



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Centelleo interplanetario

Robert Estalella Boadella

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tdx.cat) i a través del Dipòsit Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tdx.cat) y a través del Repositorio Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tdx.cat) service and by the UB Digital Repository (diposit.ub.edu) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

UNIVERSIDAD DE BARCELONA. FACULTAD DE FISICA
DEPARTAMENTO DE FISICA DE LA TIERRA Y DEL COSMOS

C E N T E L L E O I N T E R P L A N E T A R I O

Memoria presentada por D. ROBERT ESTALELLA BOADELLA para
acceder al grado de Doctor en Ciencias, Sección de Físicas

Barcelona, setiembre 1977



AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer al Dr. Juan J. de Orús el haber hecho posible la realización de esta tesis gracias al interés que se ha tomado para la existencia de un grupo de radioastronomía en el Departamento de Física de la Tierra y del Cosmos.

Deseo asimismo expresar mi agradecimiento al Dr. Antoni Rius que me introdujo en el campo de la radioastronomía y junto con el cual hicimos los primeros trabajos sobre centelleo interplanetario.

Quiero también expresar mi reconocimiento al Dr. Gabriel Bourgois por las muchas discusiones que hemos tenido y la orientación constante dada a lo largo de mi trabajo.

También quiero agradecer a todo el personal de la Estación Espacial de Madrid y especialmente a José M. Urech, director de la Instalación de Cebreros, su vivo interés por la radioastronomía y su inestimable colaboración en el aspecto experimental y de adquisición de datos.

Asimismo quiero dar las gracias a todos los miembros del Departamento de Física de la Tierra y del Cosmos por la ayuda de todo tipo prestada en innumerables ocasiones.

Agradezco a la NASA el permiso concedido para la utilización de los datos de seguimiento de sondas interplanetarias para esta tesis.

INDICE

INTRODUCCION

1.- INTERPRETACION DEL CENTELLEO INTERPLANETARIO

1.1.- Caracterización del medio interplanetario	7
1.2.- Relación entre el defasaje y la densidad electrónica	11
1.3.- Ecuaciones de propagación	15
1.4.- Propagación de la intensidad	21
1.5.- Propagación de la fase	27

2.- MEDIDAS EXPERIMENTALES

2.1.- Medida de la fase	39
2.2.- Parámetros teóricos estimables	45
2.3.- Análisis de datos	48
2.4.- Resultados y discusión	52

BIBLIOGRAFIA

INTRODUCCION

El centelleo es un fenómeno que consiste en la variación aleatoria de la intensidad recibida de una fuente luminosa. Dichas variaciones no son intrínsecas de la fuente, es decir que no tienen ninguna relación con el mecanismo físico causante de la luminosidad de la fuente. La intensidad recibida fluctúa debido a los efectos de la propagación de la señal electromagnética desde la fuente hasta el observador. Estas fluctuaciones aparecen siempre que el medio existente entre la fuente y el observador no sea un medio perfecto. El centelleo es un fenómeno de experiencia cotidiana en la región óptica del espectro: las estrellas "parpadean". Este parpadeo está producido por la propagación de las ondas luminosas en la atmósfera terrestre. Es el llamado "centelleo atmosférico". Un fenómeno parecido se produce en radioastronomía. Hasta la actualidad se ha observado el centelleo de radiofuentes producido por la propagación de la radiación electromagnética por tres medios distintos: la ionosfera, el medio interplanetario y el medio interestelar.

El mecanismo que produce el centelleo puede explicarse cualitativamente del siguiente modo: una onda plana, procedente de una radiofuente puntual muy lejana, incide sobre un medio ionizado turbulento. En dicho medio la densidad de electrones, N_e , no es uniforme, sino que varía de un punto a otro. La fase de la onda plana al salir de dicho medio ya no será constante porque depende de la densidad electrónica. Será una onda modulada en fase. Dicha onda, al

propagarse hasta el observador, sufrirá una modulación de amplitud al interferir consigo misma. Si el medio ionizado tiene alguna velocidad transversal a la dirección de propagación, el observador apreciará variaciones temporales de la intensidad.

Las tres regiones citadas se pueden caracterizar por unos parámetros característicos que son: distancia a la Tierra Z , fluctuación cuadrática media de la densidad de electrones $\langle n_e^2 \rangle^{1/2}$ y escala de tiempo de las fluctuaciones de intensidad observadas, τ . Sus valores son:

	$Z(\text{cm})$	$\langle n_e^2 \rangle^{1/2}(\text{cm}^{-3})$	$\tau(\text{s})$
ionosfera	10^7	10^4	10^2
medio interplanetario	10^{13}	1	1
medio interestelar	10^{20}	10^{-4}	10^3

Las primeras observaciones de centelleo ionosférico fueron realizadas por Hewish en 1952, las de centelleo interplanetario también por Hewish en 1964 y las de centelleo interestelar por Rickett en 1969. Como dato anecdótico es importante señalar que fue durante una observación de centelleo interplanetario que Hewish descubrió el primer pulsar. La rapidez del centelleo interplanetario (fluctuaciones en un tiempo del orden de un segundo) obliga a hacer observaciones con una constante de tiempo muy pequeña, lo que permitió detectar accidentalmente los rápidos pulsos de radiación de un pulsar.

A partir de las observaciones de centelleo interplanetario es posible deducir propiedades del medio interplanetario y de la radiofuente. El centelleo interplanetario es, sin duda, un método mucho menos costoso para estudiar el medio interplanetario que la exploración mediante sondas interplanetarias y es la única fuente de datos del viento solar fuera de la eclíptica. Asimismo, junto con las ocultaciones lunares, es un método que permite obtener una alta resolución angular, del orden de 0.1 para ondas decimétricas.

El centelleo de intensidad, debido a los efectos de propagación, es decir a la difracción de la onda desde la capa defasadora hasta el observador, es sensible únicamente a escalas del orden de 10^2 km en el medio interplanetario. Es por lo tanto difícil determinar si el espectro de fluctuaciones de densidad electrónica tiene o no una característica especial para dicha escala, lo que supondría la existencia de un mecanismo específico de turbulencia con dicha escala característica. Las medidas directas realizadas con sondas espaciales tampoco son determinantes (Neugebauer, 1975).

El centelleo de fase, es decir la medida de la fase de una señal que ha atravesado el medio interplanetario, requiere que la fuente emita una radiación monocromática coherente: no puede ser una radiofuente natural. Sin embargo tiene la ventaja de que al observar la radiación emitida por una sonda interplanetaria no hay efectos del tamaño angular de la fuente. La gran diferencia con el centelleo de intensidad es que los efectos de propagación de la fase

son despreciables, y por lo tanto la fase observada corresponde directamente al defasaje introducido por el medio interplanetario. El centelleo de fase es por lo tanto sensible a todas las escalas de coherencia del medio interplanetario y permite, en principio, obtener información más directa que el centelleo de intensidad.

La primera evidencia experimental del centelleo interplanetario de fase fue la perturbación que producía en el seguimiento Doppler de sondas interplanetarias. El centelleo de fase produce una variación aleatoria de la frecuencia Doppler medida por una estación de seguimiento. Berman & Rockwell (1975) y Berman (1976) ajustan un modelo para poder prever la magnitud del ruido Doppler en función de la elongación solar de la sonda. La utilización del ruido Doppler para hacer medidas de centelleo de fase fue propuesta por Woo (1975), utilizando los resultados de la teoría de propagación de la fase indicados por Tatarski (1961) y Ishimaru (1972). Las primeras medidas del espectro temporal de fluctuaciones de fase fueron publicadas por Woo et al. (1976), llegando hasta una frecuencia de 0.05 Hz y ultimamente Woo (1977) da cuenta de observaciones realizadas para una amplia gama de elongaciones solares.

En el presente trabajo se expone, en el Capítulo 1, la teoría general sobre el centelleo interplanetario, dando una visión global del estado actual del tema en los cuatro primeros apartados. En el apartado 1.5 se desarrollan las ecuaciones de propagación de la fase, llegándose a la importante conclusión de que, en condiciones bastante generales, la fase medida por el observador coincide con el defasaje introducido en el medio interplanetario, siendo despreciables los efectos de propagación. En el Capítulo 2 se presentan los aspectos expe-

rimentales del trabajo: en el apartado 2.1 las medidas efectuadas y en el 2.2 la relación entre los parámetros medidos y los teóricos desarrollados en el Capítulo 1. El resultado más importante es que el ruido Doppler no es más que el valor de la función de estructura del defasaje para un tiempo igual al intervalo de muestreo. En el apartado 2.3 se explica el proceso seguido para analizar los datos experimentales. En el 2.4 se presentan los resultados del ajuste del espectro espacial de fluctuaciones de densidad electrónica del medio interplanetario a partir del ruido Doppler, un método más preciso y fiable que los utilizados normalmente, y el espectro de fluctuaciones de fase, calculado hasta 0.5 Hz, un orden de magnitud más que las determinaciones realizadas hasta ahora.

1.- INTERPRETACION DEL CENTELLEO INTERPLANETARIO

1.1.- Caracterización del medio interplanetario

La interpretación de los datos experimentales obtenidos de la observación del centelleo interplanetario de una fuente debe conducir a la obtención de características tanto del medio interplanetario como de la estructura espacial de la radiofuente. El camino normal para abordar el problema consiste primero en trabajar con una radiofuente puntual. La influencia del tamaño angular finito de la fuente se tratará posteriormente. En cuanto al medio interplanetario, es necesario hacer alguna hipótesis simplificadora. La hipótesis más importante responde a la siguiente cuestión: las fluctuaciones de intensidad que se observan ¿corresponden a las variaciones temporales de densidad electrónica en un punto estacionario del medio interplanetario o bien realmente lo que se observa es una figura de difracción fija, que desfila delante del observador con la velocidad del viento solar?. Realmente lo que se trata es de comparar el tiempo de vida característico de las fluctuaciones de densidad electrónica, τ_v , con el tiempo característico de propagación $\tau_p = A/V$, donde A es el tamaño característico del diagrama de difracción y V la velocidad del viento solar. Los resultados experimentales obtenidos con varias antenas (Ekers et al., 1971) sugieren que

$\tau_p \ll \tau_v$, es decir que el centelleo interplanetario lo que se mide es la propagación de la figura de difracción

y que durante el tiempo τ_p que tarda una fluctuación de intensidad en desfilarse delante del observador, se puede considerar que la figura de difracción se mueve rígidamente con velocidad V . Esta es la hipótesis de "medio congelado". Si en una referencia que se desplaza con la velocidad del viento solar, la intensidad en el plano del observador es $I(\bar{s})$, donde \bar{s} es el vector de posición sobre dicho plano, con x en la dirección del viento solar, la intensidad en función del tiempo medida por el observador, $I_o(t)$, es

$$I_o(t) = I(\bar{s} = \bar{V} \cdot t) = I(x = V \cdot t, y = 0)$$

Del mismo modo, para la función de correlación R_I y para el espectro espacial de potencia W_I tenemos:

$$R_{I_o}(t) = R_I(x = Vt, y = 0)$$

$$W_{I_o}(\nu) = \frac{2\pi}{V} \int \Phi_I(x_x = \frac{2\pi\nu}{V}, x_y) dx_y$$

donde x_x y x_y son las frecuencias espaciales asociadas a x e y respectivamente. Para las observaciones con dos antenas 1 y 2, cuyo vector de posición relativo es \bar{s}_{12} , siempre que el tiempo de propagación de la figura de difracción entre las dos antenas sea menor de unos 2 segundos, (Coles et al., 1974), tendremos que la función de correlación cruzada de las intensidades observadas en ambas antenas:

$$R_{I_{12}}(t) = R_I(\bar{s} = \bar{s}_{12} + \bar{V} \cdot t)$$

En realidad, las experiencias con varias antenas permiten precisamente poner de manifiesto los efectos de segundo orden que escapan a la hipótesis de medio congelado: la función de correlación cruzada $R_{I_{12}}$ no coincide exactamente

con la de autocorrelación R_{I_0} en altura y forma. (Lotova, 1974). Sin embargo, para el estudio con una sola antena la hipótesis de medio congelado parece suficientemente justificada y el estudio se hace en una referencia estacionaria respecto al medio interplanetario.

El parámetro del medio interplanetario que interesa es la fluctuación de densidad electrónica,

$$n_e(\bar{r}, t) \equiv N_e(\bar{r}, t) - \langle N_e(\bar{r}, t) \rangle$$

Tal como se ha indicado la dependencia temporal de esta función es mucho más lenta que el tiempo característico de propagación, por lo que podemos representar dicha dependencia temporal a través de las distintas realizaciones de la función aleatoria. Por lo tanto podemos caracterizar el medio interplanetario por el espectro espacial de potencia de fluctuaciones de densidad electrónica, $\Phi_{n_e}(\bar{q})$:

$$\Phi_{n_e}(\bar{q}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \langle n_e(\bar{r}) n_e(\bar{r} + \bar{r}') \rangle \exp\{-i\bar{q} \cdot \bar{r}\} d\bar{r}$$

La fluctuación de densidad electrónica presenta dos escalas de variación con la posición claramente diferenciadas. Por una parte hay la dependencia macroscópica de la densidad con la distancia al sol, con una longitud característica de 1 U.A., y por otra la dependencia microscópica, debida a la turbulencia, cuya escala característica es mucho menor. Por lo tanto podemos representar la densidad como una función cuyas propiedades estadísticas dependen de la posición y definir un espectro de potencia que depende de la posición, $\Phi_{n_e}(\bar{r}, \bar{q})$. Un modelo sencillo es aquel en que depende únicamente de la distancia al sol, R , des-

preciando los efectos de segundo orden de dependencia con la latitud ^{heliocéntrica} y falta de simetría cilíndrica de viento solar. La dependencia con la distancia al sol es del tipo (Young, 1971)

$$\Phi_{n_e}(R, \bar{q}) \propto R^{-\beta} \quad (1.1)$$

con β cercano a 4, que correspondería al valor esperado si las fluctuaciones de densidad electrónica fluyeran del sol con velocidad constante. En cuanto a la dependencia microscópica, se han utilizado básicamente dos modelos. Uno de ellos, el modelo gaussiano, fue el que se utilizó para las primeras interpretaciones del centelleo interplanetario (Little & Hewish, 1966), (Hewish, 1971), (Bourgois, 1972a). Se supone que hay una única escala de correlación de las fluctuaciones de densidad, a , del orden de 10^2 km. La función de correlación viene dada por

$$R_{n_e}(\bar{r}) = \langle n_e^2 \rangle \exp \left\{ -\bar{r}^2 / 2 a^2 \right\} \quad (1.2)$$

y el espectro de potencia por

$$\Phi_{n_e}(\bar{q}) = (2\pi)^{-3/2} \langle n_e^2 \rangle a^3 \exp \left\{ -a^2 \bar{q}^2 / 2 \right\} \quad (1.3)$$

Sin embargo las medidas realizadas con sondas interplanetarias indican que el espectro de fluctuaciones de densidad, para las frecuencias medidas, es de tipo potencial (Unti et al., 1973)

$$\Phi_{n_e}(\bar{q}) \propto \bar{q}^{-\alpha}$$

con un valor de α normalmente comprendido entre 3 y 4. El valor de $\alpha = 11/3$ corresponde al espectro clásico de Kolmogorov. Este modelo potencial es usado actualmente por muchos autores para interpretar el centelleo interplanetario

(Lovelace, 1970), (Jokipii, 1973), (Coles et al., 1974). El modelo usualmente tomado es

$$\overline{\Phi}_{ne}(\bar{q}) = C (1 + \bar{q}^2 L_0^2)^{-\alpha/2} \quad (1.4)$$

donde L_0 es la escala de coherencia externa que en general se toma del orden del 10^6 km. Para $q \gg L_0^{-1}$ se comporta como una ley potencial de índice α , y para $q \ll L_0^{-1}$ es constante. El coeficiente de normalización se determina con la condición

$$\langle n_e^2 \rangle = \int \overline{\Phi}_{ne}(\bar{q}) d\bar{q}$$

con lo que se obtiene, para $\alpha > 3$

$$C = \pi^{-3/2} \frac{\Gamma(\alpha/2)}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} \langle n_e^2 \rangle L_0^3 \quad (1.5)$$

1.2.- Relación entre el defasaje y la densidad electrónica

En un gas ionizado, el índice de refracción n_r viene dado por (Lang, 1974)

$$n_r = (1 - (\nu_p/\nu)^2)^{1/2}$$

donde ν es la frecuencia temporal y ν_p es la frecuencia del plasma

$$\nu_p^2 = r_e c^2 N_e / \pi$$

donde r_e es el radio clásico del electrón

$$r_e = e^2 / m c^2 = 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

y N_e es la densidad de electrones. Para el medio interplanetario, $\nu_p \sim 10^4$ Hz y usualmente, para las frecuencias de interés, será $\nu \gg \nu_p$. En una región en que la densidad electrónica sea

$$N_e(\bar{r}) = \langle N_e \rangle + n_e(\bar{r})$$

la variación de índice de refracción respecto a la media, Δn_r será

$$\Delta n_r(\bar{r}) = r_e (2\pi/k^2) n_e(\bar{r})$$

y el defasaje introducido $d\phi$ en una onda monocromática al atravesar un camino dz es

$$d\phi = k \Delta n_r dz = \lambda r_e n_e dz$$

El defasaje después de atravesar una capa de espesor D será

$$\phi(\bar{s}) = \lambda r_e \int_0^D n_e(\bar{s}, z) dz$$

La función de autocorrelación del defasaje $R_\phi(\bar{s})$ viene dada por (Cronyn, 1970), (Bourgois, 1972b)

$$\begin{aligned} R_\phi(\bar{s}) &\equiv \langle \phi(\bar{s}) \phi(\bar{s} + \bar{s}) \rangle = (\lambda r_e)^2 \int_0^D \int_0^D R_{n_e}(\bar{s}, z - z') dz dz' = \\ &= (\lambda r_e)^2 z \int_0^D (D - z) R_{n_e}(\bar{s}, z) dz \end{aligned}$$

Si el tamaño de correlación de las fluctuaciones de densidad electrónica es mucho menor que el espesor de la capa, la expresión anterior puede ponerse en la forma

$$R_\phi(\bar{s}) = (\lambda r_e)^2 D z \int_0^\infty R_{n_e}(\bar{s}, z) dz \quad (1.6)$$

El defasaje a la salida de la capa difractante es por lo tanto proporcional a la fluctuación de densidad electrónica, integrada para la dirección de propagación. La relación entre el espectro de fluctuaciones de fase y el de fluctuaciones de densidad electrónica es por lo tanto

$$\overline{\Phi}_{\varphi}(\overline{x}) = 2\pi(\lambda r_e)^2 D \overline{\Phi}_{n_e}(\overline{x}, q_z=0) \quad (1.7)$$

Si caracterizamos el medio interplanetario por el índice de refracción en lugar de la densidad electrónica, la relación es

$$\overline{\Phi}_{\varphi}(\overline{x}) = 2\pi k^2 D \overline{\Phi}_{n_r}(\overline{x}, q_z=0) \quad (1.8)$$

Estas relaciones han sido obtenidas haciendo básicamente dos hipótesis: que los efectos de difracción son despreciables dentro de la capa (es decir $D \ll Z$) y que el espesor D es grande comparado con el tamaño de correlación de las fluctuaciones de densidad.

