

Simulación Cinemática de Flujo Turbulento

Aplicación al Estudio de la Estructura de la Turbulencia y de la Difusión Turbulenta

Memoria presentada por

Roberto Castilla

para optar al título de Doctor en Ciències Físiques
por la Universitat Politècnica de Catalunya

Director de la tesis:

Dr. José Manuel Redondo

*Dept. de Física Aplicada
Universitat Politècnica de Catalunya
Barcelona*

Simulación Cinemática de Flujo Turbulento

Aplicación al Estudio de la Estructura de la Turbulencia y de la Difusión Turbulenta

Simulación Cinemática de Flujo Turbulento

Aplicación al Estudio de la Estructura de la Turbulencia y de la Difusión
Turbulenta

Memoria presentada por

Roberto Castilla

para optar al título de Doctor en Ciències Físiques
por la Universitat Politècnica de Catalunya

Director de la tesis:

Dr. José Manuel Redondo

7 de Julio de 2001

Dept. de Física Aplicada
Universitat Politècnica de Catalunya
Barcelona

Quiero agradecer al personal y becarios del Departament de Mecànica de Fluids del Campus de Terrassa de la Universitat Politècnica de Catalunya los años de paciencia y ánimo. En especial al profesor Esteve Codina, por la lectura crítica de los primeros manuscritos de la tesis y por la paciencia con la que ha esperado su finalización, y a los profesores Luis Virto y Andrés Navarro por los importantes comentarios y las sugerencias bibliográficas (el término “estructuración cinemática” es fruto de una sugerencia del profesor Navarro)..

Gracias también al Departament de Física Aplicada del Campus Nord de la U.P.C., y en especial al profesor Jos^é Manuel Redondo, que me ha descubierto el interesante campo de la Simulación Numérica de la Turbulencia, y a Maria, Otman, Jesús, Marina, Pablo, Angélica, Miguel Angel, Alexei y Alex por los momentos de apoyo y, cuando menos, de agradable compañía.

En el plano personal, he de agradecer el apoyo de tantos amigos, que enumerarlos a todos haría inacabable (más todavía) esta memoria. Gracias a Dani, a Rosa, Laura y Montserrat, a mis hermanos y a mis padres.

Agradezco al Centre de Paral·lelisme de Barcelona el haberme permitido usar sus ordenadores y la asistencia técnica ofrecida.

Me encuentro en deuda también con el personal del Laboratoire de Meteorologie Dynamique de l'Ecole Normale Supérieure de París y, en particular, con el profesor Armando Babiano, por permitir el acceso al código de la Simulación Numérica Directa descrito en el capítulo 4, por la inestimable ayuda ofrecida durante mi estancia en sus instalaciones y por las largas charlas sobre turbulencia y la vida íntima de las partículas ligadas a ella. La estancia en París no habría sido posible sin la financiación de la European Science Foundation, a través de su programa TAO.

Para el análisis estadístico de los datos se ha utilizado el programa SciLab, un clónico del MatLab, de libre distribución, desarrollado por Inria (www.inria.fr). El tratamiento gráfico de los datos se ha realizado con el programa Xmgr, también de libre distribución, de ACE/gr (plasma-gate.weizmann.ac.il/Xmgr). Las distribuciones de vorticidad han sido creadas con OpenDX de IBM (www.almaden.ibm.com/dx).

