

## CAPITULO 10

### REFLEXION EN SUPERFICIES NO METALICAS

En el capítulo 9 se ha presentado un algoritmo de procesado gráfico y óptica física para el análisis de la reflexión en grandes superficies, que constituye la principal contribución a la sección recta de los blancos radar más habituales. Sin embargo, la formulación de la aproximación de óptica física que se ha realizado es válida únicamente para superficies metálicas. Ello constituye un inconveniente importante cuando se analizan blancos radar reales, por los siguientes motivos:

En primer lugar, porque la presencia de recubrimientos con materiales absorbentes radar (RAM) en aparatos "*stealth*" produce una reducción muy importante de la sección recta respecto a la de las superficies metálicas. Dichos materiales introducen pérdidas en las que se disipa la energía incidente, bien por su resistividad eléctrica, bien por la rotación magnética en el interior de los dominios, o bien por ambas causas. Para su análisis, no se realiza el estudio a nivel microscópico de la disipación de la energía electromagnética por fricción entre átomos o moléculas, sino que se contempla desde una perspectiva macroscópica considerando el efecto neto de las propiedades del material a través de su permitividad dieléctrica y su permeabilidad magnética complejas.

En segundo lugar, por la creciente utilización de materiales "*composites*" en la industria aeronáutica moderna. Estos materiales proporcionan ventajas de ligereza, resistencia y coste, entre otras, sobre las estructuras metálicas clásicas. Desde el punto de vista electromagnético, su comportamiento puede asimilarse al de los dieléctricos con pérdidas o bien al de malos conductores, en ambos casos sin propiedades magnéticas. Cuando un alto porcentaje de la superficie del avión es de material *composite*, cabe esperar una influencia importante de estos materiales

en la sección recta total, invalidando las predicciones realizadas con métodos específicos para superficies metálicas, como óptica física (cap. 9) o el método de las corrientes equivalentes (cap. 10).

En este capítulo se presenta la aproximación más comúnmente aplicada para el estudio de la difracción en objetos dieléctricos y/o magnéticos en la región de alta frecuencia: la condición de contorno de impedancia (IBC). Dadas las dificultades que introduce su aplicación a la difracción en aristas y al estudio de las reflexiones múltiples, se va a considerar únicamente su incidencia en la reflexión de primer orden en grandes superficies, que constituye la principal contribución a la sección recta. Para ello, se ha modificado adecuadamente el algoritmo de procesamiento gráfico de óptica física presentado en el capítulo 9. Como primera aproximación, se han considerado las superficies metálicas con un recubrimiento absorbente, pero la ampliación del método a la situación más general -materiales *composites*- no presenta ninguna dificultad.

## 10.1 DIFRACCION EN MEDIOS MATERIALES

El análisis riguroso de la difracción electromagnética producida por cuerpos dieléctricos y/o magnéticos con pérdidas es de gran dificultad, pues requiere la formulación exacta de las condiciones de contorno sobre las superficies de separación entre los distintos medios homogéneos que intervengan en el problema, para lo cual es necesario el conocimiento de los campos en su interior, que son a su vez incógnitas del problema. En el caso de objetos con superficies arbitrariamente complejas, debe resolverse por métodos numéricos un sistema de ecuaciones integrales y/o diferenciales, con las limitaciones habituales en el tamaño eléctrico del objeto que impone el gran coste computacional de estos métodos.

El conocimiento de los campos en el interior del objeto puede obviarse si se consiguen expresar las condiciones de contorno únicamente en función de los campos en el exterior. Ello implica la formulación de condiciones de contorno aproximadas y equivale a considerar el efecto neto producido por el objeto difractante sobre los campos exteriores de una forma macroscópica, sin resolver el problema electromagnético en su interior. En términos de ingeniería, esta es una solución de circuito equivalente.

Para el análisis electromagnético de superficies metálicas con recubrimiento absorbente, pueden plantearse tres condiciones de contorno aproximadas [Senior'81]:

- Definir una impedancia superficial equivalente, que relaciona las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético en la superficie exterior del objeto: es la denominada "*impedance boundary condition*" (IBC) o condición de contorno de impedancia [Leontovich'48].

- Simulación de un recubrimiento eléctricamente delgado con una capa infinitesimal e impenetrable de resistividad eléctrica equivalente, sobre la que fluye una hoja de corriente eléctrica que soporta la discontinuidad de las componentes tangenciales del campo magnético. Es la "*resistive sheet boundary condition*" (RBC).
- Análogamente, puede definirse una capa de conductividad magnética que soporta la discontinuidad en las componentes tangenciales del campo eléctrico. Es la dual de la anterior, y se conoce como "*magnetic sheet boundary condition*" (MBC).

Estas dos últimas formulaciones son complementarias en el sentido del principio de Babinet, y la superposición de ambas equivale matemáticamente a la definición de una impedancia superficial equivalente (IBC).