La desviación cuadrática media de fase introducida por la pantalla, ϕ_0^2 , es

$$\phi_0^2 = R_{\varphi}(\overline{s}=0)$$

El radio de correlación del defasaje se puede definir, en caso de ser finito, como

$$a^{-2} \equiv \frac{1}{2} \int \overline{x}^2 \overline{\Phi}_{\varphi}(\overline{x}) d\overline{x} / \int \overline{\Phi}_{\varphi}(\overline{x}) d\overline{x}$$

Esta descripción en términos de ϕ_0^2 es adecuada cuando el tamaño de correlación es del orden de magnitud del tamaño de la primera zona de Fresnel, $\sqrt{z/k}$, ya que, las fluctuaciones de este tamaño son las que van a contribuir sobre todo a las fluctuaciones de intensidad en el plano del observador, a una distancia z de la capa difractante.

Si el tamaño de correlación es mucho mayor, se consigue una descripción más adecuada mediante la función de estructura $D_{\varphi}(\overline{s})$ (Tatarski, 1961)

$$D_{\varphi}(\overline{s}) = \langle [\varphi(\overline{s}+\overline{s}) - \varphi(\overline{s})]^2 \rangle$$

ya que no interviene en su definición el comportamiento de

la fase para el infinito, sino únicamente la diferencia de fase entre puntos separados por la distancia \bar{s} . La relación entre la función de estructura y la función de autocorrelación es

$$D_{\varphi}(\bar{s}) = 2 \left[R_{\varphi}(0) - R_{\varphi}(\bar{s}) \right]$$

mientras que en función del espectro espacial la función de estructura viene dada por

$$\begin{aligned} D_{\varphi}(\bar{s}) &= 2 \int \Phi_{\varphi}(\bar{x}) (1 - \exp\{i\bar{x}\cdot\bar{s}\}) d\bar{x} = \\ &= 4 \int \Phi_{\varphi}(\bar{x}) \frac{\sin^2 \frac{\bar{x}\cdot\bar{s}}{2}}{2} d\bar{x} \end{aligned} \quad (1.9)$$

donde se ve que el comportamiento a muy bajas frecuencias del espectro no influye en la función de estructura.

Por lo tanto, si el tamaño de correlación del defasaje es muy grande comparado con el radio de Fresnel, la desviación cuadrática media de fase ϕ_0^2 puede ser mucho mayor que el valor de la función de estructura para el radio de Fresnel, $D_{\varphi}(\sqrt{z/k})$.

Si utilizamos el modelo gaussiano para el medio interplanetario

$$\Phi_{n_e}(\bar{q}) \propto \exp\{-a^2 \bar{q}^2/2\}$$

el defasaje después de atravesar una fina capa de grosor D viene caracterizado por un espectro de potencia

$$\Phi_{\varphi}(\bar{x}) = (2\pi)^{-1/2} (\lambda r_e)^2 \langle n_e^2 \rangle D a^3 \exp\{-a^2 \bar{x}^2/2\} \quad (1.10)$$

y la función de autocorrelación es

$$R_{\varphi}(\bar{s}) = \phi_0^2 \exp\{-\bar{s}^2/2a^2\} \quad (1.11)$$

donde ϕ_0^2 , el defasaje cuadrático medio introducido por

la capa, es

$$\phi_0^2 = \sqrt{2\pi} (\lambda r_e)^2 \langle n_e^2 \rangle D a \quad (1.12)$$

Si en cambio utilizamos el modelo potencial

$$\Phi_{n_e}(\bar{q}) \propto (1 + \bar{q}^2 L_0^{-2})^{-\alpha/2}$$

El defasaje cuadrático medio después de atravesar la capa será

$$\phi_0^2 = 2\sqrt{\pi} \frac{\Gamma(\frac{\alpha-2}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} (\lambda r_e)^2 \langle n_e^2 \rangle D L_0 \quad (1.13)$$

Como en este caso L_0 es mucho mayor que el tamaño de Fresnel, es importante caracterizar el defasaje por la función de estructura $D_\varphi(s)$. Para $s \ll L_0$ y $2 < \alpha < 4$, se encuentra

$$D_\varphi(s) = \frac{2^{5-\alpha}}{\alpha-2} \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(2-\alpha/2)}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} (\lambda r_e)^2 \langle n_e^2 \rangle D L_0^{3-\alpha} s^{\alpha-2} \quad (1.14)$$

y el valor de la función de estructura para el radio de Fresnel, $\sqrt{z/k}$, es

$$D_\varphi(\sqrt{z/k}) = 64\pi^3 \frac{(8\pi)^{-\alpha/2}}{\alpha-2} \frac{\Gamma(2-\alpha/2)}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} r_e^2 \langle n_e^2 \rangle D L_0^{3-\alpha} \lambda^{1+\alpha/2} z^{\alpha/2-1} \quad (1.15)$$

1.3.- Ecuaciones de propagación

La relación entre las propiedades del medio interplanetario, caracterizadas por el espectro espacial de fluctuaciones de densidad electrónica, $\Phi_{n_e}(\bar{q})$ (o de fluctuaciones de índice de refracción $\Phi_{n_r}(\bar{q})$) y las propiedades de la radiación una vez se ha propagado en dicho medio, debe poder hallarse planteando las ecuaciones de propagación en

un medio cuyo índice de refracción es una función aleatoria de la posición. Hay básicamente dos aproximaciones distintas a la solución, dependiendo del régimen de scattering: scattering débil o scattering fuerte.

En el caso del scattering débil podemos considerar el medio interplanetario dividido en capas de pequeño grosor. Para cada una de las capas la radiación a la salida queda difractada, pero debido a la condición de scattering débil la mayor parte de la energía sigue propagándose en la dirección inicial. Esto hace posible despreciar el efecto de scattering múltiple: no se tiene en cuenta la difracción en una segunda capa de la fracción de radiación que ya se ha difractado en una primera capa. Por lo tanto es posible estudiar la difracción en una única capa y luego extenderlo a todas las capas mediante una integración para todo el medio interplanetario. La difracción por una capa que produce un desfase inicial a una onda plana ha sido estudiado por varios autores, entre ellos Chandrasekhar (1952), Mercier, (1962) y sistematizado por Salpeter (1967). El resultado a que se llega es el mismo que estudiando las ecuaciones de propagación en el medio turbulento, en la aproximación de Born o de Rytov, válida para perturbaciones pequeñas de la radiación incidente. Si consideramos una onda monocromática propagándose en la dirección z

$$E_0(\vec{r}, t) = E_0(\vec{r}) \exp \{-i\omega t\}$$

$$E_0(\vec{r}) = A_0 \exp \{i(kz + S_0)\}$$

que incide en un medio turbulento que se extiende desde $z = Z_0$, dentro de dicho medio la podemos caracterizar por

$$E(\vec{r}) = A_1(\vec{r}) \exp \{ i [kz + S_1(\vec{r})] \} = \\ = u(\vec{r}) E_0(\vec{r})$$

donde $u(\vec{r})$ es la amplitud compleja

$$u(\vec{r}) = a(\vec{r}) \exp \{ i S(\vec{r}) \}$$

y $a(\vec{r})$ es la amplitud relativa:

$$a(\vec{r}) = A_1(\vec{r}) / A_0$$

y $S(\vec{r})$ la variación de fase

$$S(\vec{r}) = S_1(\vec{r}) - S_0$$

Otra forma habitual de representación es utilizar $\Psi(\vec{r})$

$$\Psi(\vec{r}) \equiv \log u(\vec{r}) = \chi(\vec{r}) + i S(\vec{r})$$

donde $\chi(\vec{r})$ es la variación logarítmica de amplitud

$$\chi(\vec{r}) = \log \frac{A_1(\vec{r})}{A_0}$$

que, en el caso de variaciones de amplitud pequeñas, coincide con la mitad de la variación relativa de amplitud

$$J \equiv \frac{I - \langle I \rangle}{\langle I \rangle} = 2 \chi \quad (1.16)$$

La ecuación de propagación en un medio con pequeñas fluctuaciones del índice de refracción viene dado por (Tatarski, 1961)

$$\nabla^2 E(\vec{r}) + k^2 (1 + 2 n_r(\vec{r})) E(\vec{r}) = 0 \quad (1.17)$$

Si consideramos que la onda se propaga en una dirección muy cercana a la z , se puede despreciar el término $\partial^2 E / \partial z^2$ y se obtiene la llamada "ecuación parabólica":

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} + \nabla_s^2 u + 2k^2 n_r(\bar{r}) u = 0 \quad (1.18)$$

donde $\nabla_s^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$

La aproximación de Born o de Rytov conduce a relacionar el momento de orden 2 de u (o de Ψ)

$$R_\chi(\bar{r}) \equiv \langle \chi(\bar{r}') \chi(\bar{r}' + \bar{r}) \rangle$$

$$R_S(\bar{r}) \equiv \langle S(\bar{r}') S(\bar{r}' + \bar{r}) \rangle$$

con $n_r(\bar{r})$. Si definimos los espectros de potencia bidimensionales

$$\Phi_{\chi, S}(\bar{x}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int R_{\chi, S}(\bar{s}, z) \exp\{-i \bar{x} \cdot \bar{s}\} d\bar{s}$$

la solución que se encuentra es (Jokipii, 1973), (Ishimaru, 1972) para un medio que se extiende desde Z_0

$$\Phi_\chi(\bar{x}, Z) = \int_{Z_0}^Z 2\pi k^2 \Phi_{n_r}(z, \bar{x}, q_z=0) \cdot \text{sen}^2\left(\frac{Z-z}{2k} x^2\right) dz \quad (1.19)$$

$$\Phi_S(\bar{x}, Z) = \int_{Z_0}^Z 2\pi k^2 \Phi_{n_r}(z, \bar{x}, q_z=0) \cdot \text{cos}^2\left(\frac{Z-z}{2k} x^2\right) dz$$

y para la intensidad J :

$$\begin{aligned} \Phi_J(\bar{x}, Z) &= 4 \Phi_\chi(\bar{x}, Z) = \\ &= \int_{Z_0}^Z 2\pi k^2 \Phi_{n_r}(z, \bar{x}, q_z=0) \cdot 4 \text{sen}^2\left(\frac{Z-z}{2k} x^2\right) dz \end{aligned} \quad (1.20)$$

Si el medio se reduce a una capa de espesor Δz en $z = 0$, encontramos la ecuación que da la difracción producida por una capa defasadora:

$$\Phi_J(\bar{x}, Z) = \Phi_\varphi(\bar{x}) \cdot 4 \text{sen}^2\left(\frac{Z}{2k} x^2\right)$$

El término $4 \sin^2(Zx^2/2k)$ recibe usualmente el nombre de filtro de Fresnel. Es un filtro pasa alto cuya frecuencia de corte es la frecuencia de Fresnel $x_F = \sqrt{k/Z}$.

En el caso de scattering fuerte, no es posible despreciar el efecto de scattering múltiple. La energía de la radiación después de atravesar una capa difractante ya no se propaga mayoritariamente en la dirección z . Sin embargo, sólo se produce scattering fuerte cuando el defasaje introducido por dicha capa es fuerte, y esto sólo ocurre cerca del sol. Cuando la visual de la radiofuente está cerca del sol, la interacción entre la radiación y el medio interplanetario se produce mayoritariamente en la zona de mayor proximidad al sol, por lo que podemos reducir el medio interplanetario a una única capa defasadora situada a una distancia $Z = \cos \varepsilon$ U.A. del observador (ε es la elongación solar de la fuente). Como es natural no es válida la aproximación de Born o de Rytov para resolver la ecuación parabólica. La aproximación utilizada es la llamada aproximación de Markov, desarrollada por Tatarski (1971), Prokhorov et al., (1975), Rumsey (1975) y Lee & Jokipii (1975b) entre otros. En dicha aproximación se supone que las variaciones de la amplitud compleja $u(\vec{r})$ son pequeñas, no globalmente, sino para la escala de correlación de las fluctuaciones de densidad $n_e(\vec{r})$. Con esta aproximación es posible obtener ecuaciones independientes para los momentos de orden n de $u(\vec{r})$

$$\Gamma_{n,\ell}(\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_n; z) \equiv \langle u(\bar{s}_1, z) \dots u(\bar{s}_\ell, z) u^*(\bar{s}_{\ell+1}, z) \dots u^*(\bar{s}_n, z) \rangle$$

Para el momento de orden 2

$$R_u(\bar{s}, z) \equiv \Gamma_{2,1}(\bar{s}, \bar{s}+\bar{s}; z) = \langle u(\bar{s}', z) u^*(\bar{s}'+\bar{s}, z) \rangle$$

se obtiene una ecuación cuya solución inmediata es

$$R_u(\bar{s}, z) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} D_\varphi(\bar{s}) \right\} \quad (1.21)$$

La función de autocorrelación del campo eléctrico, R_u , es básicamente la transformada de Fourier del espectro angular de la radiación. Si consideramos la señal a la salida de la capa difractante como la superposición de ondas planas que se propagan formando un pequeño ángulo $\bar{\theta} = (\theta_x, \theta_y)$ con la dirección z y de amplitud $f(\bar{\theta})$, tendremos (Bracewell, 1965)

$$u(\bar{s}) = \int f(\bar{\theta}) \exp \{ -ik \bar{s} \cdot \bar{\theta} \} d\bar{\theta}$$

y como consecuencia inmediata del teorema de Wiener-Kintchine, el espectro angular de potencia $S_u(\bar{\theta})$

$$S_u(\bar{\theta}) \equiv |f(\bar{\theta})|^2 = \lambda^2 \int R_u(\bar{s}) \exp \{ ik \bar{s} \cdot \bar{\theta} \} d\bar{s} \quad (1.22)$$

Para el momento de orden 4 del campo, es decir, momento de orden 2 de la intensidad

$$R_I(\bar{s}, z) \equiv \Gamma_{4,2}(\bar{s}', \bar{s}'+\bar{s}, \bar{s}', \bar{s}'+\bar{s}; z)$$

se obtiene una solución que puede ponerse de la forma

$$\Phi_I(\bar{x}, z) = \int \exp \{ -F(\bar{s}, z \bar{x}/k) \} \exp \{ -i\bar{x} \cdot \bar{s} \} d\bar{s} \quad (1.23)$$

donde

$$F(\bar{s}, \bar{s}') = D_\varphi(\bar{s}) + D_\varphi(\bar{s}') - \frac{1}{2} D_\varphi(\bar{s}+\bar{s}') - \frac{1}{2} D_\varphi(\bar{s}-\bar{s}') \quad (1.24)$$

En el caso de scattering débil esta ecuación se reduce a (1.20) indicada anteriormente.

1.4.- Propagación de la intensidad

El parámetro estadístico de la intensidad que suele medirse es el índice de centelleo m , definido por

$$m^2 = \frac{\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} \equiv \langle J^2 \rangle$$

En el régimen de scattering débil, el modelo gaussiano prevé dos valores distintos del índice de centelleo según si la distancia del observador a la pantalla difractante es mayor o menor que $Z_0 = ka^2$. Para $Z \ll Z_0$, el observador está en la zona de Fresnel y se obtiene (Mercier, 1962), (Bourgois, 1969)

$$m = \sqrt{2} (2Z/Z_0) \phi_0 \ll 1 \quad (Z \ll Z_0, \phi_0^2 \ll 1)$$

El índice de centelleo resulta proporcional a λ^2

Para $Z \gg Z_0$, el observador está en la zona de Fraunhofer y el índice de centelleo vale

$$m = \sqrt{2} \phi_0 \ll 1 \quad (Z \gg Z_0, \phi_0^2 \ll 1)$$

siendo en este caso proporcional a λ . En ambos casos la escala característica de la figura de difracción, A , es del orden de a , radio de correlación del defasaje introducido por la capa difractante.

