

6 CARACTERITZACIÓ DE LES RESISTÈNCIES PASSIVES EN L'ACCIONAMENT

En aquest capítol es presenta la caracterització, mitjançant models matemàtics, de les resistències passives que s'oposen al moviment en cadascun dels elements de l'accionament: el motor elèctric de corrent continu, el reductor *Harmonic Drive*[®] i la transmissió per corretja dentada. Aquesta caracterització s'ha portat a terme a partir de l'anàlisi de les dades experimentals obtingudes al capítol anterior.

6.1 Motor elèctric de corrent continu

L'objectiu és caracteritzar les resistències passives que s'oposen al gir del rotor quan es fa girar el motor a diferents velocitats. Aquestes es consideren reduïdes a l'eix del rotor com un parell de fregament sobre aquest, Γ_{f-m} . S'analitza el cas particular en que sobre el rotor del motor no hi actua cap força radial, a part del propi pes, cap força axial, ni cap moment flector.

Amb el model obtingut es pot estimar el parell de fregament actuant sobre el rotor quan l'única acció sobre aquest, externa al motor, és el parell torsor resistent de la càrrega.

Dades experimentals

A la Figura 6.1 es representa un esquema del motor amb les variables que intervenen en la 1a sèrie d'experiments, descrita al capítol 5. Les resistències passives entre l'estator i el rotor es consideren representades per un parell de fregament entre aquests dos elements, Γ_{f-m} . En aquests experiments s'ha determinat el parell necessari entre el rotor i l'estator del motor elèctric, Γ_m , per fer girar el motor en buit, a velocitat constant i sense forces ni moments flectors actuant sobre el rotor.

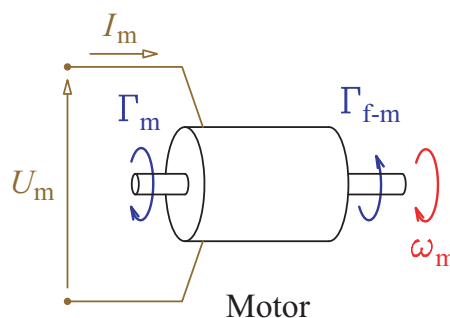


Fig. 6.1. Variables que intervenen en el motor en la 1a sèrie d'experiments

Les accions que realitzen potència sobre el rotor són el parell motor Γ_m , resultant de les interaccions entre camps magnètics, i el parell de fregament entre el rotor i l'estator, Γ_{f-m} . Com que cada experiment s'ha realitzat a velocitat constant, el balanç de potència subministrada al rotor ha de ser nul. Llavors de l'Expressió (6.1) es dedueix que el parell de fregament en el rotor, en aquestes condicions, és igual en valor absolut, però en sentit contrari, al parell proporcionat pel motor.

$$\Gamma_m \cdot \omega_m - \Gamma_{f-m} \cdot \omega_m = 0 \Rightarrow \Gamma_{f-m} = \Gamma_m \quad (6.1)$$

A la Figura 6.2 es representen els valors de parell de fregament entre rotor i estator obtinguts a partir de la 1a sèrie d'experiments en funció de la velocitat de gir del rotor.

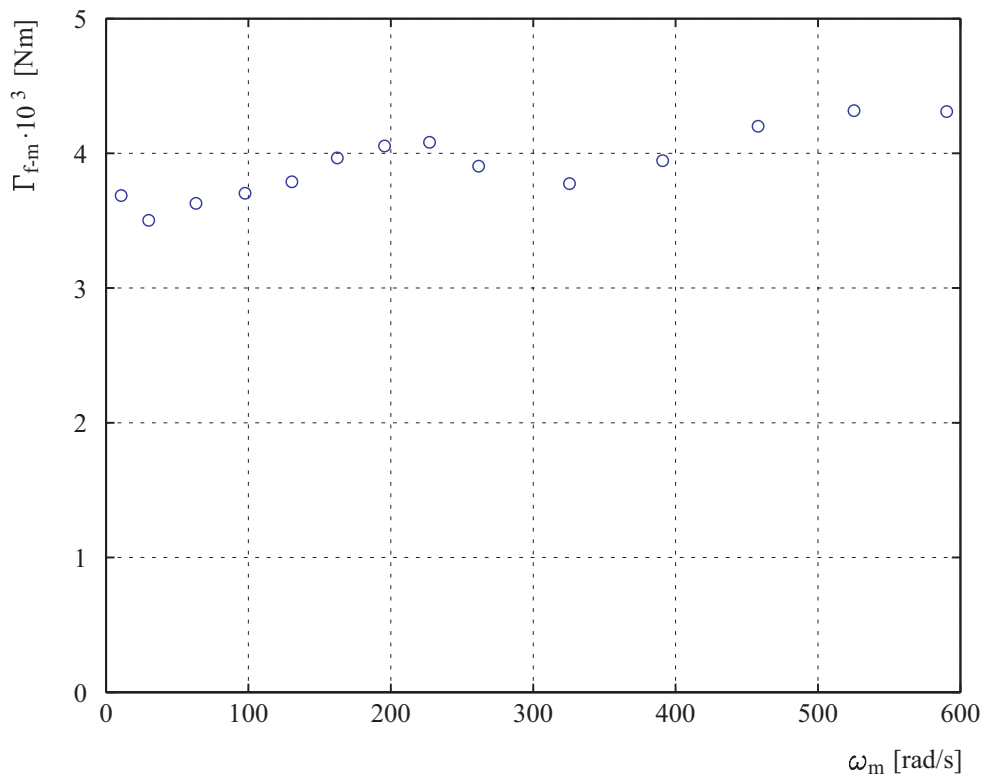


Fig. 6.2. Dades experimentals del parell de fregament en el motor

Caracterització i determinació dels paràmetres del model

De les dades representades a la Figura 6.2 es dedueix que el parell de fregament s'incrementa lleugerament al augmentar la velocitat de rotació del motor. Per descriure el parell de fregament al rotor es proposa el model de l'Equació (6.2), amb un terme constant i un altre proporcional a la velocitat de rotació del motor.

$$\Gamma_{f-m} = \Gamma_o + c \cdot \omega_m \quad (6.2)$$

A partir de les dades experimentals s'ha calculat una regressió lineal per tal de determinar els paràmetres del model. Els resultats es presenten a la Taula 6.1.

Taula 6.1. Paràmetres resultat de la regressió lineal del model de fregament en el rotor

Paràmetre	Valor
T_0 [Nm]	$3,628 \cdot 10^{-3}$
c [Nm·s/rad]	$1,175 \cdot 10^{-6}$

A la Figura 6.3 es representa el parell de fregament al rotor del motor previst pel model, segons l'Equació (6.2) i els paràmetres de la Taula 6.1, en comparació amb les dades experimentals (Figura 6.2).

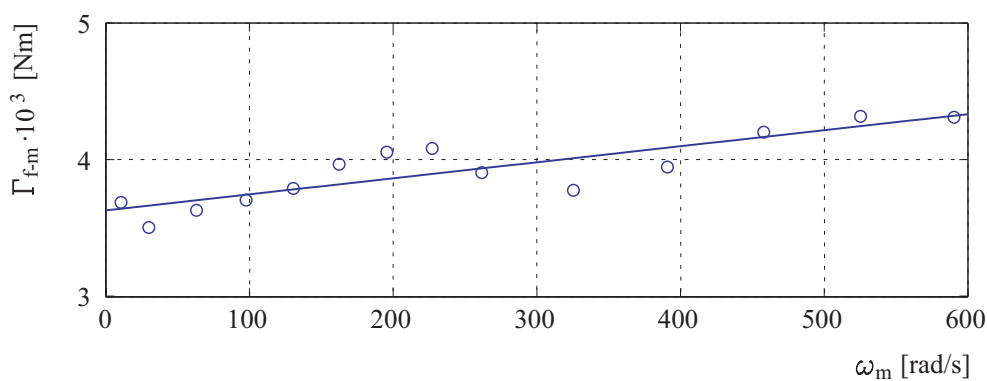


Fig. 6.3. Parell de fregament en el motor segons el model en comparació amb les dades experimentals

6.2 Reductor *Harmonic Drive*[®]

L'objectiu és caracteritzar les resistències passives que s'oposen al moviment del reductor *Harmonic Drive*[®] en funció de les condicions de funcionament del reductor, és a dir, del parell, T_s , i la velocitat angular, ω_s , a la sortida d'aquest.

Les dades experimentals a partir de les quals s'ha determinat el model de resistències passives d'aquest element són les obtingudes en la 2a sèrie d'experiments realitzats. En aquests el conjunt assajat està format pel motor, el reductor *HD* i el tambor de radi r_t solidari a la sortida del reductor (veure la Figura 6.4).

L'element fix és el *circular spline*, solidari al bloc del reductor. L'element d'entrada és el *wave generator*, que està unit al rotor del motor elèctric per mitjà de l'acoblament d'Oldham integrat en el reductor, i l'element de sortida és el *flexspline*.

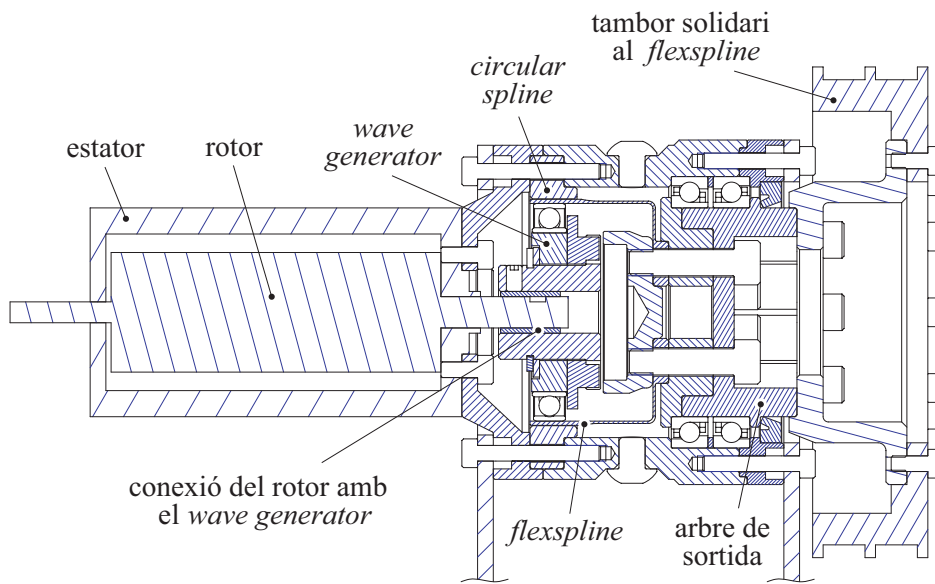


Fig. 6.4. Secció del conjunt assajat per caracteritzar el reductor *HD*

6.2.1 Comportament girant a velocitat constant

Dades experimentals

La Figura 6.5 mostra els elements i les variables que intervien en la 2a sèrie d'experiments. En aquests s'ha determinat el parell motor requerit, Γ_m , en funció de les diferents condicions de parell i velocitat a la sortida del reductor, Γ_s i ω_s .

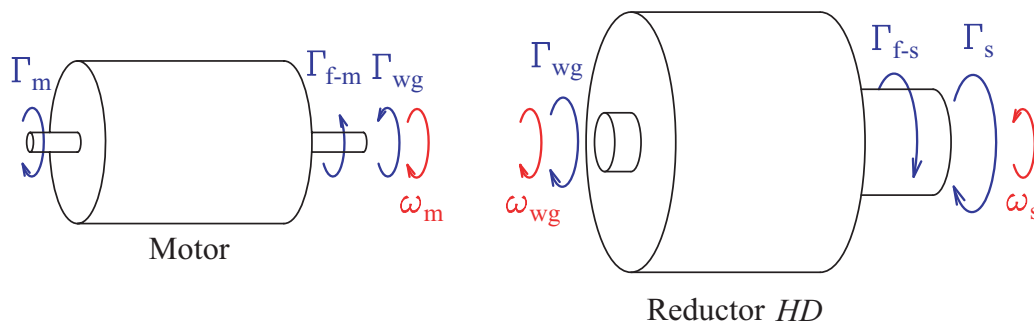


Fig. 6.5. Parells i velocitats que intervien en cada element del conjunt de la 2a sèrie d'experiments

El parell a la sortida és conseqüència del moment torsor provocat pel pes de l'objecte de massa m_p penjat d'un cable al voltant del tambor de radi r_t , i el seu valor es calcula amb l'Equació (6.3).

$$\Gamma_s = m_p \cdot g \cdot r_t \tag{6.3}$$

La velocitat a l'entrada del reductor és la velocitat de l'arbre del *wave generator*, ω_{wg} , i en aquest muntatge és igual a la velocitat de gir del rotor, ω_m . La velocitat de gir del tambor és la velocitat de sortida del reductor, ω_s . El seu valor es calcula a partir de la velocitat del motor mitjançant l'Equació (6.4), en la que hi intervé la relació de reducció del reductor, i_{HD} .

