



Departament d'Òptica i Optometria

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



**Caracterització, Reconeixement de Patrons i
Detecció de Defectes en Textures
Periòdiques Mitjançant Anàlisi d'Imatges.
Aplicació a Teixits Tèxtils**

Jaume Escofet i Soteràs

Memòria presentada per optar al grau de
Doctor en Ciències Físiques

Terrassa, octubre 1999

Na Dra. María Sagrario Millán García-Varela, Catedràtica d'Escola Universitària de la Universitat Politècnica de Catalunya

CERTIFICA

Que en Jaume Escofet i Soteras, llicenciat en Ciències Físiques, ha realitzat sota la seva direcció i en el Departament d'Òptica i Optometria de la Universitat Politècnica de Catalunya, el treball "CARACTERITZACIÓ, RECONeixEMENT DE PATRONS I DETECCIÓ DE DEFECTES EN TEXTURES PERIÒDIQUES MITJANÇANT L'ANÀLISI D'IMATGES. APLICACIÓ A TEIXITS TÈXTILS", que es recull en aquesta memòria per optar al grau de Doctor en Ciències Físiques.

I per què consti d'acord amb la legislació vigent, signa aquest certificat

Dra. María Sagrario Millán García-Varela

Terrassa, 18 d'Octubre de 1999

A la Mariona,
a la Núria i a l'Enric.

Agraïments

En arribar al final d'aquest llarg camí, cansat però satisfet per la feina feta, voldria donar les gràcies a un seguit de persones que m'han ajudat o que han estat al meu costat en el curs d'aquest treball.

En primer lloc a la Dra. María Sagrario Millán, directora d'aquesta tesi. La seva capacitat de treball i el seu entusiasme, que en alguns moments del treball m'ha encomanat, han estat decisius per l'elaboració d'aquesta tesi. El temps i els esforços que hem compartit crec que han creat una amistat entre nosaltres.

Al Dr. Rafael Navarro, del Instituto de Óptica del CSIC, que ha seguit molt de prop aquest treball i va aportar moltes idees i suggeriments. Sense el seu ajut no haguessin sortit els capítols 5 i 6 d'aquest treball.

Al Dr. Yezid Torres de la Universidad Industrial de Santander (Colòmbia), que va ajudar a posar en marxa el Laboratori de Processat d'Imatges i em va iniciar en el camp del processat digital de la imatge. Una invitació seva em va permetre conèixer una part de Colòmbia que, malgrat tot, és un país meravellós amb unes persones excel·lents.

A l'Héctor Abril a qui sempre que l'he necessitat, i han estat tantes vegades!, m'ha donat un cop de ma. Gràcies a ell moltes tasques informàtiques, que per a mi eren complicades, s'han convertit en senzilles. També vull agrair-li la seva amistat i companyia en tantes hores que hem passat junts.

A la Dra. Elisabet Pérez per descarregar-me d'algunes tasques docents i ajudar-me en la realització dels muntatges experimentals. Els resultats experimentals no haguessin estat tan bons sense el seu ajut.

Al Ram3n Comas i a en Ferr3n Par3s que m'han proporcionat les mostres t3xtils. Anar al seu Laboratori a buscar mostres i comentar els resultats obtinguts va ser tot un plaer. Les seves explicacions m'han servit per entendre una mica la Teoria del Teixit.

Al Dr. Miquel Rall3 per explicar-me tantes coses i sobretot per aclarir-me el proc3s de construcci3 d'una mostra peri3dica a partir d'una unitat estructural. Ell en deia simplement "posar totxos".

A l'Elena Torrecilla pel seu ajut en la mesura del biaix, arqueig i desgast d'un teixit. El seu treball bibliogr3fic en la recerca de normes aix3 com les seves mesures digitals i manuals m'han estat molt 3tils.

Al Carles Mitj3 per la realitzaci3 de les fotos que apareixen en aquesta tesi. Cada sessi3 de fotos va ser una o v3ries lli3ons de fotografia. Tamb3 al Miquel Ram3n Frutos pel tractament digital de les fotos del cap3tol 7.

Als companys del Laboratori de Processat d'Imatges Dr. Josep Pladellorens, Dra. Montserrat Corbal3n i Mouade Bouydain amb qui he passat moltes estones i totes bones.

Al Dr. Llibert Coll i a en Carles Salvans de l'INTEXTER per la bona predisposici3 en aplicar els resultats d'aquesta tesi i materialitzar-los en la construcci3 d'un prototip.

A tots els membres del Departament i l'Escola d'3ptica i Optometria, especialment aquells que ens trobem a l'hora de dinar a cal Toni, per passar bones estones i aguantar m3s d'una vegada les meves neures i escoltar les meves bestieses.

Al Dr. Gaspar Orriols i al Dr. Francesc Pi, per iniciar-me en el m3n de l'3ptica i permetre'm col·laborar amb el seu grup en la UAB. Sense la seva influ3ncia inicial la meva traject3ria professional segurament hagu3s anat per d'altres camins.

Finalment a la Mariona, a qui hauria de fer-li un monument, per donar-me sempre el seu suport i tenir la paci3ncia de veure arribar aquest treball fins al final. El fet de compartir la seva vida amb mi 3s el m3s important de tot.

Per a la realització d'aquest treball s'ha comptat amb el finançament i els recursos de diferents institucions, especialment

- De la *Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT)*, a través dels projectes del *Plan Nacional de Tecnologías Avanzadas de la Producción*, nº TAP93-0667-CO3-02, TAP96-1015-CO3-02 i TAP97-1089.
- De l'*INTEXTER*, en el desenvolupament d'un prototipus per validar els resultats obtinguts en aquest treball.

ÍNDIX

Capítol 1. Introducció i propòsit

1.1 Introducció i antecedents	1
1.1.1 La TF en la inspecció tèxtil	3
1.1.2 Les wavelets de Gabor i la seva aplicació a la detecció de defectes	6
1.2 Propòsit d'aquest treball i organització de la memòria	9

Capítol 2. Caracterització de l'estructura d'un teixit

2.1 Introducció	13
2.2 Generalitats de la Teoria del Teixit	14
2.2.1 Plana o taferà	17
2.2.2 Sarja	18
2.2.3 Ras	18
2.2.4 Lligaments derivats dels fonamentals	19
2.3 Transformada de Fourier Óptica i Digital	21
2.3.1 Convolució de funcions	22
2.3.2 Correlació de funcions	22
2.3.3 TF òptica	23
2.3.4 TF discreta o digital (TFD)	26
2.4 Un model per al teixit	30
2.4.1 El teixit tèxtil com a convolució	37
2.4.2 Autocorrelació de funcions periòdiques	39

Capítol 3. Aplicació de l'anàlisi de Fourier als teixits amb lligaments simples i derivats

3.1 Introducció	41
3.2 Caracterització de l'estructura	42
3.2.1 Estructura de les planes i els seus derivats	42
3.2.2 Estructura de les sarges i els seus derivats	55
3.2.3 Estructura dels rasos i els seus derivats	63
3.3 Mesura automàtica de les densitats lineals de fils	69
3.4 Variació dimensional	79
3.5 Grau de desgast del teixit	81
3.6 Arqueig i biaix del teixit	91

Capítol 4. Correlació angular d'espectres. Detecció de defectes globals

4.1 Introducció	99
4.2 La correlació angular en el domini de Fourier	100
4.2.1 Definició	100
4.2.2 Càlcul discret	101
4.2.3 Consideracions d'escala	104
4.3 Aplicació a la inspecció de teixits	105
4.3.1 Reconeixement de patrons en teixits	105
4.3.2 Classificació	110
4.4 Detecció de patrons amb defectes globals	116
4.4.1 Encongiment d'un teixit	117
4.4.2 Abrassió d'un teixit	120
4.4.3 Canvi de gruix del fil	126
4.5 Realització òptica de la correlació angular d'espectres	128

Capítol 5. Detecció de defectes locals. Part I: Mètode i algorisme

5.1 Introducció	139
5.2 Fonaments	140
5.2.1 Transformada wavelet d'una funció 2-D	140
5.2.2 Les funcions de Gabor	145
5.2.3 Discretització de la wavelet de Gabor	151
5.2.4 Anàlisi multiresolució	153
5.3 Esquema dels filtres de Gabor	155
5.4 Algorisme de segmentació de defectes	166

Capítol 6. Detecció de defectes locals. Part II: Aplicacions i resultats

6.1 Introducció	175
6.2 Mostres amb textura periòdica	176
6.2.1 Materials tèxtils	176
6.2.2 Altres materials	206
6.3 Mostres texturades no periòdiques	211

Capítol 7. Conclusions

Referències	223
--------------------	------------

CAPITOL 1

INTRODUCCIÓ I PROPÒSIT

1.1 Introducció i antecedents

La forta exigència de qualitat a que són sotmesos els productes actuals fa que els processos d'inspecció i control industrial ocupin, cada vegada més, un lloc destacat en la seva fabricació. La indústria relacionada amb els materials de superfície texturada i periòdica (malles metàl·liques, plàstics, paper, làmines, roba, etc.) no és aliena a aquest problema i, en l'actualitat, està esmerçant molts esforços en aquest camp. Un cas representatiu dels materials anteriors, que presenta una ampla problemàtica en quan a inspecció i control així com una elevada exigència de qualitat en l'acabat, és el teixit tèxtil.

La majoria de defectes que es produeixen en el procés productiu d'un material tèxtil, com en tants altres materials i productes industrials, són detectats encara per inspectors humans. La seva feina és, en general, molt repetitiva i rutinària i, moltes vegades, el consum de temps que hi dediquen és molt elevat. A més cal fixar l'atenció en petits detalls situats en un camp extens, que sovint es troba en moviment, el que acaba produint fatiga visual en l'operari.

En les últimes dècades, gràcies al gran desenvolupament tecnològic que hi ha hagut, estem assistint a una sèrie d'avenços, molt ràpids i de gran abast, en el món dels

processos d'automatització i control. A conseqüència d'això, cada vegada el procés de producció és més ràpid, el que requereix que el control de qualitat també ho sigui.

L'interès industrial en automatitzar les operacions d'inspecció és cada vegada més gran. A tall d'exemple la fira tèxtil internacional que reuneix més interès i expectació a nivell mundial, ITMA-99, celebrada aquest any a París, mostrava en els seus stands diferents productes dedicats a l'automatització dels processos d'inspecció i control de qualitat. Entre les ofertes d'aquesta fira cal citar una gran varietat d'instruments i dispositius: sensors òptics per inspeccionar la qualitat del fil en temps real en processos de filatura, espectrecolorímetres acoblats a l'estampadora i a la màquina de tintar per determinar amb més precisió el color, cameres lineals i cameres 2-D ultraràpides per detectar fils trencats en ordidors. En el camp del tissatge s'ha començat a veure en aquesta fira un sistema d'inspecció format per un conjunt (10 o 12) de cameres 2-D, situades damunt del teler, que detecta defectes locals que es poden produir en la roba durant el procés de producció. Des de la penúltima fira (ITMA-94) ha sigut novetat una màquina de repassar automàtica, on un sistema digital de processat format per 4 cameres i un potent ordinador, permet detectar una més ampla varietat de defectes locals i amb una velocitat nominal que pot arribar fins a 300 metres de roba per minut. Malgrat tot, les novetats aportades per la fira presenten grans limitacions: preu elevat, infraestructura complexa en la captació i processat de la imatge i, els resultats que s'obtenen només han estat validats per casos limitats (teixit de plana i d'un sol color). A més, si es té en compte que molts processos de producció són de tirada curta, canviant constantment el tipus d'article del teler, es necessita un sistema que sigui robust i versàtil, capaç de treballar amb diferents lligaments i colors i que el seu cost sigui més baix que el dels productes actuals.

Revisant la última dècada, la més rellevant en el desenvolupament d'aquestes tecnologies, s'observa un clar increment en l'aplicació de tècniques de processat digital de la imatge a l'anàlisi de mostres texturades [Brzakovic-1992]. En el cas de la inspecció de materials tèxtils Chetverikov [Chetverikov-1988] desenvolupà un procés d'inspecció automàtica en teixits tèxtils que combina l'anàlisi de textures i la segmentació d'imatges. Neubauer [Neubauer-1992] segmentà defectes en mostres reals amb l'ajut d'una camera lineal i una xarxa neuronal. Siew et al. [Siew-1988] mesuraren les característiques texturals en catifes a partir d'estadístiques de primer i segon ordre aplicades als nivells de grisos de la imatge. Zhang i Bresse [Zhang-1995] detectaren i classificaren nusos, carreres i trencades mitjançant l'autocorrelació i operacions de morfologia matemàtica. Tsai et al. [Tsai-1995] detectaren i classificaren exactament quatre classes de defectes en teixits tèxtils utilitzant matrius de co-ocurrència i xarxes neuronals. Xu [Xu-1997] mesurà la rugositat en les superfícies de catifes a partir de la

dimensió fractal de la imatge. Mitjançant tècniques combinades de filtrat Gaussià, umbralització, equalització de l'histograma i autocorrelació Kang et al. [Kang-1999] determinaren densitats lineals de fils en els direccions de trama i ordit per teixits de plana.

La inspecció de materials texturats quasiperiòdics i, en particular els tèxtils, mitjançant tècniques de processat òptic-digital de la imatge és un camp d'investigació relativament poc treballat i que presenta un interès renovat. En aquest apartat es troben poques contribucions entre les que cal destacar Kang et al. [Kang-1999] que trobaven directament, a partir de la llum transmesa pel teixit, el punt de creuament dels fils en teixits de plana i Ciamberlini [Ciamberlini-1996] que operava amb la TF òptica de la llum transmesa pel teixit.

Les eines que actualment estan al mercat són insuficients i es centren principalment en la resolució d'un aspecte: la detecció de defectes locals. En la literatura no és troben plantejaments generals que abastin des de models i procediments per caracteritzar les estructures fins a mecanismes que determinin la seva evolució o resistència davant d'agressions, la detecció de defectes globals en l'estructura i la detecció de defectes locals. Creiem que aquest plantejament general, que pot ser vàlid per a una gran varietat de materials, és també necessari. En aquest treball s'han aplicat, principalment a materials tèxtils, un conjunt d'eines inspirades en aquest plantejament.

1.1.1 La TF en la inspecció tèxtil

Les imatges en blanc i negre es representen en el domini espacial per una funció bidimensional contínua, $f(x, y)$ que defineix la intensitat de cada punt (x, y) . En una imatge digital, la funció anterior es troba discretitzada i, a més, la intensitat de cada punt (x, y) defineix, pel cas d'una imatge digital de 8 bits, un nivell de gris contingut en un rang dinàmic que varia entre 0 i 255. En una imatge, en general, s'hi poden trobar: estructures periòdiques, elements no periòdics i soroll, els quals molt sovint es troben barrejats, essent difícil separar i analitzar els components anteriors en el domini espacial.

