

Els fluxos d'energia en el sistema acoblat oceà-atmosfera i el seu impacte en el clima de la Terra

Josep-Miquel Roca i Sans



La imatge de la portada és de l'autor i correspon al Portixol, l'Escala (Girona), durant la tempesta Glòria, gener 2020



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



Institut
de Ciències
del Mar



Els fluxos d'energia en el sistema acoblat oceà-atmosfera i el seu impacte en el clima de la Terra

Tesi doctoral presentada per obtenir el títol de Doctor per la Universitat Politècnica de Catalunya,
Programa de Doctorat en Ciències del Mar, Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental

El Doctorand

Josep-Miquel Roca i Sans

El Director

Dr. Josep Lluís Pelegrí Llopart
Institut de Ciències del Mar, CSIC

Setembre, 2020

«Quan la llum pujada des del fons del mar
a llevant comença just a tremolar,
he mirat aquesta terra,
he mirat aquesta terra.»
(Salvador Espriu, 1980)

Tribunal Avaluador

Dr. Damià Gomis Bosch, President.

Universitat de les Illes Balears.

Dr. Antonio Garcia-Olivares Rodríguez, Secretari.

Institut de Ciències del Mar, CSIC.

Dra. Elena Roget Armengol, Vocal.

Universitat de Girona.

Els fluxos d'energia en el sistema acoblat oceà-atmosfera i el seu impacte en el clima de la Terra

Resum

L'objectiu d'aquesta tesi és desenvolupar models senzills que permetin avaluar la rellevància dels paràmetres principals que condicionen els fluxos d'energia en el sistema oceà-atmosfera, i com els canvis d'aquests paràmetres afecten el clima del planeta. Per tant, es podria dir que la tesi té un doble objectiu: desenvolupar models senzills que permetin valorar la rellevància dels diferents fluxos de calor i aplicar-los per tal d'explicar les tendències passades i futures del clima terrestre.

El primer model estudia la circulació meridional oceànica (*meridional overturning circulation, MOC*, en anglès) dins d'un hemisferi, utilitzant un sistema de dues caixes (compartiments de baixa i alta latitud) que s'aplica àmpliament en oceanografia i meteorologia. Cada caixa té un comportament específic, les latituds altes actuen com a estuari negatiu o invers i les latituds equatorials i tropicals com a estuari positiu. El flux d'energia condicionant és la pèrdua de calor latent a latituds altes i el mateix guany de calor a latituds baixes. Aquest intercanvi de calor entre l'atmosfera i l'oceà comporta canvis en l'energia interna, així com en la salinitat i la massa a causa del mecanisme d'evaporació-precipitació. El model estableix un sistema d'equacions de conservació i la seva resolució permet establir diferents escenaris, que depenen de la temperatura i de la salinitat inicials de cada caixa, així com de la taxa d'intercanvi d'aigua entre tots dos compartiments. Aquests escenaris ajuden a identificar en quines condicions es mantindrà la circulació meridional oceànica tal com la coneixem avui —en direcció sud-nord a les capes superiors de l'oceà i en direcció nord-sud a les seves capes profundes— i què seria necessari perquè aquests fluxos s'invertissin.

El segon model consta de tres bandes latitudinals interconnectades, establertes en termes del signe de la diferència entre la radiació d'ona curta que arriba a la Terra i la radiació d'ona llarga emesa a l'espai. Des d'una perspectiva geogràfica, aquestes bandes representen les regions climàtiques equatorials-tropicals, temperades i subpolars-polars. El model, que incorpora l'efecte de la declinació solar, assumeix que es troba en estat estacionari i que les temperatures dins de cada zona latitudinal són constants. Les variables desconegudes són la temperatura de cada zona i els seus límits latitudinals. El balanç energètic de cada zona es deriva de les radiacions d'ona curta i llarga i de l'intercanvi entre els compartiments adjacents, i és en gran mesura determinat tant per l'albedo com per l'efecte hivernacle. El sistema d'equacions es tanca amb el requisit de maximitzar el flux d'energia latitudinal. Aquesta hipòtesi clau segueix els principis de la teo-

ria constructiva, i és àmpliament aplicada a l'estudi dels éssers vius, així com als sistemes físics o mecànics. Apliquem el model a tres moments climàtics del nostre planeta: l'últim màxim glacial (last glacial maximum, LGM, en anglès, l'època moderna i el futur previsible a finals d'aquest segle. Els resultats ens permeten visualitzar les tendències de l'evolució del nostre clima, des del passat glacial fins als temps moderns (temps preindustrials fins a l'actualitat), i la perspectiva per a l'any 2100. Els resultats mostren que el futur comportarà un eixamplament de les zones de baixa i alta latitud, amb un escalfament important (fins a 20 °C) de les zones d'alta latitud.

El tercer model, basat en els mateixos conceptes radiatius del treball anterior, considera l'equilibri de calor a cada anell latitudinal tant pel compartiment atmosfèric com per l'oceànic. El model es desenvolupa com una única equació diferencial de segon ordre per a la temperatura terrestre i que es pot resoldre establint unes condicions de contorn adequades a l'equador. El model incorpora expressions simplificades per als termes difusius i advectionals horitzontals, que requereixen la definició realista de coeficients de difusió horitzontal i temps de decaïment friccional, respectivament. El model també requereix establir els valors de l'efecte hivernacle i de l'albedo; l'efecte hivernacle s'estableix uniforme per a qualsevol latitud i l'albedo es defineix en funció de la latitud. El model s'ajusta per reproduir l'estat actual del clima, en termes de temperatura latitudinal, fluxos de calor aire-mar i fluxos de calor latitudinals. Després d'aquest calibrat, el model s'utilitza per explorar (a) les contribucions oceàniques i atmosfèriques difusives i advectionals al flux total de calor latitudinal i (b) com la temperatura i aquestes aportacions canviaran des del darrer màxim glacial fins al final del segle XXI. Se seleccionen i es mantenen inalterats els coeficients difusius horitzontals i els temps de decaïment friccional, però es modifiquen l'albedo i l'efecte hivernacle. Els resultats mostren un escalfament progressiu de tot el planeta, amb les principals variacions, d'uns 15°C, que es produeixen a latituds mitjanes i altes. El model també revela que tant l'advecció com particularment la difusió representen un dissipador de calor a latituds baixes mentre que la difusió és l'única font de guany de calor en latituds mitjanes i altes. Aquestes contribucions tenen tendències oposades des de l'última glaciació fins al futur pròxim, i són un mecanisme important per mitigar els previsibles canvis futurs.

Abstract

The objective of this thesis is to develop simple models that allow evaluating the relevance of the principal parameters that condition the energy flows in the ocean-atmosphere system, and how changes in these parameters impact the climate of the planet. Therefore, one could say that it has a double objective: to develop simple models that allow assessing the relevance of the different heat fluxes and to apply them in order to elucidate the past and future trends in the Earth's climate.

The first model studies the meridional overturning circulation (MOC) within one hemisphere, using a two-box system (low- and high-latitude compartments) that is widely applied in oceanography and meteorology. Each box has a different behavior, with the high latitudes acting as a negative or inverse estuary and the equatorial and tropical latitudes as a positive estuary. The conditioning energy flow is the loss of latent heat at high latitudes and the same heat gain at low latitudes. This ocean-atmosphere heat exchange leads to changes in internal energy, as well as in salinity and mass through evaporation-precipitation. The model sets a system of conservation equations and its resolution allows establishing the different scenarios, which depend on the initial temperature and salinity of each box as well as on the rate of water exchange between both compartments. These scenarios help identify under what conditions the meridional overturning circulation will remain as we know it today –in the south-north direction in the upper layers of the ocean and in the north-south direction in its deep layers – and what would be necessary for the flow direction to be reversed.

The second model consists of three interconnected zonal bands, established in terms of the sign of the difference between short-wave radiation reaching the Earth and long-wave radiation emitted to space. From a geographical perspective, these bands represent the equatorial-tropical, temperate and subpolar-polar climatic regions. The model, which incorporates the effect of solar declination, is assumed to be in steady state and the temperatures within each latitudinal zone are set to be constant. The unknown variables are the temperature of each zone and their latitudinal limits. The energy balance of each zone arises from the short- and long-wave radiations and the exchange between the adjacent compartments, being largely determined by both the albedo and the greenhouse factors. The system of equations is closed with the requirement that the latitudinal energy flow is maximized. This key hypothesis follows the principles of the constructive law, being widely applied to study living beings as well as physical or mechanical systems. We apply the model to three climatic moments of our planet: the last glacial maximum, the modern times and the foreseeable future at the end of this century. The results allow us to visualize the trends in the evolution of our climate, from the glacial past to modern times (pre-industrial times to nowadays), and the perspective for year 2100. The results show that the future will lead to a widening of the low and high-latitude zones, with a major warming (as much as 20°C) of the high-latitude areas.

The third model, based on the same radiative concepts of the previous work, considers the heat balance at each latitudinal ring for both atmospheric and oceanic compartments. The model is developed as a single high-order differential equation for the climatic temperature that can be resolved provided we set proper boundary conditions at the equator. The model incorporates simplified expressions for the horizontal diffusive and advective terms, which require setting realistic horizontal diffusive coefficients and frictional decay times, respectively. The model also requires setting the greenhouse and albedo values; the greenhouse is chosen as uniform and the albedo is allowed to change with latitude. The model is tuned to reproduce the present state, in terms of the latitudinal temperature, the air-sea heat fluxes and the latitudinal heat fluxes. After this tuning, the model is employed to explore (a) the diffusive and advective oceanic and atmospheric contributions to the total latitudinal heat flux, and (b) how the temperature and these contributions will change from the last glacial maximum to the end of the 21st century. The horizontal diffusive coefficients and frictional decay times are chosen to remain unchanged but the albedo and greenhouse factors are allowed to change. The results show a progressive warming of the entire planet, with the major variations, of about 15°C, occurring at intermediate and high latitudes. The model also reveals that both advection and particularly diffusion represent a heat sink at low latitudes while diffusion is the only source for heat gain at intermediate and high latitudes. These contributions have opposite trends from the glacial to the near future, being an important mechanism for mitigating the projected future changes.

Agraïments

Enumerar totes les persones que han fet possible que desenvolupés aquesta tesi seria molt llarg i arriscat perquè probablement correria el perill de deixar-me'n moltes. Així, en nom de totes elles, només esmentaré les que han tingut un paper directe en el seu desenvolupament. Són les cinc persones següents:

El Dr. Josep Lluís Pelegrí, que per si el seu mestratge no hagués estat prou, va acceptar dirigir-me en l'estudi i confecció d'aquesta tesi. Sempre amb una actitud positiva, amb cada minut de conversa, amb cada correu electrònic, amb comentaris i reflexions i amb cada lectura recomanada ha estat la clau del meu treball.

El Dr. Agustín Sánchez-Arcilla, per la seva ajuda, com a tutor, en tot el procés.

També vull expressar el meu agraïment a Samuel Martínez-Pita, enginyer mecatrònic, per la seva contribució programant la solució de l'entramat matemàtic del segon treball. I no menys a la Dra. Dorleta Orue-Echevarria, oceanògrafa, per la seva participació i col·laboració per resoldre el model del tercer treball.

Finalment, aquesta tesi no es podria entendre sense la contribució d'Anna Vidal i Porta, lingüista, que ha fet possible que els textos flueixin amb la mateixa naturalitat que ho fan els fluxos energètics planetaris.

Lista de taules

- Taula 3.1.** Concentració a l'atmosfera terrestre de diòxid de carboni, temperatura mitjana anual superficial i els corresponents efectes hivernacle per l'últim glacial màxim, condicions modernes i de final de segle. 37
- Taula 3.2.** Temperatura de les zones de latitud intermèdia i alta en el moment de l'equinocci, calculada com a mitjana lineal del rang de valors de declinació i mitjançant $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$, $\lambda = 0,388$ i $T_L = 300\text{K}$. 42
- Taula 3.3.** Temperatura de les zones de latitud intermèdia i alta en el moment de l'equinocci, calculada com a mitjana lineal del rang de valors de declinació i mitjançant $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$ i $\lambda = 0,388$. 44
- Taula 3.4.** Temperatura, amplituds i límits de les zones baixa, intermèdia i alta amb el forçament del moment de l'equinocci ($\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$ i $\lambda = 0,388$). 45
- Taula 4.1.** Propietats bàsiques dels compartiments atmosfèric i oceànic. 64
- Taula 4.2.** Albedo i efecte hivernacle en les condicions de l'últim màxim glacial, presents i per al final del nostre segle. 68
- Taula 4.3.** Temps de fricció i difusivitats horitzontals per l'atmosfera i l'oceà. 69

Lista de gràfics

Nota: Els gràfics dels apartats 3 i 4 es presenten amb la grafia anglosaxona per als decimals.

Gràfic 2.1. Principals elements del model oceànic de dues caixes amb una circulació d'estuaris acoblats.	9
Gràfic 2.2. Temperatures estacionàries respecte a les inicials en funció de la relació entre balanç hídric i diferencial de transport d'energies internes.	17
Gràfic 2.3. Salinitats estacionàries respecte a les inicials en funció de la relació entre els transports de sal.	18
Gràfic 2.4. Quatre escenaris de formació d'aigua de major densitat a partir de la combinació de temperatures i salinitats.	18
Gràfic 2.5. Escenaris latitudinals de formació d'aigua de major densitat (paràmetres i variables adimensionals).	21
Gràfic 2.6. Escenaris latitudinals de formació d'aigua de major densitat (variables expressades de forma dimensional).	22
Gràfic 2.7. Escenaris de formació d'aigua de major densitat en funció dels transports entre les dues caixes i de les condicions inicials de salinitat i temperatura de cada caixa.	24
Gràfic 3.1. Segmentació d'un hemisferi en tres zones, en què es presenta la radiació solar entrant, la radiació d'ona llarga de sortida i els transports d'energia entre zones.	31
Gràfic 3.2. Límits latitudinals de les tres zones del model a l'hemisferi nord i en estiu. L'àrea ombrejada representa la zona intermèdia i la línia horitzontal representa el pla de l'eclíptica.	33
Gràfic 3.3. Amplituds latitudinals i temperatures de les tres zones en funció de la declinació φ . Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$, $\lambda = 0,388$ i $T_L = 300$ K).	40

- Gràfic 3.4.** Amplituds latitudinals i temperatures de les tres zones en funció de la temperatura T_L de la zona de baixa latitud. Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$ i $\lambda = 0,388$. 43
- Gràfic 3.5.** Temperatures de la zona intermèdia (panell de l'esquerra) i de la zona alta (panell de la dreta) en funció de l'albedo de l'alta latitud α_H i de l'efecte hivernacle λ . Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$ i $T_L = 300$ K. Els símbols indiquen els dominis que caracteritzen les condicions de l'últim glacial màxim (G), el període modern (M) i final del nostre segle (F). Les fletxes indiquen la direcció del màxim augment. 45
- Gràfic 3.6.** (Panells superiors) Límits superiors per la zona baixa i la zona intermèdia; (panells inferiors) amplituds latitudinals de la zona intermèdia i de la zona alta, en tots els casos en funció de l'albedo de l'alta latitud α_H i l'efecte hivernacle λ (valors latitudinals en radians). Cal fer esment que l'amplitud i el límit superior de la zona baixa són equivalents i que el límit superior de la zona alta coincideix amb el Pol Nord. Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$ i $T_L = 300$ K. Els símbols marquen els dominis que caracteritzen l'últim glacial màxim (G), el període modern (M) i el final d'aquest segle (F). Les fletxes indiquen la direcció del màxim augment latitudinal. 46
- Gràfic 3.7.** Esquemes de la distribució espacial i de les temperatures mitjanes zonals per les condicions de l'últim màxim glacial (panell esquerre), moment actual (panell central) i final del segle xxi (panell dret). Cada panell mostra l'extensió i la temperatura de cada zona latitudinal, axis com la temperatura mitjana de la Terra. 48
- Gràfic 4.1.** Principals elements del model idealitzat de flux de calor per una Terra completament coberta per l'oceà i l'atmosfera. 54
- Gràfic 4.2.** La fracció $\gamma(\theta)$ de la circumferència terrestre que està coberta pels oceans a cada latitud θ . Les dades es mostren en blau i l'ajust polinòmic de cinquè grau es mostra en negre; l'expressió amb l'ajust polinòmic s'inclou com un insert. 65
- Gràfic 4.3.** Il·lustració del eix de rotació de la Terra \wedge i el seu pla eclíptic. L'esquema, també, mostra com l'angle ϑ canvia respecte a l'eclíptica al llarg de l'any. 66
- Gràfic 4.4.** (A dalt) Albedos a la superfície (línia sòlida) i albedo planetària (línia discontinua), en funció de la latitud, (Wells, 2012). (A baix) Corbes analítiques de l'albedo en funció de la latitud (LGM, en blau; en negre, present i en vermell, any 2100). 67

- Gràfic 4.5.** Distribució prevista de la temperatura en funció de la latitud (LGM, línia blava. Present, línia negra. Any 2100, escenari RCP6.0, línia vermella. Any 2100, escenari RCP8.5, línia verda). 70
- Gràfic 4.6.** Radiació mitjana anual d'ona curta (SW) que arriba a la superfície terrestre i radiació d'ona llarga (LW) emesa a l'espai (energia per unitat d'àrea i de temps; Wm^{-2}) en funció de la latitud. Els panells corresponen a les condicions de (a) l'últim glacial (LGM), (b) present, (c) any 2100 en l'escenari RCP6.0 i (d) l'any 2100 en l'escenari RCP8.5. 71
- Gràfic 4.7.** Fluxos d'energia latitudinals (energia per unitat d'àrea i de temps; Wm^{-2}), com a resultat del canvi latitudinal del flux de calor associat a (a) advecció atmosfèrica, (b) difusió atmosfèrica, (c) advecció oceànica i (d) difusió oceànica. Valors positius (negatius) indiquen guany (pèrdua) d'energia per unitat d'àrea i temps en la corresponent banda latitudinal. 72
- Gràfic 4.8.** Fluxos latitudinals d'energia (per unitat d'àrea i de temps; Wm^{-2}), com a resultat del canvi latitudinal de flux de calor associat a (a) advecció i difusió atmosfèriques, (b) advecció i difusió oceàniques, (c) adveccions oceànica i atmosfèrica i (d) difusions oceànica i atmosfèrica. Valors positius (negatius) indiquen guany (pèrdua) d'energia, per unitat d'àrea i de temps, en la corresponen banda latitudinal. 73

Índex

Resum	i
Abstract	iii
Agraïments	v
Llista de taules	vii
Llista de gràfics	ix
1 Introducció general	1
2 Anàlisi d'escenaris de circulació meridional global mitjançant un model de caixes	7
2.1 Introducció	7
2.2 Metodologia. Descripció del model	7
2.3 Equacions del model	10
2.4 Equacions adimensionals	12
2.5 Solució de les equacions de conservació	15
2.6 Escenaris en estat estacionari	16
2.7 Resolució dels escenaris inicialment incerts	19
2.8 Conclusions	25
3 Anàlisi de la distribució tèrmica planetària mitjançant un model de tres zones geogràfiques latitudinals i maximització del flux de calor entre elles	29
3.1 Introducció	29
3.2 El model	30
3.2.1 Hipòtesis principals i partició latitudinal en tres zones	30
3.2.2 Equacions del model	32
3.2.3 Procediment numèric	36
3.3 Paràmetres del model	36
3.3.1 Albedo	36
3.3.2 Efecte hivernacle	37
3.3.3 Temperatura de la zona de baixa latitud	38
3.3.4 Declinació solar efectiva	38
3.4 Resultats	41

3.4.1 Dependència de la declinació efectiva	41
3.4.2 Dependència de la temperatura de la zona de baixa latitud	42
3.4.3 Dependència de l'albedo polar i de l'efecte hivernacle	44
3.5 Conclusions	47
4 Anàlisi de la distribució tèrmica de la Terra mitjançant un model de cobertura completa de l'oceà i l'atmosfera	51
4.1 Introducció	51
4.2 El model de balanç de calor	52
4.2.1 Balanç de calor per un anell latitudinal	52
4.2.2 Flux de calor latitudinal	54
4.2.3 Capa atmosfèrica	56
4.2.3.1 Advecció en la capa atmosfèrica	56
4.2.3.2 Difusió en la capa atmosfèrica	58
4.2.4 La capa oceànica	59
4.2.4.1 Advecció en la capa oceànica	59
4.2.4.2 Difusió en la capa oceànica	60
4.2.5 Condicions de contorn	61
4.2.6 Equació de calor simplificada	62
4.3. Paràmetres del model	64
4.3.1 Propietats bàsiques	64
4.3.2 Cobertura de terra en funció de la latitud	64
4.3.3 Radiació mitjana anual	65
4.3.4 Albedo en funció de la latitud	66
4.3.5 Efecte hivernacle	68
4.3.6 Temps de fricció i difusivitats horitzontals	68
4.4 Resultats	69
4.5 Conclusions	73
5 Conclusions generals	77
Referències	81

1 Introducció

Una certa perspectiva històrica de l'oceanografia i la meteorologia, com es veia fa una mica més d'un segle, ens permet constatar, encara que la recerca hagi avançat molt, que les visions que es plantejaven aleshores ens són prou comunes i pervivents. Per obtenir aquesta perspectiva, seguirem Manuel Aranda Sanjuan, reconegut divulgador científic a finals del segle XIX, i veurem com esmenta i analitza assumptes que són propis d'aquesta tesi. No jutjarem la seva adequació a la realitat que ara coneixem millor, però cal no oblidar que al final de la segona cita explica, a la seva manera, l'acoblament entre oceà i atmosfera. Vegem què diu aquest divulgador —hem respectat la sintaxi i l'ortografia pròpia de l'època en llengua castellana— al capítol II de la monografia *Los Misterios del Mar*, publicada l'any 1891:

Procuremos formarnos una idea del vasto conjunto de movimientos que constituyen la circulación del mar. Los principales agentes de esta circulación son tres: el primero y más aparentes es el calórico, la radiación solar, pero éste solo, columbrado en el principio, no bastaría; el segundo, no menos importante, y tal vez más, es la sal; y el tercero es la animalidad, el infinito viviente del mar, los infusorios.

Més endavant, al capítol IV d'aquesta mateixa monografia, l'autor continua dient el següent:

La atmosfera, lo propio que los mares, es asiento de corrientes y contracorrientes, pero mucho más rápidas que las de ellos á causa de la sutileza y movilidad de su sustancia. Está sujeta á perturbaciones frecuentes, á convulsiones ocasionadas por causas múltiples, entre las cuales son de citar en primera línea los cambios de temperatura, la acumulación y condensación de los vapores, las acciones eléctricas y la rotación del globo. Las corrientes, de cuyo conjunto resulta la circulación de la atmosfera, se conocen con el nombre de los vientos. Así, pues, el viento no es otra cosa sino el aire en movimiento.

Ya hemos indicado que las corrientes aéreas ejercen un influjo nada dudoso en el equilibrio de la superficie de las aguas, y que entre los movimientos del mar y los del aire existe una conexión íntima y de notables analogías.

És interessant veure com ja fa 130 anys s'entreveia que oceà i atmosfera estaven íntimament connectats i que els seus moviments responien a fluxos d'energia de diversa índole, especialment de caràcter radiatiu. El repte que existia fa un segle, i que en gran mesura encara perdura, és identificar la rellevància de cadascun d'aquests processos i quantificar com aquesta importància pot modificar-se a mesura que el clima de la Terra evoluciona envers un nou estat. Les pertorbacions externes poden portar a canvis en els processos interns i, si el sistema no és prou resilient, aquests processos interns poden alhora amplificar les pertorbacions i ocasionar que tot el sistema derivi de forma permanent cap a un nou estat.

L'objectiu d'aquesta tesi és desenvolupar tres models senzills que permetin l'avaluació de l'evolució del clima de la Terra, mitjançant l'anàlisi dels fluxos d'energia en el sistema acoblat de l'oceà i l'atmosfera. Les metodologies aplicades ofereixen visions prou diferenciades per entendre l'evolució del clima i a la vegada oferir resultats complementaris. Les referències per desenvolupar els tres treballs que conformen la tesi s'obvien en aquesta introducció, ja que són esmentades específicament en cadascun d'ells.

Un model de dues caixes per identificar possibles escenaris

En el primer dels estudis —Anàlisi d'escenaris de circulació meridional global mitjançant un model de caixes— el flux d'energia considerat és el generat per l'efecte de l'evaporació i precipitació en punts diferenciats del sistema oceà-atmosfera. Aquest efecte genera una disminució o un augment de la calor latent. Per analitzar la circulació oceànica global es planteja inicialment un model basat en el concepte d'estuari negatiu.

Un dels estuaris negatius més coneguts i estudiats en el camp de l'oceanografia física és el Mediterrani. El balanç hidrològic negatiu a l'interior de la conca es compensa amb una entrada d'aigua atlàntica superficial a través de l'estret de Gibraltar. Aquesta entrada d'aigua compensa la baixada del nivell de les aigües mediterrànies generada per l'evaporació neta. Aquest fenomen és conegut des de l'antiguitat; se cita Teofrast d'Eresos (segle IV aC) com el primer que ho va estudiar. A la vegada que hi ha aquesta entrada d'aigua atlàntica, es dona una sortida d'aigua de fons, més salada i freda i, en conseqüència, més densa, que compensa i manté els nivells de salinitat interns.

L'Atlàntic Nord té un comportament que és comparable al d'un estuari negatiu. En les seves altes latituds, properes al pol, hi ha un balanç hidrològic negatiu o evaporació neta. Per efecte de l'evaporació neta a l'alta latitud i les molt baixes temperatures pròpies d'aquesta zona, es genera una aigua de major densitat que precipita al fons de l'oceà i que és coneguda com aigua de fons de l'Atlàntic Nord (NADW, *North Atlantic Deep Water*). Aquesta aigua d'origen subpolar inicia la circulació de fons des del nord cap al tròpic. La circulació de l'aigua densa i de fons, originada a l'oceà Àrtic, s'escampa pels fons de tots els oceans i, conjuntament amb altres aigües de densitats similars retorna en un cicle de centenars d'anys a profunditats superficials, a mesura que, per contacte amb altres masses d'aigua, va perdent densitat. Un d'aquests retorns es produeix en les latituds tropicals de l'Atlàntic i en sentit sud-nord.

Per altra banda, en les latituds tropicals hi ha precipitació neta que conjuntament amb una temperatura càlida, pròpia del seu clima, genera una aigua de menor salinitat i densitat que la que circula pel fons en sentit contrari. Aquesta aigua de menor densitat relativa circula en superfície i a nivell de la termoclina en sentit sud-nord, empesa pels corrents propis de la zona. L'aigua superficial tropical rep aportacions de la resta dels oceans que s'obvien en el model, atès que el seu efecte és assimilable a la formació esmentada.

L'esquema articula un estuari negatiu en les altes latituds amb un estuari positiu present en les latituds equatorials i tropicals. En un estuari positiu, com el cas d'un riu o ria en la seva sortida a la mar, hi ha sortida d'aigua dolça, per tant de menys densitat, en superfície i entrada pel fons d'aigua salada de major densitat. En un estuari negatiu la sortida d'aigua és de major densitat pel fons, mentre que hi ha entrada d'aigua superficial de menor densitat. En el nostre cas, aquesta conjuminació es plasma en un model de caixes, metodologia prou coneguda i aplicada per a estudiar de forma extensa, senzilla però comprensible, diversos fenòmens relatius a la circulació oceànica. El nostre model es concreta en dues caixes, una per a cada latitud.

En el nostre cas imposen a les circulacions nord-sud i sud-nord la conservació d'energia interna, de salinitat i de massa a cada caixa, representatives, respectivament, dels estuaris negatiu i positiu explicats. Com que els estuaris estan acoblats, també ho estan les equacions de conservació que els representen. La resolució d'aquestes equacions i la seva projecció a l'estat estacionari porta a quatre escenaris. En uns casos la circulació de l'Atlàntic es manté tal com la coneixem actualment, és a dir, de nord a sud pel fons de l'oceà i de sud a nord per les capes menys profundes. En altres casos la circulació seria l'oposada a l'actual.

Cal remarcar que tot el fenomen conjunt d'aquesta circulació té el seu origen en el balanç hidrològic negatiu o positiu, afegit a les temperatures pròpies de cada latitud. En les altes latituds nord, l'evaporació neta comporta una disminució de massa d'aigua marina i un refredament d'aquesta per la pèrdua de calor latent. Addicionalment, la pèrdua de massa d'aigua té la conseqüència d'una major salinitat. En la precipitació neta de la caixa representativa de la zona equatorial i tropical, conjuntament amb temperatures elevades, es donen els efectes oposats. Així, els fluxos energètics associats als balanços hídrics, conjuntament amb la caracterització tèrmica latitudinal, condueixen a una determinada circulació meridional global. Circulació que pot ser com l'actual o conduir a un esquema de circulació oposat.

Un model de tres bandes zonals amb un flux latitudinal d'energia maximitzat

En el segon dels estudis —Anàlisi de la distribució tèrmica planetària mitjançant un model de tres zones geogràfiques latitudinals i maximització del flux de calor entre elles—, establim tres zones geogràfiques per a l'hemisferi nord sense predeterminar ni els seus límits latitudinals ni inicialment la seva condició tèrmica. Considerem la radiació solar captada i emesa per cada zona, així com la transmissió de calor de la zona relativament més càlida a la seva col·lateral més freda. El model preveu la declinació solar per caracteritzar el moment estacional. Els resultats, mutant els elements convenients, són extrapolables a l'hemisferi sud, que es trobarà en la posició estacional oposada.

Les tres zones proposades poden assimilar-se a una zona de baixa latitud i de clima equatorial-tropical, a una zona intermèdia amb latituds mitjanes i clima temperat i a una tercera zona d'altres latituds i amb un clima polar o proper a aquest. En la zona equatorial i tropical hi ha un excés de radiació solar (d'ona curta)

captada sobre l'emesa de nou a l'espai (d'ona llarga). En la zona intermèdia o temperada hi ha un equilibri entre les dues radiacions esmentades; diversos estudis mostren com per una franja de latituds intermèdies, associable a climes temperats, hi ha pràcticament un equilibri entre la radiació captada i l'emesa. I en la zona polar hi ha un dèficit en el balanç tèrmic abans descrit, fet que produeix més emissió d'energia a l'espai que la que s'arriba a captar.

La radiació captada per cada zona és funció de la temperatura solar, de la seva latitud, dels seus límits latitudinals, de la declinació solar associada a cada moment estacional i de la seva albedo; albedo que depèn del tipus de superfície predominant en cada àrea i que pot relacionar-se amb la latitud. La radiació emesa a l'espai per una zona és funció de la seva pròpia temperatura, de la seva latitud i amplitud i de l'efecte hivernacle, que considerem globalment per tot l'hemisferi. El balanç tèrmic de cada zona es tanca amb la participació de l'energia, emesa o captada, amb les zones colaterals.

D'altra banda, establím que el conjunt del sistema oceà-atmosfera s'optimitza quan els fluxos d'energia entre zones són màxims; és a dir, quan el flux de calor de la zona més càlida a la zona temperada és màxim i també quan ho és d'aquesta a la més freda. Aquest criteri de maximització de flux d'energia és descrit i utilitzat àmpliament en el marc de la teoria constructiva per estudiar diversos fenòmens físics i biològics, amb un èxit remarcable. En el nostre cas ho fem considerant que el comportament físic de la Terra és assimilable al d'un ésser viu.

Amb aquests principis establím el balanç energètic de cada zona en estat estacionari, maximitzant els fluxos entre zones. Es desenvolupen un conjunt d'equacions i condicions imposables que permeten trobar les variables de latitud, amplitud i temperatura de cada zona. Una de les característiques del sistema d'equacions i condicions del model és la de tenir un nombre de variables incògnites major al nombre d'equacions del propi sistema. Aquest es resol considerant la temperatura de la zona equatorial-tropical com a paràmetre del model. En l'estudi s'explica aquesta elecció, se'n raona la validesa i s'analitza la sensibilitat del clima a aquest paràmetre. Per la seva resolució s'aplica el càlcul numèric i per fer més palesos els resultats, aquests es presenten gràficament.