Estas condiciones de contorno aproximadas suelen incluirse en las ecuaciones integrales que describen el fenómeno de la difracción (MFIE, EFIE ó CFIE), simplificando considerablemente la formulación del problema original, que incluía el estudio del comportamiento de los campos en el interior del objeto difractante. La formulación de la ecuación integral del campo magnético (MFIE) con la IBC fué presentada de forma teórica por Mitzner [Mitzner'67], obteniendo poco después Oshiro los primeros resultados. Estudios posteriores han demostrado el mejor condicionamiento del problema cuando se utiliza la ecuación integral del campo combinado (CFIE) con la IBC [Heath'84]. Por otra parte, la resolución de la ecuación integral del campo eléctrico con la IBC por el método de los momentos es numéricamente muy inestable debido al mal condicionamiento del problema.

Como se ha indicado repetidamente a lo largo de esta tesis, el estado actual de la tecnología informática únicamente permite el análisis de blancos radar complejos en tiempo real mediante aproximaciones de alta frecuencia. Para el estudio de recubrimientos absorbentes, lógicamente debe emplearse alguna de las condiciones de contorno aproximadas anteriores. En esta línea, la formulación de óptica física con la aproximación del plano tangente, definiendo una cierta impedancia superficial equivalente en dicho plano, conduce a un resultado de gran simplicidad basado en los coeficientes de reflexión de Fresnel del plano infinito. De esta forma, se soluciona aceptablemente el problema de la reflexión especular en grandes superficies dieléctricas y/o magnéticas.

La aplicación de la condición de contorno aproximada a la difracción en aristas es mucho más difícil, debido a la falta de una solución analítica para el problema canónico de la cuña seminfinita no perfectamente conductora. Algunas referencias en las que se trata el problema de la cuña con caras de una cierta impedancia superficial equivalente en la región de alta frecuencia son: [Rojas'88], [Tiberio'60], [Volakis'87] y [Tiberio'85].

En los siguientes sub-apartados se va a presentar brevemente la condición de contorno de la impedancia (IBC) y sus condiciones de validez, su incidencia en la formulación de óptica física a través de los coeficientes de reflexión de Fresnel y la aplicación al problema de interés en el análisis de materiales RAM: una superficie metálica con recubrimiento dieléctrico y/o magnético con pérdidas.

### 10.1.1 Condición de contorno de impedancia

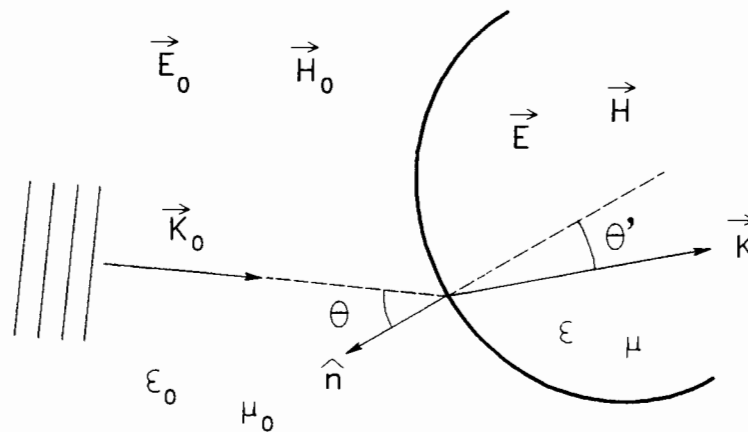


Figura 10-1: Onda plana en el espacio libre incidente sobre un medio material

Sea una onda plana incidente sobre la superficie de separación entre el espacio libre y un medio material de permitividad dieléctrica compleja  $\epsilon$  y permeabilidad magnética compleja  $\mu$  (ver figura 10-1). Recordemos que la parte real de  $\epsilon$  se asocia a la permitividad dieléctrica del medio  $\epsilon'$  y la parte imaginaria a la conductividad  $\sigma$

$$\epsilon = \epsilon' - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (10-1)$$

Si la longitud de onda en el medio material y la profundidad de penetración son pequeñas, lo cual implica un medio muy absorbente o muy refractante, en el interior del medio se cumplen las condiciones de óptica geométrica: Si la curvatura de la superficie es suave, el campo varía lentamente respecto a la longitud de onda en las proximidades de la superficie y, si no hay fuentes en el interior del medio material, el campo en el interior se aproxima a una onda plana que se propaga en dirección casi normal a la superficie y hacia el interior del medio.

En condiciones de óptica geométrica, la dirección de propagación del campo en el interior puede obtenerse igualando la variación de fase sobre la superficie de separación de ambos medios

$$\hat{n} \times \vec{K}_0 = \hat{n} \times \vec{K} \quad (10-2)$$

donde  $\vec{K}_0$  y  $\vec{K}$  son los vectores de propagación de la onda plana en el espacio libre y en el interior del medio, respectivamente, y  $\hat{n}$  la normal a la superficie. Introduciendo el índice de refracción del medio

$$n = \frac{K}{K_0} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (10-3)$$

la ecuación (10-3) se reduce a la conocida ley de Snell

$$\sin \theta = n \sin \theta' \quad (10-4)$$

Obsérvese que para obtener una onda plana en el interior del objeto que se propague en dirección normal a la superficie  $\theta' \approx 0$  es necesario que

$$\sin \theta \ll |n| \quad (10-5)$$

lo cual implica al menos una de las siguientes condiciones:

- incidencia próxima a la perpendicular  $\theta \approx 0$
- medio muy refractante  $\epsilon'_r \gg 1$
- medio muy absorbente  $\sigma / \omega \epsilon_0 \gg 1$
- medio con propiedades magnéticas  $|\mu_r| \gg 1$

Si el medio material presenta pérdidas eléctricas y/o magnéticas, el índice de refracción  $n$  es complejo y, por tanto, el ángulo de refracción  $\theta'$  también lo es. Este valor complejo del ángulo es consecuencia de que, en realidad, no existe una onda plana en el interior del objeto y, por tanto, no coinciden los planos de fase y amplitud constante en la superficie del objeto. El resultado neto de un ángulo de refracción complejo es que la parte imaginaria introduce un factor de atenuación en la onda transmitida, adicional sobre la atenuación asociada a la parte imaginaria de la constante de propagación.

La onda transmitida en el interior del medio en rigor no es plana, pero si se cumple la condición (10-5), su radio de curvatura es mucho mayor que la longitud de onda y la profundidad de penetración, de forma que, en primera aproximación, puede suponerse que los campos eléctrico y magnético en las proximidades de la superficie son normales entre sí y se encuentran en el plano tangente a la superficie y normal a la dirección de propagación, por lo que cumplen la relación de una onda plana:

$$\vec{E} = \eta \hat{n} \times \vec{H} \quad (10-6)$$

donde  $\eta$  es una constante que, en general, depende de los parámetros constitutivos del medio y del ángulo de incidencia  $\theta$ . Si el medio material es homogéneo y se cumplen las condiciones anteriores, esta constante coincide con la impedancia intrínseca del medio:

$$\eta = Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (10-7)$$

Como las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético son continuas en la superficie, resulta que la relación entre las componentes tangenciales de los campos es la misma en el exterior que en el interior, y podemos escribir:

$$\begin{aligned} \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{E}_0) &= -\eta \hat{n} \times \vec{H}_0 \\ \hat{n} \times \vec{E}_0 &= \eta \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}_0) \end{aligned} \quad (10-8)$$

La expresión (10-8) constituye una condición de contorno aproximada en la que intervienen únicamente los campos exteriores al medio material. Es la conocida condición de contorno de impedancia o de Leontovich [Leontovich'48] [Fock'57], en la que la constante  $\eta$  juega el papel de una impedancia superficial del objeto difractante. El valor de la impedancia superficial equivalente debe calcularse para cada problema concreto cuando el objeto no es homogéneo, estando relacionada, lógicamente, con la impedancia intrínseca de los medios materiales que componen el objeto.

Como la ecuación (10-8) se basa en las relaciones básicas que cumplen los campos en una onda plana, para que sea aplicable a objetos on superficies curvadas es necesario que la superficie se comporte localmente como un plano infinito. Para ello, es necesario que el radio de curvatura sea mucho mayor que la longitud de onda en el interior del medio y la profundidad de penetración [Senior'81]. Estas condiciones pueden resumirse para un dieléctrico con pérdidas mediante la expresión:

$$\text{Im}[n] K_0 \rho \gg 1 \quad (10-9)$$

Si los parámetros constitutivos del medio  $\epsilon$  y  $\mu$  no son constantes a lo largo de la superficie, se puede demostrar [Senior'60] que la expresión (10-8) es válida al menos hasta primer orden, por lo que puede utilizarse como una condición de contorno local para cada elemento de superficie tomando una impedancia superficial variable:

$$\eta(x, y) = \sqrt{\frac{\mu(x, y)}{\epsilon(x, y)}} \quad (10-10)$$

Si el medio material es anisótropo,  $\epsilon$  y/o  $\mu$  son tensores. Sin embargo, la ecuación (10-8) sigue siendo válida considerando  $\eta$  como un tensor que relaciona las componentes tangenciales de los campos.

Una aplicación alternativa de la condición de contorno de impedancia (10-8) es el análisis de difracción en superficies rugosas o planas con corrugaciones cuando las irregularidades están distribuidas de manera estadísticamente uniforme e isótropa. Para ello, se obtiene una impedancia superficial equivalente en función de la estadística de la rugosidad y se suma incoherentemente la radiación de cada elemento de superficie.

Por otra parte, el gran inconveniente de la condición de contorno de impedancia reside en que, salvo en casos muy particulares, no puede aplicarse el método de separación de variables en la ecuación de onda para la resolución de problemas canónicos [Senior'81]. Por este motivo, no se han formulado soluciones de alta frecuencia basadas en desarrollos asintóticos de la solución de un problema canónico semejante, como se realiza habitualmente con las cuñas perfectamente conductoras. Esto explica que sea necesario recurrir a otros métodos para obtener coeficientes de difracción aplicables al estudio de cuñas con caras dieléctricas y/o magnéticas [Rojas'88], [Tiberio'60], [Volakis'87] y [Tiberio'85].