ÍNDICE GENERAL

1..	<i>Introducción</i>	1
1.1.	Turbulencia y Simulación Cinemática	1
1.2.	Objetivos	3
1.3.	Estructura del trabajo	5
	<i>Parte I Teoría</i>	7
2..	<i>Teoría básica de la turbulencia</i>	9
2.1.	Ecuaciones básicas de la dinámica de fluidos	10
2.1.1.	Ecuación de continuidad	10
2.1.2.	Ecuación de conservación de cantidad de movimiento	11
2.1.3.	Ecuación de vorticidad	13
2.2.	Turbulencia bidimensional	13
2.3.	Turbulencia estadística	16
2.3.1.	Definiciones básicas de magnitudes estadísticas	16
2.3.2.	La ecuación de Reynolds	23
2.3.3.	Correlaciones de velocidad y escalas de la turbulencia	26
2.3.4.	Espectro de energía. Teoría de Kolmogorov	28
2.3.5.	Teoría de Kraichnan. Cascada de enstrofía y cascada inversa de energía	31
2.3.6.	Funciones de estructura e intermitencia	33
2.4.	Modelos numéricos de simulación de flujos turbulentos	38
2.4.1.	Simulación Numérica Directa	39
2.4.2.	Large-Eddy Simulation	40
2.4.3.	Generación Estocástica	42
2.4.4.	Simulación Cinemática	44
2.5.	Sumario	45

3..	<i>Dispersión de partículas neutras</i>	47
3.1.	Difusión turbulenta	47
3.2.	Dispersión absoluta de partículas	47
3.2.1.	Definiciones	47
3.2.2.	Expresiones analíticas para la dispersión absoluta	48
3.3.	Dispersión relativa de pares de partículas	52
3.3.1.	Definiciones	52
3.3.2.	La ley de Richardson y el movimiento Browniano	52
3.3.3.	Análisis cinemático de la dispersión relativa	57
3.3.4.	Dispersión e intermitencia	61
3.4.	Sumario	62
 <i>Parte II Los modelos numéricos</i>		65
4..	<i>La Simulación Numérica Directa</i>	67
4.1.	Descripción del modelo de DNS	67
4.1.1.	El esquema Euleriano	67
4.1.2.	El esquema Lagrangiano	69
4.2.	Dispersión de partículas neutras en el marco de la DNS	69
4.3.	Topología y estructuras coherentes	70
4.3.1.	Criterio de Okubo-Weiss	71
4.3.2.	Criterio de Hua-Klein	71
4.4.	Intermitencia y propiedades de escala	73
4.5.	Sumario	74
5..	<i>La Simulación Cinemática</i>	75
5.1.	Descripción del modelo	75
5.2.	Dispersión de partículas en el marco de la KS	78
5.3.	Implementación del modelo	79
5.4.	Sumario	81
 <i>Parte III Resultados y conclusiones</i>		83
6..	<i>Simulación Cinemática y Simulación Numérica Directa</i>	85

6.1. Estadística Euleriana	85
6.1.1. Autocorrelación espacial de velocidades	88
6.1.2. Autocorrelación espacial de vorticidad	90
6.1.3. Autocorrelación temporal de velocidades	90
6.1.4. Funciones de estructura	94
6.2. Estadística Lagrangiana	113
6.2.1. Autocorrelación temporal de velocidades	114
6.2.2. Dispersión absoluta	119
6.2.3. Dispersión relativa	122
7. <i>Efectos de las variaciones en la ley espectral</i>	127
7.1. Campos a energía constante	128
7.1.1. Los espectros de energía	128
7.1.2. La escala integral y la microescala de Taylor	128
7.1.3. Las funciones de estructura	134
7.1.4. La dispersión relativa de partículas	152
7.2. Campos a escala externa constante	163
7.2.1. La dispersión relativa de partículas	164
8. <i>Observaciones finales y conclusiones</i>	175
8.1. Observaciones finales	175
8.2. Conclusiones	179
8.3. Propuesta de trabajos futuros	180
<i>Apéndice</i>	183
<i>A.. Modelos de cierre de las ecuaciones de la turbulencia</i>	185
<i>B.. Sobre el cálculo de espectros de energía de flujos bidimensionales</i>	189
<i>C.. Generación de números aleatorios</i>	193
<i>D.. Aspectos sociológicos de la ley de Richardson</i>	195
<i>Bibliografía</i>	197