S'estudia des de perspectives diferents i complementàries l'efecte de la declinació solar en l'àmbit del cicle de l'obliquïtat de l'eix terrestre de rotació respecte al pla de l'eclíptica. Els altres comportaments còsmics són menystinguts en el nostre estudi pel seu menor impacte energètic.

S'analitza la variació de l'albedo i de l'efecte hivernacle en tres moments de la vida de la Terra: l'últim màxim glacial, el període modern —des de l'era preindustrial fins al moment actual— i la projecció al final del segle XXI. En el cas de l'albedo hem diferenciat valors específics per cada una de les tres zones i la variació d'aquesta per la regió polar en el cicle glacial-actual-futur. Per les altres dues zones es considera invariable.

En el tema de l'efecte hivernacle, s'ha definit un valor planetari global, però específic per als tres moments geològics citats mitjançant una metodologia que inclou l'efecte de la major o menor acumulació dels gasos d'efecte hivernacle i la temperatura pròpia de cada moment.

Es valida el model estudiant com aquest reflecteix el nostre moment actual d'una forma coherent amb l'observació de les característiques climàtiques de les regions equatorial-tropical, temperada i polar-subpolar.

Les albedos, l'efecte hivernacle i la variació de la temperatura de la zona de baixa latitud, que modula els impactes dels dos anteriors, condicionen el fluxos d'energia del nostre planeta, i defineixen moments climàtics propis dels diferents estadis geològics. Els resultats quantitius, que es representen gràficament, mostren l'evolució del clima des del passat glacial fins al futur proper, passant per l'inici dels efectes antropogènics de l'era industrial i l'evolució més recent. Les tendències que s'assenyalen són consistents amb els resultats d'altres models molt més complexos que el que presentem aquí.

Un model amb una formulació idealitzada pels transports latitudinals de calor

En l'últim dels estudis —Anàlisi del balanç tèrmic del planeta mitjançant un model de cobertura completa per oceà i atmosfera— establim un model basat en el concepte d'una Terra coberta d'oceà i atmosfera. Aquesta hipòtesi és tèrmicament equivalent a menystenir l'efecte de l'espai cobert per terra en els fluxos de calor. Aquest medi sòlid reté un nivell relativament baix d'energia interna i la seva transmissió és pràcticament nul·la. En canvi, l'atmosfera pot retenir una quantitat de calor relativament menor, però el transport que en fa és molt significatiu i eficient. Finalment, l'oceà acumula i transporta una gran quantitat de calor, i la seva transmissió és més lenta. Com que l'oceà no cobreix la totalitat de l'hemisferi, es limita el seu espai mitjançant una funció que recull raonablement la cobertura esmentada.

El model defineix una funció contínua de temperatura per l'hemisferi nord, des de l'equador fins al pol, amb un màxim a la latitud zero. Els fluxos de calor s'estudien per un anell latitudinal a una latitud donada i amb una amplitud diferencial, en moment equinoccial. En aquest anell hi ha una captació d'energia interna d'origen solar i una emissió per la seva pròpia temperatura, condicionades per l'albedo i l'efecte hivernacle, respectivament. La definició del balanç tèrmic de l'anell latitudinal és similar a la feta en l'anàlisi anterior per una zona genèrica de latitud i amplitud preestablertes.

Un valor afegit molt significatiu d'aquests tercer model és que explica com es produeix la transmissió d'energia interna en el sentit sud-nord en el sistema acoblat oceà-atmosfera. Mentre tenim la captació de calor radiativa solar i l'emissió del propi anell hi ha, tant en el nivell atmosfèric com en l'oceànic, una transmissió de calor per advecció i per difusió, que diferenciem d'acord amb les característiques inherents de cada medi i per cada latitud.

Les adveccions d'energia interna originades pels moviments de massa, tant en el si de l'atmosfera com de l'oceà i les difusions causades per transmissions de calor entre anells latitudinals col·laterals, són els quatre components que tanquen el balanç tèrmic. Aquest principi pretén definir la funció que estableix la variació tèrmica latitudinal del planeta, referida a l'hemisferi nord. Per l'hemisferi sud el plantejament seria similar, havent d'establir-se una cobertura de l'oceà adequada a la major proporció d'espai cobert per l'oceà.

Amb aquesta base definim l'equilibri tèrmic en l'anell esmentat mitjançant una equació diferencial que, en el seu estat estacionari, resollem amb l'aplicació de mètodes numèrics, i presentem els resultats de forma gràfica.

La funció obtinguda per al moment present reflecteix raonablement la distribució tèrmica planetària coneguda. Les adveccions i difusions atmosfèriques i oceàniques expliquen com es produeix el flux de calor latitudinal i, per tant, complementen el nostre segon estudi on aquest flux es donava com un fet global, sense explicar-ne la causalitat.

El model ens permet definir la temperatura planetària en funció de la latitud i dels paràmetres condicionants del clima, com són l'albedo i l'efecte hivernacle. S'imposen, com a condicions d'entorn per definir la funció de temperatura, que aquesta tingui un valor predeterminat en la latitud equatorial, com fèiem en el segon estudi, i que en aquestes latituds equatorials la funció de temperatura presenti un màxim, com és conegut per l'observació. Basant-nos en l'observació, cap altra condició pot ser imposada per no predeterminar els resultats, inclosa la que sent la temperatura polar la més baixa coneguda des d'un punt de vista latitudinal, no necessàriament es comporta com un mínim.

A part de resoldre l'equació diferencial pròpia del model en el moment actual, que serveix per justificar-ne la validesa, condicionem el resultat al moment climàtic propi de l'últim màxim glacial i per al futur proper, projectant el resultat per al final del segle XXI. Per tant, podem presentar la funció de comportament tèrmic de l'hemisferi per a tots dos moments i visualitzar l'advecció i la difusió, tant oceàniques com atmosfèriques, en el trànsit glacial-present i en el present-futur.

Com esmentàvem a l'inici, amb tres models senzills i basats en els principis elementals dels fluxos d'energia planetaris podem conèixer el comportament climàtic de la Terra en el passat i el present i esbrinar tendencialment com pot ser, raonablement, el seu futur proper.

2 Anàlisi d'escenaris de circulació meridional global mitjançant un model de caixes

2.1 Introducció

En un estuari negatiu com és el Mediterrani, probablement el més estudiat en l'oceanografia física (Bryden, 1991; Knudsen, 1900; Talley, 2011), es produeix una evaporació neta d'aigua marina, compensada per l'entrada d'aigua superficial de l'oceà veí, en aquest cas per entrada d'aigua atlàntica. Al seu torn, l'evaporació neta de l'estuari i la conjunció d'altres fenòmens atmosfèrics, com vents forts, secs i molt freds durant l'hivern, generen, en algunes zones concretes, la formació d'aigua de major densitat que l'entrant. Aquesta massa de major densitat acaba sortint parcialment a l'oceà veí pel fons de l'estuari, i estabilitza així la diferència de salinitat.

A l'Atlàntic Nord es produeix una situació que pot considerar-se globalment com un estuari invers o negatiu. En aquesta part de l'oceà s'esdevé una situació d'evaporació neta (Birchfield, 1989; Knudsen, 1900; Schmitt et al., 1989; Talley, 2011), i també una climatologia que produeix la formació d'aigua de gran densitat en les latituds més altes. Aquestes aigües es precipiten al fons de l'oceà formant l'aigua nord-atlànica de fons (NADW, *North Atlantic Deep Water*). D'altra banda, es produeix un retorn o circulació cap al nord d'aigües càlides superficials i del nivell de la termoclina, procedents de latituds tropicals. D'aquesta manera, es constitueix la branca atlàntica de la circulació global profunda, que es pot assimilar al cicle que es produeix en un estuari negatiu.

2.2 Metodologia. Descripció del model

De manera similar a altres estudis, s'estableix un model de dues caixes que representen les altes i baixes latituds (Huang i Guan, 2008; Huang et al., 1992; Stommel, 1961) amb característiques físiques, constants a cada caixa, de temperatura T , salinitat S i densitat ρ . S'estableix també un circulació latitudinal d'aigua entre les dues caixes, en forma de cel·la vertical, amb transports U_1 des de la regió tropical cap a les regions polar i U_2 en el sentit contrari. Aquesta circulació és comparable a la que es produeix a l'Atlàntic Nord, amb un transport d'aigua cap al nord des de latituds tropicals i a les profunditats de la termoclina permanent (índex 1) i el retorn de part d'aquestes aigües des d'altres latituds cap a l'equador a grans fondàries (índex 2). A més, a cadascuna d'aquestes caixes hi ha un balanç hídric diferent de zero; en les condicions actuals, per exemple, a la caixa de latitud alta el balanç hídric és negatiu $W < 0$, és a dir, amb evaporació neta, i a la caixa de latitud inferior el balanç hídric és positiu $W > 0$, equivalent a precipitació neta (Hopkins, 1999; Randall, 2012).

Nomenclatura

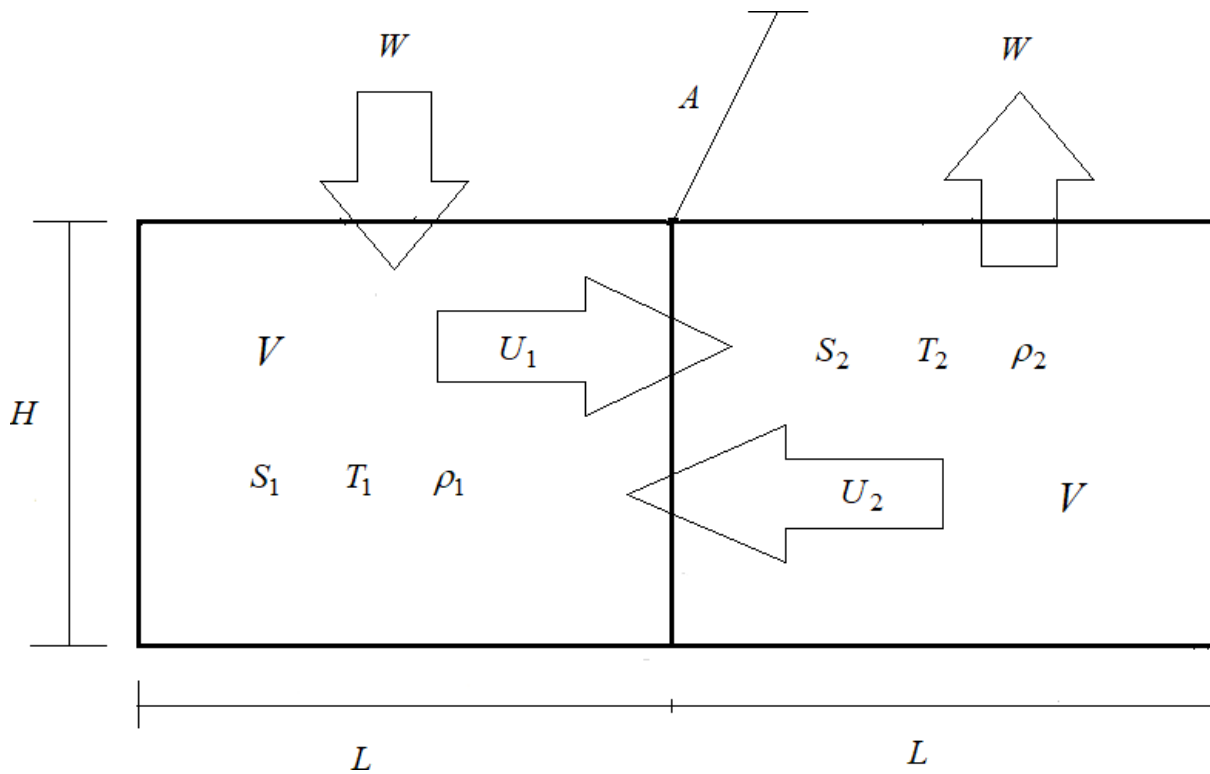
S	Salinitat (kg m^{-3})
T	Temperatura (K)
ρ	Densitat (kg m^{-3})
σ	Anomalia de densitat (kg m^{-3})
Γ	Calor latent d'evaporació ($2300 \times 10^3 \text{ J K}^{-1}$)
C_p	Calor específica de l'aigua oceànica a pressió constant ($4200 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)
α, β	Coefficients d'expansió tèrmica i salina ($\text{K}^{-1}, \text{kg}^{-1} \text{ m}^3$)
U	Transport entre caixes (Sv o el seu equivalent $10^6 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$)
W	Balanç hidrològic ($\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$)
H	Profunditat total de l'oceà (m)
L	Dimensió nord-sud de cadascuna de les caixes del model (m)
A	Dimensió est-oest de les caixes del model (m)
V	Volum de cada una de les caixes ($V = AHL$)
Δ	Denota diferències, per exemple $\Delta = T - T^i$

Subíndexs

1, 2	Caixes de baixes i altes latituds, respectivament
E, P	Per la densitat d'evaporació i precipitació, respectivament; excepte per C_p , que es refereix a la calor específica a pressió constant

Superíndexs

i	Condicions inicials
∞	Condicions estacionàries
$0, 1$	Per indicar els termes d'ordre zero i primer ordre en l'expansió de les variables; en el cas de la densitat el terme d'ordre zero ρ^0 es fa igual a 1000 kg m^{-3}



Gràfic 2.1. Principals elements del model oceànic de dues caixes amb una circulació d'estuaris acoblats.

En els altres estudis citats basats en l'esquema de caixes també es consideren fluxos radiatius (incident d'ona llarga i emès d'ona curta) i de calor sensible (per la diferència de temperatura entre els dos medis) entre l'oceà a l'atmosfera. En el nostre estudi ens centrarem en l'efecte de la calor latent d'evaporació o precipitació, deixant de banda els altres possibles fluxos. Cal destacar que la incorporació d'aquests altres fluxos no varia substancialment la metodologia aquí utilitzada.

En el plantejament i resolució de les equacions següents es considera el canvi de temperatura entre les latituds altes i tropicals. La hipòtesi fonamental és que els valors inicials de salinitat i temperatura a cada caixa són resultat del balanç inicial assolit en aquestes caixes. A partir d'aquestes condicions inicials i com a resultat dels valors de precipitació/evaporació i del transport latitudinal d'aigua, el sistema evolucionarà envers un nou estat estacionari. Per simplicitat, escollim un volum V igual per les dues caixes, que aproximadament equival a fixar el llinar entre les regions tropicals-subtropicals i les regions temperades-fredes a uns 30° de latitud. Considerem aquest volum com a constant, de manera que no es modifica com a resultat del desbalanç hídric que hi pugui haver en cadascuna de les dues caixes; en particular, això fa que la salinitat de les dues caixes només pot canviar com a conseqüència de l'intercanvi de sal associat als transports latitudinals. Els diversos transports es consideren positius en les direccions mostrades al Gràfic 2.1, de manera que els fluxos en sentit contrari correspondrien a quantitats negatives.

Les equacions que defineixen el model són les de conservació d'energia interna, de sal i de massa, i les equacions d'estat. Les equacions de conservació reflecteixen que la variació d'aquestes propietats en cadas-

cuna de les caixes és deguda a l'intercanvi d'aigua entre les dues caixes i, excepte en el cas de la sal, a la precipitació i evaporació característiques de cadascuna de les latituds. Per altra banda, l'equació d'estat reflecteix que les variacions en la densitat es poden escriure com el resultat de variacions en la salinitat i temperatura. En aquest treball farem servir la forma lineal d'aquesta equació d'estat. A l'epígraf següent establirem les equacions, definides fins ara de forma qualitativa.

2.3 Equacions del model

Tal com s'han definit a l'epígraf anterior, les equacions són:

Conservació de l'energia interna:

$$VC \frac{d}{dt} (\rho T)_1 = -C U_{p111} \rho T + C U_{p222} \rho T + \Gamma W \rho_P \quad (2.1a)$$

$$VC \frac{d}{dt} (\rho T)_2 = C U_{p111} \rho T - C U_{p222} \rho T - \Gamma W \rho_E \quad (2.2a)$$

on ρ_E i ρ_P representen les densitats de l'aigua evaporada i precipitada.

Conservació de la sal:

$$V \frac{dS_1}{dt} = -U_{11} S_1 + U_{22} S_2 \quad (2.3a)$$

$$V \frac{dS_2}{dt} = U_{11} S_1 - U_{22} S_2 \quad (2.4a)$$

Conservació de la massa:

$$V \frac{d\rho_1}{dt} = -U_{11} \rho_1 + U_{22} \rho_2 + W \rho_P \quad (2.5a)$$

$$V \frac{d\rho_2}{dt} = U_{11} \rho_1 - U_{22} \rho_2 - W \rho_E \quad (2.6a)$$

Equació d'estat:

$$\rho_1 = \rho_1^i - \alpha (T_1 - T_1^i) + \beta (S_1 - S_1^i) \quad (2.7a)$$

$$\rho_2 = \rho_2^i - \alpha (T_2 - T_2^i) + \beta (S_2 - S_2^i) \quad (2.8a)$$

on el superíndex i s'utilitza per indicar que es tracta d'un valor inicial, i α i β són els coeficients d'expansió tèrmica i salina, respectivament.

L'equació d'estat en realitat reflecteix canvis de la densitat que són relativament menors al voltant d'una quantitat que podríem anomenar el valor mitjà de la densitat, cosa que expressem de la següent forma:

$$\rho = \rho^0 + \sigma$$

on σ representa les variacions o anomalies de densitat. Per consistència amb l'ús habitual a oceanografia, escollirem $\rho^0 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, que és aproximadament el valor de la màxima densitat de l'aigua pura, i σ representarà l'anomalia de densitat.

Substituint en les equacions d'estat de les dues caixes, tenim:

$$\sigma_1 = \sigma_1^i - \alpha (T_1 - T_1^i) + \beta (S_1 - S_1^i) \quad (2.7b)$$

$$\sigma_1 = \sigma_1^i - \alpha (T_1 - T_1^i) + \beta (S_1 - S_1^i) \quad (2.8b)$$

Per resoldre aquestes equacions es procedeix en primer lloc a adimensionalitzar les variables per tal d'obtenir unes equacions adimensionals, i seguidament a fer una expansió en pertorbacions per les variables no-dimensionals, amb l'objectiu de determinar quins termes de les equacions són els d'ordre major.

2.4 Equacions adimensionals

Per adimensionalitzar les equacions, escalem les variables de la manera següent:

$$(U_1, U_2) = \bar{U} (U_1', U_2')$$

$$W = \bar{U} W'$$

$$T = \bar{T} T'$$

$$S = \bar{S} S'$$

$$t = \frac{V}{\bar{U}} t'$$

$$\sigma = \bar{\sigma} \sigma'$$

$$\rho = \bar{\rho} \rho' = \rho^0 \rho'$$

On les variables amb primes són les variables adimensionals i les quantitats amb la barra representen les escales corresponents. En particular, per l'escala de la densitat fem servir ρ^0 .

Cal destacar que en aquestes escales el temps està escalat de manera que el terme que representa la taxa temporal de canvi sigui del mateix ordre que els termes advection, per exemple per l'equació de massa:

$V \frac{d\rho}{dt} \sim U \rho$. De la mateixa manera, aquestes escales fan que a l'equació de massa el terme de precipitació/evaporació és del mateix ordre que els termes advection, $U \rho \sim W \rho$.

Adicionalment, podem utilitzar l'equació d'estat (2.7b) per relacionar les escales de salinitat, temperatura i anomalia de densitat. Per tal que els canvis de temperatura i salinitat causin canvis de densitat comparables fem:

$$\sigma - \sigma_i \sim \alpha (T - T^i) \sim \beta (S - S^i)$$

que permet arribar a la següent relació entre escales $\bar{\sigma} = \alpha \bar{T} = \beta \bar{S}$.

Si finalment, per l'equació d'energia, demanem que la contribució dels termes de precipitació/evaporació sigui del mateix ordre que la contribució dels termes advection, $C_p U \rho T \sim \Gamma W \rho$, arribem a la relació $T = \frac{\Gamma}{C_p}$.

D'aquesta forma, les escales de la temperatura, la salinitat i l'anomalia de densitat es poden expressar en funció de les propietats del flux:

$$\bar{\sigma} = \frac{\Gamma\alpha}{C_p}, \bar{T} = \frac{\Gamma}{C_p}, S \equiv \frac{\Gamma\alpha}{C_p\beta}$$

Un cop tenim les escales de totes les variables podem passar a escriure les equacions adimensionals (totes les variables són adimensionals però, per simplicitat, hem eliminat les primes):

$$\frac{d}{dt}(\rho_1 T_1) = -U_1 \rho_1 T_1 + U_2 \rho_2 T_2 + W \rho_P \quad (2.1b)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho_2 T_2) = U_1 \rho_1 T_1 - U_2 \rho_2 T_2 - W \rho_E \quad (2.2b)$$

$$\frac{dS_1}{dt} = -U_1 S_1 + U_2 S_2 \quad (2.3b)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = U_1 S_1 - U_2 S_2 \quad (2.4b)$$

$$\frac{d\rho_1}{dt} = -U_1 \rho_1 + U_2 \rho_2 + W \rho_P \quad (2.5b)$$

$$\frac{d\rho_2}{dt} = U_1 \rho_1 - U_2 \rho_2 - W \rho_E \quad (2.6b)$$

$$\sigma_1 - \sigma_1^i = -(T_1 - T_1^i) + (S_1 - S_1^i) \quad (2.7c)$$

$$\sigma_2 - \sigma_2^i = -(T_2 - T_2^i) + (S_2 - S_2^i) \quad (2.8c)$$

El següent pas consisteix a expressar les variables dependents com un terme d'ordre zero més una pertorbació, expressada en termes d'un paràmetre $\varepsilon \ll 1$. El paràmetre de pertorbació ε es pot determinar a partir de la forma dimensional de la densitat

$$\rho = \rho^0 + \sigma \rightarrow \rho^0 \rho' = \rho^0 + \bar{\sigma} \sigma'$$

Que en forma adimensional expressem com a

$$\rho' = 1 + \frac{\bar{\sigma}}{\rho^0} \sigma' \equiv 1 + \varepsilon \sigma'$$

Per tant, el paràmetre de l'expansió de pertorbació és la proporció entre l'escala de l'anomalia de densitat i el valor mitjà de la densitat, $\varepsilon = \bar{\sigma}/\rho^0$

L'expansió anàloga per totes les altres variables adimensionals dependents (per simplicitat no es mostren ni les primes ni els subíndexs, i els superíndexs serveixen per indicar quins són els termes d'ordre zero i de primer ordre):

$$U = U^0 + \varepsilon U^I$$

$$W = W^0 + \varepsilon W^I$$

$$T = T^0 + \varepsilon T^I$$

$$S = S^0 + \varepsilon S^I$$

Finalment, introduïm aquestes expansions en les equacions de conservació adimensionals. Les equacions d'ordre zero queden expressades exclusivament en funció dels termes d'ordre zero (U^0, W^0, T^0, S^0); ignorant de nou les primes i els superíndexs, aquestes equacions són:

Energia interna:

$$\frac{dT_1}{dt} = -U_1 T_1 + U_2 T_2 + W \quad (2.9)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = U_1 T_1 - U_2 T_2 - W \quad (2.10)$$

Amb la relació: $\frac{dT_1}{dt} = -\frac{dT_2}{dt}$ (2.11)

Sal:

$$\frac{dS_1}{dt} = -U_1 S_1 + U_2 S_2 \quad (2.12)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = U_1 S_1 - U_2 S_2 \quad (2.13)$$

Amb la relació: $\frac{dS_1}{dt} = -\frac{dS_2}{dt}$ (2.14)

Massa:

$$0 = -U_1 + U_2 + W \quad (2.15)$$

Que cal interpretar com la conservació del volum del conjunt del sistema dels dos estuaris acoblats i l'atmosfera.

En la pròxima secció resolldrem aquestes equacions buscant una solució general i avançant una interpretació general de les solucions trobades.

2.5 Solució de les equacions de conservació

Establím com a paràmetres del sistema els transports (U_1 i U_2) i el balanç hídric (W), i com a variables dependents les temperatures (T) i les salinitats (S). Les equacions a resolldre són (2.9), (2.10), (2.12) i (2.13), tenint en compte (2.11) i (2.14).

Les solucions són:

$$T_1 = K_1 + \frac{K_3}{U_1 + U_2} \quad (\quad) \quad (2.16)$$

$$T_2 = K_2 + \frac{K_4}{U_1 + U_2} \quad (\quad) \quad (2.17)$$

$$S_1 = C_1 + \frac{C_3}{U_1 + U_2} \quad (\quad) \quad (2.18)$$

$$S_2 = C_2 + \frac{C_4}{U_1 + U_2} \quad (\quad) \quad (2.19)$$

Per definir les constants d'integració (K_1, K_2, K_3, K_4 i C_1, C_2, C_3, C_4) fan falta, per ser equacions diferencials de segon ordre, dues condicions d'entorn: la primera són els valors de les temperatures i salinitats en $t = 0$ ($T_1^i, T_2^i, S_1^i, S_2^i$) i la segona sorgeix d'imposar, també per $t = 0$, que se satisfacin les equacions (2.11) i (2.14).

Les solucions són:

Energia interna (temperatura):

$$T_1 = T_1^i - \frac{K}{U_1 + U_2} \Upsilon \left(1 - e^{-(U_1 + U_2)t/f} \right) \quad (2.20)$$

$$T_2 = T_2^i + \frac{K}{U_1 + U_2} \Upsilon \left(1 - e^{-(U_1 + U_2)t/f} \right) \quad (2.21)$$

On:

$$K = U_1 T_1^i - U_2 T_2^i - W \quad (2.22)$$

Sal (salinitat):

$$S_1 = S_1^i - \frac{C}{U_1 + U_2} \Upsilon \left(1 - e^{-(U_1 + U_2)t/f} \right) \quad (2.23)$$

$$S_2 = S_2^i + \frac{C}{U_1 + U_2} \Upsilon \left(1 - e^{-(U_1 + U_2)t/f} \right) \quad (2.24)$$

On:

$$C = U_1 S_1^i - U_2 S_2^i \quad (2.25)$$

Un avançament de conclusions seria que el model permet visualitzar que, en determinada conjunció dels valors inicials de la salinitat i temperatura i del transports d'aigua, la temperatura i salinitat de les regions de baixes i altes latituds evolucionarà en direccions diferents. Per exemple, quan K i C siguin positius, la temperatura i salinitat de les baixes latituds disminuirà mentre que la salinitat i temperatura de les altes latituds augmentarà. Per establir de manera clara els dos escenaris anunciats, estudiarem en l'epígraf 2.6 el règim estacionari del sistema.

2.6 Escenaris en estat estacionari

Les expressions estacionàries de les equacions de temperatura i salinitat s'aconsegueixen quan en les equacions (2.20), (2.21), (2.22), (2.23) i (2.24) el temps tendeix a l'infinit ($t \rightarrow \infty$). Aquestes expressions són:

$$T_1^\infty = T_1^i - \frac{K}{U_1 + U_2} \quad (2.26a)$$

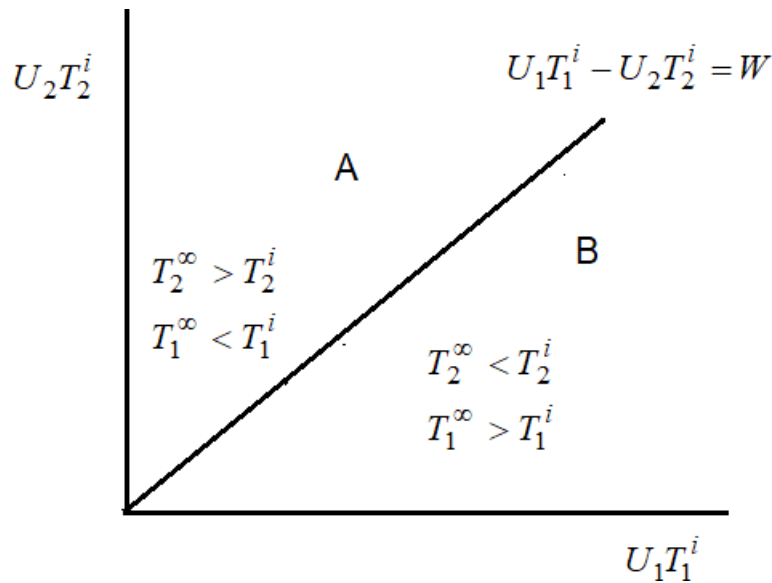
$$T_2^\infty = T_2^i + \frac{K}{U_1 + U_2} \quad (2.27a)$$

$$S_1^\infty = S_1^i - \frac{C}{U_1 + U_2} \quad (2.28a)$$

$$S_2^\infty = S_2^i + \frac{C}{U_1 + U_2} \quad (2.29a)$$

En el cas de la temperatura, si $K < 0$, és a dir, si $U_1 T_1^i - U_2 T_2^i < W$, es té simultàniament: $T_2^\infty < T_2^i$ i $T_1^\infty > T_1^i$, és a dir, formació d'aigua més freda/càlida en altes/baixes latituds. Si $K > 0$, es produeix alhora $T_2^\infty > T_2^i$ i $T_1^\infty < T_1^i$, que equival a generació d'aigua més/menys freda en baixes/altes latituds.

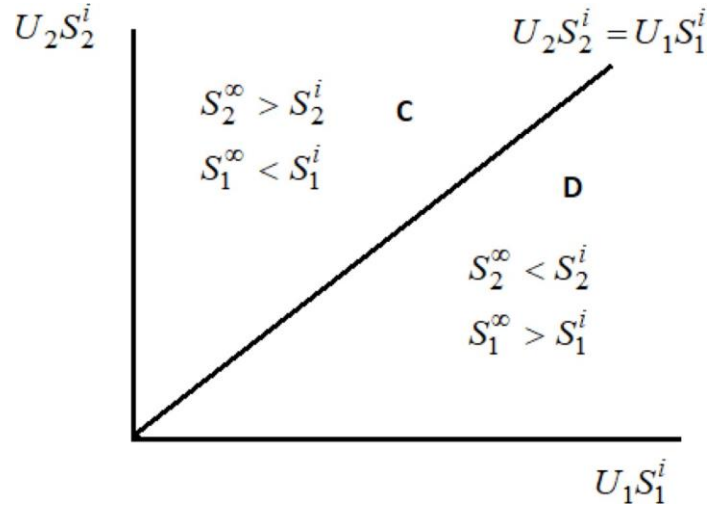
Al Gràfic 2.2 s'expressen aquestes situacions. Es presenten dos semiquadrants A i B. En l'estat estacionari, en el cas A es té simultàniament augment/disminució de la temperatura en la latitud alta/baixa, i en el cas B la situació oposada.



Gràfic 2.2. Temperatures estacionàries respecte a les inicials en funció de la relació entre balanç hídric i diferencial de transport d'energies internes.

En el cas de la salinitat, si $C < 0$, és a dir, si $U_1 S_1^i - U_2 S_2^i < 0$, es té $S_2^\infty < S_2^i$ i, al seu torn, $S_1^\infty > S_1^i$, amb augment/disminució de salinitat en latituds baixes/altes. Si $C > 0$, l'evolució de la salinitat resulta en $S_2^\infty > S_2^i$ i $S_1^\infty < S_1^i$, és a dir, augment/disminució de salinitat en latituds altes/tropicals.

Com en l'estudi de la temperatura, aquest resultat pot representar-se gràficament amb dos semiquadrants C i D, on a C es produeix un augment de salinitat en latitud alta i simultàniament disminució en latitud tropical, mentre que en el semiquadrant D tenim la situació oposada (Gràfic 2.3).



