8. OBSERVACIONES FINALES Y CONCLUSIONES

8.1. Observaciones finales

Desde un punto de vista Euleriano, el modelo de Simulación Cinemática utilizado en esta tesis no es una buena realización de flujos turbulentos a bajo número de Reynolds. La simple inspección óptica de las distribuciones de turbulencia obtenidas ya permite observar, por comparación con el resultado de la Simulación Numérica Directa, que la estructura topológica del flujo es muy diferente. El efecto de la ausencia de procesos de transporte entre escalas es una distribución más uniforme de la vorticidad en el espacio físico, y la desaparición, en consecuencia, de las estructuras coherentes observadas en los modelos dinámicos.

Es importante notar, sobre todo, el pobre "realismo" obtenido de la correlación temporal de las velocidades (figura 6.6). Esto podría ser mejorado introduciendo cierta complejidad en la evolución temporal del campo, como, por ejemplo, advectando los remolinos pequeños en el campo de los grandes, en la linea de la propuesta de Fung et al. (1992) para turbulencia tridimensional. En nuestro modelo, más simple y bidimensional, la consecuencia de una correlación de velocidades con tantas oscilaciones alrededor del cero es un tiempo integral Euleriano mucho menor que el calculado con la DNS.

Con las escalas espaciales, los resultados son mejores. Las escalas integrales y de Taylor son muy parecidas en ambas simulaciones. Sin embargo, no son iguales, y la Simulación Cinemática ofrece un valor de ambas escalas menor que la Simulación Numérica Directa. Desde un punto de vista topológico la única diferencia entre los dos campos es la intermitencia a gran escala. Este resultado sugiere que las estructuras coherentes fuertes llevan a un valor ligeramente mayor de las escalas macroscópicas del campo. Con la vorticidad no es posible llegar a esta conclusión (figura 6.5), ya que las correlaciones espaciales son casi idénticas hasta escalas mayores que la escala de Taylor ($L_\lambda \sim 3{,}5\eta$), que es la escala característica de las estructuras coherentes.

La cuestión es: disponemos de dos campos con una topología fuertemente diferenciada (uno de ellos ofrece estructuras coherentes vorticales claramente observables, mientras que el otro es mucho más homogéneo), con espectros de energía prácticamente idénticos y escalas macroscópicas de velocidad y vorticidad muy similares; cómo detectar las estructuras coherentes? La respuesta parece estar en las funciones de estructura longitudinales.

El estudio de los exponentes de las funciones de estructura longitudinales ofrece información sobre la intermitencia del campo turbulento. En nuestro caso, el número de Reynolds de ambas simulaciones es demasiado bajo como para extraer conclusiones sobre la intermitencia interna a partir de las funciones de estructura. Por otra parte, Paladin y Vulpiani (1987) afirman que la intermitencia interna no afecta a la forma de las funciones de estructura ni del espectro de energía en turbulencia bidimensional.

Pero no ocurre así con la intermitencia externa. Si se utiliza la "Extended Self Similarity", que ha demostrado ser una herramienta útil en turbulencia no homogénea (Mahjoub, 2000), se observa que el comportamiento de los exponentes relativos cambia radicalmente en el momento en que alcanzamos la escala de Taylor (figuras 6.22 y 6.23). Ésta es una firma evidente de la presencia de estructuras coherentes a esta escala.

Sí hemos obtenido, sin embargo, evidencias de que el espectro de energía no ofrece información sobre la intermitencia en un flujo turbulento bidimensional[1]. Ni la intermitencia interna ni la externa explican la aparición de espectros de energía de flujos bidimensionales con potencia menor que -3 (como indica la teoría clásica de Kraichnan (1967)) en la cascada de enstrofía de las simulaciones numéricas.

A pesar de los interesantes resultados obtenidos, el objetivo de esta tesis no es únicamente establecer la validez de la Simulación Cinemática como modelo Euleriano de flujo turbulento, sino también como modelo Lagrangiano. En este aspecto, la KS ha demostrado ser una buena simulación Lagrangiana.

Esto no es nuevo. Desde Kraichnan (1966) hasta Fung and Vassilicos (1998), pasando por Fung et˜al. (1992), la KS ha sido ampliamente utilizada para el estudio Lagrangiano de la dispersión de partículas. Lo que hemos obtenido en esta tesis es una comprobación tácita, mediante la comparación directa con el análisis Lagrangiano de una DNS, de que la KS da excelentes resultados incluso a números de Reynolds bajos ($Re \sim 3000$).

Las comparaciones entre escalas de tiempo Lagrangianos han servido para determinar el valor apropiado del parámetro λ, en el rango $0{,}0 < \lambda < 0{,}9$, que controla la evolución en el tiempo de la KS (ecuación (5.11). Se observa que el comportamiento Lagrangiano de la KS no depende fuertemente del valor de λ en el rango $0{,}2 \leq \lambda \leq 0{,}9$. Para estos valores, el tiempo integral Lagrangiano obtenido con la KS se mantiene en un valor muy próximo

[1] Al menos, el espectro de energía tal como ha sido calculado en este capítulo (ver apéndice B)

al calculado con la DNS, aunque con una ligera tendencia a mantenerse por debajo. Tan sólo hemos obtenido un valor de T_L mayor con la KS cuando $\lambda = 0{,}6$.