### 10.1.2 Óptica física

Recordemos que la aproximación de óptica física se basa en la aplicación del principio de equivalencia a través de las ecuaciones de Stratton-Chu (4-4) y (4-5) (ver 4.2), que requieren el conocimiento de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético sobre la superficie del objeto difractante. En el caso de conductores metálicos, la componente tangencial del campo eléctrico era nula y la del campo magnético se obtenía por medio de la aproximación del plano tangente y la aplicación de teoría de imágenes.

Si el objeto no es perfectamente conductor, las componentes tangenciales de ambos campos son distintas de cero y, en principio, se desconocen. Sin embargo, también puede aplicarse la aproximación del plano tangente, pero en lugar de un plano perfectamente conductor se toma un plano infinito con la misma impedancia superficial que el objeto difractante. Por tanto, el problema se reduce al estudio de la reflexión de una onda plana incidente sobre un plano dieléctrico y/o magnético infinito, problema muy conocido que suele formularse en términos de los coeficientes de reflexión de Fresnel.

Estos coeficientes de reflexión relacionan las amplitudes de los campos incidente y reflejado y son distintos para las polarizaciones paralela y perpendicular al plano de incidencia. Como en el caso de una superficie perfectamente conductora el campo reflejado tiene la misma amplitud y sentido contrario que el incidente,

resulta que los coeficientes de reflexión también relacionan, prescindiendo del signo, el campo reflejado por el plano de impedancia respecto al que reflejaría un plano perfectamente conductor. Por tanto, la contribución de cada diferencial de superficie al campo lejano reflejado según la aproximación del plano tangente debe ponderarse con el coeficiente de reflexión correspondiente a cada polarización. De esta forma, la integral de superficie de óptica física en el caso monoestático se expresa como

$$\vec{E}^r = j \frac{e^{-jKr}}{\lambda r} \int_s \cos\theta [\Gamma_{\parallel} E_{\parallel}^i \hat{e}_{\parallel}^i + \Gamma_{\perp} E_{\perp}^i \hat{e}_{\perp}^i] e^{2jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} ds' \quad (10-11)$$

donde  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$  son los coeficientes de reflexión de Fresnel y  $E_{\parallel}^i$  y  $E_{\perp}^i$  son las componentes del campo incidente en las direcciones paralela y perpendicular al plano de incidencia:

$$\vec{E}^i = E_{\parallel}^i \hat{e}_{\parallel}^i + E_{\perp}^i \hat{e}_{\perp}^i \quad (10-12)$$

En las expresiones anteriores, las direcciones perpendicular y paralela al plano de incidencia se han definido de la forma:

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\perp}^i &= \hat{n} \times \vec{K}_0 \\ \hat{e}_{\parallel}^i &= \vec{K}_0 \times \hat{e}_{\perp}^i \end{aligned} \quad (10-13)$$

Para una superficie perfectamente conductora los coeficientes de reflexión monoestáticos valen:

$$\Gamma_{\parallel} = \Gamma_{\perp} = -1 \quad (10-14)$$

Sustituyendo (10-14) y (10-12) en (10-11) resulta la conocida integral de superficie de óptica física (4-16), presentada en el capítulo 4 y aplicada en el capítulo 9 para el cálculo de sección recta por procesado gráfico.

A la ecuación (10-11) también puede llegarse de forma mucho más laboriosa sustituyendo la condición de contorno de la impedancia en las ecuaciones de Stratton-Chu y particularizando el resultado en campo lejano. Puede encontrarse este desarrollo, o uno semejante, en [Born'59] y en [Maffet'89].

Los coeficientes de reflexión de Fresnel dependen de la impedancia superficial del medio y de los ángulos de incidencia y refracción. Si tenemos en cuenta que este último ángulo es muy pequeño,  $\theta' \approx 0$ , resulta:



$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta \cos \theta - \eta_0 \cos \theta'}{\eta \cos \theta + \eta_0 \cos \theta'} \approx \frac{\bar{\eta} \cos \theta - 1}{\bar{\eta} \cos \theta + 1} \quad (10-15)$$

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\eta \cos \theta' - \eta_0 \cos \theta}{\eta \cos \theta' + \eta_0 \cos \theta} \approx \frac{\bar{\eta} - \cos \theta}{\bar{\eta} + \cos \theta}$$

donde  $\bar{\eta}$  es la impedancia superficial equivalente del medio normalizada con la del vacío, y debe calcularse previamente para cada problema concreto. En el caso particular de un medio homogéneo de dimensiones mucho mayores que la profundidad de penetración, la impedancia superficial equivalente coincide con la impedancia intrínseca del medio:

$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \quad (10-16)$$

Cuando la superficie es curvada, si se cumplen las condiciones (10-5) y (10-9) puede considerarse como localmente plana y calcularse los coeficientes de reflexión (10-15) para cada punto de la superficie. La integral (10-11) de los coeficientes de reflexión permite obtener la aproximación de óptica física.

Para el estudio de medios formados por varias capas homogéneas suele emplearse un modelo en línea de transmisión equivalente en el dominio de la frecuencia. La expresiones finales de la impedancia superficial equivalente pueden encontrarse, por ejemplo, en [Klement'88], [Maffet'89] o [Knott'85].