El modelo potencial, en el régimen de scattering débil, proporciona un índice de centelleo (Prokhorov et al. 1975)

$$m^2 = K(\alpha) D_\varphi(\sqrt{Z/k}) \ll 1 \quad (1.24 \text{ bis})$$

donde $K(\alpha)$ es una función del índice de la ley potencial, del orden de la unidad

$$K(\alpha) = 2^{\alpha-2} \Gamma(\alpha/2) \cos\left(\frac{\alpha-2}{4}\pi\right)$$

Por ejemplo $K(11/3) = 0.77$. La dependencia del índice de centelleo con la longitud de onda es

$$m \propto \lambda^{\frac{\alpha+2}{4}}$$

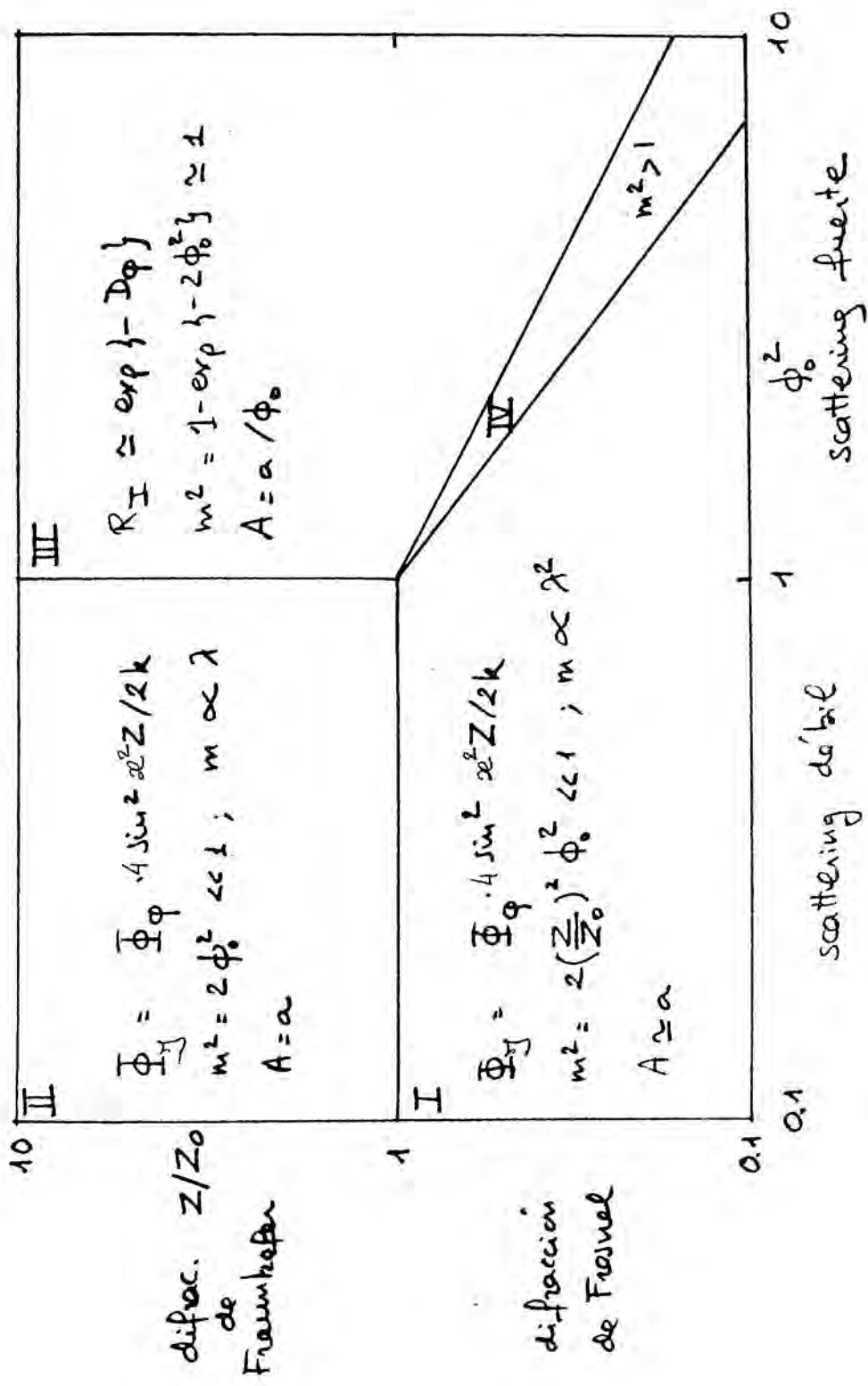


Fig. 2.- Distintos regimenes de centelleo en el modelo gaussiano.

El tamaño característico de las fluctuaciones de intensidad en el plano del observador es del orden del radio de Fresnel

$$A \sim \sqrt{Z/k}$$

En el caso de scattering fuerte o de centelleo saturado el modelo gaussiano conduce a un índice de centelleo

$$m^2 = 1 - \exp\{-2\phi_0^2\} \approx 1 \quad (\phi_0^2 \gg 1)$$

con un tamaño de correlación en el plano del observador que disminuye al aumentar ϕ_0 :

$$A = a/\phi_0$$

Dicho modelo también prevé, cuando $Z \approx Z_0/\phi_0$, una zona de focalización en que el índice de centelleo puede llegar a ser mucho mayor de la unidad debido a las fuertes fluctuaciones de intensidad que se producen cuando el observador está a la distancia focal de las burbujas de plasma de tamaño a (ver figura 2).

En el modelo potencial el centelleo saturado se produce cuando $D_\varphi(\sqrt{Z/k}) \gg 1$, y en este caso el índice de centelleo es del orden de la unidad (Prokhorov et al., 1975)

$$m^2 = 1 + N(\alpha) [D_\varphi(\sqrt{Z/k})]^{2-4/(\alpha-2)} \quad (D_\varphi(\sqrt{Z/k}) \gg 1)$$

donde $N(\alpha)$ es del orden de la unidad. El tamaño característico de las fluctuaciones de intensidad resulta (ver los cálculos de Marians (1975) para $\alpha = 3$)

$$A = \frac{\sqrt{Z/k}}{[D_\varphi(\sqrt{Z/k})]^{\frac{1}{\alpha-2}}} \ll \sqrt{Z/k}$$

aunque aparece también una escala externa de coherencia dada por

$$A^* = \sqrt{Z/k} \cdot [D_\varphi(\sqrt{Z/k})]^{\frac{1}{\alpha-2}} \gg \sqrt{Z/k}$$

Ambos modelos, el gaussiano y el potencial, difieren poco en sus resultados, salvo en la zona de focalización que no existe en el modelo potencial. La única zona del espectro de fluctuaciones de densidad electrónica que contribuye realmente al centelleo de intensidad es la que corresponde a la frecuencia de Fresnel, $\alpha_F = \sqrt{R/Z}$, ya que es la única que deja pasar el filtro de Fresnel. Por lo tanto el modelo potencial y un modelo gaussiano con un tamaño de correlación del orden del radio de Fresnel, $a \sim \sqrt{Z/R}$, conducen prácticamente a los mismos resultados. Las únicas diferencias son a nivel de la dependencia del índice de centelleo y del tamaño característico de las fluctuaciones de intensidad con la longitud de onda.

El estudio realizado hasta ahora supone una onda plana incidente sobre el medio interplanetario. En el caso de que la radiofuente que ilumina el medio interplanetario no sea puntual hay que tener en cuenta sus dimensiones. La intensidad recibida por un observador de una radiofuente extensa será la superposición de la intensidad producida por radiofuentes puntuales, situadas en distintas posiciones $\bar{\theta}$ y con una intensidad dada por la distribución de brillo de la radiofuente, $B(\bar{\theta})$, donde $\bar{\theta}$ son coordenadas angulares asociadas a las direcciones x e y . Si $I_p(\bar{s})$ es la intensidad en el plano del observador producida por una radiofuente puntual, una radiofuente extensa produce

$$I(\bar{s}) = \int B(\bar{\theta}) I_p(\bar{s} - Z\bar{\theta}) d\bar{\theta}$$

que es una relación de convolución. Introduciendo la función de visibilidad de la radiofuente, $V(\bar{u})$, transformada de Fourier de la distribución de brillo, tendremos para la po-

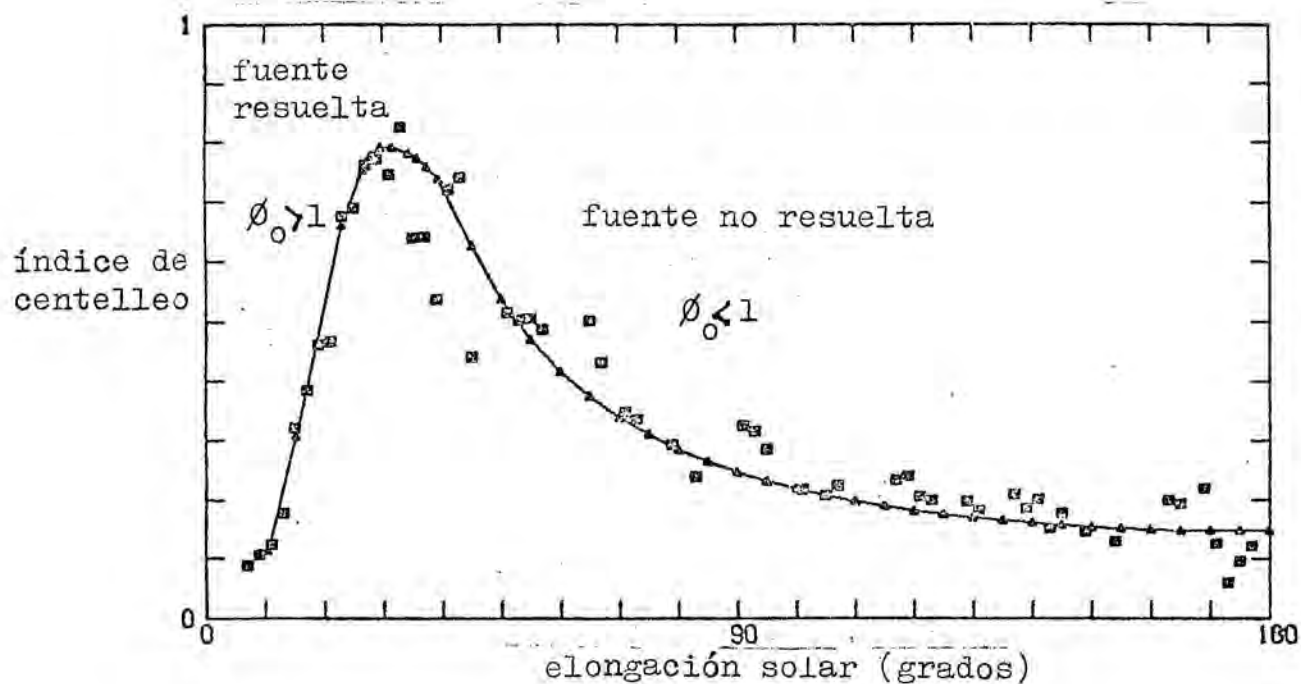


Fig. 3.- Variación típica del índice de centelleo con la distancia al sol. (Coles et al. 1974)

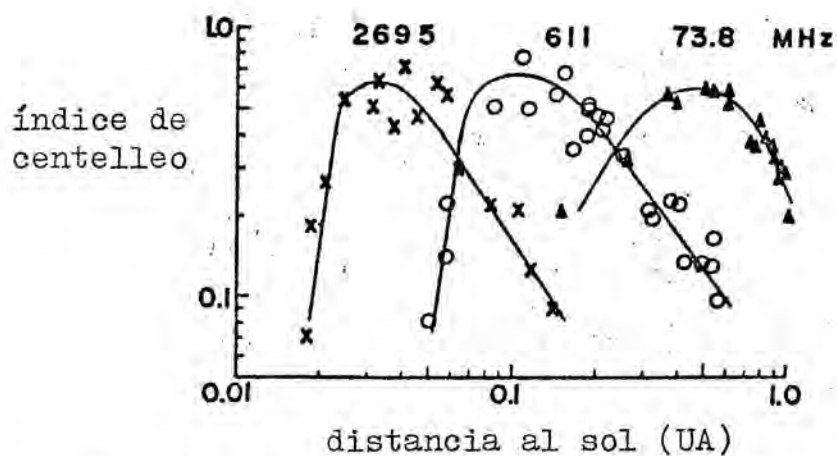


Fig. 4.- Curvas típicas del índice de centelleo de una radiofuente para tres frecuencias distintas. Al aumentar la frecuencia disminuye la distancia a la que empieza a saturarse el centelleo. (Coles et al. 1974)

tencia espectral de las fluctuaciones de intensidad:

$$\Phi_{\gamma}(\bar{\alpha}) = \Phi_{\gamma p}(\bar{\alpha}) \cdot \left| V(\bar{\alpha} = Z \bar{\alpha} / 2\pi) \right|^2$$

El tamaño angular de la radiofuente tiene como efecto, por lo tanto, el de un filtro pasabajo sobre $\Phi_{\gamma p}(\bar{\alpha})$. El ancho del espectro, comparado con el ancho para una fuente puntual, proporciona por lo tanto información sobre el tamaño angular de la radiofuente. El poder de resolución, es decir, el tamaño a partir del cual la fuente se comporta como si fuera puntual (fuente no resuelta) es del orden de A/Z . Por lo tanto, para el caso del scattering débil ($\phi_0 < 1$) es a/Z y para el scattering fuerte ($\phi_0 > 1$) es $a/Z\phi_0$. En consecuencia, una fuente que no está resuelta lejos del sol, al irse acercando, aumenta ϕ_0 y por lo tanto el poder de resolución, hasta que, a partir de una cierta distancia, queda resuelta. Este comportamiento queda esquematizado en la figura 3. El máximo del índice de centelleo se alcanza para la mínima distancia al sol para la que la fuente aún no está resuelta. Para distancias mayores, no está resuelta y el centelleo es débil. Para distancias menores la fuente está resuelta y el centelleo es saturado. Esta distancia mínima es función del defasaje cuadrático medio ϕ_0 y por lo tanto, disminuye con la longitud de onda, tal como se observa en la figura 4. El índice de centelleo máximo que alcanza una radiofuente, normalmente por debajo de la unidad, es también un indicador del tamaño de la radiofuente. Este es el método utilizado por el grupo de Cambridge. El ancho del espectro es, en cambio, el método utilizado por el grupo de Nançay (Bourgois, 1972) y La Jolla (Rumsey, 1975).

1.5.- Propagación de la fase

Las ecuaciones de propagación de la fase deben proporcionarnos información sobre la fase de una señal, inicialmente monocromática, medida por el observador. Los parámetros que puede medir el observador son, básicamente, la fluctuación de fase cuadrática media, $\langle S^2 \rangle$ y el espectro temporal de fluctuaciones de fase $W_S(\nu)$ o cualquier función equivalente a ésta como la función de autocorrelación o la función de estructura $D_S(t)$. Sin embargo, sólo podemos analizar el caso de centelleo débil (Woo, 1975), ya que en el caso de centelleo saturado no se dispone de ecuaciones válidas para la propagación de la fase, (ver, por ejemplo, Lee y Jokipii, 1975a) ni tan sólo es posible hacer medidas con facilidad de la fase cuando las fluctuaciones de amplitud son importantes. Sin embargo en Prokhorov et al. (1975) se indica que la aproximación de Rytov es suficiente para describir correctamente el centelleo de fase en el régimen de centelleo saturado, salvo en los casos de medidas de correlación a frecuencias distintas.

El espectro espacial de fluctuaciones de fase producido por una fuente situada a distancia $Z + D$ del observador (ver figura 5) es (1.19)

$$\Phi_S(\bar{x}, Z) = \int_{-D}^Z \Phi'_\varphi(\bar{x}) \cos^2\left(\frac{Z-z}{2R} x^2\right) dz$$

donde Φ'_φ es el gradiente según z del espectro de potencia del defasaje

$$\Phi'_\varphi(\bar{x}) = 2\pi (\lambda r_e)^2 \Phi_{ne}(\bar{x}, q_z=0) \quad (1.25)$$

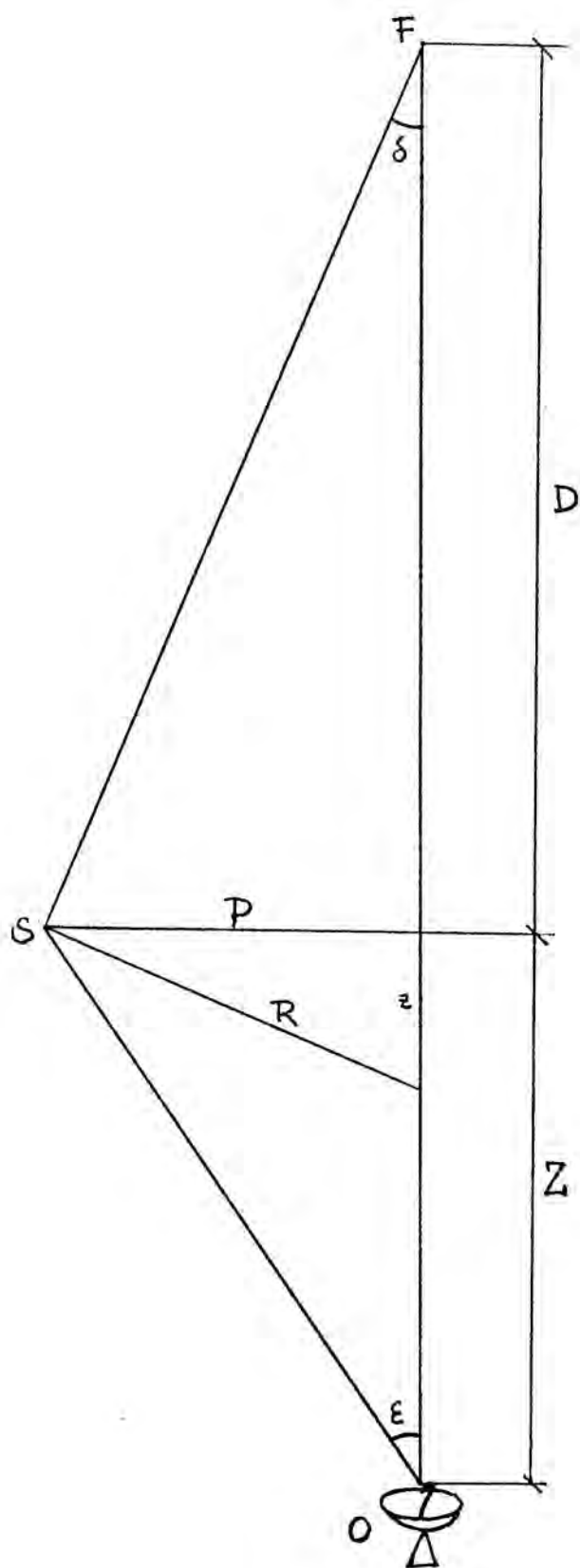


Fig. 5.- Geometría del centelleo interplanetario.
 F = fuente, S = sol, O = observador.