Gràfic 2.3. Salinitats estacionàries respecte a les inicials en funció de la relació entre els transports de sal.

Al Gràfic 2.4 es combinen els resultats de temperatura i salinitat, establint quatre escenaris que posen de manifest situacions diferents en la formació d'aigua densa. En aquest gràfic i la resta del treball, per representar els canvis en densitat farem servir la notació $\otimes\rho = \rho^\infty - \rho^i$, i similar pels canvis de temperatura i salinitat.

$S \backslash T$	$U_1T_1^i - U_2T_2^i < W$	$U_1T_1^i - U_2T_2^i > W$
	$K < 0 \Rightarrow \Delta T_1 > 0, \Delta T_2 < 0$	$K > 0 \Rightarrow \Delta T_1 < 0, \Delta T_2 > 0$
$U_1S_1^i - U_2S_2^i > 0$ $C > 0 \Rightarrow \Delta S_1 < 0, \Delta S_2 > 0$	I $\Delta\rho_1 < 0$ $\Delta\rho_2 > 0$	III
$U_1S_1^i - U_2S_2^i < 0$ $C < 0 \Rightarrow \Delta S_1 > 0, \Delta S_2 < 0$	IV	$\Delta\rho_1 > 0$ $\Delta\rho_2 < 0$ II

Gràfic 2.4. Quatre escenaris de formació d'aigua de major densitat a partir de la combinació de temperatures i salinitats.

Aquests resultats poden explicar-se així:

En el quadrant I es representa un escenari en què augmenta la salinitat i disminueix la temperatura a l'alta latitud i, en conseqüència, augmenta la densitat. Al seu torn, a la zona tropical disminueix la salinitat i augmenta la temperatura, de manera que la tendència és generar aigua de menor densitat. Aquesta és una situació que reforçaria la cel·la vertical actual de circulació a l'hemisferi nord atlàntic.

En el quadrant II l'escenari és l'invers al del quadrant I, amb augment de la salinitat i descens de la temperatura a la latitud tropical, i el contrari a altes latituds. Aquesta situació conduiria a una disminució/augment de la densitat a altes/baixes latituds, debilitant per tant la circulació vertical actual.

En els quadrants III i IV es produeix un augment/descens de la salinitat i un augment/descens de temperatura, a la mateixa zona geogràfica, de manera que, a priori, és necessari coneixer el canvi relatiu de les dues variables per poder determinar el comportament de la densitat.

És per aquesta raó que anomenarem la situació representada en els quadrants III i IV com els escenaris «inicialment incerts». En l'epígraf següent resoldrem aquesta incertesa inicial.

2.7 Resolució dels escenaris inicialment incerts

Per resoldre els escenaris anomenats inicialment incerts de l'epígraf anterior recuperem les equacions d'estat adimensionals (2.7c) i (2.8c) i considerem els canvis a temps infinit, és a dir, quan s'assoleix l'estat estacionari.

$$\otimes \rho_1 = \otimes \sigma_1 = -\otimes T_1 + \otimes S_1 = \frac{K - C}{U_1 + U_2} \quad (2.30)$$

$$\otimes \rho_2 = \otimes \sigma_2 = -\otimes T_2 + \otimes S_2 = \frac{-K + C}{U_1 + U_2} \quad (2.31)$$

Els resultats (2.26) a (2.29) i aquestes expressions ens permeten establir en quines condicions es produeix un augment de densitat a la caixa 2 i, degut a la conservació de massa, una disminució a la caixa 1:

$$\otimes \rho_1 < 0 \rightarrow \otimes \rho_1 = -\otimes T_1 + \otimes S_1 = \frac{K - C}{U_1 + U_2} < 0 \rightarrow K < C \rightarrow \chi = \frac{K}{C} < 1 \quad (2.32)$$

$$\otimes \rho_2 > 0 \rightarrow \otimes \rho_2 = -\otimes T_2 + \otimes S_2 = \frac{-K + C}{U_1 + U_2} > 0 \rightarrow C > K \rightarrow \chi = \frac{K}{C} < 1 \quad (2.33)$$

On hem definit el paràmetre $\chi = K/C$.

De la mateixa manera, ens permeten apreciar les condicions que condueixen a la situació inversa:

$$\otimes \rho_1 > 0 \rightarrow \otimes \rho_1 = -\otimes T_1 + \otimes S_1 = \frac{K-C}{U_1+U_2} > 0 \rightarrow K > C \rightarrow \chi = \frac{K}{C} > 1 \quad (2.34)$$

$$\otimes \rho_2 < 0 \rightarrow \otimes \rho_2 = -\otimes T_2 + \otimes S_2 = \frac{-K+C}{U_1+U_2} < 0 \rightarrow K > C \rightarrow \chi = \frac{K}{C} > 1 \quad (2.35)$$

Per tant, fent servir les equacions (2.22) i (2.25), podem discernir en quines condicions, en els escenaris III i IV es formaria:

Aigua de major densitat en l'alta latitud ($\rho_1^\infty > \rho_2^i$) i simultàniament de menor densitat en la latitud tropical ($\rho_1^\infty < \rho_1^i$), és a dir, $\otimes \rho_2 > 0$ i $\otimes \rho_1 < 0$:

$$\chi = \frac{K}{C} = \frac{U_1 T_1^i - U_2 T_2^i - W}{U_1 S_1^i - U_2 S_2^i} < 1 \quad (2.36a)$$

Aigua menys densa en la latitud alta ($\rho_1^\infty < \rho_2^i$) i a la vegada de densitat major en la latitud tropical ($\rho_1^\infty > \rho_1^i$), és a dir, $\otimes \rho_2 < 0$ i $\otimes \rho_1 > 0$:

$$\chi = \frac{K}{C} = \frac{U_1 T_1^i - U_2 T_2^i - W}{U_1 S_1^i - U_2 S_2^i} > 1 \quad (2.36b)$$

Que permet refer el Gràfic 2.4 incloent-hi les noves solucions.

S	T	$U_1 T_1^i - U_2 T_2^i < W$ $K < 0 \Rightarrow \Delta T_1 > 0 / \Delta T_2 < 0$	$U_1 T_1^i - U_2 T_2^i > W$ $K > 0 \Rightarrow \Delta T_1 < 0 / \Delta T_2 > 0$
	$U_1 S_1^i - U_2 S_2^i > 0$ $C > 0 \Rightarrow \Delta S_1 < 0 / \Delta S_2 > 0$	I $\Delta \rho_1 < 0$ $\Delta \rho_2 > 0$	IIIa $\chi < 1$ IIIb $\chi > 1$
$U_1 S_1^i - U_2 S_2^i < 0$ $C < 0 \Rightarrow \Delta S_1 > 0 / \Delta S_2 < 0$	$\chi < 1$ IVa IVb $\chi > 1$	$\Delta \rho_1 > 0$ $\Delta \rho_2 < 0$ II	

Gràfic 2.5. Escenaris latitudinals de formació d'aigua de major densitat (paràmetres i variables adimensionals).

En l'escenari I i en els subescenaris IIIa i IVa, es produeix un augment de densitat en la latitud alta i per sota de l'esmentada línia diagonal, és a dir, en II, IIIb i IVb, l'augment de la densitat té lloc en la latitud tropical.

Procedim de nou a donar dimensions a les variables i paràmetres del model. Les desigualtats de temperatura (2.26a) i (2.27a) es transformen en:

- formació d'aigua més freda a l'alta latitud:

$$C_P (U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) < \Gamma W \quad (2.37a)$$

- formació d'aigua més freda al tròpic:

$$C_P (U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) > \Gamma W \quad (2.37b)$$

Igualment amb les desigualtats de salinitat (2.28a) i (2.29a) es té:

- aigua més salada a la latitud alta:

$$U_1 S_1^i - U_2 S_2^i > 0 \quad (2.38a)$$

- aigua més salada al tròpic:

$$U_1 S_1^i - U_2 S_2^i < 0 \quad (2.38b)$$

Per la seva part, les expressions dimensionals de (2.36a) i (2.36b) són:

- augment de densitat a la latitud alta:

$$\frac{\alpha \gamma C_p (U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) - \Gamma W}{\beta \int (U_1 S_1^i - U_2 S_2^i)} \infty < 1 \rightarrow \chi_D < \frac{\beta}{\alpha} \quad (2.39a)$$

- augment de densitat a les latituds tropicals:

$$\frac{\alpha \gamma C_p (U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) - \Gamma W}{\beta \int (U_1 S_1^i - U_2 S_2^i)} \infty > 1 \rightarrow \chi_D > \frac{\beta}{\alpha} \quad (2.39b)$$

On hem definit la forma dimensional del paràmetre $\chi = K/C$ com a:

$$\chi_D = \frac{C_p (U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) - \Gamma W}{(U_1 S_1^i - U_2 S_2^i)}$$

Aquests resultats dimensionals es poden reflectir en el gràfic següent.

$T \backslash S$	$C_p(U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) < \Gamma W$ $\Delta T_1 > 0$ $\Delta T_2 < 0$	$C_p(U_1 T_1^i - U_2 T_2^i) > \Gamma W$ $\Delta T_1 < 0$ $\Delta T_2 > 0$
$U_1 S_1^i - U_2 S_2^i > 0$ $\Delta S_1 < 0$ $\Delta S_2 > 0$	I $\Delta \rho_1 < 0$ $\Delta \rho_2 > 0$	$\chi_D < \beta / \alpha$ IIIa $\Delta \rho_1 < 0$ $\Delta \rho_2 > 0$ IIIb $\Delta \rho_1 > 0$ $\Delta \rho_2 < 0$ $\chi_D > \beta / \alpha$
$U_1 S_1^i - U_2 S_2^i < 0$ $\Delta S_1 > 0$ $\Delta S_2 < 0$	$\Delta \rho_1 < 0$ $\Delta \rho_2 > 0$ IVa $\chi_D < \beta / \alpha$ IVb $\Delta \rho_1 > 0$ $\Delta \rho_2 < 0$ $\chi_D > \beta / \alpha$	II $\Delta \rho_1 > 0$ $\Delta \rho_2 < 0$

Gràfic 2.6. Escenaris latitudinals de formació d'aigua de major densitat (variables expressades de forma dimensional).

Aquest gràfic permet la lectura següent sobre l'efecte dels fluxos de sal i calor en l'evolució de la densitat a baixes i altes latituds:

En l'escenari I hi ha una major transferència de massa total de sal ($U S^i$) cap a la latitud alta que no pas en sentit contrari ($U S^i$) i a la vegada la calor transferida des del sud ($C U T^i$) no compensa la transferència en sentit contrari ($C U T^i$) més la pèrdua de calor latent (ΓW) deguda a l'evaporació. Es produeix, consegüentment, un descens de la temperatura i un augment de la salinitat a la zona alta, formant-se aigua de densitat creixent a les altes latituds.

En l'escenari II la situació és l'oposada a la descrita per a l'escenari I. Es formaria aigua de major densitat a les latituds tropicals.

En l'escenari IIIa, a les altes latituds hi ha un balanç favorable de calor ($C_p(U T^i - U T^i) > \Gamma W$) però alhora hi ha un balanç marcadament favorable de sal ($U S^i > U S^i$), de manera que $\chi > \beta / \alpha$. El resultat és un increment de la densitat a l'alta latitud.

En l'escenari IVa, el balanç desfavorable de sal ($U S^i < U S^i$) per a les altes latituds és compensat amb un balanç marcadament favorable d'energia interna ($C_p(U T^i - U T^i) < \Gamma W$), de manera que de nou $\chi > \beta / \alpha$. El resultat torna a ser un augment de la densitat a l'alta latitud.

En els escenaris IIIb i IVb, els desequilibris en la densitat a baixes i altes latituds, en el primer cas degut al flux de calor ($C_p(U T^i - U T^i) > \Gamma W$) i en el segon degut al flux de sal ($U S^i < U S^i$), són els que dominen l'evolució de la densitat. L'oceà compliria la condició $\chi > \beta / \alpha$, de manera que es trobaria pròxim a l'escenari II, amb formació d'aigua de menor densitat a altes latituds i de major densitat a baixes latituds.

Les condicions que s'estableixen en el Gràfic 2.6 poden ser definides de nou en funció dels transports de circulació oceànica entre les caixes i dels paràmetres inicials del sistema. Per fer-ho, tindrem en compte l'equació de conservació de massa (2.15) i l'aplicarem a l'equació (2.37a), que podrà expressar-se de la forma següent:

$$U_1(C_p T_1^i - \Gamma) - U_2(C_p T_2^i - \Gamma) < 0 \quad (2.40a)$$

Que a la vegada es pot reescriure així:

$$\frac{U_1}{U_2} > \frac{\Gamma - C_p T_2^i}{\Gamma - C_p T_1^i} = \frac{\delta T_2^i}{\delta T_1^i} \quad (2.41a)$$

On hem definit, per facilitar la notació i lectura, la nova magnitud $\delta T^i = \Gamma - C_p T^i$, vàlida per als subíndexs 1 i 2.

El mateix podem fer amb les equacions (2.15) i (2.37b):

$$\frac{U_1}{U_2} < \frac{\Gamma - C_p T_2^i}{\Gamma - C_p T_1^i} = \frac{\delta T_2^i}{\delta T_1^i} \quad (2.41b)$$

Les equacions de la salinitat (2.38a) i (2.38b) també es poden reordenar de manera similar:

$$\frac{U_1}{U_2} > \frac{S_2^i}{S_1^i} \quad (2.42a)$$

$$\frac{U_1}{U_2} < \frac{S_2^i}{S_1^i} \quad (2.42b)$$

Amb això podem fixar les condicions pels escenaris de circulació (resumides al Gràfic 2.6) en funció dels transports entre les dues caixes i de les condicions inicials de salinitat i temperatura de cada caixa (Gràfic 2.7).

T	$\frac{U_1}{U_2} < \frac{\delta T_2^i}{\delta T_1^i}$	$\frac{U_1}{U_2} > \frac{\delta T_2^i}{\delta T_1^i}$
S		
$\frac{U_1}{U_2} > \frac{S_2^i}{S_1^i}$	I $\Delta\rho_1 < 0$ $\Delta\rho_2 > 0$	$\chi_D < \beta/\alpha$ $\Delta\rho_1 < 0$ IIIa $\Delta\rho_2 > 0$ IIIb $\chi_D > \beta/\alpha$ $\Delta\rho_1 > 0$ $\Delta\rho_2 < 0$
$\frac{U_1}{U_2} < \frac{S_2^i}{S_1^i}$	$\Delta\rho_1 < 0$ $\chi_D < \beta/\alpha$ IVa $\Delta\rho_2 > 0$ IVb $\chi_D > \beta/\alpha$ $\Delta\rho_1 > 0$ $\Delta\rho_2 < 0$	II $\Delta\rho_1 > 0$ $\Delta\rho_2 < 0$

Gràfic 2.7. Escenaris de formació d'aigua de major densitat en funció dels transports entre les dues caixes i de les condicions inicials de salinitat i temperatura de cada caixa.

El Gràfic 2.7 pot ser llegit de la forma següent:

En els escenaris I i II, les relacions dels volums han de complir les condicions imposades per les relacions de les salinitats inicials i de les energies internes, aquestes últimes expressades mitjançant la magnitud:

$$\delta T^i = \Gamma - C_p T^i .$$

De tal manera que la formació d'aigua de major densitat en una o altra latitud es dona quan, partint d'uns certs valors inicials, el mecanisme d'evaporació-precipitació porta a un increment de la salinitat i un descens de la temperatura en la mateixa àrea geogràfica.

En els escenaris III i IV, les condicions requerides per la salinitat i la calor són oposades i, per tant, tal com fem en l'explicació del Gràfic 2.6, haurem de recórrer al criteri dels canvis en densitat definits a partir de les relacions (2.39a) i (2.39b).

2.8 Conclusions

En aquest treball, el primer dels que formen el cos d'aquesta tesi, s'ha formulat un model simplificat de l'oceà, dividit en dos compartiments homogenis que representen les baixes i altes latituds. Aquests dos compartiments tenen uns valors inicials de salinitat i temperatura i estan connectats per fluxos d'aigua, als quals s'associen fluxos de calor i sal. A més, hi ha un intercanvi d'aigua entre oceà i atmosfera associada a la precipitació i evaporació, entenent que tota l'aigua que s'evapora/precipita a baixes latituds ha de precipitar/evaporar-se de les altes latituds. Aquest intercanvi d'aigua també porta associat un intercanvi de calor, en forma de la calor latent de precipitació i evaporació. No es consideren els fluxos radiatius sota la premissa que aquests són fluxos invariables, aliens a la dinàmica interna del sistema, si bé és cert que un canvi en la temperatura de l'aigua portarà una modificació en la radiació emesa des de la pròpia aigua en forma d'ones llargues.

Clarament el model té limitacions i no se l'ha de considerar un instrument predictiu de l'evolució de la densitat de l'oceà, però sí que es tracta d'una eina que és útil per comprendre els principals processos que hi ha darrere d'aquesta evolució. Amb aquest objectiu, es desenvolupen i resolten les equacions que controlen els fluxos de massa, calor i sal. La solució d'aquestes equacions ens indica quina ha de ser l'evolució de la salinitat i temperatura de cadascun dels dos grans compartiments, subjectes a uns valors inicials de salinitat i temperatura i a uns transports constants d'aigua entre les dues caixes. A partir d'aquests canvis de temperatura i salinitat, i mitjançant una aproximació lineal de l'equació d'estat, podem fer una predicció de si la densitat de cadascun dels compartiments augmentarà o disminuirà.

Els resultats també mostren el que era d'esperar: que en una primera aproximació la densitat disminuirà/aumentarà en la mesura que l'intercanvi entre els dos compartiments i amb l'atmosfera generi fluxos positius/negatius de flotabilitat (*buoyancy*, en anglès). Hi ha uns escenaris (I i II) que es podrien, a primera vista, classificar com a «obvis», ja que es dona simultàniament descens/augment de la temperatura i augment/descens de la salinitat i produeix, en conseqüència, augment/disminució de la densitat. Però de vegades els fluxos de sal i calor poden tenir efectes oposats en l'evolució de la densitat. En la darrera secció d'aquest capítol, justament hem posat l'èmfasi en com resoldre aquests escenaris, anomenats «incerts» (III i IV), on hi ha descens/augment de la temperatura i, a la vegada, descens/augment de la salinitat i, per tant, no és evident el comportament de la densitat.

Es pot considerar que l'oceà Atlàntic actual evoluciona entre un escenari tipus I a l'hivern, on es formen aigües fondes a altes latituds, i un escenari incert però estable la resta de l'any. Aquests dos escenaris es deuen al fet que, durant tot l'any, l'oceà Atlàntic té un dèficit hídric (excés d'evaporació sobre precipitació) que el fa gravitacionalment inestable però que això no s'esdevé gràcies al fet que les baixes i altes latituds, tot l'any, tenen un important guany de calor. És sols a l'hivern, quan la pèrdua de calor cap a l'atmosfera es prou important a l'Atlàntic Nord (escenari IIIb) o quan hi ha un augment local de la salinitat al voltant del continent antàrtic, amb un efecte equivalent a l'escenari IVb, que les altes latituds de l'oceà Atlàntic es refreden o salinitzen prou com perquè es tornin inestables. És important aquí destacar que sempre estem pensant en la cel·la vertical associada a la circulació profunda global i en concret en la formació d'aigües fondes a altes latituds de l'oceà Atlàntic i el seu retorn per aflorament a la regió equatorial.

Els resultats mostren que l'evolució de la densitat de cada compartiment és el resultat, per una banda, de la combinació de condicions inicials en una latitud i, per l'altra, de la intensitat dels transports d'aigua entre els dos compartiments. En conseqüència, les particulars condicions inicials del sistema són les que porten a un resultat o un altre. Fins i tot mantenint invariable el sentit del mecanisme d'evaporació-precipitació, és a dir, sense canviar el signe d'aquest i mantenint el volum del balanç hídric, les condicions inicials de salinitat i temperatura poden conduir a la formació d'aigua de major o menor densitat en zones geogràfiques latitudinals alternes, no necessàriament predeterminades. L'alteració del volum del balanç hídric —i molt més si se'n canvia el signe— tindrà conseqüències encara més marcades.

La resolució de les equacions diferencials també prova que l'energia interna i la salinitat no necessàriament han de variar en el mateix sentit i en proporcions comparables. Així, en els anomenats escenaris aparentment incerts, la variació de salinitat i de temperatura pren sentits oposats i, en conseqüència, a priori, el resultat d'augment o descens de la densitat és incert. La incertesa és resolta mitjançant el desenvolupament d'una variable χ que relaciona els canvis en la temperatura i la salinitat. Aquesta variable, com a quocient de les constants d'integració de les equacions diferencials d'energia interna i sal respectivament, és funció dels valors inicials de temperatura i sal i dels valors dels paràmetres de balanç hídric i de les circulacions oceàniques. En l'estat estacionari, el valor $\chi = 1$ determina el llinar entre la formació d'aigua de major o menor densitat en les altes o baixes latituds i viceversa.

En aquest model idealitzat, la magnitud i direcció dels transports d'aigua entre els dos compartiments apareix com un dels paràmetres, sense que hi hagi cap mena de retroalimentació entre aquesta circulació i els valors de la densitat de cadascun dels compartiments. Ara bé, els resultats del model anticipen una dependència: la variació de la salinitat i temperatura porta un canvi en els gradients latitudinals de densitat, i per tant de pressió, que sens dubte es traduiran en variacions en els transports. El model mostra que l'alteració de les condicions establertes per la temperatura i la salinitat té el potencial de desencadenar un nou sistema de circulació. No solament canviarien les esmentades temperatura i salinitat, sinó que potencialment, com a resultat d'un canvi en el sentit de la circulació oceànica, podria fins i tot canviar l'àrea geogràfica on es

formés aigua de major densitat. En els dos capítols següents de la tesi, fent servir també models idealitzats explorarem ja de manera conjunta com es modifiquen les propietats, la mida de les regions i la intensitat i sentit dels fluxos.

3 Anàlisi de la distribució tèrmica planetària mitjançant un model de tres zones geogràfiques latitudinals i maximització del flux de calor entre elles

3.1 Introducció

Aquest treball ha sigut publicat amb el títol “Analysis of planetary thermal distribution with a simple three-zone maximum-flux model” a *International Journal of Heat and Mass Transfer* 160 (2020), 120185.

Com en qualsevol ésser viu complex, possiblement podem considerar la Terra com un sistema que ha evolucionat en el temps de tal manera que pot funcionar a prop d'un estat metabòlic òptim. Aquest argument evolutiu primari està relacionat amb la teoria constructiva, que afirma que en qualsevol sistema complex els fluxos evolucionen de manera natural cap a estructures espacials i temporals que optimitzen la transferència d'energia (Bejan, 1997a i 2000a; Bejan and Lorente, 2010 i 2011). Bejan i els seus col·laboradors han aplicat aquesta teoria amb un èxit substancial per descriure el funcionament de sistemes vius i no vius (Bejan 1997b i 2000b, Bejan and Errera, 1997), inclòs el clima de la Terra (Bejan i Reis, 2005; Reis i Bejan, 2006; Clause et al., 2012).

La teoria constructiva no implica que un sistema complex hagi de romandre en un sol estat, sinó que s'ha de maximitzar en qualsevol moment el flux d'energia, és a dir, que el sistema estigui en un estat optimitzat. El sistema pot evolucionar a prop d'un dels diversos estats termodinàmics possibles (atractors), produint-se la transició d'un atractor a un altre quan se superen determinades condicions límit (Stommel, 1961; Stommel and Roth, 1968; Huang et al., 1992). La Terra viva és un bon exemple d'aquest comportament, amb el seu propi estat termodinàmic i el seu balanç energètic evolucionant, en qualsevol moment, prop d'un atractor però experimentant transicions d'un estat a un altre. Aquest comportament s'assembla als canvis entre períodes de descans i exercici que caracteritzen tots els éssers vius: durant l'interval de descans el sistema acumula reserves que s'utilitzen durant el període d'exercici (Pelegrí, 2008; Pelegrí et al., 2013). En un model simple desenvolupat en el marc de la teoria constructiva, la Terra es va segmentar en dues zones diferents: una zona càlida de baixa latitud i una zona freda d'alta latitud amb el forçament de la insolació rebuda en l'equinocci (Bejan and Reis, 2005; Reis and Bejan, 2006; Clause et al., 2012). En el treball original (Bejan and Reis, 2005), no hi havia radiació solar entrant al compartiment d'alta latitud i es va incorporar la dissipació mitjançant una equació *ad hoc* independent. Aquest estudi es va millorar posteriorment incorporant tots els termes de la radiació i requerint que el flux d'energia entre els dos compartiments fos màxim (Bejan and Reis, 2005). Això va proporcionar temperatures mitjanes de les regions de baixa i alta latitud, però també va comportar diferents cobertures espacials dels dos compartiments, cosa que es va interpretar

com si hi hagués una zona intermèdia. Finalment, es va modificar el model per investigar com canvia la temperatura dels dos compartiments en funció dels coeficients d'albedo i efecte hivernacle de la Terra, però la formulació va donar lloc a una divisió constant entre les dues regions (Clausse et al., 2012).

En aquest treball seguim l'estudi del balanç energètic terrestre amb l'enfocament constructiu, eliminant algunes de les limitacions en aquests treballs anteriors i aplicant el model per preveure els canvis en la Terra des de l'últim màxim glacial fins al final del nostre segle. En primer lloc, cada hemisferi està segmentat en tres zones geogràfiques, connectades mitjançant un criteri de maximització del flux d'energia. Introduïm el requisit segons el qual la regió intermèdia estigui en equilibri respecte a la radiació capturada i l'emesa, una aproximació força raonable per a bona part de les zones de latitud mitjana del món. Aquest criteri proporciona una partició consistent en tres zones i defineix un flux constant d'energia entre els tres compartiments. Addicionalment, la nostra formulació incorpora la declinació de la Terra, que ens permet explorar com el balanç energètic depèn de si s'aplica el forçament radiatiu en un moment donat, per exemple el de l'equinocci o la mitjana anual de radiació rebuda. Els resultats mostren que hi ha diferències significatives, que es poden interpretar com l'aparició de mecanismes de resposta que poden afectar l'albedo i l'efecte hivernacle. Per tant, emfatitzarem la definició dels paràmetres del model per l'últim màxim glacial, pel període modern i per les condicions futures; específicament, desenvoluparem un procediment que ens permet estimar l'evolució de l'efecte hivernacle. El model és finalment aplicat per un rang de valors tant de l'albedo com de l'efecte hivernacle, per poder analitzar les variacions a llarg termini entre diferents estats termodinàmics.

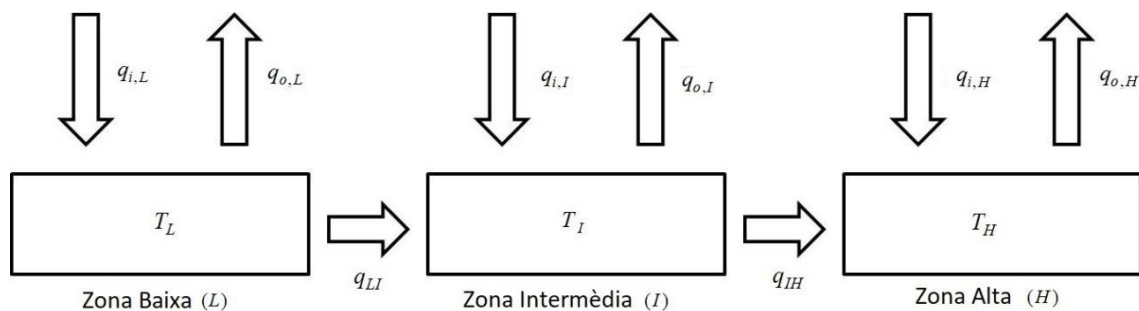
3.2 El model

3.2.1 Hipòtesis principals i partició latitudinal en tres zones

Inicialment, la radiació solar pot ser considerada com a aproximadament constant, però la quantitat de calor que arriba a la superfície de la Terra és funció de la latitud i del moment. La radiació que arriba a cada punt canvia al llarg de l'any a causa del moviment de translació de la Terra al voltant del Sol i a causa dels tres moviments (excentricitat, obliqüitat i precessió) que estableixen la distància i l'orientació de l'eix de rotació de la Terra respecte al pla definit pel sistema Terra-Sol.

Entre aquests tres moviments astronòmics, l'obliqüitat és el principal responsable dels canvis en la insolació mitjana anual en cada punt del planeta. L'obliqüitat estableix la declinació solar φ (l'angle entre el pla definit pel sistema Terra-Sol —l'eclíptica— i l'eix de rotació de la Terra). La declinació varia de l'ordre de 5° amb una periodicitat pròxima als 41.000 anys. L'energia que efectivament arriba a la superfície de la Terra depèn de la part d'energia entrant que és reflectida de nou, fenomen conegut com a albedo α (secció 3.3.1). La radiació d'ona llarga emesa per la Terra no depèn exclusivament de la temperatura de la superfície d'aquesta, sinó també dels gasos d'efecte hivernacle (secció 3.3.2), i el seu impacte net és el retorn d'una part del flux de calor d'ona llarga esmentat, que es coneix com a efecte hivernacle λ .

El model considera que els anells latitudinals engloben tota la Terra de manera uniforme i, per tant, ignorem les variacions longitudinals. A més, se suposa que la Terra es troba en estat estacionari, és a dir, que el forçament degut a la radiació rebuda es manté prou constant perquè el sistema terrestre s'estabilitzi, és a dir, perquè estigui suficientment a prop d'un atractor termodinàmic. L'estat estacionari és una hipòtesi raonable si considerem només la periodicitat pròpia de l'obliquïtat, de 41.000 anys, però certament no és adequada per al cicle estacional (secció 3.3.4). En el pas següent el model idealitza la Terra dividint-la en tres franges latitudinals —baixa, intermèdia i alta— basant-se en un criteri bàsic referit a la radiació neta: entrada de radiació solar d'ona curta menys sortida de radiació d'ona llarga. (Gràfic 3.1). A la zona baixa, que representa les latituds equatorials i tropicals, la radiació entrant supera la radiació sortint. La zona intermèdia correspon a zones temperades, on els fluxos de radiació entrants i sortints, energia per unitat d'àrea i temps, són força similars, per la qual cosa imposen la condició de radiació neta zero; observacions actuals mostren que hi ha una franja latitudinal d'una amplada d'uns 20° on la diferència de radiacions és inferior al 20% (Gill, 1982; Peixoto and Oort, 1992). La zona alta coincideix amb les regions subpolars i polars, amb fluxos de sortida d'ona llarga que superen l'entrada d'energia solar. Dins de cada zona, la temperatura s'estableix com a constant, sent definida la temperatura de la zona de baixa latitud com un paràmetre del model (secció 3.3.3) i les temperatures de les altres zones dues de les sis incògnites. Les altres tres incògnites són el flux de calor entre zones i les latituds que defineixen les zones de latitud baixa, intermèdia i alta.



Gràfic 3.1. Segmentació d'un hemisferi en tres zones, en què es presenta la radiació solar entrant, la radiació d'ona llarga de sortida i els transports d'energia entre zones.

L'efecte hivernacle es pren com a constant per a tota la Terra, però l'albedo pot variar d'una zona a una altra, segons la quantitat de núvols, la proporció d'aigua que cobreixi la zona i el tipus de superfície terrestre d'aquesta (apartats 3.3.1 i 3.3.2). Això resulta en un model que inclou sis paràmetres: la temperatura de la zona baixa, l'angle de declinació solar, l'efecte hivernacle i les tres albedos, una per a cada zona. Finalment, el model estableix que hi hagi transport de calor entre zones adjacents. En comptes de calcular els fluxos advectius i difusius, per unitat de temps i àrea, considerem la integració del transport meridional global del planeta en un pla de latitud constant. Aquests transports, que resulten del balanç de calor de les zones adjacents, es maximitzen en funció dels límits latitudinals d'aquestes zones. Aquesta maximització tanca el sistema, defineix el nombre d'equacions i condicions necessàries per resoldre matemàticament el model i constitueix l'expressió pràctica del principi de la teoria constructiva.