La transformada de Fourier (TF) d'un senyal, que descompon el senyal en els seus components freqüencials, abasta un camp d'aplicacions molt extens [Bracewell-1978]. En el camp del tractament del senyal i particularment en el cas de senyals bidimensionals, com ara les imatges, la TF juga un paper clau en les operacions de millora, anàlisi, síntesi i formació d'imatges.

La TF de la imatge $f(x, y)$ és una funció bidimensional complexa (mòdul i fase), $F(u, v)$, definida en el domini de freqüències. L'espectre de potències de la imatge, $|F(u, v)|^2$, és un funció real que mostra l'energia (i, per tant, el pes) de les diferents freqüències espacials. D'altra banda la Transformada de Fourier Inversa (TFI) permet tornar a recuperar la imatge a la que prèviament s'ha aplicat la TF.

En una imatge periòdica la seva TF, en magnitud, mostra un conjunt de màxims locals o pics que representen la freqüència fonamental i els harmònics d'ordres més elevats. La posició relativa d'aquests pics revela la periodicitat i l'orientació de l'estructura periòdica. La localització dels diferents pics en l'espectre de potències és molt fàcil, el que fa de la TF una eina molt útil en la identificació de l'estructura periòdica de la imatge.

Un dispositiu òptic format per una lent i il·luminat per llum coherent, pot realitzar la TF a la velocitat de la llum. Diferents arquitectures que permeten l'obtenció de la TF òptica d'una imatge han estat descrites per Thompson [Thompson-1978] i Goodman [Goodman-1996]. A més, el filtrat de freqüències espacials a l'espai de Fourier permet realitzar amb la mateixa rapidesa operacions bàsiques en el reconeixement i segmentació d'objectes com són la convolució i la correlació, les quals són molt costoses computacionalment [Almeida-1982], [Reynolds-1988].

Degut a que els processos d'inspecció han de ser cada vegada més ràpids, l'aplicació de la TF òptica compleix amb escreix aquest requisit. La TF òptica ha estat utilitzada per caracteritzar la superfície d'un paper [Hansson-1997] i per detectar, mitjançant filtrat òptic, la tolerància d'un sistema d'inspecció a petits forats ($\approx 500 \mu\text{m}^2$) en làmines metàl·liques per tubs de raigs catòdics [Kim-1997].

A vegades, la informació que proporciona l'espectre de potències és massa gran i cal simplificar-la. En aquest cas es defineix un conjunt de característiques, de mida molt més reduïda que l'espectre, que serveix per identificar la imatge [Lendaris-1970]. Un sensor molt utilitzat per reduir l'espai de característiques de l'espectre de potències es el sensor cuneiforme-anular, WRD, (Wedge-Ring-Detector) que conté 32 superfícies adjacents anulars i 32 sectors adjacents circulars, que integren de manera separada i independent l'energia de l'espectre. Aquest sensor redueix la informació de l'espectre, quan es capta amb una camera de 512x512 píxels (2^{18} bits), fins a 64 característiques (2^6 bits). L'aplicació d'aquest sensor a tasques d'inspecció i control ha estat amplia i variada [Pernick-1978a], [Pernick-1978b], [Wohlers-1978], [Casasent-1984], [Clark-1988] i [Casasent-1988].

En la última dècada la rapidesa i capacitat dels ordinadors (fins i tot els PCs) ha augmentat de forma considerable. Això ha fet viable, en quan a cost computacional, el càlcul numèric de la TF de senyals 2-D mitjançant l'algorisme de la FFT. En processos de simulació o bé que no siguin gaire ràpids, moltes vegades, és més còmode aplicar la FFT en lloc d'obtenir la TF òptica. D'altra banda existeix una dificultat pràctica en intentar adaptar sistemes òptics de precisió perquè operin en entorns industrials caracteritzats per les vibracions, humitat relativament alta, existència de pols o polsim en l'ambient, etc. En certs ambients, s'imposen sistemes híbrids amb components òptics i electrònics.

La FFT ha estat aplicada en l'anàlisi de textures molt diverses per determinar les característiques de l'espectre de potències. Xu [Xu-1992] mesurà les longituds d'ona, les direccions i les intensitats de les ones de l'oceà. Matsuyama et al. [Matsuyama-1983] van extreure els descriptors de diferents estructures periòdiques. En la indústria paperera s'han identificat marques periòdiques que apareixen en el paper [I'Anson-1995].

En el cas de la inspecció de materials tèxtils, la seva periodicitat facilita l'anàlisi de Fourier alternant-se el processat òptic i el digital. Ciamberlini et al. [Ciamberlini-1996] mitjançant un muntatge òptic que treballava en temps real, utilitzaren un filtrat adaptat a l'espai de Fourier per detectar defectes en teixits tèxtils. Posteriorment Hoffer et al. [Hoffer-1996] utilitzant el mètode d'anàlisi de Ciamberlini i amb l'ajut d'una xarxa neuronal identificaren el tipus de defecte. Bueno [Bueno-1994], a partir de l'anàlisi d'uns màxims concrets de la TF òptica i digital (FFT) va mesurar densitats lineals de fils en teixits de lligaments simples així com l'angle d'orientació dels bordons en teixits de sarja. Mallik i Datta [Mallik-1999] també detectaren defectes, però en aquest cas les tècniques de Fourier foren emprades en un correlador de transformades conjuntes.

La TF digital, aplicada a un senyal 1-D requereix moltes menys operacions i fa anys que ha estat aplicada a mostres tèxtils en la mesura de la uniformitat del fil [Furter-1982]. Més recentment diversos autors han aplicat la TF digital 2-D a mostres tèxtils per caracteritzar la seva estructura o bé per detectar defectes a partir de mesures en l'espectre de Fourier. Wood [Wood-1990] i Van Steenlandt et al. [Van Steenlandt-1996] utilitzaren la suma radial de l'espectre de potències com a extractor de característiques d'un teixit, en concret catifes. Wood, a més, caracteritzà la seva estructura i mesurà el seu desgast mitjançant tècniques de correlació i d'autocorrelació. Hosseini-Ravandi i Toriumi [Hosseini-Ravandi-1995] obtingueren la funció d'autocorrelació d'imatges operant a l'espai de Fourier i detectaren densitats lineals de fils en mostres de plana fabricades amb diferents tipus de telers. Jasper i Potlapalli [Jasper-1995] detectaren la

falta d'un fil en una mostra tèxtil a partir de l'anàlisi de les altes freqüències de l'espectre. L'anàlisi local de diferents harmònics de l'espectre ha permès realitzar les primeres mesures empíriques de densitats lineals de fils, orientacions d'estructures i biaixos [Xu-1996]. Abril et al. [Abril-1998] utilitzaren filtrat digital a l'espai de Fourier per segmentar boletes (pilling) del fons texturat d'un teixit i determinar objectivament el grau de pilling d'una mostra. Campbell i Murtagh [Campbell-1998] desenvoluparen un sistema d'inspecció automàtica de teixits basat en la TF en finestrada amb un algorisme de detecció basat en estadístiques no gaussianes. Fins i tot l'anàlisi de freqüències ha estat aplicat a la mesura d'orientacions en materials tèxtils no-teixits (nonwovens) [Pourdeyhimi-1997].

Amb l'afany d'extreure característiques i concentrar la informació que porta l'espectre de Fourier s'ha definit una nova operació entre imatges, la correlació angular d'espectres [Millán-1996]. La correlació angular d'espectres mesura el grau de similitud entre dos espectres, presentant invariancia a la rotació i variancia a l'escala. Aquesta operació és particularment útil per la caracterització, reconeixement i classificació de patrons periòdics, especialment teixits, així com per la detecció de defectes que causin una distorsió global de l'estructura bàsica del material (e.g. encongiment, distorsió, biaix, desgast, etc...). La correlació angular d'espectres és una de les propostes contingudes en aquesta memòria i serà descrita amb detall al capítol 4.

1.1.2 Les wavelet de Gabor i la seva aplicació a la detecció de defectes.

En la inspecció de materials una de les tasques més freqüents és la detecció de defectes locals o tares. Per aquesta operació, l'anàlisi de Fourier presenta limitacions que són evitables si l'anàlisi utilitzat és local o mixt. Aquest anàlisi es troba més a prop de la visió humana, ja que l'observador humà segmenta amb relativa facilitat una zona defectuosa del fons.

En el camp de la visió artificial, de la mateixa manera que en molts altres camps de la ciència i de la enginyeria, un possible enfoc per resoldre aquests tipus de problemes és mirar a la natura, intentant imitar la solució que adopten els sistemes biològics. Aquests sistemes no poden desenvolupar lliurement un algorisme "ad hoc" de característiques diferents per cada aplicació concreta, sinó que busquen la solució dels diferents problemes que tenen plantejats dins d'un marc únic, encara que flexible.

En aquesta línia Hubel i Wiesel [Hubel-1962], varen proposar una teoria sobre el processat de la informació visual que es basava en les propietats dels camps receptius de les neurones en el còrtex visual primari. D'acord amb aquesta teoria, les cèl·lules són

descrites com a detectors de característiques locals. Així, per exemple, les cèl·lules corticals simples actuen com a detectors de barres i voreres. En el trajecte que hi ha entre la retina i el còrtex visual les cèl·lules esdevenen cada vegada més selectives a diferents freqüències espacials. En arribar al còrtex visual les cèl·lules a més de ser altament selectives a la freqüència espacial també ho són a l'orientació, propietats que no es donen en les cèl·lules de la retina i del nucli lateral geniculat. Estudis psicofisiològics també evidencien aquesta asseveració [Campbell-1968], [Blakemore-1969]. A més, segons Wilson [Wilson-1983] i Watson [Watson-1983], el sistema visual humà conté molts filtres de freqüències diferents operant en paral·lel.

Existeixen experiments que posen de manifest l'existència algun tipus d'anàlisi freqüencial en el còrtex [Pollen-1971], [Maffei-1973],[De Valois-1979], [Albercht-1980], [Tootell-1981], el que porta a considerar el còrtex com un tipus d'anàlitzador de Fourier amb filtrat piramidal.

En el camp de la percepció de textures, Julesz i Bergen [Julesz-1983] varen mostrar que en la visió humana existeixen dos sistemes de percepció de textures els quals corresponen a dues escales d'observació, l'escala preatentiva i l'escala atentiva. La primera és la responsable de la detecció de formes simples que cobreixen amples àrees del camp visual, mentre que la segona es refereix a la detecció de formes complexes en petites regions locals. Zhu i Goutte [Zhu-1995] arribaren a conclusió de que en la segmentació de textures hi juguen un paper clau els conceptes de freqüència i escala. També s'ha demostrat que la percepció visual millora molt amb un acurat anàlisi dels continguts espai-freqüencials en una àrea local [Jacobson-1984], [Reed-1990] i [Reed-1991].

En el cas de la detecció de defectes locals en estructures quasiperiòdiques és convenient que l'anàlisi sigui molt detallat, amb molta resolució, en la zona del defecte (visió foveal) i més groller, de més baixa resolució, en zones llunyanes al defecte (visió extrafoveal). A més, degut al caràcter intrínsec de l'estructura quasiperiòdica, es bo conservar una certa informació del domini freqüencial. És a dir, tot i que s'anàlitz una àrea local de la imatge (domini espacial) cal tenir en compte la informació del domini freqüencial. Les transformades tipus wavelet compleixen aquest requeriment.

La paraula wavelet, en català "ona petita o ondeta", fou introduïda per Morlet et al. [Morlet-1982] en el context de la geofísica. Les wavelets han estat aplicades també a diferents camps de la matemàtica, física i enginyeria [Chui-1992a],[Chui-1992b], [Daubechies-1992]. L'aplicació de wavelets al processat del senyal i de la imatge és relativament recent [Mallat-1989a], [Mallat-1989b] i [Daubechies-1990], encara que els seus orígens matemàtics daten de 1910 amb les funcions de Haar [Haar-1910].

L'aplicació d'un anàlisi amb wavelets permet tractar un senyal a diferents escales i analitzar-lo a diferents resolucions [Mallat-1989b]. En la indústria paperera la transformada wavelet ha estat utilitzada en la caracterització de papers [Bouydaï-1999]. Quan s'aplica un filtre d'alta resolució a una imatge, els petits detalls seran realçats el que permetrà, amb l'ajut d'un processat posterior, segmentar els petits defectes locals. L'aplicació d'un filtre de baixa resolució realçarà les freqüències baixes i permetrà, amb un processat posterior, la segmentació dels defectes de mida més gran. El problema de detectar defectes locals en una superfície pot relacionar-se amb la segmentació de textures, ja que en molts casos de teixits el material, o el defecte, o ambdós, són materials texturats.

La transformada wavelet 1-D ha estat implementada òpticament [Sheng-1992] i [Zhang-1992]. En el processat òptic d'imatges 2-D s'han detectat voreres amb les wavelets de Haar [Yang-1992] i s'han implementat filtres wavelet adaptats [Li-1996].

L'aplicació de wavelets en el camp de la inspecció tèxtil no és gaire freqüent, en aquest sentit hem de destacar els treballs de Jasper i Potlapalli [Jasper-1995] i de Jasper et al. [Jasper-1996] els quals detectaren trencades i carreres mitjançant la utilització de la wavelet de Daubechies 1-D amb bases adaptables. Sari-Sarraf [Sari-Sarraf-1998] implementà un sistema de detecció de defectes on-line en el teler amb un algorisme de segmentació basat en la wavelet de Daubechies 2-D.

Un cas especial de wavelets són les funcions de Gabor. Aquestes wavelets, presenten mínima incertesa en el mostrejat dels dominis espacial i freqüencial i s'han utilitzat per simular el sistema visual dels mamífers [Marcelja-1980], [Daugman-1980]. La segmentació de textures basada en l'aplicació de wavelets de Gabor ha estat proposada per diferents autors i aplicada a una ampla varietat de situacions. En aquest sentit Turner [Turner-1986] i Fogel i Sagi [Fogel-1989] van aplicar un conjunt de 32 filtres de Gabor (4 freqüències, 4 orientacions i 2 fases) a una varietat de textures que podien ser discriminades mitjançant visió preatentiva. En el cas de Fogel i Sagi l'aplicació de l'algorisme GGL (Gabor-Gaussian-Laplacian) a la sortida del filtre permetia segmentar parells de textures. Porat i Zeevi [Porat-1989] segmentaren textures i sintetitzaren imatges amb només 6 funcions de Gabor. Bovik et al. [Bovik-1990] segmentaren també dues textures de diferent freqüència i orientació utilitzant dos filtres de Gabor, diferents entre ells, centrats en les principals freqüències de l'espectre de Fourier de la imatge. Kain i Farrokhnia [Kain-1990] així com Pichler et al. [Pichler-1998] mitjançant un filtrat multicanal amb un banc de filtres de Gabor van segmentar textures previ coneixement el nombre de classes. Casasent et al. [Casasent-1992] varen utilitzar combinacions lineals de filtres de Gabor per detectar objectes. Dunn i Higgins [Dunn-1995] dissenyaren filtres de Gabor per segmentar una imatge formada per dues textures,

previ coneixement, a priori, de les seves característiques. Weldon et al. [Weldon-1996] aplicaren estadística de Rician per dissenyar el filtre de Gabor que millor segmentava les diferents textures a que s'aplicava. Manjunath i Ma [Manjunath-1996] caracteritzaren textures amb un banc de filtres de Gabor que tenien 4 freqüències i 6 orientacions. Dunn et al. [Dunn-1997] sintonitzaren un filtre de Gabor que permet aïllar regions amb tons mitjos en document complexos.

