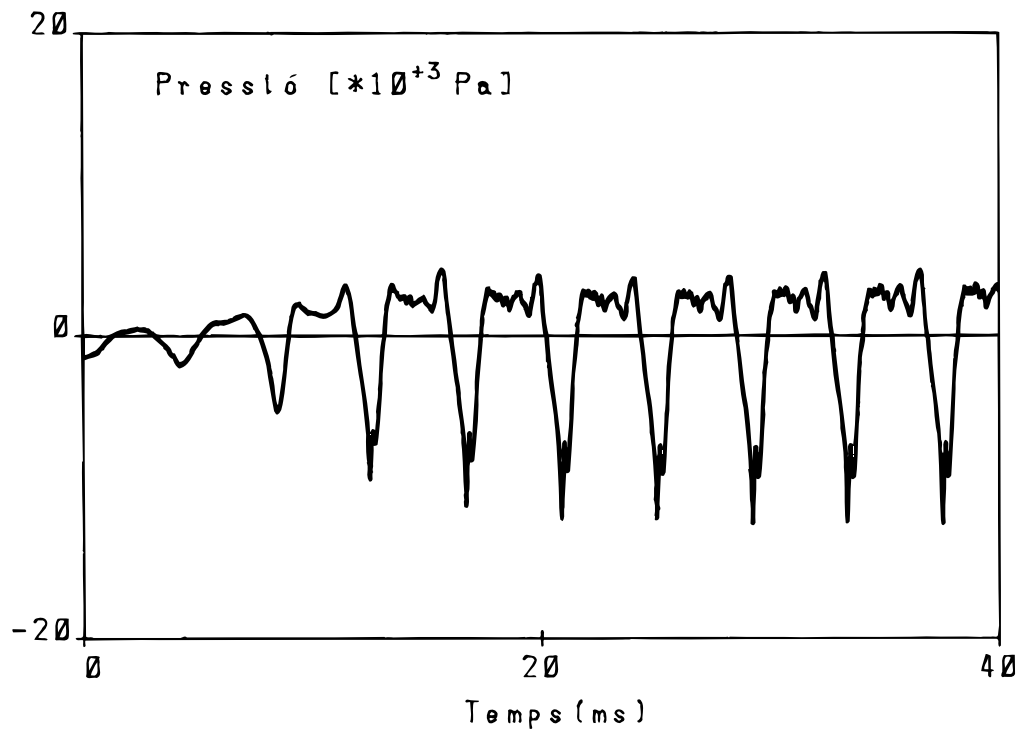


Fig. 5.6.4 Pressió interna experimental a la sortida de la canya per a un Do₃ de tenora [Martínez, 1987].

