

## 4. METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN

En este capítulo se analizarán los pasos metodológicos necesarios para la resolución del problema de asignación de flujos de mercancías en la red troncal de una empresa de paquetería, proponiendo una herramienta matemática consistente con los objetivos de esta tesis. En primer lugar, se analizará la estructura general de las herramientas de solución del problema identificando los distintos subprocesos y descomposiciones. En cada fase, se propondrán y especificarán los procesos de cálculo y técnicas matemáticas a utilizar para la minimización de los costes del sistema de distribución. En particular, esta fase se caracterizará por el planteamiento de un algoritmo heurístico que configure una solución factible del problema para complementarse posteriormente con la aplicación de una técnica iterativa de refinamiento de la solución. Las distintas fases se han integrado en un programa informático en lenguaje Visualbasic 6.0 que reproduce el proceso metodológico de resolución, el cual se adjunta en el Anexo B1. El planteamiento de la técnica de resolución del problema irá acompañado por una calibración de sus distintos parámetros en una batería de problemas tipo.

La técnica de solución desarrollada se utilizará en los siguientes capítulos para poder evaluar e identificar las estrategias de distribución más eficientes en distintas redes o casos particulares. Para su consecución, se generarán distintas baterías de problemas que servirán de escenarios de modelización para la aplicación del algoritmo desarrollado. Los resultados numéricos obtenidos se analizarán estadísticamente para justificar la adopción de estrategias singulares en las distintas tipologías de escenarios.

## 4.1. ESTRUCTURA DE RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

La estructura de resolución del problema se articula en 4 fases diferenciadas que constituyen un proceso de cálculo secuencial. De este modo, los resultados o variables de cada etapa son consideradas como un *input* en el planteamiento y desarrollo de la siguiente fase, tal y como se muestra en la Figura 4.1.

La primera fase es **la entrada de datos y la localización de puntos *hub*** del problema físico. En esta primera fase se evalúan las distintas variables y atributos que se utilizarán a lo largo del desarrollo del proceso de cálculo. Las variables deberán caracterizar la topología de red de distribución (red viaria expresada como grafo, localización de terminales e instalaciones fijas en un territorio, y distancia entre delegaciones), las características de los vehículos (capacidad, número y costes asociados), características de las delegaciones (número de muelles, ventanas temporales operativas y costes asociados) y especialmente la demanda o flujos a servir (volumen y plazos admitidos). Un punto especial a tratar será el número y localización de terminales *hub* que puedan devenir un punto de rotura de la cadena de transporte para consolidar la carga de envíos.

La segunda fase que se abordará será la resolución del **problema de asignación de envíos a carga completa (P1)**, en la que se planteará un algoritmo heurístico de encadenamiento de envíos directos (tareas) que cumpla las restricciones del problema.

La tercera etapa presente en la metodología desarrollada es la **resolución del problema de envíos con carga inferior a la capacidad vehicular (P2)**. Esta etapa estará constituida por un algoritmo heurístico que identifica la estrategia de envío óptima factible para los pares O-D de delegaciones de envío. El algoritmo creará rutas adicionales considerando los tiempos de permanencia de los vehículos calculados en la etapa anterior, para poder analizar la ocupación de los muelles de carga de cada delegación. En estos casos, los envíos a carga parcial de esta fase pueden utilizar las rutas creadas en el problema (P1) (siempre que se cumplan las restricciones) o generar nuevas rutas que únicamente contengan envíos en carga fraccionada. Este hecho permitirá incrementar el rendimiento de aquellas rutas de envíos directos que únicamente se utilizan un periodo de tiempo no significativo. La finalización de esta tercera etapa determina un conjunto de rutas factibles para dar servicio de forma conjunta a aquellos envíos a carga completa y a carga parcial utilizando la estrategia *peddling, hub* o envíos directo.

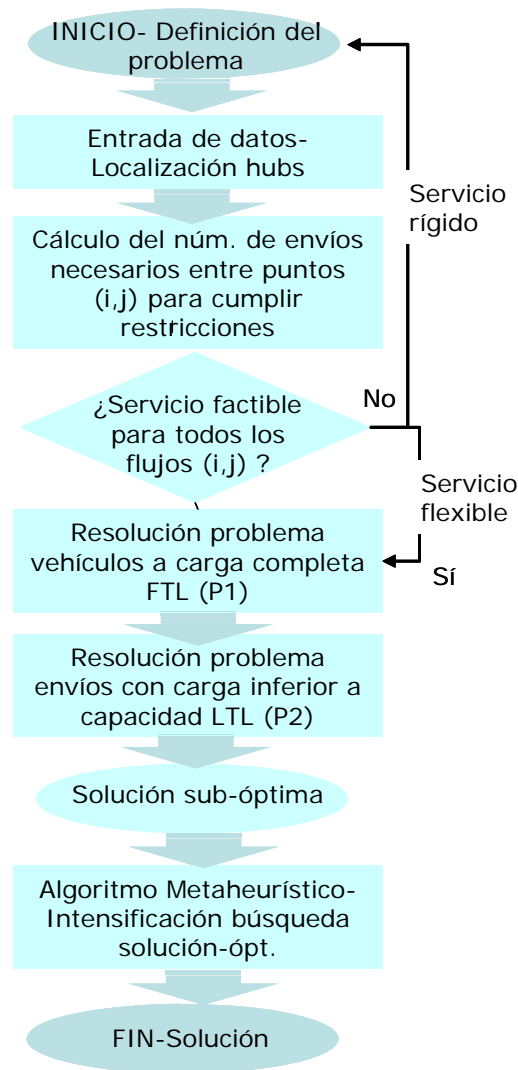


Fig. 4.1. Diagrama del proceso metodológico de solución de sistemas many-to-many

Por último, la etapa de **intensificación de la solución o refinamiento con la aplicación de un algoritmo metaheurístico** se llevará a cabo para poder explorar el dominio de soluciones cercanas a la solución encontrada en la tercera etapa. La técnica propuesta para el refinamiento de la solución es la Búsqueda Tabú (*Tabu Search*, TS), algoritmo metaheurístico que está mostrando prestaciones diferenciales en la resolución de problemas de optimización combinatoria. Esta técnica computacional iterativa analizará los cambios en la función de coste derivados de ciertas perturbaciones (movimientos) de las rutas y envíos de la solución actual. El proceso tiene como objetivo superar soluciones óptimas localmente y llegar al óptimo global del sistema. En cada iteración del proceso, las soluciones a considerar derivadas de un cambio en las configuraciones de las rutas pueden ser factibles o infactibles (violán las restricciones del problema). En este último caso se aplicará una penalización en coste a este movimiento. Para evitar un comportamiento cíclico, los nuevos movimientos o perturbaciones generadas o

eliminadas en la ruta se prohíben o se consideran tabú durante un número determinado de iteraciones.

## 4.2. ENTRADA DE DATOS Y LOCALIZACIÓN DE TERMINALES HUB

La metodología de resolución del problema se inicia con la definición de coeficientes, parámetros e información considerada como datos de entrada del problema o sistema de distribución física. La Tabla 4.1 detalla las variables y coeficientes formulados en el capítulo 3 que se deben definir antes de la inicialización de la metodología de resolución.

Tabla 4.1. Datos de partida para el inicio de la metodología

Familia de variables		Variables
Red de transporte		$N_T$ : Número de nodos terminales $x(i), y(i)$ : Coordenadas de la delegación $i=1, \dots, N_T$ $E$ : Conjunto de arcos entre delegaciones $N$ : Conjunto de delegaciones $h$ : Número de terminales <i>hub</i> $D_{ij}$ : Distancia entre delegaciones $i$ y $j$ . ( $i, j \in N$ )
Coeficientes de coste		$c_d$ : Coste unitario de recorrido de un vehículo (€/km) $c_w$ : Coste unitario de congestión en delegación (€/h) $c_{t,i}$ : Coste unitario de transferencia en <i>hub</i> (€/m <sup>3</sup> ) $c_p$ : Coste de parada (€/parada) $F$ : Coste de servicio de un vehículo de transporte (€).
Demanda		$W_{ij}$ : Volumen de mercancía entre las delegaciones $i, j \in N$ $P_f$ : Plazo temporal o intervalo de servicio de la región (h)
Recursos	Vehículos	$C$ : capacidad de carga (m <sup>3</sup> ) $v_e$ : velocidad de circulación (km/h)
	Instalaciones (muelles)	$m_i$ : número de muelles en la terminal $i$ $\tau_i^l, \tau_i^u$ : tiempo de carga y descarga por unidad de volumen en delegación $i \in N$ (h/m <sup>3</sup> ) $h_{1,i}$ : Tiempo de apertura de la delegación $i$ para proceder a la carga de mercancía $h_{2,i}$ : Tiempo de cierre de la delegación $i$ para la entrada de vehículos

Cabe destacar que la variable distancia  $D_{ij}$  es propiamente la longitud del arco que une los pares de nodos  $(i,j)$  y por tanto representaría la distancia real de una ruta física. Sin embargo, en la mayoría de baterías de problemas hipotéticos para la validación del algoritmo, esta variable se ha calculado como la distancia Euclídea multiplicada por un factor de ruta como determina la expresión (4.1). El factor de ruta  $k_r$  es un parámetro que depende del grafo de transporte si bien presenta valores pertenecientes al intervalo  $[1,1 ; 1,4]$ .

$$D_{ij} = k_r \left( (x(i) - x(j))^p + (y(i) - y(j))^p \right)^{1/p} \quad p = 2 \quad (4.1)$$

La localización de las terminales que actúan como *hub* es un aspecto importante en el planteamiento del problema. La metodología propuesta no contempla la identificación del número óptimo de terminales  $h^*$  al tratarse de una fase estratégica que se establece como dato de entrada. Sin embargo, una vez establecido el número de *hubs*  $h$  con el que se va a operar, la metodología debe proporcionar una localización eficiente para proceder a la distribución óptima en la red. De este modo, se establece un criterio de localización de las delegaciones adaptando la metodología de análisis cluster aplicada por Muro (1988) y el procedimiento de Weiszfeld definido en Ballou (1991) según los siguientes pasos:

**Paso 1.** El criterio de localización empieza asumiendo que cada delegaciones  $i \in N_T$  actúa como *hub*. Se establece  $H=N$  y se define la variable  $w_h(i)$  que representa el volumen de mercancía gestionado por la terminal *hub*  $i$ . En la primera iteración,  $w_h(i) = \sum_j W_{i,j}$ . Para cada terminal *hub*  $i$ , se crea el conjunto  $G(i)$  que representa todas aquellas delegaciones que están asignadas al *hub*  $i$ . En esta iteración,  $G(i) = \{\emptyset\}$  al ser todas las delegaciones un *hub* propiamente.

**Paso 2.** Se valora la distancia entre todas las terminales *hub*  $q$ ,  $q \in H$ . Se determinan las terminales  $i^*$  y  $j^*$  ( $i^*, j^* \in H$ ) que presentan una menor distancia entre ellas, de forma que  $i^*$  y  $j^*$  dejarán de ser terminales *hub*. En su lugar se creará una nueva terminal *hub* cuyas coordenadas óptimas de localización ( $x_h$  e  $y_h$ ) se calcularán según un procedimiento iterativo. El cálculo desacoplado de las coordenadas  $x_h$  e  $y_h$  no es admisible en la métrica Euclídea, de forma que el procedimiento iterativo es un método aproximado. La ecuación (4.2) muestra las coordenadas semilla para iniciar las iteraciones, que han sido calculadas con una ponderación del volumen de carga gestionada por cada terminal. El hecho de utilizar una flota homogénea en la red troncal hace que los costes kilométricos no tengan ningún tipo de afectación en estas fórmulas,

hecho que no sucede en algunas aportaciones de la literatura científica cuando se utilizan distintos medios de transporte.

$$x_h^0 = \frac{w_h(i^*)x(i^*) + w_h(j^*)x(j^*)}{w_h(i^*) + w_h(j^*)}; \quad y_h^0 = \frac{w_h(i^*)y(i^*) + w_h(j^*)y(j^*)}{w_h(i^*) + w_h(j^*)} \quad (4.2)$$

De este modo, las coordenadas de la terminal se evalúan mediante la formulación (4.3) para la iteración  $k+1$ , considerando en el cálculo del término  $D_n^k$  las coordenadas de la iteración anterior  $x_h^k, y_h^k$ . El proceso se detiene cuando el procedimiento consigue la convergencia a un punto  $h_f$  de coordenadas  $(x_h^f, y_h^f)$ .

$$x_h^{k+1} = \frac{w_h(i^*)\frac{x(i)}{D_i^k} + w_h(j^*)\frac{x(j)}{D_j^k}}{\frac{w_h(i^*)}{D_i^k} + \frac{w_h(j^*)}{D_j^k}}; \quad y_h^{k+1} = \frac{w_h(i^*)\frac{y(i)}{D_i^k} + w_h(j^*)\frac{y(j)}{D_j^k}}{\frac{w_h(i^*)}{D_i^k} + \frac{w_h(j^*)}{D_j^k}} \quad (4.3)$$

$$\text{donde } D_n^k = \left( (x(n) - x_h^k)^p + (y(n) - y_h^k)^p \right)^{1/p} \quad p = 2$$

**Paso 3.** Debido que las terminales origen y destino de los envíos que pueden actuar como *hub* están fijadas, la nueva terminal *hub*  $h_f$  se ubicará finalmente en las coordenadas de la terminal  $i^*$  o  $j^*$  o cualquier delegación  $k \in G(i^*) \cup G(j^*)$  que cumpla la ecuación (4.4):

$$\min_{i^*, j^*, k} \left\{ d(i^*, h^f); d(j^*, h^f); \min_k (d(k, h^f)) \right\} \quad (4.4)$$

Llegado a este punto, si la delegación  $l \in G(i^*) \cup G(j^*) \cup \{i^*\} \cup \{j^*\}$ , es la que produce un valor mínimo de la expresión anterior, entonces se actualizan los siguientes valores de las variables, según la ecuación (4.5).

**Paso 4.** Si la dimensión el conjunto de terminales *hub* es  $|H| > h$  (siendo  $h$  el número de *hubs* objetivo fijado como dato de entrada), ir al paso 2. Si  $|H| = h$  se detiene el proceso al haber calculado las coordenadas de los  $h$  puntos que actuarán como terminales *hub*.

$$\begin{aligned}
\text{Si } l = i^* & \begin{cases} G(i^*) = G(i^*) \cup G(j^*) \\ G(j^*) = \emptyset \\ w_h(i^*) = w_h(i^*) + w_h(j^*) \\ w_h(j^*) = 0 \\ H = H - \{j^*\} \end{cases} \\
\text{Si } l = j^* & \begin{cases} G(j^*) = G(i^*) \cup G(j^*) \\ G(i^*) = \emptyset \\ w_h(j^*) = w_h(i^*) + w_h(j^*) \\ w_h(i^*) = 0 \\ H = H - \{i^*\} \end{cases} \\
\text{Si } l = k^* & \begin{cases} G(k^*) = G(i^*) \cup G(j^*) \\ G(i^*) = \emptyset \\ G(j^*) = \emptyset \\ w_h(k^*) = w_h(i^*) + w_h(j^*) \\ w_h(i^*) = 0 \\ w_h(j^*) = 0 \\ H = H - \{i^*\} - \{j^*\} + \{k^*\} \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

### 4.3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA A CARGA COMPLETA (P1): FULL-TL

En la identificación de los pares de puntos en los que se opera con un envío directo a carga completa (FTL), la principal cuestión a resolver es la asignación de pares de delegaciones con carga igual a la capacidad de cada vehículo. En este proceso, la única restricción es el cumplimiento de los requerimientos temporales del sistema de distribución. Se ha desarrollado un algoritmo heurístico denominado FULL-TL que permite la resolución del problema de los envíos directos con vehículos a plena carga.

El objetivo de este algoritmo es la generación de una primera solución sub-óptima para todos los envíos que tienen una carga asociada  $w_{ij}=C$ . Esta solución del problema P1 se incorporará posteriormente con la solución encontrada en el problema P2 con el fin de identificar una solución global al problema cumpliendo con las restricciones (3.5-3.12). Sin embargo, se habrá encontrado un valor subóptimo de la ecuación (3.4), por lo que se iniciará una segunda fase de optimización local para profundizar en la búsqueda del óptimo global de la función con un algoritmo metaheurístico más complejo.