Wavelets de Gabor amb diferents escales i orientacions han estat utilitzades en el processat òptic de la imatge, aplicant-se en paral·lel en el domini freqüencial, per un filtrat multiescala i multiorientació [Vargas-1998]. Altres contribucions que utilitzen la wavelet de Gabor en el processat òptic d'una imatge es troben descrites en [Veronin-1992], [Li-1992], [Szu-1992a] i [Szu-1992b].

Navarro i Taberero [Navarro-1991], [Taberero-1992] desenvoluparen un nou sistema de representació d'imatges inspirat en les wavelets de Gabor. El sistema és totalment lineal, quasicomplet i que permet una reconstrucció òptima independent del senyal. El sistema incorpora, a la vegada, de la manera més realista possible, totes les característiques i paràmetres coneguts de la codificació de la imatge en la cortesa visual. L'esquema utilitza un mostreig en el domini espacial a través d'un esquema piramidal, i un mostreig logarítmic (per octaves) pel domini de Fourier amb 4x4 canals (freqüència i orientació) més un residu passa-baix. Altres treballs que tenen com a base aquest sistema de representació són els de Cristóbal i Navarro [Cristóbal-1994] i Santamaría i Gómez [Santamaría-1993] en la millora de la imatge; Cristóbal i Navarro [Cristóbal-1994a] en la restauració de imatges; Nestares et al. [Nestares-1996] en la segmentació automàtica d'imatges obtingudes mitjançant microscopia electrònica; Portilla et al. [Portilla 1996] en el desenvolupament d'un sintetitzador de textures visuals; Portilla [Portilla-1998] en el desenvolupament de filtres deformables com a noves eines pràctiques en aplicacions que requereixen un filtrat variant; Escofet et al. [Escofet-1998] en la segmentació automàtica de defectes locals en mostres tèxtils. D'aquest darrer treball, l'algorisme de segmentació de defectes és una altre proposta continguda en aquesta memòria que es descriurà en el capítol 5.

1.2 Propòsit d'aquest treball i organització de la memòria

En aquest treball s'utilitzaran tècniques de processat de la imatge per tal de construir un conjunt d'eines que permetin realitzar operacions d'inspecció i control, tals com caracterització, identificació i detecció de defectes, en materials amb textura quasi-periòdica. Es pretindrà que aquestes operacions es portin a terme sense contacte amb el

material, de manera automàtica i reduint en lo possible la intervenció de la visió humana.

Dins dels materials amb superfície texturada quasiperiòdica, es centrarà l'atenció en el teixit tèxtil, un dels productes industrials més representatius del nostre entorn geogràfic i objecte d'estudi del nostre entorn universitari. En el sector tèxtil, contrasta el notable desenvolupament de les tècniques que intervenen en el procés productiu amb el fet de que les operacions d'inspecció i control de qualitat es basin, encara avui en dia, en tècniques tradicionals i, en ocasions, rudimentàries, que requereixen una considerable inversió de temps i de treball humà.

Altres propietats que es volen aconseguir amb el conjunt d'eines que ens proposem desenvolupar són la robustes i la versatilitat. És important que els algorismes no siguin massa dependents de paràmetres clau, amb valors crítics, que s'estableixen a partir d'un conjunt limitat de mostres de prova. Els problemes derivats del sub o sobre-entrenament del sistema afecten directament a la robustes del mètode, reduint en la pràctica la seva validesa a l'examen de mostres molt concretes. En el nostre cas, pel contrari, es pretén que el sistema sigui també versàtil, és a dir, capaç d'analitzar diversos tipus de mostres sense que això faci que es requereixi modificar substancialment els algorismes proposats. Aquesta propietat permetrà aplicar el sistema d'anàlisi de la imatge a la inspecció de materials molt diversos, dins i fora del sector tèxtil. Així, es procurarà obtenir resultats positius també en paper, malles i làmines metàl·liques, etc.

Les operacions d'inspecció que ens proposem realitzar són principalment la caracterització de l'estructura del material, la mesura dels seus paràmetres característics i possibles desviacions, la identificació de l'estructura, la classificació, la detecció i mesura de defectes globals (encongiment, desgast, distorsions, etc.), i la detecció i localització de defectes locals (trencades, nusos, taques, etc.). Tenint en compte que es tractaran textures regulars, quasiperiòdiques, es d'esperar que bona part de les eines que es desenvolupin tinguin la seva base en l'anàlisi de Fourier o del domini de freqüències espacials. No obstant això, quan es tracti la detecció de defectes locals (alteracions puntuals de l'estructura que ocupen relativament poc espai en la imatge) es recorrerà a esquemes que localitzen la informació simultàniament en els dominis espacial i de freqüències. En concret, s'utilitzarà un esquema de filtres basat en les funcions wavelets de Gabor que, com es justifica en la literatura, ha estat provat amb èxit en diverses aplicacions relacionades amb la representació d'imatges, anàlisi i síntesi de textures, models de la visió humana en els estadis primaris, etc. [Navarro-1996a].

En aquesta memòria de tesi es presenta la investigació que s'ha fet per cobrir els objectius proposats i els resultats que s'han obtingut damunt d'un ampli i variat conjunt

de mostres, majoritàriament tèxtils. Els teixits són materials que poden presentar una enorme varietat d'estructures. A més, cada estructura bàsica, donada per una forma particular de entrellaçar-se els fils, pot oferir una gran varietat d'aspectes en funció del gruix del fil, de l'espaiat entre ells, del seu color, pilositat, etc. L'elecció, per tant, d'aquest tipus de material per sotmetre'l a l'anàlisi d'imatge no solament no restringeix, sinó que clarament enriqueix, les possibilitats d'aplicació del treball a estructures similars, freqüentment més simples, d'altres materials (malles metàl·liques, gravats en paper o metall, plàstics, etc.).

En la proposta d'aquesta tesi es presenta un enfoc complet que abasta: la definició d'un model que generi l'estructura, l'extracció de característiques, la realització d'operacions de reconeixement, classificació, detecció i mesura de defectes globals i locals, així com sistemes i dispositius (òptics i digitals) per portar-ho a terme.

D'altra banda, en alguns dels aspectes treballats es vol contribuir a l'actualització de normatives per establir la qualitat d'un teixit (respecte del desgast, distorsió, arqueig i biaix) que té com a objectiu el fer-les més objectives i menys dependents de l'observador.

El contingut de la memòria es distribueix en tres blocs principals.

En el primer bloc, format pels capítols 2 i 3, es caracteritza de forma general l'estructura d'un teixit i s'apliquen les eines bàsiques de l'anàlisi de Fourier per determinar els paràmetres característics de les estructures tèxtils més simples i dels seus derivats. En la primera part d'aquest bloc (capítol 2) es fa una introducció de la teoria del teixit que familiaritza amb les formes d'especificació i representació gràfica de les estructures dels teixits així com amb la nomenclatura dels termes més comuns. Es construeix un model que permet descriure la imatge d'un teixit tèxtil en termes de convolució de funcions, el que simplifica notablement el problema i a la vegada ofereix la possibilitat d'operar en el domini de freqüències de manera senzilla. D'aquesta manera, es facilita la interpretació dels resultats que s'obtenen en aplicar les operacions de transformada de Fourier i autocorrelació sobre la imatge d'un teixit (capítol 3). Creiem que la informació que s'extreu, a través dels valors dels paràmetres caracteritzadors del teixit (densitats lineals de fils, angle que formen, densitat de franges inclinades), permetria controlar les constants del teixit durant la seva producció i detectar les possibles alteracions (variacions dimensionals o densitats lineals, distorsions angulars, desgast, etc.).

En el segon bloc (capítol 4) s'introdueix la correlació angular d'espectres de freqüències com una nova eina de treball que permet realitzar de manera automàtica el reconeixement del patró de repetició d'una estructura periòdica. Altres operacions

relacionades amb el reconeixement, com la identificació amb un patró de referència i la classificació en grups d'estructura similar, són també portades a terme utilitzant aquesta operació. Algunes de les aplicacions desenvolupades en el primer bloc per la detecció d'alteracions en l'estructura del teixit (defectes globals) es realitzen en aquest segon bloc de manera més automàtica, compacta i directa utilitzant la correlació angular d'espectres. En quant a la forma d'aplicar-la, primer s'introdueix mitjançant una definició matemàtica en forma contínua. Després, es construeix un algorisme per aplicar-la de forma discreta amb la fi de facilitar la seva realització digital. Per últim, es realitza òpticament, mitjançant un sistema dissenyat per tal fi, i s'obtenen resultats experimentals.

Al llarg dels capítols 3 i 4 es proposen vies de modernització i millora de l'aplicació de les normatives actuals per la mesura de encongiments, desviacions angulars i arqueigs i biaixos de trama o bé d'ordit. També es proposa una manera objectiva per caracteritzar la resistència d'un teixit a l'abradió.

En el tercer bloc es presenta la investigació desenvolupada per la detecció de defectes locals en l'estructura del material (capítols 5 i 6). Primerament es revisa la manera d'operar i les propietats de les funcions wavelet, en particular, de la wavelet de Gabor. A continuació, es descriu l'esquema de filtres de Gabor que modelitzen els primers estadis de la visió humana i que, en aquest treball, s'utilitzarà per a l'extracció de característiques en imatges de teixits amb defectes locals. A més del mètode, en el capítol 5 es descriu l'algorisme d'aplicació que parteix de la imatge a analitzar i finalitza amb una imatge binaritzada en la que el defecte apareix segmentat del fons. Aquest algorisme s'aplica en el capítol 6 a la detecció de defectes locals tipificats en mostres d'estructura quasiperiòdica, principalment tèxtils. Alguns resultats obtinguts per a d'altres materials, inclòs d'estructura menys regular, posen de manifest la versatilitat, quelcom més que potencial, de l'aplicació desenvolupada.

Finalment, en el capítol 7 es resumeixen les aportacions principals d'aquesta tesi, s'enumeren les conclusions i s'analitzen les possibles vies d'investigació futura en aquesta línia incloent la construcció d'un prototipus que s'acosti al que seria una màquina d'inspecció tèxtil (repassadora) per visió artificial que pogués treballar en un entorn real de producció industrial.

CAPITOL 2

CARACTERITZACIÓ DE L'ESTRUCTURA D'UN TEIXIT

2.1 Introducció

En aquest capítol es presenta l'aplicació de l'anàlisi de Fourier a diferents mostres tèxtils formades per lligaments simples fonamentals i les seves combinacions. Es comença amb una breu descripció d'alguns conceptes fonamentals de la Teoria del Teixit (apartat 2.2) com són els lligaments, els escalonats i les bases d'evolucions. En l'apartat 2.3 s'introdueix breument la Transformada de Fourier (TF) amb una descripció de les seves propietats més importants, així com els conceptes de convolució i correlació. També s'apunta la possibilitat de realització òptica de la TF i l'arquitectura utilitzada per la seva obtenció. La TF discreta, que s'aplica a la imatge digital, també es presentada en aquest apartat. Finalment en l'apartat 2.4 s'elabora un model per descriure la imatge d'un teixit basat en el teorema de la convolució. Aquest model permetrà separar la imatge del teixit en dues funcions: la base o lligament i la repetició, definida per una pinta de Dirac bidimensional. L'anàlisi d'aquestes dues funcions permet extreure informació sistemàtica del teixit a partir del seu espectre de Fourier.

2.2 Generalitats de la Teoria del Teixit

El teixit és una làmina elàstica, flexible i resistent que es produeix mitjançant l'entrellaçament d'un o varis fils. El tipus de teixit més corrent és el de calada que està format per una sèrie longitudinal de fils, que s'enllacen perpendicularment amb una altre sèrie transversal. Un altre tipus molt comú de teixit és el de punt el qual es produeix per l'entrellaçament d'un sol fil.

Es coneix amb el nom de Teoria del Teixit l'estudi detallat de tot el que es refereix a l'enllaç o lligadura de dues sèries de fils i a la manera d'aconseguir-ho fàcilment en el teler.

En aquest apartat ens centrarem en la descripció del teixit de calada. A continuació es presentaran els conceptes fonamentals de la Teoria del Teixit segons Blanxart [Blanxart-1941], Galceran [Galceran-1953] i Roca [Roca-1998].

En un teixit de calada la sèrie de fils disposats longitudinalment, rep el nom d'*ordit*, i cada un dels seus elements, el de *fil d'ordit*, o simplement *fil*. La sèrie transversal de fils, introduïts un a un, mitjançant la llançadora o pinça, entre els fils d'ordit que ja es troben prèviament al teler, constitueix la *trama*, i cadascun dels fils de trama, s'anomena *passada*.

Es defineixen les *densitats d'ordit* i de *trama* com el nombre de fils per centímetre que hi ha en les direccions anteriors.

S'anomena *lligament* la llei o manera ordenada d'enllaçar-se els fils amb les passades. En general aquesta llei es repeteix amb regularitat en la direcció de llargària i d'amplada del teixit. Els lligaments es representen mitjançant una quadrícula que s'anomena *curs*, la qual mostra el nombre mínim de passades necessàries per representar el lligament. En aquesta representació es suposa que cada línia vertical o columna de quadrets (Figura 2.1), és un fil, i que les files o renglons horitzontals, representen les passades. Els fils es compten des de l'esquerra cap a la dreta, i les passades de baix cap a dalt.

El curs d'un lligament pot ser quadrat o rectangular segons siguin iguals o no el nombre de fils i de passades que el conformen.



Figura 2.1. Representació d'un lligament. (a) Esquema tradicional. (b) Esquema en que es lliguen els fils.

En l'esquema que mostra la figura 2.1(a) les creus indiquen que els fils passen pel damunt de les passades, mentre que els quadrats en blanc indiquen el contrari, o sigui, que el fil passa per sota de la passada corresponent. En el cas de la figura 2.1, per exemple, el fil número 1 passa per sobre de la passada número 3, el fil número 2 passa per sobre de la passada número 1, etc. tal i com es pot veure en la figura 2.1(b).