Es considera la hipòtesi de que la transmissió en el reductor és rígida i per tant la relació de reducció és constant

$$\omega_s = \frac{\omega_{wg}}{i_{HD}} = \frac{\omega_m}{i_{HD}} \quad (6.4)$$

Per tal de conèixer el parell a l'entrada del reductor, Γ_{wg} , que és igual al parell de sortida del motor, cal plantejar un balanç de potències en el rotor del motor elèctric. Les accions que subministren potència al rotor són el parell motor, Γ_m , les resistències passives reduïdes al parell de fregament entre el rotor i l'estator, Γ_{f-m} , i el parell exercit entre el rotor i l'arbre d'entrada del reductor *HD*, Γ_{wg} .

Com que els experiments s'han realitzat a velocitat constant, el balanç de potència subministrada al rotor és nul. Llavors de l'Expressió (6.5) es dedueix el parell exercit a l'entrada del reductor.

$$\Gamma_m \cdot \omega_m - \Gamma_{f-m} \cdot \omega_m - \Gamma_{wg} \cdot \omega_m = 0 \Rightarrow \Gamma_{wg} = \Gamma_m - \Gamma_{f-m} \quad (6.5)$$

En aquest conjunt el motor transmet el parell a través de l'acoblament homocinètic d'Oldham del *wave generator*, de manera que el rotor només rep la càrrega del moment torsor. Per tant el parell de fregament entre rotor i estator és el mateix que es tenia amb el motor en buit en la 1a sèrie d'experiments, i s'estima amb el model de l'Equació (6.2) i els paràmetres de la Taula 6.1.

A la Figura 6.6 es representen els corresponents valors del parell a l'entrada del reductor obtinguts a partir de la 2a sèrie d'experiments segons l'Expressió (6.5), per a diferents valors de parell a la sortida i en funció de la velocitat de gir.

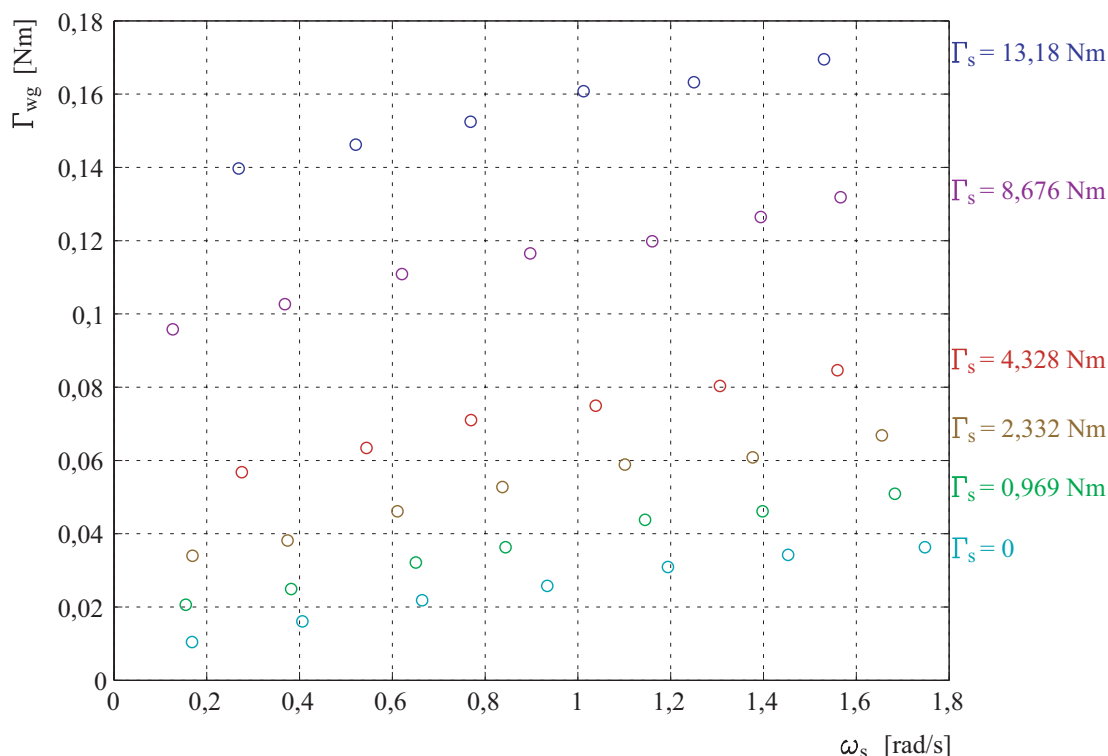


Fig. 6.6. Parell requerit a l'entrada del reductor *HD* segons la 2a sèrie d'experiments

Caracterització i determinació dels paràmetres del model

Conèixer les resistències passives en el reductor és necessari per poder estimar el parell requerit a l'entrada, Γ_{wg} , en funció del parell a la seva sortida, Γ_s , i de les condicions de funcionament.

Els elements que introdueixen resistències passives en el conjunt del reductor *Harmonic Drive*[®] descrit són:

1. L'acoblament d'Oldham integrat en el *wave generator*
2. El rodament el·líptic del *wave generator*
3. Les dents del *flexspline* i del *circular spline* que engranen entre sí
4. El *flexspline*, que està sotmès a deformacions que es repeteixen cíclicament
5. Els rodaments entre l'arbre de sortida i el bloc del reductor
6. L'anell d'estanquitat fix al bloc i que està en contacte lliscant amb l'arbre de sortida

S'han plantejat dos models diferents de correlació experimental per tal de caracteritzar el comportament mecànic del reductor *HD* incloent les resistències passives ocasionades per aquests elements.

a) Model lineal del parell de fregament reduït a la sortida

En aquest model les resistències passives en el reductor es consideren reduïdes a l'eix de sortida i representades per un parell de fregament, Γ_{f-s} . Plantejant un balanç de potències en el reductor, i com que els experiments són a velocitat constant, l'Equació (6.6) permet determinar el parell requerit a l'entrada en funció del parell a la sortida i de les resistències passives.

$$\Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_s \cdot \omega_s - \Gamma_{f-s} \cdot \omega_s = 0 \Rightarrow \Gamma_{wg} = \frac{\Gamma_s + \Gamma_{f-s}}{i_{HD}} \quad (6.6)$$

En una primera hipòtesi es considera el parell de fregament Γ_{f-s} descrit per l'Equació (6.7), compostat d'un terme constant, un terme proporcional al parell a la sortida i un terme proporcional a la velocitat de rotació a l'arbre de sortida.

$$\Gamma_{f-s} = \Gamma_0 + \mu \cdot \Gamma_s + c \cdot \omega_s \quad (6.7)$$

El terme constant Γ_0 representa el fregament en buit que es produeix independentment de les condicions de funcionament, i és conseqüència de la precàrrega en els rodaments, el contacte entre l'anell d'estanquitat i l'arbre de sortida i part de l'efecte de la histeresi del *flexspline*.

El terme $\mu \cdot \Gamma_s$, inspirat en el fregament sec o de Coulomb, depèn principalment de les forces en el contacte entre les dents a l'engranament entre *flexspline* i *circular spline*, i també de les forces en el rodament el·líptic del *wave generator*.

El terme $c \cdot \omega_s$, inspirat en el fregament viscos, és la conseqüència del lliscament amb lubricació entre parts amb moviment relatiu, com a la zona d'engranament i als rodaments, i també representa part de la dissipació d'energia per histeresi de deformació en el *flexspline*.

Combinant les Equacions (6.6) i (6.7) s'obté l'Equació (6.8), que representa el model matemàtic del comportament del reductor *HD* pel que fa a les resistències passives. El model estima el parell a l'entrada del reductor en funció del parell i la velocitat de gir a la sortida i tenint en compte les resistències passives en el reductor i els rodaments de l'articulació. Cal tenir present que aquest model, tal i com està plantejat a l'Equació (6.8), només és aplicable quan el funcionament és en règim permanent, doncs no hi intervé la inèrcia del reductor.

$$\Gamma_{\text{wg-mod}} = \frac{\Gamma_s + (\Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_s + c \cdot \omega_s)}{i_{\text{HD}}} \quad (6.8)$$

A partir de les dades experimentals s'ha plantejat un ajust per mínims quadràtics d'aquest model. Els paràmetres a determinar són Γ_o , μ i c . La identificació de paràmetres en el model s'ha portat a terme mitjançant un programa de càlcul implementat en *MATLAB*[®]. A la Taula 6.2 es presenten els resultats obtinguts mitjançant l'ajust per mínims quadràtics del model.

Taula 6.2. Paràmetres resultat de l'ajust per mínims quadràtics del model lineal del reductor *HD*

Paràmetre	Valor
Γ_o [Nm]	0,9682
μ	0,1923
c [Nm·s/rad]	2,525
eqm	$7,25 \cdot 10^{-6}$

El mateix programa també avalua la qualitat de l'ajust del model calculant l'error quadràtic mitjà, eqm , dels valors previstos segons el model del parell de fregament en el rotor, $\Gamma_{f-m-mod}$, respecte als valors experimentals, $\Gamma_{f-m-exp}$. L'Equació (6.9) és la utilitzada per a aquest càlcul, on n és el número de dades experimentals. L'ajust és millor quan menor és l'error quadràtic mitjà.

$$eqm = \frac{\sum (\Gamma_{\text{wg-mod}} - \Gamma_{\text{wg-exp}})^2}{n} \quad (6.9)$$

A la Figura 6.7 es representa el parell a l'entrada del reductor previst pel model, segons l'Equació (6.8) i els paràmetres de la Taula 6.2, en comparació amb les dades experimentals.

De l'anàlisi d'aquest gràfic es dedueix que el model lineal proposat s'aproxima força a les dades experimentals, si bé s'observen certes discrepàncies entre el model i els punts experimentals:

1. Mantenint constant el parell a la sortida, el parell requerit a l'entrada del reductor augmenta amb la velocitat, però no linealment sinó amb una pendent decreixent.
2. La dependència de la velocitat és major quan més gran és el parell a la sortida.