### 10.1.3 Superficie metálica con recubrimiento RAM

La situación más habitual para la predicción de sección recta de aviones con recubrimiento absorbente radar (RAM) es una superficie metálica cubierta por una capa de material dieléctrico y/o magnético con pérdidas.

Como se ha indicado en el apartado anterior, si se cumple la condición (10-5) en el interior del recubrimiento RAM, en las proximidades de la superficie se propaga una onda plana en dirección casi perpendicular hacia el interior del medio. Esta onda plana se refleja en la superficie metálica y posteriormente se refracta de nuevo hacia el exterior.

Este problema puede modelarse en el dominio de la frecuencia con un circuito equivalente formado por una línea de transmisión terminada en cortocircuito. La impedancia superficial del conjunto formado por la superficie metálica y el recubrimiento absorbente será igual a la impedancia de entrada del circuito equivalente:

$$\eta = jZ \tan(\beta d) \quad (10-17)$$

donde  $Z$  es la impedancia característica de la línea de transmisión, que coincide con la impedancia intrínseca del material absorbente,  $d$  es el grosor del recubrimiento y  $\beta$  es la constante de propagación en el interior del medio en dirección perpendicular a la superficie:

$$\beta = K \cos \theta' = K_0 n \cos \theta' \quad (10-18)$$

Por tanto, teniendo en cuenta que si se cumple (10-5) el ángulo de refracción  $\theta'$  es muy pequeño, la impedancia superficial normalizada con la del espacio libre puede expresarse de la forma:

$$\bar{\eta} = j \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \tan(K_0 n d) \quad (10-19)$$

Finalmente, se calculan los coeficientes de reflexión de Fresnel sustituyendo la impedancia superficial (10-19) en las expresiones (10-15).

#### 10.1.4 Validez de la IBC con materiales RAM

Para aplicar correctamente la condición de contorno de impedancia en la predicción de sección recta de blancos radar *stealth*, es necesario comprobar previamente si los materiales RAM habitualmente utilizados cumplen la condición (10-5). Esta comprobación no es fácil debido a que los fabricantes de materiales RAM no suelen proporcionar información sobre las propiedades electromagnéticas de dichos materiales.

En este momento, sólo se dispone de información de algunos productos de la firma *Emerson & Cuming*, proveniente de un catálogo comercial y de [Knott'85]. En esta última referencia aparece una tabla (pág. 255) con las propiedades de un material con ferrita de níquel-zinc en función de la frecuencia. En la siguiente tabla se resume la de [Knott'85] y se añade una última columna con el margen de variación del ángulo de incidencia  $\theta$  para el que se cumple  $\sin \theta < |n|/10$ , lo que corresponde a un ángulo de refracción máximo de  $5^\circ$ .

Frecuencia	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\mu'$	$\mu''$	$ n $	$\theta_{\max}$
0.1 GHz	27	-54	15	-45	53.5	90°
0.5 GHz	24	-24	9	-45	39.5	90°
1.0 GHz	20	-9.0	1.2	-12	16.3	90°
3.0 GHz	18	-6.3	0.9	-6.3	11.0	90°
10.0 GHz	15	-6.3	0.1	-0.32	2.3	13°

Puede observarse que a frecuencias de UHF estos materiales presentan un índice de refracción muy alto y pérdidas muy importantes, lo que se traduce en una profundidad de penetración y longitud de onda en el medio relativamente pequeñas, comparadas con la longitud de onda en el espacio libre. Ello permite utilizar recubrimientos en este margen de frecuencias mucho menos gruesos que si se utilizaran materiales RAM no magnéticos. La conclusión es que, por este motivo, a frecuencias de UHF en la práctica se suelen utilizar materiales RAM magnéticos, cuyo índice de refracción cumple sobradamente la condición (10-5).

A frecuencias de microondas el índice de refracción disminuye rápidamente, debido fundamentalmente a la pérdida de sus propiedades magnéticas. Sin embargo, la elevada permitividad dieléctrica todavía mantiene el índice de refracción suficientemente alto como para que la condición (10-5) sea válida en un cierto margen angular.

En la siguiente tabla se muestran las propiedades de algunos materiales magnéticos de *Emerson & Cuming* indicando también el margen angular de validez de la condición (10-5). Las únicas frecuencias a las que el catálogo proporciona información son 3 GHz y 8.6 GHz, que se encuentran dentro del margen frecuencial de los radares actuales y, aproximadamente, en el límite de validez de la condición (10-5) con este tipo de materiales.