S'anomena *escalonat* o *salt per ordit* el nombre de passades o quadrats que hi ha entre un punt marcat amb una creu per un fil i el del fil consecutiu, (incloent-hi aquest últim). De la mateixa manera, *l'escalonat per trama* és el nombre de fils o quadrats que hi ha entre el punt marcat amb una creu en una passada i el de la passada següent, incloent també aquest últim. En el cas de la figura 2.1, l'escalonat o salt per ordit és 3, mentre que l'escalonat per trama és 2, lo qual es representa com e^3 i e^2 respectivament.

En la figura 2.1 s'observa que el curs del teixit presenta un escalonat constant, en aquest cas l'escalonat és continuu o regular. Quan l'escalonat no és constant es diu que és discontinuo o irregular.

Es defineix la *base d'evolucions* per ordit com el grup ordenat de xifres que indica la col·locació relativa de totes les passades respecte d'un punt de l'escalonat. De la mateixa manera, quan s'indica la posició relativa dels fils respecte de la passada, la base d'evolucions és per trama.

En tot lligament, els punts o creus en que el fil passa per sobre de la passada s'anomenen "*presos o prencs*", i els punts o quadrats en que el fil queda per sota de la passada, reben el nom de "*deixats o deixos*". En la figura 2.2 els punts representen els prencs d'una base d'evolucions. Pel cas del primer fil, tenint en compte que en el primer fil es comença a llegir pel punt on hi ha el primer prenc, la base d'evolucions és $b^{2, 1, 3, 1}$.

La base anterior es llegeix com: Prenc 2, deixo 1, prenc 3 i deixo 1. La base d'evolucions per trama de la segona passada serà $bt^{4, 1, 1, 1}$ que també es llegirà com: Prenc 4, deixo 1, prenc 1 i deixo 1.

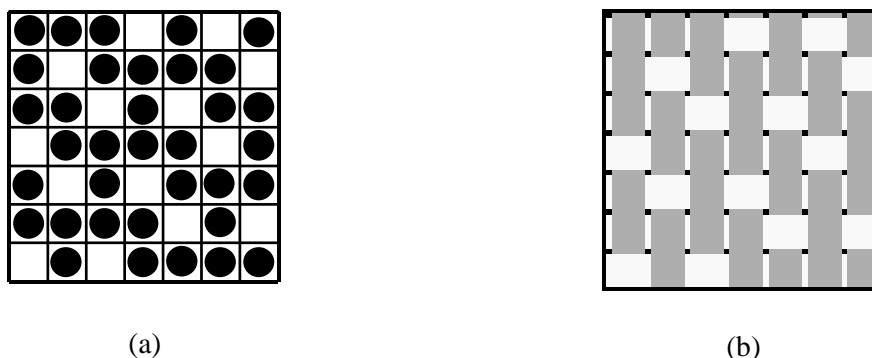


Figura 2.2. Representació d'una base d'evolucions. (a) Esquema tradicional. (b) Esquema en que es lliguen els fils.

Una sèrie de prencs seguits sobre un fil forma una *basta* per ordit en la cara superior o anvers del teixit; una sèrie de deixos, constitueix una *basta* en la cara inferior o revers. Les bastes per passades es formaran de la mateixa manera.

Un lligament és lleuger quan en el seu curs hi ha més deixos que prencs. Un lligament és pesat quan en el seu curs hi ha més prencs que deixos. Un lligament és neutre quan hi ha el mateix nombre de prencs que de deixos. En un lligament que el seu anvers és pesat el seu revers és lleuger i viceversa.

Un lligament queda determinat quan es coneix el seu *enunciat*, o sigui, el seu escalonat i les seves bases d'evolucions.

En el cas del lligament de la figura 2.3 (coincident amb la figura 2.1), l'escalonat es representa per ${}^2e^3$, on l'exponent situat a la dreta de la lletra e representa el salt continuu o regular per l'ordit comptat en el sentit natural, de baix a dalt, indicat anteriorment, i la xifra de l'esquerra representa l'escalonat continuu comptat en sentit contrari, o sigui, de dalt a baix. La suma de les dues xifres (en aquest cas $2 + 3 = 5$) ens dona el nombre de fils i de passades del curs quadrat del lligament, sempre que el nombre de l'esquerra i el de la dreta siguin primers entre si. Per representar la base d'evolucions, es comença a comptar a partir del punt d'escalonat. Si aquest teixit amb escalonat ${}^2e^3$ presentés una

base d'evolucions del tipus $b^{3,2}$ el seu curs seria el de la part superior de la figura 2.3 i si la base d'evolucions fos $b^{2,1,1,1}$ el seu curs seria el de la part inferior de la figura 2.3.

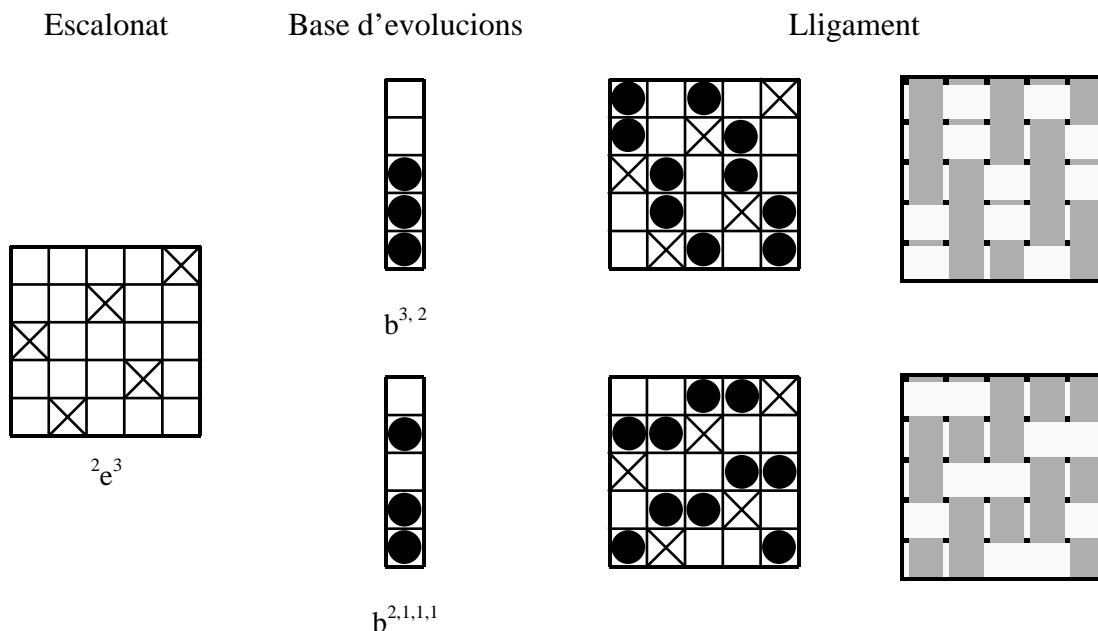


Figura 2.3. Representació d'un lligament d'escalonat ${}^2e^3$ amb dues bases d'evolucions diferents, $b^{3,2}$ i $b^{2,1,1,1}$.

A continuació s'introduiran els *lligaments simples fonamentals* i alguns dels seus derivats. Els lligaments simples fonamentals, que seran els que es tractaran amb més freqüència en aquest treball, es classifiquen en *planes o tafetans*, *sarges* i *rasos*.

2.2.1 Plana o tafetà

Aquest lligament és el més senzill de tots. El seu curs és el més reduït, dos fils i dues passades. El seu escalonat és del tipus ${}^1e^1$ (Figura 2.4).



Figura 2.4. Lligament de plana o tafetà.

La plana o tafetà és, amb diferència, el lligament més emprat. Amb ell es fabriquen infinitat de teixits que van des de les gasses quirúrgiques, amb densitats mínimes, fins a lones per a tendalls, amb densitats extremes, passant per empeses, llençols, franel·les, vichys, pisanes, percal, popelins, folres, etc.

Es sorprenent veure com a partir d'un lligament tant senzill es poden obtenir multitud d'efectes, cosa que s'aconsegueix, només, variant el gruix dels fils i la seva densitat.

2.2.2 Sarja

Es representa mitjançant un escalonat de la forma ${}^n e^1$, o també ${}^1 e^n$, amb $n > 1$. Generalment es coneixen pel nom que designa el seu curs, com per exemple una sarja de 3 (${}^3 e^1$), una sarja de 4 (${}^4 e^1$), etc. Si bé el nombre de sarges teòricament es il·limitat, només s'acostumen a utilitzar les que tenen valors de n reduïts, ja que un curs gran implica llargues bastes i fa que el teixit estigui poc estructurat. Alguns exemples de sarja són els que es mostren en la figura 2.5.

Hi ha molts teixits formats pel lligament de sarja. La sarja de cotó es emprada especialment per a vestits, camises, roba interior i folres. També s'utilitza en teixits de llana i de seda. La sarja és característica en els pantalons i camises texanes.

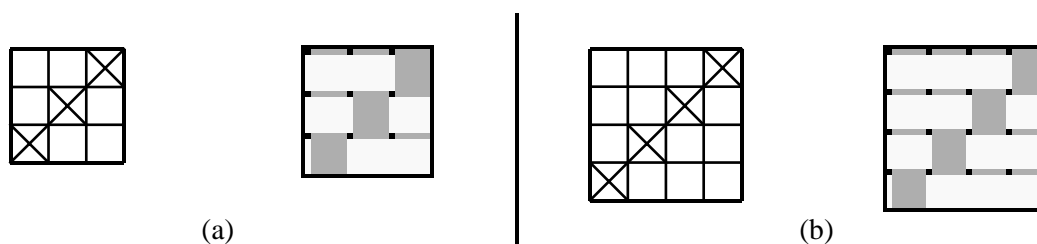


Figura 2.5. (a) Sarja de curs 3 i escalonat ${}^2 e^1$. (b) Sarja de curs 4 i escalonat ${}^3 e^1$.

Es típic de la sarja marcar línies inclinades (bordons) en la superfície del teixit. Quan les densitats de trama i ordit són iguals aquestes línies presenten una inclinació de 45° .

2.2.3 Ras

El ras es representa mitjançant ${}^m e^n$ on m i n són nombres primers entre sí i més grans que 1. Són lligaments que al tenir els punts d'escalonat molt repartits entre les seves bastes permeten més varietat que els anteriors, el que significa un major nivell de complexitat. La seva cara superior o anvers acostuma a ser llisa i brillant. Alguns exemples de ras són els que es mostren en la figura 2.6.

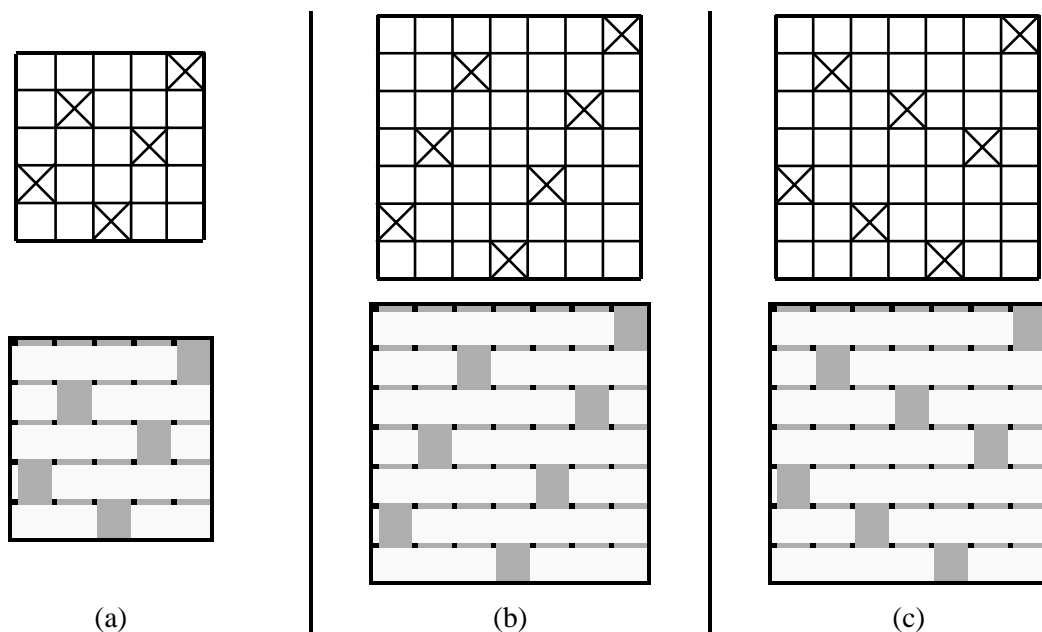


Figura 2.6. Alguns tipus de rasos. (a) Ras de 5, ${}^3e^2$. (b) Ras de 7, ${}^5e^2$. (c) Ras de 7, ${}^4e^3$.

2.2.4 Lligaments derivats dels fonamentals

En aquest apartat es consideraran els lligaments més simples que deriven de la plana, de la sarja i del ras.

Els lligaments derivats de la plana o tafetà són aquells en que els seus fils, passades, o els dos a l'hora evolucionen en grups de dos, tres o més com si fossin tafetà. Alguns exemples es mostren en la figura 2.7.

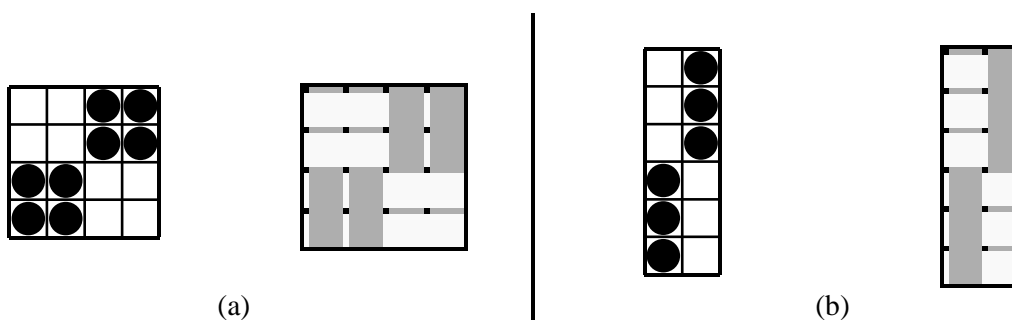


Figura 2.7. Alguns lligaments derivats de la plana. (a) esterilla $bo^{2,2}$, $bt^{2,2}$. (b) teletó $bo^{3,3}$, $bt^{1,1}$.

Els lligament derivats de les sarges són molts i poder arribar a ser molt complexos. El nostre estudi es limitarà als lligaments més senzills, com ara la sarja batavia que presenta una base d'evolucions del tipus $b^{p,q}$ amb $p = q$ o gairebé iguals. Alguns exemples d'aquest tipus de sarja es mostren en la figura 2.8.