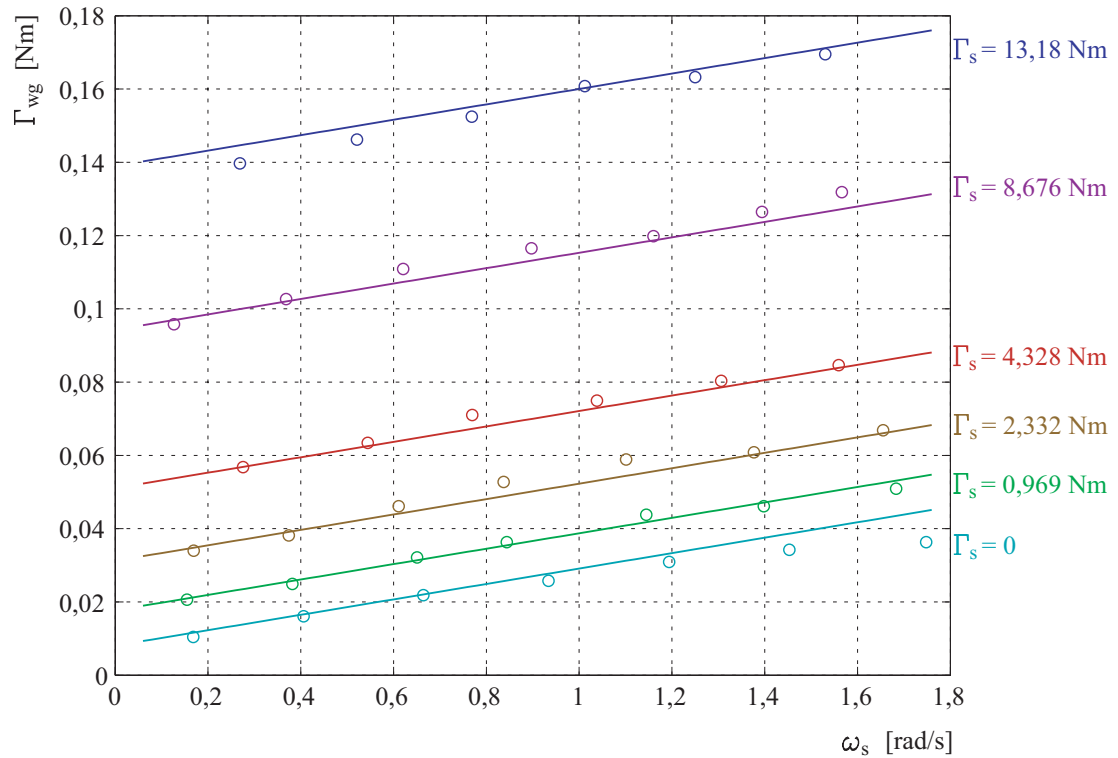


Fig. 6.7. Parell requerit a l'entrada del reductor *HD* segons el model lineal en comparació amb les dades experimentals

b) Model no lineal del parell de fregament

Per tal de caracteritzar amb major detall el comportament del reductor, s'han explorat diferents hipòtesis de correlació entre les condicions de funcionament i les resistències passives que es donen en el reductor. S'ha arribat a una millor caracterització en el cas de considerar un model en el que el terme de fregament viscos no és simplement proporcional a la velocitat de rotació.

En aquest model les resistències passives en el conjunt es consideren igualment representades pels termes de fregament en buit, fregament sec i fregament viscos. El fregament en buit i el fregament sec es consideren també en aquest cas reduïts a l'arbre de sortida (veure l'Equació 6.10). El terme de fregament en buit és constant i el terme de fregament sec és proporcional al parell transmès a la sortida del reductor.

$$\Gamma_{f-s} = \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_s \quad (6.10)$$

En canvi el terme que depèn de la velocitat de rotació, Γ_{f-wg} , es considera reduït a l'arbre d'entrada, que gira a major velocitat. A la Figura 6.8 es representen tots els parells externs actuant sobre el conjunt segons aquest model.

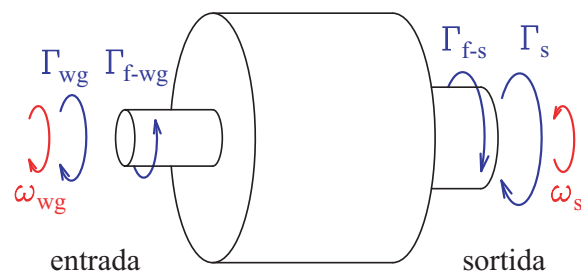


Fig. 6.8. Parells i velocitats en el conjunt del reductor *HD*

Per tal de millorar l'ajust a les dades experimentals es proposa un model de fregament, reduït a l'arbre d'entrada, amb una dependència no lineal de la velocitat de gir d'aquest arbre (veure l'Equació 6.11). Llavors el terme inspirat en el fregament viscos depèn de la velocitat de rotació de l'arbre d'entrada, però elevada a un exponent b , que és un dels paràmetres del model a determinar. Així es pot representar millor el comportament de la lubricació del reductor, amb oli de comportament no exactament newtonià, i l'efecte real de la histeresi en el *flexspline*.

En el terme de fregament viscos també hi intervé el parell que es transmet a l'arbre d'entrada, elevat a un exponent a , de manera que un increment en aquest implica un increment en la dependència de les resistències passives en la velocitat.

Aquesta doble dependència del fregament viscos pot explicar-se pel fet que, en transmetre un parell major, a la zona d'engranament es té un menor gruix de la capa de lubricació i per tant, amb la mateixa velocitat relativa entre superfícies en lliscament, un major gradient de velocitats a la capa de fluid lubricant.

$$\Gamma_{f-wg} = c \cdot \Gamma_{i-wg}^a \cdot \omega_{wg}^b \quad (6.11)$$

Per tal d'estudiar en detall el comportament del reductor amb les seves resistències passives s'ha dividit aquest en tres subsistemes (veure la Figura 6.9):

1. L'arbre d'entrada, on hi actua el parell de fregament Γ_{f-wg} .
2. El reductor *HD* modelitzat com un element de transmissió ideal sense fregament, amb parell a l'entrada Γ_{i-wg} i parell a la sortida Γ_{i-s} .
3. L'arbre de sortida, on hi actua el parell de fregament Γ_{f-s} .

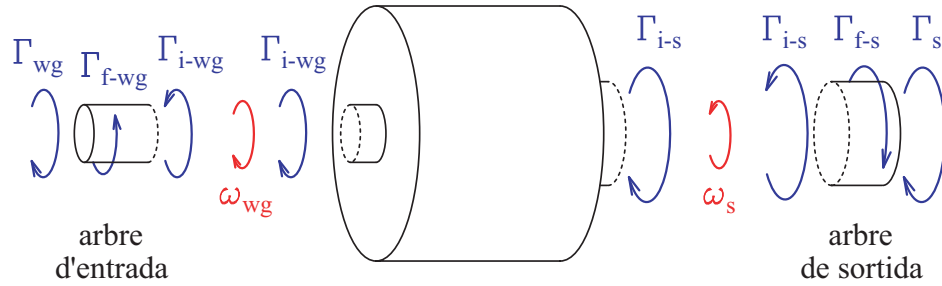


Fig. 6.9. Descomposició del reductor *HD* en 3 subsistemes

Del balanç de potències per a cada subsistema, en el cas d'un funcionament a velocitat constant, en resulten les Equacions (6.12), (6.13) i (6.14).

$$\Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{f-wg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{i-wg} \cdot \omega_{wg} = 0 \Rightarrow \Gamma_{wg} = \Gamma_{i-wg} + c \cdot \Gamma_{i-wg}^a \cdot \omega_{wg}^b \quad (6.12)$$

$$\Gamma_{i-wg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{i-s} \cdot \omega_s = 0 \Rightarrow \Gamma_{i-wg} = \frac{\Gamma_{i-s}}{i_{HD}} \quad (6.13)$$

$$\Gamma_{i-s} \cdot \omega_s - \Gamma_{f-s} \cdot \omega_s - \Gamma_s \cdot \omega_s = 0 \Rightarrow \Gamma_{i-s} = \Gamma_s + \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_s \quad (6.14)$$

Combinant les 3 equacions anteriors en una única relació es pot escriure l'Equació (6.15), que estima el parell requerit a l'entrada en funció de les condicions de funcionament del reductor.

$$\Gamma_{wg-mod} = \frac{\Gamma_s + \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_s}{i_{HD}} + c \cdot \left(\frac{\Gamma_s + \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_s}{i_{HD}} \right)^a \cdot (\omega_s \cdot i_{HD})^b \quad (6.15)$$

És interessant observar que el parell Γ_{i-wg} , a l'entrada del que és el subsistema de transmissió ideal, i que a l'Equació (6.15) correspon a l'expressió entre parèntesis elevada a l'exponent a , depèn del parell a la sortida del reductor i també del parell de fregament en aquest arbre de sortida.

Els paràmetres a determinar en el model són Γ_o , μ , c , i els exponents a i b . A la Taula 6.3 es presenten els resultats obtinguts mitjançant l'ajust per mínims quadràtics del model de l'Equació (6.15).

El model obtingut és una correlació empírica, en la que els paràmetres c , a i b no tenen una interpretació física directa. Els seus valors segons la Taula 6.3 són vàlids només si els parells s'expressen en Nm i les velocitats de rotació en rad/s.

Taula 6.3. Paràmetres resultat de l'ajust per mínims quadràtics del model no lineal del reductor *HD*

Paràmetre	Valor
Γ_0 [Nm]	0,3196
μ	0,107
c	$2,128 \cdot 10^{-3}$
a	$9,985 \cdot 10^{-2}$
b	0,634
eqm	$2,12 \cdot 10^{-6}$

A la Figura 6.10 es representa el parell a l'entrada del reductor previst pel model no lineal de l'Equació (6.15) i els paràmetres de la Taula 6.3 en comparació amb les dades experimentals.

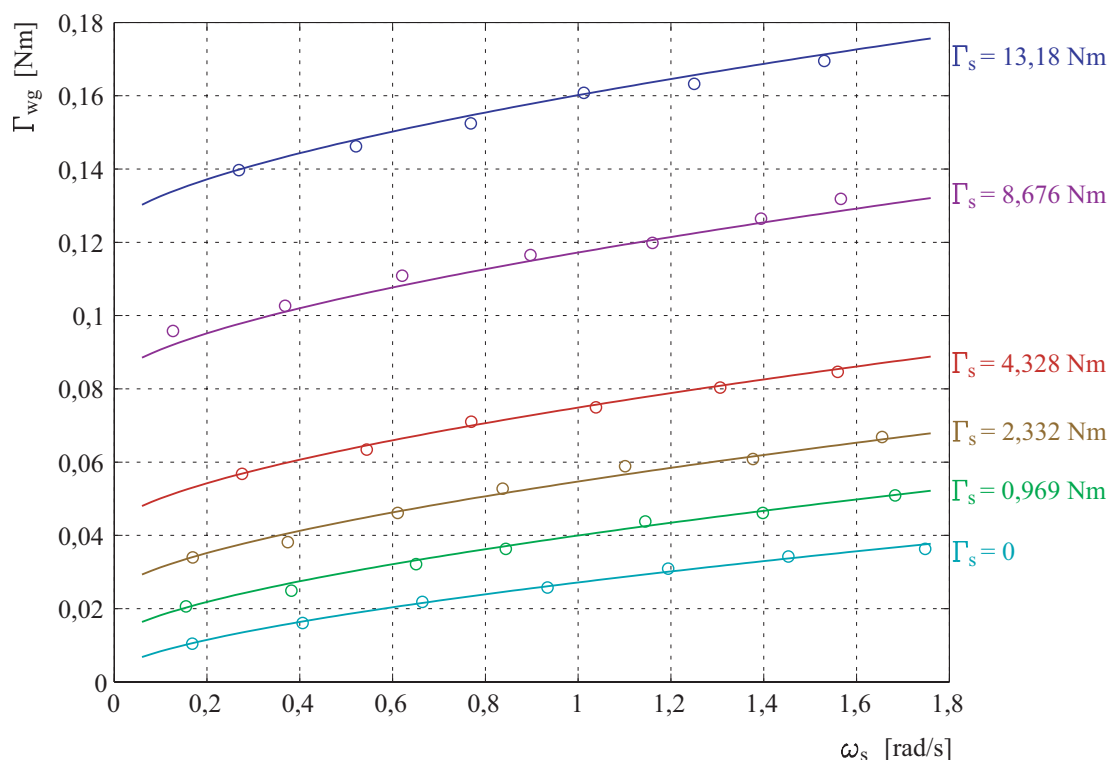


Fig. 6.10. Parell requerit a l'entrada del reductor *HD* segons el model no-lineal en comparació amb les dades experimentals

Analitzant el gràfic de la Figura 6.10 s'observa que l'ajust de les dades experimentals és millor que amb el model lineal de la Figura 6.7. El paràmetre *eqm* que quantifica la qualitat de l'ajust és en aquest cas $2,12 \cdot 10^{-6}$, clarament inferior a $7,25 \cdot 10^{-6}$ que es tenia amb el model lineal. Per tant es demostra que el model no lineal s'ajusta millor a les dades experimentals.

Tot i així cal tenir present que els paràmetres de la Taula 6.3, i els de la Taula 6.2 en el cas del model lineal, donen un model vàlid únicament pel conjunt del reductor assajat en els experiments. Els paràmetres dels models poden variar sensiblement per a un disseny diferent del conjunt del reductor o per a una altra unitat del mateix disseny amb diferents ajustos en el muntatge.