1. INTRODUCCIÓN

1.1. *Turbulencia y Simulación Cinemática*

El estudio de la turbulencia ha sido siempre considerado como uno de los más complejos en el campo de la Física y la Ingeniería y, en particular, en la Mecánica de Fluidos. Existe la anécdota, posiblemente apócrifa, de que Heisenberg comentaba que, cuando muriese y se encontrase con el Creador, le preguntaría por las teorías universales de la relatividad y de la turbulencia, y que esperaba que pudiese responderle sobre la primera (Gleick, 1996). Esto es, sin duda, algo exagerado, pero nadie que esté investigando en el campo de la turbulencia puede negar la complejidad inherente a sus procesos caóticos y la dificultad de encontrar una teoría universal capaz de describirlos.

Definir el término de turbulencia no es sencillo. Aunque existen varias definiciones en la literatura consultada (ver Lesieur (1997); Hinze (1975); Batchelor (1982)), todas coinciden en varios rasgos fundamentales. Hinze (1975) define el movimiento turbulento de un fluido como “ condición irregular del flujo en la cual las magnitudes muestran una variación aleatoria en el tiempo y el espacio, de forma que los distintos valores medios estadísticos pueden ser discernidos”. Lesieur (1997) utiliza características más concretas de un flujo turbulento para definirlo. Considera que un flujo es turbulento si cumple

1. Es *impredecible*, en el sentido de que, dadas unas ciertas condiciones iniciales, es imposible predecir la configuración del flujo en un instante arbitrario posterior.
2. Las magnitudes físicas transportadas por el fluido son *mezcladas con mucha mas efectividad* que en un flujo laminar, donde esta función quedaría manifestada tan solo por los coeficientes de difusión molecular.
3. En el flujo interviene un *gran rango de escalas espaciales*.

La primera de las condiciones es la que imprime el carácter caótico al flujo turbulento. En cuanto a las dos últimas condiciones, el propio Lesieur deduce de forma sencilla que la segunda implica la tercera.

La definición de Hinze es más general, pero, por esta misma razón, es también menos útil. Lesieur ofrece una forma más matemática de identificar un flujo turbulento y ideas que darán pie a la introducción de importantes conceptos.

En principio, un flujo turbulento es gobernado por las ecuaciones de la dinámica de fluidos. La no-linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes, que serán descritas mas adelante, hace que su resolución analítica sea tan sólo posible en unos pocos casos muy concretos. Para altos números de Reynolds¹ las ecuaciones de gobierno del flujo se vuelven aun más complejas. Se hace entonces necesario para resolverlas, recurrir a ciertos modelos dependientes de algunas parametrizaciones, casi siempre obtenidas de forma experimental.

Existen en la actualidad técnicas potentes de resolución numérica de estas ecuaciones de gobierno. Entre ellas podemos destacar la Simulación Numérica Directa (Direct Numerical Simulation, o DNS) en la que, como su nombre indica, se integran de forma directa las ecuaciones en una malla que recubre el dominio, y la Simulación de Gran Remolino (Large Eddy Simulation, o LES) en la que se consideran relaciones de promedio de las variables entre los puntos de la malla, considerando ciertos modelos de viscosidad turbulenta para resolver el comportamiento a escalas menores de las definidas por la malla. Estas técnicas serán descritas brevemente en el siguiente capítulo.

En esta tesis se pretende abordar algunos de los problemas relacionados con la turbulencia desde un punto de vista completamente diferente. Dada la complejidad que encierra la resolución de las ecuaciones de la dinámica de los fluidos en flujo turbulento, estudiaremos un modelo puramente cinemático, con el que simularemos un campo turbulento con unas características predefinidas. Este modelo, denominado Simulación Cinemática (Kinematic Simulation, o KS en la bibliografía anglófona) tiene varios inconvenientes, aunque creemos que su potencial puede ser mucho mayor que el obtenido hasta el día de hoy.