Los pasos fundamentales para el desarrollo del algoritmo FULL-TL son:

1. Se inicializan los parámetros del proceso:  $\alpha_{ij}=0 \quad \forall i, j \in N, r=0$
2. Se considera una tarea o envío  $a=a_{ij}^1$  que cumpla  $a_{ij}^1 \in A^C$  ( $w_{ij}^1=C$ ).
3.  $z=0$ . Se crea la ruta  $r=r+1$  con  $U_{a,1}^1 = 1, S_{ij,1}^r = 1$ , se fija  $\alpha_{ij}=\alpha_{ij}+1$  y  $X_a^r=1$ . El tiempo de entrada en servicio en la delegación  $i$  se iguala al tiempo de abertura de la delegación ( $T_{ij}^r = h_{1,i}$ ) y se comprueba que se verifica la restricción (3.10) y (3.11). Si no se cumplieran estas restricciones, el envío directo entre los puntos  $(i,j)$  no se podría realizar con la red de distribución, vehículos actuales y velocidades de circulación.
4. Se determina un conjunto  $J \in A^C$  de todos los envíos directos a plena carga que tengan un nodo común a uno de los extremos de la ruta actual  $r$  ( $i^*$  inicio y  $j^*$  final) que está compuesta por  $b_r$  arcos. En este sentido, el envío  $a_{e^*f^*}^{k^*}$  a incluir a la ruta  $r$  se seleccionará según la expresión (4.6), implicando la incorporación del arco  $(e^*,f^*)$  a la ruta. Esta asignación se realiza por un criterio de mínimo tiempo de recorrido y tiempo de manipulación en terminales del nuevo envío a incluir en la ruta  $r$ .

$$(e^*,f^*) \Big|_{a_{ef}^k \in J} \min \{ \tau_{e^*}^c C + t_{e^*f^*} + \tau_{f^*}^d C \} \quad (4.6)$$

$$\text{siendo } J = \left\{ \begin{array}{l} \forall a_{e^*i^*}^{k^*} \in A_C \mid n_{e^*i^*} \neq 0; \alpha_{e^*i^*} \neq n_{e^*i^*} \\ \forall a_{j^*f^*}^{k^*} \in A_C \mid n_{j^*f^*} \neq 0; \alpha_{j^*f^*} \neq n_{j^*f^*} \end{array} \right\}$$

- Si el envío  $a_{e^*f^*}^{k^*}$  seleccionado cumple con las restricciones (3.8-3.12), entonces se incluye el envío o tarea en la ruta  $r$  fijando  $X_a^r = 1$  con  $a=a_{e^*f^*}^{k^*}$  y  $\alpha_{ef}=\alpha_{ef}+1$ . Adicionalmente, para determinar la nueva inclusión de los arcos recorridos para servir el envío  $a_{e^*f^*}^{k^*}$ , se actualizan las variables de control según la ecuación (4.7).
- En caso de que la asignación del envío  $a_{e^*f^*}^{k^*}$  no cumpliera las restricciones, se eliminaría este envío del conjunto  $J$ , ( $J \leftarrow J - \{(e^*, f^*)\}$ ) y se volvería a identificar un nuevo envío del conjunto  $J$  que cumpliera la ecuación (4.6). Si ningún arco cumple las restricciones, se finaliza la ruta  $r$  del vehículo y se pasa al punto 5.



$$\begin{aligned}
 \text{Si } a = a_{e^*f^*}^{k^*} = a_{j^*f^*}^{k^*} & \begin{cases} b_r = b_r + 1 \\ U_{a,b}^1 = 1 \\ S_{j^*f^*,b}^r = 1 \end{cases} \\
 \text{Si } a = a_{e^*f^*}^{k^*} = a_{e^*i^*}^{k^*} & \begin{cases} b_r = b_r + 1 \\ U_{a,1}^1 = 1 \\ S_{e^*i^*,1}^r = 1 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

- En caso de que la asignación del envío  $a_{e^*f^*}^{k^*}$  cumpliera las restricciones se pasa al punto 4. Si todos los arcos pertenecientes al conjunto  $J$  han sido analizados sin éxito, se cierra la ruta  $r$  y se pasa al punto 5.
- 5. Si  $\alpha_{ij} \neq (n_{ij}-1)$ , se pasa al punto 3 para organizar otro de los envíos directos entre  $(i,j)$ ; en caso contrario se pasa al punto 1, considerando un nuevo envío de partida.
- 6. El algoritmo finaliza cuando  $\sum_{r \in R_c} X_a^r = 1$  y  $(n_{ij}-1) = \alpha_{ij} \forall a_{ij}^k \in A^c; k = 1, \dots, n_{ij} - 1$ .

#### 4.4. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA (P2) CON ENVÍOS CON CARGA MENOR A LA CAPACIDAD

En el problema  $P2$ , los envíos tienen una carga asociada inferior al volumen disponible del vehículo ( $LTL$ ). En este caso, el problema en cuestión introduce además de la asignación de un envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  con una carga asociada  $w_{ij}^{n_{ij}}$  a un recurso (vehículo o ruta), la decisión sobre la estrategia de envío a utilizar. En este sentido, si se está analizando el envío de una carga entre dos puntos  $(i,j)$ , se consideran cinco posibilidades para consolidar flujos de mercancía en un trayecto o ruta, todas ellas variantes de la estrategia de envío directo, envío con paradas múltiples y envío *hub*:

- **Estrategia de envío directo al final de ruta existente**

Esta estrategia se basa en asignar el envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  a una ruta existente  $r \in R$  compuesta por  $b_r$  arcos. Esta asignación supone la inclusión en la ruta  $r \in R$  del arco número  $b_r+1$  compuesto por el par de puntos  $(i,j)$ , tal como se detalla en la Figura 4.2. La condición

necesaria para ejecutarla es que la delegación o nodo origen  $i$  del envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  coincida con el nodo final de la ruta  $r \in R$ , es decir que  $\exists l^* \in N^r \mid S_{l^*,b}^r = 1$ . Los costes asociados a esta estrategia para la asignación del envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  son la introducción de un nuevo arco a recorrer, el tiempo muerto de espera en parada o delegación  $j$  y la realización de una nueva parada, que se pueden expresar mediante la ecuación (4.8).

$$\Delta c_1 = c_d D_{ij} + c_w p_b^r + c_p \tag{4.8}$$

La estrategia en cuestión únicamente se podría realizar si se cumplen todas las restricciones del problema; esto es las restricciones temporales de servicio en cada delegación, el plazo de entrega y la restricción del número de muelles disponible para realizar la distribución -ecuaciones (3.7), (3.9), (3.10), (3.12), (3.17), (3.18) y (3.19)-. Se puede comprobar en este caso que la restricción de capacidad se cumplirá siempre en el arco  $(i,j)$  si el número de envíos  $n_{ij}$  se ha calculado mediante la ecuación (3.2).

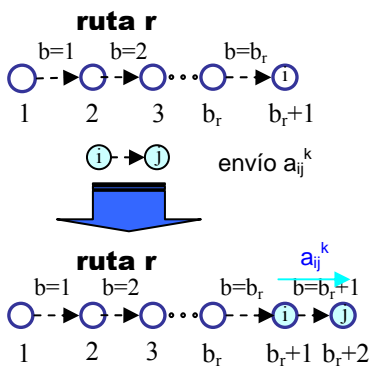


Fig. 4.2. Esquema de asignación de envío  $a_{ij}^k$  a ruta  $r$  por estrategia de envío directo al final de ruta existente

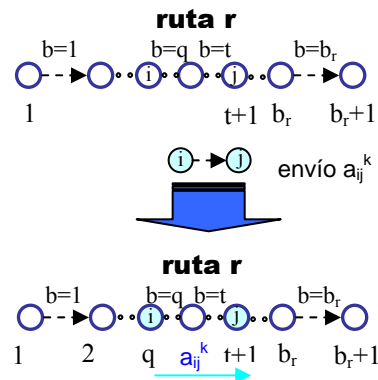


Fig. 4.3. Esquema de asignación de envío  $a_{ij}^k$  a ruta  $r$  por estrategia peddling

Esta estrategia también se podría realizar cuando la delegación  $j$  asociada al envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  coincidiera con el nodo ubicado en la primera posición de la ruta  $r \in R$ , esto es  $\exists l^* \in N^r \mid S_{j,l^*,1}^r = 1$ . Este hecho obligaría a recalcular los tiempos de servicio de todas las terminales (nodos) visitadas por la ruta  $r$ . Adicionalmente, en el caso que se esté estudiando la inclusión del arco  $(i,j)$  asociado al envío  $a_{ij}^1$  por el inicio en una ruta con envíos a carga completa, esta posibilidad obligaría a que estos envíos sufrieran demoras significativas y pudieran violar las restricciones. En esta fase, los envíos a carga completa de una ruta constituyen la columna vertebral del orden de visita de los puntos y se pretende que los envíos con carga inferior a capacidad (*LTL*) puedan

complementarse con los primeros sin introducir cambios significativos en la ruta. La posibilidad de incrementar la eficiencia en las partes iniciales de la ruta se conseguirá en la fase de refinamiento de la solución con la aplicación del algoritmo de *Tabu Search* (Fase 4).

- **Estrategia de paradas múltiples en ruta existente**

La estrategia *peddling* o de paradas múltiples de un envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  a una ruta  $r \in R$  existente se puede realizar cuando el nodo origen  $i$  coincide con el nodo origen del arco que ocupa la posición  $q$  de la ruta a la vez que el nodo final  $j$  coincide con el nodo destino del arco que ocupa una posición  $t$  de la ruta, cumpliéndose  $q = 1, \dots, b_r - 1$ ;  $t = 2, \dots, b_r$ ;  $q < t$ . En particular se debe cumplir la condición expresada en la ecuación (4.9).

$$\exists l^*, m^* \in N^r, l^* \neq m^* \mid S_{il^*,q}^r = 1, S_{m^*,j,t}^r = 1 \quad (4.9)$$

Por lo tanto, el transporte de la mercancía asociada a  $a_{ij}^{n_{ij}}$  se realiza visitando, como mínimo, una parada intermedia entre el origen y destino de la mercancía, tal como muestra la Figura 4.3. A diferencia de los envíos *hub*, todas las paradas pertenecen a la misma ruta y se realizan con el mismo vehículo. En este caso, el incremento de costes asociados a esta estrategia (ecuación 4.10) ya no incluye ningún factor asociado a la distancia ni a nuevas paradas a efectuar. Únicamente se considera el tiempo muerto de espera en las paradas desde la posición  $q$  hasta la posición  $b_r + 1$  (final) de la cadena de nodos de la ruta  $r$  en la asignación del envío  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$ .

$$\Delta c_2 = \left( \sum_{b=t}^{b_r} (c_w p_b^r) \right)_{Z_a^r=1} - \left( \sum_{b=t}^{b_r} (c_w p_b^r) \right)_{Z_a^r=0} \quad (4.10)$$

El primer término de la ecuación (4.10) representa el cálculo del tiempo muerto de congestión considerando que el envío  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$  se transporta mediante paradas múltiples entre los nodos en posición  $q$  y  $t$  de la ruta  $r$ , mientras que el segundo término representa el mismo cálculo sin asignar el envío en cuestión a la ruta  $r$  ( $Z_a^r = 0$ ). Cabe destacar que la asignación *peddling* del envío  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$  entre los arcos  $q$  y  $t$  de la ruta  $r$  puede ocasionar demoras y tiempos muertos en todos los envíos entre los arcos entre la posición  $t$  y el final de la ruta  $r$ .

En este caso, las restricciones a considerar para asegurar la factibilidad de la ruta son las de capacidad en todos los arcos por el que se transporta la mercancía asociada a  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$ , las restricciones temporales de cada delegación, plazo de entrega del envío, el número máximo de muelles disponibles por delegación y que un envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  únicamente puede ser asignado a una ruta (restricciones 3.4-3.9 y 3.11).

Esta estrategia de envío es a nivel general la de menor coste y por tanto la más eficiente. Sin embargo, es necesario formalizar un criterio para analizar si la aceptación de un envío *peddling*  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$  con una carga  $w_{ij}^{n_{ij}} \approx 0$  impedirá futuras asignaciones de otros envíos *peddling* más eficientes o que permitan una mejor ocupación de la capacidad del vehículo. Este punto será tratado en el subcapítulo 4.6 del documento.

▪ **Estrategia de consolidación en terminal hub**

El envío de mercancía  $a_{ij}^{n_{ij}}$  asociado al transporte de la carga  $w_{ij}^{n_{ij}}$  entre los nodos  $(i,j)$  con la estrategia *hub* implica la consideración de dos rutas  $r, s \in R$  y una transferencia de la mercancía en una terminal  $h_i \in H$  que actúa como *hub*. Esta estrategia se podrá realizar cuando exista un arco situado en la posición  $q$  de la ruta  $r$  con nodo origen coincidente con la delegación  $i$  y un arco en la posición  $u$  con un nodo final coincidente con la terminal  $h_i$ , siempre que  $q \leq u$  (Figura 4.4). Adicionalmente, se deberá cumplir que la ruta  $s$  incluya un arco en una posición  $v$  con nodo origen coincidente con el mismo *hub*  $h_i$  y que posteriormente también exista un arco en posición  $t$  de la ruta  $s$  con nodo final coincidente con  $j$ , de forma que  $v \leq t$ .

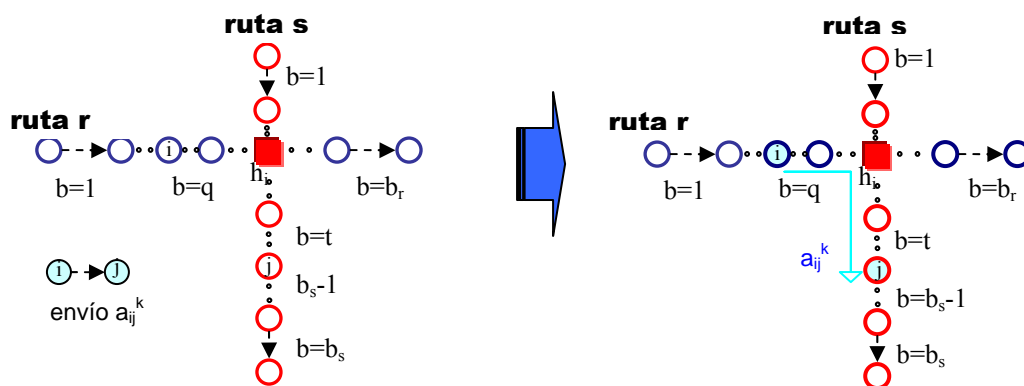


Fig. 4.4. Esquema de asignación de envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  por estrategia de envío hub a través de ruta  $r$  y  $s$  con transferencia en terminal  $h_i$

En este caso, si existe una ruta  $r$  con 2 arcos cuyos nodos origen y destino son, respectivamente, coincidentes con la delegación  $i$  y la terminal  $hub$   $h_i$ ; pero no se encuentra ninguna ruta  $s \neq r$  tal que contenga las terminales  $h_i$  y el punto de destino  $j$  en este orden, se podrá crear una nueva ruta  $f$ . La ruta  $f$  estará constituida exclusivamente por el arco  $(h_i, j)$  para poder fomentar la consolidación en la terminal  $hub$   $h_i$  de todos los envíos a  $j$  desde distintos puntos origen. En el caso complementario, cuando exista una ruta  $s$  que visite el  $hub$   $h_i$  y el nodo  $j$  posteriormente, también se podrá generar una nueva ruta  $f$  constituida exclusivamente por el arco  $(i, h_i)$ . La creación de la nueva ruta  $f$  incrementa significativamente las posibilidades de implantación de esta estrategia si bien comporta un incremento de coste significativo (nuevo coste de servicio  $F$  de una ruta y coste proporcional a nueva distancia recorrida).