6.2.2 Comportament a l'arrancada i a baixa velocitat

L'experimentació i l'anàlisi plantejat en el punt anterior no permeten caracteritzar el comportament del reductor a velocitat de funcionament nul·la o molt baixa. La raó és que es té una zona de funcionament inestable, començant a l'arrancada i fins arribar a un valor de la velocitat de gir en que es té un mínim de les resistències passives. A partir d'aquest punt les resistències passives augmenten amb la velocitat de funcionament i llavors el sistema esdevé estable.

Identificar el comportament en la zona inestable és força complicat, donada la dificultat de mantenir el sistema en règim permanent abans de prendre les dades experimentals. Per això s'ha plantejat una hipòtesi simplificadora dels fenòmens que impliquen resistències passives a baixes velocitats. Es considera que l'augment de les resistències passives en la zona inestable al disminuir la velocitat, fins al punt de velocitat nul·la, és degut exclusivament al fregament en buit reduït a l'arbre de sortida.

Llavors el fregament en buit, Γ_b , no és constant en la zona de velocitats baixes. A velocitat nul·la, en el moment de l'arrancada, es té un parell de fregament en buit Γ_a , per disminuir després fins el parell de fregament Γ_o , determinat en el funcionament a diferents velocitats, quan la velocitat de l'arbre de sortida arriba aproximadament a un valor ω_a (veure la Figura 6.11). Per a velocitats superiors el fregament en buit es manté constant en Γ_o i el funcionament del sistema és estable.

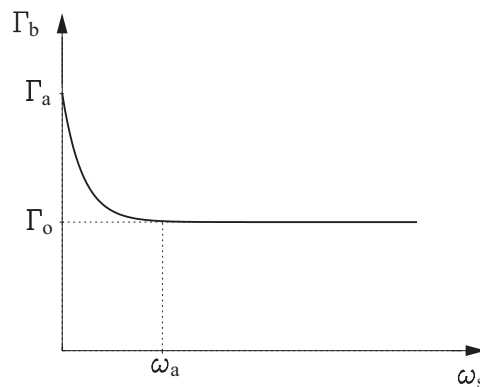


Fig. 6.11. Fregament en buit a l'arrancada i a baixa velocitat segons l'efecte Striebeck

La transició entre Γ_a i Γ_o es descriu mitjançant la funció exponencial decreixent de l'Equació (6.16). Aquest comportament a baixa velocitat correspon al que s'anomena l'efecte Striebeck de pas de fregament estàtic a dinàmic i viceversa.

$$\Gamma_b = \Gamma_o + (\Gamma_a - \Gamma_o) \cdot \exp\left(-4 \cdot \left|\frac{\omega_s}{\omega_a}\right|\right) \quad (6.16)$$

Resultats obtinguts a partir de les dades experimentals

Parell d'arrancada

Experimentalment s'ha determinat el parell motor d'arrancada per a diferents valors del parell a la sortida del reductor. Per trobar el parell a l'entrada del reductor només cal restar-li el parell de fregament en el motor segons l'Equació (6.5).

A partir del model deduït a l'apartat anterior, i substituint Γ_b en lloc de Γ_o per tenir en compte l'efecte Striebeck, el parell a l'entrada del reductor, Γ_{wg} , es pot expressar segons l'Equació (6.17).

$$\Gamma_{wg} = \frac{\Gamma_s + \Gamma_b + \mu \cdot \Gamma_s}{i_{HD}} + c \cdot \left(\frac{\Gamma_s + \Gamma_b + \mu \cdot \Gamma_s}{i_{HD}}\right)^a \cdot (\omega_s \cdot i_{HD})^b \quad (6.17)$$

A l'arrancada el terme de fregament viscos és nul i el fregament en buit és Γ_a . Llavors es té l'Equació (6.18). Aïllant el fregament en buit a l'arrancada resulta l'Equació (6.19), amb la que es determina el parell de fregament en buit a l'arrancada a partir de les dades experimentals.

$$\Gamma_{wg} = \frac{\Gamma_s + \Gamma_a + \mu \cdot \Gamma_s}{i_{HD}} \quad (6.18)$$

$$\Gamma_a = \Gamma_{wg} \cdot i_{HD} - \Gamma_s - \mu \cdot \Gamma_s \quad (6.19)$$

A la Taula 6.4 es mostren els resultats corresponents als diferents valors de parell a la sortida del reductor que s'han experimentat.

Tot i la variabilitat dels resultats, deguda als errors experimentals i a la pròpia variabilitat del fenomen del fregament, es pot considerar que el fregament en buit a l'arrancada és independent del parell a la sortida. Llavors s'agafa com a paràmetre del model la mitjana dels valors derivats dels experiments amb diferents parells a la sortida: $\Gamma_a = 0,92 \text{ Nm}$.

Taula 6.4. Dades obtingudes a partir de les mesures de parell motor a l'arrancada en la 2a sèrie d'experiments

Γ_s [Nm]	Γ_m [mNm]	Γ_{wg} [mNm]	Γ_a [Nm]
13,18	132,9	129,3	0,913
8,676	90,6	87,0	0,824
4,328	51,3	47,7	0,930
2,332	33,2	29,6	0,967
0,969	21,1	17,5	1,028
0	10,6	6,9	0,833

Mínima velocitat estable

Dels experiments realitzats per tal de determinar la mínima velocitat de rotació estable se'n extreuen les dades de la Taula 6.5, on $\omega_{s-\min}$ és la mínima velocitat de rotació estable a la sortida del reductor. Aquesta es calcula a partir de les dades de mínima velocitat de rotació estable del motor, $\omega_{m-\min}$, mitjançant l'Equació (6.4).

Taula 6.5. Dades obtingudes a partir de les mesures de velocitat mínima estable en la 2a sèrie d'experiments

Γ_s [Nm]	$\omega_{m-\min}$ [rad/s]	$\omega_{s-\min}$ [rad/s]
13,18	7,08	0,0590
8,676	7,20	0,0600
4,328	7,10	0,0592
2,332	7,24	0,0603
0,969	7,40	0,0617
0	7,18	0,0598

A partir de les dades de la Taula 6.5 se'n treu la conclusió de que la mínima velocitat de rotació estable es pot considerar independent del parell que es té a la sortida del reductor. Calculant la mitjana de les dades obtingudes, per a la mínima velocitat de rotació estable de l'arbre de sortida del reductor, es pot prendre $\omega_a = 0,06$ rad/s.

6.2.3 Caracterització resultant del reductor *Harmonic Drive*[®]

A la Figura 6.12 es representa el parell a l'entrada del reductor previst pel model no lineal de l'Equació (6.17), des de l'arrancada i tenint en compte l'efecte Striebeck, i en comparació amb les dades experimentals.

El rendiment del reductor, η_{HD} , és la relació entre la potència mecànica sortint del reductor a l'arbre de sortida, P_s , i la que cal subministrar-li a l'arbre d'entrada, P_{wg} (veure l'Equació (6.20)). Aquest rendiment depèn de les condicions de funcionament i el seu valor estimat segons el model proposat es representa a la Figura 6.13.

$$\eta_{HD} = \frac{P_s}{P_{wg}} = \frac{\Gamma_s \cdot \omega_s}{\Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg}} \quad (6.20)$$

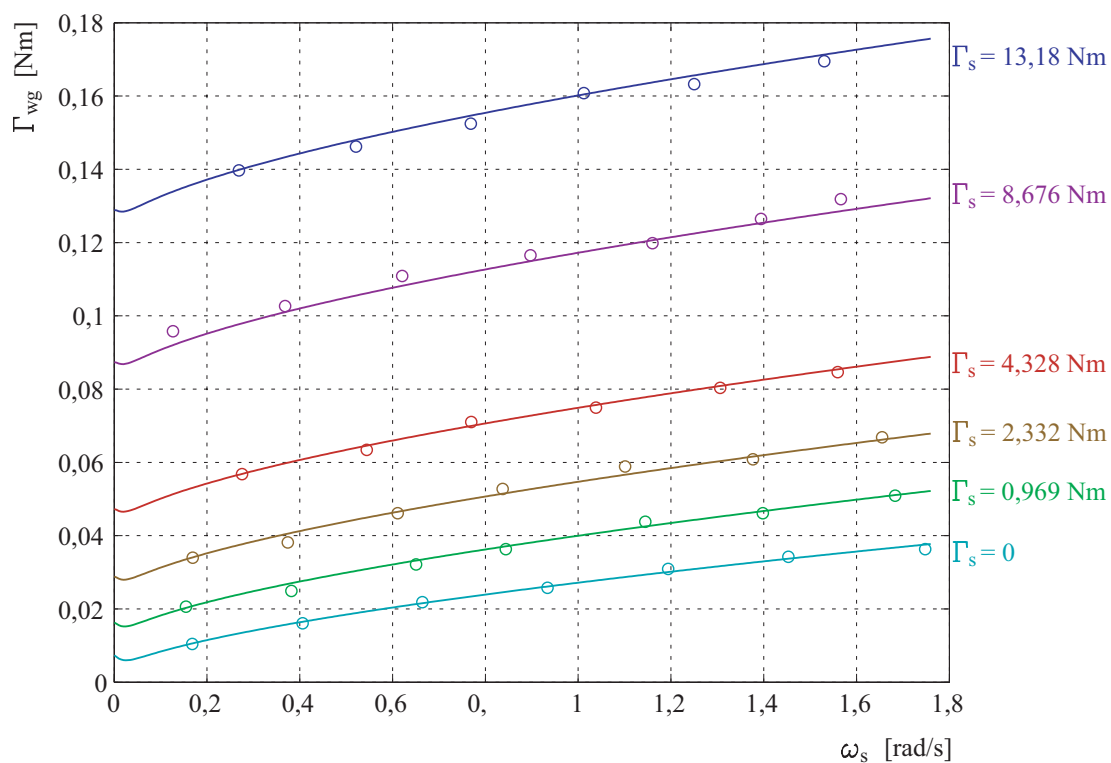


Fig. 6.12. Parell requerit a l'entrada del reductor *HD*, segons el model no-lineal, en funció de les condicions a la sortida i des de l'arrancada

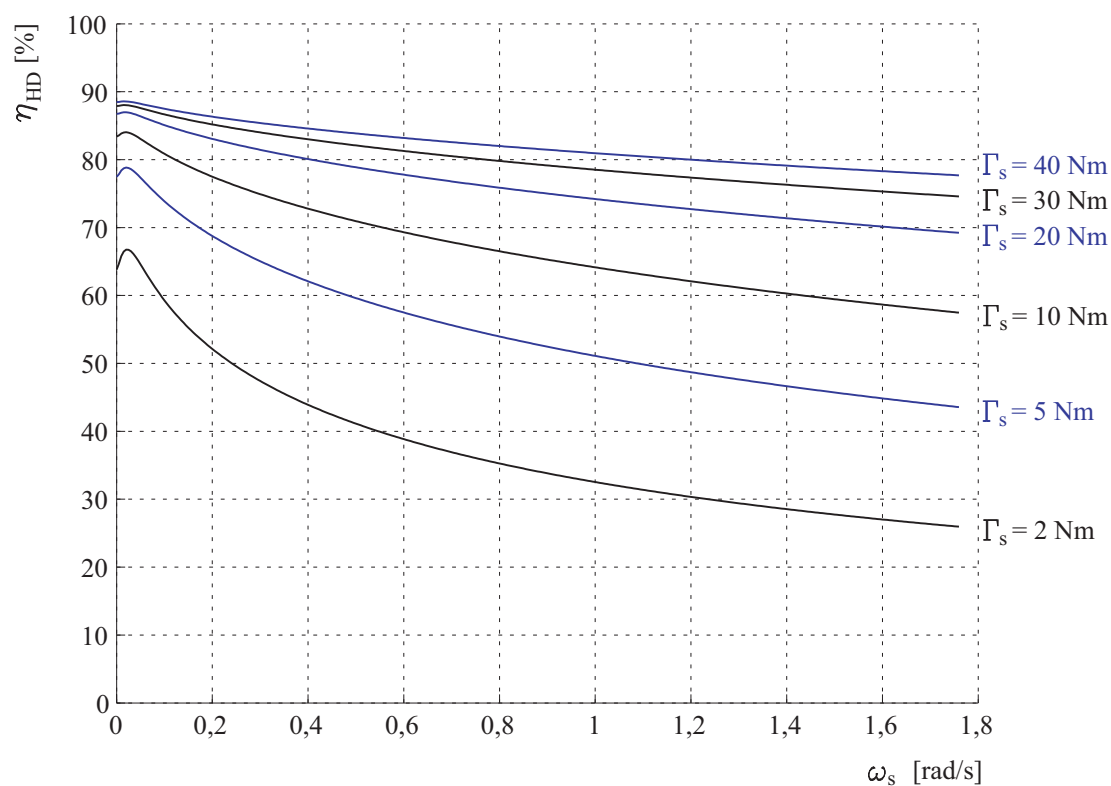


Fig. 6.13. Rendiment estimat del reductor *HD* en funció de les condicions a la sortida

6.3 Transmissió per corretja dentada

L'objectiu és caracteritzar les resistències passives que s'oposen al moviment en el conjunt de la transmissió per corretja dentada en funció de les condicions de funcionament, és a dir, del parell i la velocitat angular a l'arbre de sortida d'aquesta transmissió.