El espectro temporal $W_S(\nu)$ es la transformada de Abel

$$W_S(x_1) = \int \Phi_S(x_1, x_2, Z) dx_2 \quad (1.26)$$

para $x_1 = \frac{2\pi\nu}{V}$ donde V es la velocidad del viento solar:

$$W_S(\nu) = \frac{2\pi}{V} W_S\left(x_1 = \frac{2\pi\nu}{V}\right) \quad (1.27)$$

Si representamos por $W'_S(x_1, z)$ el gradiente según z de $W_S(x_1)$

$$W_S(x_1) = \int_{-D}^Z W'_S(x_1, Z-z) dz$$

tendremos que $W'_S(x_1, z)$ es la contribución al espectro $W_S(x_1)$ de una capa de espesor dz situada a una distancia z del observador.

$$W'_S(x_1, z) = \int \Phi'_\varphi(x_1, x_2) \cos^2\left(\frac{z}{2k}(x_1^2 + x_2^2)\right) dx_2 \quad (1.28)$$

Por otra parte, para la fluctuación cuadrática media de la fase $\langle S^2 \rangle$ medida por el observador

$$\langle S^2 \rangle = \int \Phi_S(\bar{x}, Z) d\bar{x} \quad (1.29)$$

se puede definir igualmente su gradiente según z , $\langle S^2 \rangle'(z)$ es decir la contribución de una capa de espesor dz situada a una distancia z del observador

$$\langle S^2 \rangle = \int_{-D}^Z \langle S^2 \rangle'(Z-z) dz \quad (1.30)$$

$$\langle S^2 \rangle'(z) = \int \Phi'_\varphi(\bar{x}) \cos^2\left(\frac{z}{2k} \bar{x}^2\right) d\bar{x}$$

Vamos a analizar los resultados obtenidos con los dos modelos indicados para el medio interplanetario.

En el caso de modelo gaussiano tenemos (1.10):

$$\begin{aligned}\phi'_\varphi(\bar{x}) &= C \exp\{-a^2 \bar{x}^2/2\} \\ C &= (2\pi)^{-1/2} (\Delta re)^2 \langle n e^2 \rangle a^3 = \frac{a^2}{2\pi} \phi_0'^2\end{aligned}$$

donde $\phi_0'^2$ es el defasaje cuadrático medio producido por la capa de espesor dz y se obtiene directamente

$$W'_S(x_1, z) = \sqrt{\pi/2} C a^{-1} \exp\{-a^2 x_1^2/2\} \cdot \left[1 + \cos^{1/2} \eta \cdot \cos\left(x_1 \sqrt{k/z} + \eta/2\right) \right] \quad (1.31)$$

donde η es el ángulo definido mediante

$$\tan \eta = 2z/Z_0 \equiv 2z/ka^2 \quad (1.32)$$

La forma del espectro es básicamente la misma que la del espectro del defasaje introducido por la capa: una gaussiana de tamaño a^{-1} . (ver figura 6). Los efectos de propagación se introducen en el último término, que introduce una modulación sobre la forma general del espectro: es la llamada estructura de Fresnel. Como la posición de los máximos de dicha estructura depende de la distancia z a la capa, al obtener el espectro global integrando para z

$$W_S(x_1) = \int_{-D}^Z W'_S(x_1, Z-z) dz$$

la estructura de Fresnel quedará muy suavizada y prácticamente no se observará. Por lo tanto en primera aproximación el espectro de potencia de fluctuaciones de fase producido por una capa de pequeño espesor no depende de la distancia a la capa.

La fluctuación cuadrática media de fase a una distancia z de una capa fina difractante, $\langle S^2 \rangle(z)$ puede ha-

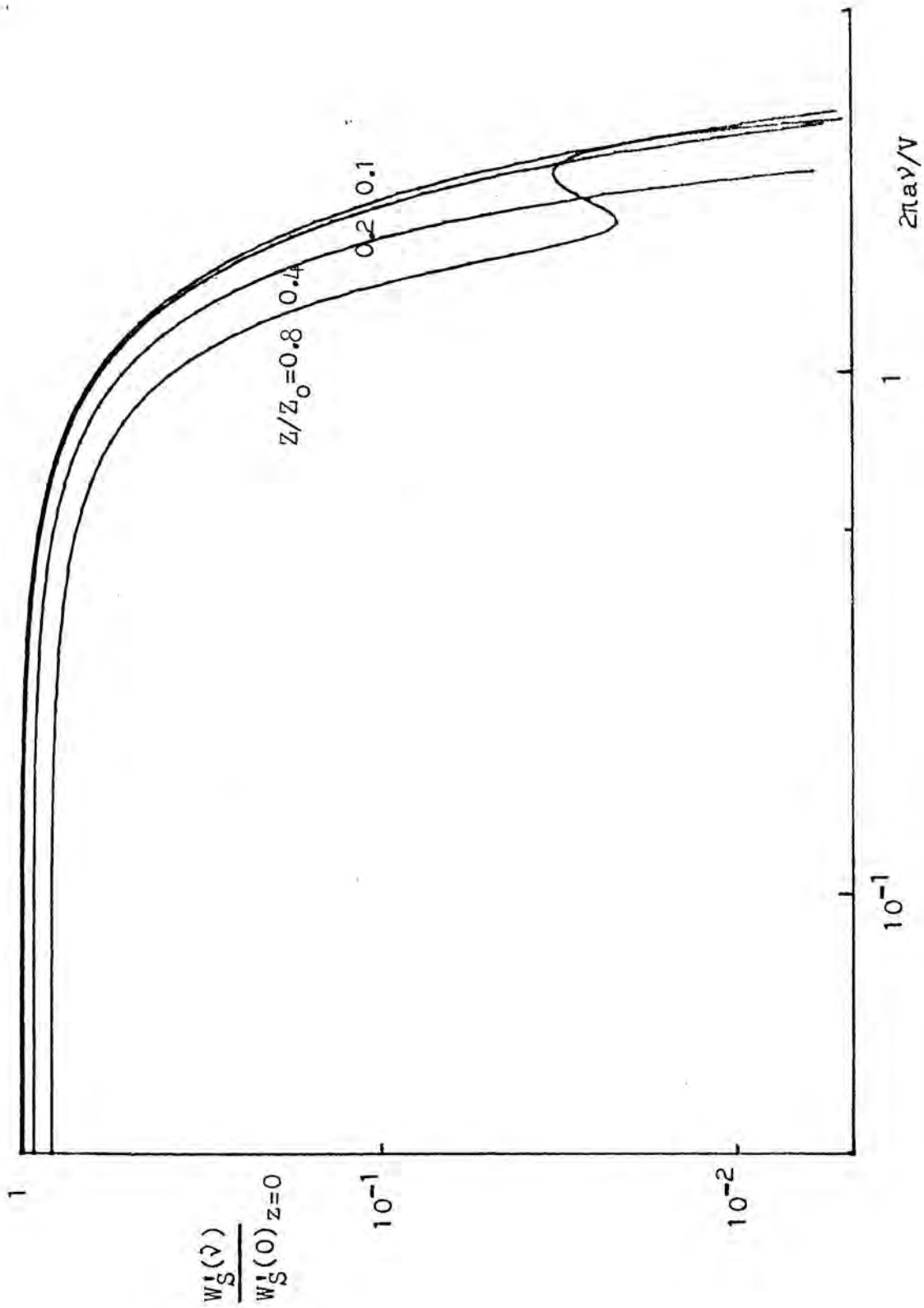


Fig. 6.- Modelo gaussiano. Espectro temporal de fluctuaciones de fase $W_S^i(\nu)/W_S^i(0)$.

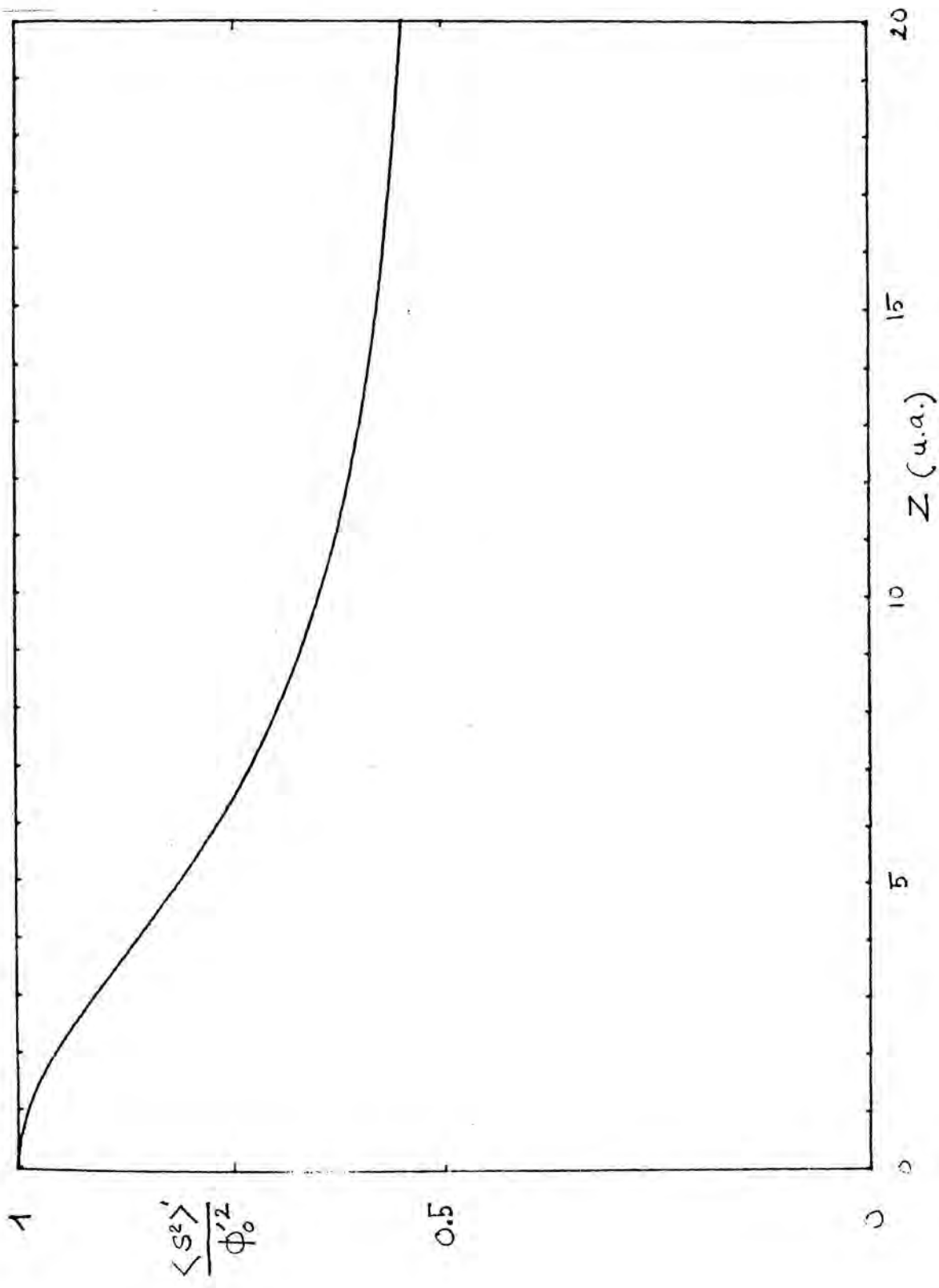


Fig. 7.- Fluctuación cuadrática media de fase en función de la distancia a la pantalla difractante. $a=200$ km, $\lambda = 13$ cm, ($Z_0 = 13$ u.a.)

llarse explícitamente y se obtiene (ver figura 7)

$$\langle S^2 \rangle' (z) = \phi_0'^2 \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \eta) = \phi_0'^2 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1 + (2z/Z_0)^2} \right) \quad (1.33)$$

Para $z = 0$ se obtiene lógicamente

$$\langle S^2 \rangle' (z=0) = \phi_0'^2$$

y para distancias $z \gg z_0$

$$\langle S^2 \rangle' (z=\infty) = \frac{1}{2} \phi_0'^2$$

Por lo tanto, tendremos en primera aproximación para el modelo gaussiano

$$W_S(x_1) = \frac{1}{2} (\lambda r_e)^2 a^2 (1 + \cos^2 \eta) \exp\{-a^2 x_1^2 / 2\} \int_{-D}^Z \langle n_e^2 \rangle dz \quad (1.34)$$

y para el defasaje cuadrático medio

$$\begin{aligned} \langle S^2 \rangle &= \sqrt{\pi/2} (\lambda r_e)^2 a \int_{-D}^Z \langle n_e^2 \rangle \left(1 + \frac{1}{1 + (2 \frac{Z-z}{Z_0})^2} \right) dz \simeq \\ &\simeq \sqrt{\pi/2} (\lambda r_e)^2 a \left(1 + \frac{1}{1 + (2Z/Z_0)^2} \right) \int_{-D}^Z \langle n_e^2 \rangle dz \quad (1.35) \end{aligned}$$

Para el modelo potencial del medio interplanetario tenemos (1.4), (1.5):

$$\phi_\varphi(\bar{x}) = C (x_1^2 + x_2^2 + L_0^{-2})^{-\alpha/2}$$

$$C = 2 \pi^{-1/2} \frac{\Gamma(\alpha/2)}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} (\lambda r_e)^2 \langle n_e^2 \rangle L_0^{3-\alpha}$$

Con lo que tendremos

$$W_S'(x_1, z) = C \int \cos^2 \left(\frac{z}{2R} (x_1^2 + x_2^2) \right) (x_1^2 + x_2^2 + L_0^{-2})^{-\alpha/2} dx_2 \quad (1.36)$$

Para evaluar dicha integral consideremos los casos límites de baja y alta frecuencia. Para el límite de baja frecuencia $x_1 \ll \sqrt{k/z}$, teniendo en cuenta que $\sqrt{k/z} \gg L_0^{-1}$ tendremos que

$$W'_S(x_1, z) = C \int (x_1^2 + x_2^2 + L_0^{-2})^{-\alpha/2} dx_2 - C \int \text{sen}^2\left(\frac{z}{2k} x_2^2\right) x_2^{-\alpha} dx_2 \quad (1.37)$$

La primera integral de (1.37) es del orden de $(x_1^2 + L_0^{-2})^{-\alpha/2}$, y es mucho mayor que la segunda, del orden de $(k/z)^{-\alpha/2}$. Por lo tanto, para bajas frecuencias tendremos que $W'_S(x_1, z)$ es independiente de z :

$$\begin{aligned} W'_S(x_1 \rightarrow 0, z) &= C \int (x_1^2 + x_2^2 + L_0^{-2})^{-\alpha/2} dx_2 = \\ &= \pi \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} (\pi r_0)^2 \langle n e^2 \rangle L_0^{3-\alpha} (x_1^2 + L_0^{-2})^{\frac{1-\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (1.38)$$

Para el límite de frecuencia muy alta, $x_1 \gg \sqrt{k/z}$, el factor en \cos^2 de (1.36) oscila muy rápidamente para pequeñas variaciones de x_1 , por lo que podemos sustituirlo por su valor medio, y tendremos, que el espectro suavizado vale:

$$W'_S(x_1 \rightarrow \infty, z) = \frac{1}{2} W'_S(x_1 \rightarrow 0, z) = \frac{1}{2} C \int (x_1^2 + x_2^2 + L_0^{-2})^{-\alpha/2} dx_2 \quad (1.39)$$

La función de estructura del defasaje producido por la capa de espesor dz a una distancia z será:

$$D'_S(s) = 4 \int W'_S(x_1, z) \text{sen}^2(x_1 s/2) dx_1$$

y por lo tanto tenemos que si $s > \sqrt{z/k}$, o bien si la distancia z es pequeña, coincide con la función de estructura del defasaje introducido por la capa. En caso contrario,

$s < \sqrt{z/k}$, o a distancias muy grandes de la capa, será la

mitad de la función de estructura del defasaje introducido por la capa

$$D'_S(s) dz = \int_{1/2}^1 D_\varphi(s) \quad (1.40)$$

Si integramos para todo el medio para hallar la contribución de todas las capas, tendremos para $s \ll L_0$

$$D'_S(s) = C' \cdot \int_{-D}^Z \langle n_e^2 \rangle dz \cdot s^{\alpha-2} \quad (1.41)$$

donde

$$C' = f \frac{Z^{5-\alpha}}{\alpha-2} \pi^{1/2} \frac{\Gamma(2-\alpha/2)}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} (\lambda r_e)^2 L_0^{3-\alpha} \quad (1.42)$$

y f es un factor entre 1 y 1/2 según el valor de s

$$\begin{aligned} s \gg \sqrt{Z/k} & \quad f = 1 \\ s \ll \sqrt{Z/k} & \quad f = 1/2 \end{aligned}$$