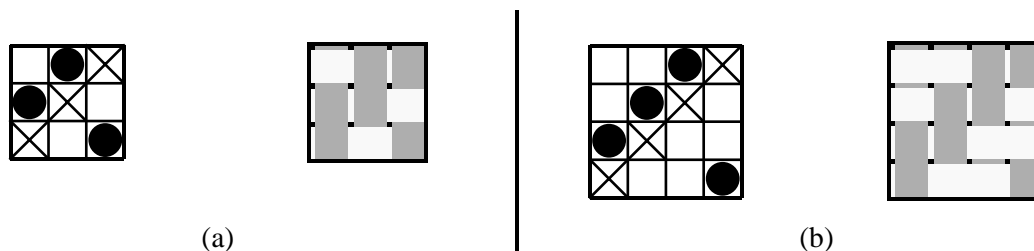


Figura 2.8. Alguns lligaments derivats de la sarja. (a) ${}^2e^1, b^{2,1}$. (b) ${}^3e^1, b^{2,2}$.

Els lligaments derivats dels rasos es classifiquen principalment en granits i acanalats. Aquest tipus de lligaments tenen una complexitat major que els derivats de les planes i les sarges. La figura 2.9(a) mostra un acanalat senzill obtingut a partir d'un escalonat ${}^4e^3$ i base d'evolucions $b^{4,3}$. La figura 2.9(b) mostra un granit senzill d'escalonat ${}^5e^3$ i base $b^{2,3,2,1}$.

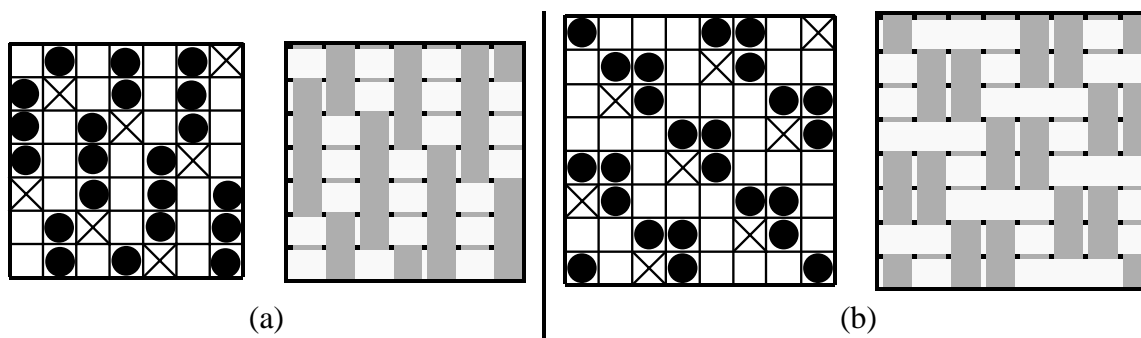


Figura 2.9. (a) Acanalat ${}^4e^3$ i $b^{4,3}$. (b) Granit ${}^5e^3$ i $b^{2,3,2,1}$.

2.3 Transformada de Fourier (TF) òptica i digital

Es defineix la TF d'una funció bidimensional $f(x, y)$ que representa una imatge com:

$$TF(f(x, y)) = F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-j2\pi(ux + vy)) dx dy, \quad (2.1)$$

on (x, y) són les coordenades en el domini espacial i (u, v) són les coordenades en el domini de freqüències. De la mateixa manera, donada $F(u, v)$, es pot obtenir $f(x, y)$ a partir de la Transformada de Fourier Inversa (TFI), la qual es defineix com:

$$TFI(F(u, v)) = TF^{-1}(F(u, v)) = f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) \exp(j2\pi(ux + vy)) dudv. \quad (2.2)$$

La TF d'una funció real dóna, en general, una funció complexa, de components real $R(u, v)$ i imaginari $I(u, v)$ de manera que:

$$F(u, v) = R(u, v) + jI(u, v). \quad (2.3)$$

Si expressem el nombre complex anterior en forma de mòdul, $M(u, v)$, i fase, $\varphi(u, v)$, resulta que:

$$F(u, v) = M(u, v) e^{j\varphi(u, v)}, \quad (2.4)$$

amb:

$$M(u, v) = |F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)} \quad (2.5)$$

i

$$\varphi(u, v) = \tan^{-1} \left(\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right). \quad (2.6)$$

Es defineix l'espectre de potències (EP), $P(u, v)$, de la funció $f(x, y)$ en l'espai de freqüències com el mòdul al quadrat de la TF, així doncs:

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v). \quad (2.7)$$

2.3.1 Convulsió de funcions

Es defineix la convulsió de dues funcions $f(x, y)$ i $h(x, y)$, representada pel símbol \otimes , com:

$$f(x, y) \otimes h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy'. \quad (2.8)$$

Es compleix que la TF de la convulsió de dues funcions $f(x, y)$ i $g(x, y)$ és el producte de les seves transformades:

$$TF(f(x, y) \otimes h(x, y)) = F(u, v) \cdot H(u, v). \quad (2.9)$$

Simètricament, la TF del producte de funcions és igual a la convulsió de les seves transformades:

$$TF(f(x, y) \cdot h(x, y)) = F(u, v) \otimes H(u, v). \quad (2.10)$$

2.3.2 Correlació de funcions

Es defineix la correlació de dues funcions $f(x, y)$ i $h(x, y)$, representada pel símbol $*$, com:

$$f(x, y) * h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') h^*(x' - x, y' - y) dx' dy'. \quad (2.11)$$

En el cas de que les funcions siguin molt similars, la seva correlació presenta, en la posició central, un màxim relativament agut i destacat, mentre que en cas contrari aquest màxim no existeix o és de valor relativament baix.

L'autocorrelació de $f(x, y)$ s'obindrà fent $h(x, y) = f(x, y)$ en l'equació (2.11). D'aquesta manera l'autocorrelació sempre presentarà un màxim central agut i destacat.

En el cas d'estructures periòdiques, l'autocorrelació de funcions presentarà també diferents màxims secundaris aguts relacionats amb la periodicitat de la funció.

La TF d'una correlació de funcions compleix que:

$$TF(f(x, y) * h(x, y)) = F(u, v) \cdot H^*(u, v). \quad (2.12)$$

2.3.3 TF òptica

La TF d'una imatge, $f(x, y)$, es pot obtenir òpticament mitjançant el sistema representat en la figura 2.10(a) que utilitza una lent convergent de distància focal f i un sistema d'il·luminació coherent de longitud d'ona λ . La TF es forma, amb un factor de fase inclòs, en el pla conjugat imatge de la font d'il·luminació i coincideix amb la distribució en amplitud del patró de difracció de $f(x, y)$ en camp llunyà (difracció de Fraunhofer). En el cas del muntatge de la figura 2.10(a) la distribució de l'amplitud en el pla de Fourier ve determinada per [Thompson-1978]:

$$\begin{aligned} \psi(\xi, \eta) = C \exp \left[jk \frac{(u^2 + v^2)(f - z_1)}{2[z_2(f - z_1) + fz_1]} \right] \cdot \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp \left\{ -jk \frac{f}{[z_2(f - z_1) + fz_1]} (\xi x + \eta y) \right\} dx dy \end{aligned} \quad (2.13)$$

on C és una constant i $\exp \left[jk \frac{(u^2 + v^2)(f - z_1)}{2[z_2(f - z_1) + fz_1]} \right]$ un factor de fase.

Si efectuem el canvi de coordenades següent:

$$\begin{aligned} u &\equiv \frac{f}{\lambda} \frac{\xi}{[z_2(f - z_1) + fz_1]} \\ v &\equiv \frac{f}{\lambda} \frac{\eta}{[z_2(f - z_1) + fz_1]} \end{aligned} \quad (2.14)$$

tenim que l'expressió anterior queda com:

$$\psi(u, v) = C \exp \left[jk \frac{(u^2 + v^2)(f - z_1)}{2 [z_2 (f - z_1) + f z_1]} \right] F(u, v) \quad (2.15)$$

on $F(u, v)$ és la transformada de Fourier escalada de $f(x, y)$.

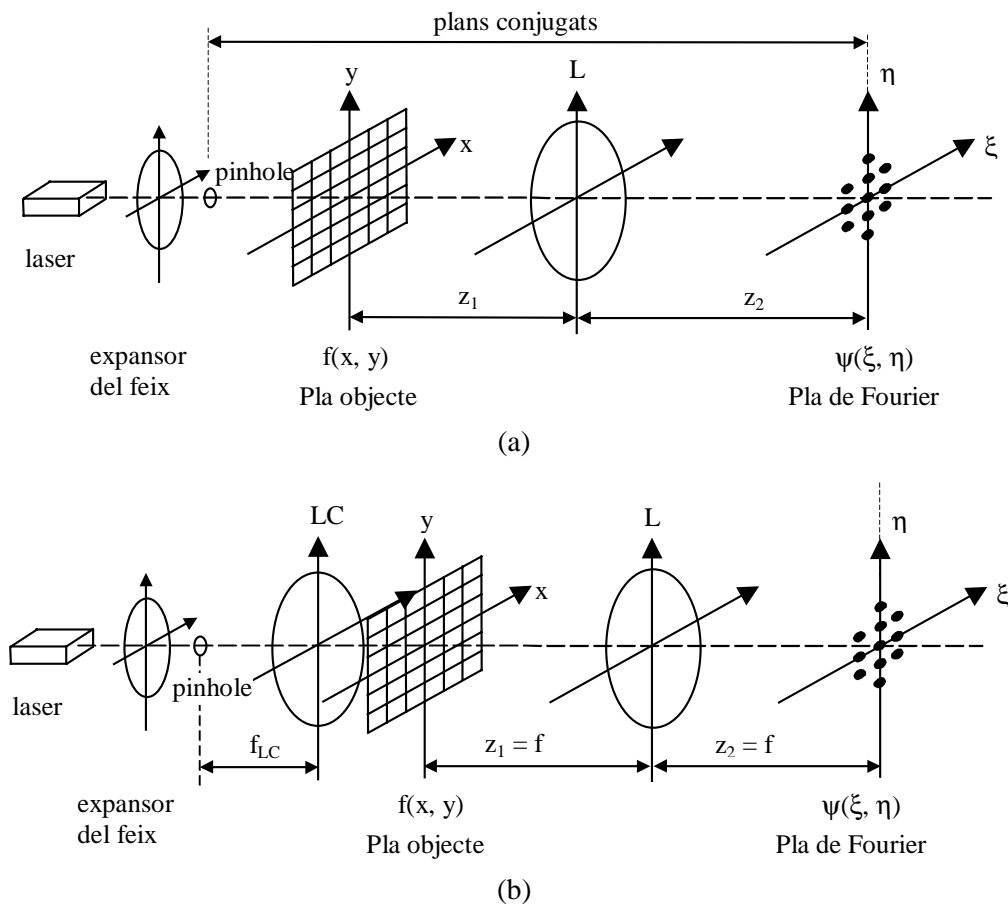


Figura 2.10. Esquema de la TF òptica d'una imatge periòdica. (a) Cas general. (b) Il·luminació amb llum col·limada i objecte situat en el pla focal objecte de la lent L.

Un muntatge modificat utilitza llum col·limada i situa l'objecte en el pla focal objecte de la lent L (Figura 2.10(b)). Aquest tipus d'arquitectura $z_1 = f$, amb el que s'anul·la el terme de fase de l'equació (2.15) i $z_2 = f$, fa que la TF es formi en el pla focal imatge de la lent L amb una escala que segons l'equació 2.14 només depèn de la longitud d'ona λ i la seva focal f .

Per captar la TF cal situar un detector en el pla de Fourier. En la configuració representada esquemàticament en la figura 2.10(b), el detector és una camera CCD amb el que s'aconsegueix, juntament amb una tarja digitalitzadora, l'enregistrament i digitalització d'una imatge. Els detectors registren la irradiància (intensitat) de la TF, la qual és proporcional al quadrat de l'amplitud.

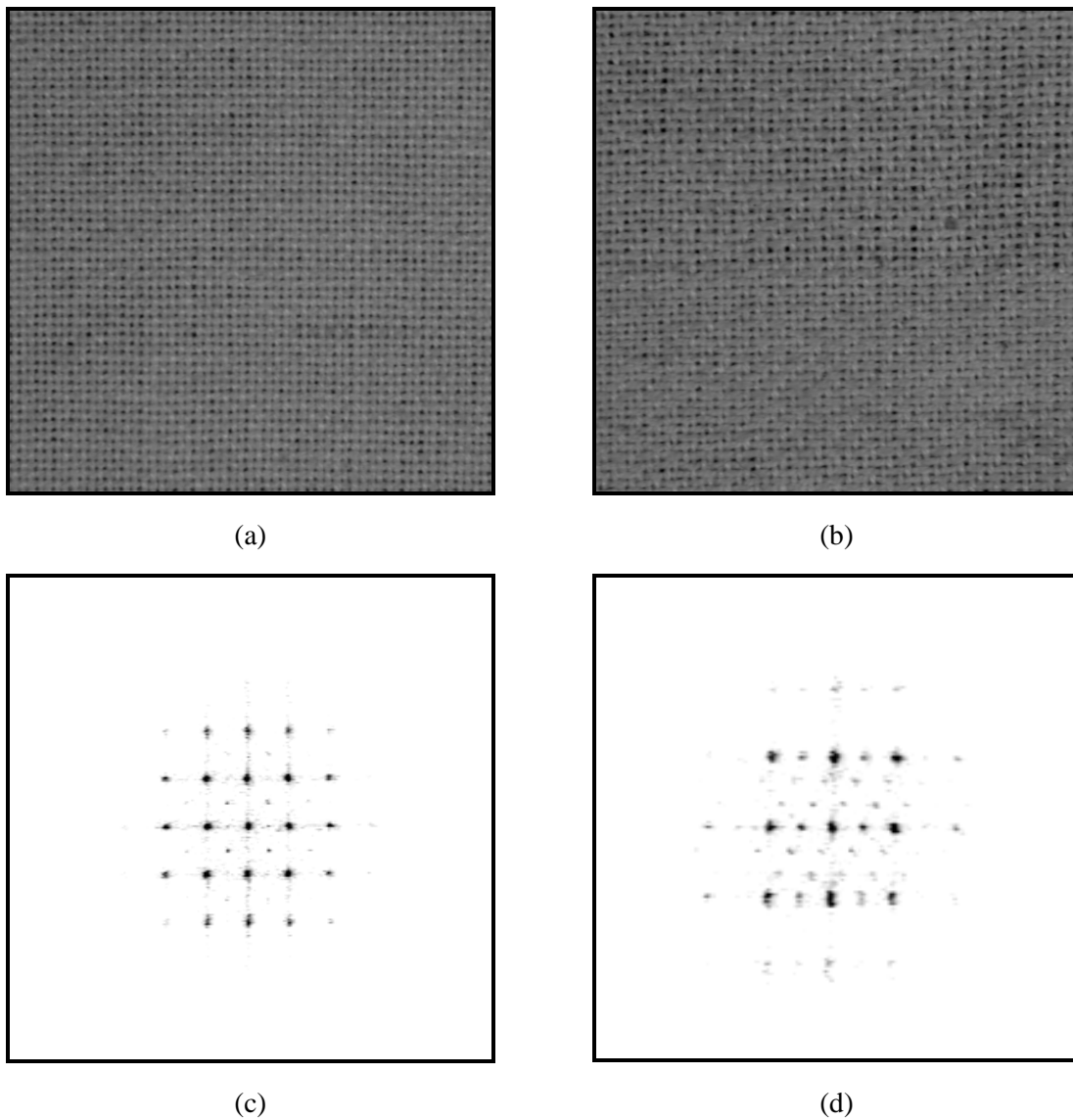


Figura 2.11. (a) Teixit de plana. (b) Teixit de sarja. (c) TF òptica del teixit de plana. (d) TF òptica del teixit de sarja.