Es interesante destacar que estos buenos resultados han sido obtenidos con unos campos Eulerianos con una ley espectral con un potencia del orden de 4, a pesar de que la ecuación de evolución temporal de la KS, (5.11), únicamente tiene sentido físico para pendientes menores que 3.

A raíz de estas observaciones, hemos analizado las dispersiones de partículas únicamente con $\lambda = 0{,}6$.

El comportamiento asintótico, para $t \to 0$, de las dispersiones absolutas y relativas es idéntico para ambos modelos.

Para el rango de tiempo intermedio ($T_c \lesssim t \lesssim 100T_c$) el comportamiento de la dispersión absoluta es radicalmente diferente en los dos casos. En la simulación con KS, el comportamiento pasa casi sin transición de la ley $A^2 \sim t^2$ al inicio de la dispersión, a la ley de Taylor $A^2 \sim t$ para tiempos grandes ($t \gtrsim 10T_c$). Sin embargo, en la DNS, se intuye el inicio de la ley de Taylor al final de la simulación, a unos $300T_c$. Desde $t \approx 10T_c$, la dispersión absoluta entra en un régimen de crecimiento algo mayor que el dado por la ley de Taylor. Babiano et˜al. (1990) consideran que esta ley es $A^2 \sim t^{5/4}$, lo cual es claramente apreciable en la figura 6.34, y lo justifican como el efecto de las estructuras coherentes vorticales propias de la turbulencia bidimensional. Este argumento queda apoyado por el hecho de que no se ha observado este comportamiento en la dispersión absoluta con KS (incapaz de reproducir la dinámica que da lugar a las estructuras coherentes de la DNS), a pesar de que no se observan diferencias significativas en las correlaciones temporales de velocidad Lagrangiana para ambas simulaciones.

No se aprecia, sin embargo, tanta diferencia en la dispersión relativa. El comportamiento es casi idéntico en ambas simulaciones y la ley de Richardson es observada en un intervalo de tiempo corto (de $30T_c$ a $70T_c$) sólo si la separación inicial D_0 es lo suficientemente pequeña.

Encontramos entonces que si queremos observar la huella de las estructuras coherentes sobre la estadística Lagrangiana, hemos de fijarnos en la dispersión absoluta. Si aparece un comportamiento del tipo $A^2 \sim t^{5/4}$, podemos afirmar que existen en el flujo fuertes estructuras coherentes. Si deseamos simular por ordenador fenómenos donde estos procesos sean importantes, la KS no es una opción adecuada ya que, como hemos visto, no es capaz de reflejar dichas estructuras.

Sí ofrece, en cambio, buenos resultados en los experimentos de dispersión relativa, incluso a bajo número de Reynolds.

Es precisamente estos buenos resultados en cuanto a la dispersión relativa lo que hace de la Simulación Cinemática el medio ideal para analizarla en función de la ley espectral del campo turbulento.

En las simulaciones dinámicas de la turbulencia el espectro de energía es un resultado de la resolución de las ecuaciones, de forma que no se tienen muchas opciones en cuanto a su elección. En la Generación Estocástica, comentada en la sección 2.4.3, el espectro es una entrada de la simulación, pero, de momento, está limitada a flujos bidimensionales.

En la Simulación Cinemática, el espectro de energía también es una entrada, y aunque en el presente trabajo sólo ha sido realizada en flujos bidimensionales, es fácilmente implementable para flujos tridimensionales.

Pero no sólo es útil para el estudio de la dispersión relativa. Las funciones de estructura espaciales coinciden con las calculadas con la DNS de forma extraordinaria a escalas menores que la escala de Taylor.

A la vista de los resultados obtenidos con la comparación con la DNS, se han realizado dos tipos muy diferentes de análisis: uno Euleriano, el efecto de la ley espectral sobre las funciones de estructura a pequeña escala, y otro Lagrangiano, el efecto de la ley espectral sobre la dispersión relativa.

En el primer caso se propone una expresión que relaciona el exponente de la función de estructura con la ley espectral y la escala. No ha sido posible calcular los valores exactos de los parámetros de la expresión debido a que, para una gran parte de las leyes espectrales, el muestreo ha resultado ser muy pobre a pequeña escala. Por otro lado, el hecho de que la simulación cinemática sólo pueda generar campos de velocidad gaussiana limita los exponentes de las funciones de estructura a una forma lineal con el orden de la función, lo cual contradice los modelos teóricos actuales y las experiencias realizadas (ver sección 2.3.6). En este sentido, para $E(k) \sim k^n$, $n = 5/3$, se recupera K41. No obstante, lo importante de esta expresión no es la relación del exponente de la función de estructura con el orden, sino con la ley espectral y, lo que es más importante, con la escala. Proponemos la distinción de dos fenómenos diferentes: una “intermitencia” dinámica, propia de la transferencia no-lineal de energía y enstrofía (en turbulencia 2D) entre escalas, que no se refleja en la ley espectral de la turbulencia; y una “estructuración cinemática”, propia de cada ley espectral, y diferente para cada escala. La primera tiene como escala propia la microescala de Taylor. La segunda se limita a escalas menores. Evidentemente, la una no excluye a la otra.