Nomenclatura

σ	Constant de Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
T_s	Temperatura solar (5762 K)
R	Radi equivalent de la Terra (6371 km)
F	Factor de visió Sol-Terra, $2,16 \times 10^{-5}$
q	Transport d'energia, per unitat de temps, entrant/sortint d'una zona (W)
θ	Latitud
θ_L	Latitud superior i amplada latitudinal de la zona de baixa latitud
θ_I	Latitud superior de la zona de latitud intermèdia
$\theta_I - \theta_L$	Amplada latitudinal de la zona intermèdia
θ_H	Amplada latitudinal de la zona d'alta latitud
T	Temperatura (K)
α	Albedo
φ	Angle de declinació solar
λ	Efecte hivernacle

Subíndexs (exempció feta de les notacions latitudinals del quadre anterior)

L	Zona de baixa latitud
I	Zona de latitud intermèdia
H	Zona d'alta latitud
LI	Indica intercanvi entre les zones baixa i intermèdia
IH	Indica intercanvi entre les zones d'intermèdia i alta latitud
i	Indica radiació solar entrant d'ona curta; per exemple, la parella de subíndexs i,L expressa la radiació entrant en la zona de baixa latitud
o	Indica radiació sortint d'ona llarga; per exemple, la parella de subíndexs o,H expressa la radiació sortint de la zona d'alta latitud.

3.2.2 Equacions del model

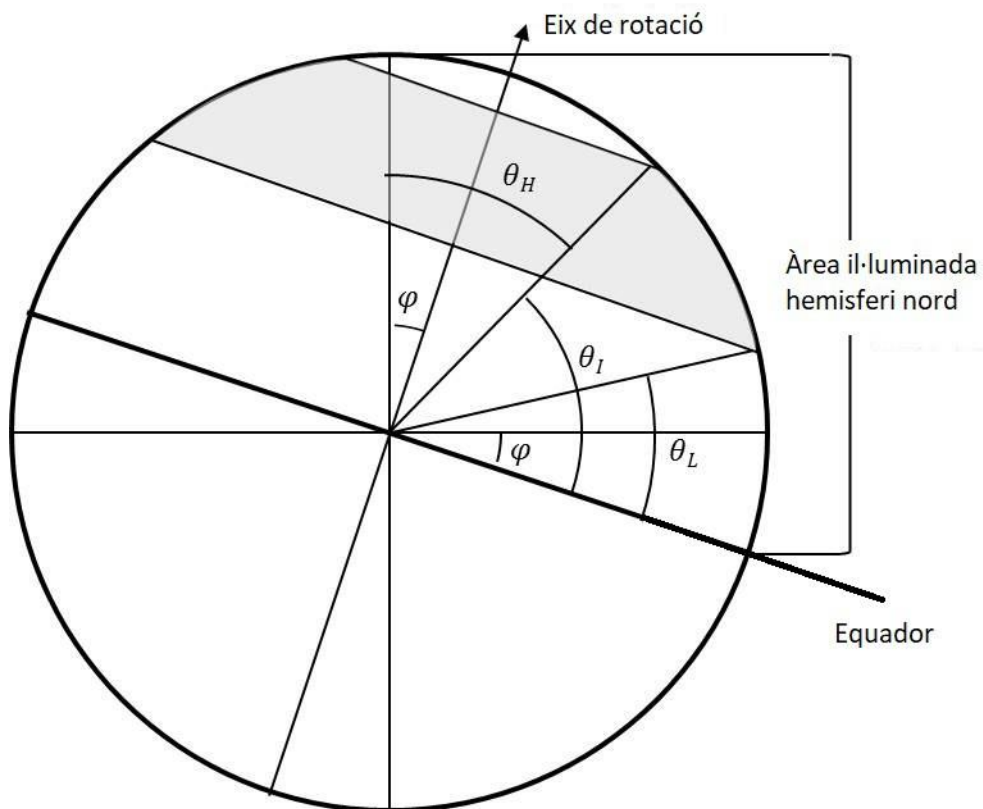
Per establir les equacions es considera l'equilibri de calor de l'hemisferi nord. La situació a l'hemisferi sud seria anàloga però amb una diferència de fase de sis mesos. Les variables que caracteritzen la partició de l'hemisferi s'il·lustren al Gràfic 2. Les franges zonals estan delimitades per les latituds, de la manera següent: l'equador i θ_L per a la zona baixa, θ_L i θ_I per a la zona intermèdia, (ombrejada) i $\pi / 2 + \varphi$ per a la zona alta. La radiació per unitat d'àrea que arriba a qualsevol latitud és proporcional a la radiació per unitat d'àrea que arriba a un pla normal a l'eclíptica i a l'orientació local de la superfície de la Terra respecte a

l'eclíptica, $\cos(\theta - \varphi)$. Per tant, per a un anell latitudinal situat a una latitud θ que cobreix una amplitud $d\theta$ de la Terra, la radiació entrant capturada i la sortint emesa són:

$$q_i = 2R^2 F(1 - \alpha) \sigma T_s^4 \cos\theta \cos(\theta - \varphi) d\theta \quad (3.1)$$

$$q_o = 2\pi R^2 (1 - \lambda) \sigma T^4 \cos\theta d\theta \quad (3.2)$$

On R és el radi de la Terra, σ és la constant de Stefan-Boltzmann, T_s és la temperatura del Sol, α és l'albedo, λ és l'efecte hivernacle i T és la temperatura de l'anell. La temperatura s'expressa en graus Kelvin.



Gràfic 3.2. Límits latitudinals de les tres zones del model a l'hemisferi nord i en estiu. L'àrea ombrada representa la zona intermèdia i la línia horitzontal representa el pla de l'eclíptica.

El balanç de calor, en estat estacionari, de les zones baixa, intermèdia i alta queda establert, respectivament, per:

$$q_{i,L} - q_{o,L} - q_{LI} = 0 \quad (3.3)$$

$$q_{i,I} - q_{o,I} + q_{LI} - q_{IH} = 0 \quad (3.4)$$

$$q_{i,H} - q_{o,H} + q_{IH} = 0 \quad (3.5)$$

Substituint les expressions de la radiació entrant i sortint (3.1) i (3.2) en les equacions anteriors i integrant-les, obtenim el balanç de calor de cada zona. Per a la baixa és:

$$Y_L(\theta_L \cos \varphi + \sin \theta_L \cos(\theta_L - \varphi)) - T_L^4 \sin \theta_L - \frac{q_{LI}}{2\pi R^2 \sigma (1 - \lambda)} = 0 \quad (3.6)$$

$$\text{On: } Y_L = \frac{F(1 - \alpha_L) T_S^4}{2\pi(1 - \lambda)} \quad (3.7)$$

Per a la zona intermèdia:

$$Y_I((\theta_I - \theta_L) \cos \varphi + \cos(\theta_I + \theta_L - \varphi) \sin(\theta_I - \theta_L)) - T_I^4 (\sin \theta_I - \sin \theta_L) - \frac{q_{IH} - q_{LI}}{2\pi R^2 \sigma (1 - \lambda)} = 0 \quad (3.8)$$

$$\text{On: } Y_I = \frac{F(1 - \alpha_I) T_S^4}{2\pi(1 - \lambda)} \quad (3.9)$$

I per a la zona alta:

$$Y_H \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_H \right) \cos \varphi - \sin \theta_H \cos(\theta_H - \varphi) - T_H^4 (1 + \sin \varphi - \sin \theta_H) + \frac{q_{HL}}{2\pi R^2 \sigma (1 - \lambda)} = 0 \quad (3.10)$$

$$\text{On: } Y_H = \frac{F(1 - \alpha_H) T_S^4}{2\pi(1 - \lambda)} \quad (3.11)$$

$$\text{Aplicant: } \theta_H = \frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_I \quad (3.12)$$

$$Y_H(\theta_H \cos \varphi - \sin \theta_H \cos(\theta_H - \varphi)) - T_H^4 (1 + \sin \varphi - \cos(\theta_H - \varphi)) + \frac{q_{IH}}{2\pi R^2 \sigma (1 - \lambda)} = 0 \quad (3.13)$$

En aquests balanços zonals d'energia hi participen les expressions del transport meridional de calor entre zones adjacents. Seguint la teoria constructiva, exigirem que aquests transports siguin màxims. Això fa que entre la zona baixa i la intermèdia es doni:

$$\frac{\partial q_{LI}}{\partial \theta_L} = 0 \text{ i } \frac{\partial^2 q_{LI}}{\partial \theta_L^2} < 0 \quad (3.14)$$

$$\text{Que implica: } \frac{T_L^4}{Y_L} = 2 \cos(\theta_L - \varphi) \text{ i } \frac{T_L^4}{Y_L} < \frac{2 \sin(2\theta_L - \varphi)}{\sin \theta_L} \quad (3.15)$$

I entre la zona intermèdia i l'alta:

$$\frac{\partial q_{IH}}{\partial \theta_I} = 0 \text{ i } \frac{\partial^2 q_{IH}}{\partial \theta_I^2} < 0 \quad (3.16)$$

$$\text{Que implica: } \frac{T_H^4}{Y_H} = 2 \cos(\theta_I - \varphi) = 2 \sin \theta_H \text{ i } \frac{T^4}{Y_H} < \frac{2 \sin(2\theta - \varphi)}{\sin \theta_I} = \frac{2 \sin(2\theta - \varphi)}{\cos(\theta_H - \varphi)} \quad (3.17)$$

Una tercera condició, que prové de l'equilibri calòric en la zona intermèdia amb valors equivalents de radiació capturada i emesa, és:

$$q = q_{LI} \equiv q_{IH}. \quad (3.18)$$

Per tant, el sistema d'equacions a resoldre és:

$$\left(\theta_L \cos \varphi + \sin \theta_L \cos(\theta_L - \varphi) \right) \frac{T^4}{Y_L} \sin \theta_L - \frac{q}{2\pi R^2 \sigma (1 - \lambda) Y_L} = 0 \quad (3.19)$$

$$Y_I \left((\theta_I - \theta_L) \cos \varphi + \cos(\theta_I + \theta_L - \varphi) \sin(\theta_I - \theta_L) \right) \frac{T_I^4}{Y_I} (\sin \theta_I - \sin \theta_L) = 0 \quad (3.20)$$

$$\left(\pi/2 + \varphi - \theta_L \right) \cos \varphi - \sin \varphi \cos(\theta_L - \varphi) - \frac{T^4}{Y_H} (1 + \sin \varphi - \sin \theta_I) + \frac{q}{2\pi R^2 \sigma (1 - \lambda) Y_H} = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{T_L^4}{Y_L} = 2 \cos(\theta_L - \varphi), \quad (3.22)$$

$$\frac{T_H^4}{Y_H} = 2 \cos(\theta_I - \varphi) = 2 \sin \theta_H. \quad (3.23)$$

$$\theta_H = \frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_I \quad (3.24)$$

El model es redueix a sis equacions amb set variables o incògnites. Els paràmetres del model són les albedos, l'efecte hivernacle i la declinació solar. Com que tenim una variable més que el nombre d'equacions, establim la temperatura de zona baixa com a paràmetre addicional conegut.

3.2.3 Procediment numèric

Resolem numèricament el sistema d'equacions (3.19) a (3.23) de la manera següent: (i) assignem valors per a les albedos α_L , α_I i α_H , per a l'efecte hivernacle λ , per a l'angle de declinació solar φ i per a la temperatura de la zona baixa T_L ; (ii) utilitzant les definicions (3.7), (3.9) i (3.11) calcularem Y_L , Y_I i Y_H ; (iii) apliquem aquests valors a l'equació (3.22) per calcular θ_L ; (iv) calculem θ_I després d'igualar q en les equacions (3.19) i (3.21) i introduint l'equació (3.23) expressem T_H en termes de θ_I ; (v) utilitzant l'equació (3.24) obtenim θ_H ; calculem T_I a partir de (3.20); i (vi) aplicant l'equació (3.23) determinem T_H .

3.3 Paràmetres del model

Aplicarem el model per simular el balanç energètic de la Terra en l'últim màxim glacial, el període modern i per dos escenaris d'emissions de combustibles fòssils al final del segle XXI. Les que anomenem condicions del període modern han canviat tan ràpidament en pocs anys que explorarem la sensibilitat del model per als paràmetres que són indicatius de les condicions preindustrials, enteses com els registres més antics disponibles, principalment del segle XIX, els valors mitjans del període 1951-1988 i que sovint són considerades per calcular anomalies en les temperatures, i les dades més recents (2018-2019) (Collins et al., 2013; Hansen, 2010; Lenssen, 2019; Le Quéré, 2018). Per les condicions al final del nostre segle utilitzarem les prediccions dels escenaris RCP6.0 i RCP8.5 relatius a emissió de gasos d'efecte hivernacle i que reflecteixen concentracions mitjanes i relativament més altes dels gasos esmentats, (Collins et al., 2013) respectivament; malgrat que informes recents estimen l'escenari RCP8.5 com a realista (Fahey, 2017).

3.3.1 Albedo

L'albedo varia clarament amb la latitud pel tipus de sòl i de vegetació, la quantitat de cobertura de núvols i la proporció de terra-oceà (Houghton, 1985); aquesta darrera causa és també l'origen de les importants diferències entre els hemisferis nord i sud. Les albedos mitjanes per diverses zones canvien marcadament en funció de la latitud amb valors mínims/màxims per a les regions tropicals/polars (Houghton, 1985; Hummel and Reck, 1979; Bender et al., 2006; Pierrehumbert, 2010; Stephens, 2015). Sobre la base d'aquests estudis, prendrem com a valors actuals per l'hemisferi nord 0,30, 0,32 i 0,60 per les zones baixa, intermèdia i alta, respectivament.

L'albedo, d'altra banda, ha canviat sens dubte al llarg de la història paleoclimàtica de la Terra, tot i que els canvis més importants s'haurien produït a latituds altes com a resultat d'extensió o reducció de la cobertura de gel. Per tant, per la nostra anàlisi suposarem que l'albedo a zones baixes i intermèdies es manté sense canvis, però tindrem en compte variacions d'albedo a la zona d'alta latitud. En particular, considerarem les condicions glacials màximes i les modernes per caracteritzar les transicions glacial-interglacials i també ponderarem les possibles condicions al final del segle XXI. Més concretament, considerarem que α_H ha

canviat de 0,85 (màxim glacial amb la zona d'alta latitud coberta per gel i neu), 0,60 (període modern) i 0,50 (final del segle xxi) (Taula 3.1) (Andry et al., 2017; Ellis and Palmer, 2016).

Taula 3.1. Concentració a l'atmosfera terrestre de diòxid de carboni, temperatura mitjana anual superficial i els corresponents efectes hivernacle per l'últim glacial màxim, condicions modernes i de final de segle.

		CO ₂ (ppm)	T mitjana	Efecte hivernacle λ	Albedo alta latitud α_H
Últim màxim glacial		180	7,9 °C (281,05 K)	0,382	0,85
Període modern	Preindustrial	280	13,8 °C (286,95 K)	0,375	0,60
	1951-1980	320	14,0 °C (287,15 K)	0,381	0,60
	2019	405	15,0 °C (288,15 K)	0,388	0,60
Final segle xxi		670 (RCP6.0)	16,6 °C (289,75 K)	0,406	0,50
		930 (RCP8.5)	18,3 °C (291,45 K)	0,413	0,50

3.3.2 Efecte hivernacle

L'efecte hivernacle representa la fracció de radiació d'ona llarga emesa, que, a causa de la presència de gasos hivernacle, no pot travessar l'atmosfera i que, en conseqüència, és irradiada de nou als nivells superficials de la Terra. El curt temps de residència de l'aire/gasos a l'atmosfera ens permet prendre un valor constant de l'efecte hivernacle per a les tres zones latitudinals. La hipòtesi subjacent és que la Terra està en equilibri radiatiu. En aquest equilibri la diferència entre la radiació d'ona curta que entra a l'atmosfera S i la radiació d'ona llarga emesa per la Terra, $L = \sigma T^4$, és la radiació d'ona llarga de l'efecte hivernacle, que s'expressa com una fracció, λ , de l'anterior $G = \lambda \sigma T^4$, sent T la mitjana global i anual de temperatura de la superfície de la Terra.

La radiació d'ona curta s'estima en 340,2 Wm² d'entrada a l'atmosfera exterior, dels quals 100,0 Wm² són reflectits de nou a l'espai (albedo), permetent que 240,2 Wm² arribin efectivament a la superfície terrestre (Trenberth, 2009; Stephens et al., 2013). Per tant, en l'equilibri radiatiu:

$$S + G = \sigma T^4 \quad (3.25)$$

On $S = 240,2 \text{ Wm}^{-2}$ és la radiació d'ona curta que arriba a la superfície de la Terra

A partir d'aquesta última equació durant l'era preindustrial amb una $T = 286,95 \text{ K}$ (13,8°), la radiació retornada per efecte hivernacle era de 144,2 Wm² i l'efecte hivernacle era de $\lambda = 0,375$

Per obtenir els valors de λ per a escenaris passats i futurs hem de conèixer com G ha evolucionat en el temps, és a dir, $G(t)$. Amb aquesta finalitat aplicarem una relació empírica que lliga els canvis en la concen-

tracció de diòxid de carboni amb canvis en el forçament radiatiu del conjunt de tots els gasos d'efecte hivernacle (Hogg, 2008; Ramaswamy, 2001), referenciada al valor preindustrial $G_0 = 144,2 \text{ Wm}^{-2}$.

$$G(t) = G_0 + A \log \frac{C(t)}{C_0} \quad (3.26)$$

On $A = 20,5 \text{ Wm}^{-2}$ i $C_0 = 280 \text{ ppm}$.

Aquesta última fórmula ens permet obtenir valors en el temps $G(t)$ de la radiació retornada a l'espai per l'efecte hivernacle. Amb els valors actuals de diòxid de carboni $C(t)$ (Collins et al., 2013; Le Quéré et al., 2018; Petit et al., 1999; Lüthi et al., 2008) i de les temperatures (Lensen et al., 2019, Rind et Peteet, 1985; Schneider von Deimling, 2006), podem, per tant, calcular valors de l'efecte hivernacle (Taula 3.1). Per a les condicions a final de segle hem utilitzat valors provinents dels escenaris RCP6.0 i RCP8.5.

3.3.3. Temperatura de la zona de baixa latitud

El model té sis equacions (equacions 3.19-3.24) i set variables ($T_L, T_I, T_H, \theta_L, \theta_I, \theta_H, q$). Si donem valor a una de les variables, si la transformem en un paràmetre, de fet, podem obtenir la corresponent família de solucions. La variable que hem triat és la temperatura de la zona baixa. La principal raó per fer-ho és la seva estabilitat des de l'era preindustrial fins al moment present (Feulner et al., 2013) i fins i tot entre els períodes glacials i interglacials (Weijers et al., 2007). A més a més, els tròpics són l'àrea del planeta que previsiblement experimentaran els canvis més petits d'aquí al final del segle (Collins et al., 2013). A part de la seva estabilitat temporal, la temperatura al nivell del mar és notablement constant en una franja latitudinal per sota dels 15° amb valors entre 26°C i 27°C (Peixoto and Oort, 1992; Collins et al., 2000). Això es confirma per la temperatura mitjana de 21 ciutats d'una latitud inferior als 20° (McKnight, 2000), després d'excloure la més alta i la més baixa, obtenint una mitjana de $26,9^\circ\text{C}$ i una mediana mensual de $27,3^\circ\text{C}$. Addicionalment, considerant la màxima/mínima mensual, el rang de temperatures és $28,9^\circ\text{C}/26,6^\circ\text{C}$ i les medianes $28,7^\circ\text{C}/26,8^\circ\text{C}$. En conseqüència, per al nostre estudi utilitzarem 300 K com a temperatura per la zona de baixa latitud i explorarem la sensibilitat de la solució per variacions de 297 K a 303 K.

3.3.4 Declinació solar efectiva

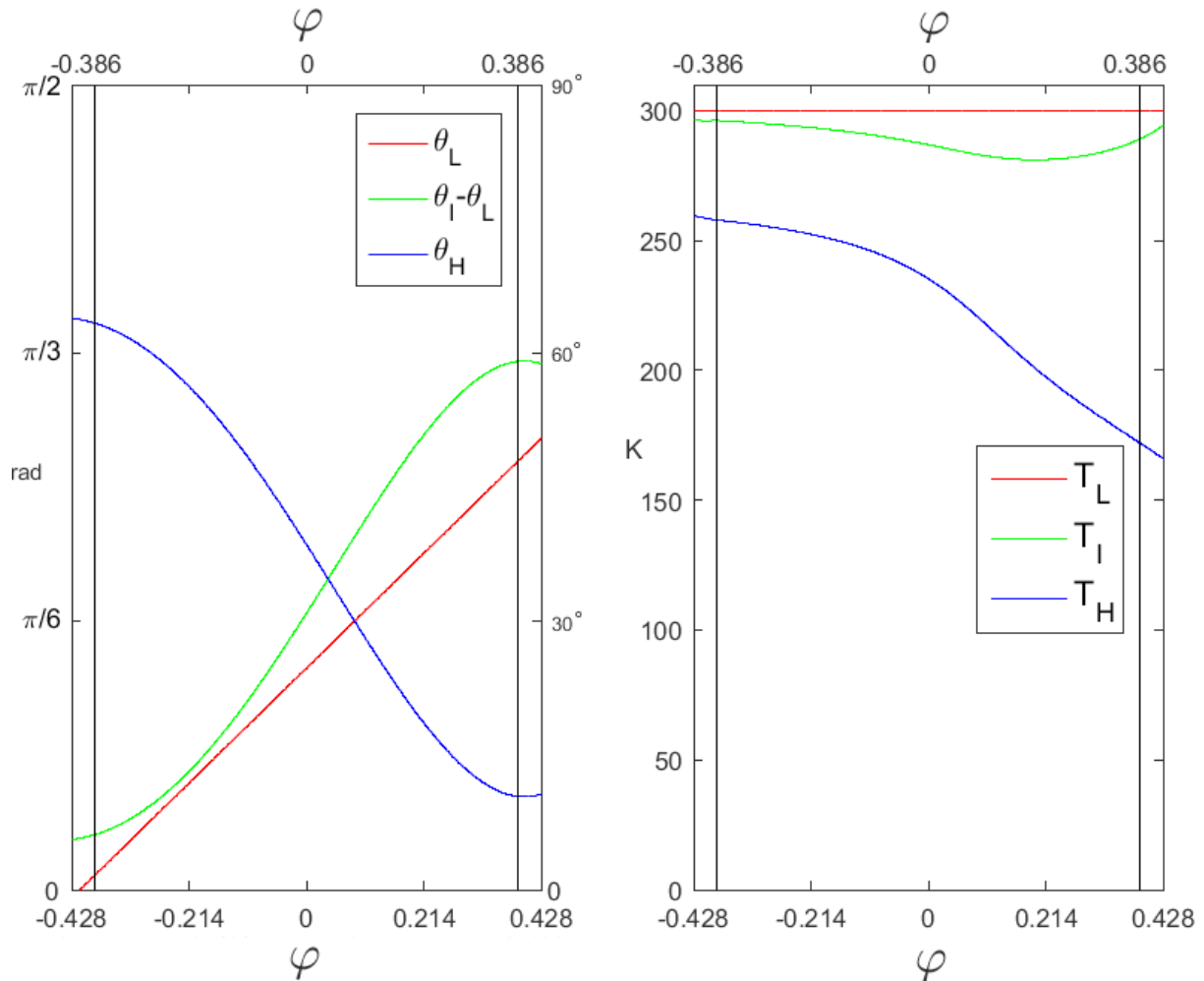
La inclinació de l'eix de rotació de la Terra respecte a l'eclíptica es coneix com a declinació ϕ . El seu valor actual és de $23,45^\circ$ (0,409 radians). La declinació oscil·la amb un període relativament llarg, uns 41.000 anys, en un moviment astronòmic conegut com a obliquïtat, amb un valor màxim de $24,5^\circ$ (0,428 radians) i un mínim $22,1^\circ$ (0,386 radians).

La conseqüència principal de la declinació és l'aparició de l'estacionalitat. A més, a causa de la variació de la declinació, la distribució latitudinal de la radiació solar canvia en gran mesura durant el cicle d'obliquïtat.

D'aquí que la radiació total anual rebuda per la Terra es mantingui gairebé sense canvis, però l'amplitud de la declinació fixa el caràcter estacional del clima i dona lloc a diferències importants entre els hiverns o els estius al llarg del cicle d'obliquïtat. Els estius i hiverns moderats en les altes latituds es produiran durant els valors de declinació mínima, mentre que els estius i hiverns més extrems a les altes latituds es desenvoluparan durant les condicions màximes de declinació.

D'altra banda, les equacions del model no són lineals, en particular els canvis en la radiació sortint que és funció de la quarta potència de la temperatura, de manera que el balanç energètic integrat per a cada zona, i tota la Terra, dependrà de la declinació real en cada moment. En el Gràfic 3.3 es presenta la solució del model per a tot el rang de variació de la declinació ($-0,428 \text{ radians} \leq \varphi \leq 0,428 \text{ radians}$). Es poden interpretar els resultats com les condicions en un hemisferi nord que experimentava permanentment una sola temporada, per exemple, un estiu calorós extrem amb $\varphi = 0,428$ o un hivern suau amb $\varphi = -0,386$. Òbviament, es tracta d'una situació no realista, però l'objectiu d'aquesta imatge és il·lustrar el caràcter de la resposta del model amb l'objectiu de visualitzar si el valor de declinació real podria tenir algun efecte sobre les variables integrades al llarg de tot l'any. Les solucions no són simètriques respecte a la declinació zero, especialment per a la temperatura de les zones de latitud intermèdia i alta. Per tant, és esperable que els resultats integrats durant tot l'any no siguin els mateixos per als valors de declinació màxims o mínims; en particular, la resposta integrada anual pot no correspondre a la resposta en un estat assimilat de permanent equinocci, és a dir, quan el pla de l'equador de la Terra s'alinea amb al Sol, equivalent a una situació instantània de declinació zero.

Els resultats mostren com el comportament de les variables no és simètric respecte a la declinació zero, en especial pel que fa a les temperatures de les zones de latitud intermèdia i alta. Per tant, esperem que els resultats integrats al llarg de l'any no siguin els mateixos que pels valors de la declinació màxima o mínima; en particular, la resposta anual integrada pot no correspondre amb la resposta per l'estat estacionari en l'equinocci, equivalent a l'instant de la situació de declinació zero.



Gràfic 3.3. Amplituds latitudinals i temperatures de les tres zones en funció de la $\alpha L = 0,30$, $\alpha I = 0,32$, $\alpha H = 0,60$, $\lambda = 0,388$ i $T_L = 300$ K.

En aquest punt, el nostre propòsit és estimar una declinació solar efectiva, definida com la declinació que comportaria condicions similars als valors integrats anuals. Tenint en compte les significatives simplificacions del model, per exemple, l'assumpció d'un balanç de les radiacions en estat estacionari en qualsevol moment del cicle anual, seleccionarem una aproximació relativament bàsica. En qualsevol moment de l'any, la declinació aparent vindrà donada per:

$$\psi = \psi(t) = \varphi \sin(\omega t) = \varphi \sin \frac{2\pi}{T} t, \text{ on } T = \text{un any} \quad (3.27)$$

Per tant: $d\psi = \frac{2\pi}{T} \varphi \cos \frac{2\pi}{T} t$

L'efecte mitjà de la declinació sobre qualsevol variable entre els equinoccis de març i setembre, per exemple per la latitud d'una zona, ve donat per:

$$\overline{\theta\psi} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \theta(t)\psi(t)dt = \overline{\theta} \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \psi(t)dt = \overline{\theta}^2 \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \varphi \sin \left[\frac{2\pi}{T} t \right] dt = \frac{2\overline{\theta}^2}{\pi} \quad (3.28)$$

On el moment inicial, zero, correspon a l'equinocci de març i les barres sobre les variables indiquen valors mitjans.

En conseqüència, podem definir una declinació efectiva entre els equinoccis de març i setembre com $\overline{I} = 2\langle p \rangle / rr$, tal que $\overline{01} = \overline{01}$. Podem repetir aquest procediment per l'altra meitat de l'any, començant en l'equinocci de setembre, obtenint la mateixa declinació absoluta, però de signe contrari. Per tant, una estimació de primer ordre del valor mitjà al llarg de l'any s'obté calculant la mitjana entre les prediccions del model per $\overline{I} = 2\langle p \rangle / rr$ i $\overline{I} = -2\langle p \rangle / rr$.

3.4 Resultats

En aquest apartat explorem la sensibilitat del model als diferents paràmetres. Considerem les condicions de referència que corresponen a la radiació del moment de $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$, $\lambda = 0,388$ i $T_L = 300$ K. Es tracta de les condicions del període modern per l'any 2019.

A la secció 3.4.1 explorem les possibles limitacions derivades de l'ús de les condicions de radiació pròpies de l'equinocci, a la secció 3.4.2 s'examina la rellevància de la variació de la temperatura de la zona baixa i a la secció 3.4.3 s'estudia la dependència deguda a l'efecte hivernacle global i a l'albedo de zona alta.

3.4.1 Dependència de la declinació efectiva

A la Taula 3.2 presentem, utilitzant els paràmetres de referència, les temperatures de les zones intermèdia i alta per als valors de declinació màxima i mínima. Es presenten els resultats (i) considerant el forçament equinoccial, (ii) els deduïts a partir de la resposta mitjana de tot el rang de declinacions aparents i aplicant la declinació efectiva a partir del procediment presentat a la secció 3.3.4. Els límits entre zones no es presenten (baixa-intermèdia i intermèdia alta) ja que les diferències resultants entre mètodes són sempre inferiors a 1°.

És notable com canvien les temperatures en funció del mètode aplicat. En particular, per alguns valors de la declinació, els mètodes que consideren l'efecte de la declinació mostren resultats que poden diferir dels càlculs en el moment de l'equinocci i que, per tant, no contempen la declinació. Per exemple, utilitzant el mètode de la declinació efectiva s'obtenen temperatures més altes per les latituds intermèdies (1,0-1,5 K més càlides) i temperatures més baixes a les altes latituds (12,3-13,8 K més fredes). Addicionalment i més important, els mètodes que tenen en compte la declinació mostren algun grau de sensibilitat per la declinació actual. Per exemple, amb el mètode de la declinació efectiva, la zona intermèdia s'escalfa en aproximadament 0,5 K i la zona de l'alta latitud es refreda en aproximadament 1,5 K comparant les temperatures amb la màxima i la mínima declinació.