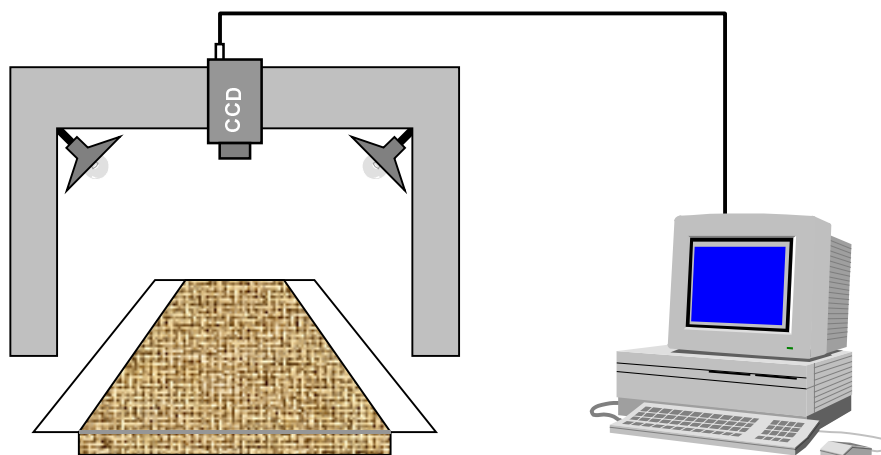
Les figures 2.11(a) i 2.11(b) mostren dos teixits de plana i sarja respectivament, mentre que en les figures 2.11(c) i 2.11(d) hi ha els seus respectius espectres de potències obtinguts a partir de la TF òptica i enregistrats amb una camera CCD en B/N amb 256 nivells de grisos. Cal notar que, amb la finalitat d'obtenir una bona visualització de les figures, tots els espectres de potències es mostren amb un contrast invertit, es a dir, els nivells de gris elevats es representen com a negres i els nivells inferiors com a blancs. La TF s'ha obtingut experimentalment a partir de la llum transmesa pel teixit segons l'esquema de la figura 2.10(b). En aquest cas, s'ha utilitzat un làser He-Ne de $\lambda = 632,8$ nm. Un objectiu de microscopi de 40x expandeix el feix, que és filtrat per un pinhole de 10 μm de diàmetre. Amb l'ajut de la lent L_C de $f = 500$ mm i diàmetre $\phi = 63$ mm, s'ha col·limat la llum que il·lumina la mostra. La lent L , de $f = 300$ mm i $\phi = 50$ mm, aconseguix una transformada d'escala suficient per omplir la major part del sensor de la camera CCD. Els diferents pics, la majoria d'ells saturats, així com les direccions que determinen s'analitzaran en detall més endavant.

Es evident que quan el teixit estigui molt atapeït la transmissió de la llum serà molt pobre i hi haurà una major dificultat per obtenir la TF per transmissió [Ciamberlini-1996]. Una possible solució a aquest problema seria introduir la imatge del teixit a través d'un modulador EASLM. En aquest cas la imatge del teixit, captada per reflexió difosa mitjançant una camera CCD s'enviaria a una pantalla LCTV d'un modulador EASLM situat en el pla d'entrada x, y d'un sistema igual al de la figura 2.10(b). Una altra solució seria canviar el teixit pel seu negatiu, ja sigui en pel·lícula fotogràfica o en fotolit. Aquesta última solució ha estat emprada en el capítol 4.

2.3.4 TF discreta o digital (TFD)

Digitalitzar una funció $f(x, y)$ consisteix en fer un mostreig de la funció de manera que els seus punts es representin discretament mitjançant una matriu de M columnes i N files. Així doncs, la imatge digital es representa com $f(m, n)$ amb ($m = 0 \dots M-1$ y $n = 0 \dots N-1$). En general s'acostuma a mostrejar la funció de manera que M i N siguin iguals.

La figura 2.12 esquematitza el muntatge utilitzat per digitalitzar la imatge, en el nostre cas la mostra tèxtil. La captació s'efectua mitjançant una camera CCD B/N Pulnix TM-765 amb un objectiu macro telecèntric de 55 mm de focal. La utilització del macro és degut a que en molts casos cal capturar d'aprop petits camps lineals de la imatge amb la finalitat de poder observar amb detall els seus fils. Una tarja MATROX MVP-AT digitalitza la imatge, la qual es processada mitjançant un ordinador personal tipus Pentium.



(a)



(b)

Figura 2.12. (a) Esquema de la captació i digitalització de la imatge per l'obtenció de la TF. (b) Muntatge real.

A l'hora de calcular la TF d'una imatge digital, es necessita una versió discreta de l'integral de la fórmula (2.1). Es calcula la Transformada de Fourier Discreta (TFD) de la funció $f(m, n)$ a partir de l'expressió [Gonzalez-1993]:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f(m, n) \exp\left(-j2\pi\left(\frac{um}{M} + \frac{vn}{N}\right)\right), \quad (2.16)$$

mentre que la Transformada de Fourier Inversa Discreta (TFID) val [Gonzalez-1993]:

$$f(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} F(u, v) \exp\left(j2\pi\left(\frac{um}{M} + \frac{vn}{N}\right)\right). \quad (2.17)$$

Danielson i Lanczos varen desenvolupar, l'any 1942, un algorisme per donar més rapidesa al càlcul de la TFD [Press-1992]. L'algorisme desenvolupat, així com les seves diferents variants es coneix com la Transformada de Fourier Ràpida (FFT, de l'anglès *Fast Fourier Transform*). La característica més important de la FFT es que redueix el nombre d'operacions de la TFD d'una imatge quadrada $N \times N$ de N^2 fins a $N \log_2 N$.

En la representació gràfica de la TF mitjançant l'algorisme de la FFT cal tenir en compte que el rang dinàmic de l'espectre és molt més gran que el rang de l'escala de grisos que pot donar l'ordinador (en el nostre cas 8 bits ó 256 nivells). Així doncs quan es vol representar la TF mitjançant una imatge digital cal comprimir el seu rang perquè càpiga en el rang de nivells de grisos de l'ordinador. El mètode més utilitzat de compressió és el mètode standard o logarítmic on s'acostuma a comprimir el rang de la TF de manera que:

$$TF_l(u, v) = \log [a + b |TF(u, v)|]. \quad (2.18)$$

Les constants a i b generalment prenen el valor d'1. Posteriorment, per obtenir una bona representació s'escalen els valors de $P_l(u, v)$ entre 0 i 255 nivells de grisos.

Un altre mètode de compressió, que eixampla el rang molt més que la compressió logarítmica, és el de tallar el valor del màxim central (*dc* term) prenent com a valor de tall el valor del segon màxim relatiu de l'espectre de potències. Posteriorment, s'escalen linealment els valors del $|TF|$ entre 0 i 255 nivells de grisos. Amb aquest procediment es ressalten els valors corresponents als primers harmònics ja que la diferència entre el valor de la contínua i el segon màxim relatiu acostuma a ser de dos ordres de magnitud.

La figura 2.13 mostra la transformada de Fourier obtinguda digitalment del teixit de plana de la figura 2.11(a). La figura 2.13(a) mostra una representació logarítmica d'aquesta transformada mentre que la figura 2.13(b) mostra la mateixa transformada després de tallar el màxim central i reescalar. S'observa que els primers màxims relatius queden molt més contrastats amb el segon mètode encara que s'aprecia menys informació en les altes freqüències.

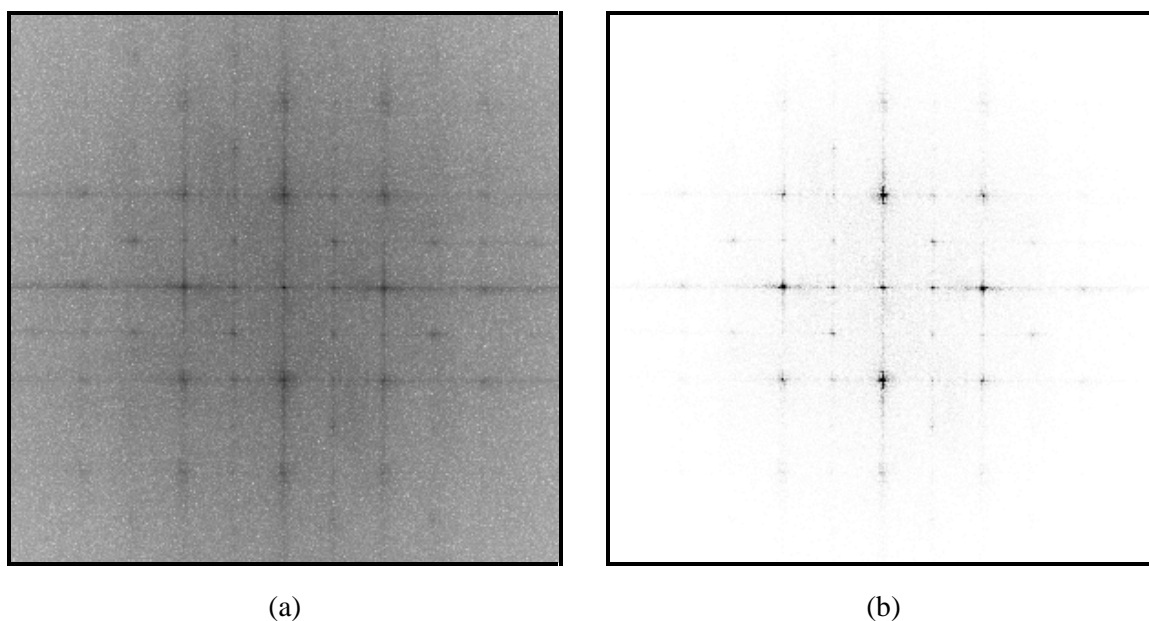


Figura 2.13. TF del teixit de plana de la figura 2.11(a). (a) Representació a escala logarítmica. (b) Representació amb el màxim central escapat al mateix nivell que el primer màxim secundari i posterior reescalat dels nivells.

2.4 Un model per al teixit

Un teixit es pot construir espacialment mitjançant una repetició infinita i regular d'una estructura elemental. En aquest apartat es modelitzarà el teixit seguint un mètode similar al que s'utilitza en cristal·lografia per caracteritzar les estructures periòdiques dels cristalls [Kittel-1976], [Ziman-1969].

Un teixit ideal (Figura 2.14) es compon d'una base repetida en els punts d'una xarxa definida per dos vectors de translació \vec{a} i \vec{b} , de manera que l'aparença del teixit és la mateixa quan es contempla des de qualsevol dels punts de la xarxa, definits pels vectors:

$$\vec{P} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b}, \quad (2.19)$$

on \vec{P} representa la posició d'un punt de la xarxa i n_1 i n_2 són nombres enters.

La convolució de funcions permet construir una estructura periòdica a partir de la seva base i la xarxa que la genera. En el cas d'un teixit $t(x, y)$, la base $b(x, y)$ estarà formada per un reduït conjunt de fils amb els quals es pot construir l'estructura, mentre que la xarxa, $h(x, y)$, serà una pinta de Dirac bidimensional finita generada en els punts que determinen els vectors \vec{a} i \vec{b} segons l'equació (2.19). Així doncs, la relació lògica per la construcció del teixit és [Thompson-1978]:

$$\begin{aligned} base \otimes xarxa &= teixit, \\ b(x, y) \otimes h(x, y) &= t(x, y). \end{aligned} \quad (2.20)$$

La funció pinta de Dirac, $h(x, y)$ s'expressarà com:

$$h(x, y) = \sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}} \delta(x - n_1 \vec{a}, y - n_2 \vec{b}). \quad (2.21)$$

Aquesta representació que acabem de formular es pot relacionar fàcilment amb la Teoria del Teixit (apartat 2.2). Un teixit es podria representar mitjançant la repetició d'una base (enunciat), on la xarxa generadora sigui sempre rectangular o quadrada (Figura 2.15).