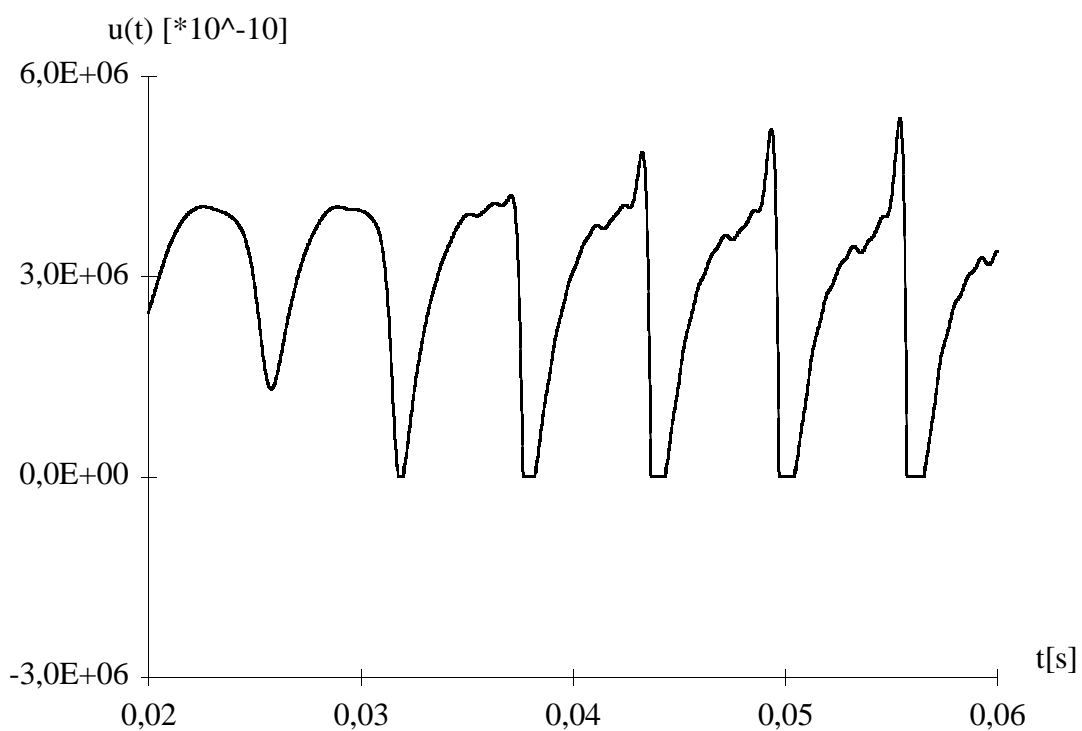


Fig. 5.6.5 Cabal simulat a la secció d'entrada de la canya per a un $F_{a\#}$ de tenora.

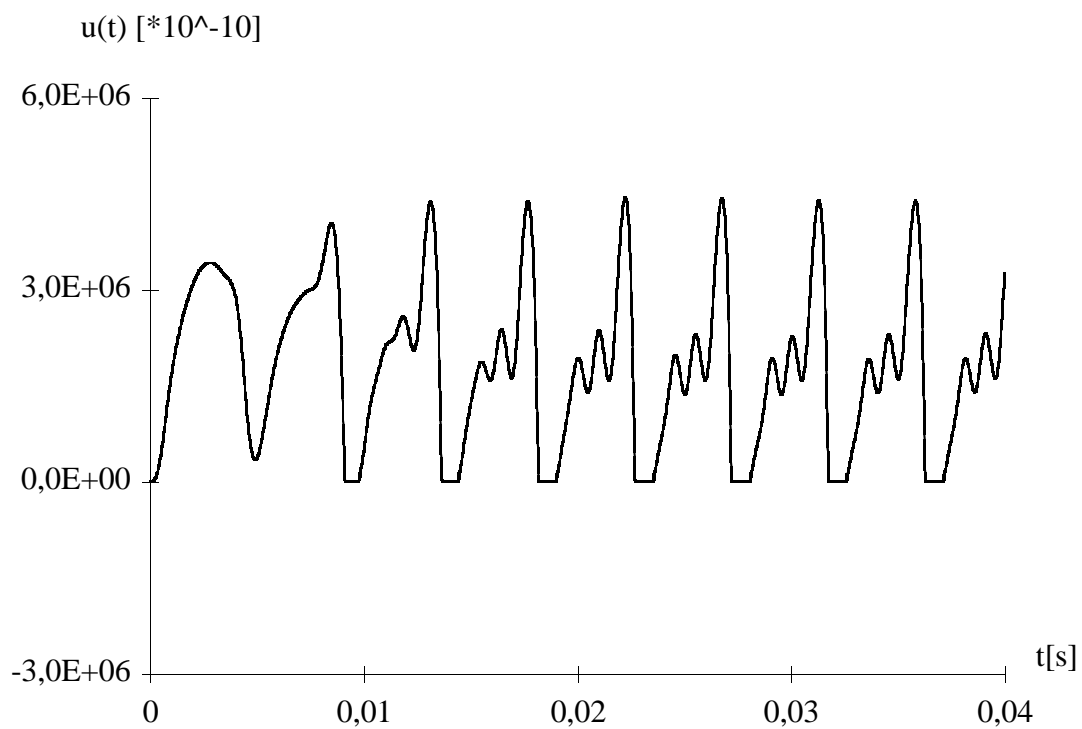


Fig. 5.6.6 Cabal simulat a la secció d'entrada de la canya per a un D_3 de tenora.

5.7 Conclusions

L'algoritme iteratiu que s'ha presentat per calcular convolucions numèricament es pot emprar sempre que la funció nucli s'expressi com a superposició de funcions exponencials. L'ús d'aquest algoritme redueix molt la capacitat de memòria necessària ja que per calcular el valor $p(t+\Delta t)$ només són necessaris els valors anteriors de $p(t)$ i $u(t)$. L'algoritme també redueix dràsticament el temps de càlcul perquè només es necessiten sis operacions (en el cas d'acceptar l'aproximació constant) o deu operacions (en el cas d'aproximació lineal), per cada funció exponencial i cada pas temporal. L'acceptació de l'aproximació lineal resulta equivalent a una integració d'ordre superior a la que s'empra usualment a la convolució.

L'algoritme mostra estabilitat per a un marge ampli de resolució temporal i absència d'errors acumulatius en intervals de càlcul llargs.

L'ús de la convolució ràpida per simular la propagació sonora en els instruments de vent és útil sempre que s'hagi fet una bona anàlisi modal de la resposta impulsional del tub.