Como resumen de los resultados obtenidos puede decirse que la fase medida por el observador coincide prácticamente con el defasaje introducido por el medio interplanetario, siendo los efectos de propagación hasta el observador despreciables en la mayoría de los casos. En el modelo gaussiano, los efectos de propagación son apreciables para distancias mayores que Z_0 (1.31), (1.33):

$$Z \gtrsim Z_0 = ka^2 = 3 \text{ U.A.} \quad (\lambda = 13 \text{ cm}, a = 10^2 \text{ km})$$

y en el potencial para distancias mayores que kL_0^2 (1.37):

$$Z \gtrsim kL_0^2 = 3 \times 10^8 \text{ U.A.} \quad (\lambda = 13 \text{ cm}, L_0 = 10^6 \text{ km})$$

Esta es la mayor diferencia con el centelleo de intensidad, en que los efectos de difracción son muy importan-

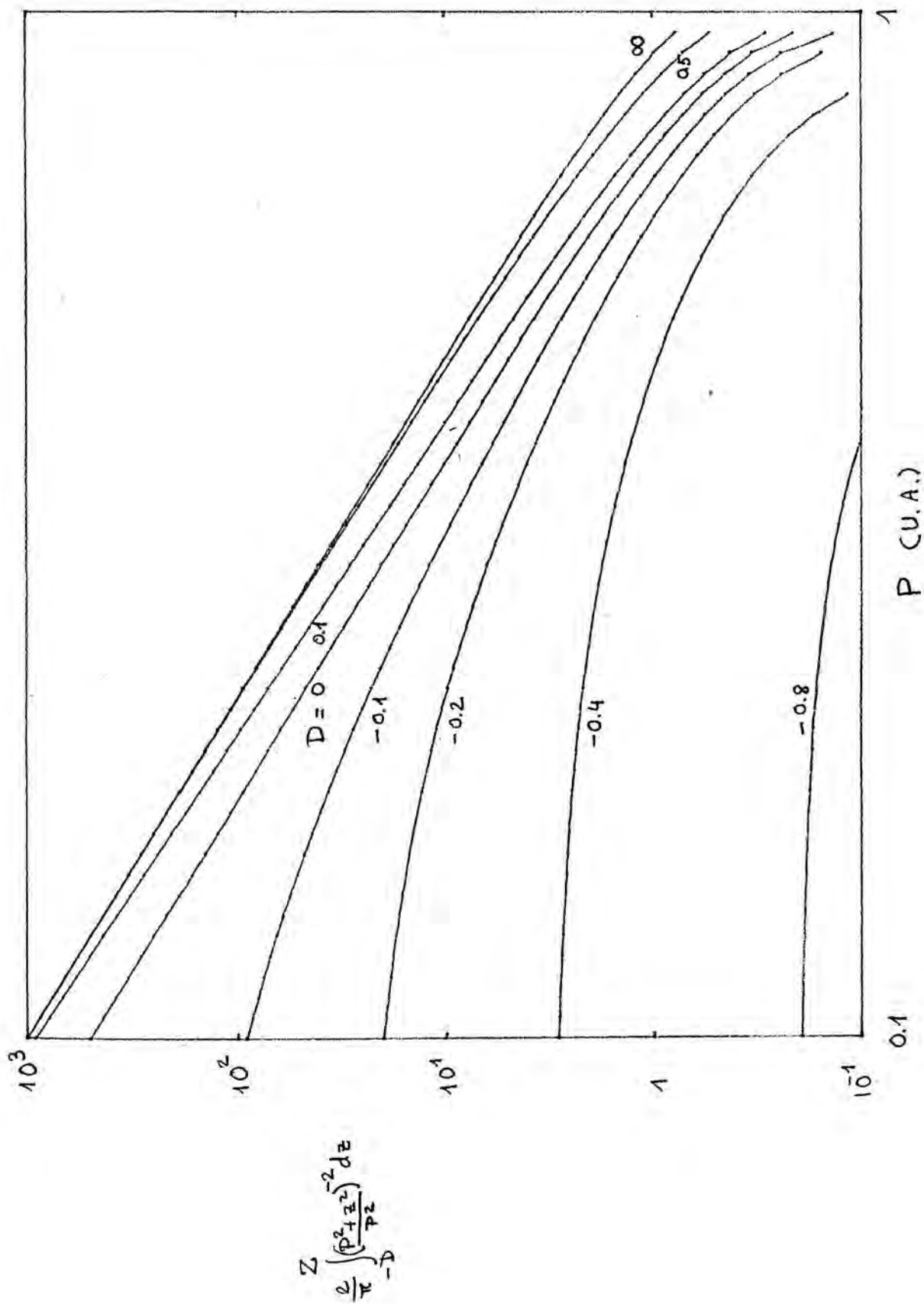


Fig. 8.- Integral de la fluctuación cuadrática media de densidad electrónica en función de P, para distintos valores de D. ($\beta=4$)

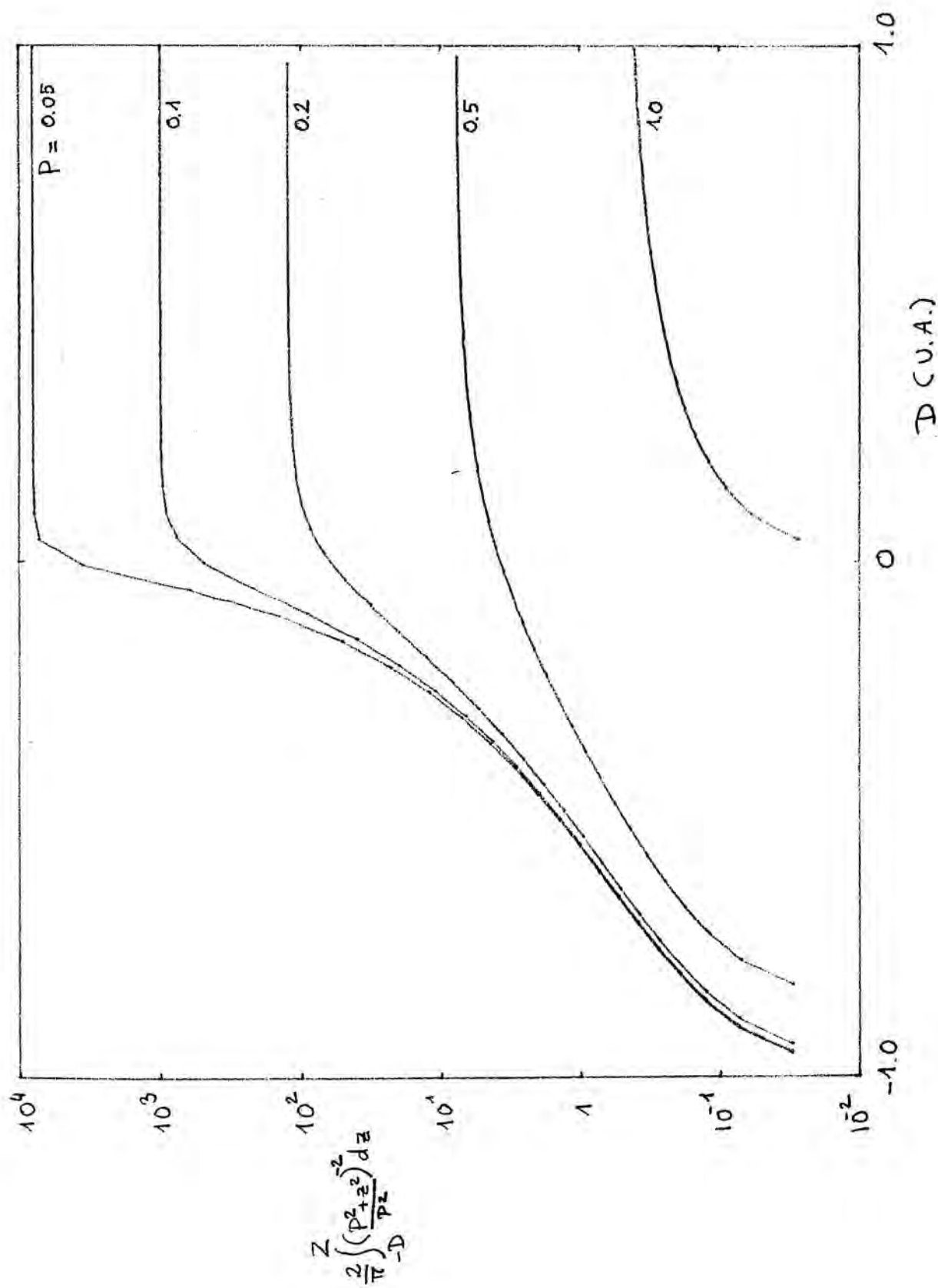


Fig. 9.- Integral de la fluctuación cuadrática media de densidad electrónica en función de D , para distintos valores de P . ($\beta = 4$)

tes. Por lo tanto la observación del espectro de fluctuaciones de fase $W_S(\nu)$, o de la función de estructura del defasaje, $D_S(t)$ permite conocer de forma directa el defasaje introducido por el medio interplanetario y el espectro de fluctuaciones de densidad electrónica, $\Phi_{n_e}(\bar{q})$.

La dependencia de las observaciones con los parámetros geométricos queda reducida a la integral sobre la visual de la fluctuación cuadrática media de electrones (1.34), (1.35), (1.41):

$$I = \int_{-D}^Z \langle n_e^2 \rangle dz$$

Si la dependencia de $\langle n_e^2 \rangle$ con la distancia al sol es del tipo indicado en (1.1)

$$\langle n_e^2 \rangle \propto R^{-\beta}$$

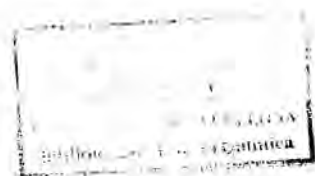
tendremos que, en función del valor de $\langle n_e^2 \rangle$ a la mínima distancia de la visual al sol:

$$I = \langle n_e^2 \rangle_P \cdot \int_{-D}^Z \left(\frac{P^2 + z^2}{P^2} \right)^{-\beta/2} dz = \langle n_e^2 \rangle_P P \int_{-D/P}^{\sqrt{1-P^2}/P} (1+u^2)^{-\beta/2} du \quad (1.43)$$

donde $P = \text{sen } \epsilon$ es la distancia mínima al sol de la visual, en unidades astronómicas y ϵ es la elongación solar de la fuente. Si tomamos el valor usual de $\beta = 4$, se puede calcular la integral explícitamente (ver figuras 8 y 9)

$$I = \langle n_e^2 \rangle_P P \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\pi} (\text{sen } \epsilon \cos \epsilon + \text{sen } \delta \cos \delta - \epsilon - \delta) \right) \quad (1.44)$$

donde δ es el ángulo sol-fuente-observador. (ver figura 5).



2.- MEDIDAS EXPERIMENTALES

2.1.- Medida de la fase

Es imprescindible, para poder interpretar datos experimentales sobre centelleo de fase, analizar con detalle qué es exactamente lo que se mide y de qué forma se mide. En este caso los datos sobre centelleo de fase son obtenidos a partir de los datos del seguimiento Doppler de varias sondas interplanetarias realizado en la Estación Espacial de Madrid.

En la figura 10 se esquematiza la forma en que se realiza el seguimiento Doppler "de dos caminos" (two-way Doppler). En esta modalidad la estación de seguimiento compara la frecuencia de la señal que está mandando con la frecuencia de la misma señal reflejada en la nave espacial que se está siguiendo. La diferencia de frecuencia es debida principalmente a la velocidad radial de la nave respecto a la estación de seguimiento. De forma más detallada el proceso es el siguiente: la estación manda una señal cuya portadora está generada por un oscilador local, con una frecuencia (angular) ω_{GT} del orden de 2.2G Hz (banda S). La sonda interplanetaria recibe esta señal con una frecuencia distinta, ω_{SR} , debido a la velocidad radial de la sonda, \dot{R} . Teniendo en cuenta que $\dot{R} \ll c$, la relación entre las frecuencias es:

$$\omega_{SR} = (1 - \dot{R}/c) \omega_{GT} \quad (2.1)$$

El receptor de la sonda espacial construye una estimación de la fase y la frecuencia de la señal recibida y multiplica coherentemente la frecuencia de la señal por el factor G , que en nuestro caso es, para la banda S,

$$G = 240/221 \quad (2.2)$$

La frecuencia emitida por la sonda ω_{ST} es por lo tanto

$$\omega_{ST} = G \omega_{SR}$$

La frecuencia recibida por la estación de seguimiento difiere de la anterior en el corrimiento Doppler durante el camino de vuelta:

$$\omega_{GR} = (1 - \dot{R}/c) \omega_{ST}$$

La señal recibida es trasladada en frecuencia una frecuencia ω_{REF} de 1 MHz. Esto se hace para poder distinguir los corrimientos Doppler de frecuencia positivos y negativos. La señal se compara con la del oscilador local, de forma que la señal a la entrada del contador Doppler tiene una frecuencia $\bar{\omega}_D$ dada por

$$\bar{\omega}_D = \omega_{REF} - (\omega_{GR} - G \omega_{GT}) = \omega_{REF} + G \omega_{GT} - 2\dot{R}/c \quad (2.3)$$

Si tenemos en cuenta los defasajes introducidos durante los caminos de ida y de vuelta de la señal que no son debidos al efecto Doppler, S_I y S_V respectivamente, tendremos que, de hecho, la frecuencia es

$$\omega_D = \bar{\omega}_D - G(1 - 2\dot{R}/c) \dot{S}_I - (1 - \dot{R}/c) \dot{S}_V \quad (2.4)$$

Por lo tanto la señal a la entrada del contador Doppler es de la forma $\cos(\varphi(t))$, donde $\varphi(t)$ es la fase instantánea dada por

$$\varphi(t) = \bar{\omega}_D t + S(t) \quad (2.5)$$

donde $S(t)$, considerando que G es del orden de la unidad, es la fluctuación de fase total de la señal durante su propagación por el medio interplanetario durante el camino de ida y de vuelta. El contador Doppler mide la fase dada por (2.5), acumulando, a partir de un instante de tiempo dado al principio del seguimiento, el número de ciclos de la señal y proporcionando una lectura C_i cada intervalo de tiempo T (normalmente 1 minuto). Para obtener una resolución mayor que un ciclo, otro contador, el "Doppler Resolver", proporciona además la fracción de ciclo en el instante del comando de lectura dado al contador (ver figura 11). La precisión de la medida del "Doppler Resolver", R_i , es de 10^{-8} segundos. De esta forma la variación de fase entre el instante $t_{i-1} + R_{i-1}$ y $t_i + R_i$ vendrá dado por la diferencia entre las dos lecturas consecutivas, C_{i-1} y C_i del contador Doppler. La variación de fase entre los instantes t_{i-1} y t_i será aproximadamente

$$\Delta\varphi(t_i) = 2\pi(C_i - C_{i-1}) \frac{T}{T + R_i - R_{i-1}} \quad (2.6)$$

Es usual definir el valor instantáneo de la frecuencia Doppler

$$f_D(t_i) = \frac{\Delta\varphi(t_i)}{2\pi T} = \frac{C_i - C_{i-1}}{T + R_i - R_{i-1}} \quad (2.7)$$

El valor esperado de la frecuencia Doppler instantánea es la frecuencia Doppler $\overline{f_D}$. La desviación respecto al valor esperado viene dado por el defasaje producido por la propagación, es decir el centelleo de fase:

$$F_T(t_i) \equiv f_D(t_i) - \langle f_D \rangle = \frac{1}{2\pi T} [S(t_i) - S(t_i - T)] \quad (2.8)$$

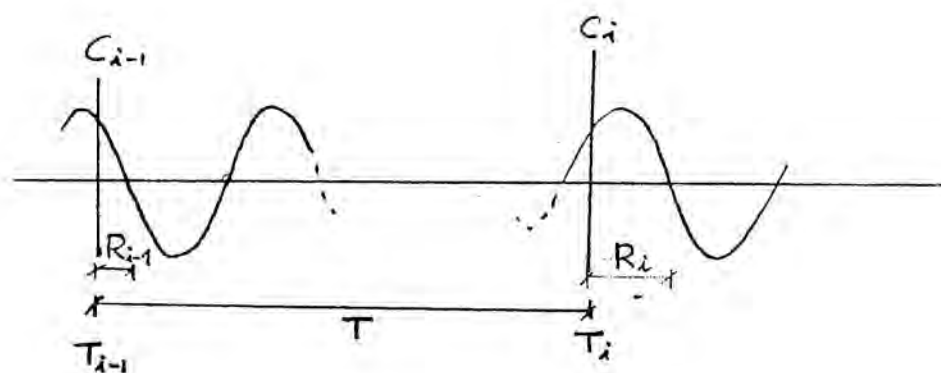


Fig. 11.- Salida del contador Doppler. En el instante T_i se leen el número de ciclos C_i contados hasta el instante T_i y el tiempo R_i desde T_i hasta el inicio del siguiente ciclo.