De esta forma, el incremento de costes asociado a esta estrategia para la asignación del envío  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$  deberá considerar exclusivamente el coste de transferencia en terminal y el coste asociado al tiempo muerto de la espera a muelles disponibles en el caso que en la solución existan dos rutas que permitan esta estrategia (ecuación 4.11):

$$\Delta c_3 = (c_{t,h_i} Y_{a,h_i}^r w'_a) + \left( \sum_{b=q}^{b_r} (c_w p_b^r) \right)_{Y_{a,h_i}^r=1} - \left( \sum_{b=q}^{b_r} (c_w p_b^r) \right)_{Y_{a,h_i}^r=0} + \left( \sum_{b=v}^{b_s} (c_w p_b^s) \right)_{B_{a,h_i}^s=1} - \left( \sum_{b=v}^{b_s} (c_w p_b^s) \right)_{B_{a,h_i}^s=0} \quad (4.11)$$

El primer término de la ecuación (4.11) hace referencia al coste de manipulación de la mercancía en la terminal  $hub$   $h_i$ , mientras que el segundo y cuarto término hacen referencia al coste por tiempo muerto generado en la ruta  $r$  y  $s$  respectivamente con la inclusión de la asignación del envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$  con estrategia  $hub$ . Sin embargo, el tercer y quinto término representan los mismos costes por congestión de terminales sin tener en cuenta la asignación del envío  $a_{ij}^{n_{ij}}$ .

No obstante, cuando se deba crear una nueva ruta  $f$  en la primera fase del viaje  $(i, h_i)$  o en la segunda fase del envío  $(h_i, j)$ , se deberá considerar adicionalmente el coste de desplazamiento de  $(i, h_i)$  ó  $(h_i, j)$ , dos veces el coste de visita de una parada y el coste de realización de un nueva ruta, según se muestra la ecuación (4.12a) y (4.12b).

$$\Delta c_3 = (c_{t,h_i} Y_{a,h_i}^r w'_a) + \left( \sum_{b=q}^{b_r} (c_w p_b^r) \right)_{Y_{a,h_i}^r=1} - \left( \sum_{b=q}^{b_r} (c_w p_b^r) \right)_{Y_{a,h_i}^r=0} + c_d D_{h_i,j} + F + 2c_p + c_w p_1^f \quad (4.12a)$$

$$r \in R \text{ y no } \exists s \in R$$

$$\Delta c_3 = (c_{t,h_i} Y_{a,h_i}^r w_a') + \left( \sum_{b=v}^{b_s} (c_w p_b^s) \right)_{B_{a,h_i}^s=1} - \left( \sum_{b=v}^{b_{m-1}} (c_w p_b^s) \right)_{B_{a,h_i}^s=0} + c_d D_{i,h_i} + F + 2c_p + c_w p_1^f$$

si  $s \in R$  y no  $\exists r \in R$  (4.12b)

La realización de esta estrategia también debe cumplir todas las restricciones del problema (ecuaciones 3.4-3.11.)

▪ **Envío con estrategia de envío directo y creación de una nueva ruta**

La estrategia de asignación del envío  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$  en cuestión implica la creación de una nueva ruta  $f$  constituida exclusivamente por un solo arco formado por el par de nodos  $(i,j)$ . Esta posibilidad se realizará cuando las rutas existentes que conforman el conjunto  $R$  no admitan el envío  $a = a_{ij}^{n_{ij}}$  en ninguna otra modalidad de estrategia (se violan las restricciones) o bien cuando el coste de envío con las estrategias anteriores sea superior. El primer argumento será casi siempre el responsable de creación de una ruta directa ya que el coste asociado a estrategia es significativamente alto al tener que generar una nueva ruta. La creación de una nueva ruta por el segundo argumento frecuentemente se realizará cuando las otras alternativas también impliquen la creación de una nueva ruta (estrategia *hub* en la que  $r \notin R$  o  $s \notin R$ ), estrategia *peddling* o estrategia *hub* visitando un punto intermedio con muelles congestionados (alto tiempo improductivo de espera del vehículo). Las únicas condiciones que debe cumplir esta estrategia a nivel de topología es que el grafo permita el envío directo entre  $(i,j)$ . Las restricciones a considerar serán exclusivamente aquellas referentes a periodos temporales de servicio de delegación  $i$  y  $j$ , así como la disponibilidad de muelles de carga. En este caso, la verificación de la restricción de capacidad es innecesaria si el tamaño del envío se ha realizado según la expresión (3.2). Los costes asociados a esta estrategia se detallan en la ecuación (4.13).

$$\Delta c_4 = c_d D_{i,j} + F + 2c_p + c_w p_{b=1}^f$$

(4.13)

**4.4.1. Algoritmo de resolución del problema (P2): LESS-TL**

El procedimiento para la constitución de las rutas necesarias para el cumplimiento de todos los envíos con carga inferior a la capacidad del vehículo se realiza mediante un proceso iterativo. En este proceso, se evalúa comparativamente la rentabilidad y

factibilidad de efectuar cada uno de los envíos a carga parcial con las estrategias analizadas anteriormente. Para este caso, se ha desarrollado el algoritmo heurístico *Less-TL* que asigna las tareas y envíos a carga parcial a las rutas derivadas del problema *P1* o a nuevas rutas creadas en este caso.

De este modo, el objetivo de este algoritmo es la generación de una primera solución sub-óptima de rutas que sirvan conjuntamente a envíos *F<sub>TL</sub>* y envíos a carga parcial *L<sub>TL</sub>* del problema. En este caso, se partirá de un conjunto de rutas  $R_c$  determinadas en la resolución del problema *P1* constituidas por todos aquellos envíos pertenecientes al conjunto  $A^C$ . De este modo, en esta fase se deberán asignar los envíos pertenecientes al conjunto  $A^F = A - A^C$  a las rutas de  $R^c$  o creando nuevas rutas constituidas exclusivamente por envíos con carga inferior a la capacidad.

El algoritmo *Less-TL* propuesto para esta fase tiene los siguientes pasos fundamentales:

1. Se ordenan los envíos  $a_{ij}^{n_{ij}}$  pertenecientes al conjunto  $A^F$  según su carga asociada  $w_{ij}^{n_{ij}}$  en orden decreciente. Se crea un nuevo conjunto  $A^{F^*} = A^F$ .  $k=0$ .
2.  $k=k+1$ . Se escoge el envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}} \in A^F$  situado en la posición  $k$  del conjunto  $A^{F^*}$ .
  - a. Si existe, se identifica la ruta  $r^*$  para efectuar una estrategia de envío directo al final de la ruta con carga inferior a la capacidad, que comporte un incremento de coste mínimo y que cumpla las restricciones del problema. Cálculo  $\Delta c_1$ .
  - b. Si existe, se identifica la ruta  $r^*$  para efectuar una estrategia de envío con paradas múltiples de coste mínimo que cumpla las restricciones. Cálculo  $\Delta c_2$ .
  - c. Si existe, se identifican las rutas  $r^*$  y  $s^* \in R$  para efectuar una estrategia de envío con consolidación en terminal *hub* común  $h_i$  cuyo incremento de coste sea mínimo y que cumpla las restricciones. Cálculo  $\Delta c_3$ .
  - d. Si existe, se identifican las rutas  $r^* \in R$  y  $f^* \notin R$  o para efectuar una estrategia de envío con consolidación en terminal común  $h_i$  cuyo incremento de coste sea mínimo y que cumpla las restricciones. Cálculo  $\Delta c_3$ .
  - e. Se calcula el incremento de coste de envío directo con creación de nueva ruta  $f^* \notin R$  formada por el arco  $(i^*, j^*)$ . Cálculo  $\Delta c_4$ .

3. Se escoge la estrategia de ruta que minimice el incremento de costes logísticos asociados al envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$ , es decir, la estrategia determinada a partir de la ecuación (4.14)

$$\min \{ \Delta c_1, \Delta c_2, \Delta c_3, \Delta c_4 \} \quad (4.14)$$

4. Si la estrategia escogida para servir el envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$  es la estrategia de envíos directos con carga inferior a capacidad en ruta existente (a), la estrategia *peddling* (b) o la estrategia de consolidación a *hub* (c) con rutas  $r \in R$  y  $s \in R$ , no se crea ninguna nueva ruta. De este modo el envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$  se asigna a la ruta  $r^*$  en cuestión y en el caso de envío *hub* (c) también a la ruta  $s^*$ .
5. Si la estrategia escogida para servir el envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$  entre las delegaciones  $(i^*, j^*)$  es la estrategia de consolidación a *hub* con rutas  $r^* \in R$  y  $f^* \notin R$  y la estrategia de envío directo en nueva ruta, se crea la nueva ruta  $f^*$  de forma que  $R = R + \{f^*\}$ . El envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$  se asigna a la ruta  $f^*$  en cuestión y a la ruta  $r^* \in R$  si la estrategia utilizada ha sido la de consolidación en *hub* (d).
6. Se actualizan los nuevos tiempos de distribución, las cargas asociadas a cada arco y la ocupación de los muelles a la ruta actual (calculados en el punto 3 para verificar las restricciones). Adicionalmente, la asignación de la tarea  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$  a la/s ruta/s debe venir identificada por medio de las variables de decisión  $X_a^r = 0-1; Z_a^r = 0-1; Y_{a,hi}^r = 0-1; B_{a,hi}^r = 0-1$  según la estrategia escogida, como también las variables auxiliares para identificar los arcos recorridos por cada envío  $(U_{a,b}^1, U_{a,b'}^2)$  y las variables que fijan la correspondencia entre arcos y nodos en cada ruta  $(S_{ij,b}^r)$ .
7. Se actualiza el coste total de distribución de todas las rutas Z1
8. Se elimina el par de nodos  $(i^*, j^*)$  del conjunto  $A^{F^*}$
9. Si  $A^{F^*} = \emptyset$  se para el proceso. En caso contrario, se identifica el primer par de nodos  $(i^*, j^*)$  del conjunto  $A^{F^*}$  y se pasa al punto 2.

Se debe constatar que la metodología planteada en este algoritmo heurístico *Less-TL* para la creación de envíos con paradas múltiples únicamente permite el envío  $a_{i^*j^*}^{n_{i^*j^*}}$  con esta estrategia si existen paradas intermedias entre las terminales  $(i^*, j^*)$  en una ruta existente. En el subcapítulo 4.6. se analizará un nuevo movimiento para incluir una parada intermedia  $k$  en un arco  $(i, j)$  de una ruta  $r$ . De este modo, el envío original



$a_{i^*j^*}^{n_i^*}$  que anteriormente era servido de forma directa pasará a ser servido con estrategia *peddling* recorriendo el trayecto  $(i-k-j)$ , pudiéndose incrementar la ocupación del vehículo en los tramos  $(i,k)$  o  $(k,j)$ .

#### 4.5. ALGORITMO METAHEURÍSTICO. BÚSQUEDA TABÚ

Como se ha comentado anteriormente, el desarrollo del algoritmo heurístico para la resolución del problema  $P1$  y  $P2$  conducirá a una solución sub-óptima consumiendo un tiempo de computación relativamente corto. Sin embargo, para poder asegurar una solución eficiente del problema es recomendable la inclusión de un procedimiento de refinamiento iterativo de la solución en la metodología de cálculo. Este procedimiento, consumirá un tiempo de cálculo significativamente alto que será controlado por el número de iteraciones máximas o criterio de convergencia aceptado. Este procedimiento se basa en toda la bibliografía científica sobre algoritmos metaheurísticos de refinamiento local de la solución.

Son varios los autores que han estudiado comparativamente el comportamiento de estos metaheurísticos en varios problemas tipo, tal y como se ha analizado en el capítulo 2. En la mayoría de problemas estáticos, el algoritmo del Búsqueda Tabú es el que mejor soluciones produce, seguido del Recocido Simulado (*Simulated Annealing*) y por último los Algoritmos Genéticos (Golden *et al.*, 2002).

La implantación y adaptación del algoritmo de *Tabu Search* se realizará siguiendo la estructura desarrollada en Glover y Laguna (2002) y Golden *et al.* (2002). En estas contribuciones se detalla que el metaheurístico de la Búsqueda Tabú en cuestión se articula en 4 componentes fundamentales:

- Búsqueda de la solución óptima en el vecindario del estado actual
- Memoria a corto plazo
- Memoria a largo plazo
- Criterio de aspiración.

### 4.5.1. Búsqueda de la solución óptima en el vecindario del estado actual

El procedimiento de Búsqueda Tabú propuesto por Glover (1986) se basa en la exploración del espacio de soluciones por medio de un movimiento que transforma la solución  $x$  de la iteración actual a la mejor solución  $x'$  perteneciente al vecindario de  $x$ ,  $N^*(x)$ . Se parte que  $X$  es el conjunto de soluciones y  $M$  son las distintas tipologías de movimientos que existen para transformar la solución. Las transiciones y movimientos aplicables al estado actual  $x \in X$  dependen de la configuración propia de  $x$  y conforman un conjunto  $M(x) \in M$  según la ecuación (4.15). Por su lado, el vecindario  $N^*(x)$  es el conjunto de soluciones  $x'$  derivadas de la solución actual  $x$  de una iteración al aplicar un movimiento  $t \in M(x)$  tal como se define en la ecuación (4.16).

$$M(x) = \{t \in M \mid x \oplus t \in X\} \quad (4.15)$$

$$N^*(x) = \{x' \mid \exists t \in M(x) \text{ con } x' = x \oplus t\} \quad (4.16)$$

El algoritmo de Búsqueda Tabú usa un procedimiento local de búsqueda para moverse iterativamente de una solución  $x$  a una solución  $x'$  en  $N^*(x)$  para explorar un amplio dominio de soluciones factibles. La selección de la nueva solución dentro del conjunto  $N^*(x)$  se basa en unas funciones dependientes de la memoria a corto plazo y a largo plazo.

Según Taillard et al. (1997) la búsqueda del óptimo local en  $x' \in N^*(x)$  es típicamente polinómica. Si  $f$  es la función de costes ( $f: X \rightarrow \mathfrak{R}$ ), se debe destacar que en la selección de la vecindario de la solución se pueden seleccionar rutas cuyo coste  $f(x')$  sea superior a  $f(x)$  así como soluciones  $x'$  infactibles por vulnerar algunas de las restricciones del problema. Ambos casos pretenden ampliar el dominio de soluciones para no limitar la exploración a zonas concretas y quedarnos en óptimos locales como solución final. De este modo, la selección de estas rutas no factibles es penalizada proporcionalmente a su grado de infactibilidad como se verá en la etapa de Memoria a Corto Plazo.

Sin embargo, como se verá en el subcapítulo 4.5.2, no todos los movimientos de  $M$  son aplicables a la solución  $x$ . En particular, existen unos movimientos no permitidos (*tabús*) que se prohíben al generar configuraciones que han sido alteradas en iteraciones anteriores recientes. Se considera el subconjunto  $T_L \in M$  como todos los movimientos que no se pueden aplicar a la solución  $x$  por estar prohibidos o ser tabús.

De este modo, el método de la Búsqueda Tabú se caracteriza por los siguientes pasos:

1. Se empieza por una solución inicial  $x \in X$  que se fija como solución actual (calculada con otro procedimiento). El contador de iteraciones se pone  $k=0$ ,  $T_L = \{\emptyset\}$  y  $x_{opt}=x$ , siendo  $x_{opt}$  la mejor solución encontrada hasta el momento.
2.  $k=k+1$ . Se evalúa un movimiento  $m_k \in M(x) - T_L$  que genere una solución  $x^* \in N^*(x)$  tal que  $f(x^*) = \min_{x' \in N^*(x)} f(x')$ . Se crea  $x' = x^* = x \oplus m_k$ .
3. Si  $f(x_{opt}) > f(x')$ , se actualiza  $x_{opt} = x'$ .
4. Si  $k$  ha excedido un cierto número de iteraciones o la solución  $x_{opt}$  no ha sido actualizada en un cierto número de iteraciones, el algoritmo se para. En caso contrario, se hace  $x = x'$ , se actualiza el conjunto  $T_L$  y repite el paso 2.