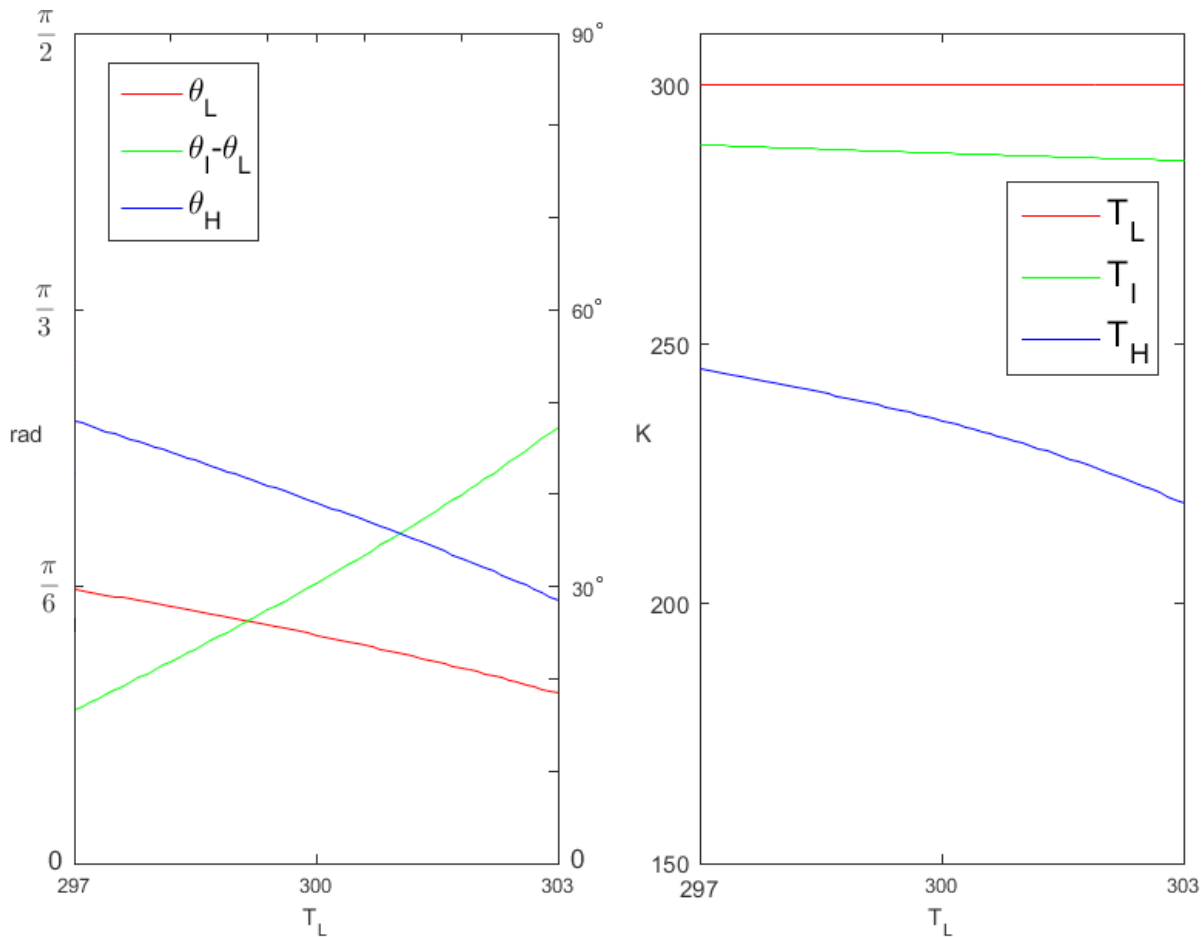
Taula 3.2. Temperatura de les zones de latitud intermèdia i alta en el moment de l'equinocci, calculada com a mitjana lineal del rang de valors de declinació i mitjançant $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$, $\lambda = 0,388$ i $T_L = 300\text{K}$.

Variables	Moment de l'equinocci	Declinació mínima $-0,386 \text{ rad} \leq \varphi \leq 0,386 \text{ rad}$		Declinació màxima $-0,428 \text{ rad} \leq \varphi \leq 0,428 \text{ rad}$	
		Mitjana lineal	Declinació efectiva	Mitjana lineal	Declinació efectiva
T_I	286,9	288,0	287,9	288,6	288,4
T_H	235,3	226,2	223,0	225,0	221,5

Per la resta del treball, considerarem que els resultats de l'estat estacionari per l'equinocci són una aproximació vàlida de primer ordre i analitzarem la sensibilitat dels resultats pels altres paràmetres. Aquesta aproximació ja va ser aplicada en treballs previs seguint la teoria constructiva (Bejan i Reis, 2005). També seguim aquest plantejament perquè creiem que és coherent amb el nivell de complexitat del nostre model. No obstant això, els anteriors resultats assenyalen dues consideracions importants: (1) hi ha una significativa dependència respecte a la declinació; (2) els nostres valors de la temperatura per a la zona d'alta latitud poden ser lleugerament sobreestimats.

3.4.2 Dependència de la temperatura de la zona de baixa latitud

A la secció 2.3.3 vam argumentar que la temperatura de la zona baixa és una variable força estable durant tot l'any i que, per tant, es pot establir com a paràmetre del model. Tanmateix, és convenient explorar la sensibilitat de la solució a aquest paràmetre, investigant quines són les implicacions d'imposar una radiació de sortida inferior o major a les latituds baixes. En aquesta secció explorarem les implicacions de considerar el rang de temperatures següent: $297 \text{ K} \leq T_L \leq 303 \text{ K}$ (Gràfic. 3.4).



Gràfic 3.4. Amplituds latitudinals i temperatures de les tres zones en funció de la temperatura T_L de la zona de baixa latitud. Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$ i $\lambda = 0,388$.

Quan s'utilitzen els valors actuals de l'albedo i de l'efecte hivernacle, el model suggereix que un augment progressiu de la temperatura de la zona de baixa latitud condueix a un augment de l'amplitud de la zona intermèdia a costa de les altres dues zones. De totes maneres, la combinació de les zones de baixa i intermèdia latitud experimenta un creixement molt significatiu d'uns 20°, en el rang d'estudi de la temperatura de la zona baixa. Per altra part, mentre la zona tropical s'escalfa, la zona intermèdia pateix un lleuger descens de la seva temperatura (4 K) i la zona alta es redueix a un estret cercle polar, la seva amplitud passa de 49° a 29°, amb una temperatura mitjana que descendeix en 25 K. Això és indicatiu que una zona tropical més càlida es tradueix en una àrea temperada més gran i la zona polar molt reduïda.

Per les condicions actuals de α_H i de λ , l'augment de la temperatura tropical de 297 a 303K es reflecteix en un increment mitjà de la temperatura de la Terra de 3,8K. Aquesta mateixa variació de T_L , de totes maneres, porta a un increment de la temperatura planetària d'uns 30°C quan es consideren albedos i efecte hivernacle glacials, però només d'1,3°C utilitzant els seus valors estimats per al final del nostre segle (Taula 3.3). Això fa palès una decreixent sensibilitat de la solució a la variació de T_L , quan l'efecte hivernacle augmenta (disminueix) i l'albedo disminueix (augmenta) en l'alta latitud, fet que garanteix un nivell de confiança en la capacitat predictiva del model per a futurs escenaris.

Taula 3.3. Temperatura mitjana \bar{T} (K) i transport latitudinal de calor q (PW) per l'últim glacial màxim, condicions modernes i final del segle en funció de la temperatura de la zona baixa; els resultats corresponen al forçament equinoccial com a escenari de referència $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$ i $\lambda = 0,388$

(K)		$T_L = 297$		$T_L = 300$		$T_L = 303$	
		\bar{T} (K)	q (PW)	\bar{T} (K)	q (PW)	\bar{T} (K)	q (PW)
Últim glacial màxim		248,5	2,0	267,4	0,9	280,2	0,2
Període modern	Preindustrial	278,7	1,7	280,6	0,7	282,8	0,0
	1951-1980	279,1	2,0	280,8	0,9	282,8	0,1
	2019	279,2	2,3	281,1	1,2	283,0	0,3
Final del segle xxi (RCP6.0)		284,0	3,2	284,7	1,9	285,3	0,9

A la Taula 3.3 també hem inclòs el transport latitudinal de calor q entre les zones baixa i intermèdia i intermèdia i alta. Quan tota la resta de paràmetres es mantenen invariables, els resultats mostren que aquest transport augmenta quan disminueix T_L , indicatiu de la incapacitat de la franja de baixa latitud d'irradiar calor. Per un decreixement de les temperatures T_L entre 300 i 297 K, els rangs de transport latitudinal augmenten d'1,2 a 2,3 PW, que són propers als ordres de magnitud observats de la mitjana latitudinal de transport, estimada en 3,0 PW (Trenberth and Caron, 2001).

3.4.3 Dependència de l'albedo polar i de l'efecte hivernacle

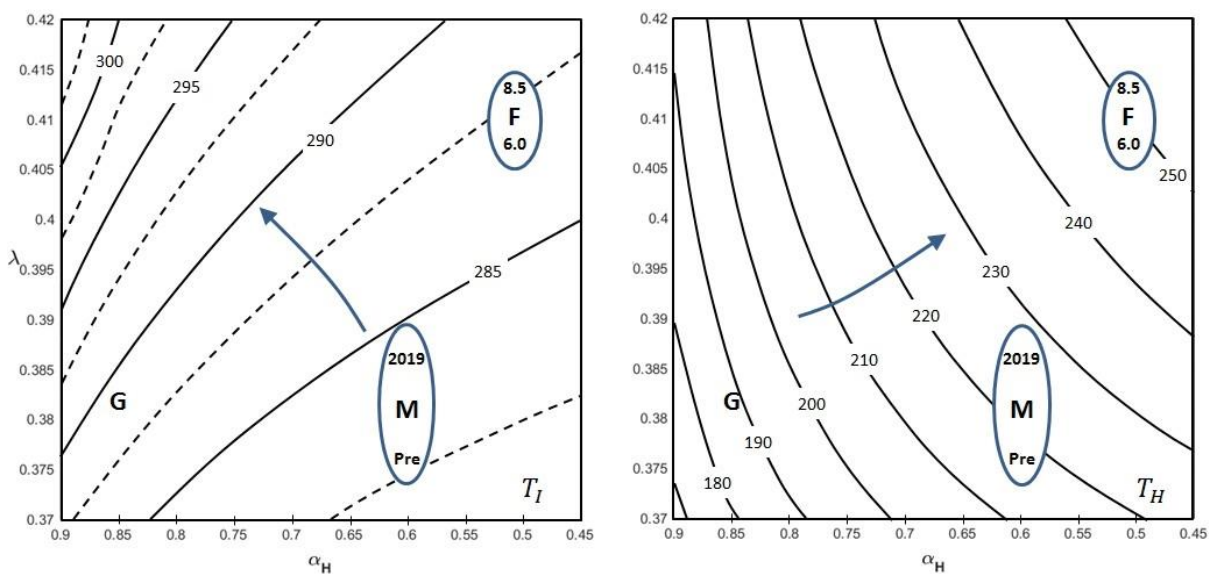
El nostre model, malgrat la seva simplicitat, pot ajudar-nos a explorar l'extensió de les tres zones en funció de l'albedo de l'alta latitud i de l'efecte hivernacle. Com vam argumentar en la secció 3.1, mantindrem invariables les albedos de les zones de baixa i intermèdia latitud: $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$. Considerant en primer lloc el nostre escenari de referència (Taula 3.4), veiem que la zona baixa ocupa una banda per sobre i per sota de l'equador d'aproximadament 0,413 radians (23,7°), que és molt pròxima a la inclinació actual de l'eix de rotació de la Terra (23,45°) i que defineix la latitud dels paral·lels dels tròpics de Capricorn i de Càncer, límits aproximats del clima tropical. La zona intermèdia arriba a una latitud de 54°; per tant, les amplituds de les zones intermèdia i alta són aproximadament de 29° i 37°, respectivament. Podem, en conseqüència, concloure que es reflecteix raonablement, des d'un punt de vista geogràfic, les zones climàtiques latitudinals actuals.

Taula 3.4. Temperatura, amplituds i límits de les zones baixa, intermèdia i alta amb el forçament del moment de l'equinocci ($\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$, $\alpha_H = 0,60$, $\lambda = 0,388$ i $T_L = 300\text{K}$).

Zona	Límit superior en radians (graus en parèntesis)	Amplituds en radians (graus en parèntesis)	Temperatura (K)
Baixa	$\theta_L = 0,413$ (23,7°)	$\theta_L = 0,413$ (23,7°)	300,0
Intermèdia	$\theta_I = 0,919$ (53,7°)	$\theta_I - \theta_L = 0,506$ (29,0°)	286,9
Alta	$\theta_I - \theta_H = 1,571$ (90,0°)	$\theta_H = 0,652$ (37,4°)	235,3

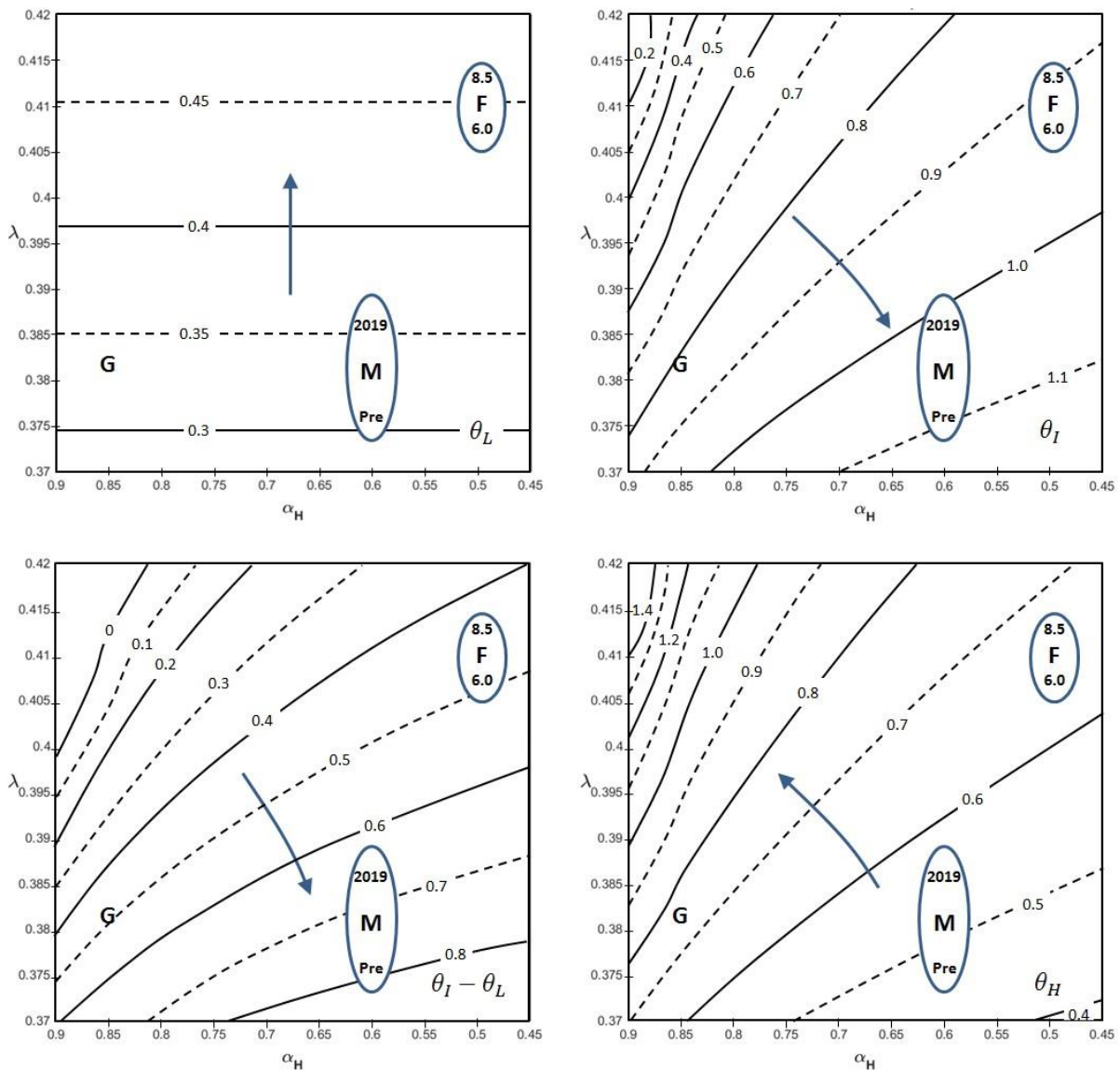
Ara podem procedir a explorar com els resultats del model depenen de l'efecte hivernacle i de l'albedo de la zona d'alta latitud. En el Gràfic 3.5 es presenten les temperatures (T_I , T_H) de les zones intermèdia i alta; en el Gràfic 3.6 es mostren els límits superiors (θ_L i θ_I) de les zones baixa i intermèdia i les amplituds de les zones intermèdia ($\theta_I - \theta_L$) i alta (θ_H). Cal recordar que, en el cas de la insolació pròpia de l'equinocci, el límit superior de la zona alta és $\pi / 2$ i que l'amplitud de la zona baixa és equivalent a la latitud del seu límit superior. A cada panell indiquem els dominis que caracteritzen les condicions de l'últim màxim glacial (G), període modern (M) i del final del segle (F), com vam exposar en les seccions 3.3.1 i 3.3.2

Les prediccions del model indiquen que els canvis glacial-interglacial ($G \leftrightarrow \text{Pre}$) i, en particular els canvis antropogènics ($\text{Pre} \leftrightarrow 2019 \leftrightarrow F$) de l'albedo i l'efecte hivernacle poden indicar substancials canvis en les temperatures (Gràfic 3.5). La temperatura de la zona intermèdia decreix diversos graus entre l'últim màxim glacial i l'actualitat, però recupera els nivells glacials al final d'aquest segle. La regió d'alta latitud experimentarà canvis molt més grans, s'escalfarà progressivament diverses desenes de graus des del passat glacial al moment present i el futur relativament proper.



Gràfic 3.5. Temperatures de la zona intermèdia (panell de l'esquerra) i de la zona alta (panell de la dreta) en funció de l'albedo de l'alta latitud α_H i de l'efecte hivernacle λ . Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_I = 0,32$ i $T_L = 300\text{K}$. Els símbols indiquen els dominis que caracteritzen les condicions de l'últim glacial màxim (G), el període modern (M) i final del nostre segle (F). Les fletxes indiquen la direcció del màxim augment.

En relació amb les amplituds de les tres zones (gràfic 3.6), la zona de baixa latitud es fa lleugerament més estreta comparant l'època glacial i les condicions preindustrials, però progressivament s'expandeix alguns graus entre l'actualitat i el final del segle XXI. La zona intermèdia s'expandeix substancialment (de l'ordre de 0,3 rad o 16°) entre el màxim glacial i l'època preindustrial, però progressivament es fa més estreta i es recupera i probablement sobrepasarà l'amplitud glacial al final del nostre segle. La zona alta té un comportament oposat: es redueix uns 14° (0,25 rad) entre l'era glacial i el període preindustrial, seguida d'una progressiva expansió i, a la vegada, es fa molt més càlida (Gràfic 3.5) i aquesta tendència continua fins al final del nostre segle, amb una expansió de 0,15-0,19 rad o 9-11°.



Gràfic 3.6. (Panells superiors) Límits superiors per la zona baixa i la zona intermèdia; (panells inferiors) amplituds latitudinals de la zona intermèdia i de la zona alta, en tots els casos en funció de l'albedo de l'alta latitud α_H i l'efecte hivernacle λ (valors latitudinals en radians). Cal fer esment que l'amplitud i el límit superior de la zona baixa són equivalents i que el límit superior de la zona alta coincideix amb el Pol Nord. Els resultats corresponen a $\alpha_L = 0,30$, $\alpha_i = 0,32$ i $T_L = 300$ K. Els símbols marquen els dominis que caracteritzen l'últim glacial màxim (G), el període modern (M) i el final d'aquest segle (F). Les fletxes indiquen la direcció del màxim augment latitudinal.

3.5 Conclusions

Hem desenvolupat un model idealitzat que segmenta cada hemisferi de la Terra en tres zones amb la finalitat d'obtenir un balanç simplificat d'energia per les condicions climàtiques del passat, del present i del futur proper. La partició latitudinal en només tres zones diferenciades, cadascuna amb temperatura constant, és una simplificació important, però realista. En la realitat la Terra té dues zones de baixa-alta latitud que reben més-menys radiació solar, que a la vegada és radiada de nou a l'atmosfera i, en paral·lel, hi ha una zona de latitud intermèdia on totes dues radiacions són molt similars. Per tant, en el nostre model hem definit que la zona intermèdia estigui en situació d'equilibri de radiació i que hi hagi un transport latitudinal constant d'energia de la zona baixa a la intermèdia i d'aquesta a l'alta. L'establiment de valors constants de temperatura per a cada zona és, encara que necessària, una altra simplificació important que reflecteix la divisió habitual del clima terraquí en les regions tropical, temperada i polar. El model no considera diferències entre els hemisferis nord i sud, possiblement significatives pel diferent grau de cobertura terra-oceà, ni tampoc cap tipus de retroalimentació entre la temperatura i els coeficients de l'albedo i l'efecte hivernacle.

Una característica important del model és que maximitza el transport latitudinal d'energia. Així, la transferència de l'excés de radiació cap al Pol és màxima entre les zones baixa i intermèdia i entre aquesta i la zona alta. Aquesta és una idea senzilla, però potent, que genera dues equacions addicionals i permet obtenir una solució determinista tant per al transport latitudinal de calor com per a les temperatures i amplitudes latitudinals de les tres zones.

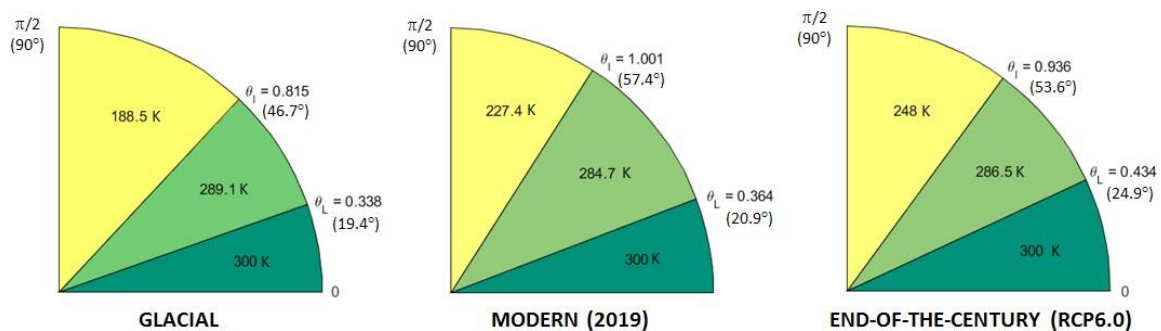
En la primera part de l'estudi, hem examinat la rellevància potencial de la declinació terrestre en la compartimentació del balanç energètic. Això ens ha portat a verificar que l'aplicació del model està condicionada per la manera que la insolació integrada anual es distribueix latitudinalment, que és funció de la declinació de la Terra. Per exemple, per l'hemisferi nord, períodes d'alta declinació deriven en màxima radiació solar entrant a l'estiu i en mínima a l'hivern i l'oposat per a l'hemisferi sud. Com que la resposta de la Terra no és lineal ja que la radiació emesa sortint és proporcional a la quarta potència de la seva temperatura, la resposta mitjana anual no es correspon a les condicions equinoccials ni a una simple mitjana lineal de les condicions variables al llarg de l'any.

Per tal d'avaluar les condicions actuals de radiació i definir el seu valor mitjà anual hem desenvolupat un procediment que permet determinar la declinació efectiva per als dos hemisferis. Les corresponents amplituds i temperatures zonals són similars però, en cap cas, iguals a les del forçament equinoccial, amb les diferències més grans en el cas de la zona d'alta latitud i, per tant, el resultat és indicatiu de la rellevància climàtica real del valor de la declinació. Per exemple, podem albirar que canvis en la temperatura de la zona alta poden conduir a un canvi significatiu de l'albedo, que a la vegada poden de nou afectar la temperatura, en una mena de mecanisme de retroalimentació positiva. En la segona part de l'estudi, sent conscients de la idealització del model, però també de la seva fortalesa i potencial per detectar tendències, hem aplicat les

condicions de forçament equinoccial per avaluar la sensibilitat del balanç energètic terraquí als canvis en tres paràmetres: temperatura de la zona baixa o tropical, albedo de l'alta latitud i efecte hivernacle global. Els probables *feedbacks* entre declinació, temperatura, cobertura de gel i gasos d'efecte hivernacle ens ha portat a examinar quina és la resposta del sistema terraquí a diferents valors de l'albedo i de l'efecte hivernacle, que s'estima poden representar les condicions de l'últim màxim glacial, del període modern i del final de la centúria. (Secció 3.3). En particular hem desenvolupat un procediment senzill per calcular l'efecte hivernacle a partir de valors coneguts i coetanis de temperatura i de concentració de diòxid de carboni (secció 3.3.2).

Hem trobat que un escalfament de la zona tropical porta a una gran expansió d'aquesta i de col·lateral intermèdia, un reduït escalfament d'aquesta última i un fort refredament de la zona d'alta latitud. Per exemple, aplicant l'albedo i l'efecte hivernacle corresponents al 2019, resulta que un increment de temperatura de 3K en la zona tropical (de 30°C a 33°C) genera un eixamplament conjunt de 10° de les zones tropical i temperada, un escalfament de 2K en aquesta última i un refredament en la zona d'alta latitud de 15K; en aquesta situació, la temperatura mitjana de la Terra augmenta en 1,9K.

En el pas des de l'últim màxim glacial al present i d'aquest al final del segle, el canvi més important és un gran increment de la temperatura de la zona d'alta latitud, 38K en la transició de l'era glacial al present i uns altres 20K per l'any 2100 (gràfics 3.5 a 3.7). En aquest mateix període, les amplituds de les tres zones mostren canvis no tan dràstics però factibles: la dimensió de la zona de baixa latitud es manté aproximadament sense canvis fins als nostres dies, però s'expandirà uns 4° d'ara a l'any 2100.; la zona intermèdia es va expandir uns 16° fins a l'època preindustrial, va començar a reduir-se a partir de llavors i tornarà a tenir l'amplitud glacial l'any 2100; i la zona d'alta latitud es redueix 14° fins el període preindustrial. Aquesta tendència canvia de manera que recupera 9-11° al final de la nostra centúria. (Gràfics 3.6 i 3.7)



Gràfic 3.7. Esquemes de la distribució espacial i de les temperatures mitjanes zonals per les condicions de l'últim màxim glacial (panell esquerre), moment actual (panell central) i final del segle XXI (panell dret). Cada panell mostra l'extensió i la temperatura de cada zona latitudinal, així com la temperatura mitjana de la Terra, per les condicions RCP6.0

La temperatura mitjana de la Terra \bar{T} per les condicions del màxim glacial, present (2019) i de finals de segle (escenari RCP6.0) són de 265,3K, 281,1K i 284,7K, respectivament (Gràfic 7). Recordant la simplicitat del model (i que

no té cap mena d'afinació), l'aplicació d'una temperatura constant per la zona baixa i unes condicions de forçament equinoccials, els resultats obtinguts són notables. Els valors poden no ser considerats acurats, però les tendències trobades ho són, malgrat que l'amplitud del canvi és gairebé el doble que l'observada i esperada. (Taula 3.1).

És important remarcar que les nostres prediccions són clarament dependents de l'elecció de valors per la temperatura de la zona baixa, per l'albedo polar i per l'efecte hivernacle tant del passat glacial com del futur relativament proper. Per exemple, si haguéssim triat menors/majors valors per l'efecte hivernacle/l'albedo polar els canvis predits haguessin pogut ser menors i haurien tingut una aproximació millor a les prediccions de models molt més sofisticats. De totes maneres, aquest no era el nostre objectiu, en part perquè les prediccions depenen de la fixació d'uns valors o altres per l'albedo i per l'efecte hivernacle, i perquè hem preferit determinar tendències en funció d'aquests paràmetres que modulen els resultats especialment en les condicions actuals de creixement de l'efecte hivernacle i de reducció de l'albedo polar.

Les fletxes en els gràfics 3.5 i 3.6 indiquen per a cada variable quina és la direcció del canvi màxim en el domini $\alpha_H - \lambda$. Cal assenyalar que la temperatura de la zona alta no canvia en la direcció actual de decreixement de l'albedo i augment de l'efecte hivernacle (gràfic 3.6), i explica per què les altes latituds de l'hemisferi nord estan tenint un escalfament important, mentre que en l'hemisferi sud l'albedo de l'alta latitud amb prou feines ha canviat. Per tant, el canvi esperable (només a causa de λ) és molt menor. En contrast, la temperatura de la zona intermèdia i les amplituds de les zones intermèdia i alta tenen una direcció de màxim augment que correspon o a un creixement de λ o un decreixement d' α_H , però no dels dos alhora. Aquesta situació explicaria per què el resultat final depèn del pes relatiu de cada factor.

Finalment, cal assenyalar l'efecte mitigador que un canvi de temperatura en la zona de baixa latitud (T_L) pot tenir en el previst escalfament (gràfic 3.4). Hem assumit que T_L es manté constant, però totes les prediccions (Collins et al., 2013) mostren que les regions equatorial i tropical també patiran un escalfament, encara que menys que altres regions del planeta. En aquesta situació la zona de baixa latitud serà capaç de radiar més calor a l'atmosfera i el transport d'energia a les zones intermèdia i alta disminuirà, la qual cosa portarà a una certa desaceleració en les taxes previstes d'escalfament.

El nostre estudi engloba dues idees bàsiques.

La primera és que la Terra, com tot ésser viu, és un sistema complex que optimitza la distribució dels seus recursos, molt especialment la calor que li arriba del Sol (Pelegrí, 2008; Pelegrí et al., 2013). Com això s'aconsegueix queda fora dels objectius d'aquest estudi, per exemple a l'hora de definir quins són els patrons temporals i espacials que duen a aquesta optimització. De totes maneres, podem aplicar els conceptes de la teoria constructiva per introduir les equacions addicionals que permeten determinar tant el transport latitudinal de calor com les temperatures i amplituds de les tres zones de la partició climàtica de la Terra. En el proper capítol inclourem l'estudi dels components de transferència de calor meridional.

El model demostra com els canvis antropogènics en l'albedo polar i en l'efecte hivernacle actuen expandint de forma moderada la dimensió de les regions d'alta latitud i augmentant clarament la seva temperatura.

La segona idea bàsica és que la distribució meridional de calor és sensible a la declinació de la Terra. Aquesta distribució podria generar modificacions en els dos paràmetres climàtics restants, l'albedo i l'efecte hivernacle, notablement més sensibles, que a la vegada tindrien un efecte apreciable de *feedback* sobre les temperatures i l'extensió de les zones climàtiques de la Terra.

4 Anàlisi de distribució tèrmica de la Terra mitjançant un model de cobertura completa de l'oceà i l'atmosfera

4.1 Introducció

El balanç de calor global de la Terra depèn únicament de la quantitat de radiació solar d'ona curta que penetra a l'atmosfera exterior i de la radiació sortint d'ona llarga, emesa per les superfícies terrestre i marina i per la mateixa atmosfera. Tanmateix, l'equilibri de calor local —entre la pròpia atmosfera i els altres compartiments del sistema terrestre, notablement l'oceà— és molt més complex. Aquest equilibri local depèn de la fracció de radiació solar que penetri efectivament a l'atmosfera i arribi al nivell del mar, la fracció reflectida per les superfícies marines i terrestres, la radiació emesa pel mar i la terra, la calor absorbida i emesa per l'atmosfera en si mateixa, i la manera com la calor continguda a l'atmosfera i als oceans es distribueix entre diferents regions. La distribució de la calor a la Terra ha estat de forma continuada sent objecte de molts estudis de modelització. La diferència entre un model i un altre depèn de la manera com es representen els diferents termes i de les particions espacials i temporals utilitzades per als càlculs. Els models van des dels primers models d'atmosfera de tipus radiatiu en estat estacionari per a una única variable (temperatura) que es basen en els fluxos de calor latitudinals empírics (Budyko, 1969) fins als models més recents i globals, complexos i acoblats, que inclouen simultàniament tots els principals processos —inclosos els no físics— en els diferents compartiments de la Terra, amb una alta resolució temporal i espacial (per exemple, Collins et al., 2013). Aquests models complexos resolen un gran nombre d'equacions no lineals i acoblades amb nombroses variables, que donen lloc a un gran nombre d'interaccions possibles, sovint molt sensibles als petits canvis en uns pocs paràmetres. Si es calibren correctament, els models poden proporcionar solucions molt realistes, però és difícil preveure si aquesta calibració es mantindrà quan es modifiquin les condicions; per tant, hi ha la necessitat de fer molts tipus de tests de sensibilitat.