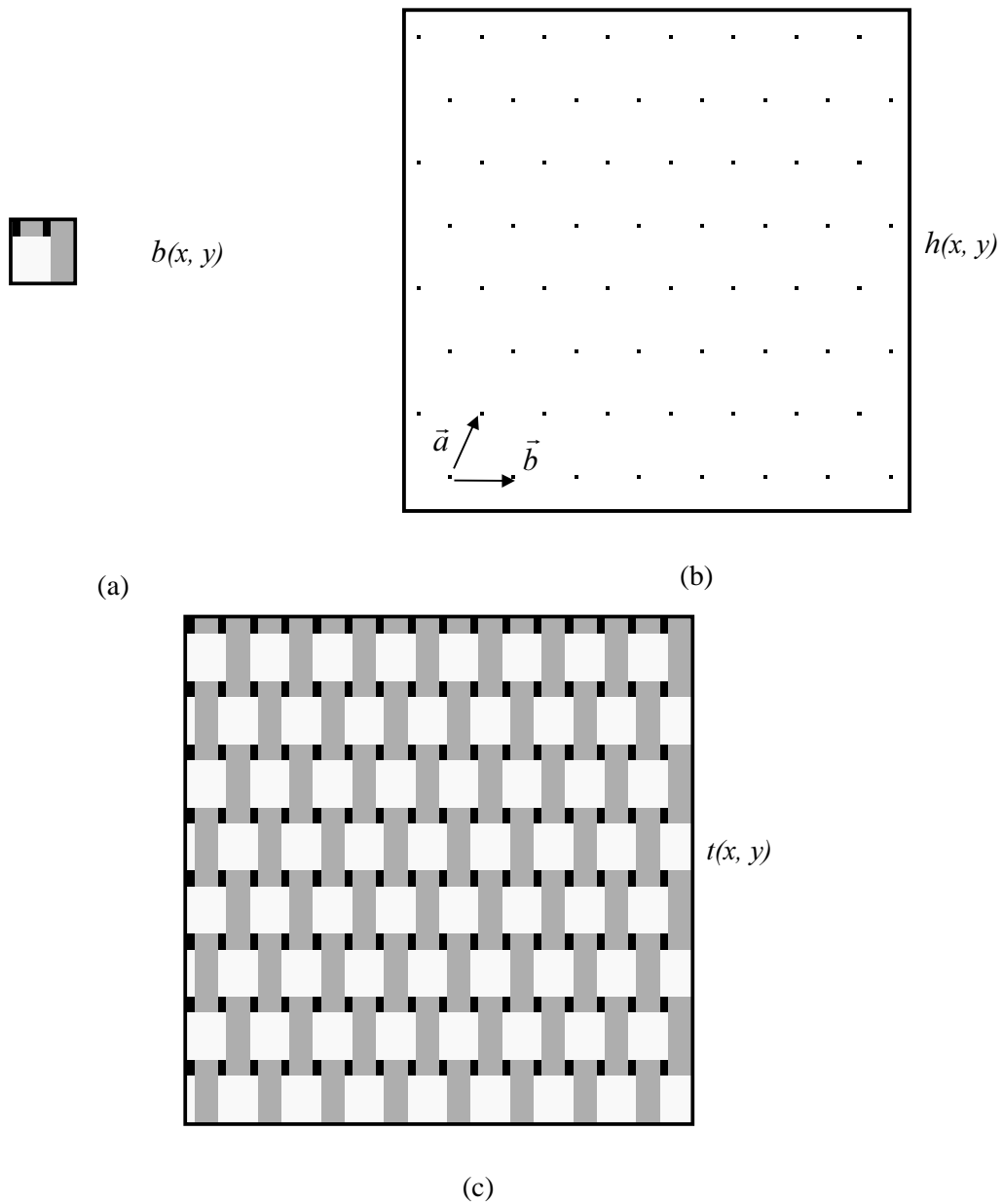


Figura 2.14. Representació d'un teixit. (a) Base $b(x, y)$. (b) Xarxa espacial $h(x, y)$. (c) Teixit $t(x, y)$. El teixit es forma per la repetició de la base on \vec{a} i \vec{b} són els vectors primitius de translació.

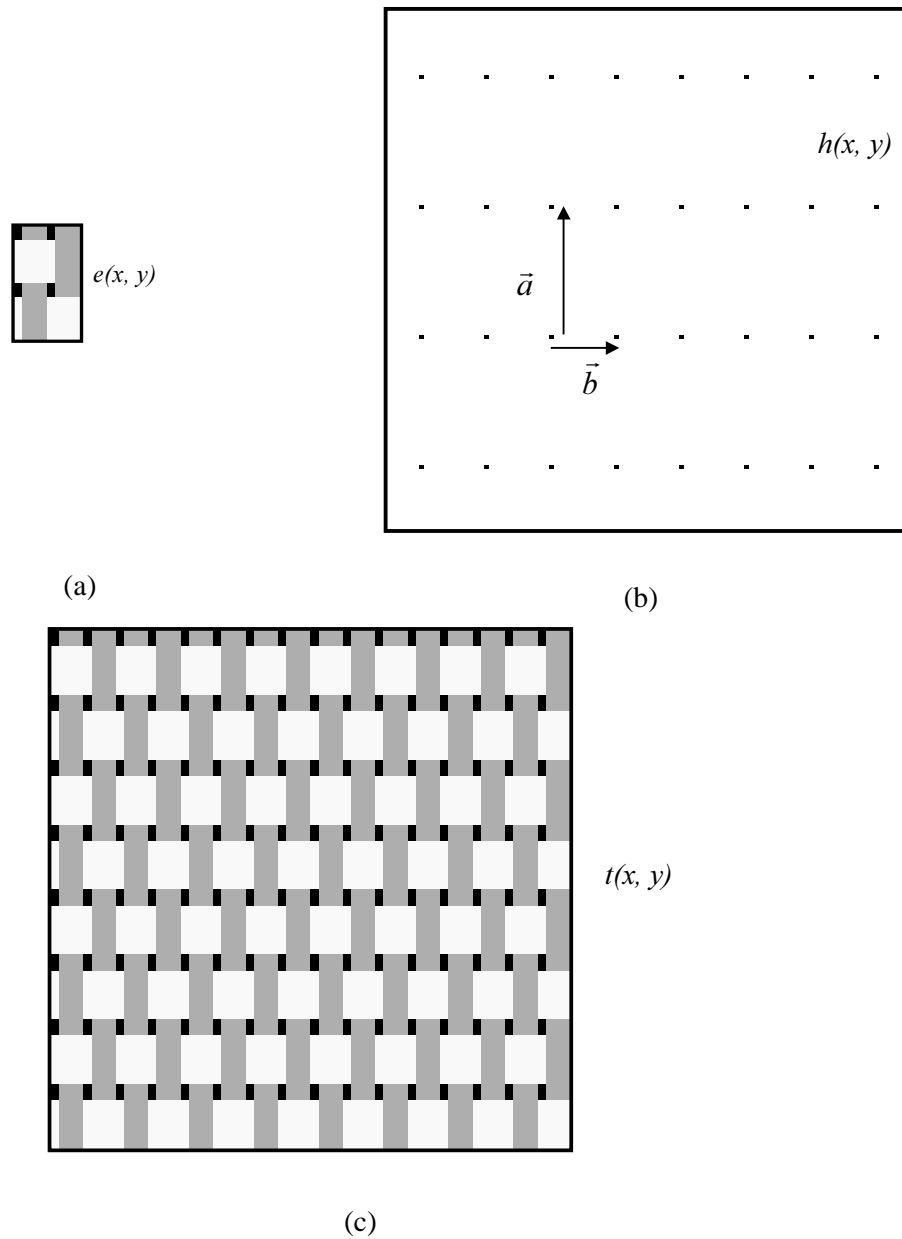


Figura 2.15. Generació del teixit de sarja de la figura 2.14 a partir del seu enunciat i la xarxa espacial. (a) Enunciat del teixit $e(x, y)$. (b) Xarxa espacial $h(x, y)$. (c) Teixit $t(x, y)$. En aquest cas la posició dels punts de la xarxa presenten una configuració rectangular.

Seguint el model descrit per l'equació (2.20), un mateix teixit es pot representar en realitat de moltes maneres diferents, tot dependrà de la base i la xarxa que s'escullin per la seva generació. Ara bé, és més interessant imposar a la base una condició de mínim, és a dir, que el teixit es generi a partir de la base que tingui el nombre mínim de creuament de fils (d'àrea més petita). En aquest cas el nombre de bases que configuren el teixit, en general, és més gran que 1.

La figura 2.16 mostra les diferents bases, totes elles amb un nombre de creuament de fils mínim que poden generar el teixit de plana de la figura 2.14. És important destacar que la mateixa xarxa, amb qualsevol d'aquestes bases, es capaç de generar el mateix teixit de plana (llevat translacions globals de la imatge final del teixit).



Figura 2.16. (a) Conjunt de bases, amb el nombre mínim de creuaments (d'àrea mínima), que generen el teixit de plana (figura 2.14(b)).

Els vectors de translació \vec{a} i \vec{b} defineixen també dos eixos del teixit en els quals només un d'ells coincideix amb una de les direccions fonamentals de trama o bé d'ordit. En la figura 2.14(b) els vectors \vec{a} i \vec{b} generen un paral.lelepípede primitiu ja que els punts de la xarxa només es poden situar en els vèrtexs d'aquest paral.lelepípede.

Els vectors \vec{a} i \vec{b} que generen la xarxa no són únics. Ara bé si es vol que generin un paral.lelepípede primitiu, el nombre de possibles vectors generadors disminueix, però, tot i així, encara n'hi ha molts. Els vectors escollits en el nostre cas, \vec{a} i \vec{b} , estan relacionats amb l'escalonat del teixit i el seu curs, els quals s'expressaran en coordenades cartesianes prenent com a vectors canònics el fil d'ordit $\vec{e}_1 = (1,0)$ i el fil de trama $\vec{e}_2 = (0,1)$.

Pel teixit de plana, els vectors que generen la xarxa són: $\vec{a} = (1, 1)$ i $\vec{b} = (2, 0)$, on \vec{a} representa l'escalonat per ordit i \vec{b} el curs del teixit.

Quan el teixit és de sarja ${}^2e^1$ amb base d'evolució $b^{1,2}$, el nombre de bases, d'àrea mínima, que poden generar el teixit és 12. La figura 2.17 mostra les diferents bases així com la xarxa, comuna a totes les dotze bases, que genera el teixit.

Els vectors que generen la xarxa a partir de l'escalonat per ordit i el curs del teixit són: $\vec{a} = (1, 1)$ i $\vec{b} = (3, 0)$.

Si el teixit és de ras, el conjunt de possibles bases augmenta considerablement. En la figura 2.18(a) és mostra un conjunt de possibles bases mínimes que poden generar un teixit de ras d'escalonat ${}^3e^2$ i base d'evolució $b^{1,4}$. Totes elles tenen com a vectors de la xarxa generadora $\vec{a} = (3, 1)$ i $\vec{b} = (5, 0)$.

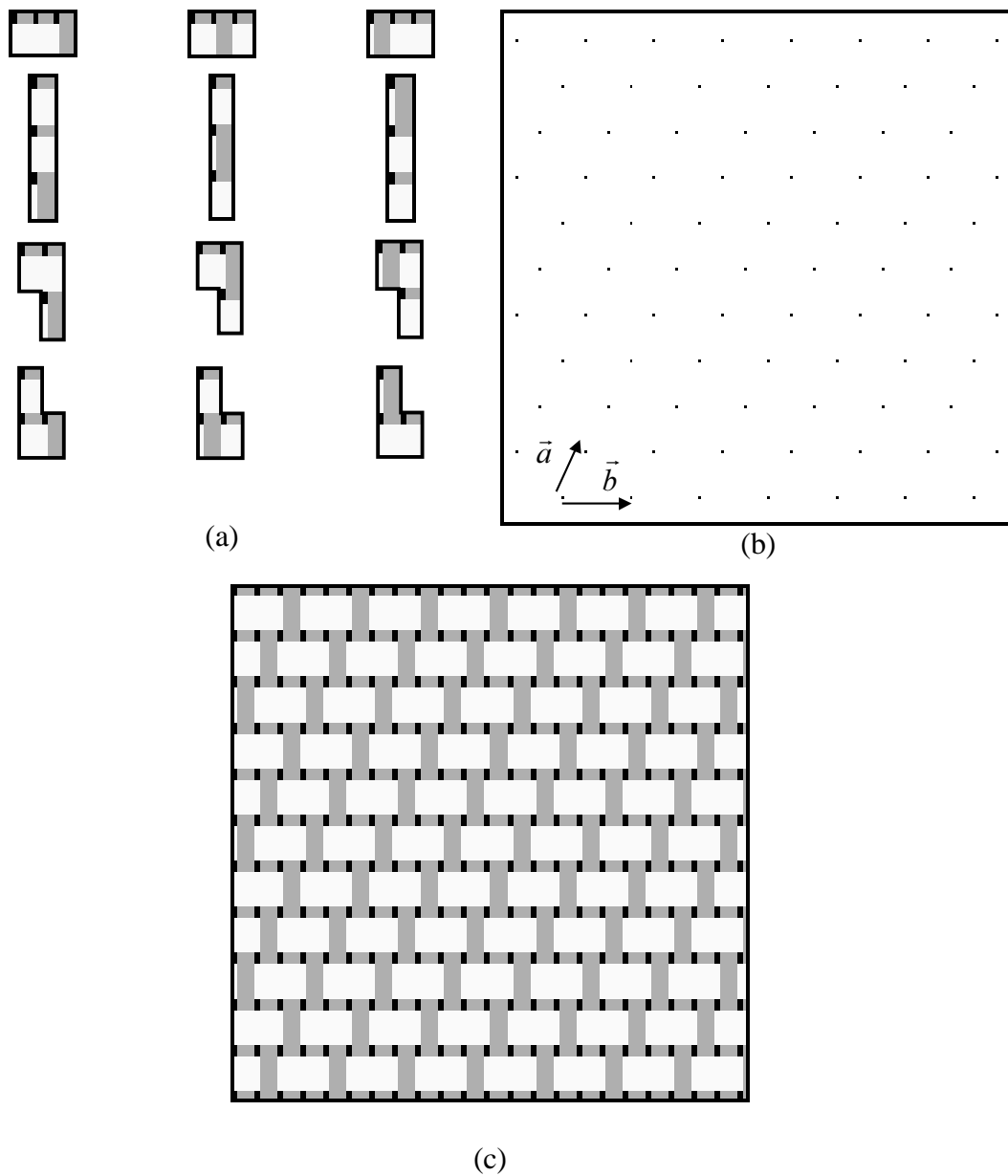


Figura 2.17. Generació d'un teixit de sarja ${}^2e^1$ amb base d'evolució $b^{1,2}$. (a) Conjunt de bases mínimes que poden generar el teixit. (b) Xarxa generadora amb $\vec{a} = (1, 1)$ i $\vec{b} = (3, 0)$. (c) Teixit.