Los movimientos considerados para realizar la transición de estado son cinco y se han seleccionado por su comportamiento diferencial en la aplicación en problemas de optimización combinatoria según varios autores o por la necesidad de mejora identificada en el tipo de problema aquí planteado. Los cinco movimientos admitidos se detallan a continuación:

- **M1. Movimiento de intercambio de cadenas de envíos entre dos rutas**

Este movimiento únicamente afecta a dos rutas existentes  $r, s \in R$  pertenecientes al conjunto de soluciones, que presenten un nodo (delegación) común  $i \in N^r \cap N^s$ . El concepto se basa en intercambiar la subcadena de nodos de una ruta a la otra a partir del nodo común de las dos rutas, tal como muestra la Figura 4.5.

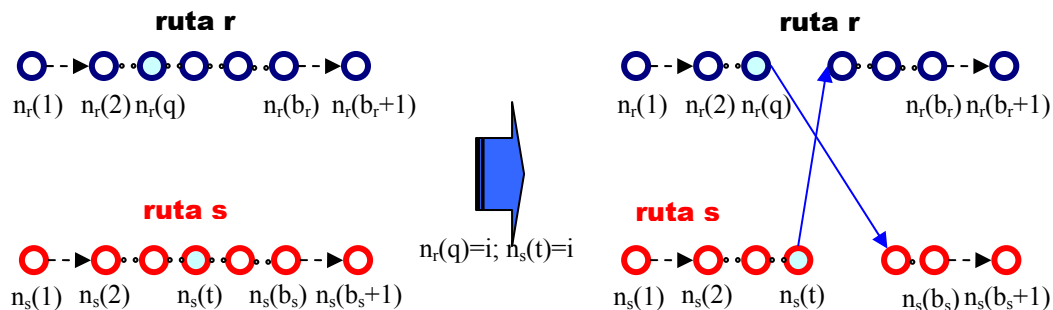


Fig.4.5. Esquema de funcionamiento del movimiento M1

El movimiento únicamente cambia la longitud de la ruta y tiempos de visita de las delegaciones posteriores al nodo  $i$  de cada ruta y por lo tanto, el cambio en los tiempos

muerdos de espera en las delegaciones. Sin embargo, los demás términos presentes en la función de coste no sufren cambios por lo que no es un movimiento que reduzca significativamente el coste total de las rutas. El coste de servicio asociado a este movimiento o perturbación se puede estimar según la expresión (4.17).

$$c_{M,1} = \sum_{b=q}^{br} c_w p_b^r + \sum_{b=t}^{bs} c_w p_b^s \quad (4.17)$$

El movimiento es similar al planteado en Taillard *et al.* (1997) conocido como *Cross-Exchange* en su aplicación al problema VRP (problema de una delegación a muchas terminales, *One-to-Many*) o al propuesto por Robusté *et al.* (1990) como *Inversión* para el VRP. Esta perturbación se ha implantado para poder cambiar la estructura de la ruta y así pasar a morfologías todavía no exploradas y más eficientes. Por lo tanto, es un movimiento que pretende reducir o cambiar las estructuras de aquellas rutas que superan el tiempo máximo de visita en las delegaciones situadas a final de ruta.

- **M2. Movimiento de intercambios de cadenas de envíos entre tres rutas**

Esta perturbación de la solución actual se basa en la modificación de la cadena de nodos de tres rutas existentes  $r,s,u \in R$ . Se escoge aleatoriamente el nodo ubicado en la posición  $q$  de la ruta  $r$  ( $q=1,..b_r+1$ ) y el nodo ubicado en la posición  $t$  ( $t=1,..b_s+1$ ) para la ruta  $s$ . Seguidamente se identifica una ruta  $u$  que incluya un nodo en la posición  $x$  ( $x=1,..b_u$ ) que coincida con  $n_r(q)$  y, en posterioridad, otro nodo en posición  $y$  ( $y=2,..b_u+1$ ) coincidente con  $n_s(t)$  tal como refleja la Figura 4.6. De este modo la ruta  $u$  se dividirá en tres subcadenas, la constituida por el tramo  $n_u(1)-n_u(x)$ , el tramo  $n_u(x)-n_u(y)$ , y el tramo  $n_u(y)-n_u(b_u+1)$  que se asignarán a distintas rutas.

Con todo, las nuevas rutas modificadas resultantes de la aplicación de esta perturbación estarán definidas por las siguientes cadenas de nodos, donde el superíndice 0 representa la posición de los nodos previa a la aplicación de dicha perturbación:

$$\text{Ruta } r = \{n_r^0(1), \dots, n_r^0(q), n_u^0(x), \dots, n_u^0(y), n_s^0(t), \dots, n_s^0(b_s + 1)\}$$

$$\text{Ruta } s = \{n_s^0(1), \dots, n_s^0(t), n_u^0(y), \dots, n_u^0(b_u + 1)\}$$

$$\text{Ruta } u = \{n_u^0(1), \dots, n_u^0(x), n_r^0(q), \dots, n_r^0(b_r + 1)\}$$

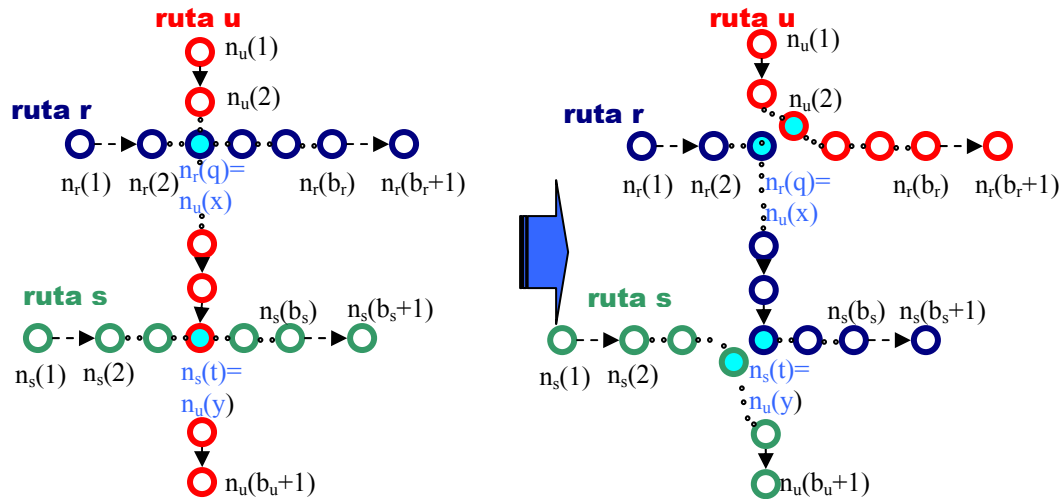


Fig. 4.6. Esquema de funcionamiento del movimiento M2

La adopción de este movimiento también responde a un cambio significativo en la estructura de las soluciones y no a una mejora relevante en la función de costes. La única variación en costes producida será la asociada a los tiempos muertos de espera en delegaciones y la variación de las penalizaciones asociadas a rutas infactibles. En este caso, la expresión de costes asociada a este movimiento es muy similar a la encontrada con la ecuación (4.17) correspondiente al primer movimiento de intercambio de cadenas de envíos entre dos rutas. En el caso del movimiento de intercambios de cadenas de envíos entre tres rutas se deberá añadir los costes asociados a los tiempos muertos de la tercera ruta considerada, tal y como muestra la ecuación (4.18a).

$$c_{M,2} = \sum_{b=q}^{br} c_w p_b^r + \sum_{b=t}^{bs} c_w p_b^s + \sum_{b=x}^{bu} c_w p_b^u \quad (4.18a)$$

Como se puede apreciar en la Figura 4.6, esta perturbación introduce un cambio relevante en la morfología y estructura de las rutas sujetas al cambio, por lo que es un movimiento eminentemente de exploración de nuevas soluciones. Adicionalmente, la perturbación en cuestión permite cambiar la extensión de todas aquellas rutas que vulneran las restricciones temporales en delegaciones, por lo que es una herramienta útil para pasar de una solución infactible a una solución factible.

En algunos casos excepcionales, este movimiento puede comportar el ahorro de una ruta del sistema y por tanto, resultar una alternativa más eficaz en la reducción de costes y refinamiento de la solución. Estos casos se identifican en las siguientes condiciones:

- La posición  $q$  del punto de rotura en la cadena de nodos de la ruta  $r$  está en la última delegación de la cadena, de forma que  $q=b_r+1$ . Si adicionalmente, la ruta  $u$  presenta la primera posición de rotura en el primer nodo ( $x=1$ ) y se cumple que  $n_r(q)=n_u(x)$ , se puede eliminar la ruta  $u$  generada en la Figura 4.6.
- La posición  $t$  del punto de rotura en la cadena de nodos de la ruta  $s$  está en la primera posición, de forma que  $s=1$ . Si adicionalmente, la ruta  $u$  presenta el segundo punto de rotura en la última posición de la cadena  $y=b_u+1$  y  $n_s(1)=n_u(y)$ , se elimina la ruta  $s$  generada en la Figura 4.6.

En estos últimos casos excepcionales, la formulación de los costes asociados a este movimiento presenta la inclusión del ahorro del coste  $F$  asociado a la prestación de servicio en una ruta tal y como se detalla en la ecuación (4.18b).

$$c_{M,2} = \sum_{b=q}^{br} c_w P_b^r + \sum_{b=t}^{bs} c_w P_b^s + \sum_{b=x}^{bu} c_w P_b^u - \alpha_F F \quad (4.18b)$$

En el caso que se elimine una sola ruta,  $\alpha_F$  tiene un valor igual a 1, mientras que si la perturbación consigue eliminar 2 rutas  $\alpha_F$  tendrá un valor igual a 2.

### - M3. Movimiento de envío con estrategia *hub*

El movimiento analizado se basa en que todas las cargas de una ruta  $r$  transportadas a lo largo de un arco  $e \in E^r$  cuyo par de nodos extremos es  $(i,j) \in A_r$  se realizarán con una transferencia en terminal *hub*. La transferencia se realizará cuando exista una ruta  $u$  que presente un nodo  $n_u(x)=i$  en la posición  $x=1,..,b_u$  ( $i \in N^r \cap N^u$ ) y otra ruta  $s$  que presente un nodo  $n_s(z)=j$  en la posición  $z=2,..,b_s+1$  de la cadena de nodos ( $j \in N^r \cap N^s$ ). Por otro lado, ambas rutas  $s$  y  $u$  deben contener un nodo  $h_i$  coincidente y que además sea una terminal *hub* que permita el intercambio entre vehículos ( $h_i \in N^u \cap N^s$ ), tal y como se refleja en la Figura 4.7. En el caso de la ruta  $u$ , la posición  $y=2,..,b_u+1$  del nodo  $h_i$  en la cadena debe ser posterior a la del nodo  $i$  ( $x < y$ ), mientras que en la ruta  $s$  la posición  $t=1,..,b_s$  de la terminal *hub* debe presentarse anteriormente a la posición del nodo  $j$  ( $t < z$ ).

La contribución principal de este movimiento es la eliminación del recorrido de distancia entre los puntos  $(i,j)$  en la ruta  $r$ , la eliminación de la parada en  $j$  y el posible incremento de la ocupación de la carga del vehículo en las rutas  $u$  y  $s$ . Sin embargo presenta dos elementos críticos para su aplicación:

- La aplicación de este movimiento divide la ruta  $r$  en dos subrutas, lo que es equivalente a la generación de una nueva ruta con un coste  $F$ . En este sentido, se creará la nueva ruta  $p \in R$  constituida por la cadena  $\{n_r^0(q+1), \dots, n_r^0(b_r+1)\}$ .
- El envío de la carga asociada al par  $(i,j)$  por medio de la ruta  $u$  y  $s$  puede conllevar la superación de la capacidad del vehículo en los arcos  $b=x, \dots, y$  de la ruta  $u \in R$  y los arcos  $b=t, \dots, z$  de la ruta  $s \in R$ .
- El envío a través de una terminal *hub* introduce un nuevo coste de gestión y manipulación de la carga en esta terminal.

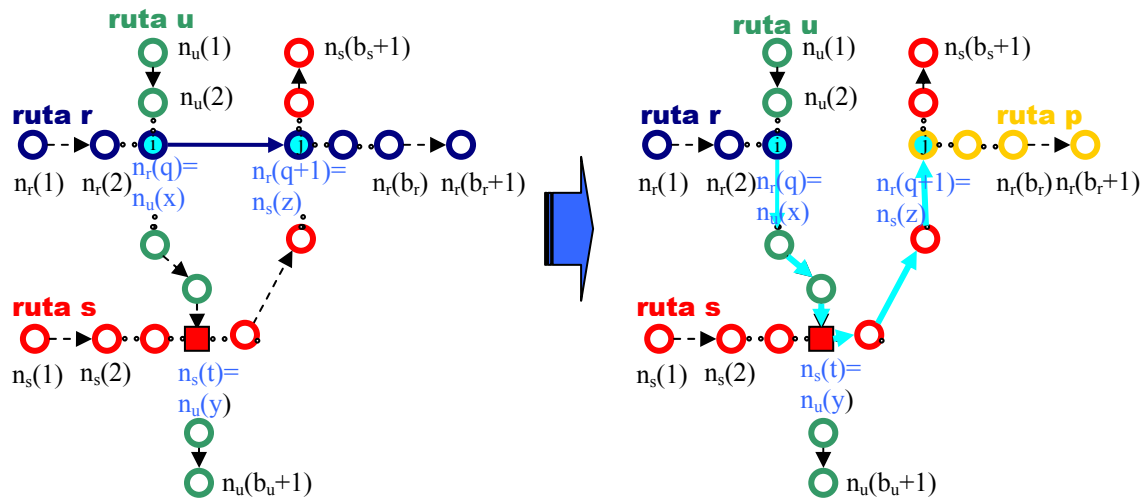


Fig 4.7 . Esquema de funcionamiento del movimiento M3

De este modo, la función de los costes generados por el envío de la carga a través del par de nodos  $(i,j)$  vía *hub* se puede explicitar por medio de la ecuación (4.19a). El quinto término expresa el coste de manipulación en el *hub*  $h_i=n_u(y)=n_s(t)$ , donde se cumple  $U_{a,q}^r = 1$  para todos aquellos envíos  $a$  que se transportan por el arco en posición  $q$  (arco formado por el par de nodos  $i,j$ ) de la ruta  $r$ .

$$c_{M,3} = \sum_{b=q}^{br} c_w p_b^r + \sum_{b=t}^{bs} c_w p_b^s + \sum_{b=x}^{bu} c_w p_b^u + F + \sum_{a \in A^g} c_{t,hi} Y_{a,hi}^r w_a' U_{a,q}^r - c_p - D_{ij} \quad (4.19a)$$

Con el fin de poder salvar la creación de la nueva ruta  $p$  determinada por la cadena  $\{n_r^0(q+1), \dots, n_r^0(b_r+1)\}$  que conlleva la implantación de esta estrategia, el movimiento en cuestión se aplica conjuntamente con el análisis de posibles fusiones de rutas existentes con las rutas afectadas por el movimiento.

En este sentido, la segunda fase de implantación del movimiento M3 tratará de encadenar el nodo de rotura de la ruta  $r$ ,  $n_r(q)$  con alguna ruta  $r_1 \in R$  ( $r_1 \neq r, s, u, p$ ) que presente su primer nodo coincidente con el nodo ubicado en la posición de la ruta  $r$ , es decir  $n_r(q) = n_{r_1}(1)$ . Asimismo, también se considerará la posibilidad de encadenar cualquier ruta  $r_2 \in R$  ( $r_2 \neq r, s, u, p$ ) que presente su nodo final coincidente con el punto inicial de la ruta  $p$ , es decir  $n_r(q+1) = n_{r_2}(b_{r_2}+1)$ . El esquema de rutas finales queda determinado en la Figura 4.8.