Independentment de quantes equacions i components s'utilitzin en models climàtics, el balanç de calor local continua sent la base de tots els models climàtics. Certament, la temperatura només és una de les variables que configuren el nostre clima i la seva mitjana a llarg termini és el que coneixem com a clima. Tot i això, altres variables —com la humitat, la pressió atmosfèrica i oceànica, els vents atmosfèrics, els corrents oceànics i les precipitacions— depenen en gran mesura de la distribució de la temperatura. Per tant, els estudis més idealitzats sobre el clima terrestre han tractat sols la temperatura i han incorporat totes les altres variables de manera pràctica o heurística, tot sovint invocant relacions empíriques entre aquestes altres variables i la temperatura.

El nostre objectiu és continuar amb un enfocament senzill i utilitzar únicament l'equació de conservació de calor, però obviar les relacions empíriques; és a dir, pretenem desenvolupar un model de radiació simple però creïble que incorpori els fluxos latitudinals mitjançant arguments dinàmics. El nostre objectiu no és proporcionar solucions realistes, sinó desenvolupar una eina eficaç que pugui servir per entendre i avaluar la sensibilitat del sistema climàtic a alguns dels paràmetres fonamentals.

El nostre model inclou compartiments atmosfèrics i oceànics, ignora les variacions longitudinals i assumeix un estat estacionari. Definim equacions dinàmiques per a les velocitats oceàniques i atmosfèriques en termes dels camps de temperatura, que després s'incorporen a l'equació de calor. D'aquesta manera acabem amb una equació diferencial de segon ordre que es pot resoldre sempre que utilitzem condicions límit adequades a l'equador. Obtenim una solució per a la situació actual i modifiquem els paràmetres radiatius del model per simular les condicions durant l'últim màxim glacial i a finals d'aquest segle. D'aquesta manera, podem simular la distribució de la temperatura latitudinal i també investigar com han evolucionat els diferents fluxos de calor i com probablement evolucionaran durant la propera història de la Terra.

4.2 El model de balanç de calor

4.2.1 Balanç de calor per un anell latitudinal

Proposem un model idealitzat per a la distribució de temperatures d'una Terra coberta només per oceà i atmosfera. Per al nostre estudi, considerem el balanç de calor d'un anell latitudinal compost pels compartiments oceànic i atmosfèric, que assumim que són de profunditat constant i verticalment homogenis (Fig. 1). La superfície sòlida és ignorada ja que suposem que no reté ni transporta calor. L'atmosfera pot transportar calor però deixem de banda la petita quantitat de calor que pot retenir. L'oceà reté i transporta calor. L'equilibri de calor d'un anell latitudinal indica que la radiació solar d'ona curta entrant menys la radiació d'ona llarga sortint ha de ser igual a la taxa temporal d'emmagatzematge de calor en la capa d'atmosfera i oceà, més el canvi latitudinal del flux de calor latitudinal

$$\frac{\partial (\rho_o C_o T h (2\pi R \cos \theta) (R d\theta))}{\partial t} = q(\theta, t) - q(\theta + d\theta, t) + 2R^2 F (1 - a) \sigma T_s^4 \cos^2 \theta d\theta - 2\pi R^2 (1 - \lambda) \sigma T^4 \cos \theta d\theta \quad (4.1a)$$

On ρ , C , α , σ , λ , F i R són respectivament la densitat, la calor específica, l'albedo terrestre, la constant Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$), el factor d'hivernacle de la Terra, el factor de visió Terra-Sol ($2,16 \times 10^{-5}$) i el radi equivalent a la Terra (6371 km). Els subíndexs a i o representen l'atmosfera i l'oceà, i T_s és la temperatura del sol (5762 K).

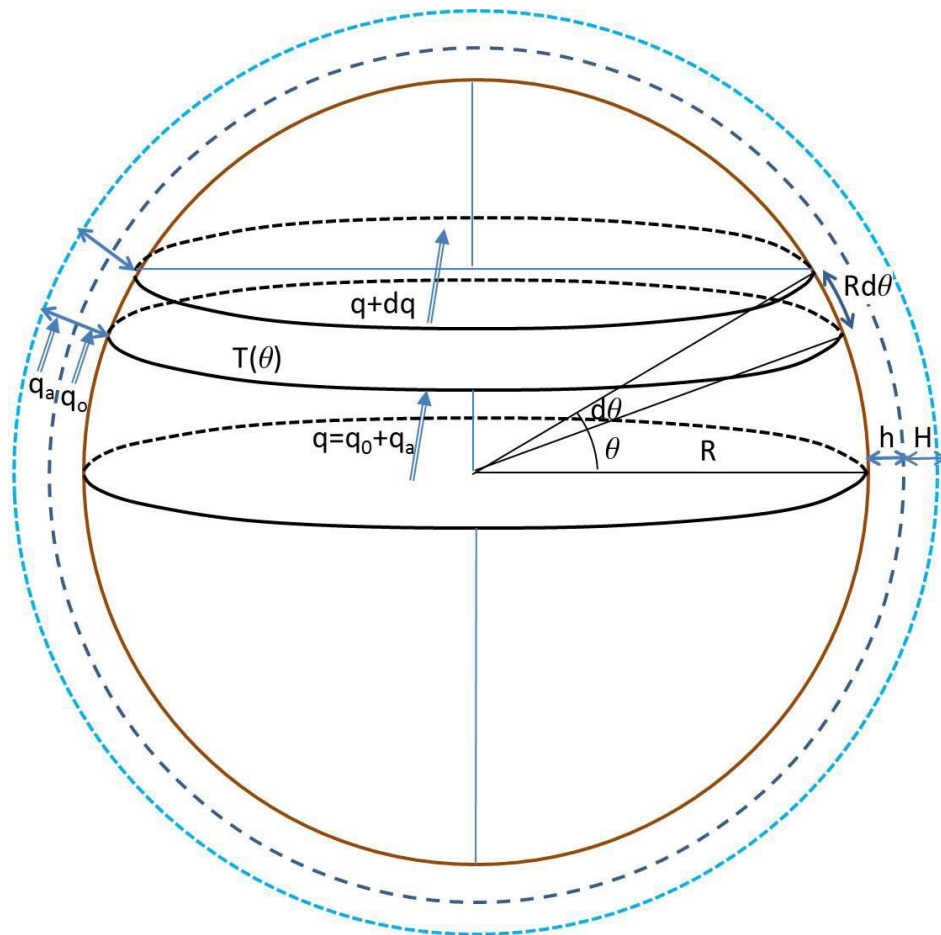
Nomenclatura

σ	Constant de Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
T_s	Temperatura solar (5762 K)
R	Radi equivalent de la Terra (6371 km)
F	Factor de visió Sol-Terra ($2,16 \times 10^{-5}$)
θ	Latitud
T	Temperatura (K)
q	Energia per unitat de temps (W)
ρ	Densitat (kg m^{-3})
L	Radi intern de deformació de Rossby (m)
K	Coefficient de difusió horitzontal latitudinal ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$)
t_o	Temps de decaïment per fricció (s)
f	Paràmetre de Coriolis
a	Albedo
λ	Efecte hivernacle
φ	Angle de declinació solar (rad)
γ	Fracció de cobertura terra-aigua
α	Coefficient d'expansió tèrmica (K^{-1})
t	Temps (s)
H	Altura de l'atmosfera(m)
h	Profunditat de l'oceà (m)

Subíndexs

a, o	Atmosfera i oceà, respectivament
--------	----------------------------------

Establim $z = 0$ a la interfície entre l'atmosfera i l'oceà. El límit superior de la capa atmosfèrica correspon a $z = H(\theta)$ i el límit inferior de la capa oceànica és $z = -h(\theta)$. Ignorem qualsevol relleu terrestre de manera que H també correspon al gruix de la capa atmosfèrica; definim la superfície lliure de l'oceà com a $z = -h(\theta)$. En l'equació de calor (4.1.a) hem suposat que la temperatura T caracteritza el conjunt del sistema atmosfera-oceà; d'aquesta manera, podríem ignorar els fluxos de calor latents o sensibles, ja que el que fan és establir un valor de temperatura característic per al sistema terrestre.



Gràfic 4.1. Principals elements del model idealitzat de flux de calor per una Terra completament coberta per l'oceà i l'atmosfera.

En aquest estudi ignorem els canvis estacionals i de períodes de temps més curts, ja que implicarien canvis en l'emmagatzematge de calor. Ens centrarem en escales de temps de l'ordre de centenars i milers d'anys, amb l'objectiu d'analitzar els canvis glacials i interglacials a llarg termini. Aquestes variacions responen a canvis en el factor de visió Terra-Sol i a la declinació de l'eix de rotació de la Terra, així com a variacions d'alguns dels paràmetres que controlen la dinàmica interna del sistema.

4.2.2 Flux de calor latitudinal

El canvi latitudinal en el flux de calor ve donat per

$$-dq = q(\theta, t) - q(\theta + d\theta, t) = -\frac{\partial(q_a + q_o)}{\partial\theta} d\theta \quad (4.2)$$

El flux de calor latitudinal (per unitat d'àrea i unitat de temps) s'estableix només com a funció de la latitud θ i del temps t , $q = q(\theta, t)$, i és el resultat de contribucions advectives i difuses. El flux de calor latitudinal advectiu és proporcional al producte de la velocitat latitudinal $v = v(\theta, t)$ i la temperatura $T = T(\theta, t)$.

vT , i el flux de calor latitudinal difusiu és oposat i linealment proporcional al gradient latitudinal de temperatura, $-(K/R) \partial T/\partial \theta$, on K és el coeficient de difusió horitzontal. Els fluxos de calor latitudinals tenen aportacions de les capes atmosfèriques i oceàniques. El gradient latitudinal del flux de calor a la capa atmosfèrica ve donat per:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_a}{\partial \theta} &= \frac{\partial q_{a,adv}}{\partial \theta} + \frac{\partial q_{a,dif}}{\partial \theta} \\ &= 2\pi RH\rho_a C_a \frac{\partial(\cos\theta v_a T)}{\partial \theta} - 2\pi RH\rho_a C_a \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\cos\theta K_a}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \\ &= 2\pi RH\rho_a C_a \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\gamma' \cos\theta v_a T - \frac{K_a}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (4.3a)$$

De forma similar, el gradient de flux de calor latitudinal en la capa oceànica és:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_o}{\partial \theta} &= \frac{\partial q_{o,adv}}{\partial \theta} + \frac{\partial q_{o,dif}}{\partial \theta} \\ &= L_o h \rho_o C_o \frac{\partial(\cos\theta v_o T)}{\partial \theta} - 2\pi R h \rho_o C_o \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\gamma(\theta) \cos\theta K_o}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \\ &= h \rho_o C_o \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\gamma' \cos\theta L_o v_o T - \gamma(\theta) 2\pi K_o \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (4.4a)$$

On hem inclòs una funció $\gamma(\theta)$ que representa la fracció del globus terraquí que està coberta per l'oceà a les diferents latituds i que afecten els fluxos difusius oceànics.

En les equacions anteriors hem diferenciat, de forma general, els moviments advectius i difusius com els que estan associats a cèl·lules de circulació verticals i horitzontals, respectivament. Per l'oceà, la cèl·lula vertical s'associa a la circulació global de retorn (*global overturning circulation*, GOC), que té lloc de forma molt restringida a les regions límit occidentals i amb una amplada de l'ordre del radi intern de deformació de Rossby $L_o = (g'h)^{1/2}/f$, on $g' = g(\delta\rho/\rho)$ és la gravetat reduïda entre la termoclina i les aigües profundes (fixem $\delta\rho = 1 \text{ kg m}^{-3}$). En canvi, per a l'atmosfera, aquestes cèl·lules verticals són les cèl·lules Hadley, Ferrell i Polar, que no estan limitades topogràficament.

Els moviments horitzontals atmosfèrics i oceànics són els que redistribueixen la calor a través de remolins a nombroses escales diferents i donen lloc al que comunament anomenem mescla. Els remolins més grans són els més eficients en la redistribució (mescla) de calor i altres propietats, i són aquestes cèl·lules horitzontals les associades als centres d'alta i baixa pressió a gran escala; per exemple, a la conca de l'Atlàntic Nord són les altes pressions atmosfèriques de les Açores i del gir subtropical oceànic de l'Atlàntic Nord.

Per estimar els coeficients de difusió associats, considerem un model de longitud de mescla per a cèl·lules horitzontals a escala global tant atmosfèriques com oceàniques. Per tant, el coeficient de difusió atmosfèrica es defineix com $K_a = V_a R \cos\theta$, on V_a és la velocitat atmosfèrica horitzontal associada als centres de gran escala; d'aquesta manera, el gradient latitudinal en el flux de calor atmosfèric es converteix en:

$$\frac{\partial q_a}{\partial \theta} = 2\pi R H \rho_a C_a \frac{\partial}{\partial \theta} v_a T \cos\theta - V_a \cos^2\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad (4.3b)$$

De forma similar, en la cel·la oceànica horitzontal s'expressa com $K_o = V_o R \cos\theta$, on V_o és la velocitat característica dels girs transoceànics; per tant, el gradient latitudinal del flux de calor oceànica serà:

$$\frac{\partial q_o}{\partial \theta} = 2\pi R H \rho_o C_o \frac{\partial}{\partial \theta} v_o T \cos\theta - V_o \cos^2\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad (4.4b)$$

Ens queda per obtenir expressions senzilles per a les velocitats advectiones i difuses, tant per a la capa oceànica com per a l'atmosfèrica. Amb aquest objectiu, establirem simples balanços de moment per als moviments advectiones (cèl·lules verticals) i difusius (cèl·lules horitzontals) a la capa atmosfèrica. Les cèl·lules verticals són impulsades per gradients de pressió latitudinal i la força de reacció és la fricció en el nivell inferior, mentre que les cèl·lules horitzontals també són impulsades per gradients de pressió, però la força d'equilibri és la de Coriolis.

Desenvoluparem els arguments anteriors al llarg de les seccions següents. Perquè l'anàlisi sigui completa, primer obtindrem expressions explícites per a les velocitats advectiones (v_a , v_o) i difusives (V_a , V_o) a l'atmosfera i l'oceà, respectivament, en funció de la temperatura. L'objectiu inicial és obtenir una equació diferencial independent i d'ordre superior per a la temperatura i que es pugui resoldre amb unes condicions de contorn adequades.

4.2.3 Capa atmosfèrica

Els moviments atmosfèrics tenen lloc a una columna d'espessor H i no tenen restriccions horitzontals, és a dir, es desenvolupen a escales horitzontals de l'ordre del radi de la Terra.

4.2.3.1 Advecció en la capa atmosfèrica

La velocitat advectiona atmosfèrica v_a procedeix del balanç entre la força a gran escala del gradient de pressió i la fricció interna en la pròpia capa atmosfèrica, d'aquesta manera:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial p_a}{\partial \theta} (R d\theta) (2\pi R \cos \theta) H = \tau_a (R d\theta) (2\pi R \cos \theta) \rightarrow \frac{\partial p_a}{\partial \theta} H = \tau_a R \quad (4.5a)$$

On p_a és la pressió i τ_a és la resistència per fricció a la base (força per unitat d'àrea) soferta en la capa atmosfèrica.

La fricció en la base s'oposa al moviment de la capa atmosfèrica. Suposarem que és linealment proporcional a la seva velocitat, i quan es multiplica per l'element d'àrea, $(R d\theta)(2\pi R \cos \theta)$ es converteix en una força. En particular, l'equilibri que representa el decaïment d'una columna atmosfèrica a través de la fricció del fons és donat per

$$\partial(Hv)/\partial t = -\tau_a / \rho_a \rightarrow \partial v / \partial t = -(r_a / H)v \rightarrow v = v_0 \exp(-t/t_a) \quad (4.6)$$

En aquesta última expressió, el coeficient de fricció es pren com $r_a = H/t_a$, on t_a on és un temps característic de decaïment per la capa atmosfèrica, de l'ordre de dies.

Per altra part, el gradient latitudinal de pressió $(1/R) \partial p_a / \partial \theta$ és una força per unitat de volum, que quan es multiplica per l'element de volum $(R d\theta)(2\pi R \cos \theta)H$ també esdevé una força. Establint el nivell de referència vertical $z = 0$ a la superfície del mar, la pressió a qualsevol nivell vertical, p_a , respon a canvis en l'anomalia del pes de la columna d'aire a aquest nivell, $p_a = p_a g (H - z)$, a escala global. En aquesta expressió $g = g_0 (p_a / p_0)$ és la gravetat reduïda on la densitat reflecteix el primer mode baroclínic atmosfèric entre el límit del nivell atmosfèric i la troposfera inferior, $\delta \rho = 0,1 \text{ kg m}^{-3}$. Considerant l'equació dels gasos ideals per l'aire sec, $p_a = p_a (RT)$, els canvis en la densitat poden ser expressats com una combinació lineal dels canvis en la temperatura i en la pressió, $\partial p_a = -\alpha p_a \partial T + k_T p_a \partial p_a$ on $\alpha = - (1/p_a) (\partial p_a / \partial T)$ és el coeficient d'expansió tèrmica de l'aire i $k_T = (1/p_a) (\partial p_a / \partial p_a) T$ és la compressibilitat isotèrmica de l'aire. Per tant,

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_a}{\partial \theta} &= g' \frac{\partial (H-z) \rho_a / f}{\partial \theta} = g' (H-z) \frac{\partial \rho_a}{\partial \theta} + g' \rho_a \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ &= g' (H-z) \left[-\alpha \rho_a \frac{\partial T}{\partial \theta} + k_T \rho_a \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \right] + g' \rho_a \frac{\partial H}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (4.7a)$$

El segon terme del costat dret és relativament petit (k_T és de l'ordre 10^9 Pa), en conseqüència, podem aproximar aquesta equació a:

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \cong -g' (H-z) \alpha \rho_a \frac{\partial T}{\partial \theta} + g' \rho_a \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (4.7b)$$

Fent la mitjana de tota la columna atmosfèrica, des de $z = 0$ fins a H , aquest gradient de temperatura serà:

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \approx -\frac{g' \alpha_a \rho_a H}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + g' \rho_a \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (4.7c)$$

Per tant, el balanç per la mitjana de la columna (4.5.a) esdevé:

$$-\frac{g' H \alpha_a \rho_a}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + g' \rho_a \frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{\rho_a v_a R}{t_a} \quad (4.5b)$$

Que ens dona una expressió per a la velocitat advectiona:

$$v_a = \frac{g' t_a}{R} \left[\frac{\alpha_a H}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \theta} \right] \quad (4.8)$$

S'ha de tenir en compte que el signe de la velocitat dependrà tant de la temperatura com de l'altura de la tropopausa. Per a una tropopausa d'alçada aproximadament constant —com passa a prop dels tròpics i a latituds altes—, i a causa de la disminució de la temperatura amb la latitud, l'expressió anterior donarà valors negatius de la velocitat; aquest és el flux en direcció a l'equador associat a les cèl·lules Polar i Hadley. Tanmateix, a les latituds mitjanes, l'alçada de la tropopausa experimenta una disminució ràpida, de manera que en aquesta regió l'últim terme domina i la velocitat és positiva; aquest és el flux en sentit cap al pol, associat a la cèl·lula de Ferrel.

4.2.3.2 Difusió en la capa atmosfèrica

La velocitat atmosfèrica difusiva V_a sorgeix del balanç de moment entre el gradient de pressió i la força de Coriolis en la capa atmosfèrica:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial p_a}{\partial \theta} (R d\theta) (2\pi R \cos \theta) H = \rho_a f V_a (R d\theta) (2\pi R \cos \theta) H$$

$$\rightarrow V_a = \frac{1}{\rho_a f R} \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \quad (4.9a)$$

On $f = 2\omega \sin \theta$ és el paràmetre de Coriolis i $\omega = 2\pi / T_R$ amb $T_R = 24$ hores. La força de Coriolis és per unitat de volum, que quan es multiplica per la unitat de volum $(R d\theta)(2\pi R \cos \theta) H$ esdevé una força.

Utilitzant l'expressió (4.7c) pel gradient latitudinal de pressió atmosfèrica, apareix l'expressió següent per a la velocitat difusiva:

$$V_a = \frac{(g' H)^{1/2} L_a}{R} \left[-\frac{\alpha_a}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right] \quad (4.9b)$$

En aquesta última expressió, L_a és el primer radi baroclínic de deformació de Rossby, $L_a = (g' H)^{1/2} / f$, on $g' = g (\delta \rho / \rho)$ és la gravetat atmosfèrica reduïda (entre el nivell límit i la troposfera inferior), $\delta \rho = 0,1 \text{ kg m}^{-3}$.

El signe de la velocitat en aquesta expressió no és rellevant, ja que l'estem considerant en termes de patrons de circulació horitzontals, ja siguin ciclònics o anticiclònics. Per tant, prendrem aquesta velocitat horitzontal amb el seu valor absolut

$$V_a = \frac{(g' H)^{1/2} L_a}{R} \left| -\frac{\alpha_a}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right| \quad (4.9c)$$

El coeficient de difusió atmosfèrica es transforma en

$$K_a = V_a R \cos \theta = (g' H)^{1/2} L_a \cos \theta \left| -\frac{\alpha_a}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right| \quad (4.10a)$$

4.2.4 La capa oceànica

Repetim el procés anterior per a la capa oceànica, però ara interpretant els moviments advectionals com aquells associats a la circulació global de retorn (*global overturning circulation*, GOC), i per tant topogràficament restringits, i els moviments difusius com aquells que responen als girs transoceànics de recirculació.

4.2.4.1 Advecció en la capa oceànica

Per estimar la velocitat advectional, establim un balanç simple de moment entre la força de pressió i la fricció en la capa oceànica, així:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} (R d\theta) (L \cos \theta) h = \tau_o (R d\theta) (L \cos \theta) \rightarrow \frac{\partial p_o}{\partial \theta} h = \tau_o R \quad (4.11a)$$

On p_o és la pressió i τ_o és la fricció en el fons (força per unitat d'àrea) soferta per la capa oceànica. La fricció en el fons es considera linealment proporcional a la velocitat de la capa oceànica, $\tau_o = -r_o p_o V_o$. De la mateixa manera que a l'atmosfera, considerem que el decaïment d'una columna d'aigua és degut a la fricció en el fons. Per tant, el coeficient de fricció serà $r_o = h / t_o$, on t_o és els temps característic de decaïment per la capa oceànica (de l'ordre de 100 dies). Cal tenir en compte que el balanç anterior es considera

que té lloc en una dimensió del radi intern de deformació de Rossby L_0 ; de totes maneres, aquesta dimensió es cancel·la ja que apareix en els dos costats de l'equació.

També cal tenir en compte que el gradient latitudinal de pressió $(1/R) \partial p_o / \partial \theta$ actua sobre una capa d'espessor, on és l'elevació de la superfície marina a partir de $z = 0$. La pressió es configura com a resposta $p = \rho_0 g'(h+\eta)$ on $g' = g (\delta\rho/\rho)$ i establim una diferència de densitat que reflecteix un primer mode baroclínic oceànic, és a dir, entre la termoclina permanent i l'oceà profund, $\delta\rho = 1 \text{ kg m}^{-3}$.

Seguint els mateixos arguments, com hem fet amb la capa atmosfèrica, i integrant la columna completa d'aigua, sense considerar els canvis en la salinitat, assumint el criteri d'incompressibilitat i acceptant que, $\eta \ll h$ el gradient de pressió oceànic serà:

$$\frac{\partial p_o}{\partial \theta} \cong - \frac{g' h \alpha_o \rho_o}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + g' \rho_o \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \quad (4.12)$$

On α_o és el coeficient d'expansió de l'aigua marina.

Per tant, el balanç de moment esdevé:

$$- \frac{g' h \alpha_o \rho_o}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + g' \rho_o \frac{\partial \eta}{\partial \theta} = - \frac{\rho_o v_o R}{t_o} \quad (4.11b)$$

Que ens proporciona una expressió per la velocitat advectiona:

$$v_o = \frac{g' t_o}{R} \left[\frac{\alpha_o h}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right] \quad (4.13)$$

Com en el cas de l'atmosfera, aquesta expressió depèn, a la vegada, de la temperatura i de l'espessor de la termoclina.

4.2.4.2 Difusió en la capa oceànica

La velocitat de difusió oceànica V_o sorgeix del balanç entre la pressió i la força de Coriolis en la capa oceànica. Com per al cas de l'atmosfera, el balanç és:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} (R d\theta) (2\pi R \gamma \cos \theta) h = \rho_o f V_o (R d\theta) (2\pi R \gamma \cos \theta) h$$

$$\rightarrow V_o = \frac{1}{\rho_o f R} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} \quad (4.14a)$$

La força de Coriolis ho és per unitat de volum i quan es multiplica per un element de volum $(Rd\theta)(2\pi R\delta\cos\theta)h$ es transforma en una força. Per tant, aplicant el mateix resultat que en el gradient atmosfèric latitudinal de pressió, obtenim:

$$V_o = \frac{(g'h)^{1/2} L_o}{R} \left[-\frac{\alpha}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right], \quad (4.14b)$$

Com en la secció anterior, L_o és el radi intern de deformació de Rossby, $L_o = \frac{(g'h)^{1/2}}{\alpha}$ on $g' = g(\delta\rho/\rho)$ és la gravetat oceànica reduïda (entre la termoclina permanent i l'oceà profund), $\delta\rho = 1 \text{ kg m}^{-3}$.

Un cop més, el signe de la velocitat en aquesta expressió no és rellevant, ja que ens referim als patrons de recirculació horitzontal, ja siguin ciclònics o anticiclònics, (Biri et al., 2015). En conseqüència, prendrem aquesta velocitat en el seu valor absolut:

$$V_o = \frac{(g'h)^{1/2} L_o}{R} \left| -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right|, \quad (4.14c)$$

El coeficient de difusió atmosfèrica esdevé:

$$K_o = V_o R \cos\theta = (g'h)^{1/2} L_o \cos\theta \left| -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right|, \quad (4.15a)$$

4.2.5 Condicions de contorn

Recordant l'equació (4.1a), l'equació de balanç de calor per un anell latitudinal de la Terra és:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho C T h (2\pi R^2 \cos\theta) \right] = - \frac{\partial (q_a + q_o)}{\partial \theta} + 2R^2 F (1-a) \sigma T_s^4 \cos^2 \theta - 2\pi R^2 (1-\lambda) \sigma T^4 \cos\theta \quad (4.1b)$$

Combinant-la amb les equacions (4.3b) i (4.4b) ens porta a:

$$\frac{\partial (q_a + q_o)}{\partial \theta} = 2\pi R H \rho C \frac{\partial}{\partial \theta} \cos\theta \left[V T - V \cos\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] + h \rho C \frac{\partial}{\partial \theta} \cos\theta \left[L_o V T - \gamma 2\pi V R \cos\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (4.16)$$

I substituint les expressions (4.8) i (4.9) per les velocitats advectives i difusives en la capa atmosfèrica, i les expressions (4.13) i (4.14c) per les velocitats advectives i difusives per la capa oceànica ens dona:

$$\frac{\partial (q_a + q_o)}{\partial \theta} = 2\pi R H \rho^a C \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\cos \theta \left(\frac{g' t}{R} - \frac{\alpha H}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \theta} T - \frac{(g' H)^{1/2} L \cos \theta}{R} \right) \right] + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \left[\frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] + h \rho^o C \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\cos \theta \left(\frac{L_0 g' t_o}{R} - \frac{\alpha_o h}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial \eta}{\partial \theta} T - \gamma 2\pi \cos \theta (g' h)^{1/2} L \right) \right] - \frac{\alpha_o}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \left[\frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (4.17)$$

Reemplaçant aquesta última formulació en l'equació de balanç tèrmic (4.1b), es té:

$$\rho_o C_o h \cos \theta \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{F(1-a)\sigma T_s^4 \cos^2 \theta}{\pi} - (1-\gamma)\sigma T^4 \cos \theta - \frac{H \rho^a C}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\cos \theta \left(\frac{g' t}{R} - \frac{\alpha H}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \theta} T - \frac{(g' H)^{1/2} L \cos \theta}{R} \right) \right] + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \left[\frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] - \frac{h \rho^o C_o}{2\pi R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\cos \theta \left(\frac{L_0 g' t_o}{R} - \frac{\alpha_o h}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial \eta}{\partial \theta} T - \gamma 2\pi \cos \theta (g' h)^{1/2} L \right) \right] - \frac{\alpha_o}{2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \left[\frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (4.18)$$

L'equació en estat estacionari correspon a $\partial T / \partial t = 0$ i requereix que la quantitat de calor que es rebi a qualsevol latitud sigui constant en el temps; amb aquest propòsit hem considerat la radiació mitjana anual.

Hem definit condicions de contorn bàsiques a l'equador, $\theta = 0$, de la forma següent:

$$T = T_{eq} \text{ com un valor constant, i} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0. \quad (4.20)$$

En l'expressió anterior, hem definit un límit de latitud inferior de 3° , és a dir, per a latituds inferiors a 3° fixem un paràmetre de Coriolis igual al seu valor a 3° .

4.2.6 Equació de calor simplificada

La forma estacionària de l'equació (4.18) és una equació diferencial de segon ordre relativament complexa que, tanmateix, es podria resoldre en les condicions d'entorn establertes (4.19) i (4.20). La seva resolució, de totes maneres, requereix conèixer l'altura de l'atmosfera $H(\theta)$ i l'elevació de la superfície oceànica $\eta(\theta)$. Hem desenvolupat diversos assajos aplicant expressions analítiques per aquestes variables i els resultats ens mostren que són molt sensibles a les funcions seleccionades (no es presenten). Per tant, hem procedit a

simplificar aquesta equació, mantenint els components advection dominants i recuperant les difusivitats horitzontals (K_a , K_o) per quantificar els components difusius. D'aquesta manera l'equació esdevé independent de les dues funcions desconegudes $H(\theta)$ i $\eta(\theta)$, mantenint separades les contribucions advection i difusives al flux de calor latitudinal.

La primera assumptió és eliminar qualsevol dependència de l'altura de la tropopausa de la latitud. Probablement podríem deduir alguna funció que s'ajustés raonablement a les observacions actuals sobre l'altura mitjana de la tropopausa, però no tenim forma de saber com ha canviat aquesta funció d'altura en el passat o pot canviar en el futur; per tant, eliminem aquesta font de variabilitat. De la mateixa manera considerem que l'elevació de la superfície lliure de l'oceà sigui zero. Aquests dos supòsits fan que tots els gradients de pressió de l'atmosfera i l'oceà siguin efectivament proporcionals als gradients de temperatura. A més, mantenim l'altura de l'atmosfera i la profunditat de l'oceà com a constants, és a dir, les dues capes tenen gruixos constants. Una segona assumptió simplificadora important és substituir (vegeu les equacions 4.10a i 4.15a) les velocitats difusives per difusivitats horitzontals mitjançant:

$$K_a = V_a R \cos \theta \approx K_{a0} \cos \theta, \quad (4.10b)$$

$$K_o = V_o R \cos \theta \approx K_{o0} \cos \theta. \quad (4.15b)$$

on K_{a0} i K_{o0} són els coeficients horitzontals de difusió atmosfèrica i oceànica, respectivament.