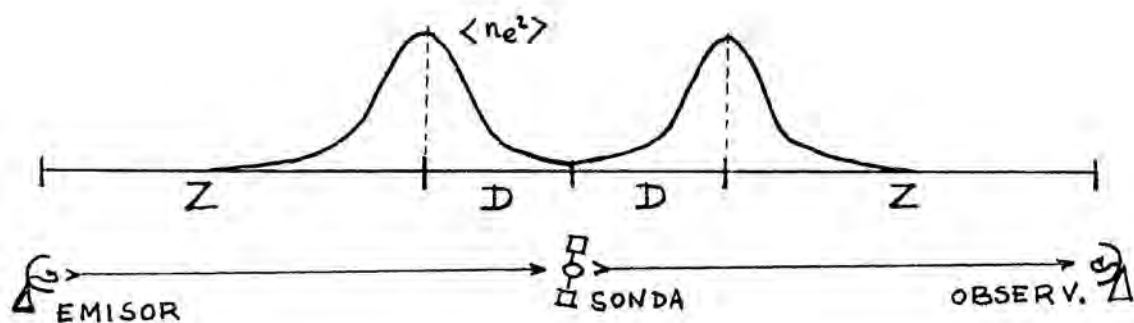


Fig. 12.- Representación cualitativa de la fluctuación cuadrática media de densidad electrónica a lo largo de la trayectoria de ida y vuelta de la señal.

Sin embargo es difícil separar las contribuciones a las fluctuaciones de frecuencia dadas por (2.8) del centelleo de fase y de las variaciones de la velocidad radial \dot{R} y de las inestabilidades del oscilador local. La frecuencia Doppler esperada $\langle f_D \rangle$ no se mantiene constante durante todo un seguimiento, cuya duración es típicamente de varias horas. El principal efecto es sin duda el de las variaciones de velocidad radial de la sonda debido al movimiento de la Tierra. Este efecto, sin embargo, es posible tenerlo en cuenta y eliminarlo. Otro efecto es el de las pequeñas inestabilidades de la trayectoria. Este efecto produce variaciones de baja frecuencia en la frecuencia Doppler recibida, que, por lo tanto, serán imposibles de separar de los efectos del centelleo interplanetario a bajas frecuencias.

Estos efectos es posible eliminarlos utilizando métodos más sofisticados de seguimiento, como es el Doppler diferencial en banda S y banda X, descrito en Woo (1975) y utilizado para el centelleo de fase en Woo et al. (1976). En nuestro caso la única solución es trabajar únicamente con las fluctuaciones de fase de alta frecuencia y en particular, trabajar con las diferencias de fase dadas por (2.8), que es equivalente a aplicar a las fluctuaciones de fase $S(t)$ un filtro pasa alto de frecuencia de corte T^{-1} (ver ecuación 2.11). La comprobación última de que las fluctuaciones de fase medidas no son debidas a efectos de trayectoria de la sonda o a inestabilidades del oscilador de la estación de seguimiento está en ver su dependencia con la distancia al sol de la visual a la sonda interplanetaria. Esta dependencia, tal como se ve en el apartado 2.4, corresponde bien a lo es-

perado según la teoría del centelleo de fase desarrollada en 1.5 y es lo bastante marcada como para justificar plenamente nuestra suposición. A este respecto, Berman y Rockwell (1975) y Berman (1976) encuentran una dependencia del tipo $P^{-2.58}$ para la desviación cuadrática de frecuencia Doppler definida en (2.9).

2.2. Parámetros teóricos estimables

A partir de los datos de frecuencia Doppler es posible determinar la desviación cuadrática media de frecuencia, δ , llamado habitualmente ruido Doppler

$$\delta_T \equiv \langle (f_D(t) - \langle f_D \rangle)^2 \rangle^{1/2}$$

En función de la función de autocorrelación del defasaje $R_S(t)$ y teniendo en cuenta (2.8), viene dado por

$$\delta_T^2 = \frac{1}{4\pi^2 T^2} \cdot 2 [R_S(0) - R_S(T)] = \frac{D_S(T)}{4\pi^2 T^2} \quad (2.9)$$

donde $D_S(t)$ es la función de estructura del defasaje. De forma más general, la función de autocorrelación de las fluctuaciones de frecuencia $R_{f_T}(t)$ viene dada por:

$$R_{f_T}(t) = \frac{1}{4\pi^2 T^2} [2R_S(t) - R_S(t+T) - R_S(t-T)] \quad (2.10)$$

donde se obtiene, haciendo $t = 0$, el cuadrado del ruido Doppler, δ_T^2 . La transformada de Fourier de (2.10) nos da la relación entre los espectros de potencia de las fluctuaciones de frecuencia y de fase:

$$W_{f_T}(\nu) = \frac{1}{4\pi^2 T^2} \cdot 4 \operatorname{sen}^2 \pi \nu T \cdot W_S(\nu) \quad (2.11)$$

Para relacionar las ecuaciones (2.9), (2.10) y (2.11) con los resultados obtenidos en el apartado 1.5 hay que tener en cuenta un factor adicional que es el que la señal efectúa dos caminos por el medio interplanetario: uno de ida a la sonda y otro de vuelta a la estación de seguimiento. Por lo tanto a lo largo de la trayectoria de la señal, de longitud $2(Z + D)$, la fluctuación cuadrática media de densidad electrónica, $\langle n_e^2 \rangle$, pasa por dos máximos a distancias $Z + 2D$ y Z del observador, que corresponden al punto de mayor proximidad al sol en el camino de ida y de vuelta, respectivamente (figura 12). Este hecho es irrelevante para el modelo potencial del medio interplanetario ya que los efectos de propagación aparecen sólo para distancias del orden de kL_0^2 . Por lo tanto bastará multiplicar la expresión (1.41) y sus equivalentes por un factor 2.

En particular, para el espectro temporal de fluctuaciones de fase $W_S(\nu)$, teniendo en cuenta que en la práctica sólo se podrá determinar para frecuencias $\nu < \frac{1}{2T} < 0.5 \text{ Hz}$, podemos utilizar la aproximación de baja frecuencia dada por (1.38), válida hasta distancias de 10^2 U.A. del observador y se obtiene para $\nu \gg V/2\pi L_0 \sim 10^{-4} \text{ Hz}$

$$W_S(\nu) = C \cdot \int_{-D}^Z \langle n_e^2 \rangle dz \cdot \nu^{1-\alpha} \quad (2.12)$$

$$C = (2\pi)^{3-\alpha} \frac{\alpha-3}{2} (\lambda r_e)^2 V^{\alpha-2} L_0^{3-\alpha}$$

Para la función de estructura, con las condiciones equivalentes a las anteriores, $0.1 \text{ s} < t < 10^4 \text{ s}$, tendremos

$$D_S(t) = C' \cdot \int_{-D}^Z \langle n e^z \rangle dz \cdot t^{\alpha-2} \quad (2.13)$$

$$C' = \frac{2^{6-\alpha}}{\alpha-2} \pi^{1/2} \frac{\Gamma(2-\alpha/2)}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} (\lambda r_e)^2 V^{\alpha-2} L_0^{3-\alpha}$$

Para el modelo gaussiano los efectos de propagación son importantes para distancias mayores que ka^2 , pero es inmediato generalizar las expresiones (1.34) y (1.35) para obtener, en primera aproximación

$$W_S(\nu) = C \cdot \int_{-D}^Z \langle n e^z \rangle dz \cdot \exp \left\{ - (2\pi a \nu)^2 / 2 V^2 \right\}$$

$$C = \pi (\lambda r_e)^2 V^{-1} a^2 (2 + \cos^{1/2} \eta_Z + \cos^{1/2} \eta_{Z'}) \quad (2.14)$$

y

$$\langle S^2 \rangle = \sqrt{\pi/2} (\lambda r_e)^2 a (2 + \cos^2 \eta_Z + \cos^2 \eta_{Z'}) \cdot \int_{-D}^Z \langle n e^z \rangle dz \quad (2.15)$$

donde η_Z y $\eta_{Z'}$ son los ángulos auxiliares definidos por

$$\tan \eta_Z = 2Z/ka^2 ; \quad \tan \eta_{Z'} = 2(Z+2D)/ka^2 \quad (2.16)$$

Los dos modelos predicen resultados distintos en cuanto a la dependencia del ruido Doppler con el intervalo de muestreo. Para el modelo potencial, obtenemos, a partir de (2.9) y (2.13), para $T \ll L_0/V$

$$\delta_T^2 \propto T^{\alpha-4} \quad (2.17)$$

mientras que para el modelo gaussiano, para $T \gg a/V$, tendremos que $R_S(T) \ll R_S(0)$ y por lo tanto

$$\delta_T^2 \approx \frac{2}{4\pi^2 T^2} R_S(\omega) \propto T^{-2} \quad (2.18)$$

Asimismo, la forma del espectro W_{FD} es distinta. Para el modelo potencial, para frecuencias $\nu \gg \nu/2\pi L_0$, tenemos que

$$\frac{W_{FD}(\nu)}{\text{sen}^2 \pi \nu T} \propto \nu^{1-\alpha} \quad (2.19)$$

mientras que para el modelo gaussiano se comporta como una gaussiana de anchura $\nu/2\pi a \sim 1 \text{ Hz}$

$$\frac{W_{FD}(\nu)}{\text{sen}^2 \pi \nu T} \propto \exp\left\{-\nu^2/2 (\nu/2\pi a)^2\right\} \quad (2.20)$$

y por lo tanto no parece difícil poder distinguir entre ambos comportamientos en el rango de frecuencias $10^{-4} \text{ Hz} < \nu < 1 \text{ Hz}$.

2.3.- Análisis de datos

Los datos experimentales de centelleo de fase que se han analizado son los del seguimiento Doppler de la sonda Pioneer 11 realizado por la Instalación de Cebrenos de la Estación Espacial de Madrid. Corresponden a los días 11 al 16 de agosto de 1977, cuando la sonda estaba cerca de su conjunción solar. Para el día central del citado intervalo la elongación solar era de 11.7° , equivalentes a 0.20 UA o $43 R_\odot$, la distancia Tierra-sonda era de 5.5 UA y la latitud heliocéntrica de 9.1° . Los datos de seguimiento se obtienen sobre cinta magnética de ordenador, generada en la Estación Espacial de Madrid, organizada a base de registros de 56 caracteres de longitud. La información contenida en cada registro se muestra en la Tabla 1. Los valores de la frecuencia Doppler están dados cada minuto y se dispone para cada día de unas

TABLA 1

caracteres

1-2	Instalación de la Deep Space Network. 61 = Robledo I, 62 = Cebreros, 63 = Robledo II
3-4	código de formato
5-6	identificación de la sonda espacial
7-10	código de los parámetros de la estación
11-16	tiempo universal HHMMSS
17-19	día del año
20-29	lectura del contador Doppler, en ciclos. Contiene las 10 cifras menos significativas, es decir, da el valor del contador, módulo 10^{10}
30-32	lectura del "Doppler Resolver" en unidades de 10^{-8} seg
33-43	las nueve primeras cifras corresponden al valor del excitador del VCO, en base 8. Proporciona el valor de la frecuencia de emisión que viene dada por $f_{GT} = 96(22.5 \times 10^6 - 9.569 \times 10^{12}/EVCO_{10})$, en Hz
44-49	ángulo horario local H de la sonda, en milésimas de grado; $0 \leq H \leq 90000$ o $270000 \leq H \leq 359999$
50-55	declinación δ de la sonda, en milésimas de grado; $0 \leq \delta \leq 90000$ o $270000 \leq \delta \leq 359999$

ocho horas y media de datos. Además, para los días 12 y 14 se dispone de intervalos de 1 hora en que las muestras están dadas cada segundo.

El análisis de datos se ha realizado en el ordenador FACOM 230-25 del Centro de Cálculo de la Universidad Politécnica de Barcelona. El proceso consiste básicamente en la lectura y filtrado de la frecuencia Doppler y en el cálculo del ruido Doppler y del espectro temporal de potencia.

El filtrado se realiza para eliminar las lentas variaciones del valor medio $\langle f_D \rangle$. Primero se elimina el efecto de rotación de la Tierra, que produce una modulación senoidal de la frecuencia con un período de 24 horas. La frecuencia Doppler producida por este efecto, f_{DR} , vale

$$f_{DR} = 2 G f_{GT} \Omega_T R \cos \phi \sin H \cos \delta / c \quad (2.21)$$

donde Ω_T es la velocidad angular de la Tierra, R es el radio geocéntrico, ϕ la latitud geocéntrica, H y δ el ángulo horario y la declinación de la sonda. La diferencia entre la frecuencia leída y f_{DR} proporciona una frecuencia Doppler que presenta pocas variaciones de largo período durante el seguimiento.

Para los datos a un segundo de intervalo se han filtrado las componentes residuales de baja frecuencia ajustando un polinomio de grado 5 a series consecutivas de 850 puntos y tomando las diferencias respecto al polinomio. El método de ajuste empleado es el de polinomios ortogonales (Fröberg, 1974), que permite controlar la variación del error cuadrático medio del ajuste al aumentar el grado del poli-

nomio. Para los datos a un minuto de intervalo, donde son más notables las lentas variaciones de la frecuencia Doppler, se ha aplicado además un filtro convolutivo pasa-alto (Bracewell, 1965). La ventana adoptada para calcular la media corrida es una ventana triangular, debido al compromiso entre rapidez de cálculo y bajo nivel de lóbulos laterales en el espectro de la ventana. El ancho de la ventana, que determina la frecuencia de corte del filtro, se ha tomado en 7 puntos.

El cálculo del ruido Doppler se efectúa a partir de los datos filtrados calculando el valor medio y la desviación cuadrática media en segmentos de 14 minutos para los datos a 1 segundo de intervalo y de 30 minutos en los datos a 1 minuto. Para evitar la influencia de valores posiblemente erróneos que afectan mucho el valor del momento de orden 2, se eliminan los puntos que se apartan de la media más de 3.5 veces la desviación cuadrática media. Para una distribución de probabilidad normal esto supondría la eliminación de uno de cada tres mil puntos. Luego se vuelve a calcular el valor medio y la desviación hasta que el proceso converge. Para controlar el proceso se calcula también el histograma de valores.

El cálculo del espectro temporal de frecuencia se hace a partir de los datos filtrados. Se obtiene un espectro de baja frecuencia, correspondiente a los datos con intervalo de 1 minuto y un espectro de alta frecuencia con los datos a 1 segundo de intervalo. Para calcular ambos espectros se utiliza una rutina clásica de transformada rápida de Fourier (Oran Brigham, 1974) para hallar la transforma-

da de Fourier de segmentos de datos de 256 puntos, multiplicados por una ventana de Hanning (Blackman & Tukey, 1959). Para el espectro de baja frecuencia se han promediado un total de 13 espectros, con una resolución espectral de $6.51E-5\text{Hz}$ y una frecuencia de Nyquist de $8.33E-3\text{Hz}$. El espectro de alta frecuencia tiene una resolución espectral de $3.91E-3\text{Hz}$ y una frecuencia de Nyquist de 0.50Hz , resultando del promedio de 40 determinaciones independientes del espectro. Para pasar de los espectros calculados, que corresponden al espectro de fluctuaciones de frecuencia Doppler W_{FD} , al espectro de fluctuaciones de fase W_S , se dividen ambos espectros por $\sin^2 \pi \nu T$, según la relación dada por (2.11), lo cual hace aumentar el error en la parte de baja frecuencia de cada uno de los espectros. Un efecto que hay que tener en cuenta es el de "aliasing", es decir la aparición de altas frecuencias por debajo de la frecuencia de Nyquist debido al muestreo de la señal antes de eliminar dichas componentes. La corrección se efectúa suponiendo que el espectro real tiene la misma forma para las frecuencias superiores a la de Nyquist (Russell, 1971), es decir $W_S(\nu) \propto \nu^{-p}$. Se ajusta esta función al espectro obtenido, se calcula el efecto de "aliasing" y se vuelve a ajustar el valor de p hasta que el proceso converge. La corrección ha resultado cuantitativamente poco importante para ambos espectros.

2.4.- Resultados y discusión

El valor del ruido Doppler δ calculado con el método indicado en 2.3 que se ha obtenido es el siguiente

$$\begin{aligned}
 T_1 &= 1 \text{ s} & \delta_1 &= 0.104 \pm 0.008 \text{ Hz} \\
 T_2 &= 60 \text{ s} & \delta_2 &= 0.054 \pm 0.004 \text{ Hz}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Los errores indicados son las desviaciones cuadráticas medias de las distintas determinaciones. Estos valores del ruido Doppler deberían corregirse del ruido Doppler instrumental, debido principalmente a las inestabilidades de fase del oscilador patrón de la estación de seguimiento. Puede considerarse una estimación de su valor el ruido Doppler medio medido para sondas a gran distancia angular del sol, que es de 0.003 Hz (Berman & Rockwell, 1975), (Woo, 1977), por lo que la corrección resulta inapreciable.

A partir de estos valores de δ , es posible determinar el índice α de la ley potencial del espectro de fluctuaciones de densidad electrónica (1.4). Se verifica la relación (2.17) puesto que tanto T_1 como T_2 son mucho menores que $L_0/N \sim 10^4$ s y por lo tanto tenemos

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{4-\alpha}{2}}$$

de lo que deducimos un valor de

$$\alpha = 3.68 \pm 0.12
 \tag{2.23}$$

Este valor no difiere significativamente del valor de α para el espectro clásico de Kolmogorov, $\frac{11}{3}$, y está de acuerdo con los valores medidos por Woo et al. (1976) ($\alpha \sim 3.7$) mediante medidas del espectro de fluctuaciones de fase y las medidas realizadas directamente con sondas interplanetarias por Unti et al. (1973) ($\alpha \sim 3.6$). Los valores de α obtenidos a partir de medidas de centelleo de intensidad varían entre

los obtenidos por Lovelace et al. (1970) ($\alpha \sim 3.5$ a 4.5) y los de Coles et al. (1974) ($\alpha \sim 3$), pero hay que tener en cuenta que en este caso el valor de α depende de la estructura angular de la radiofuente observada, lo que hace menos segura su determinación. La determinación de α a partir del ruido Doppler es un método más preciso y sencillo que los hasta ahora utilizados en centelleo, de ajuste a partir de los espectros de fluctuaciones de fase o de intensidad.