Composición	GHz	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\mu'$	$\mu''$	$ n $	$\theta_{\max}$
Resina epoxy rellena de ferrita y hierro	3	8.9	-0.62	1.7	-1.36	4.4	26°
	8.6	7.4	-1.11	1.4	-0.67	3.4	20°
Resina epoxy rellena de hierro	3	16.5	-1.16	2.8	-0.59	6.9	44°
	8.6	16.2	-1.13	1.6	-0.75	5.4	32°
Silicona rellena de hierro	3	22.9	-1.37	3.4	-1.32	9.1	66°
	8.6	21.4	0	1.21	-1.64	6.6	41°
Silicona rellena de ferrita	3	22.8	0	3.8	-2.6	10	90°
	8.6	4.6	0	1.1	2.16	3.3	19°

En general, no es muy amplio el margen de direcciones de incidencia en que es válida la aproximación tomando  $\sin \theta < |n| / 10$ , que corresponde a un ángulo de refracción máximo de 5°. Sin embargo, no se puede asegurar que el margen de validez de la condición de contorno de impedancia sea justamente éste. Por ejemplo, si se toma un valor máximo del ángulo de refracción de 25°, cuyo coseno es 0.9, la condición (10-5) se convierte en  $\sin \theta \leq |n| / 2.3$  y basta tener  $|n| > 2.3$  para que sea válida para todas las direcciones de incidencia. Esta última condición se verifica con todos los materiales absorbentes de las tablas anteriores.

Como los aparatos *stealth* no presentan superficies perpendiculares al observador, sino que en la mayoría de los casos la incidencia es casi rasante, no se puede asegurar si la condición de contorno de impedancia es aplicable tomando los criterios más restrictivos, pero en la mayoría de los casos puede llegar a serlo si se toman criterios más suaves. En cualquier caso, ésta es la aproximación más utilizada en la literatura y la gran complicación del análisis exacto hace muy aconsejable su utilización.

## 10.2 ALGORITMO DE PROCESADO GRAFICO

La integral de óptica física se calcula con el algoritmo de procesamiento gráfico en tiempo real descrito en el apartado 9.2. Recordemos que dicho algoritmo se basa en procesar la imagen de una visualización realista del blanco. Para ello, se ilumina con una onda plana incidente en la misma dirección que el radar y se coloca el punto de observación en la posición del radar -es un problema monoestático-. En la imagen no aparecen las superficies ocultas que no contribuyen a la integral de óptica física, con lo que se evita su detección y eliminación por software.

Como la imagen corresponde a una proyección de las superficies del blanco en un plano normal a la dirección de observación, lo que equivale a multiplicar por  $\cos\theta$ , la integral de superficie (4-16) se calcula sumando coherentemente las fases relativas de cada pixel de la imagen debidas a la diferencia de caminos entre el radar y cada diferencial de superficie (ver 9.2.1). Para ello, se accede a una porción de memoria denominada *z-buffer* (ver 7.1.5) que contiene la distancia relativa desde observador hasta cada pixel de la imagen.

Además, puede aplicarse el principio de fase estacionaria (ver 9.2.2) si se define reflexión difusa en la superficie del blanco. En este caso, la luminosidad de los pixel de la imagen es igual a  $\cos\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de incidencia respecto a la normal a la superficie. Si se suman coherentemente las luminosidades de todos los pixel de la imagen, se ponderan con un valor próximo a uno los pixel próximos al punto de reflexión especular y con un valor pequeño los cercanos a la transición entre la zona iluminada y la de sombra. Para ello, la luminosidad de los pixel se obtiene de otra porción de memoria denominada *frame-buffer* (ver 7.1.4).

La única modificación que se introduce para tener en cuenta los materiales RAM es el cálculo de los coeficientes de reflexión de Fresnel para cada pixel de la imagen en función de la impedancia superficial normalizada y del ángulo de incidencia. Como en las expresiones de los coeficientes de reflexión (10-15) la única función del ángulo de incidencia que aparece es  $\cos\theta$ , basta leer su valor del *frame-buffer* y sustituirlo en (10-15). Para llevar a cabo la integral de óptica física, se multiplican los coeficientes de reflexión por la luminosidad de cada pixel y se suman coherentemente las contribuciones de todos ellos teniendo en cuenta, como siempre, la fase relativa debida a diferencia de caminos.

Sin embargo, para polarización incidente vertical o horizontal, es necesario descomponer la dirección del campo eléctrico en sus componentes paralela y perpendicular al plano de incidencia, multiplicar cada componente por el coeficiente de reflexión respectivo para obtener el campo reflejado en las direcciones paralela y perpendicular al plano de incidencia y, finalmente, proyectar de nuevo estas direcciones en la vertical y la horizontal para obtener las respuestas copolar y crosspolar de la matriz de polarización.

Como la normal a la superficie es, en general, distinta para cada pixel de la imagen, también lo son los vectores paralelo y perpendicular al plano de incidencia, por lo que será necesario repetir las descomposiciones y proyecciones de vectores para cada uno de los pixel.