Les dades experimentals a partir de les quals s'ha determinat el model de resistències passives d'aquesta transmissió són les obtingudes amb la 3a sèrie d'experiments realitzats. En aquests el conjunt assajat és l'accionament complet, format pel motor, la transmissió per corretja dentada i el reductor *HD*, amb el tambor de radi r_t solidari a la sortida del reductor.

En la transmissió per corretja dentada l'element d'entrada és el rotor del motor elèctric, al qual està fixada la politja de 18 dents. L'element de sortida és l'eix del *wave generator*, que en aquest conjunt està muntat sobre dos rodaments de boles, i al que és solidària la politja de 60 dents.

6.3.1 Comportament girant a velocitat constant

Dades experimentals

La Figura 6.14 mostra els elements i les variables que intervenen en la 3a sèrie d'experiments. En aquests s'ha determinat el parell motor requerit, Γ_m , en funció de les diferents condicions de parell i velocitat a la sortida de l'accionament, Γ_s i ω_s .

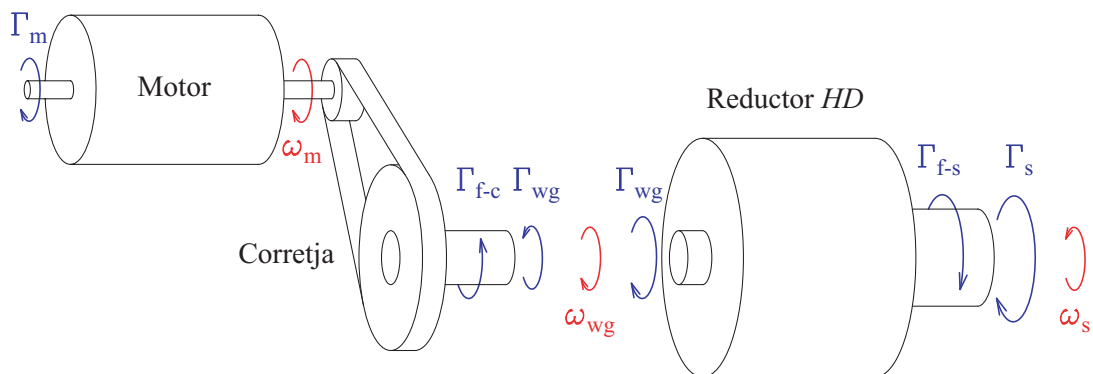


Fig. 6.14. Parells i velocitats que intervenen en el conjunt de la 3a sèrie d'experiments

El parell a la sortida és conseqüència del moment torsor provocat per l'objecte de massa m_p penjat d'un cable al voltant del tambor de radi r_t , i el seu valor es calcula amb l'Equació (6.3). La velocitat a l'entrada del reductor, ω_{wg} , ve determinada per la relació de reducció de la transmissió per corretja, i_c , segons l'Equació (6.21). Es considera que la transmissió de la corretja és rígida i que per tant la seva relació de reducció és constant. La velocitat de gir del tambor és la velocitat de sortida del

reductor, ω_s , i es calcula segons l'Equació (6.22), on i_{HD} és la relació de reducció del reductor HD .

Les dades obtingudes amb els experiments, representades a la Figura 5.30, són el parell motor, Γ_m , requerit per a diferents condicions de parell a la sortida de l'accionament, Γ_s , i diferents velocitats del motor, ω_m .

El model del reductor, obtingut a l'apartat anterior, permet estimar el parell requerit a l'entrada d'aquest, que és el parell a la sortida de la transmissió per corretja dentada, Γ_{wg} , corresponent a cadascuna de les diferents condicions de funcionament que s'han experimentat. A la Taula 6.6 es mostren les dades experimentals obtingudes amb la 3a sèrie d'experiments, Γ_s , ω_s i Γ_m , juntament amb les corresponents velocitats de l'arbre d'entrada del reductor, ω_{wg} , i el parell en aquest arbre, Γ_{wg} , segons el model del reductor descrit per l'Equació (6.17).

A la Figura 6.15 es representen les dades experimentals de parell requerit a l'entrada de la transmissió per corretja dentada (el parell motor mostrat a la 5a columna de la Taula 6.6) en funció de les condicions a la sortida d'aquesta transmissió (3a i 4a columnes de la Taula 6.6).

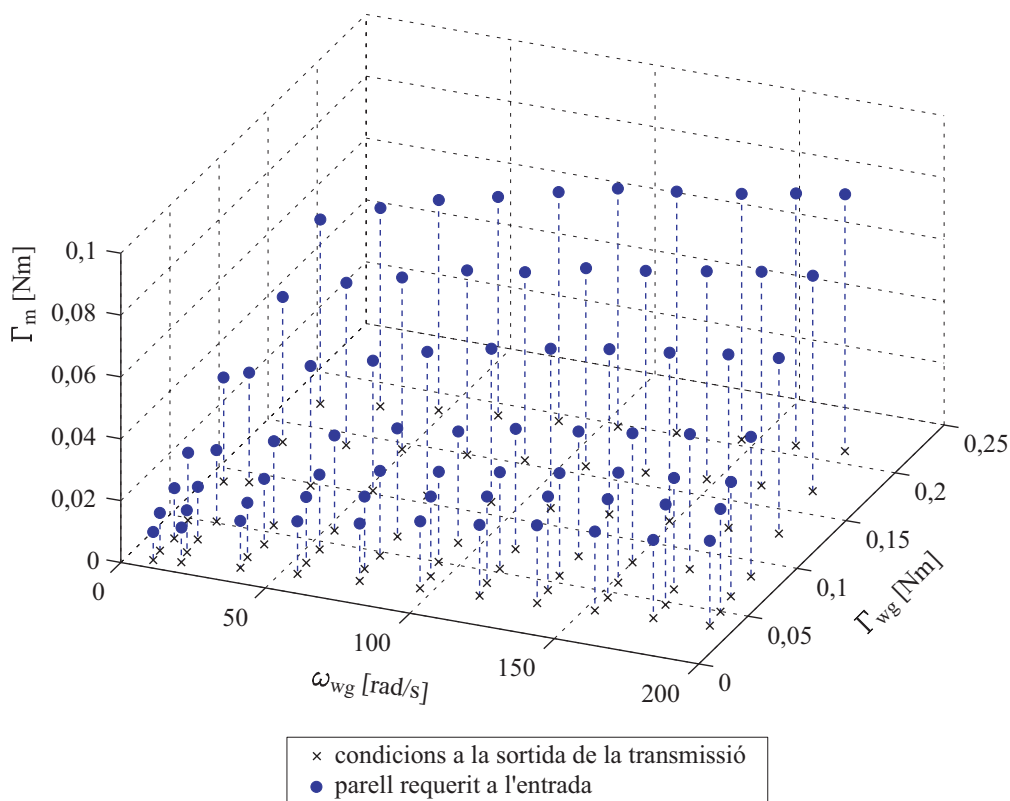


Fig. 6.15. Parell motor requerit a l'entrada de la transmissió per corretja dentada per a les diferents condicions a la seva sortida que s'han assajat en la 3a sèrie d'experiments

$$\omega_{wg} = \frac{\omega_m}{i_c} \quad (6.21)$$

$$\omega_s = \frac{\omega_{wg}}{i_{HD}} \quad (6.22)$$

Taula 6.6. Dades obtingudes amb la 3a sèrie d'experiments i condicions a l'entrada del reductor estimades segons el model del reductor proposat

Γ_s [Nm]	ω_s [rad/s]	Γ_{wg} [Nm]	ω_{wg} [rad/s]	$\Gamma_m \cdot 10^3$ [Nm]	Γ_s [Nm]	ω_s [rad/s]	Γ_{wg} [Nm]	ω_{wg} [rad/s]	$\Gamma_m \cdot 10^3$ [Nm]
17,48	0,089	0,172	10,7	59,5	2,332	0,07	0,030	8,40	16,2
	0,242	0,179	29,0	64,2		0,13	0,033	15,6	17,0
	0,395	0,185	47,4	68,0		0,305	0,039	36,6	21,2
	0,553	0,189	66,4	70,6		0,453	0,043	54,4	24,2
	0,715	0,194	85,8	74,0		0,616	0,047	73,9	27,4
	0,874	0,198	105	77,1		0,775	0,050	93,0	29,1
	1,033	0,202	124	78,0		0,942	0,054	113	31,2
	1,209	0,206	145	79,5		1,105	0,057	133	33,2
	1,356	0,209	163	81,5		1,266	0,060	152	35,6
	1,490	0,212	179	83,0		1,419	0,062	170	36,0
13,18	0,093	0,132	11,2	46,9	0,969	1,576	0,065	189	37,0
	0,256	0,139	30,7	52,5		0,066	0,017	7,92	12,3
	0,403	0,144	48,4	55,6		0,136	0,020	16,3	13,6
	0,576	0,150	69,1	59,6		0,296	0,025	35,5	17,5
	0,731	0,154	87,7	60,9		0,454	0,029	54,5	21,3
	0,895	0,158	107	64,1		0,612	0,032	73,4	23,4
	1,057	0,162	127	65,2		0,792	0,036	95,0	25,8
	1,223	0,165	147	67,3		0,946	0,039	114	27,9
	1,372	0,168	165	69,1		1,113	0,042	134	30,3
	1,512	0,171	182	69,7		1,278	0,045	153	31,8
8,676	0,048	0,088	5,76	33,7	0	1,437	0,047	172	32,5
	0,112	0,091	13,4	35,5		1,589	0,050	191	33,3
	0,271	0,098	32,5	38,8		0,073	0,007	8,76	9,10
	0,436	0,103	52,3	42,1		0,147	0,010	17,6	11,2
	0,581	0,107	69,7	46,5		0,305	0,014	36,6	15,1
	0,753	0,112	90,4	49,5		0,46	0,018	55,2	16,9
	0,914	0,115	110	51,5		0,63	0,021	75,6	18,6
	1,073	0,119	129	53,4		0,796	0,024	95,5	21,7
	1,237	0,122	148	54,5		0,96	0,027	115	22,9
	1,398	0,125	168	56,1		1,119	0,029	134	25,1
4,328	1,536	0,128	184	56,8	1,279	0,031	153	25,5	
	0,058	0,048	6,96	21,9	1,441	0,034	173	25,3	
	0,131	0,052	15,7	23,1	1,598	0,036	192	27,5	
	0,28	0,057	33,6	27,2					
	0,442	0,062	53,0	30,8					
	0,611	0,066	73,3	35,0					
	0,775	0,070	93,0	36,1					
	0,931	0,074	112	38,9					
	1,103	0,077	132	40,4					
	1,25	0,080	150	41,8					
1,407	0,083	169	43,7						
1,575	0,086	189	45,1						

A la Figura 6.15 es tenen set conjunts de dades corresponents a set valors diferents del parell a la sortida de l'accionament, T_s . Tot i així, dins de cada conjunt de dades, els parells a la sortida de la transmissió per corretja dentada, T_{wg} , són diferents en cada cas, doncs a diferents velocitats de funcionament les hi corresponen diferents valors de les resistències passives en el reductor.