Es necesario comprobar que la observación se ha realizado en condiciones de centelleo no saturado o scattering débil, para asegurar la validez de las ecuaciones utilizadas. Para ello calculamos el valor del índice de centelleo a partir de la función de estructura del defasaje (1.24 bis), (2.9):

$$m^2 = K(\alpha) D_{\varphi}(\sqrt{Z}/R) = K(\alpha) 4\pi^2 T^2 \delta_T^2 \left(\frac{\sqrt{Z}/R}{v_T} \right)^{\alpha-2}$$

con lo que se obtiene

$$m^2 = 1.2 \times 10^{-2} \ll 1$$

lo que confirma la validez de la hipótesis de centelleo no saturado.

Vamos a interpretar los valores medidos de ruido Doppler en términos del modelo gaussiano para el medio interplanetario (1.3). Si tomamos para el tamaño de correlación de las fluctuaciones de densidad electrónica, a , el valor habitualmente medido en observaciones de centelleo interplanetario de intensidad de 10^2 km (p.ej. Ekers & Little, 1971), se verifica la relación (2.18) y tendríamos

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} \approx \frac{T_2}{T_1} = 60$$

lo que difiere considerablemente del valor medido experimentalmente, del orden de 2. Para poder interpretarlo experimentalmente vamos a suponer que $T_1 \sim \frac{a}{V} \ll T_2$, que se verificará siempre que el tamaño de correlación, a , sea menor de 2×10^4 km. En estas condiciones tendremos, a partir de (1.11) y (2.9)

$$\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)^2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \left(1 - \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{VT_1}{a}\right)^2\right\}\right) \quad (2.24)$$

Con los valores de (2.22) se obtiene

$$\frac{a}{V} = 2.2 \times 10^4 \text{ s}$$

y para el valor habitual de $V = 400$ km/s resulta $a \approx 8 \times 10^3$ km

Como resumen de las medidas de ruido Doppler podemos decir que el modelo potencial proporciona una interpretación directa y natural de los resultados experimentales, obteniéndose un valor del índice α concordante con los obtenidos a partir de métodos experimentales diversos. El modelo gaussiano permite también interpretar los resultados, ya que, de hecho, cualquier modelo, con un valor adecuado de sus parámetros, permite explicar una observación concreta. Sin embargo, si tenemos en cuenta no sólo las presentes medidas de centelleo de fase, sino también las medidas de centelleo de intensidad, el modelo gaussiano resulta menos coherente, en el sentido de que necesita dos tamaños característicos distintos de las burbujas de plasma del medio interplanetario, de 10^2 km para el de centelleo de intensidad y de 10^4 km para las presentes medidas de centelleo

de fase. Esto sin embargo no quiere decir que sea incorrecta la interpretación de una experiencia concreta a base del modelo gaussiano, tal como hace el grupo de Cambridge para la medida de tamaños angulares de radiofuentes.

Unicamente puede decirse que para el conjunto de medidas realizadas hasta ahora sobre el medio interplanetario, el modelo potencial proporciona una interpretación más sencilla y más independiente de la observación concreta. Ese es tal vez el sentido que habría que dar a la polémica surgida hacia el año 1972 entre el grupo de Cambridge y el grupo de California sobre la validez del modelo gaussiano para interpretar el centelleo interplanetario.

En otro orden de cosas, el valor del ruido Doppler permite estimar la integral, a lo largo de la visual, de la fluctuación cuadrática media de densidad electrónica. Sin embargo hay que tener en cuenta que dicha determinación, así como la determinación del defasaje cuadrático medio o cualquier otra que suponga una integración sobre todo el espectro espacial de fluctuaciones de densidad $\phi_{n_e}(\bar{q})$, depende drásticamente del comportamiento a bajas frecuencias del espectro, reflejado aquí en el valor de la escala de coherencia externa L_0 .

La forma del espectro a bajas frecuencias es completamente desconocida, y sólo se dispone de una idea del orden de magnitud de L_0 , de 10^6 km, (Intriligator & Wolfe, 1970), por lo que esta determinación sólo tiene algún sentido en cuanto al orden de magnitud. A partir de (2.9) y (2.13) se obtiene

$$\int \langle n_e^2 \rangle dz = \frac{\alpha-2}{2^{4-\alpha}} \pi^{3/2} \frac{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})}{\Gamma(2-\frac{\alpha}{2})} (\lambda r_e)^{-2} V^{2-\alpha} L_0^{\alpha-3} T^{4-\alpha} \delta^2(\tau)$$

y utilizando el valor del ruido Doppler a 1 segundo, el valor de α ya determinado, $V = 400$ km/s y $L_0 = 10^6$ km se obtiene

$$\int \langle n_e^2 \rangle dz = 1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-6} \cdot \text{km}$$

o bien, a partir de (1.44), la desviación cuadrática media de densidad electrónica a una distancia 0.20 UA del sol

$$\langle n_e^2 \rangle^{1/2} (0.20 \text{ UA}) = 6 \times 10 \text{ cm}^{-3}$$

que es posible extrapolar hasta 1 UA . Suponiendo $\beta = 4$ en (1.1):

$$\langle n_e^2 \rangle^{1/2} (1 \text{ UA}) = 2 \text{ cm}^{-3}$$

Estos resultados son del mismo orden de magnitud que los valores habitualmente aceptados sobre el medio interplanetario, pero realmente es muy discutible el significado físico que puede tener una medida de la fluctuación cuadrática media de densidad electrónica del medio interplanetario.

En cuanto a los espectros de potencia temporales calculados, en las Figuras 13 y 14 se presentan los espectros de fluctuaciones de frecuencia Doppler $W_{\mathbb{F}}(\nu)$ de baja y alta frecuencia y los correspondientes espectros de fluctuaciones de fase $W_{\mathbb{S}}(\nu)$. A pesar de la indeterminación introducida en la parte de baja frecuencia de cada uno de los espectros al dividir por el factor en \sin^2 , los dos espectros concuerdan bien en la zona de frecuencia común, tal como se muestra en la Figura 15. Esto da idea de que se dispone de una correcta estimación del espectro de fluctuaciones de fase

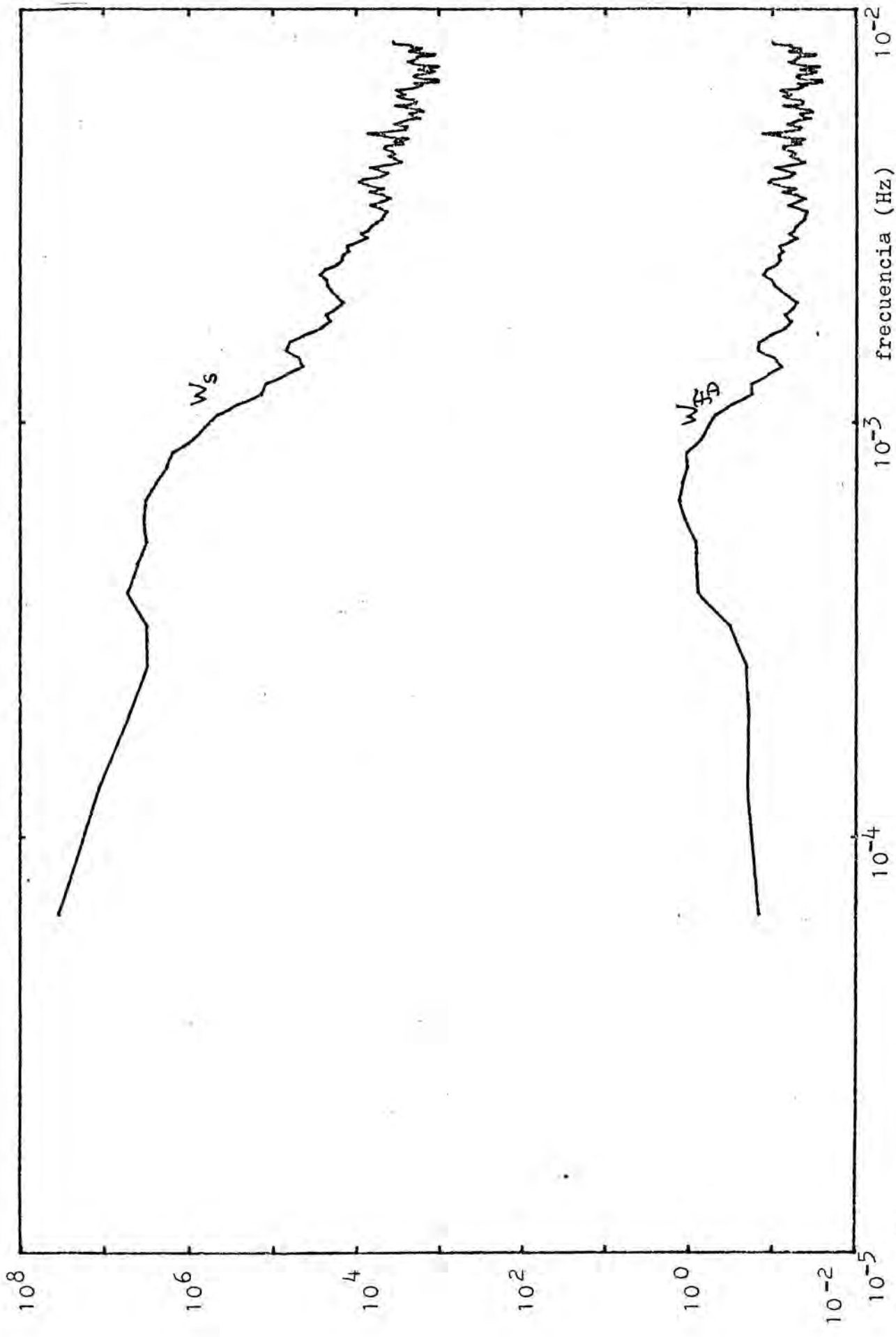


Fig. 13.- Espectro de potencia de fluctuaciones de frecuencia Doppler $W_s(\nu)$ (curva inferior) y de fase $W_{FD}(\nu)$ (curva superior) correspondientes a los datos a un minuto de intervalo de muestreo. Resolución espectral = $6.51 \text{ E-}5$ Hz. Frecuencia de Nyquist = $8.33 \text{ E-}3$ Hz. El número de espectros promediados es 13.

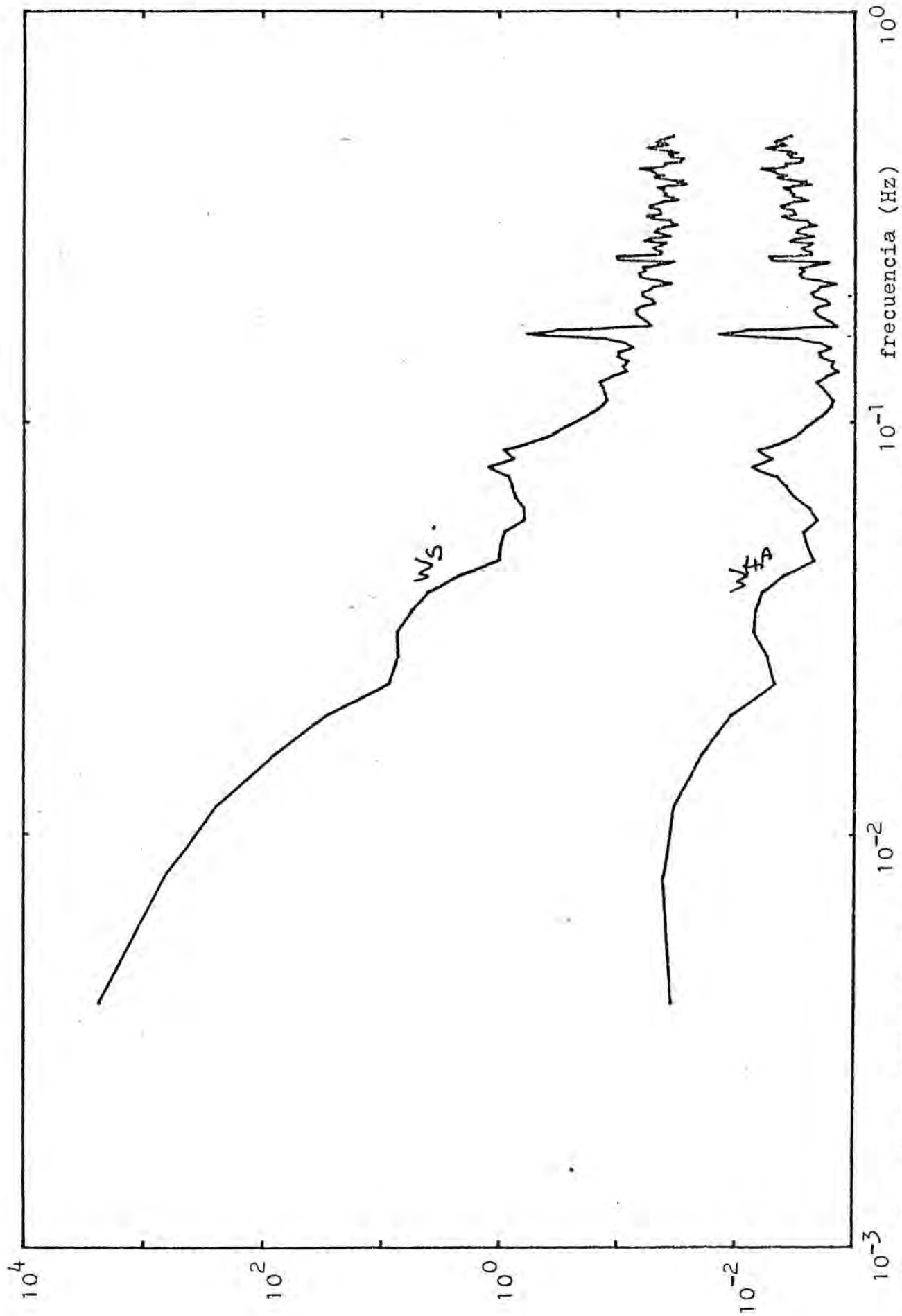


Fig. 14.- Idem figura 13 con los datos a un segundo de intervalo de muestreo. Resolución espectral = $3.91 \text{ E-}3$ Hz. Frecuencia de Nyquist = 0.5 Hz. El número de espectros promediados es de 40.

dentro del rango de frecuencias de 10^{-4} Hz a 0.5 Hz. El pico que aparece en el espectro de alta frecuencia corresponde a una frecuencia de $0.164 \text{ Hz} \pm 0.004$ y es estadísticamente significativo. Su origen es sin duda instrumental y corresponde seguramente a una modulación a 1.2 Hz de la ganancia del preamplificador maser de la estación de seguimiento ("cross head modulation") que, por efecto de "aliasing" aparece a esta frecuencia, aunque hay un error de un 3% sobre la frecuencia nominal de 1.2 Hz. El pico no se ha eliminado de los datos porque su energía es muy pequeña comparada con la del resto del espectro.

El espectro obtenido concuerda bien con los obtenidos por Woo et al. (1976) y Woo (1977), pero extiende el rango de frecuencias medidas en un orden de magnitud, hasta 0.5 Hz.