Introduciendo todas estas operaciones vectoriales en la ecuación (10-11) y tomando la dirección de incidencia en  $z$ , la vertical en  $y$  y la horizontal en  $x$ , si se expresa el resultado en función de las componentes de la normal a la superficie

$$\hat{n} = (n_x, n_y, n_z) \quad (10-20)$$

se obtiene:

**Respuesta copolar** (con la misma polarización que el campo incidente)

- Vertical

$$E'_{yy} = jE_0 \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} \int_s \cos\theta \left[ \frac{\Gamma_{\parallel} n_y^2 + \Gamma_{\perp} n_x^2}{n_x^2 + n_y^2} \right] e^{2jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} ds' \quad (10-21)$$

- Horizontal

$$E'_{xx} = jE_0 \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} \int_s \cos\theta \left[ \frac{\Gamma_{\parallel} n_x^2 + \Gamma_{\perp} n_y^2}{n_x^2 + n_y^2} \right] e^{2jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} ds' \quad (10-22)$$

**Respuesta contrapolar** o *cross-polar* (con polarización perpendicular al campo incidente)

$$E'_{xy} = E'_{yx} = jE_0 \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} \int_s \cos\theta \left[ \frac{(\Gamma_{\parallel} - \Gamma_{\perp}) n_y n_x}{n_x^2 + n_y^2} \right] e^{2jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} ds' \quad (10-23)$$

En problemas bidimensionales el plano de incidencia es siempre el plano horizontal, por lo que las integrales (10-21) a (10-23) se simplifican considerablemente teniendo en cuenta que  $n_y = 0$ , de forma que para la componente copolar horizontal basta multiplicar por  $\Gamma_{\parallel}$ , para la componente copolar vertical por  $\Gamma_{\perp}$  y la componente contrapolar se anula.

El problema tridimensional requiere el cálculo de las tres componentes de  $\hat{n}$ , lo cual se realiza de forma muy eficiente mediante el algoritmo de procesamiento gráfico descrito en 11.2.1.

## 10.3 RESULTADOS

Los problemas bidimensionales y tridimensionales que se han escogido para el estudio de recubrimientos RAM son los definidos en el *workshop* : "*RCS of perfectly conducting or coated bodies*" celebrado en Niza en noviembre de 1990, dentro de las "*Journées Internationales de Nice sur les Antennes*" (JINA'90). Para todos los problemas, se van a comparar los resultados del procesado gráfico con los obtenidos por el "*Centre Commun de Recherches Louis-Bleriot*" de la compañía Aerospatiale utilizando métodos de baja frecuencia.

En el capítulo 9 se introdujeron los resultados de estos problemas para objetos con superficie perfectamente conductora, comparando los resultados de baja frecuencia de Aerospatiale con los de óptica física y procesado gráfico. En este capítulo se incluye la condición de contorno de impedancia (IBC) en el método de procesado gráfico. Los resultados se presentan nuevamente superpuestos a los de baja frecuencia de Aerospatiale. Las leyendas que aparecen en las figuras son "MoM" para los resultados de baja frecuencia y "PO+IBC" para los del procesado gráfico de alta frecuencia.

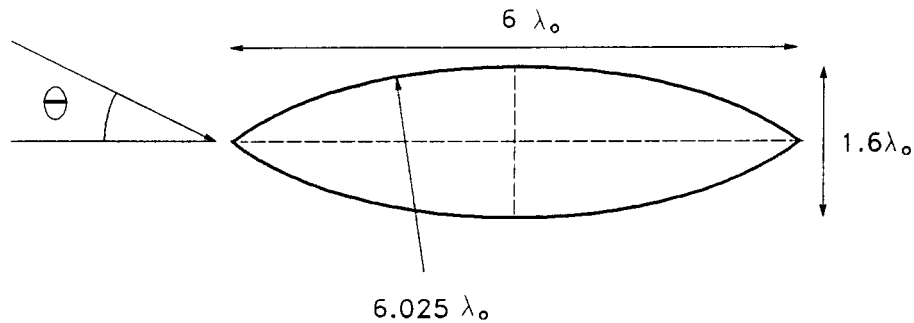
Los resultados de óptica física incluyen únicamente las reflexiones en superficies, pero no la difracción en aristas ni la contribución de *creeping-waves*. Por tanto, cabe esperar que los resultados de óptica física con IBC sean válidos únicamente cuando la reflexión superficial sea dominante, es decir, cuando exista un punto de reflexión especular en el que la dirección de incidencia sea normal a la superficie. Para incidencia rasante fallan tanto la aproximación de óptica física como la condición de contorno de impedancia.

Para evaluar el error cometido por la condición de contorno de impedancia, que se basa en ponderar la contribución de óptica física con los coeficientes de reflexión de Fresnel, se ha calculado para cada problema la atenuación introducida por el recubrimiento. Esta atenuación es la diferencia, en escala logarítmica, entre la respuesta de la superficie perfectamente conductora (ver cap. 9) y la del recubrimiento RAM. La condición de contorno de impedancia será válida cuando la atenuación introducida por el recubrimiento, obtenida a partir de los resultados rigurosos de baja frecuencia, sea similar al módulo de los coeficientes de reflexión, que se calcula por medio de las ecuaciones (10-15) y (10-19).

### 10.3.1 Cilindro ojival

El problema número uno es un cilindro de sección ojival infinito (figura 10-2). Se trata, por tanto, de un problema bidimensional. En las figuras 10-3 y 10-4 se muestran los resultados del procesado gráfico comparados con los de óptica física y los de Aerospatiale.