Finalment, assumim que els canvis latitudinals de la temperatura i les seves derivades són més grans que els canvis tant de la funció de cobertura terra-oceà com de la funció cosinus, és a dir, $a \frac{\partial \cos \theta}{\partial \theta} T \approx a T \frac{\partial \cos \theta}{\partial \theta} \gg \frac{\partial \cos \theta}{\partial \theta} T \approx a^2 T \frac{\partial \cos \theta}{\partial \theta} + \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \approx a^2 T \frac{\partial \cos \theta}{\partial \theta} + \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \approx a^2 T \frac{\partial \cos \theta}{\partial \theta} + \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta}$

Utilitzant aquestes expressions, la forma estacionària de l'equació (4.18) esdevé:

$$\frac{F(1-a)\sigma T_s^4 \cos^2 \theta}{\pi} - (1-\lambda)\sigma T^4 \cos \theta = \frac{H \lambda_a C_a g' t_a \alpha h}{R^2} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + T \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{H \lambda_a C_a K_a L}{R^3} \cos^2 \theta \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{h \rho C L g' t \alpha h}{4 \pi R^3} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + T \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{h \rho C K L}{R^3} \gamma \cos^2 \theta \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}, \quad (4.21)$$

Que és l'equació a resoldre subjecta a les condicions de contorn (4.19) i (4.20).

4.3 Paràmetres del model

4.3.1 Propietats bàsiques

Per als nostres càlculs ens centrem en la part inferior de l'atmosfera i la part superior de l'oceà, que tindrien temperatures mitjanes anuals similars. Aquestes es corresponen bàsicament amb la capa límit atmosfèrica i la termoclina superior permanent, on es transporta la major part de la calor. També establím valors constants per a la densitat i la calor específica dels dos compartiments, iguals als valors característics de les condicions mitjanes. Els valors de totes aquestes propietats bàsiques es mostren a la Taula 4.1.

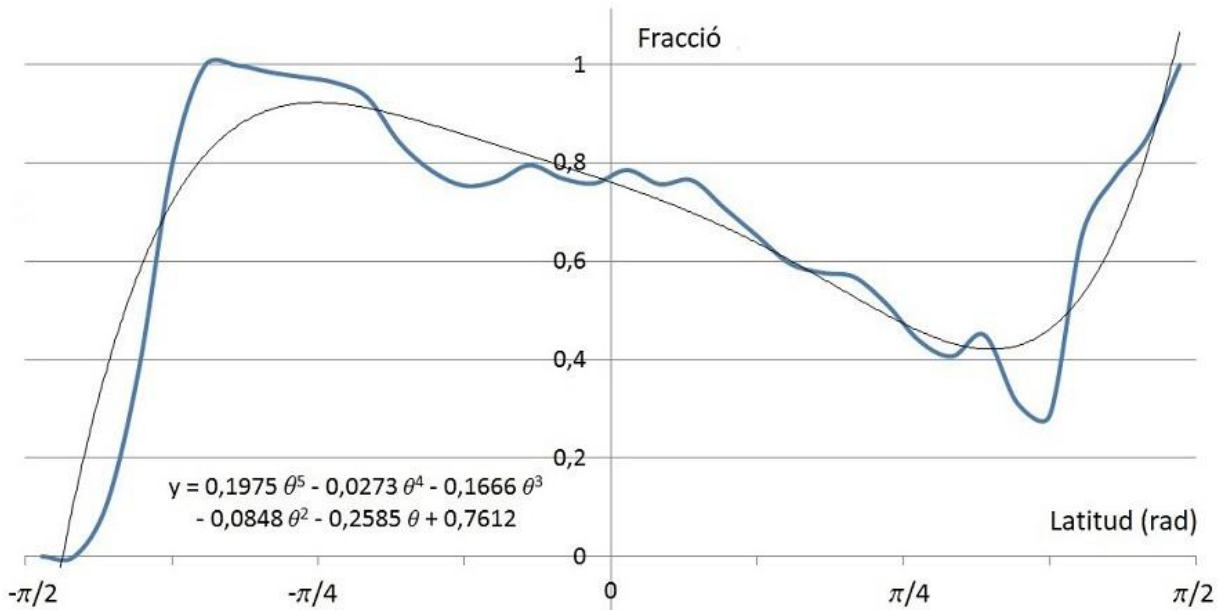
Taula 4.1. Propietats bàsiques dels compartiments atmosfèric i oceànic.

	Atmosfera	Oceà
Densitat, ρ (kg m^{-3})	1,225	1025
Calor específica, C ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1000	4000
Coefficient d'expansió tèrmica, α (K^{-1})	$3,43 \times 10^{-3}$	$0,25 \times 10^{-3}$
Espessor de la capa, h or H (m)	1000	500
Anomalia de densitat, $\delta\rho$ (kg m^{-3})	0,1	1,0
Gravetat reduïda, g' (m s^{-2})	0,8	$9,5 \times 10^{-3}$

Addicionalment, considerarem que la temperatura equatorial (T_e) experimenta canvis lents en el temps (Collins et al., 2013; Fahey et al., 2017; Bohren et al., 2006). Per als nostres càlculs, els hem fixat com a constants i iguals a 297 K durant l'últim màxim glacial, 300 K per a les condicions actuals i 302,5 K i 303,5 K (per als escenaris RCP6.0 i RCP8.5, respectivament) pel final del segle XXI.

4.3.2 Cobertura de terra en funció de la latitud.

Utilitzem dades de Kossina (1921) sobre la distribució latitudinal d'aigua i terra per obtenir una expressió analítica per $\gamma(\theta)$. Un polinomi de cinquè grau proporciona un molt bon ajust a les dades (Gràfic 4.2).



Gràfic 4.2. La fracció $\Upsilon(\theta)$ de la circumferència terrestre que està coberta pels oceans a cada latitud θ . Les dades es mostren en blau i l'ajust polinòmic de cinquè grau es mostra en negre; l'expressió amb l'ajust polinòmic s'inclou com una inserció.

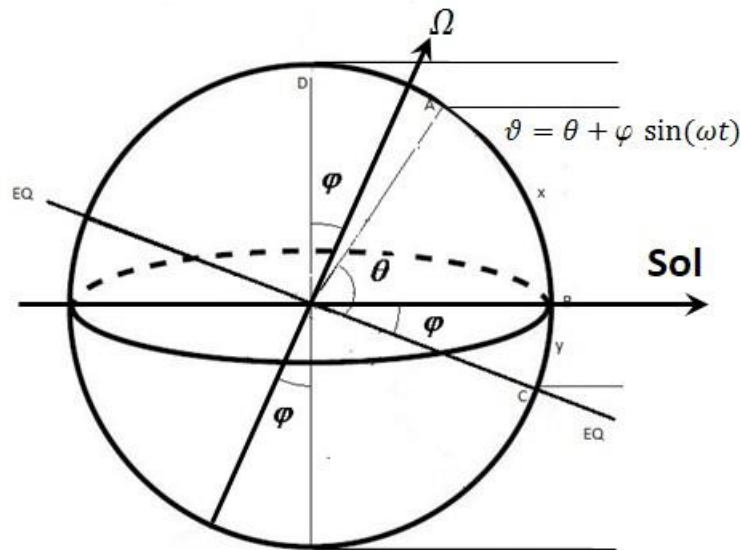
4.3.3 Radiació mitjana anual

La radiació que arriba a la Terra per unitat d'àrea depèn de la latitud real de cada punt i de l'obliquïtat de l'eclíptica, l'angle φ entre el pla equatorial i el pla mitjà descrit pel Sol durant l'any, que actualment és de $23,45^\circ$ (0,409 rad). Per tant, l'angle real de visió del Sol és $\mathcal{G} = \theta + \varphi \sin(\omega t)$, on ω és la velocitat angular de rotació de la Terra, amb un període de 365 dies. En conseqüència, la radiació que arriba a la superfície de la Terra per unitat d'àrea depèn de $\cos^2 \mathcal{G}$ (Gràfic. 4.3).

La radiació solar instantània, per unitat de longitud, per un anell latitudinal complet a una latitud és θ $2R^2 F (1 - a) \sigma T_s^4 \cos^2 \mathcal{G}$. Com que ens interessa analitzar el balanç tèrmic per diferents condicions climàtiques, calcularem les condicions mitjanes anuals. La integració de $\cos^2 \mathcal{G}$ al llarg d'un any ens porta a una radiació mitjana anual que només depèn de l'obliquïtat:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\theta + \varphi \sin \omega t) dt = A \cos(2\theta) + B \quad (4.22)$$

La corresponent radiació mitjana anual és $2R^2 F (1 - a) \sigma T_s^4 \frac{1}{T} [A \cos(2\theta) + B]$. En les condicions actuals ($\varphi = 0,409$) obtenim $A = 0,418$ i $B = 0,500$. Per valors mínims i màxims de l'obliquïtat ($\varphi = 0,386$ i $0,428$), A es transforma en $0,427$ i $0,390$, respectivament i B es manté sense canvis. En particular, durant l'últim màxim glacial (LGM, aproximadament fa 21.000 anys) i ja que la periodicitat de l'obliquïtat és pròxima a 41.000 anys, l'expressió anterior és gairebé exactament la mateixa que en l'actualitat.

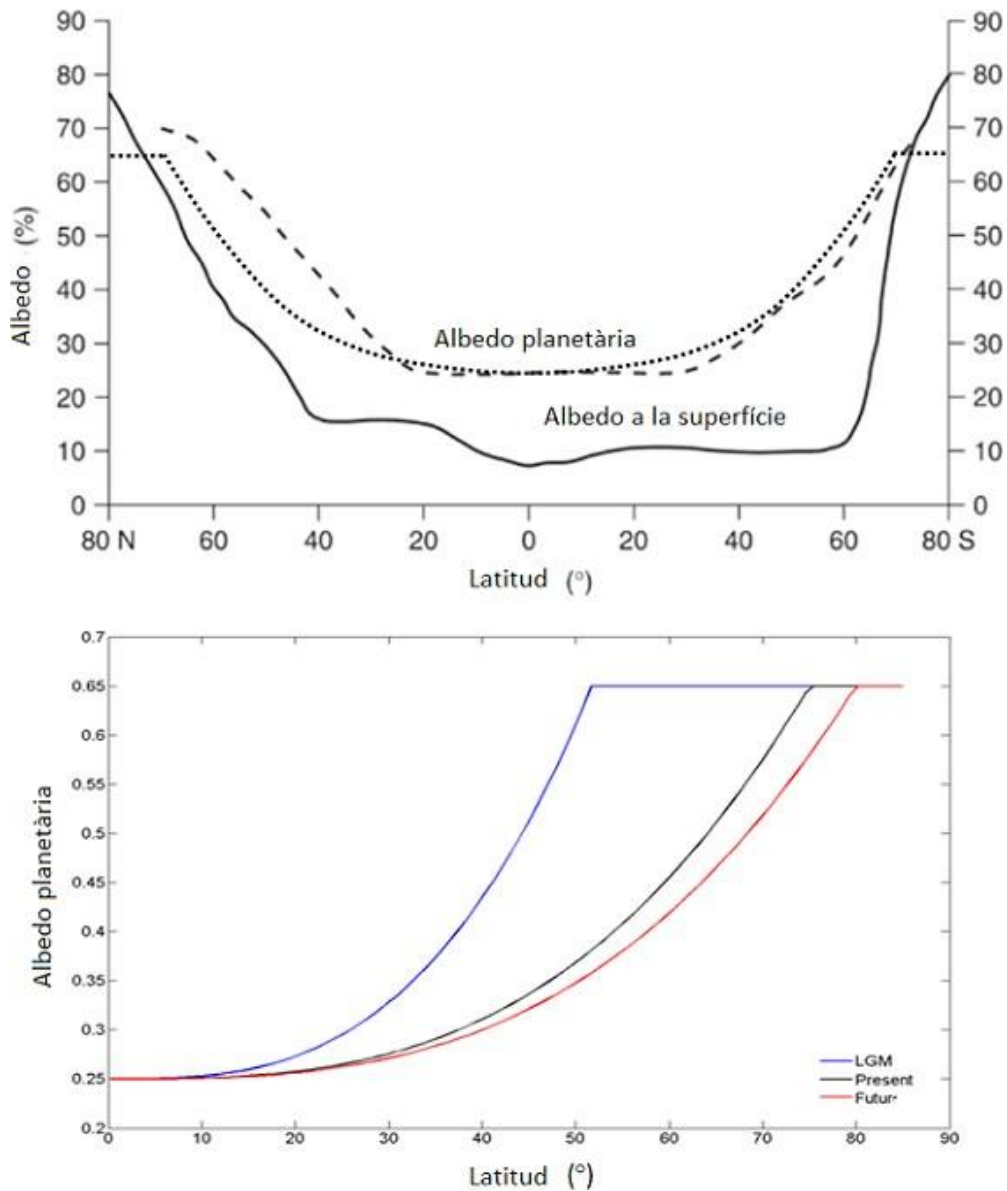


Gràfic 4.3. Il·lustració de l'eix de rotació de la Terra Ω i el seu pla eclíptic. L'esquema també mostra com l'angle ϑ canvia respecte a l'eclíptica al llarg de l'any.

4.3.4 Albedo en funció de la latitud

Podem integrar l'expressió anterior per a la radiació mitjana anual sobre totes les latituds (des de $-\pi/2$ fins a $\pi/2$) i dividir-la per l'àrea de la Terra per obtenir la radiació mitjana anual rebuda a la Terra; clarament aquest valor depèn de l'albedo de la Terra. Tenint en compte les característiques actuals de la superfície i l'atmosfera terrestre, una albedo planetària constant de 0,30 condueix a una radiació mitjana anual de 222 W/m^2 ; aquest valor no està lluny de les observacions reals de 240 W/m^2 (Hansen et al., 2010). La diferència, però, sorgeix a causa de l'augment de l'albedo amb la latitud, precisament en aquelles zones on la insolació que arriba per unitat d'àrea és reduïda. Per fer front a aquesta limitació, seleccionem un valor albedo mínim a l'equador i el deixem augmentar mitjançant una funció inversament proporcional a la latitud. Cogley (1979), per exemple, ha suggerit que l'albedo augmenta inversament proporcional a $\cos \theta$.

Una elecció adequada de l'albedo és fonamental per establir la diferència entre la radiació solar que arriba i la radiació remesa a l'espai. Per aquest motiu, hem construït la nostra pròpia expressió, el més simple possible i que s'ajusti a les observacions. Resulta que un simple valor constant més un terme cúbic proporciona un ajust bastant bo a la majoria de dades de l'hemisferi nord. L'ajust es millora seleccionant l'albedo, per les latituds polar, constant i igual als valors característics de l'albedo de la neu glaçada, (Held and Suarez, 1974). Concretament, Concretament, establim $a = a_h = 0,65$ per $\theta \geq \theta_h$ (Gràfic.4.4).



Gràfic 4.4. (A dalt) Albedos a la superfície (línia sòlida) i albedo planetària (línia discontinua), en funció de la latitud, (Wells, 2012). (A baix) Corbes analítiques de l'albedo en funció de la latitud (LGM, en blau; en negre, present i en vermell, any 2100).

No es coneix quina dependència tenia de la latitud l'albedo en l'últim màxim glacial (LGM) i quina serà aquesta en l'any 2100. Per tant, seguim un plantejament simple que consisteix a assumir la mateixa dependència cúbica respecte a la latitud, però ajustada de forma que l'albedo de la neu glaçada sigui present a latituds diferenciades. (Taula 4.2 i Gràfic 4.4).

Taula 4.2. Albedo i efecte hivernacle en les condicions de l'últim màxim glacial, presents i per al final del nostre segle.

	Últim màxim glacial	Present	Final del segle xxi
Albedo a (latitud en radians)	$0,25 + 0,45220^3 \text{ per}$ $0 < 0,90 (55^\circ),$ $0,5 \text{ per } 0,90$	$0,25 + 0,17830^3 \text{ per}$ $0 < 1,309 (75^\circ),$ $0,5 \text{ per } 1,309$	$0,25 + 0,14700^3 \text{ per}$ $0 < 1,39 (80^\circ),$ $0,5 \text{ per } 1,39$
Efecte hivernacle λ	0,382	0,388	0,406 per RCP6.0 0,413 per RCP8.5

4.3.5 Efecte hivernacle

Obtenim el valor de l'efecte hivernacle actual a partir de la radiació mitjana que arriba a la superfície terrestre, $240,2 \text{ Wm}^{-2}$ (Trenberth et al., 2009; Stephens and Wide, 2012), i la radiació d'ona llarga emesa per la superfície terrestre, que és una funció de la seva temperatura mitjana ($15,0^\circ\text{C}$; Hansen et al., 2010). La fracció d'aquesta radiació d'ona llarga que s'irradia cap a la Terra estableix el factor mitjà d'hivernacle global:

$$S + \lambda \sigma T_s^4 = \sigma T_s^4 \quad (4.23)$$

on $S = 240,2 \text{ Wm}^{-2}$. Fixant $T = 288 \text{ K}$ condueix a $\lambda = 0,388$.

Per obtenir els factors d'efecte hivernacle per al LGM i per a l'any 2100, utilitzem una relació empírica entre la concentració atmosfèrica de diòxid de carboni (CO_2) i la radiació d'ona llarga d'efecte hivernacle (Petty, 2006; Roca and Pelegrí, 2020). D'aquesta manera, a partir de les dades paleoclimàtiques de CO_2 i de les previsions de CO_2 per a dos escenaris climàtics diferents (IPCC, 2015), deduïm que els factors d'efecte hivernacle han estat de 0,382 durant el LGM i poden arribar a 0,406 (escenari RCP6.0) o 0,413 (escenari RCP8.5) a finals d'aquest segle (taula 4.2). S'assumeix que aquests tres valors (0,382, 0,388 i 0,406 / 0,413 per al LGM, moment actual i l'any 2100, respectivament) són constants a tota la Terra.

4.3.6 Temps de fricció i difusivitats horitzontals

Dos paràmetres molt importants en el nostre model són els temps de fricció, que controlen els fluxos advec-tius i els coeficients de difusió horitzontal, responsables de la mescla de les aigües de latituds adjacents. En models numèrics, aquests paràmetres canvien d'un lloc a un altre, depenent de paràmetres com l'energia cinètica del remolí, l'estratificació vertical i la velocitat dels corrents de fons. Malgrat això, aquest enfocament no és possible en el nostre model idealitzat, on les propietats s'integren al llarg de bandes latitudinals. Es requereix una aproximació diferent, que a continuació es descriu breument.

Sovint es pensa que els coeficients de difusió reflecteixen la capacitat dels remolins de qualsevol mida per barrejar calor i altres propietats de l'aigua (Cole et al., 2015; Roach et al., 2018). En el nostre model con-

ceptual, aquests coeficients reflecteixen la capacitat dels girs transoceànics de barrejar propietats latitudinalment. A l'oceà equatorial, on el flux està dominat per jets zonals, preveiem que la difusió latitudinal sigui mínima. D'altra banda, els corrents de frontera es tornen més inestables amb la latitud i el temps de circulació és molt més curt en el gir subpolar que en el gir subtropical. Per aquests motius, ens hem permès augmentar la difusió horitzontal latitudinal amb la latitud; diverses proves de sensibilitat han demostrat que un augment lineal amb la latitud condueix a resultats coherents amb les observacions. (Taula 4.3).

Taula 4.3. Temps de fricció i difusivitats horitzontals per l'atmosfera i l'oceà.

t_a (s)	$1 \times 10^5 + 3.5 \times 10^5 \theta$
t_o (s)	$8.4 \times 10^8 + 2.1 \times 10^9 \theta$
K_{ao} ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)	$5.0 \times 10^5 + 3.5 \times 10^7 \theta$
K_{oo} ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)	$5.0 \times 10^4 + 1.5 \times 10^5 \theta$

Pel que fa als temps de fricció atmosfèrics i oceànics, t_a i t_o , es poden interpretar com el temps de decaïment natural o el lapse de temps necessari perquè la velocitat tangencial d'un remolí bidimensional disminueixi en un factor e^{-1} (apartat 4.2.3.1). A l'atmosfera, els temps característics de decaïment són de l'ordre de dies, mentre que a l'oceà ho són de l'ordre de mesos (Taula 4. 2). Seguint arguments similars com els explicats per als coeficients de mescla, hem imposat a més que, per a latituds baixes i intermèdies, aquests temps de decaïment augmentin linealment amb la latitud.

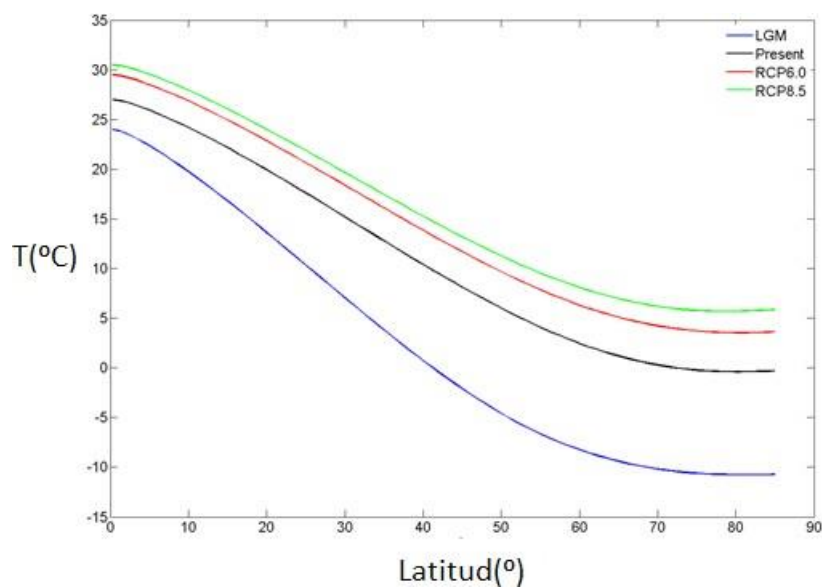
4.4 Resultats

En aquesta secció es presenta la temperatura mitjana anual i els fluxos energètics anuals integrats, obtinguts del model, per l'últim màxim glacial (LGM), les condicions actuals i les condicions de final del segle XXI (pels escenaris RCP6.0 i RCP8.5). Els fluxos d'energia són els associats als sis termes de l'equació (4.21), que representen l'energia entrant i sortint per unitat d'àrea i unitat de temps. Els dos termes de l'esquerra de l'equació (4.21) són la radiació d'ona curta (SW) que arriba a la superfície de la Terra i la radiació emesa d'ona llarga (LW) que surt cap a l'espai exterior. Els quatre termes del costat dret de la mateixa equació representen les contribucions associades al canvi latitudinal del flux de calor, que es deriva de la difusió i advecció atmosfèriques (els dos primers termes) i la difusió i advecció a l'oceà (els dos darrers termes).

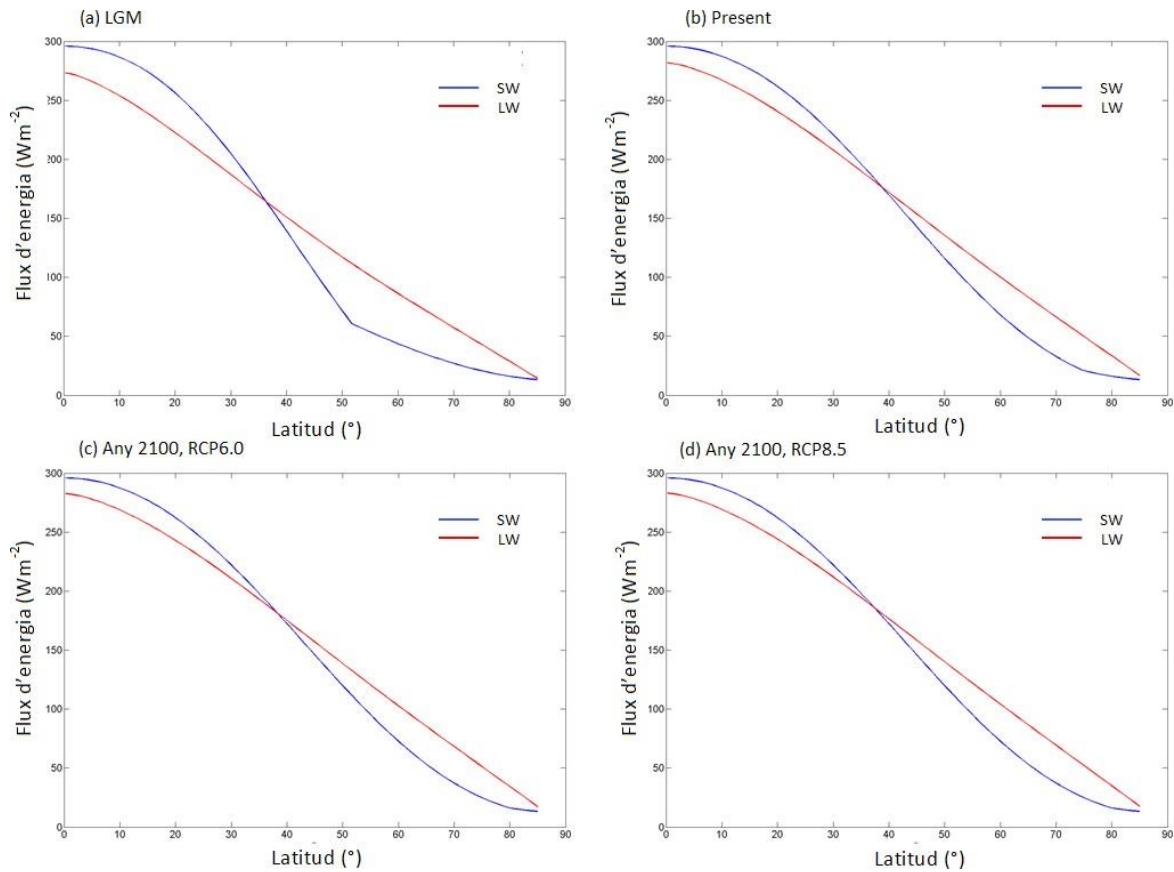
En qualsevol cas, la temperatura té un màxim a l'equador, tal com era esperable a causa de la imposició com a condició d'entorn que la primera derivada fos igual a zero a la latitud $\theta = 0$, i assoleix aproximadament a prop dels pols, com era previsible, un mínim. (Gràfic 4. 5). Aquest mínim no s'imposa com a condició inicial, sinó que és el resultat del model i que mostra la seva robustesa. Els canvis temporals en les distribucions de temperatura responen a l'augment de la temperatura a l'equador, que s'ha predeterminat que oscil·la entre els 24 °C en l'últim màxim glacial (LGM) i els 30,5 °C de l'any 2100 en l'escenari RCP8.5. Tanma-

teix, observem que aquest augment de 6,5 °C a l'equador es tradueix en un canvi molt més gran a les altes latituds (16,5 °C), fet que reflecteix clarament la rellevància dels canvis en l'albedo i l'efecte hivernacle (Gràfic 4.5)

L'entrada d'energia d'ona curta (SW) depèn només de l'albedo (a). A les latituds intermèdies, l'albedo disminueix des de l'últim màxim glacial (LGM) fins a l'actualitat i més encara per les condicions de final del segle (Fig. 4.4), i dona lloc consegüentment a l'augment de la quantitat de radiació que arriba a la superfície de la Terra (Fig. 4.6). En canvi, l'energia d'ona llarga emesa a l'espai exterior (LW) depèn directament del factor d'hivernacle (λ) i indirectament de la distribució de la temperatura. Com més gran sigui l'efecte hivernacle (λ) menor és la fracció de radiació d'ona llarga LW que s'escapa de l'atmosfera, i produeix un augment local de la temperatura i una transferència d'energia cap a latituds més altes, mitjançant els termes advection-difusius i, per tant, es tradueix en un augment de temperatura a latituds altes.

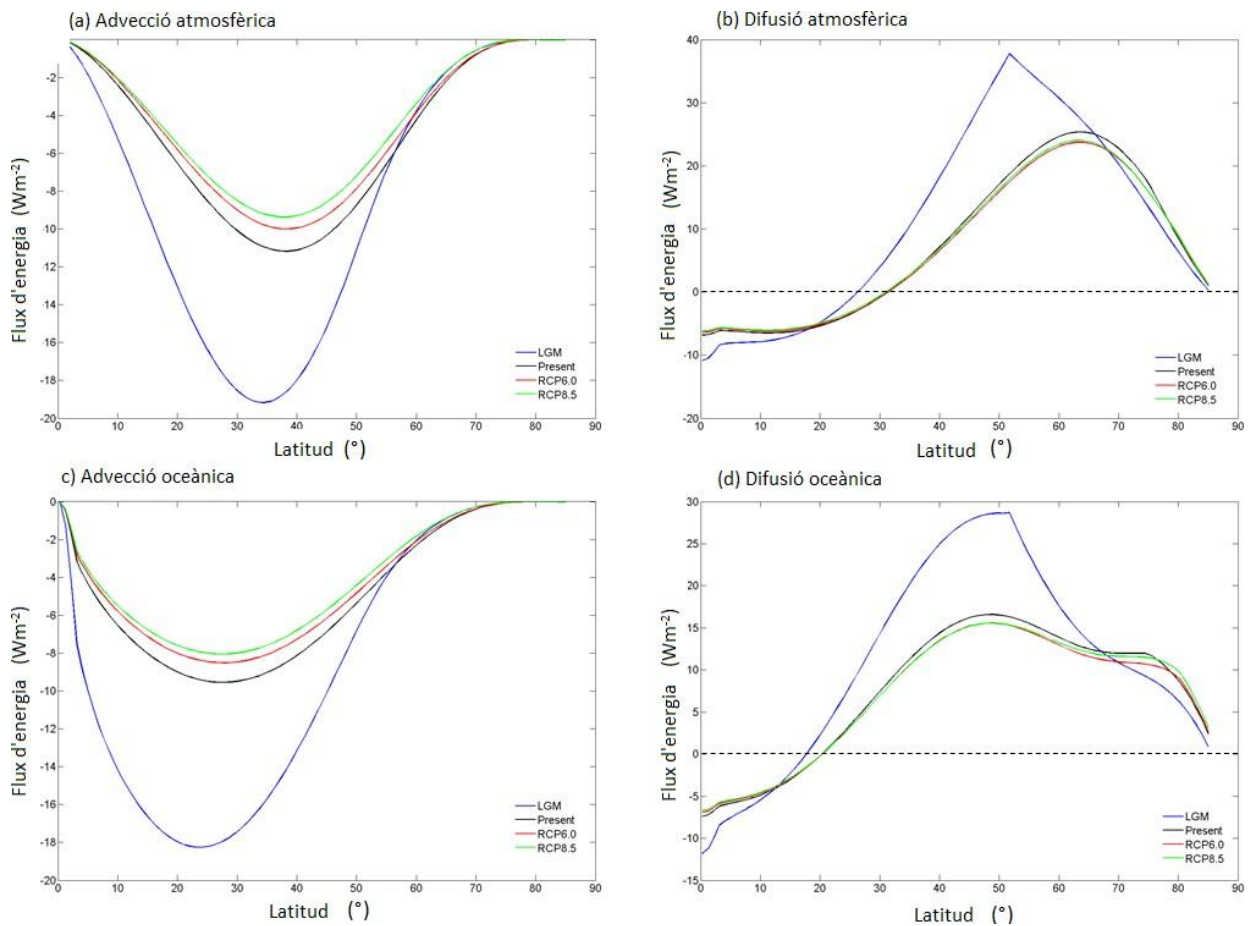


Gràfic 4.5. Distribució prevista de la temperatura en funció de la latitud (LGM, línia blava. Present, línia negra. Any 2100, escenari RCP6.0, línia vermella. Any 2100, escenari RCP8.5, línia verda).



Gràfic 4.6. Radiació mitjana anual d'ona curta (SW) que arriba a la superfície terrestre i radiació d'ona llarga (LW) emesa a l'espai (energia per unitat d'àrea i de temps; Wm^{-2}) en funció de la latitud. Els panells corresponen a les condicions de (a) l'últim màxim glacial (LGM), (b) present, (c) any 2100 en l'escenari RCP6.0 i (d) l'any 2100 en l'escenari RCP8.5.