Les dades es mostren en un gràfic tridimensional per poder apreciar els valors de les dues variables a la sortida de la transmissió per corretja –indicats pels punts marcats amb una creu al pla horitzontal– i el valor del parell a l'entrada segons els experiments –indicat amb un cercle–.

Caracterització i determinació dels paràmetres del model

Conèixer les resistències passives en la transmissió per corretja dentada és necessari per poder estimar el parell requerit a l'entrada, T_m , en funció del parell a la seva sortida, T_{wg} , i de les condicions de funcionament.

Al analitzar els elements que introdueixen resistències passives en el conjunt de la transmissió per corretja dentada cal tenir en compte, a part de la pròpia corretja i les politges implicades, el fregament en els arbres d'entrada i de sortida de la transmissió. Així els elements que introdueixen resistències passives en la transmissió per corretja de l'accionament descrit són:

1. Els rodaments entre rotor i estator del motor elèctric
2. Les dents de la corretja i de les politges que estan engranant
3. La corretja, que està sotmesa a deformacions que es repeteixen cíclicament
4. Els rodaments a l'eix del *wave generator*
5. L'anell d'estanquitat fix al bloc i que està en contacte lliscant amb l'arbre del *wave generator*

Per tal de caracteritzar el comportament de la transmissió per corretja, incloent les resistències passives ocasionades per aquests elements, també en aquest cas s'han plantejat dos models diferents de correlació experimental.

a) Model lineal del parell de fregament reduït a la sortida

En aquest model es considera que l'efecte de totes les resistències passives en la transmissió per corretja dentada es pot representar per un parell de fregament a l'arbre de sortida, $T_{f.c}$. Plantejant un balanç de potències en aquesta transmissió, i com que els experiments són a velocitat constant, l'Equació (6.23) permet determinar el parell requerit a l'entrada en funció del parell a la sortida i de les resistències passives.

$$\Gamma_m \cdot \omega_m - \Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{f-c} \cdot \omega_{wg} = 0 \Rightarrow \Gamma_m = \frac{\Gamma_{wg} + \Gamma_{f-c}}{i_c} \quad (6.23)$$

En una primera hipòtesi es considera el parell de fregament Γ_{f-c} descrit per l'Equació (6.24), compostat d'un terme constant, un terme proporcional al parell a la sortida i un terme proporcional a la velocitat de rotació a l'arbre de sortida.

$$\Gamma_{f-c} = \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_{wg} + c \cdot \omega_{wg} \quad (6.24)$$

El terme Γ_o representa el fregament que es té en buit, independentment de les condicions de funcionament, i és conseqüència de la càrrega sobre els rodaments dels arbres d'entrada i sortida, provocada per la tensió de la corretja, el contacte entre l'anell d'estanquitat i l'arbre del *wave generator* i part de l'efecte de la histeresi per deformació de la corretja.

El terme $\mu \cdot \Gamma_{wg}$ estima l'increment de resistències passives quan augmenta el parell transmès. Aquest increment és degut principalment a la major deformació que es produeix al tram tesat de la corretja i al fregament entre corretja i politges.

El terme $c \cdot \omega_{wg}$ representa les resistències passives que són funció de la velocitat de funcionament, com part de la dissipació d'energia per histeresi de deformació de la corretja.

Substituint l'Equació (6.24) en la (6.23) s'obté l'Equació (6.25), que representa el model matemàtic del comportament de la transmissió per corretja dentada pel que fa a les resistències passives. El model estima el parell motor requerit entre rotor i estator en funció del parell i la velocitat de gir a la sortida i tenint en compte les resistències passives en la transmissió per corretja dentada, inclosos els rodaments dels arbres d'entrada i de sortida. Cal tenir present que aquest model, tal i com està plantejat a l'Equació (6.25), només és aplicable quan el funcionament és en règim permanent, doncs no hi intervé la inèrcia dels elements que formen la transmissió.

$$\Gamma_{m-mod} = \frac{\Gamma_{wg} + (\Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_{wg} + c \cdot \omega_{wg})}{i_c} \quad (6.25)$$

A partir de les dades experimentals s'ha plantejat un ajust per mínims quadràtics dels paràmetres del model: Γ_o , μ , i c . La identificació d'aquests paràmetres, de la mateixa manera que en el cas del reductor *HD*, també s'ha portat a terme mitjançant un programa de càlcul implementat en *MATLAB*[®]. A la Taula 6.7 es presenten els resultats obtinguts i l'error quadràtic mitjà, *eqm*, que avalua la qualitat de l'ajust.

Taula 6.7. Paràmetres resultat de l'ajust per mínims quadràtics del model lineal de la transmissió per corretja

Paràmetre	Valor
Γ_o [Nm]	0,0251
μ	0,0348
c	$2,002 \cdot 10^{-4}$
eqm	$1,41 \cdot 10^{-6}$

Al gràfic tridimensional de la Figura 6.16 la superfície mallada representa el parell motor requerit segons l'estimació del model de l'Equació (6.25) i els paràmetres de la Taula 6.7. Els cercles de color blau representen les dades experimentals del parell motor i les creus de color grana el parell motor estimat pel model en els punts de funcionament assajats experimentalment.

Al gràfic s'observa la proximitat entre els punts experimentals i els punts estimats amb l'Equació (6.25). Per tant es pot concloure que el model lineal proposat s'apropa força al comportament real de la transmissió.

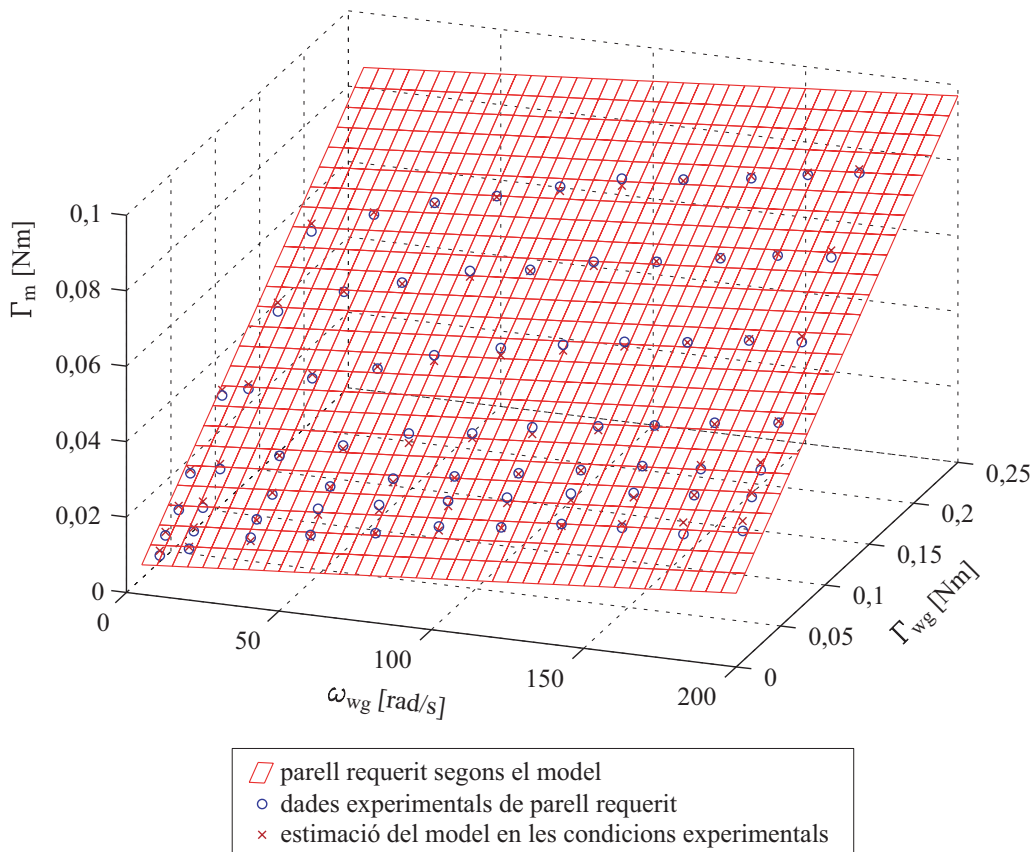


Fig. 6.16. Parell motor requerit a l'entrada de la transmissió per corretja, segons el model lineal, en comparació amb les dades experimentals

La diferència entre valor experimental i valor estimat ha estat avaluada numèricament, mitjançant l'Equació (6.26), per a cada punt de funcionament assajat.

$$\Gamma_{\text{dif}} = \Gamma_{\text{m-exp}} - \Gamma_{\text{m-mod}} \quad (6.26)$$

A la Figura 6.17 es representen les dades de diferència de parell obtingudes entre valors experimentals i previstos segons el model lineal. Quan la diferència és positiva, és a dir quan el valor experimental és major que l'estimació del model, es representa amb un cercle verd. Quan la diferència és negativa es representa en color vermell.

S'observa com les diferències són majoritàriament negatives en el rang de velocitats baixes de la sortida de la transmissió, per a $0 \text{ rad/s} \leq \omega_{\text{wg}} \leq 50 \text{ rad/s}$, i en el rang de velocitats altes, per a $150 \text{ rad/s} \leq \omega_{\text{wg}} \leq 200 \text{ rad/s}$. En el rang intermedi de velocitats, per a $50 \text{ rad/s} \leq \omega_{\text{wg}} \leq 150 \text{ rad/s}$, les diferències són majoritàriament positives.

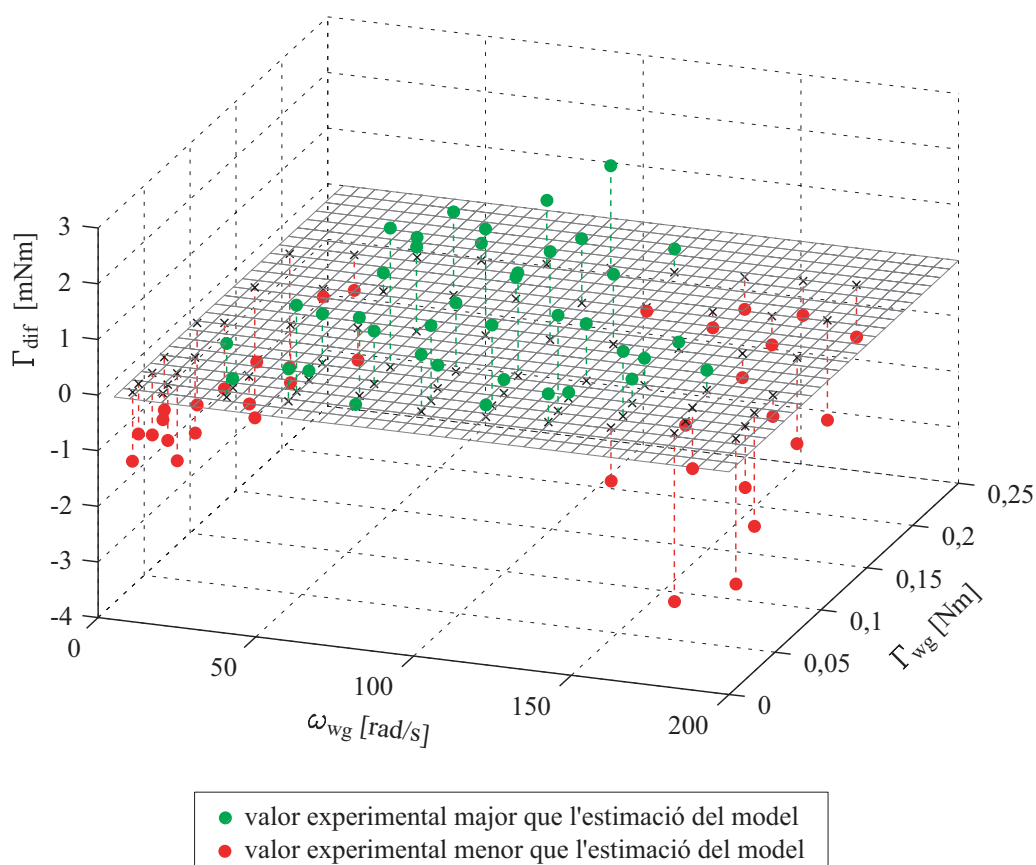


Fig. 6.17. Diferència entre els valors experimentals del parell motor requerit i els previstos segons el model lineal de la transmissió per corretja dentada

b) Model no lineal del parell de fregament

En aquest cas també s’han explorat diferents hipòtesis de correlació entre les condicions de funcionament i les resistències passives en la transmissió. Tal i com passa amb el reductor *HD* s’obté una millor caracterització en el cas de considerar una dependència no lineal de les resistències passives en la velocitat de funcionament.