Se ha ajustado una curva potencial $A \cdot \bar{\nu}^p$ al conjunto de los dos espectros, minimizando la suma de los cuadrados de las diferencias de los logaritmos del espectro experimental y del teórico. Los valores hallados son

$$A = 1.26 \times 10^{-3} \quad \Delta \log_{10} A = \pm 0.32$$

$$p = 2.72 \pm 0.33$$

Los errores indicados corresponden a un aumento el doble de la variancia del ajuste. A partir de (2.19) vemos que el valor de p corresponde a un valor de α que concuerda perfectamente con el hallado a partir de las medidas de ruido Doppler, pero con un error bastante mayor en este caso. Para el valor de α hallado anteriormente, el mejor ajuste del espectro se consigue con los valores

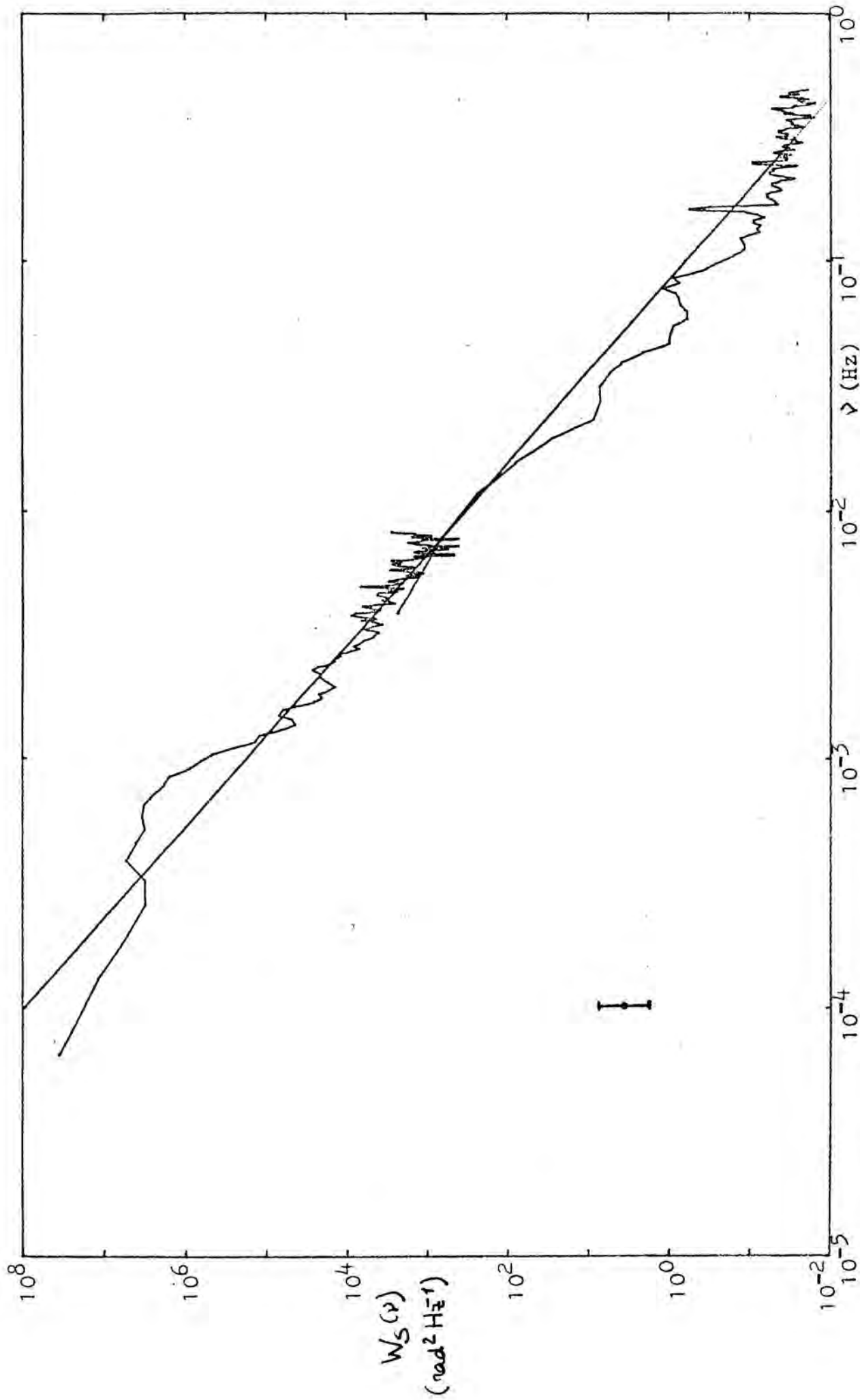


Fig. 15.- Combinación de los espectros de fluctuaciones de fase de las figuras 13 y 14, corregidos de "aliasing". La línea superpuesta es la mejor aproximación potencial del espectro: $1.26\text{E}-3 \nu^{-2}$ ($\text{rad}^2\text{Hz}^{-1}$). La barra de error indica el error cuadrático medio del ajuste.

$$\begin{aligned}
 A &= 1.47 \times 10^{-3} \\
 p &= 2.68
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

siendo el error cuadrático medio del ajuste prácticamente igual al mínimo.

Al igual que en el caso anterior la interpretación del espectro temporal dentro del marco del modelo gaussiano es algo problemática porque se necesita una gran turbulencia de velocidades del viento solar transversales a la visual para explicar la deformación de un espectro gaussiano como (2.14) hasta el medido experimentalmente. Dicha turbulencia no es observada experimentalmente (Coles et al. 1974) en las medidas de centelleo de intensidad con varias antenas.

Para comparar nuestros resultados con los obtenidos por otros métodos para el mismo rango de frecuencias, es posible calcular a partir del espectro temporal de fluctuaciones de fase el espectro temporal de fluctuaciones de densidad medido "in situ" por una sonda interplanetaria, $W_{ne}(\nu)$. En efecto, tenemos

$$W_{ne}(\nu) = \frac{2\pi}{V} \int \phi_{ne}\left(q_1 = \frac{2\pi\nu}{V}, q_2, q_3\right) dq_2 dq_3$$

y, a partir de (1.4) y (1.5) se obtiene

$$W_{ne}(\nu) = \pi^{-1/2} \frac{\Gamma(\frac{\alpha-2}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha-3}{2})} \langle n_e^2 \rangle \left(\frac{2\pi l_0}{V}\right)^{3-\alpha} \nu^{2-\alpha}$$

Comparando con el espectro de fluctuaciones de fase (2.12) se obtiene, a 1 UA del sol,

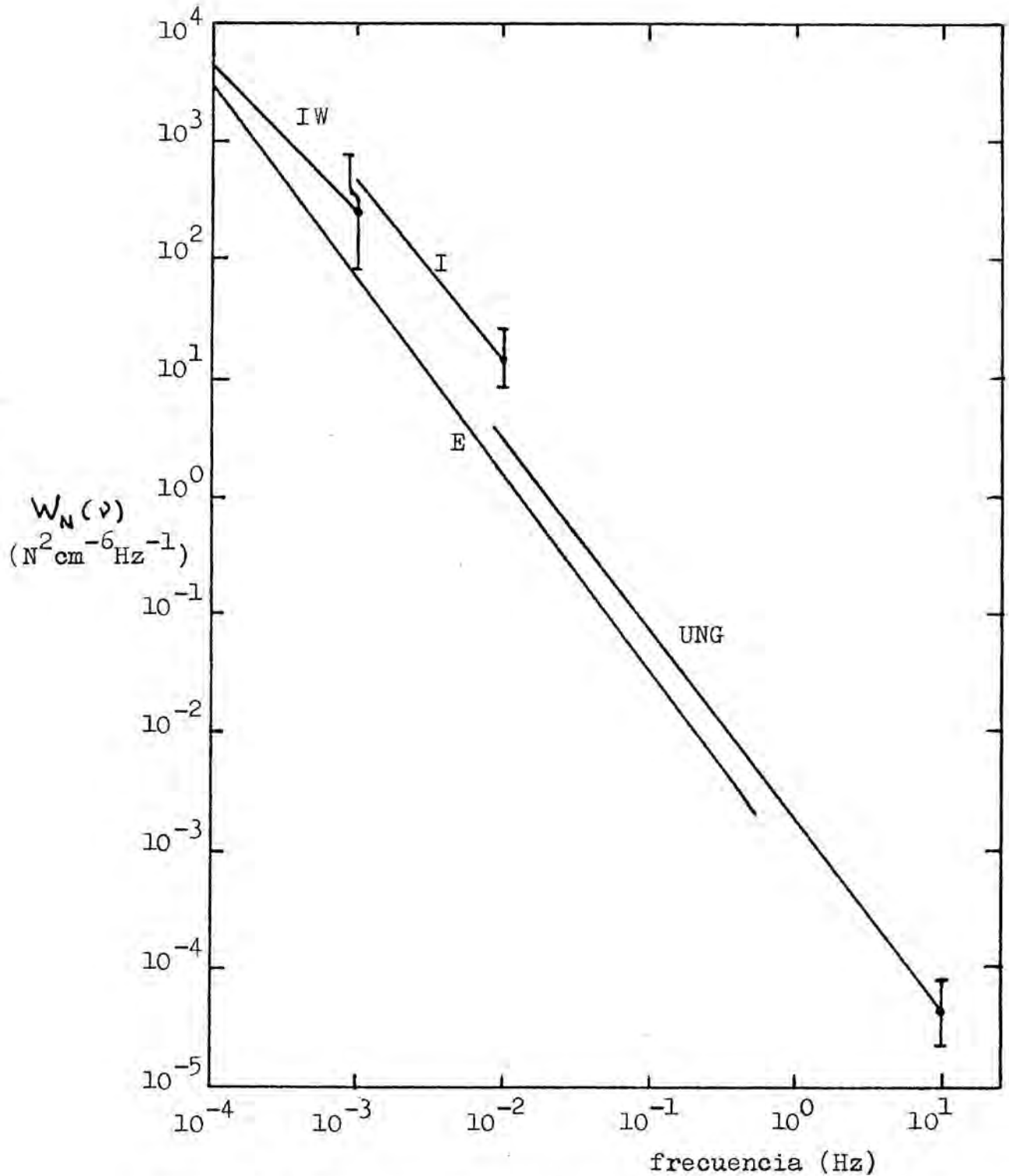


Fig. 16.- Espectro de potencia de fluctuaciones de densidad electrónica deducido del presente trabajo (E), comparado con espectros de potencia de fluctuaciones de densidad de protones observados por Intrigator & Wolfe (1970) (IW) y Intrigator (1974) (I) con la sonda Pioneer 6 y por Unti, Neugebauer & Goldstein (1973) (UNG) con el satélite OGO-5 .

$$W_{ne}(\nu) = \pi^{-1/2} \frac{\Gamma(\frac{\alpha-2}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})} (\lambda r_e)^{-2} \frac{(P/10A)^4}{\frac{\pi}{2} P V} \nu W_S(\nu)$$

relación que sólo depende de la velocidad V y de β (que se ha tomado igual a 4) y por lo tanto está libre de parámetros mal conocidos. Utilizando $\alpha = 3.68$, $V = 400$ km/s y los valores de (2.25), se obtiene

$$W_{ne}(\nu) = 6.58 \times 10^{-4} \nu^{-1.68} (\text{electrones/cm}^3)^2 \text{Hz}^{-1}$$

En la Figura 16 se representa este espectro, junto con determinaciones directas del espectro de fluctuaciones de densidad de protones realizadas por Intrigator & Wolfe (1970) en el rango 10^{-4} Hz — 10^{-3} Hz con la sonda Pioneer 6; Intrigator (1974) en el rango 10^{-3} Hz — 10^{-2} Hz con la misma sonda y Unti et al. (1973) para las altas frecuencias de 10^{-2} Hz a 10^1 Hz, con el satélite OGO-5. La concordancia es aceptable, sobre todo teniendo en cuenta que nuestra determinación corresponde sólo a la media de seis días, y dichos autores advierten variaciones significativas del nivel de sus espectros de hasta un orden de magnitud en días distintos.

Nuestras medidas parecen confirmar la existencia de una continuidad en el rango de 10^{-4} Hz a 0.5 Hz en el espectro de fluctuaciones de densidad electrónica del medio interplanetario.

A modo de conclusión, es importante destacar de este trabajo la importancia de la relación hallada entre el ruido Doppler y la función de estructura del defasaje, lo que, junto con el hecho de que los efectos de propagación para la fase son muy poco importantes, permite ajustar de un modo muy sencillo y directo la forma del espectro de potencia espacial

de fluctuaciones de densidad electrónica del medio interplanetario. El valor hallado para el índice de la ley potencial, α , concuerda con el determinado por distintos métodos por otros autores y con el determinado a partir del espectro temporal de fluctuaciones de fase en este mismo trabajo. Dicho espectro ha sido calculado hasta una frecuencia de 0.5 Hz, lo que extiende en un orden de magnitud las determinaciones hasta ahora existentes. Asimismo resulta concordante con mediciones del espectro de potencia de las fluctuaciones de densidad de protones, realizadas directamente con sondas interplanetarias. Por otra parte, la interpretación de las medidas de ruido Doppler a partir de un modelo gaussiano para el espectro espacial de fluctuaciones de densidad electrónica da lugar a valores del tamaño de correlación, a , dos órdenes de magnitud por encima del valor habitualmente medido en centelleo de intensidad, lo que confirma la idea de que el modelo potencial da cuenta de una forma más coherente del conjunto de medidas de que se dispone en la actualidad sobre la densidad electrónica del medio interplanetario.

BIBLIOGRAFIA

- Berman, A.L. & Rockwell, S.T., 1975: Analysis and prediction of Doppler noise during solar conjunctions, DSN progress report 42-30, Jet Propulsion Laboratory, California.
- Berman, A.L., 1976: Analysis of solar effects upon observed Doppler data noise during the Helios 1 second solar conjunction. Jet Propulsion Laboratory Interoffice Memo, 421G - 76 - 027, California.
- Blackman, R.B. & Tukey, J.W., 1959: The measurement of power spectra. Dover Pub., New York.
- Bourgois, G., 1969: Scintillations interplanétaires des radio-sources à 2695 MHz. *Astron. Astrophys.*, 2, 209.
- Bourgois, G., 1972a: Study of the solar wind using the power spectrum of interplanetary scintillation of radio sources. *Astron. Astrophys.*, 19, 200.
- Bourgois, G., 1972b: Scintillations interplanétaires des radiosources. Tesis doctoral, Universidad de Paris VII.
- Bracewell, R., 1965: The Fourier transform and its applications. McGraw-Hill. New York.
- Chandrasekhar, S., 1952: A statistical basis for the theory of stellar scintillations. *MNRAS*, 112, 475.
- Coles, W.A., Rickett, B.J. & Rumsey, V.H., 1974: Interplanetary scintillations, in solar Wind Three, C.T. Russell ed., Univ. of California, Los Angeles, 351.
- Cronyn, W.M., 1970: The analysis of radio scattering and space-probe observations of small-scale structure in the interplanetary medium. *Ap. J.*, 161, 755.
- Ekers, R.D. & Little, L.T., 1971: The motion of the solar wind close to the sun. *Astron. Astrophys.*, 10, 310.
- Fröberg, C.E., 1974: Introduction to numerical analysis. Addison-Wesley. Massachusetts.
- Hewish, A., 1952: The diffraction of galactic radio waves as a method of investigating the irregular structure of the ionosphere. *Proc. Roy. Soc. A*, 214, 494.

- Hewish, A., Scott, P.F. & Wills, D., 1964: Interplanetary scintillations of small diameter radiosources. *Nature*, 203, 1214.
- Hewish, A., 1971: Observations of the solar plasma using radio scattering and scintillations methods, en *Solar Wind*, C.P. Sonnet ed., NASA, Washington, 477.
- Intriligator, D.S., 1974: The power associated with density fluctuations and velocity fluctuations in the solar wind, en *Solar Wind Three*, C.T. Russell ed., Univ. of California, Los Angeles, 368.
- Intriligator, D.S. & Wolfe, J.H., 1970: Preliminary power spectra of the interplanetary plasma. *Ap. J.*, 162, L187.
- Ishimaru, A., 1972: Temporal frequency spectra of multifrequency waves in turbulent atmosphere. *IEEE Tras. Antennas and Propag.*, AP-20, 10.
- Jet Propulsion Laboratory Technical Memorandum 33-571.
- Jokipii, J.R., 1973: Turbulence and scintillations in the interplanetary plasma. *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.*, 11, 1.
- Lang, K.R., 1974: *Astrophysical Formulae*. Springer-Verlag. Berlin.
- Lee, L.C. & Jokipii, J.R., 1975a: Strong scintillations in astrophysics. I. The Markov approximation, its validity and application to angular broadening. *Ap. J.*, 196, 695.
- Lee, L.C. & Jokipii, J.R., 1975b: Strong scintillations in astrophysics. III. The fluctuations in intensity. *Ap. J.*, 202, 439.
- Little, L.T. & Hewish, A., 1966: Interplanetary scintillations and its relations to the angular structure of radio sources. *MNRAS*, 134, 221.
- Lotova, N.A. & Chashey, I.V., 1974: The fine structure of solar wind velocity, en *Solar Wind Three*, C.T. Russell ed., Univ. of California, Los Angeles, 375.
- Lovelace, R.V.E., Salpeter, E.E., Sharp, L.E. & Harris, D.E., 1970: Analysis of interplanetary scintillation observations. *Ap. J.*, 159, 1047.
- Marians, M., 1975: Computed scintillation spectra for strong turbulence. *Radio Science*, 10, 115.

- Mercier, R.P., 1962: Diffraction by a screen causing large random phase fluctuations. Proc. R. Soc., A58, 382.
- Neugebauer, M., 1974: The enhancement of solar wind fluctuations with scale size near the proton gyroradius, en Solar Wind Three, C.T. Russell ed., Univ. of California, Los Angeles, 373.
- Oran Brigham, E., 1974: The Fast Fourier Transform. Prentice-Hall. New Jersey.
- Prokhorov, A.M., Bunkin, F.V., Gochelashvily, K.S. & Shishov, V.I., 1975: Laser irradiance propagation in turbulent media. PIEEE, 63, 790.
- Rickett, B.J., 1969: Nature, 221, 158.
- Rumsey, V.H., 1975: Scintillations due to a concentrated layer with power-law turbulence spectrum. Radio Science, 10, 107.
- Russell, C.T., 1971: Comments on the measurement of power spectra of the interplanetary magnetic field, en Solar Wind, C.P. Sonnet ed., NASA, Washington, 365.
- Salpeter, E.E., 1967: Interplanetary scintillations. I. Theory. Ap. J., 147, 433.
- Tatarski, V.I., 1961: Wave propagation in a turbulent medium. Dover Pub. New York.
- Tatarski, V.I., 1971: The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation. National Technical Information Service, Springfield, Va.
- Unti, T.W.J., Neugebauer, M. & Goldstein, B.E., 1973: Direct measurements of solar wind fluctuations between 0.0048 and 13.3 Hz. Ap. J., 180, 591.
- Woo, R., 1975: Multifrequency techniques for studying interplanetary scintillations. Ap. J., 201, 238.
- Woo, R., Yang, F.C., Yip, K.W. & Kendall, W.B., 1976: Measurements of large-scale density fluctuations in the solar wind using dual-frequency phase scintillations. Ap. J., 210, 568.
- Woo, R., 1977: Radial dependence of solar wind properties deduced from Helios 1/2 and Pioneer 11/12 radio scattering observations. Preprint.
- Young, A.T., 1971: Interpretation of interplanetary scintillations. Ap. J., 168, 543.