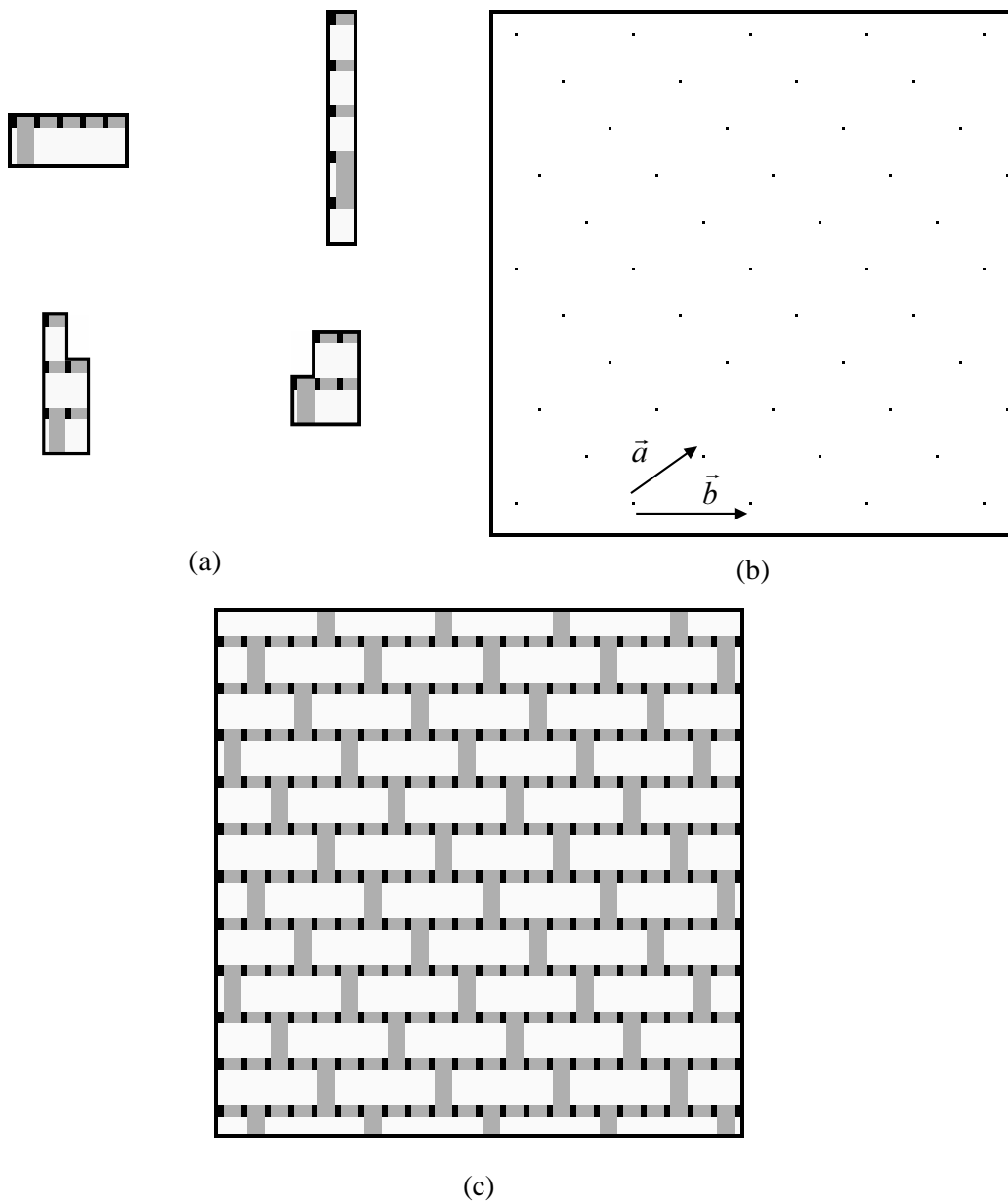


Figura 2.18. Generació d'un teixit de ras $3e^2$. (a) Algunes bases mínimes que poden generar el teixit. (b) Xarxa generadora amb $\vec{a} = (3, 1)$ i $\vec{b} = (5, 0)$. (c) Teixit.

2.4.1 El teixit tèxtil com a convolució

En l'apartat anterior s'ha modelitzat el teixit a partir de la convolució entre la base i la xarxa. Segons l'equació (2.9), la TF de la funció teixit és igual al producte de la TF de la base per la TF de la pinta de Dirac. Aquesta propietat ens permetrà veure de forma separada les aportacions dels dos elements, la base i la xarxa a la TF del teixit. Seguint la nomenclatura cristal·logràfica [Kittel-1976], l'espectre de potències de la xarxa periòdica, $|H(u, v)|^2$, s'anomena xarxa recíproca.

En la figura 2.19(a) s'ha simulat un teixit de sarja, $t(x, y)$, format per un lligament de curs $3e^1$ i base $b^{2,2}$ on la densitat de fils d'ordit és el doble de la de fils de trama. En aquesta figura es mostra gràficament com el teixit $t(x, y)$ es pot descompondre segons l'equació (2.20) en una convolució de la base $b(x, y)$, que en aquest cas hem agafat com quatre creuaments entre un mateix fil de trama (de color blanc) i quatre d'ordit (de color gris), per la xarxa amb vectors generadors $\vec{a} = (1, 1)$ i $\vec{b} = (4, 0)$.

Pel teorema de la convolució (equació (2.9)), es pot escriure

$$T(u, v) = B(u, v) H(u, v), \quad (2.22)$$

on $T(u, v) = \text{TF}\{t(x, y)\}$, $B(u, v) = \text{TF}\{b(x, y)\}$ i $H(u, v) = \text{TF}\{h(x, y)\}$.

La figura 2.19(b) mostra les TF respectives de les funcions de la figura 2.19(a). En aquest cas hem aplicat la TF digital mitjançant l'algorisme de la FFT.

Si analitzem amb detall la figura 2.19 veurem que la base $b(x, y)$ porta la informació de la base d'evolucions i la xarxa o pinta de Dirac, $h(x, y)$, la informació de l'escalonat. En la figura que representa la xarxa $h(x, y)$ es troba marcat en un rectangle el curs, c , o el nombre mínim de fils que cal posar en la quadrícula per descriure el lligament amb l'escalonat corresponent. En aquest cas el curs és de 4, igual al nombre d'espais que hi ha entre els punts situats en la diagonal del rectangle remarcat.

L'angle d'inclinació de les franges o bordons queda determinat pels vectors \vec{a} i \vec{b} de la xarxa generadora.

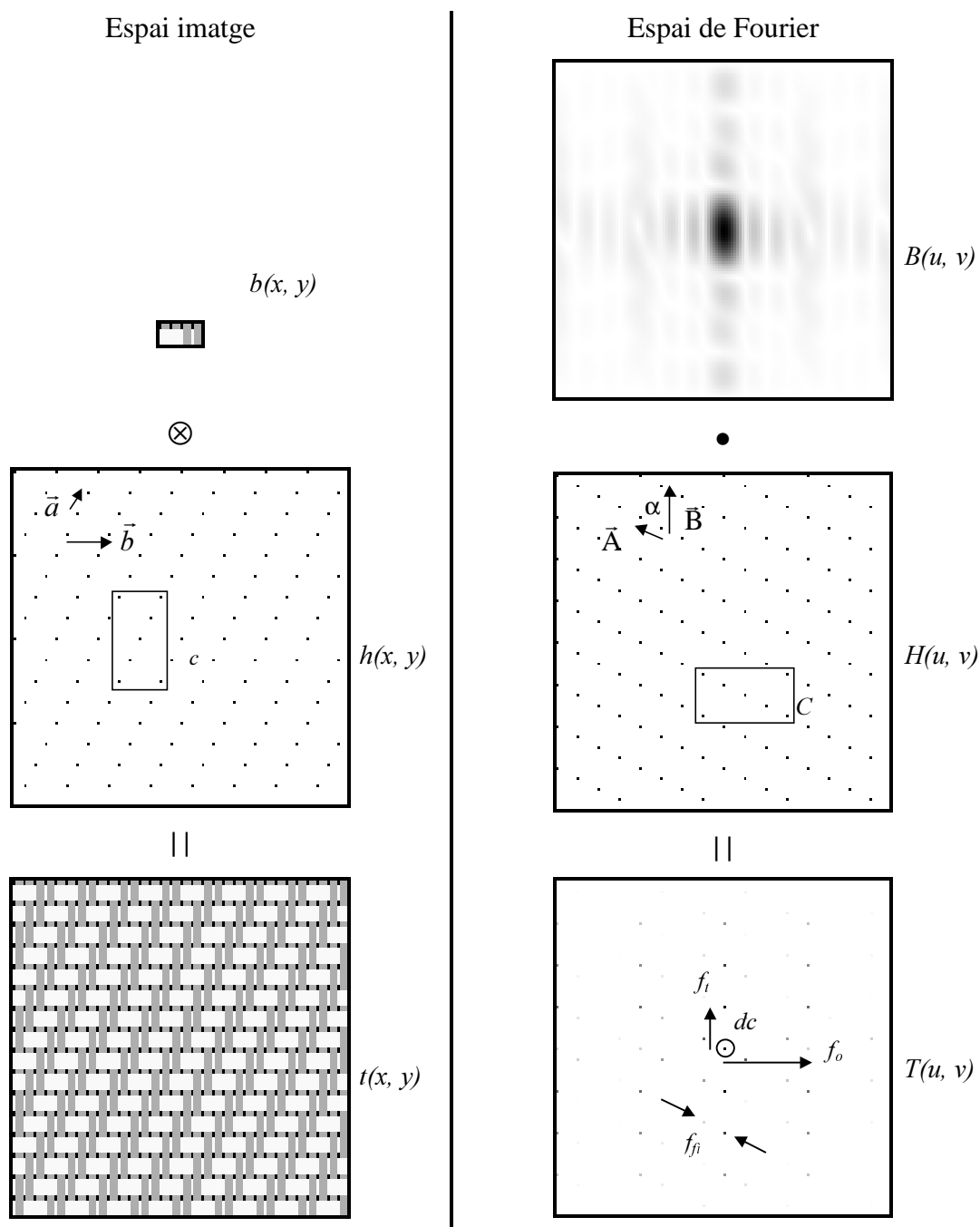


Figura 2.19. Representació gràfica de l'estructura d'un teixit utilitzant el model basat en la convolució. Espai imatge: El teixit $t(x, y)$ es descompon en la convolució de la base $b(x, y)$ per la pinta de Dirac $h(x, y)$. Espai de Fourier: La transformada de Fourier de $t(x, y)$, $T(u, v)$, és igual al producte de la transformada de la base, $B(u, v)$, per la transformada de la pinta $H(u, v)$.

La TF de $h(x, y)$, $H(u, v)$, defineix la xarxa recíproca a l'espai de Fourier. Aquesta xarxa pot ser generada per la base de vectors \vec{A} i \vec{B} , perpendiculars als vectors \vec{a} i \vec{b} respectivament. $B(u, v)$ i $H(u, v)$ porten, respectivament, la informació de la base, del curs i l'escalonat en l'espai de Fourier. En la figura que representa la xarxa recíproca $H(u, v)$ s'ha senyalat en un rectangle el curs C , que coincideix també amb el nombre d'espais continguts en la diagonal del rectangle. c i C són representacions del curs en el domini espacial i de freqüències respectivament i en nombre d'espais continguts coincideix en ambdós casos. L'angle α , determinat pels vectors \vec{A} i \vec{B} , coincideix amb la direcció de les franges inclinades d'aquest teixit. L'angle α es pot determinar, també, de forma indistinta en ambdós dominis.

Finalment la funció $T(u, v)$ s'obté modulant $H(u, v)$ per la funció $B(u, v)$. En el mòdul de $T(u, v)$, des del màxim central dc queden perfectament determinades les freqüències de trama, f_t , ordit, f_o , de les franges inclinades f_{fi} , i també les que indiquen el curs del lligament.

2.4.2 Autocorrelació de funcions periòdiques

La correlació de funcions i, concretament, l'autocorrelació, és una operació molt utilitzada en el reconeixement d'estructures periòdiques en materials tèxtils. Per citar alguns exemples, Eldin and Eldin [Eldin-1987] utilitzaren aquesta tècnica per extreure les característiques que els permeteren detectar i classificar alguns tipus de defectes en textures tèxtils. Wood [Wood-1990] aplicà l'autocorrelació en la determinació dels elements estructurals que formen les catifes i en la determinació del seu grau de desgast a l'ús. Frank and Randall [Frank-1995] empraren l'autocorrelació per identificar els patrons de repetició de diferents teixits com a pas previ per la detecció i classificació de defectes. Hosseini-Ravandi and Toriumi [Hosseini-Ravandi-1995] aplicaren l'autocorrelació per determinar l'aspecte de diferents teixits de plana.

En aquest apartat es caracteritzaran els patrons de repetició en els diferents teixits a partir de l'autocorrelació seguint el mètode proposat per Wood [Wood-1990].

Quan les funcions a correlacionar són de dimensions elevades, la correlació s'efectua de manera molt més ràpida en l'espai de Fourier segons l'equació (2.12). Per visualitzar millor el resultat final, Wood anul·là el component de continua en l'espectre de potències. D'aquesta manera les etapes del procés de càlcul per realitzar l'autocorrelació de funcions han estat les següents:

- 1.- Càlcul de la TF de la imatge $f(x, y)$.
- 2.- Obtenció de l'espectre de potències.
- 3.- Anul·lació del valor central de l'espectre de potències.
- 4.- Obtenció de la TF^{-1} .
- 5.- Normalització de l'autocorrelació entre 0 i 255 nivells de gris.

La figura 2.20(a) simula un teixit de plana i la figura 2.20(b) mostra el resultat de la seva autocorrelació. En ella s'ha marcat el màxim central i es poden apreciar els diferents màxims secundaris. L'aplicació de l'autocorrelació per determinar estructures i realitzar mesures en el teixit es veurà en el proper capítol (apartat 3.2).

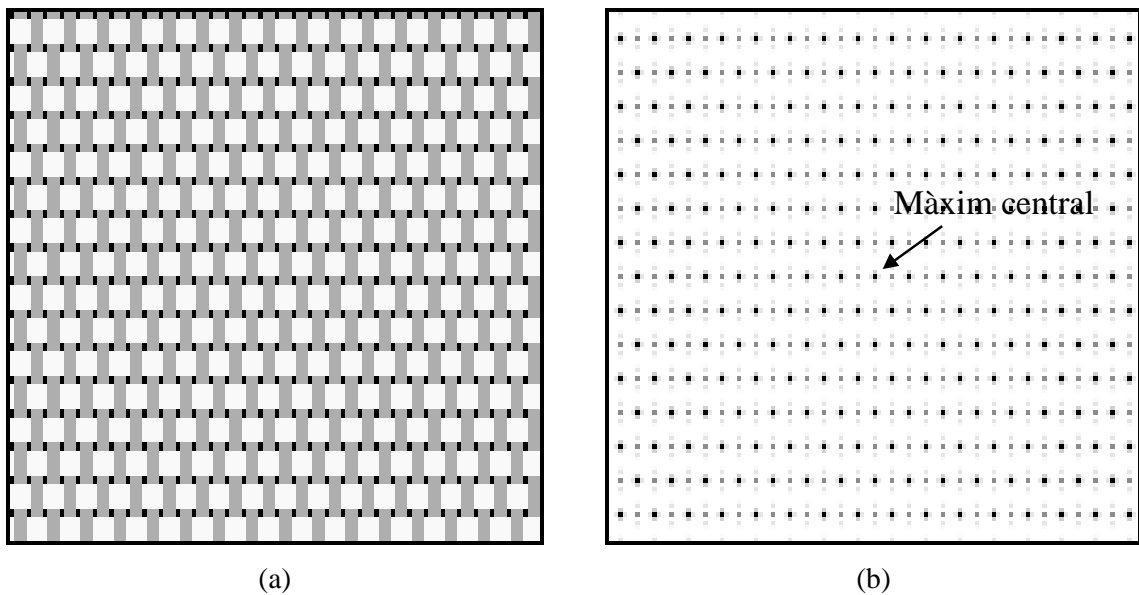


Figura 2.20. (a) Teixit de plana. (b) Funció d'autocorrelació del teixit de plana.