Es proposa un model en que les resistències passives es consideren igualment representades per tres termes de fregament. Els termes de fregament en buit i fregament proporcional al parell transmès es consideren també en aquest cas reduïts a l’arbre de sortida (veure l’Equació 6.27).

$$\Gamma_{f-c} = \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_{wg} \tag{6.27}$$

En canvi es considera reduït a l’eix del rotor el terme que depèn de la velocitat de rotació, Γ_{f-m} . A la Figura 6.18 es representen tots els parells externs actuant sobre el conjunt segons aquest model.

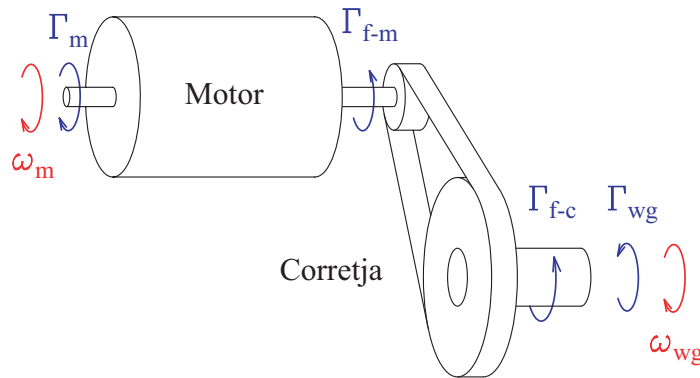


Fig. 6.18. Parells i velocitats en el conjunt de la transmissió per corretja dentada

Per tal de millorar l’ajust a les dades experimentals, en aquesta transmissió també es proposa un model de fregament reduït a l’arbre d’entrada que depèn de la velocitat de rotació d’aquest arbre elevada a un exponent *b* (veure l’Equació 6.28). Així es representa millor el fregament en el rotor i l’efecte de la diferent velocitat de deformació en la dissipació d’energia per histeresi a la corretja.

$$\Gamma_{f-m} = c \cdot \omega_m^b \tag{6.28}$$

A diferència del que passa amb el reductor *HD*, en aquesta transmissió el parell transmès no té una influència significativa en el terme de fregament en funció de la velocitat de funcionament. Per tant no apareix a l’Equació (6.28).

La transmissió per corretja dentada s'ha dividit en els tres subsistemes representats a la Figura 6.19:

1. L'arbre d'entrada format pel rotor del motor, on hi actua el parell de fregament Γ_{f-m} .
2. La transmissió per corretja modelitzada com un element de transmissió ideal sense fregament, amb parell a l'entrada Γ_{mc} i parell a la sortida Γ_{cwg} .
3. L'arbre de sortida, que connecta amb l'acoblament d'Oldham del *wave generator*, on hi actua el parell de fregament Γ_{f-c} .

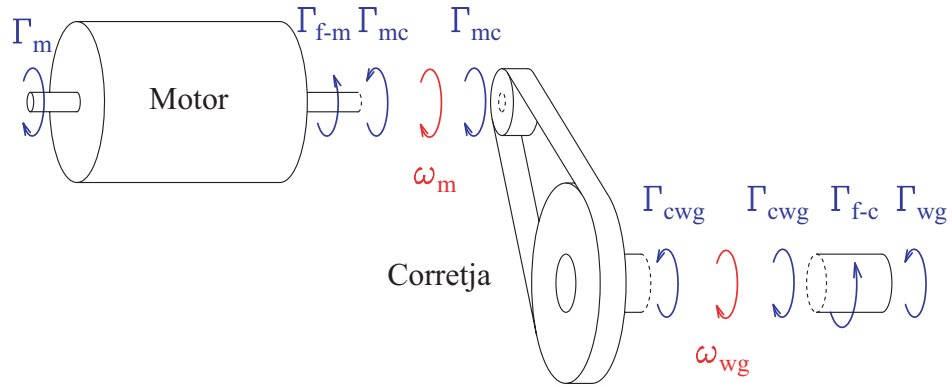


Fig. 6.19. Descomposició de la transmissió per corretja dentada en 3 subsistemes

Del balanç de potències per a cada subsistema, en el cas d'un funcionament a velocitat constant, en resulten les Equacions (6.29), (6.30) i (6.31).

$$\Gamma_m \cdot \omega_m - \Gamma_{f-m} \cdot \omega_m - \Gamma_{mc} \cdot \omega_m = 0 \Rightarrow \Gamma_m = \Gamma_{mc} + c \cdot \omega_m^b \quad (6.29)$$

$$\Gamma_{mc} \cdot \omega_m - \Gamma_{cwg} \cdot \omega_{wg} = 0 \Rightarrow \Gamma_{mc} = \frac{\Gamma_{cwg}}{i_c} \quad (6.30)$$

$$\Gamma_{cwg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{f-c} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} = 0 \Rightarrow \Gamma_{cwg} = \Gamma_{wg} + \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_{wg} \quad (6.31)$$

Combinant les 3 equacions anteriors s'obté l'Equació (6.32), que estima el parell motor requerit en funció de les condicions a la sortida de la transmissió per corretja.

$$\Gamma_{m-mod} = \frac{\Gamma_{wg} + \Gamma_o + \mu \cdot \Gamma_{wg}}{i_c} + c \cdot (\omega_{wg} \cdot i_c)^b \quad (6.32)$$

Els paràmetres a determinar en el model són Γ_o , μ , c , i l'exponent b . A la Taula 6.8 es presenten els resultats obtinguts mitjançant l'ajust del model de l'Equació (6.32).

Taula 6.8. Paràmetres resultat de l'ajust per mínims quadràtics del model no lineal de la transmissió per corretja

Paràmetre	Valor
Γ_0 [Nm]	$2,858 \cdot 10^{-3}$
μ	0,0299
c	$1,640 \cdot 10^{-3}$
b	0,3641
eqm	$5,77 \cdot 10^{-7}$

A la Figura 6.20 la superfície mallada representa el parell motor requerit segons l'estimació del model de l'Equació (6.32) i els paràmetres de la Taula 6.8. Les dades experimentals del parell motor s'indiquen amb els cercles de color blau. La diferència entre valors experimentals i estimats per aquest model es representa a la Figura 6.21.

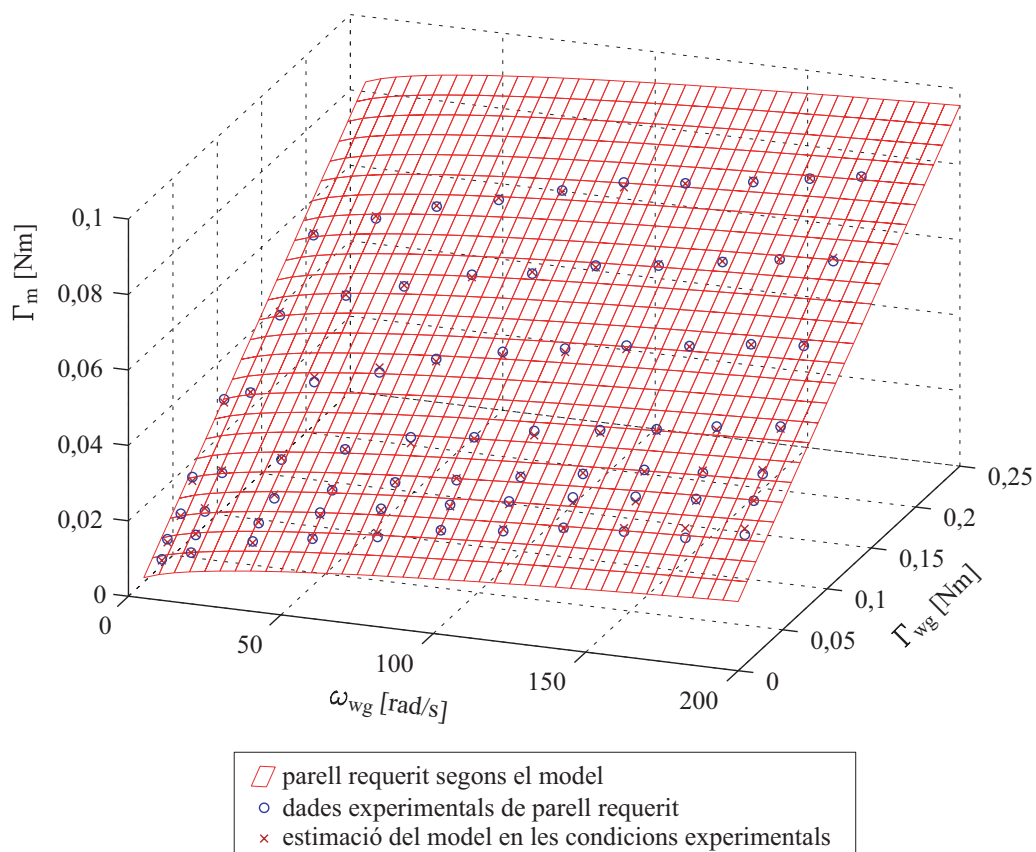


Fig. 6.20. Parell motor requerit a l'entrada de la transmissió per corretja, segons el model no lineal, en comparació amb les dades experimentals

Analitzant visualment el gràfic de la Figura 6.20 ja s'observa que aquest model s'aproxima més a les dades experimentals que el model lineal de la Figura 6.16. El paràmetre eqm és en aquest cas $5,77 \cdot 10^{-7}$, inferior a $1,41 \cdot 10^{-6}$ que es tenia amb el model lineal.

A la Figura 6.21 s'observa com els valors de les diferències són sensiblement menors que en el cas del model lineal. A més els punts on la diferència és positiva i on és negativa es reparteixen de manera aproximadament homogènia al llarg de tot el rang de velocitats i el rang de parells a la sortida de la transmissió.

Cal assenyalar que l'Equació (6.32) i els paràmetres de la Taula 6.8 permeten estimar acuradament el parell requerit únicament en el cas del motor i la transmissió per corretja assajats en els experiments. Per a un disseny diferent del conjunt, o per a diferents unitats dels elements que el formen, els paràmetres poden variar sensiblement. Un canvi en la tensió inicial de la corretja també implicaria molt probablement canvis en els valors dels paràmetres que caracteritzen el model.

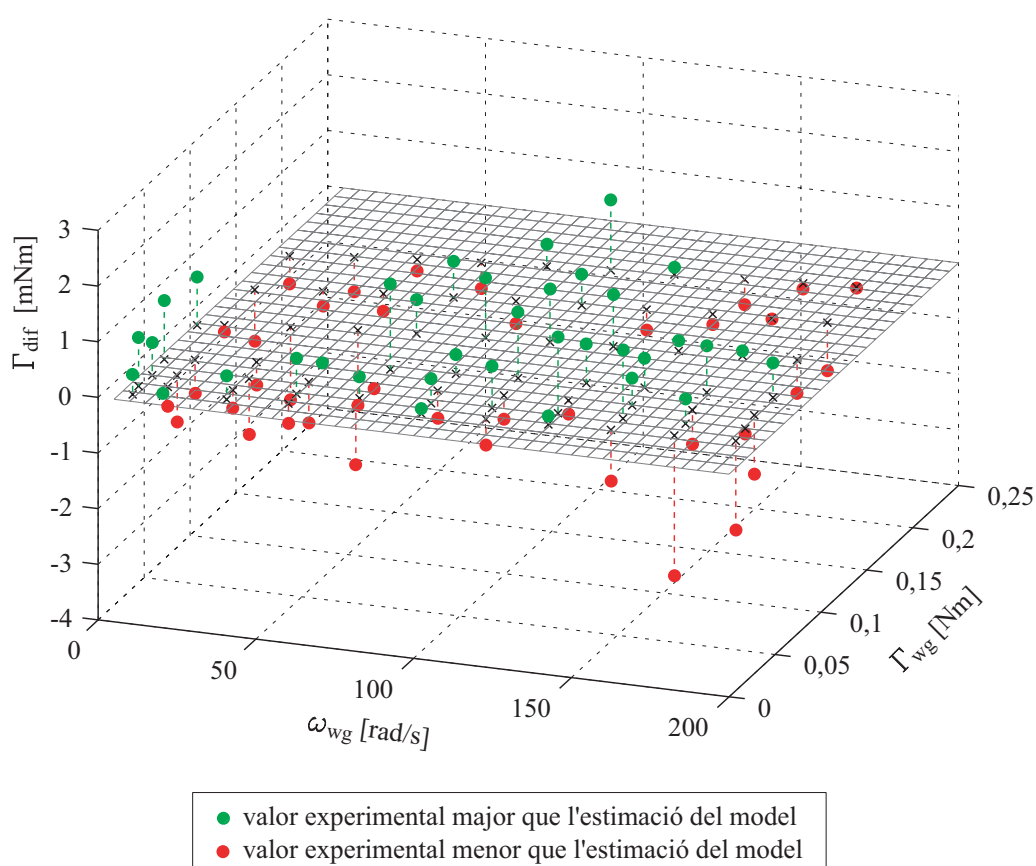


Fig. 6.21. Diferència entre els valors experimentals del parell motor requerit i els previstos segons el model no lineal

6.3.2 Comportament a l'arrancada i a baixa velocitat

L'accionament complet també presenta una zona inestable a baixa velocitat, com passa amb el reductor *HD*. Ha calgut analitzar si aquest comportament inestable és degut exclusivament al reductor o si també hi participa la transmissió per corretja dentada.

