

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Programa de doctorat de Matemàtica Aplicada

**SOBRE LA REPRESENTACIÓ I
GENERACIÓ DE RELACIONS
D'INDISTINGIBILITAT**

Autor: Jorge Recasens Ferrés

Director: Joan Jacas Moral

Desembre, 1991

6. Conclusions i Perspectives.

“Ich habe bemerkt”, sagte Herr K., “dass wir viele abschrecken von unserer Lehre dadurch, dass wir auf alles eine Antwort wissen. Könnten wir nicht im Interesse der Propaganda eine Liste der Fragen aufstellen, die uns ganz ungelöst erscheinen?”

Bertolt Brecht, *Kalendergeschichten*.

En aquesta memòria s’ha aprofundit en l’estudi de les relacions d’indistingibilitat continuant la tasca desenvolupada per diferents autors, dels quals destaquem el propi E. Trillas, L. Valverde i J. Jacas [Jacas, J. (1987), (1988), (1990)].

D’entre els resultats obtinguts, destaquem els següents per la seva rellevància:

L’aproximació topològica als productes Max-T en permet una justificació teòrica, difícil de donar amb altres mètodes, i obre la porta a l’ús d’eines topològiques en la resolució de problemes de classificació.

La interpretació geomètrica que es dona en aquesta memòria del conjunt de generadors d’una relació d’indistingibilitat n’ha permès la determinació d’una base i de la seva dimensió en el cas arquimedià.

Aquest resultat junt amb el de [Jacas, J. (1990)] on es donen algorismes per a la seva determinació en similituds clouen pràcticament l’important problema de la recerca de dimensions i bases de relacions d’indistingibilitats.

Al relacionar les relacions de Betweenness que generen les relacions d’indistingibilitat (en el cas arquimedià) amb la seva dimensió, es dona una nova aplicació a aquestes relacions. En particular, el seu estudi en el cas bidimensional ha permès

una aproximació geomètrica al problema obert de P. Turán. Es té així un enfoc geomètric d'un problema que prové de la teoria d'hipergrafs.

Per tal de poder comparar i relacionar diferents classificacions i mètodes de classificació s'han introduït els morfismes de mètodes de classificació. És de remarcar que fins ara no s'havia abordat aquesta qüestió amb generalitat, malgrat que en qualsevol teoria aquest és un problema essencial. Sembla doncs que s'ha donat un pas endavant en el bastiment d'un marc teòric amb el qual fonamentar el Cluster Analysis.

Amb l'ús de relacions d'indistingibilitat no necessàriament reflexives es dona un nou enfoc al problema de la reducció del nombre de clusters d'una partició associada a una relació d'indistingibilitat.

L'estructura de les relacions d'indistingibilitat és molt rica, tal com queda palès en els treballs citats al començament d'aquesta secció i en aquesta pròpia memòria, amb la qual no acaba el seu estudi.

Al contrari, si en aquesta s'han resolt diversos problemes plantejats amb anterioritat i s'han donat nous enfoc per a clarificar-ne d'altres, al mateix temps se n'han plantejat de nous. Citem-ne els següents:

Seria útil un millor coneixement de la relació entre la dimensió i la relació de Betweenness que determina una relació d'indistingibilitat (en el cas arquimedià), la qual cosa permetria d'una banda un millor coneixement de les relacions de Betweenness i d'una altra obriria un camí per a la caracterització de la dimensió d'una relació d'indistingibilitat.

Una relació d'indistingibilitat pot tenir una dimensió molt alta. En aquest cas pot ser útil substituir-la per una altra relació "pròxima" de dimensió més

baixa. Seria interessant buscar criteris i mètodes per a tractar aquesta qüestió (Una primera aportació es troba en [Jacas, J., Recasens, J. (1992)]).

El problema anterior porta a l'estudi sistemàtic de relacions de Betweenness difuses les quals fins ara han estat estudiades molt parcialment ([Katz, M. (1980), Jacas, J., Recasens, J. (1992)]).

Un altra tema d'estudi és el comportament dels conjunts de generadors respecte de morfismes de relacions d'indistingibilitat des dels punts de vista geomètric, topològic, algebraic, etc.

Per acabar, aquesta secció es pot resumir el següent:

Les relacions d'indistingibilitat tenen una estructura molt rica. Actualment se'n té un coneixement bastant acurat, però tanmateix el seu estudi està lluny d'haver finalitzat.