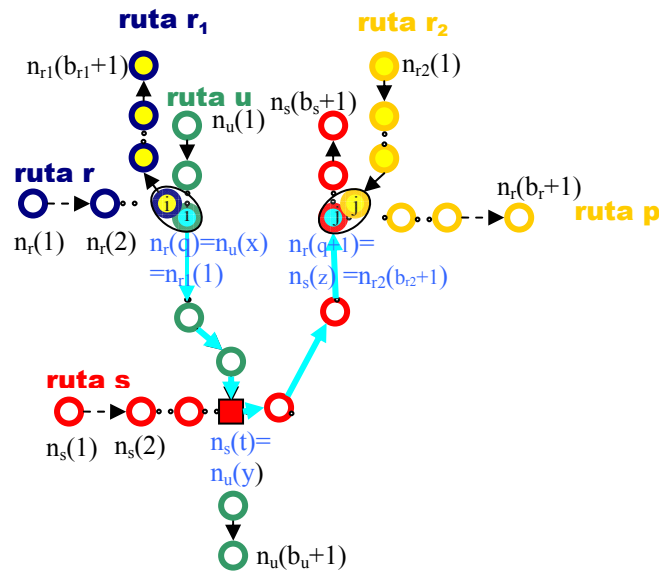


Fig. 4.8. Esquema del funcionamiento del movimiento M3 con búsqueda de reducción de rutas

De esta forma, las rutas que sufrirán cambios en sus cadenas de nodos o las nuevas rutas generadas serán:

Ruta $r$	$\begin{cases} \{n_r^0(1), \dots, n_r^0(q)\} \\ \{n_r^0(1), \dots, n_r^0(q), n_{r_1}^0(2), \dots, n_{r_1}^0(b_{r_1}+1)\} \end{cases}$	$\begin{cases} \text{si no } \exists r1   n_{r_1}^0(1) = n_r^0(q) \\ \text{si } \exists r1   n_{r_1}^0(1) = n_r^0(q) \end{cases}$
Ruta $r_2$	$\begin{cases} \{n_{r_2}^0(1), \dots, n_{r_2}^0(b_{r_2}+1)\} \\ \{n_{r_2}^0(1), \dots, n_{r_2}^0(b_{r_2}+1), n_r^0(q+2), \dots, n_r^0(b_r+1)\} \end{cases}$	$\begin{cases} \text{si no } \exists r2   n_{r_2}^0(b_{r_2}+1) = n_r^0(q+1) \\ \text{si } \exists r2   n_{r_2}^0(b_{r_2}+1) = n_r^0(q+1) \end{cases}$
Ruta $p$	$\begin{cases} \{n_r^0(q+1), \dots, n_r^0(b_r+1)\} \\ \{\emptyset\} \end{cases}$	$\begin{cases} \text{si no } \exists r2   n_{r_2}^0(b_{r_2}+1) = n_r^0(q+1) \\ \text{si } \exists r2   n_{r_2}^0(b_{r_2}+1) = n_r^0(q+1) \end{cases}$



La aplicación de la posibilidad de encadenamiento de las rutas  $r$  y  $p$  derivadas de la primera fase de movimiento de optimización con otras rutas existentes conduce al siguiente balance de costes:

- Si existen  $r_1$  y  $r_2$  que cumplan las condiciones anteriores, el sistema de distribución puede ahorrar una ruta (en el caso de la Figura 4.8 se ha supuesto la supresión de la ruta  $r_1$  al quedar integrada en la ruta  $r$ ).
- Si existe  $r_1$  o  $r_2$  que cumpla las condiciones anteriores, el sistema de distribución mantiene el número de rutas totales.

Sin embargo, si el punto de rotura de la ruta  $r$  es el penúltimo punto de la ruta, es decir  $n_r(q) = n_r(b_r)$ , y existe  $r_1$  que cumpla las condiciones anteriores, el número de rutas se reduce en una unidad. Si el punto de rotura de la ruta  $r$  es el primer punto de la ruta, es decir  $n_r(q) = n_r(1)$ , y existe la ruta  $r_2$  que cumpla las condiciones anteriores, también se reduce en una unidad el número de rutas existentes.

- Si no existe  $r_1$  ni  $r_2$  que cumplan las condiciones anteriores, el sistema de distribución debe añadir la ruta  $p$  y por tanto, ve sus costes incrementados.

Esta afirmación no se produce si la ruta  $r$  está compuesta por un solo arco  $(i,j)$  de forma que  $A^r = \{(i,j)\}$ . En este caso, el envío de la mercancía entre estos dos puntos a través de otras rutas *hub*, permite la reducción del número de rutas en una unidad.

En este sentido, se puede establecer una fórmula general para los costes asociados a este movimiento en función de las potencialidades de fusión de las rutas de estudio con otras existentes en la solución, según la ecuación (4.19b).

$$c_{M,3} = \sum_{b=q}^{br} c_w p_b^r + \sum_{b=t}^{bs} c_w p_b^s + \sum_{b=x}^{bu} c_w p_b^u + \alpha_F F + \sum_{a \in A^s} c_{t,hi} Y_{a,hi}^r W_a^r U_{a,q}^r - c_p - D_{ij} \quad (4.19b)$$

Siendo:

$$\alpha_F = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{no} \exists r_1, r_2 \in R; b_r > 1 \\ 0 & \text{si } \exists r_1 \in R; \text{no} \exists r_2 \in R; n_r(b_r) \neq n_r(q) \\ & \exists r_2 \in R; \text{no} \exists r_1 \in R; n_r(1) \neq n_r(q) \\ -1 & \text{si } \exists r_1, r_2 \in R \\ & \text{no} \exists r_1, r_2 \in R; b_r = 1 \\ & \exists r_1 \in R; \text{no} \exists r_2 \in R; n_r(b_r) = n_r(q) \\ & \exists r_2 \in R; \text{no} \exists r_1 \in R; n_r(1) = n_r(q) \end{cases}$$

- **M4. Movimiento de envío con estrategia *peddling***

Esta perturbación, al igual que la anterior, también produce reducciones de coste significativas por medio del envío de todas las cargas que son transportadas a lo largo de un arco  $(i,j)$  de la ruta  $r \in R$  a través de otra ruta  $s \in R$  con paradas múltiples.

Esta perturbación permite la eliminación del recorrido del arco  $(i,j)$  en la ruta  $r$  así como la eliminación de la parada en la delegación  $j$  de la ruta  $r$ , si bien también produce unos sobrecostes al igual que se producía con el movimiento anterior. Por un lado, el movimiento conlleva la creación de una nueva ruta  $p$  constituida por todos los nodos de la cadena formada entre la posición siguiente a la de rotura  $q$  (asociada a la delegación  $j \in \mathcal{N}$  tal que  $n_r(q+1)=j$ ) y el punto final  $n_r(b_r+1)$  de la ruta  $r$ . Adicionalmente, la ejecución de esta perturbación también puede desencadenar la superación de la restricción de la capacidad en la ruta  $s$  por la que se encaminan los envíos que transcurren entre  $i,j \in \mathcal{N}$ .

En este sentido, la función de costes (4.20a) asociada a este movimiento presenta, de forma general, una expresión muy similar a la equivalente para el movimiento *hub* (4.18a) sin la consideración de la manipulación de la mercancía en la terminal de consolidación.

$$c_{M,4} = \sum_{b=q}^{b_r} c_w p_b^r + \sum_{b=t}^{b_s} c_w p_b^s + F - c_p - D_{ij} \tag{4.20a}$$

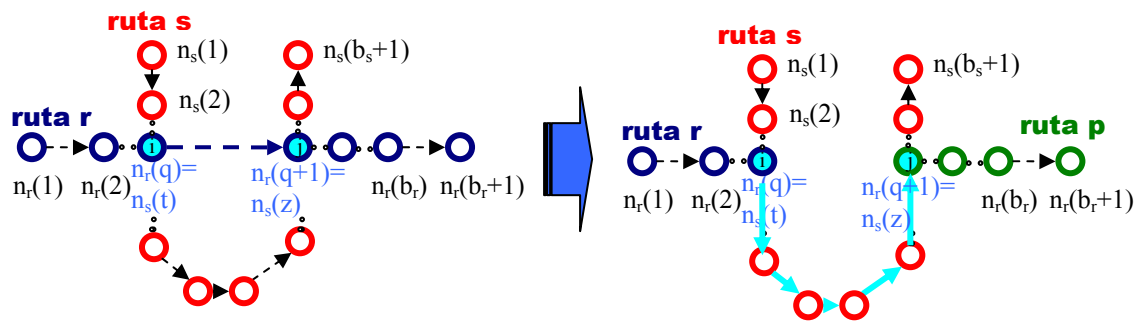


Fig. 4.9. Esquema de funcionamiento del movimiento M4

Al igual como sucedía con el movimiento anterior, el movimiento puramente de *peddling* o de paradas múltiples vendrá acompañado por una fase adicional de fusión de las rutas de estudio con las existentes en el conjunto de la solución  $R$ . El objetivo es poder compensar la creación natural de la ruta  $p$  generada con la fusión potencial de las rutas del movimiento con dos rutas  $r_1$  y  $r_2 \in R$ . El análisis se basaría en comprobar que el primer nodo de la ruta  $r_1$  es coincidente con el nodo de rotura de la cadena de la ruta  $r$ ,

$n_{r_1}(1)=n_r(q)$ . Adicionalmente también se debería comprobar que el nodo final de la ruta  $r_2$  coincide con el nodo inicial de la ruta  $p$  generada (cadena posterior al punto de rotura de la ruta  $r$ ), de forma que  $n_r(q+1)=n_{r_2}(b_{r_2}+1)$ . El esquema de esta optimización del movimiento M4 quedaría reflejado en la Figura 4.10.

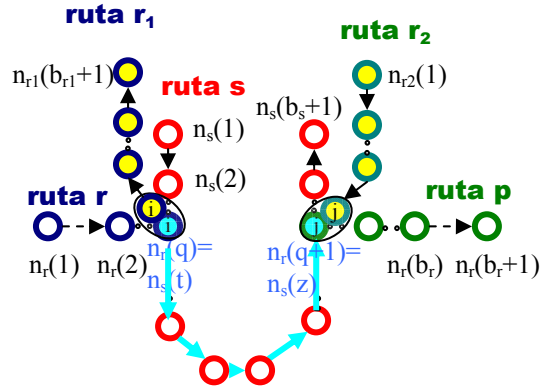


Fig.4.10. Esquema de funcionamiento del movimiento M4 con mejora de reducción del número de rutas

El balance de rutas creadas sigue los mismos criterios que los establecidos para el movimiento de envío con estrategia *hub*, de forma que la función de costes finales se puede expresar mediante la ecuación (4.20b).

$$c_{M,A} = \sum_{b=q}^{br} c_w p_b^r + \sum_{b=t}^{bs} c_w p_b^s + \alpha_F F - c_p - D_{ij} \quad (4.20b)$$

donde el parámetro  $\alpha_F$  se calcula mediante el término equivalente de la expresión (4.19b).

La implantación de esta estrategia conduce a variaciones significativas del coste asociado del sistema. Las condiciones de variación de rutas cumplen las mismas condiciones que se producían en el movimiento *hub* con las rutas  $r$ ,  $p$ ,  $r_1$  y  $r_2$ .

- **M5. Movimiento de fusión de dos rutas existentes**

Este movimiento o perturbación de la solución produce ahorros significativos de coste al tratar de encadenar dos rutas que compartan el mismo nodo inicial y final. De este modo, si existen dos rutas  $r,s \in R$  de forma que  $n_r(b_r+1)=n_s(1)$ , la ruta  $r$  se puede ampliar integrando al final de la cadena la totalidad de la ruta  $s$ . La ruta  $r$  final sería constituida por la cadena  $r = \{n_r^0(1), \dots, n_r^0(b_r + 1), n_s^0(2), \dots, n_s^0(b_s + 1)\}$ , mientras que la ruta  $s$  se

eliminaría del sistema al ser  $s = \{\emptyset\}$ . La configuración final conseguida con el movimiento se detalla en la Figura 4.11.

Este movimiento es muy interesante al reducir significativamente el coste de la solución aunque no conduzca a nuevos espacios de soluciones todavía no explorados (no crea una nueva ordenación entre nodos de una misma ruta). El incremento de coste generado por el movimiento en cuestión está desarrollado en la ecuación (4.21).

$$c_{M,s} = \sum_{b=1}^{bs} c_w P_b^s - F - c_p \quad (4.21)$$

Se debe destacar que este movimiento puede producir en muchos casos la violación de las restricciones temporales de distribución al incrementar en gran medida el número de nodos a visitar por un mismo vehículo. Sin embargo, el movimiento siempre cumplirá las restricciones de capacidad del vehículo en cada arco.

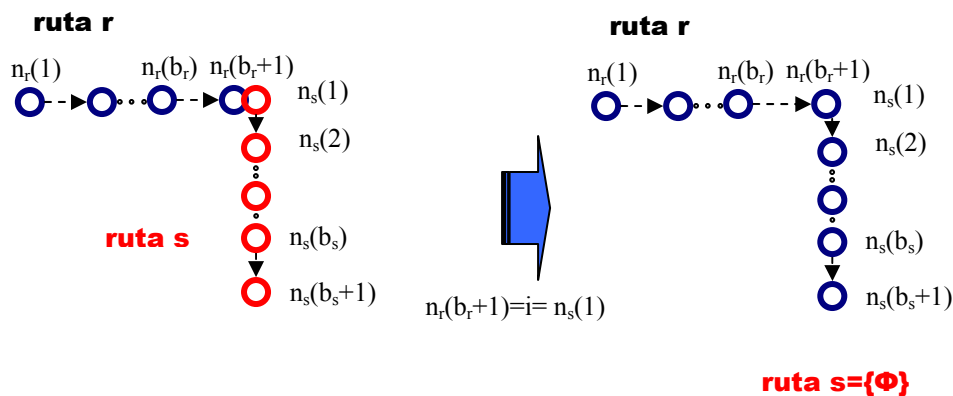


Fig. 4.11. Esquema de funcionamiento del movimiento M5

La dimensión del espacio de soluciones  $N^*(x)$  que se puede generar a partir de movimientos sobre la solución  $x$  puede llegar a ser inabordable en términos de tiempo de computación y de espacio de memoria requerido. Por este motivo, existen técnicas que limitan la aplicación potencial de movimientos  $t \in M(x)$ , generando un nuevo espacio de movimientos  $M'(x) \subset M(x)$ ,  $\dim(M'(x)) \ll \dim(M(x))$ . Resulta obvio que la aplicación de este criterio puede llegar a no valorar el movimiento  $t^* \in M(x)$  que genere en la iteración  $k$  la mejor solución  $x^*$ , es decir que  $f(x^*) = \min_{\forall x' \in N^*(x)} f(x')$ .

El procedimiento de restricción del vecindario  $N^*(x)$  aplicado en cada iteración  $k$  ha sido generar un número finito de  $N_4$  soluciones  $x'$  de forma que  $\dim(N^*(x)) = N_4$ . Por lo

tanto, únicamente se crearán  $N_4$  soluciones  $x'$  de las que se evaluará su correspondiente valor  $f(x')$  para adoptar como estado actual  $x=x'$  la configuración de menor coste.

La generación de cada una de las  $N_4$  soluciones  $x'$  se realizará utilizando aleatoriamente un movimiento tipo entre las 5 tipologías disponibles: M1- Movimiento de intercambio de cadenas de envíos entre dos rutas, M2- Movimiento de intercambio de cadenas de envíos entre tres rutas, M3- Movimiento de envío con estrategia *hub*, M4- Movimiento de envío con estrategia *peddling* y M5- Movimiento de fusión de dos rutas existentes.