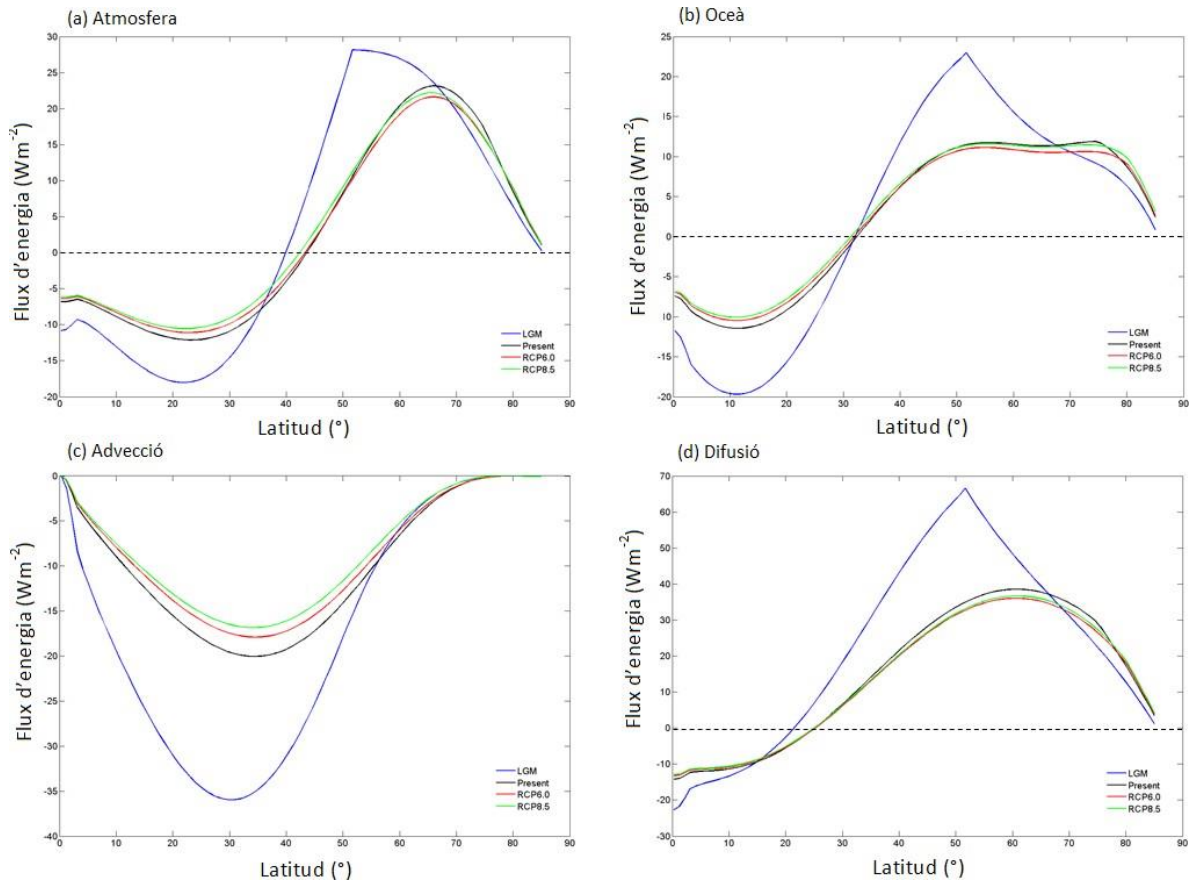
La contribució de cadascun dels quatre fluxos d'energia advection i difusa es presenta al Gràfic 4.7. Els termes advection representen, en tot moment, una sortida d'energia a latituds baixes i intermèdies, mentre que els termes difusius representen una absorció d'energia a latituds baixes i una aportació d'energia a latituds intermèdies i altes. De forma aproximada, els termes advection atmosfèrics i oceànics són de dimensió similar, i els termes difusius són aproximadament el doble a l'atmosfera que a l'oceà.



Gràfic 4.7. Fluxos d'energia latitudinals (energia per unitat d'àrea i de temps; Wm^{-2}), com a resultat del canvi latitudinal del flux de calor associat a (a) advecció atmosfèrica, (b) difusió atmosfèrica, (c) advecció oceànica i (d) difusió oceànica. Valors positius (negatius) indiquen guany (pèrdua) d'energia per unitat d'àrea i temps en la corresponent banda latitudinal.

És notable com els termes advectionals, absorbint energia, cauen quasi a la meitat entre l'últim màxim glacial (LGM) i l'actualitat, mentre que només disminueixen un 20% entre el moment present i el final de la centúria. (Gràfic 4.7 a,c). Una cosa semblant passa amb els termes difusius a les latituds intermèdies, com a aportació d'energia, entre LGM i l'actualitat; per altra banda, el model prediu variacions menors per aquestes contribucions difusives per al que resta de segle. (Gràfic 4.7 b,d). De forma general, podem dir que els fluxos latitudinals d'energia eren molt més intensos en el període glacial que en l'actualitat i, fins i tot, més intensos del que poden arribar a ser en aquest segle, caracteritzats en aquell cas per una gran transferència de calor des de les baixes latituds a les intermèdies.

Podem utilitzar els resultats anteriors per estudiar, per separat, les contribucions atmosfèriques i oceàniques (Gràfic 4.8 a,b). Els resultats mostren com l'atmosfera i l'oceà tenen distribucions similars de fluxos d'energia, tot i que els valors atmosfèrics són substancialment més grans en el moment actual i en el futur previsible per latituds per sobre dels 50° . Els grans valors negatius per latituds inferiors a 40° , conjuntament amb valors baixos de SW entre 40° i 60° , a causa de l'alta albedo, expliquen la ràpida caiguda amb la latitud. (Gràfic 4.5). De forma explícita, el model mostra com els fluxos eren molt més intensos en el període LGM, excepte per latituds superiors a 70° .



Gràfic 4.8. Fluxos latitudinals d'energia (per unitat d'àrea i de temps; Wm^{-2}), com a resultat del canvi latitudinal de flux de calor associat a (a) advecció i difusió atmosfèriques, (b) advecció i difusió oceàniques, (c) adveccions oceànica i atmosfèrica i (d) difusions oceànica i atmosfèrica. Valors positius (negatius) indiquen guany (pèrdua) d'energia, per unitat d'àrea i de temps, en la corresponent banda latitudinal.

Finalment, podem analitzar els fluxos advectius i difusius, considerats conjuntament a l'atmosfera i l'oceà. (Gràfic 4.8 c,d). En les regions tropicals i subtropicals el flux d'energia és negatiu per compensar l'excés net de radiació ($\text{SW} > \text{LW}$), i s'aconsegueix mitjançant tant per l'advecció com per la difusió fins aproximadament els 20° de latitud i ja només per l'efecte de la difusió entre 20° i 30° . Entre aproximadament 30° i 40° els valors negatius de l'advecció i positius de la difusió, pràcticament es compensen. La difusió positiva és dominant a partir dels 40° de forma suficient per compensar la radiació negativa SW-LW .

La discontinuïtat en la primera derivada de l'albedo (Gràfic 4.4) és la causa de la forma en pic dels fluxos de calor difusius, que és particularment evident en el període LGM, a causa del fet que l'albedo arriba a un valor constant als 55° de latitud. Això es podria resoldre fàcilment amb una suavització d'aquesta discontinuïtat, però creiem que, com que aquest és un model d'estudi de processos, no és necessari.

4.5 Conclusions

La distribució latitudinal de la temperatura és un delicat equilibri entre la radiació d'ona curta entrant (SW), controlada per l'albedo, la radiació d'ona llarga (LW) que escapa a l'espai, regulada per l'efecte hivernacle

i la capacitat del sistema oceà-atmosfera per transferir a altes latituds l'excés de calor radiativa que es produeix a latituds baixes. Entre aquests tres fluxos: el d'entrada (SW), el de sortida (LW) i el transport latitudinal, el menys ben definit és la transferència de calor latitudinal a latituds més altes, ja que depèn de paràmetres locals com són la difusió horitzontal i la fricció interfacial/inferior.

El nostre model, basat en mitjanes zonals, no permet imposar paràmetres amb distribucions espacials específiques. Més aviat, ens veiem obligats a imposar valors zonals mitjans. Això és un desavantatge, però també una fortalesa, ja que ens permet explorar la resposta del model als canvis a gran escala. Per tant, hem establert una distribució latitudinal dels temps de decaïment i coeficients de difusió latitudinal que proporciona una solució raonablement concordant amb les observacions i hem utilitzat aquestes mateixes funcions per explorar com la transferència de calor es reparteix entre l'atmosfera i l'oceà i, també, en contribucions advectives i difusives. A més, mantenint les mateixes distribucions dels paràmetres, podem investigar no només les distribucions de temperatura passades i futures, sinó també l'evolució temporal de les diverses contribucions als fluxos de calor latitudinals.

Els resultats del model mostren la seva alta dependència de la temperatura equatorial (T_e), ja que aquesta estableix el balanç radiatiu a la regió tropical i, per tant, la quantitat de calor que s'ha de transferir a les latituds més altes. Utilitzant temperatures equatorials realistes per a les condicions actuals ($T_e = 27^\circ \text{C}$), el model mostra que SW és igual a LW, també, a latituds realistes, uns $35\text{-}40^\circ$. A més, el model condueix, naturalment, a un mínim de temperatura al pol, coherent amb la realitat.

A causa de la baixa temperatura equatorial en l'època glacial, l'excés energètic equatorial i tropical va ser el més gran durant l'últim màxim glacial (LGM), però també passa que en aquest moment l'energia es va transferir de manera molt eficient cap a latituds més altes, mitjançant moviments difusius, però majoritàriament, advectius. L'albedo resulta ser molt important en el control de la distribució de la temperatura latitudinal. En els nostres experiments numèrics, durant LGM, l'albedo augmenta ràpidament en latituds intermèdies. Això va fer que el sistema incorporés molta menys energia a aquestes latituds; aquesta situació va permetre que la transferència de calor latitudinal advectiva glacial, malgrat la seva alta intensitat, no fos suficient per aturar la ràpida disminució de la temperatura amb la latitud.

El canvi en l'albedo, amb el pas del temps, des de LGM fins a l'any 2100, ha estat i serà molt important. Si consideréssim només l'impacte de la temperatura equatorial, T_e , respecte l'efecte hivernacle λ , trobaríem que el canvi entre LGM i l'actualitat en λ té un menor efecte que l'increment de T_e , és a dir, la relació entre els efectes hivernacle de LGM i de l'actualitat és $0,388/0,382 = 1,02$ mentre que la relació de temperatures és $(300/297)^4 = 1,04$. Això significa que durant el cicle complet de desglac l'augment en l'efecte hivernacle no va ser suficient per compensar (retenint calor) l'augment de LW associat a l'increment de temperatura equatorial (alliberant calor a l'atmosfera).

Al final de la centúria, els impactes dels canvis en l'efecte hivernacle i els canvis en la temperatura s'igualen, és a dir, $0,413/0,382 = 1,08$ i $(303/297)^4 = 1,08$. Per tant, futurs augments en l'efecte hivernacle λ , poden capgirar la desigualtat anterior, contribuint a incrementar la quantitat de calor retinguda pel sistema, però fins al final d'aquest segle l'albedo juga el paper més decisiu en la distribució de temperatura. En particular, els valors de l'albedo en latituds tropicals i intermèdies eren 10-50% més elevats durant l'últim màxim glacial que en el moment present. Probablement aquesta va ser la causa generadora de les baixes temperatures equatorials durant aquest màxim glacial.

5 Conclusions generals

Aquesta tesi ha suposat un esforç i un repte per desenvolupar eines senzilles, basades en principis dinàmics i termodinàmics fonamentals, que ens permetin explorar com els diferents processos convectius i de transferència de calor influencien el clima del planeta. Aquestes eines han estat models idealitzats que, simplificant notablement la variabilitat espacial de les propietats tèrmiques i circulatòries, se centren en la quantificació dels principals fluxos calòrics entre els compartiments que componen el model específic. La variabilitat espacial o geogràfica és molt simple, definida en forma de caixes homogènies regionals o com a bandes latitudinals discretes o infinitesimals que envolten el planeta. Els models, atenent a la circulació del sistema oceà-atmosfera, quantifiquen els fluxos de calor i/o de massa entre els compartiments esmentats. Això permet determinar la importància relativa de les diverses contribucions i alhora permet explorar la sensibilitat del sistema a variacions passades i futures dels paràmetres reguladors.

A l'inici de la tesi ens proposàvem mostrar amb models bàsics, sense apriorismes condicionants dels resultats, com els fluxos en el sistema oceà-atmosfera condicionen el clima planetari. Els resultats, amb tres models molt idealitzats, mostren que això és més que possible, que aquests models encara ens poden donar moltes lliçons sobre els mecanismes fonamentals que regeixen el clima del sistema Terra, més encara tenint en compte que els models no han estat *tunejats* per conduir a determinats resultats,

Els tres models presentats mostren l'elevada fragilitat del clima: variacions menors dels paràmetres que modulen els fluxos de calor, tant en l'oceà com en l'atmosfera, tenen el potencial d'afectar seriosament el clima de grans regions de la Terra. Així, com es mostra en un primer model, alteracions relativament menors en la salinitat i la temperatura i/o en la intensitat de l'evaporació-precipitació tenen el potencial d'alterar la circulació meridional global. En un segon model es demostra que el clima de la Terra està en gran mesura controlat per les variacions de l'albedo i l'efecte hivernacle, que poden modificar profundament el balanç radiatiu local i, com a conseqüència, la distribució latitudinal de calor. El tercer model, malgrat la seva simplicitat, ja ens mostra l'extrem grau de complexitat i d'interacció entre els diferents processos (radiatius, advection i difusius), de forma que lleus modificacions d'alguns dels paràmetres que representen la intensitat de cadascun dels processos tenen l'efecte de variar profundament els fluxos i la distribució latitudinal tèrmica. Els resultats de tots tres estudis assenyalen la possibilitat de grans alteracions del clima amb canvis relativament moderats dels forçaments, que tenen una gran rellevància sobre els mecanismes de redistribució latitudinal de la calor. En particular, el segon model assenjala tendències molt clares i en sintonia amb les observacions, obtingudes sense cap tipus de modulació o reajustament dels paràmetres de control, i el tercer model ens demostra com aquests canvis resulten de comportaments dispersos en els termes de transferència advection i difusiva.

Al marge de les conclusions generals abans esmentades, la tesi ens ha permès arribar a unes conclusions específiques o pròpies de cadascun dels tres treballs desenvolupats. En cadascun d'aquests treballs s'ha desenvolupat un model amb atributs diferents, que han suposat una aproximació progressiva al balanç energètic de la Terra. Hem començat amb un primer model extremadament idealitzat, on dues caixes estan connectades mitjançant un procés de recirculació superficial-profunda, exclusivament forçat per les diferències en els patrons de precipitació i evaporació entre les dues caixes. Aquest primer model és totalment autocontingut, en el sentit que no inclou l'intercanvi de calor fora del sistema Terra mitjançant fenòmens radiatius, processos que sí que s'analitzen en els dos treballs següents. A continuació hem passat a un model de tres bandes latitudinals de temperatures i amplades variables, on cadascuna d'elles representa una regió climàtica, composta per oceà i atmosfera, que es troba en equilibri. No ens hem interessat en les característiques del medi que constitueix aquestes bandes ni en la quantitat de calor que poden emmagatzemar, sinó que ens hem centrat en el seu (des)balanç radiatiu —radiació solar incident i radiació terrestre emesa— que dona peu a fluxos latitudinals de calor. El problema s'ha tancat mitjançant una condició de maximització d'aquests fluxos. Finalment, hem desenvolupat un tercer model idealitzat, d'un planeta cobert per capes homogènies d'oceà i atmosfera amb una mateixa temperatura. Cada latitud adquireix una certa temperatura que dona peu a un desbalanç en els termes radiatius —energia d'ona curta que arriba del sol i energia d'ona llarga emesa per la Terra— que es compensa gràcies al transport latitudinal de calor en forma de fluxos advectionals i difusius, tant a l'oceà com a l'atmosfera. Hem fet servir balanços idealitzats de moment per tal de donar forma matemàtica a aquests fluxos advectionals i difusius, que ens han conduït a una equació diferencial ordinària de segon ordre que es pot resoldre a partir d'unes condicions de contorn a l'equador.

En relació amb el primer treball —Anàlisi d'escenaris de circulació meridional global mitjançant un model de caixes— la principal conclusió ha estat determinar quina és la dependència de la circulació meridional global pel que fa al balanç hídric a baixes i altes latituds de l'oceà. Aquest balanç hídric determina no sols els fluxos de massa sinó també, i molt especialment, l'extracció o addició de calor latent i la major o menor dilució salina. A partir d'unes condicions inicials de salinitat i temperatura a baixes i altes latituds, i en la presència d'un cert patró de circulació meridional profunda, s'estableixen uns fluxos latitudinals de calor i sal que desemboquen en l'evolució del sistema envers uns valors finals, estables, de temperatura i salinitat. Depenent de la magnitud dels canvis, s'identifica si el sentit de circulació del sistema original és estable o si, alternativament, es podria arribar a invertir. El model és totalment autocontingut, en tant que pressuposa que l'excés de precipitació sobre evaporació a unes latituds (altes o baixes) es tradueix en la situació contrària en altres latituds. També pressuposa que els fluxos latitudinals responen solament a aquest desbalanç hídric. El model, sense modificacions fonamentals, podria incorporar aquests desbalanços radiatius i fluxos latitudinals més intensos però això requeriria imposar-los com a paràmetres externs. Malgrat aquestes importants idealitzacions, el model aporta llum al que podríem considerar que són escenaris estables i inestables del sistema Terra.

Al segon treball —Anàlisi de la distribució tèrmica planetària mitjançant un model de tres zones geogràfiques latitudinals i maximització del flux de calor entre elles— s'evidencia la gran sensibilitat del balanç

radiatiu a l'albedo, l'efecte hivernacle i la temperatura de la regió tropical. Els canvis d'aquests paràmetres, dins de valors realistes per situacions que van des del darrer màxim glacial fins a la situació prevista a finals d'aquest segle, ocasionen clares modificacions en els límits latitudinals i les temperatures de les regions tropicals, temperades i subpolars. En particular, els resultats ens mostren que a finals del segle xxi la Terra experimentarà canvis molt importants. Aquests efectes seran màxims a latituds elevades, on la reducció de l'albedo i l'increment dels gasos hivernacles actuaran en la mateixa direcció per ocasionar un increment de temperatura molt rellevant; en contrast, a latitud baixes i intermèdies els efectes seran menors perquè l'albedo i l'efecte hivernacle actuen en direcció oposada. Els resultats també mostren que increments relativament petits en la temperatura tropical podrien ocasionar una important disminució dels canvis a latituds intermèdies i altes. El treball també posa en relleu l'efecte de la declinació de la Terra i demostra les grans possibilitats de la teoria constructiva per analitzar i estudiar fenòmens físics i biològics.

Finalment, en el tercer treball —Anàlisi de la distribució tèrmica planetària mitjançant un model de cobertura completa d'oceà i atmosfera— hem fet una aproximació complementària a la del segon treball. En comptes d'integrar el balanç radiatiu sobre grans bandes latitudinals i calcular els fluxos d'energia que maximitzen el transport latitudinal de calor, hem considerat el balanç radiatiu en bandes latitudinals infinitesimals i hem obtingut expressions explícites dels transports advectionals i difusius a l'oceà i l'atmosfera. Aquesta aproximació ha portat a una equació diferencial de segon ordre que, un cop resolta numèricament, ens ha permès obtenir una distribució latitudinal de la temperatura i de les diferents contribucions al flux latitudinal de calor. A més dels paràmetres radiatius (albedo i factor hivernacle), el model requereix especificar els coeficients de difusió latitudinal i temps de decaïment als compartiments atmosfèric i oceànic. Aquests coeficients s'han obtingut mitjançant criteris qualitius, que suposen que advecció i difusió augmenten amb la latitud, i un simple procés de calibratge dels resultats amb observacions actuals. Un cop aquests paràmetres són determinats, sota la suposició que són invariants i tot utilitzant els valors d'albedo i factor hivernacle disponibles a la literatura, el model s'aplica a tres escenaris diferents: darrer màxim glacial, condicions actuals i condicions previstes per a finals d'aquest segle. El patró de canvis latitudinals de la temperatura és similar en tots els casos, encara que els gradients se suavitzen amb el temps, especialment entre el darrer màxim glacial i la situació actual. Els termes advectionals són els principals responsables d'extreure l'entrada radiativa de calor a baixes latituds i els termes difusius són els principals culpables d'incorporar-los a altes latituds. Malgrat que el patró del canvi latitudinal de temperatura no es modifica substancialment, sí que s'aprecia que tant els termes advectionals com difusius es debiliten amb el temps, amb canvis notables entre l'últim màxim glacial i avui dia, i modificacions més minses fins a finals d'aquest segle. El model evidencia l'escalfament progressiu del planeta i la dependència d'aquesta tendència no sols en els paràmetres radiatius (albedo i efecte hivernacle) sinó també en la dinàmica dels corrents i vents latitudinals, responsables de la redistribució interna de l'energia planetària.

Com dèiem a l'inici d'aquest capítol final, els nostres models, molt idealitzats i només fonamentats en conceptes bàsics, són una eina útil per anticipar la resiliència i sensibilitat del clima planetari davant de canvis

passats i futurs. En tots tres models apreciem que la Terra evoluciona envers un nou sistema estable. La magnitud dels canvis interns del sistema, especialment la cobertura de la litosfera i criosfera (albedo) i la capacitat de l'atmosfera per deixar escapar l'emissió radiativa d'ona llarga (gasos d'efecte hivernacle), són els que determinaran la magnitud dels canvis. En tant que aquests dos factors són el resultat de l'activitat humana, podem dir sense temor a equivocar-nos que estem immersos de ple en aquesta nova època geològica que anomenen l'Antropocè. Som nosaltres, i el nostre estil de societat, el que determinarà quin serà el clima que viuran els nostres descendents. Podran ells, com Espriu, dir: *he mirat aquesta terra?*

Referències

Andry, O., Bintanja, R. and Hazeleger, W. (2017). Time-dependent variations in the Arctic's surface albedo feedback and the link to seasonality in sea ice. *Journal of Climate*, 30, 393-410.

Bejan, A. (1997a). Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40, 799-811.

Bejan, A. (1997b). Theory of organization in Nature: pulsating physiological processes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40, 2097-2104.

Bejan, A. (2000a). From heat transfer principles to shape and structure in nature: Constructal theory. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 122, 430-449.

Bejan, A. (2000b). *Shape and Structure, from Engineering to Nature*. Cambridge University Press, Cambridge, 324 p.

Bejan, A. and Errera, M.R. (1997). Deterministic tree networks for fluid flow: Geometry for minimal flow resistance between a volume and one point. *Fractals*, 5, 685-695.

Bejan, A. and Lorente, S. (2010). The constructal law of design and evolution in nature. *Philosophical Transactions of the Royal Society. Biological Sciences*, 365, 1335-1347.

Bejan, A. and Lorente, S. (2011). The constructal law and the evolution of design in nature. *Physics Life Review*, 8, 209-240.

Bejan, A. and Reis, A.H., (2005). Thermodynamics of optimization of global circulation and climate. *International Journal of Energy Research*, 29, 303-316.

Bender, F., Rodhe, H., Charlson, R.J, Ekman, A.M.L. and Loeb, N. (2006). 22 views of the global albedo – Comparison between 20 GCMs and two satellites. *Tellus, Dynamic Meteorology and Oceanography*, 58A, 320-330.

Birchfield, G.E. (1989). A coupled ocean-atmosphere climate model. *Climate Dynamics*, 4, 57-71.

- Biri, S., Scharffenberg, M.G. and Stammer, D. (2015). A probabilistic description of the mesoscale eddy field in the ocean. *Journal of Geophysics Research Oceans*, 120 4778-4802.
- Bohren, C.F. and Clothiaux, E. (2006). Emissivity and global warming, section 1.6 a. *Fundamentals of Atmospheric Radiation*. Chichester, John Wiley & Sons, 31–41.
- Bryden, H.L., and Kinder, T.H., (1991). Steady two-layer exchange through the Strait of Gibraltar. *Deep-Sea Research*, 38-1, S445-S463.
- Budyko, M.I. (1969). The effect of solar radiation variations on the climate of the Earth. *Tellus*, 21, 611-619.
- Clausse, M., Meunier, F., Reis, A.H. and Bejan, A. (2012). Climate change, in the framework of the constructal law. *International Journal of Global Warming*, 4, 242-260.
- Cogley, J. G. (1979). The albedo of water as a function of latitude. *Monthly Weather Review*, 107, 775-781.
- Cole, S.T., Wortham, C. Kunze, E. and Owens, W.M. (2015). Eddy stirring and horizontal diffusivity from Argo float observations: Geographic and depth variability. *Geophysics Research, Letter* 42, 3989–3997.
- Collins, M., Knutti, R., Arblaster, J. et al. (2013). Long-term climate change: projections, commitments and irreversibility, in *Climate Change 2013: The Physical Science Basis*, contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Edited by T.F. Stocker, et al., pp. 1029-1136, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., and New York, NY, USA.
- Ellis, R. and Palmer, M. (2016). Modulation of ice ages via precession and dust-albedo feedback. *Geosciences Frontiers*, 7-6, 891-909.
- Fahey, D.W., Doherty, S.J., Hibbard, K.A., Romanou, A. and Taylor, P.C. (2017). Physical drivers of climate change. *Climate Science Special Report: Fourth National Climate Assessment*. Volume I, edited by D.J. Wuebbles, et al., 73-113, U.S. Global Change Research Program, Washington, DC, USA.
- Feulner, G., Rahmstorf, S., Levermann, A. and Volkwardt, S. (2013). On the origin of the surface air temperature difference between the hemispheres in Earth's present-day climate. *Journal of Climate*, 26, 7136-7150.
- Gill, A. (1982). *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press, San Diego, 662 p.

- Hansen, J., Ruedy, R., Sato, M. and Lo, K. (2010). Global surface temperature change. *Reviews of Geophysics*, 48, 4.
- Held, I.M., and Suarez, M.J. (1974). Simple albedo feedback models of the icecaps. *Tellus*, 6, 613-629.
- Hogg, A.McC. (2008). Glacial cycles and carbon dioxide: A conceptual model. *Geophysical Research Letters*, 35,L01701.
- Hopkins, T.S. (1999). The thermohaline forcing of the Gibraltar exchange. *Journal of Marine Sciences*, 20, 1-31.
- Houghton, H.G. (1985). *Physical Meteorology*. MIT Press, Cambridge, MA, 442 p.
- Huang, R.X. and Guan, Y.P., (2008). Stommel's box model of thermohaline circulation revisited. *Journal of Physical Oceanography*, 38, 909-017.
- Huang, R.X., et al., (1992). Multiple equilibrium states in combined thermal and saline circulation. *Journal of Physical Oceanography*, 22, 231-246.
- Hummel, J.R. and Reck, R. (1979). A global surface albedo model. *Journal of Applied Meteorology*, 18, 239-253.
- Knudsen, M. (1900). Ein hydrographischer lehrratz. *Annalen der hydrographie und maritimen meteorologie*, 316–321.
- Kossina, E. (1921). Die tiefen des weltmeeres. *Geographie naturwiss*, 9, 70 p.
- Le Quéré, C., Andrew, R.M., Friedlingstein, P. et al. (2018). Global carbon budget 2018. *Earth System Science Data*, 10, 2141-2194.
- Lenssen, N., Schmidt, G., Hansen, J., Menne, M., Persin, A., Ruedy, R. and Zyss, D. (2019) Improvements in the GISTEMP uncertainty model. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 124, 6307-6326.
- Lüthi, D., Le Floch, M., Bereiter, B. et al. (2008). High-resolution carbon dioxide concentration records 650,000–800,000 years before present. *Nature*, 453, 379-382.
- McKnight, T., and Hess, D. (2000). *Climate Zones and Types. Physical Geography: A Landscape Appreciation*. Chapter 8. Prentice Hall, 6th edition.

Peixoto, J.P. and Oort, A.H. (1992). *Physics of Climate*. Springer-Verlag, N.Y., 520 p.

Pelegrí, J.L. (2008). A physiological approach to oceanic processes and glacial-interglacial changes in atmospheric CO₂. *Scientia Marina*, 72, 125–202.

Pelegrí, J.L., De La Fuente, P., Olivella, R. and García-Olivares, A. (2013). Global constraints on net primary production and inorganic carbon supply during glacial and interglacial cycles. *Paleoceanography*, 28, 713-725.

Petit, J.R., Jouzel, J., Raynaud, D. et al. (1999). Climate and atmospheric history of the past 420000 years from the Vostok ice core, Antarctica. *Nature*, 399, 429-436.

Petty, G.W. (2006). *Simple radiative Models of the Atmosphere. A First Course in Atmosphere*. Sundog. Madison, WI., 139-143 p.

Pierrehumbert, R.T. (2010). *Principles of Planetary Climate*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., and New York, NY, USA, 652 p.

Ramaswamy, V., Boucher, O., Haigh, J., Hauglustaine, D., Haywood, J., Myhre, G., Nakajima, T., Shi, G. and Solomon, S. (2001) Radiative forcing of climate change, in *Climate Change 2001: The Scientific Basis*. Edited by J. T. Houghton, et al. 350-406, Cambridge Univ. Press, New York.

Randall, D., (2012). *Atmosphere, Clouds and Climate. Primers in Climate*, Princeton, 167 p.

Reis, A.H. and Bejan, A. (2006). Constructal theory of global circulation and climate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49, 1857-1875.

Rind, D. and Peteet, D. (1985). Terrestrial conditions at the last glacial maximum and CLIMAP sea-surface temperature estimates: are they consistent? *Quaternary Research*, 24, 1-22.

Roach, C.J., Balwada, D. and Speer, K. (2018). Global observations of horizontal mixing from Argo float and surface drifter trajectories. *Journal of Geophysical Research Oceans*, 123, 4560-4575.

Roca, J-M. and Pelegrí, J.L. (2020). Analysis of the planetary thermal distribution with a simple three-zone maximum-flux model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 160, 120185.

Schmitt, R.W. et al. (1989). Evaporation minus precipitation and density fluxes for the North Atlantic. *Journal of Physical Oceanography*, 19, 1208-1221.

Schneider von Deimling, T., Ganopolski, A., Held, H. and Rahmstorf, S. (2006). How cold was the Last Glacial Maximum? *Geophysical Research Letters*, 33, 14709.

Stephens, G.L. (2015). The albedo of Earth. *Reviews of Geophysics*, 53, 141-163.

Stephens, G.L., Li, J. and Wilde, M. et al. (2012). An update on Earth's energy balance in light of the latest global observations. *Nature Geosciences*, 5, 691-696.

Stommel, H. (1961). Thermohaline convection with two stable regimes of flow. *Tellus*, 13, 224–230.

Stommel, H. and Rooth, C. (1968). On interaction of gravitational and dynamic forcing in simple circulation models. *Deep-Sea Research*, 15, 165-170.

Talley, L.D., et al., (2011). *Descriptive Physical Oceanography*. Elsevier, San Diego, 250 p.

Trenberth, K.E. and Caron, J.M. (2001). Estimates of meridional atmosphere and ocean heat transports. *Journal of Climate*, 14, 3433-3443.

Trenberth, K.E., Fasullo, J.F. and Kiehl, J. (2009). Earth's global energy budget. *Bulletin of American Meteorological Society*, 3, 311-323.

Weijers, J.W.H, Schefuß, E., Schouten, S. and Damsté, S. (2007). Coupled thermal and hydrological evolution of tropical Africa over the last deglaciation. *Science*, 315, 1701-1704.

Wells, N.C., (2012). *The Atmosphere and the Ocean. A Physical Introduction*. Wiley-Blackwell, Hoboken, NJ., 15 p.