Observamos que la expresión $\zeta_p = p$ no es una ley propia de la turbulencia bidimensional, sino que se trata de un comportamiento asintótico al que tiende todo campo turbulento cuando su ley espectral tiende a una pendiente infinita, y es el reflejo de la regularidad del campo de velocidades a pequeña escala.

En cuanto a la dispersión relativa, se ha observado que, para $n < 3$, la ley de Richardson generalizada se cumple independientemente de la energía total del espectro.

Para valores de n cercanos a $5/3$, se ha constatado que la expresión de Paladin y Vulpiani no se cumple, debido a que ésta se fundamenta en la ley de autosimilitud de la función de estructura de primer orden, y ésta es válida únicamente a escalas del orden de la de disipación.

8.2. Conclusiones

Separamos las conclusiones finales en dos grandes bloques:

1. **Comparación con la DNS**

   - Las correlaciones Eulerianas temporales han ofrecido un resultado completamente negativo. Definitivamente, el modelo sencillo de KS utilizado no puede utilizarse como simulación temporal de flujo turbulento.
   - Las correlaciones Eulerianas espaciales de velocidad son muy parecidas, sobre todo a pequeña escala, de forma que ofrecen ambas una microescala de Taylor muy similar. Las correlaciones de vorticidad son aun más parecidas.
   - Las funciones de estructura son sorprendentemente similares a pequeña escala, hasta llegar a la microescala de Taylor, momento en el cual se evidencia el efecto de las estructuras coherentes dinámicas presentes en la DNS.
   - Las autocorrelaciones Lagrangianas temporales permiten escoger el parámetro λ que determina la evolución temporal de la KS. Excepto los valores de $\lambda = 0{,}0$ y $\lambda = 0{,}1$, el resto del rango hasta 0.9 da un valor del tiempo integral Lagrangiano muy cercano al obtenido con la DNS. Hemos escogido un valor de $\lambda = 0{,}6$ para finalizar esta parte de la tesis.
   - La dispersión absoluta tiene un comportamiento idéntico a pequeña escala, para cambiar posteriormente, en $t \sim T_c$ y crecer más rápidamente en el caso de DNS, debido, de nuevo, al efecto de las estructuras coherentes dinámicas.

- La dispersión absoluta tiene un comportamiento prácticamente idéntico en ambos flujos.

2. **Efectos de la ley espectral**

- Existe una relación, de tipo exponencial, entre el valor del exponente de la función de estructura a escala menor que la de Taylor, y la ley espectral del flujo. Es posible mejorar la estimación de los parámetros de la relación mediante experimentos numéricos de mayor resolución.
- La ley de Richardson generalizada se cumple para $n < 3$ independientemente del nivel total de energía del flujo.
- Para $n > 3$, la ley de dispersión se estabiliza, después de un fuerte crecimiento exponencial, en el rango de 4 a 6. Serian necesarios experimentos más largos para verificar el final de este proceso y el inicio del comportamiento Browniano.
- El argumento de autosimilitud de la velocidad relativa no puede ser usado para extraer una expresión que relacione la dispersión relativa con la ley espectral, debido a que esta similitud únicamente es válida a escalas espaciales mucho menores que la microescala de Taylor.

8.3. Propuesta de trabajos futuros

El número de lineas de trabajo que se pueden seguir es enorme. Y algunas son evidentes. En primer lugar, seria muy interesante analizar si los resultados obtenidos son también válidos en turbulencia tridimensional. Seria necesario entonces disponer de un código DNS tridimensional, y repetir la comparación de experiencias Eulerianas y Lagrangianas.

En el campo todavía de la turbulencia bidimensional (y, por qué no?, también de la tridimensional), se propone repetir los cálculos de las funciones de estructura a pequeña escala, aprovechando la ventaja de la KS de no estar limitada a una malla, para confirmar o rechazar la expresión propuesta y, en el caso de confirmarla, dar una mejor estimación de los parámetros que intervienen.

Sería interesante estudiar los exponentes de Lyapunov en el caso del régimen exponencial de dispersión relativa y establecer su relación con la ley espectral del campo.

Dentro de las actuaciones inmediatas se encuentra el hacer una estadística condicionada de la dispersión de partículas en función de la topología del campo. En el capítulo 4 se han introducido diferentes criterios de clasificación de las regiones turbulentas. Siguiendo estos criterios, seria interesante analizar el comportamiento de las partículas para cada caso y comparar con los estudios ya realizados en el caso de la DNS (Babiano, 2000) e introduciendo inercia en las particulas (ver (Dávila et˜al., 2000; Dávila and Hunt, 2001)).

Y, en general, se propone aprovechar todas las ventajas que ofrece la KS, y tener en cuenta todas sus limitaciones, para profundizar en el conocimiento de la estructura de los flujos turbulentos. Utilizarla, por ejemplo, en la linea del trabajo de Flohr and Vassilicos (2000) con una LES, como modelo de submalla de otros modelos dinámicos.