Una vez fijado el movimiento, se escogerán de forma aleatoria las rutas  $r, s, u, r_1$  y  $r_2 \in R$  y la posición  $q$  del nodo de rotura de la ruta  $r$  de forma que se evaluará el cambio de asignación de la ruta  $r$  de todos aquellos envíos que discurren entre  $(i,j)$  siendo  $i=n_r(q)$  y  $j=n_r(q+1)$ . A partir del par de nodos  $(i,j) \in A'$  definidos por la variable aleatoria  $q \in (1, b_r)$ , se identificarán aquellos nodos pertenecientes a la ruta  $s$  y, si es el caso, de la ruta  $u, r_1$  y  $r_2$ , complementarios a  $i=n_r(q)$  y  $j= n_r(q+1)$  para aplicar el movimiento  $M_i$   $i=1, \dots, 5$  escogido. El proceso para evaluar la factibilidad del movimiento se realizará de la siguiente forma:

0.  $kr=1$
1. Si  $M_i=M3$  ó  $M4$ , se valorará la factibilidad del movimiento  $M_i$  con la ruta  $r_2$ . Si no fuese factible, se hará  $r_2=r_2+1$  (si  $r_2=|R|+1$ , entonces se hará  $r_2=1$ ) y se volverá a valorar la factibilidad hasta encontrar ruta factible. Si se valoran todo el conjunto  $R-\{r,s,u,r_1,r_2\}$ , se adoptará  $r_2=\{\emptyset\}$  y se pasará a evaluar la factibilidad de la ruta  $r_1$  (paso 2)
2. Si  $M_i=M3$  ó  $M4$ , se valorará la factibilidad del movimiento  $M_i$  con la ruta  $r_1$ . Si no fuese factible, se hará  $r_1=r_1+1$  (si  $r_1=|R|+1$ , entonces se hará  $r_1=1$ ) y se volverá a valorar la factibilidad hasta encontrar ruta factible. Si se valoran todo el conjunto  $R-\{r,s,u,r_1,r_2\}$  sin éxito, se adoptará  $r_1=\{\emptyset\}$  y se pasará a evaluar la factibilidad de la ruta  $u$  (paso 3)
3. Si  $M_i=M2$ , se valorará la factibilidad del movimiento  $M_i$  con la ruta  $u$ . Si no fuese factible, se hará  $u=u+1$  (si  $u=|R|+1$ , entonces se hará  $u=1$ ) y se volverá al paso 2 y se valorará la factibilidad hasta encontrar ruta factible. Si se valoran todo el conjunto  $R-\{r,s,u,r_1,r_2\}$  sin éxito, ir al paso 5. En el caso que exista pasar al paso 4.
4. Se valorará la factibilidad del movimiento  $M_i$  con la ruta  $s$ . Si no fuese factible, se hará  $s=s+1$  (si  $s=|R|+1$ , entonces se hará  $s=1$ ) y se volverá al paso 1 y se valorará la factibilidad hasta encontrar ruta factible. Si se valoran todo

el conjunto  $R - \{r, s, u, r_1, r_2\}$  sin éxito, ir al paso 5. En el caso que exista pasar al paso 6.

5. Se generará una nueva posición  $q=q+1$  del nodo de rotura de movimiento en la ruta  $r$  (si  $q=b_r+1$  entonces adoptar  $q=1$ ), y se pasará al punto 1. Si se valoran todas las posiciones  $q=1, \dots, b_r$ ; adoptar  $r=r+1$  (si  $r=|R|+1$  entonces  $r=1$ ) y  $kr=kr+1$ . Si  $kr=|R|$ , se para el algoritmo determinando  $x_{opt}=x$  al no existir un movimiento aplicable. En caso  $kr < |R|$ , ir al paso 1.
6. Calcular el valor de la función objetivo asociada a la subiteración  $k=1, \dots, N_4$  como  $f(x_k')$  y el tipo de movimiento por la expresión (4.22).

$$ti(M_i; r, s, u, r_1, r_2, q, t, y) \in M(x) \quad (4.22)$$

donde  $q=1, \dots, b_r$ ;  $t=1, \dots, b_s$  e  $y=1, \dots, b_u$  son respectivamente las posiciones de las terminales de rotura para cumplir el movimiento  $M_i$  en las rutas  $r, s$  y  $u$ .

### Evolución de movimientos

De entre todas las soluciones generadas por movimientos descritos anteriormente, el algoritmo de Búsqueda Tabú debe escoger aquella que produzca un menor coste. Sin embargo, la aceptación de una ruta infactible debe tener algún factor de penalización en relación a una ruta que cumpla con las restricciones del sistema. Asimismo, aquellos cambios o movimientos de envíos que con mayor frecuencia hayan sido expulsados de una ruta de la solución también merecen un tratamiento diferencial a movimientos no repetitivos.

De este modo, en Cordeau y Laporte (2003) se determina una función que regula la aceptación de la solución en la iteración de estudio según la ecuación (4.23), en función del coste de la ruta (primer término) y de la violación de las restricciones del problema (segundo término). Sin embargo, tal y como se verá en el uso de la memoria a Largo Plazo, es necesario añadir un tercer término  $g_f(x')$  que dependerá de la frecuencia de repetición de un elemento de la ruta en la solución actual.

$$f(x') = \sum_{r=1}^R [c(r) + p_l(r)] + g_f(x') \quad r \in R \quad \forall x' \in X \quad (4.23)$$

El término  $c(r)$  reproduce el coste total real del sistema integrando los costes fijos y variables de cada ruta según la ecuación (3.3). Por otro lado, existe un factor  $p_l(r)$  de penalización para una ruta  $r$  que se calcula por la ecuación (4.24) y depende de  $t_{e,j}(r)$ , término que representaría el tiempo de exceso de visita en cada delegación  $j$  en relación al intervalo permitido  $(h_{1,j}, h_{2,j})$  en la ruta  $r \in R$ . Este término representa la violación de los tiempos límite de llegada o salida en las delegaciones y está afectado por un parámetro  $\varepsilon_1$  que monetiza el valor de la penalización.

$$p_l(r) = \varepsilon_1 \sum_{\forall j \in N^r} t_{e,j}(r) \quad (4.24)$$

En el caso del problema VRP sin ventanas temporales se proponen otras funciones de penalización en Cordeau y Laporte (2003), Nancy (2000) que integran la vulneración de las restricciones temporales y adicionalmente la restricción de capacidad, según se puede comprobar en la ecuación (4.25). En este caso, la variable  $q(r)$  representa la carga en exceso transportada en la ruta  $r$  en relación con la capacidad del vehículo y  $t_e(r)$  el tiempo que el vehículo supera la máxima duración temporal de la ruta fijada por convenios laborales u otras restricciones.

$$p_l(r) = \varepsilon_1 t_e(r) + \varepsilon_2 q(r) \quad (4.25)$$

El problema VRP es un ejemplo de problema de distribución de uno a muchos (*One-to-Many*), por lo que los flujos de distribución a los puntos de una región tienen un origen (o destino) común: la terminal o delegación. Cada vehículo sale de su delegación asociada, realiza un conjunto de paradas múltiples en los clientes asignados y posteriormente regresa a la delegación. En este sentido, la restricción de capacidad del vehículo se analiza de forma global en toda la ruta. Es decir, la carga asociada a todos los puntos pertenecientes a la misma ruta debe ser inferior a la capacidad del vehículo para que la ruta sea factible.

Sin embargo, en el problema de Muchos orígenes a Muchos destinos (*Many-to-Many*) de la red troncal de una empresa de paquetería, los flujos de mercancía a transportar en una ruta no presentan orígenes ni destinos comunes. Cada ruta se conforma uniendo pares de puntos (delegaciones) con un flujo asociado distinto de cero. Esta característica hace que la restricción de capacidad no se analice de forma global en toda la ruta sino en cada arco de cada ruta. Las estrategias de envío con paradas múltiples o *hub* conllevan que por un mismo arco  $(i,j)$  de una ruta  $r$  se transporte la mercancía  $w_{ij}$  del envío directo más otras flujos  $w_{kl}$  asociados a envíos *hub* o *peddling* ( $k \neq i$  y  $l \neq j$ ;  $k \neq i$  y  $l = j$ ;  $k = i$  y  $l \neq j$ ).

Si en un problema *One-to Many* como el *VRP*, cualquier ruta infactible por problemas de sobrecapacidad puede ser solucionada con la reasignación de puntos de la ruta a otras rutas a través de movimientos de perturbación, en el problema *Many-to Many* de estudio este hecho no sucede. Los movimientos planteados anteriormente para el problema *Many-to-Many* únicamente reasignan arcos  $(i,j)$  entre rutas, por lo que los envíos en cada arco se mantendrían y por tanto el problema de sobrecapacidad no se vería solucionado.

Por lo tanto, en el problema en consideración, las rutas infactibles del proceso iterativo únicamente serán las que superen las restricciones temporales del problema. Cualquier solución que comporte la superación de la capacidad del vehículo no podrá ser considerada como solución actual en el proceso iterativo y se eliminará.

Según Cordeau *et al.* (1997) el valor de  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  de la ecuación (4.25) es variable a lo largo de las iteraciones en función de la viabilidad o infactibilidad de la ruta en cuestión. Siguiendo estas consideraciones, el valor inicial de  $\varepsilon_1$  se considerará igual a la unidad. Posteriormente, en cada iteración que comporte una solución con una o más rutas vulnerando las restricciones temporales, el valor de  $\varepsilon_1$  se multiplicará por  $(1 + \delta)$ , siendo  $\delta > 0$ , mientras que si la solución es factible el valor actual de  $\varepsilon_1$  se dividirá por  $(1 + \delta)$ . Sin embargo, también se limitará la variación de  $\varepsilon_1$  en un dominio efectivo de  $(0,01; 100)$  para poder mantener el proceso de refinamiento y no penalizar de forma exagerada soluciones infactibles recurrentes de alto coste o soluciones puntualmente infactibles derivadas de soluciones factibles de bajo coste.

El procedimiento para estimar  $\varepsilon_2$  en el problema *VRP* planteado en Cordeau *et al.* (1997) sería idéntico al de  $\varepsilon_1$  pero esta vez analizando la vulneración de la sobrecapacidad, aspecto que no se ha considerado en este estudio.

A nivel general, si se considera que el proceso está actualmente en la iteración  $k^*$  y se ha pasado por un número  $k1$  de iteraciones factibles y un número  $k2$  de iteraciones infactibles ( $k^* = k1 + k2$ ), el valor de  $\varepsilon_1$  se puede calcular por la expresión (4.26), según Scheuerer (2006).

$$\varepsilon_1 = \max \left( \min \left( \frac{(1 + \delta)^{k_2}}{(1 + \delta)^{k_1}}; 100 \right); 0,01 \right) \quad (4.26)$$



Existe un número extenso de contribuciones científicas que comparten la misma función de coste en lo relativo al coste real de la ruta y la penalización por violación de capacidad y ventanas temporales (primer y segundo término de la expresión 4.23) con distintos coeficientes de afectación, como pueden ser Cordeau y Laporte (2003), Nancy (2000), Scheuerer (2006). Sin embargo, el tercer término de la expresión (4.23) es el que plantea una mayor heterogeneidad entre las distintas aplicaciones del algoritmo en la resolución de los problemas. En particular, el término  $g_f(x')$  representa una penalización que se añade a la función de costes del movimiento (ecuación 4.28) para impedir la repetición de atributos de la solución  $x$  del problema que frecuentemente estén incluidas en la solución o estado actual. El objetivo es diversificar la búsqueda hacia soluciones que no se hayan explorado todavía afectando con un sobre coste las soluciones o configuraciones más repetidas a lo largo de los estados del proceso iterativo. La determinación del término  $g_f(x')$  se desarrollará en el subcapítulo 4.5.3.

### **Control de la ejecución**

El desarrollo del algoritmo TS también incluye una subfase de control de ejecución que limita las iteraciones del proceso de cálculo y el cambio de dirección de la búsqueda en el dominio de soluciones. Existen distintos procedimientos para limitar el procedimiento de búsqueda pero uno de los más interesantes y el que se ha desarrollado en esta tesis sigue los planteamientos de Brandao (2006). En este documento se definen 3 criterios para finalizar el proceso iterativo actual en el entorno de soluciones analizadas.

Por un lado, la búsqueda de soluciones se para cuando se han realizado un número máximo  $N_I$  de iteraciones en todo el proceso. Esta restricción implica la finalización del proceso de búsqueda. La mejor solución encontrada hasta la iteración  $N_I$  es considerada la solución definitiva del problema. El valor de  $N_I$  debe ser suficientemente grande para poder valorar el espacio de soluciones. En Brandao (2006) se recomienda que  $N_I=1000N_T$ , siendo  $N_T$  el número de puntos del problema.

El segundo criterio se establece controlando la progresión en el coste de las soluciones factibles. Se estipula un número máximo de iteraciones consecutivas  $N_2$  sin mejorar la solución factible. Su aplicación cortará la búsqueda del procedimiento iterativo cuando de forma recurrente únicamente se consigan soluciones infactibles o soluciones factibles de mayor coste. Finalmente, el tercer criterio de control se basa en el coste de las soluciones tanto factibles como infactibles. Se establece un número máximo de iteraciones  $N_3$  sin mejorar la mejor solución factible o infactible encontrada hasta el momento. Este hecho limita la búsqueda de soluciones en un subespacio en el que se

analiza de forma recurrente si el coste de las soluciones (factibles e incluso las infactibles) superen el coste asociado a otras soluciones encontradas anteriormente.

Se debe constatar que el segundo y tercer criterio fijados por  $N_2$  y  $N_3$  únicamente suponen un paro momentáneo en el proceso iterativo. Cuando se supera uno de los números máximos de iteraciones ( $N_2$  ó  $N_3$ ), se para la búsqueda en el subdominio de soluciones actual. Sin embargo, el algoritmo de búsqueda se reinicializa partiendo de una solución “candidata”. El concepto de reinicialización de la solución es conocido habitualmente como Memoria Intermedia según Sum *et al.* (1998). Esta reinicialización (*re-start*) se produce borrando la memoria de las iteraciones sin mejora de costes de la solución factible e infactible (aquellas que se controlan en relación a  $N_2$  y  $N_3$ ) y la lista tabú se hace 0 para todos los elementos o movimientos prohibidos. Es recomendable que el proceso de reinicialización no se ejecute únicamente desde la mejor solución encontrada sino que se trabaje con un conjunto  $X^*$  de soluciones candidatas sub-óptimas. Debido a los requerimientos de memoria computacional, el conjunto  $X^*$  de mejores soluciones se ha limitado a las tres mejores soluciones factibles encontradas. La solución “candidata” por la que vuelve a empezar el procedimiento iterativo se escoge aleatoriamente del conjunto  $X^*$  de mejores soluciones factibles encontradas hasta el momento.

Existen otras aportaciones que proponen otros criterios de parada y de reinicialización a partir de la mejor solución encontrada. Si bien prácticamente todas fijan un número máximo de iteraciones  $N_I$ , el concepto de reinicialización de la solución se fija exclusivamente valorando si ha habido mejora en la solución  $x$ , sea factible o infactible en las últimas  $N_3$  iteraciones (Nancy, 2000 o Scheuer, 2006). Por lo tanto, en el caso que de forma repetida el algoritmo estuviera analizando soluciones infactibles, no habría ningún tipo de control o herramienta para parar la búsqueda y reinicializarla hacia otros dominios.

Finalmente, existen otros criterios de finalización no tan comunes como puede ser que el algoritmo llegue a un valor umbral prefijado en el inicio de la computación si de antemano se conoce el valor óptimo de la solución.

#### **4.5.2. Memoria a corto plazo**

La componente de memoria a corto plazo es utilizada por el algoritmo para evitar la búsqueda de soluciones ya consideradas dentro del subespacio de soluciones e impedir un comportamiento cíclico.

En este sentido, el algoritmo restringe el vecindario de una solución para excluir configuraciones que contengan atributos que se designan como *tabú*. La memoria a corto plazo es utilizada para prohibir movimientos de un nodo o elemento de una ruta a otra durante un cierto periodo de tiempo denominado *tiempo tabú*.

El periodo de tiempo tabú (*tabu tenure*) no es más que el número de iteraciones durante el cual un par de nodos de una ruta no puede modificarse por haberse eliminado o añadido en el movimiento actual. El cálculo del periodo de tiempo tabú ( $\theta$ ) se puede realizar mediante tres procedimientos distintos:

- El periodo de tiempo tabú  $\theta$  presenta una distribución uniforme en un intervalo  $[a, b]$
- El periodo de tiempo tabú  $\theta$  es un número fijo
- El periodo de tiempo tabú  $\theta$  es el valor máximo entre un número fijo  $\theta_1$  y el número de pares de nodos a estudiar ( $N_T$ ).