Tal i com s'ha fet amb el reductor *HD*, per a la transmissió per corretja dentada s'ha considerat la hipòtesi de que el terme de fregament en buit es comporta segons l'efecte Striebeck, amb un major fregament a l'arrancada.

Resultats obtinguts a partir de les dades experimentals

Parell d'arrancada

Experimentalment s'ha determinat el parell motor Γ_m necessari per iniciar el gir de l'accionament complet per a diferents valors del parell actuant a la seva sortida. El model obtingut del reductor, que en el cas particular de velocitat nul·la es descriu amb l'Equació (6.18), permet estimar el parell a la sortida de la transmissió per corretja, Γ_{wg} , a partir del parell a la sortida del reductor, Γ_s .

Analitzant la transmissió per corretja, a l'arrancada el terme de fregament en funció de la velocitat de funcionament és nul, i llavors de l'Equació (6.32) del model no lineal d'aquesta transmissió se'n dedueix l'Equació (6.33), on Γ_a és el fregament en buit a l'arrancada.

$$\Gamma_m = \frac{\Gamma_{wg} + \Gamma_a + \mu \cdot \Gamma_{wg}}{i_c} \quad (6.33)$$

Aïllant el paràmetre Γ_a en resulta l'Equació (6.34), amb la que es determina el parell de fregament en buit, a l'arrancada, a l'arbre de sortida de la transmissió per corretja dentada.

$$\Gamma_a = \Gamma_m \cdot i_c - \Gamma_{wg} - \mu \cdot \Gamma_{wg} \quad (6.34)$$

A la Taula 6.9 es mostren els valors mesurats experimentalment de Γ_s i Γ_m i les dades que se'n deriven a partir de les Equacions (6.33) i (6.34).

Taula 6.9. Dades obtingudes a partir de les mesures de parell motor a l'arrancada en la 3a sèrie d'experiments

Γ_s [Nm]	Γ_{wg} [mNm]	Γ_m [mNm]	Γ_a [mNm]
17,48	168,9	58,59	21,29
13,18	129,2	46,21	20,95
8,676	87,7	33,52	21,41
4,328	47,6	22,35	25,48
2,332	29,2	15,70	22,29
0,969	16,6	11,48	21,15
0	7,7	7,85	18,28

Tot i la variabilitat dels resultats, motivada pels errors experimentals i la pròpia variabilitat del fenomen del fregament, s'ha considerat que el fregament en buit que es dona a l'arrancada en la transmissió per corretja és independent del parell actuant a la sortida de la transmissió. S'agafa com a paràmetre del model la mitjana dels valors derivats dels experiments: $\Gamma_a = 21,55 \text{ mNm} = 2,155 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$.

Mínima velocitat estable

A la Taula 6.10 es mostren les dades derivades dels experiments realitzats per tal de determinar la mínima velocitat de rotació estable de l'accionament complet, on $\omega_{s-\text{min}}$ és la mínima velocitat de rotació estable a la sortida de l'accionament. Aquesta es calcula a partir de les dades de mínima velocitat de rotació estable del motor, $\omega_{m-\text{min}}$, mitjançant les Equacions (6.21) i (6.22).

Taula 6.10. Dades obtingudes a partir de les mesures de velocitat mínima estable en la 3a sèrie d'experiments

Γ_s [Nm]	$\omega_{m-\text{min}}$ [rad/s]	$\omega_{s-\text{min}}$ [rad/s]
17,48	24,60	0,0615
13,18	23,40	0,0585
8,676	24,00	0,0600
4,328	25,20	0,0630
2,332	24,30	0,0608
0,969	24,70	0,0618
0	24,10	0,0603

A partir de les dades de la Taula 6.10 se'n treu la conclusió de que la mínima velocitat de rotació estable es pot considerar independent del parell que es té a la sortida del reductor. La mitjana de les dades obtingudes per a la mínima velocitat de rotació estable de l'arbre de sortida del reductor és 0,0608 rad/s. Aquest valor és molt semblant al que es tenia en la 2a sèrie d'experiments sense la transmissió per corretja.

Per aquest motiu i per simplificar el model s'ha considerat que la mínima velocitat de rotació estable de l'arbre de sortida de l'accionament complet és també de 0,06 rad/s. Llavors, aplicant la relació de transmissió del reductor segons l'Equació (6.22), resulta que la mínima velocitat de rotació estable de l'arbre de sortida de la transmissió per corretja és $\omega_a = 7,2 \text{ rad/s}$.

6.3.3 Caracterització resultant de la transmissió per corretja dentada

A la Figura 6.22 la superfície mallada representa el parell motor previst pel model no lineal de l'Equació (6.32), des de l'arrancada i tenint en compte l'efecte Striebeck. També es representen les dades experimentals.

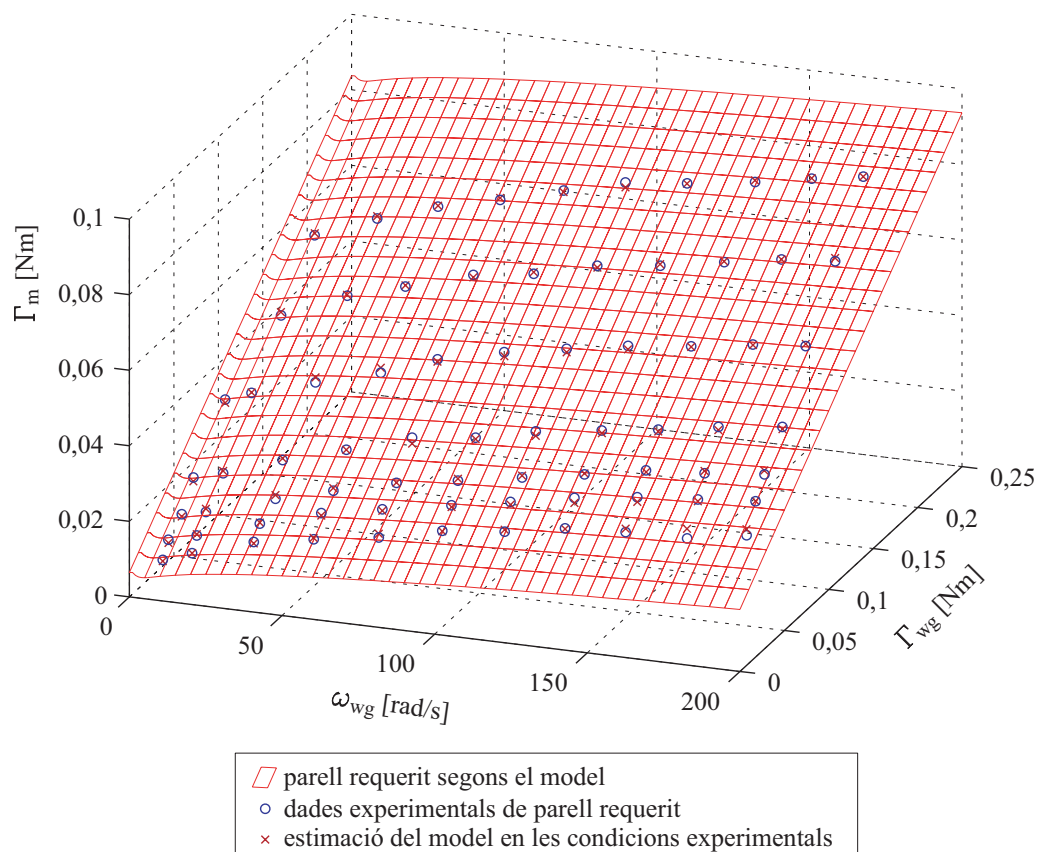


Fig. 6.22. Parell motor requerit a l'entrada, segons el model no-lineal, en funció de les condicions a la sortida de la transmissió per corretja dentada i des de l'arrancada

El rendiment de la transmissió per corretja dentada, η_c , és la relació entre la potència mecànica transmesa a la sortida, P_{wg} , i la que el motor ha de subministrar a l'entrada, P_m (veure l'Equació (6.35)). Aquest rendiment depèn de les condicions de funcionament de la transmissió i el seu valor estimat segons el model proposat es representa a la Figura 6.23.

$$\eta_c = \frac{P_{wg}}{P_m} = \frac{\Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg}}{\Gamma_m \cdot \omega_m} \tag{6.35}$$

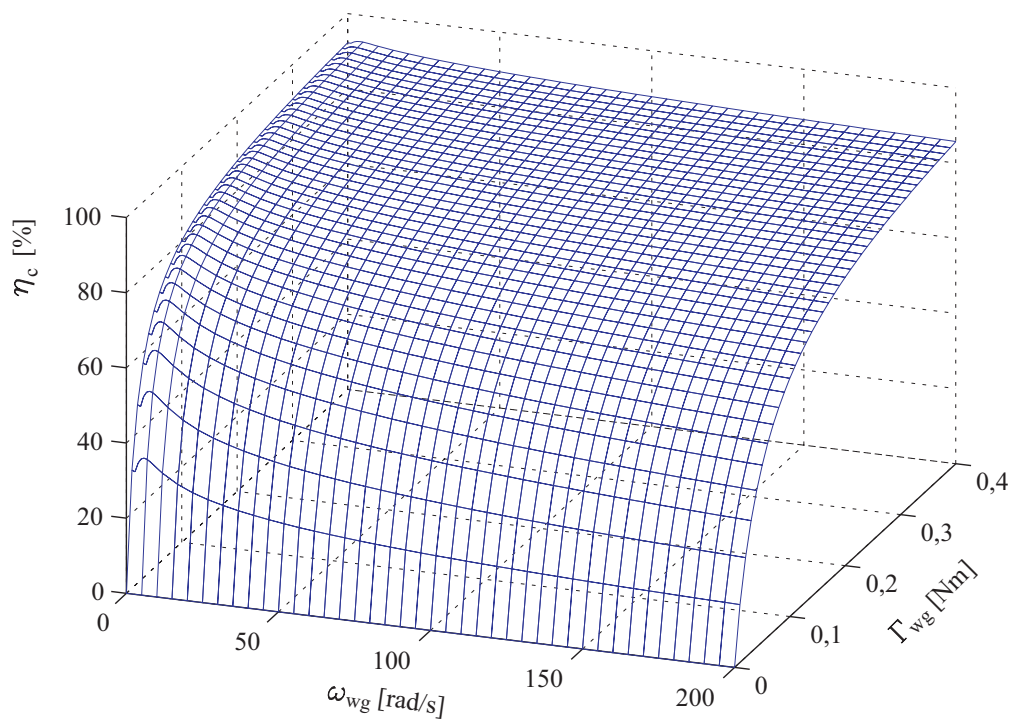


Fig. 6.23. Rendiment estimat de la transmissió per corretja dentada en funció de les condicions a la sortida