El mayor inconveniente de la KS es que el flujo obtenido no se puede decir que sea turbulento, puesto que no es un flujo real. No es más que una superposición de ondas espaciales periódicas con cierto carácter aleatorio. Es por esta razón por la que a este tipo de flujos se les da el nombre de *pseudo turbulentos*. Tal y como indica Hinze (1975), “[...]in using a pseudo turbulence in a theoretical study to show some of the features of real turbulence, one often has to be very careful in interpreting the results. For instance, serious errors might result if one calculated transport and diffusion by turbulence from a assumed

¹ Se define el número de Reynolds como el cociente entre fuerzas de inercia y fuerzas de fricción, o, de forma más matemática, como $Re = \frac{VL}{\nu}$, donde V y L son escalas típicas del flujo y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Un flujo es turbulento cuando el número de Reynolds es mayor que un cierto valor crítico. Se comentará esta número un poco más ampliamente en las secciones siguientes.

pseudo-turbulent flow pattern, since these processes are mainly, if not entirely, determined by the irregularity and randomness of the real turbulent motions.”. Hay que notar que, además, un flujo simulado de esta manera, no es, ni mucho menos, impredecible. Es más bien completamente determinista, en el sentido de que, dadas unas ciertas condiciones iniciales, sería posible, en teoría, deducir la configuración del flujo en cualquier instante posterior.

Las limitaciones más importantes de la KS es que únicamente puede simular turbulencia completamente desarrollada ($Re \rightarrow \infty$, aunque se mantiene acotado), homogénea e isótropa².

Esto implica que los procesos a estudiar han de tener lugar en dominios físicos mucho mayores que las escalas típicas de la turbulencia. En estos casos, como flujos en mar abierto o en la atmósfera, se habla de turbulencia libre.

Por otro lado, las ventajas del modelo también son importantes. En primer lugar no posee la limitación de estar confinado a una malla, por lo que es posible el estudio de las variables a escala arbitrariamente pequeña. En segundo lugar, se pueden simular flujos turbulentos con número de Reynolds tan grande como se desee, aunque acotado.

1.2. Objetivos

La pregunta básica a la que se quiere responder con este trabajo es: *Qué aspectos de la dinámica de los fluidos en régimen turbulento son recuperables con un modelo puramente cinemático?* o, planteado de otra forma, *Hasta qué punto un modelo de flujo turbulento “cinemático” es un reflejo fiel de un flujo turbulento “real”?* Para responder a esta pregunta se ha realizado una comparación sistemática de dos series de experimentos numéricos, de naturaleza muy diferente, aunque estadísticamente casi idénticos. Unos han sido realizados con un modelo de simulación directa. Los segundos con uno puramente cinemático. Ambos corresponden a flujos bidimensionales.

Claro está que la naturaleza tan dispar de los dos modelos va a llevar a resultados muy diferentes, incluso siendo tan parecidos desde el punto de vista estadístico. Podemos ya avanzar que el aspecto físico de los dos campos va a ser radicalmente diferente. Esto es debido a que se va a crear el campo con la KS a partir de la imagen del resultado de la DNS en el espacio de Fourier, y hay características fundamentales del campo de velocidades que no son observables en el este espacio. En particular, los procesos de transferencia de energía

² Se están realizando ciertos estudios para simular turbulencia no isótropa con este modelo. Ver, p. e., (Nicolleau and Vassilicos, 1998)

y enstrofia entre escalas³, incluso en un campo en equilibrio estadístico, no son observables más que mediante el flujo espectral. Esto implica que la KS, que sólo tiene en cuenta la distribución de energía y no su transferencia, no será capaz de exteriorizar los efectos de estos flujos de energía y de enstrofia: la formación de estructuras coherentes a gran escala y la filamentación (crecimiento de los gradientes) de vorticidad a pequeña escala

Para llevar a cabo la comparación entre los dos modelos se han realizado, por un lado, experiencias Eulerianas y Lagrangianas con un código DNS, a un número de Reynolds relativamente bajo. Por otro lado, se ha utilizado la flexibilidad de la Simulación Cinemática para reproducir un flujo “pseudo-turbulento” con el mismo número de Reynolds y, lo que es más importante, con el mismo espectro de energía que el obtenido con la DNS⁴.