Si en la iteración  $k^*$  del algoritmo existe un movimiento de intercambio que divide la ruta  $r = \{a, b, c, d\}$  por  $(b, c)$  y la ruta  $s = \{e, f, g, h\}$  por el par de nodos  $(f, g)$  para configurar las rutas modificadas  $r = \{a, b, g, h\}$  y  $s = \{e, f, c, d\}$ , los pares de nodos considerados como atributos tabú serán:  $(b, c)$ ,  $(f, g)$ ,  $(b, g)$  y  $(f, c)$ . De este modo, los pares de nodos permanecerán tabú o prohibidos en todas las iteraciones  $k$  incluidas en el intervalo marcado por la ecuación (4.27).

$$k \in [k^*; k^* + \theta] \quad (4.27)$$

Cabe destacar que los anteriores pares de nodos o elementos considerados como tabú durante  $\theta$  iteraciones son tanto atributos que desaparecen de la solución como nuevas configuraciones que se generan. En particular, en el ejemplo anterior los pares de nodos  $(b, c)$  y  $(f, g)$  eran elementos que se eliminaban de las rutas de estudio, mientras que los pares  $(b, g)$  y  $(f, c)$  eran elementos que anteriormente no estaban incluidos en las rutas  $r$  y  $s$ .

En Glover y Laguna (2002) se comenta que pueden adoptarse distintos valores o criterios del coeficiente *tabu tenure* según el atributo tabú haya sido recientemente incorporado a la solución –caso de pares de nodos  $(b, g)$  y  $(f, c)$ - o haya sido eliminado - caso de nodos  $(b, c)$  y  $(f, g)$ -. Sin embargo, en la aplicación del algoritmo propuesto para problemas *Many-to-Many* se ha considerado un valor del periodo de tiempo tabú  $\theta$  fijo.

De esta forma, todos los elementos modificados (creados o eliminados) serán incluidos en una *lista tabú* que integrará atributos o configuraciones especiales (en esta tesis serán pares de nodos o delegaciones) que no se podrán alterar por ninguna transición de estado durante  $\theta$  iteraciones. Es importante tener en cuenta que el intervalo de iteraciones tabú será particular para cada elemento de la lista, al depender del criterio de fijación de  $\theta$  y de la iteración en la que se ha añadido o eliminado el elemento.

No existe una recomendación clara en la literatura científica sobre qué estrategia se debe seguir para fijar el tiempo o número de iteraciones tabú. Es por este motivo que se optará por realizar un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos en la calibración del algoritmo en relación a este parámetro y técnica de cálculo.

### 4.5.3. Memoria a largo plazo

La componente de memoria de largo plazo se utiliza para diversificar la búsqueda de la solución óptima. Su implantación se basa en impedir la repetición de movimientos ya realizados y potenciar la exploración de nuevas estructuras en el espacio de soluciones.

En este sentido, se suele realizar una medida de la frecuencia de repetición de aquellos movimientos que afectan a envíos que se hayan reasignado un número elevado de veces (frecuencia de cambio alta). Se genera una penalización proporcional a esta frecuencia que se añadirá a la función de coste de cada solución. Se puede concluir que en todos los estudios que se han desarrollado sobre la Búsqueda Tabú éste es el componente significativo para producir soluciones de calidad.

Por ejemplo, en Cordeau *et al.* (2003), Crevier *et al.* (2005) o Scheuerer (2006), se propone un criterio de diversificación común basado en que cualquier solución  $x'$  presente en el espacio de soluciones de  $x$  tal que  $f(x') > f(x)$ , sea penalizada por un factor proporcional a la frecuencia de adición de sus atributos diferenciales y un factor de escala. Si el movimiento en cuestión ha modificado el par de nodos  $(i,j)$  de la solución  $x$  para pasar a la solución  $x'$ , el coste  $g_f(x')$  con el que se penaliza la adopción o rechazo del atributo  $(i,j)$  se calcula mediante la expresión (4.28).

$$g_f(x') = \begin{cases} \gamma \sqrt{N_T |R|} \cdot c(x') \frac{\rho_{ijr}}{\lambda} & \text{si } f(x') > f(x) \\ 0 & \text{si } f(x') \leq f(x) \end{cases} \quad (4.28)$$

Se considera que  $\rho_{ijr}$  es el número de veces que el atributo par de nodos  $(i,j)$  es añadido o extraído a la ruta  $r$ ,  $\lambda$  el número de iteraciones realizadas hasta el momento,  $(N_T |R| l)^{1/2}$  un factor relativo al tamaño del problema y  $c(x')$  el coste real de las rutas calculado mediante la expresión (3.3) (sin considerar penalizaciones de infactibilidad). Este coste  $g_f(x)$  asociado a la alta frecuencia de permanencia del atributo es incluido en la ecuación (4.23).

En el factor relativo al tamaño del problema,  $N_T$  es el número de terminales del problema,  $|R|$  el número de rutas y  $l$  el número de delegaciones candidatas para el movimiento en cada iteración. Finalmente el parámetro  $\gamma$  es un factor de escala a calibrar.

#### 4.5.4. Criterio de aspiración

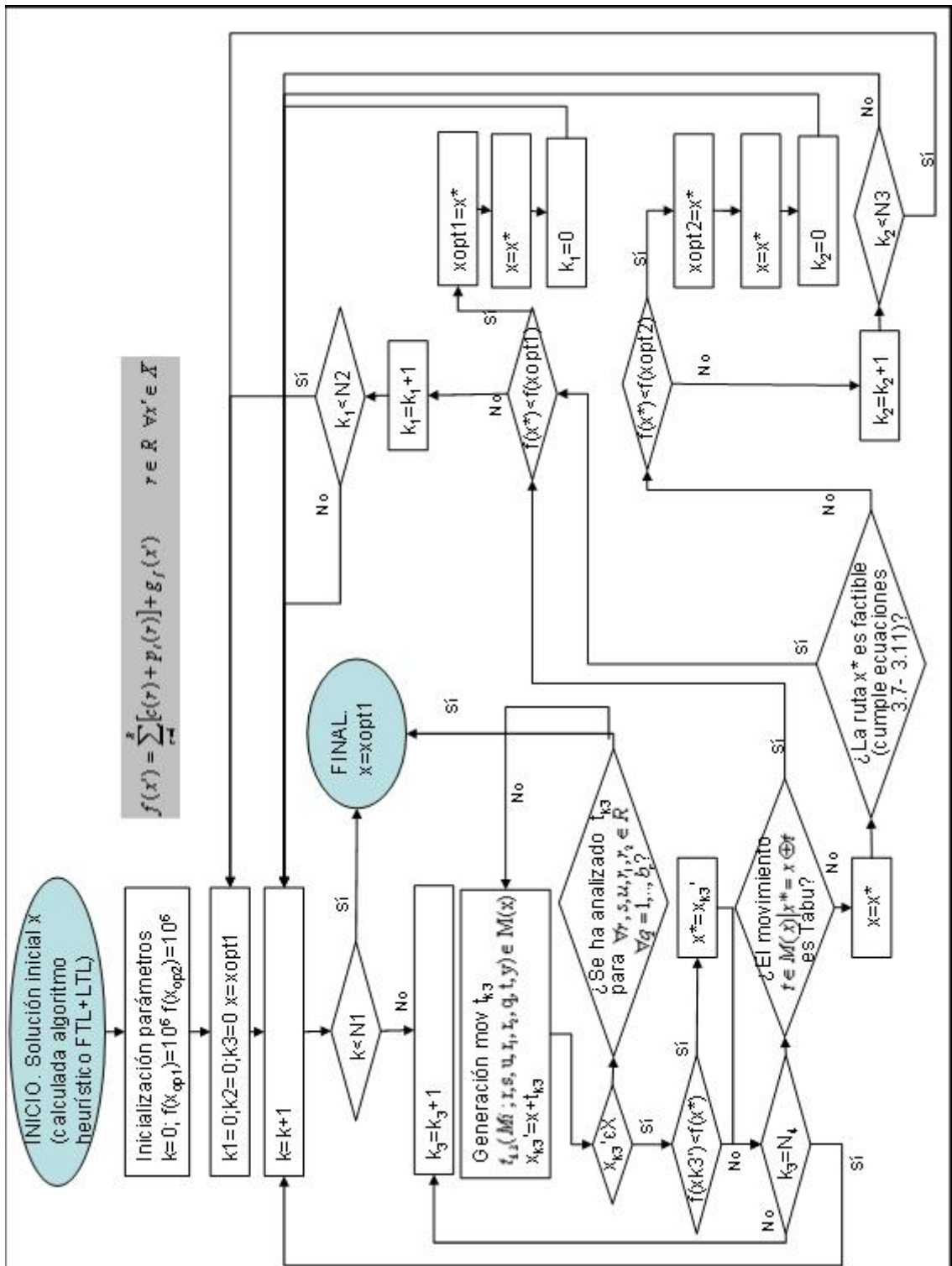
Esta componente es el que desempeña la función de ensamblar la memoria a corto y largo plazo. A la vez, el criterio de aspiración obliga a que cualquier solución factible o infactible que tenga asociado un coste mínimo (la mejor solución encontrada hasta el momento) sea adoptada como solución o estado actual en el proceso iterativo con independencia de su estado tabú. Es decir, la solución se adopta aunque alguno de sus atributos esté prohibido según la lista tabú en la iteración de estudio.

Como se puede comprobar, las limitaciones relativas a la prohibición de los atributos de la lista tabú son débiles al tener una expiración temporal baja (parámetro *tabu tenure*) y al poderse infringir si se cumple el criterio de aspiración.

Según Glover y Laguna (2002), estas características dotan al algoritmo de una flexibilidad en la capacidad de búsqueda y de encaminamiento hacia el óptimo que mejora técnicas de optimización clásicas de inhibición fuerte como el *branch and bound*.

Con todo, el procedimiento seguido por el método de la búsqueda tabú desarrollado para la implantación del problema de envíos *Many-to-Many* queda reflejado en la Figura 4.12.

Fig. 4.12. Diagrama de flujo del algoritmo de refinamiento de Búsqueda Tabú



#### 4.6. IMPLANTACIÓN ÓPTIMA DE LA ESTRATEGIA DE ENVÍO *PEDDLING* EN RUTAS DE MUCHOS ORIGENES A MUCHOS DESTINOS

Como ya se ha introducido, la estrategia *peddling* o de paradas múltiples tiene como objetivo la consolidación de la mercancía en el vehículo de transporte y en consecuencia la maximización de su ocupación o factor de carga a lo largo del recorrido del vehículo.

La estrategia de envío *peddling* en origen se puede establecer cuando entre dos puntos  $i, j \in N^r$  de una ruta  $r \in R$  se transporta un volumen de mercancía igual a  $\alpha C$  (donde  $\alpha$  es un parámetro que representa el factor de carga del vehículo  $0 < \alpha < 1$  y  $C$  la capacidad). Si existe un punto  $k \in N$  que tenga pendiente el envío de una carga al punto  $j$  con  $w_{kj} = \beta C$  ( $0 < \beta < 1$ ) de forma que se cumpla  $\alpha + \beta \leq 1$ , la ruta podrá visitar el punto  $k$  con anterioridad al punto  $j$  incrementando la ocupación del vehículo sin sobrepasar su capacidad. En estas circunstancias se considerará la posibilidad de realizar paradas múltiples en origen según muestra la Figura 4.13.

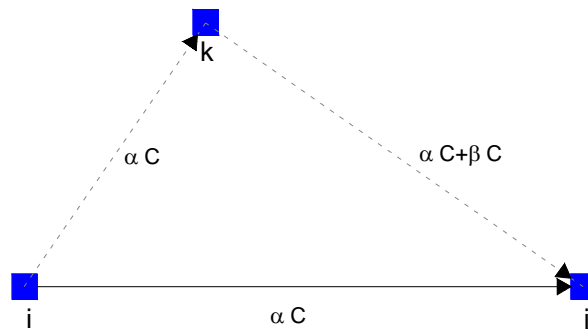


Fig. 4.13. Esquema de la ruta principal  $(i,j)$  y posible inclusión de envío  $(k,j)$  mediante estrategia *peddling* en origen

Esta estrategia puede resultar eficiente cuando se cumplen dos condiciones. En primer lugar, el volumen de carga  $w_{kj}$  asociado al envío  $(k,j)$  debe ser igual o ligeramente inferior a  $(1-\alpha)C$  para que se aproveche la máxima capacidad del vehículo y en consecuencia se exija la máxima productividad de los recursos. Por otro lado, el punto  $k$  debe estar cercano al punto  $i$  para que en la mayor parte del recorrido el vehículo discurra a máxima ocupación.

Si bien se ha constatado que esta estrategia reduce significativamente los costes totales del sistema, existen muy pocas contribuciones en la literatura científica que se basen en

establecer las bases analíticas para determinar criterios para su correcto diseño e inclusión en las rutas de distribución. Únicamente en Burns *et al.* (1985) se analizan los costes unitarios de distribución asociados a  $m$  envíos *peddling* en una ruta basados en el método de las aproximaciones continuas de Daganzo (ver Daganzo, 1984a y 1984b). La diferencia básica entre el enfoque de Burns (1985) con el presente estudio es que aquél estaba basado en el problema del VRP en zonas alejadas al almacén central (consideración de coste de *line-haul*), mientras que este documento se ha basado en el problema de *Many-to-Many* donde cada volumen de carga tiene un origen y destino específico. De este modo en Burns *et al.* (1985), todos los puntos de una zona de reparto tenían asociado un mismo almacén de origen por lo que podían ser visitados por el vehículo.

En la metodología desarrollada en este subcapítulo, el punto crítico reside en que no existe ningún tipo de referencia sobre la distancia máxima a la que puede localizarse el punto  $k$  de la Figura 4.13. Este hecho puede llegar a producir que se introduzcan puntos con estrategias *peddling* en rutas directas que incrementen significativamente la distancia recorrida condicionando futuras inclusiones potenciales de puntos de mayor eficiencia. Por tanto, se constata la carencia de una metodología que permita dilucidar la eficiencia de la inclusión de un punto  $k$  con estrategia *peddling* considerando otras localizaciones futuras de puntos.

Si se realiza un análisis de los costes unitarios relativos de las rutas *peddling*, se puede comprobar que a modo general existe un *trade-off* entre el incremento de distancia que supone la inclusión de la carga asociada al punto  $k$  y el incremento de ocupación que ésta conlleva. En este sentido, es necesario analizar comparativamente los costes unitarios de envío directo en la ruta  $r$  representados en la ecuación (4.29) y los costes unitarios asociados a la estrategia *peddling* en origen del punto  $k$  en la ruta  $r$  detallados en la ecuación (4.30).

$$c_u = \frac{D_{ij}}{\alpha C} c_d + \frac{F}{\alpha C} \quad (4.29)$$

$$c_u = \left( \frac{D_{ik} + D_{kj}}{(\alpha + \beta)C} \right) c_d + \frac{F + c_p}{(\alpha + \beta)C} \quad (4.30)$$

La región del espacio en la que se debe localizar el punto  $k$  se puede suponer que viene determinada por una elipse cuyos focos son los puntos  $i$  y  $j$ , con semieje superior  $a$  (en la dirección  $i$ - $j$ ) y semieje inferior  $b$  para que el coste unitario de los envíos con estrategia *peddling* entre  $(i,j)$  y  $(k,j)$  sea menor al coste unitario de la ruta directa. En



este sentido, la elipse definida por la posición de estos focos sería el lugar geométrico de los puntos  $k$  que presentan un coste de la ruta *peddling* (ecuación 4.30) igual al coste de la ruta directa (ecuación 4.29) para un volumen de carga dado  $\alpha C$ . Si se analiza la Figura 4.14, la consideración de esta elipse presupone que en algunos envíos pueda resultar efectivo volver hacia atrás (punto P) desde  $i$  para consolidar la carga del vehículo.