Como se ha explicado más arriba, el espectro de energía da información sobre la distribución de energía entre las diferentes escalas de las que se consta el flujo turbulento (ver la definición que da Lesieur de turbulencia más arriba), pero no de las transferencias entre ellas. La cuestión es entonces: si el número de Reynolds es el mismo y el espectro de energía también es idéntico, en qué se refleja el hecho de que una simulación sea dinámica y la otra cinemática? Es decir, volviendo a la pregunta que nos planteábamos al inicio, podemos reflejar el mismo comportamiento de una simulación dinámica con otra cinemática?

Malik y Vassilicos (1999) realizaron recientemente una comparación de estadística Lagrangiana de dos partículas entre una Simulación Cinemática y una Simulación Numérica Directa de Yeung (1994), pero, hasta el momento, no tenemos noticia de que una comparación directa entre dos flujos análogos, con experiencia Eulerianas y Lagrangianas, haya sido llevada a cabo.

Establecer qué aspectos de la Simulación Cinemática son válidos es importante, pues proporciona un punto de partida para argumentar la credibilidad de experiencias numéricas realizadas con flujos pseudo-turbulentos.

Los resultados obtenidos en la primera parte del trabajo sirven como referencia para la interpretación de los de la segunda parte.

En la segunda parte del trabajo, una vez respondida la pregunta del principio de la sección, se ha utilizado el modelo cinemático para profundizar en el estudio de la dispersión turbulenta. En particular, se intenta conocer el comportamiento de la dispersión relativa de pares de partículas para diferentes configuraciones de flujo.

³ Estos conceptos serán explicados en el capítulo 2

⁴ Claro está que tan sólo podemos verificar que el espectro es el mismo hasta una cierta escala mínima, establecida por la resolución del campo obtenido con la DNS

Se ha modificado la forma del espectro de energía de un flujo pseudo-turbulento, a un número de Reynolds apreciablemente mayor que en la primera parte, y se han estudiado los efectos, Eulerianos y Lagrangianos, de estas modificaciones. Se han realizado dos series de experimentos. En los primeros se ha mantenido constante la energía total del flujo. En los segundos, se ha mantenido constante la escala más energética del espectro (y se ha variado la energía en consecuencia). El objetivo es analizar el efecto de la forma del espectro sobre la dispersión relativa y sobre la estructura del flujo turbulento.

1.3. Estructura del trabajo

La memoria se ha dividido en tres grandes partes. En la primera parte se introducen algunos conceptos sobre dinámica de fluidos y turbulencia estadística que serán imprescindibles, o cuando menos útiles, para comprender el trabajo realizado (capítulo 2) y se discutirá sobre dispersión en flujo turbulento (capítulo 3).

En la segunda parte, los dos capítulos posteriores están dedicados a la descripción en profundidad de, respectivamente, el modelo numérico de simulación directa (capítulo 4) y el cinemático (capítulo 5).

Finalmente, en la tercera parte se presentan los resultados experimentales y las conclusiones que se desprenden de ellos. El capítulo 6 se dedica a la comparación sistemática de resultados Eulerianos y Lagrangianos obtenidos con el modelo de simulación directa y el de simulación cinemática. En este capítulo se sientan las bases para discutir la fiabilidad del modelo de simulación cinemática,

En el capítulo 7 se reflejan los resultados obtenidos a partir de experimentos realizados con simulación cinemática. En estos experimentos se estudia la cinemática de partículas pasivas en el seno de un flujo pseudo-turbulento y su relación con el espectro de energía Euleriano.

El capítulo 8 está dedicado a la discusión general de los resultados obtenidos, a la presentación de las conclusiones finales y a la proposición de trabajos futuros siguiendo la línea del presente.