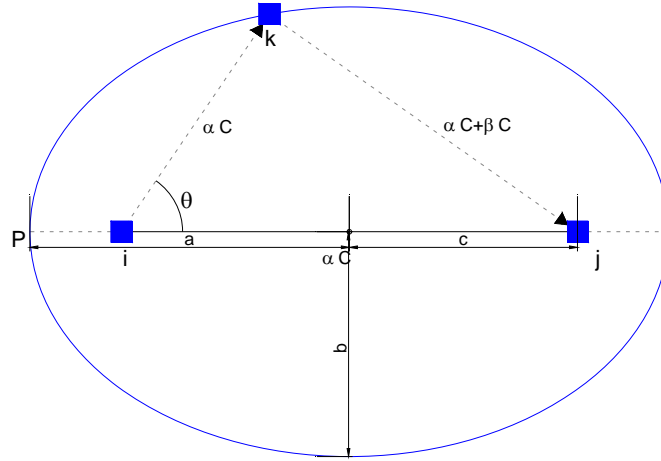


Fig. 4.14. Lugar geométrico de los puntos de visita peddling en origen con igual sobrecoste de distancia

El hecho de considerar que el lugar geométrico del punto  $k$  que iguala los costes unitarios de estrategia *peddling* y directo viene representado por una elipse, permite simplificar el cálculo de la distancia  $D_{ik}$  y  $D_{kj}$ , ya que su suma es constante e igual a dos veces el semieje superior de la elipse  $a$ .

$$D_{ik} + D_{kj} = 2a \quad \forall k \in l \quad (4.31)$$

Partiendo que la distancia entre el foco  $i$  y el centro  $c$  de la elipse se puede calcular mediante la ecuación (4.32), la condición que los costes de la estrategia *peddling* sean inferiores a los de la ruta directa se puede expresar por la ecuación (4.33).

$$D_{ij} = 2\overline{ic} = 2\overline{cj} = 2\sqrt{a^2 - b^2} \quad (4.32)$$

$$D_{ij} \frac{(\alpha + \beta)}{\alpha} \geq 2a + \frac{c_p}{c_d} \quad (4.33)$$

De este modo, la región factible de localización de un punto  $k$  para la aplicación de la estrategia *peddling* en la ruta directa  $(i,j)$  es la elipse definida por los valores de  $a$  y  $b$  obtenidos de la ecuación (4.34) y (4.35) y cuyos focos son los puntos  $i$  y  $j$  de la ruta  $r$ .

Las ecuaciones (4.34) y (4.35) se obtienen operando fácilmente la ecuación (4.33) y considerando la igualdad de la formulación (4.32).

$$a = D_{ij} \frac{(\alpha + \beta)}{2\alpha} - \frac{c_p}{2c_d} \quad (4.34)$$

$$b = + \sqrt{\left( D_{ij} \frac{(\alpha + \beta)}{2\alpha} - \frac{c_p}{2c_d} \right)^2 - \left( \frac{D_{ij}}{2} \right)^2} \quad (4.35)$$

Una vez definida la elipse que determina la región factible de ubicación de todos los puntos  $k$  a considerar para la estrategia *peddling*, se plantea el dilema de si todos los puntos  $k$  ubicados en el interior de la elipse ofrecen las mismas ventajas para configurar una ruta *peddling*. Queda claro que aquellos puntos cercanos a  $i$  permitirán que la ruta discurra durante la mayor parte de su recorrido a plena carga mientras que puntos cercanos a  $j$  únicamente permitirán la mayor ocupación en un tramo reducido de la ruta.

Es por esto que surge la necesidad de evaluar la asignación de envío *peddling* de un punto  $k$  con una carga  $\beta C$  al tramo  $(i,j)$  de la ruta  $r$  teniendo en cuenta: a) otros puntos que potencialmente puedan ajustarse mejor a la capacidad del vehículo y b) otras rutas  $s \in R_T$  a las que el envío  $(k,j)$  se complemente mejor. Este procedimiento se realizará analizando la distancia máxima del punto  $i$  (foco de la elipse) para aceptar cualquier punto  $k$  que esté en el interior de la elipse definida anteriormente. Esta distancia máxima se encontrará definiendo una circunferencia de radio  $r_c$  (variable) concéntrica en el foco  $i$ . Para poder encontrar un valor representativo de  $r_c$  se asume que la distribución del volumen de carga en los puntos sigue una distribución uniforme entre  $(0,C)$  y que su ubicación en el territorio también sigue una distribución uniforme distribuida en la región de servicio  $R_s$ . En este caso, como se pretende calcular la distribución de puntos con un volumen de carga  $\beta C$  complementario a  $\alpha C$ , la densidad de puntos a evaluar se determina por la ecuación (4.36).

$$\delta_{1-\alpha} = \frac{N}{A}(1-\alpha) \quad (4.36)$$

De este modo, la localización de los puntos se puede aproximar por un proceso espacial de Poisson de parámetro  $\delta A$ , donde  $\delta$  es la densidad de puntos de la región y  $A$  el área de estudio, de modo que la probabilidad de encontrar  $N$  puntos potencialmente asignables a la ruta de estudio mediante envío *peddling* está determinada por la ecuación (4.37).

Como se puede comprobar, el término  $\delta_{1-\alpha}A$  representa el número de terminales con una carga inferior o igual a  $(1-\alpha)C$  dentro del área de estudio  $A$ .

$$P(n = N) = \frac{(\delta_{1-\alpha}A)^n \exp(-\delta_{1-\alpha}A)}{n!} \quad (4.37)$$

Con el fin de determinar la región del espacio de mínima extensión que contenga un sólo punto  $k$  asignable a la ruta de estudio, se pretende encontrar la distancia crítica  $r_c$  que maximice la distribución espacial de Poisson para el caso  $n=1$ . La condición para encontrar el valor máximo  $r_c^*$  queda reflejada en la ecuación (4.38), debiéndose cumplir adicionalmente la ecuación (4.39).

En este caso, se puede comprobar que el área  $A$  depende de la variable  $r_c$  ya que está determinada por la región intersección entre la elipse y el círculo de radio  $r_c$ . De este modo, la variable área de estudio  $A(r_c)$  se define por la función analítica (4.40), cuya demostración queda reflejada en el Anexo A2.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial P(n=1)}{\partial r_c} = \frac{\partial}{\partial r_c} (\delta_{1-\alpha}A(r_c) \exp(-\delta_{1-\alpha}A(r_c))) = \\ &= (1 - \delta_{1-\alpha}A(r_c)) [\delta_{1-\alpha} \exp(-\delta_{1-\alpha}A(r_c))] \frac{\partial A(r_c)}{\partial r_c} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial^2 P(n=1)}{\partial r_c^2} < 0 \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} A(r_c) &= 2 \left( \frac{\pi \cdot r_c^2}{4} + \frac{\pi b a}{4} \right) + \frac{2b}{a} \left( \frac{x^* \sqrt{a^2 - x^{*2}}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left( \frac{x^*}{a} \right) \right) - \\ &- 2 \left( \frac{(x^* + c) \sqrt{r_c^2 - (x^* + c)^2}}{2} + \frac{r_c^2}{2} \sin^{-1} \left( \frac{x^* + c}{r_c} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Como se puede comprobar, la expresión analítica de la función  $A(r_c)$  no permite la aplicación de técnicas de optimización analítica de funciones de forma sencilla. De este modo, el valor  $r_c^*$  por el que se define la distancia máxima a la que debe estar un punto  $k$  del foco de la elipse para incluirlo con estrategia *peddling* se determina iterativamente por la expresión (4.41) en el dominio  $(-c, a)$  en coordenadas  $(x,y)$ .

$$P(r_c^*; n = 1) = \max_{r_c} (\delta_{1-\alpha}A(r_c) \exp(-\delta_{1-\alpha}A(r_c))) \quad (4.41)$$

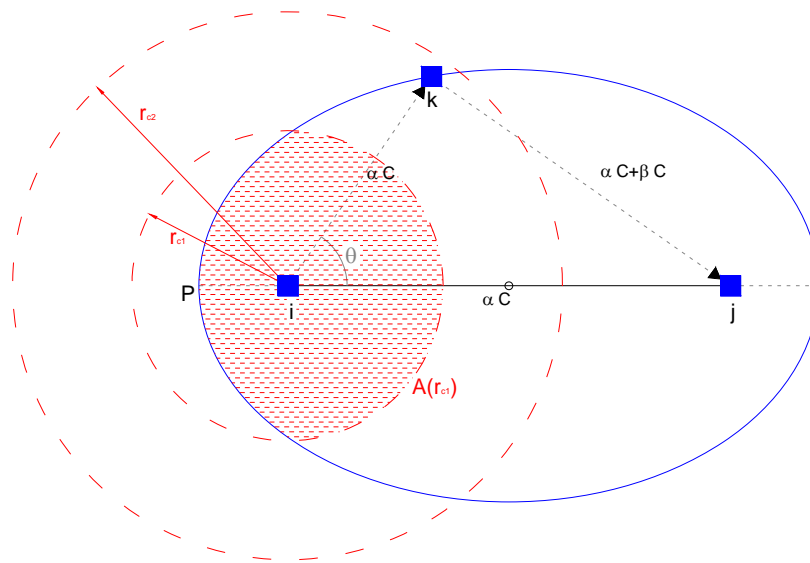


Fig. 4.15. Detalle del círculo definido por el radio crítico  $r_c$  que delimita la zona de inclusión del punto  $k$  en envíos peddling en origen

En la Figura 4.15 se puede comprobar que si el valor del radio crítico encontrado es  $r_{c1}$ , el punto  $k$  no debería ser integrado como envío *peddling*. En cambio, si el radio encontrado mediante la expresión (4.41) fuese  $r_{c2}$ , el punto  $k$  sí se debería incorporar. La Figura 4.16 representa los valores de  $r_c$  que hacen máxima la expresión (4.41) en relación a la carga  $\alpha C$  de la ruta. Se puede comprobar que a partir una ocupación de la carga del vehículo (superior al 0,95) el radio máximo  $r_c$  se mantiene constante, presentando un valor máximo definido por  $(a+c)$ . Si el  $r_c^*$  fuese superior a este umbral, la circunferencia definida por  $r_c$  no tendría ninguna intersección con la elipse, sino que ésta estaría íntegramente contenida en la circunferencia.

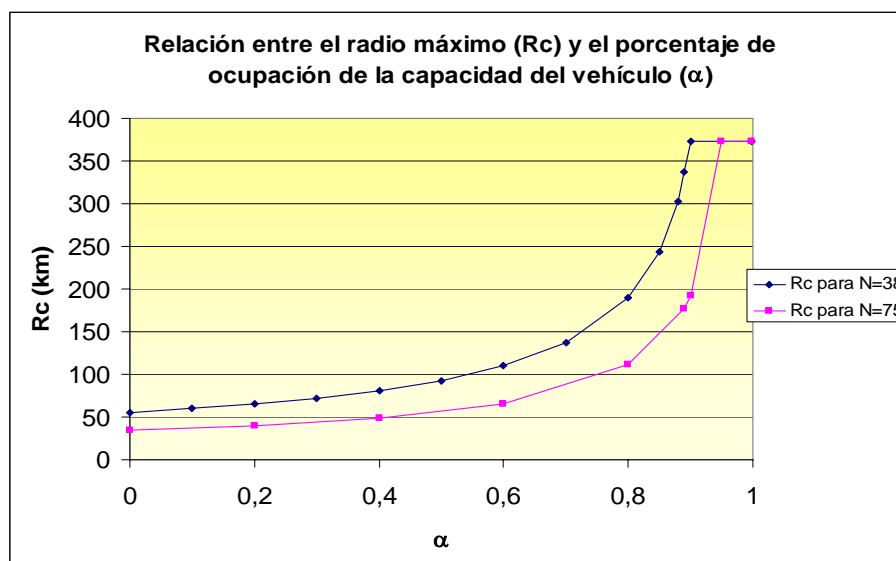


Fig. 4.16. Evolución del radio crítico  $r_c^*$  en función del porcentaje de ocupación  $\alpha$  del vehículo entre los puntos  $i,j$

Con todo, la metodología para realizar la aceptación de la inclusión de un punto  $k$  con estrategia *peddling* en origen en una ruta directa entre  $(i,j)$  que presente una carga  $\alpha C$  seguirá los siguientes pasos:

1. El punto  $k$  presenta un envío al punto  $j$  con carga asociada  $w_{kj}=\beta C$  cumpliendo  $\beta+\alpha\leq 1$ .
2. Cálculo de la elipse con focos en los puntos  $(i,j)$  y con semiejes determinados por las ecuaciones (4.34) y (4.35).
3. Comprobación que el punto  $k$  está contenido en el interior de la elipse definida en el paso 2. Para realizar esta comprobación se puede utilizar la ecuación de coordenadas rectangulares de la elipse o comprobar que la distancia entre el punto  $k$  y el punto  $i$  ( $D_{ik}$ ) es inferior a la variable  $r_\theta$  definida en la expresión (4.42), representando la distancia del lugar geométrico de los puntos de la elipse al foco  $i$ .

$$D_{ik} \leq r_\theta = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{1-\varepsilon \cos \theta} \quad (4.42)$$

siendo  $\varepsilon$  la excentricidad definida por  $\varepsilon = \frac{D_{ij}}{2a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

4. Comprobación que el punto  $k$  está contenido en un círculo de radio  $r_c^*$  calculado según la expresión (4.41) con centro en el foco  $i$  tal como se determina en la ecuación (4.43).

$$D_{ik} \leq r_c^* \quad (4.43)$$

Cabe decir que esta metodología es también aplicable al caso en que se quiera visitar un punto  $k$  en destino según la Figura 4.17. Durante el trayecto  $(i,k)$  la ruta transporta la carga asociada a los envíos entre  $(i,k)$  e  $(i,j)$ , mientras que en el trayecto  $(k,j)$  únicamente se transporta la carga asociada al envío entre estos dos últimos puntos. En este caso, serían de aplicación las fórmulas (4.29)-(4.43), substituyendo en este caso las variables  $D_{ik}$  y  $D_{kj}$  por  $D_{kj}$  y  $D_{ik}$  respectivamente.

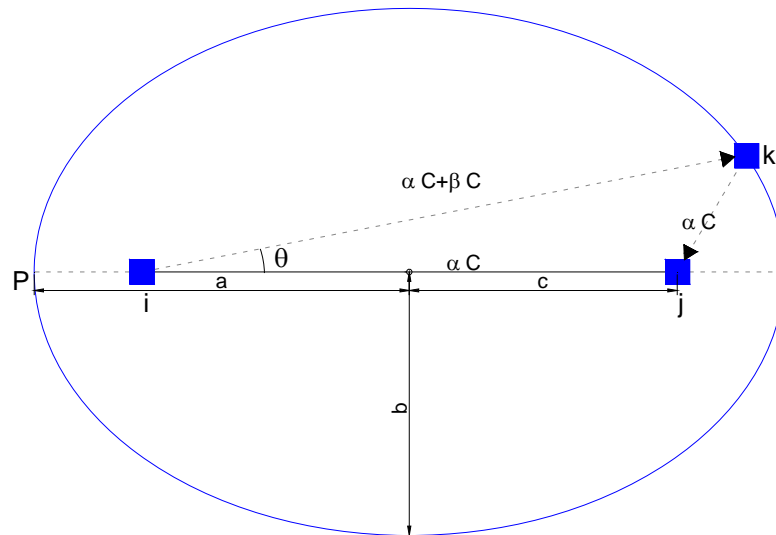


Fig. 4.17. Lugar geométrico de los puntos de visita peddling en destino con igual sobrecoste de distancia

La mejora de la implantación de estrategias *peddling* basada en un criterio de aceptación probabilística de puntos ha sido incorporada en el algoritmo *Less-TL*. La metodología desarrollada en este capítulo permite la resolución de cualquier sistema de distribución *many-to many* de larga distancia donde la capacidad de los vehículos se determine por su volumen máximo de transporte.

La *performance* del algoritmo en la resolución de problemas tipo ha sido analizada en el capítulo 5, donde se propone una calibración de parámetros. En él se comparará la bondad de la solución obtenida en distintos problemas comparativamente a técnicas de resolución alternativas. Adicionalmente, se realizará un estudio detallado de los beneficios de incorporación de la estrategia *peddling mejorada* (basada en la definición de un radio crítico de aceptación) en relación al algoritmo básico.