Los parámetros básicos del recubrimiento son:



*Figura 10-2: Problema 1 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección ojival. Superficie perfectamente conductora recubierta con material dieléctrico de  $\epsilon = 3, \mu = 1$  y espesor  $d = 0.2\lambda_0$*

- Permitividad dieléctrica:  $\epsilon = 3$
- Permeabilidad magnética:  $\mu = 1$
- Índice de refracción:  $n = 1.73$
- Espesor:  $d = 0.2\lambda_0$ , donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío.

La diferencia entre los resultados para superficie perfectamente conductora y con recubrimiento, para la dirección de incidencia perpendicular al eje mayor de la ojiva, ángulo de aspecto  $90^\circ$ , es:

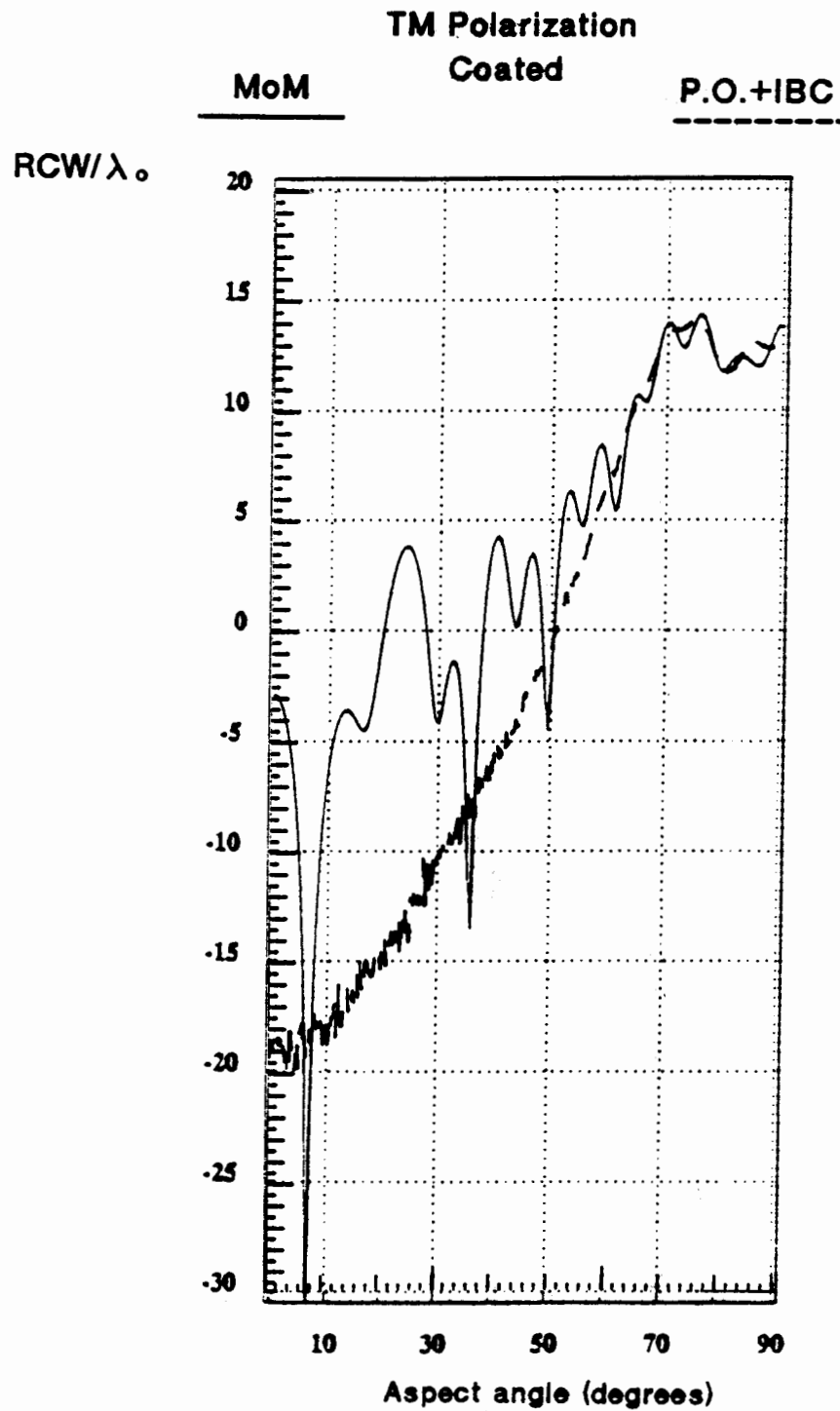
- Método de baja frecuencia:  $-0.3$  dB
- Óptica física con IBC (coef. de reflexión de Fresnel):  $0$  dB

Nótese que el método de la condición de contorno de impedancia predice una atenuación nula en el recubrimiento dieléctrico. Ello es debido a que, al ser el índice de refracción real, no se introducen pérdidas en la propagación de la onda a través del recubrimiento y se refleja toda la energía en la superficie conductora. El material dieléctrico únicamente introduce desfases debidos a la constante de propagación distinta que la del medio exterior.

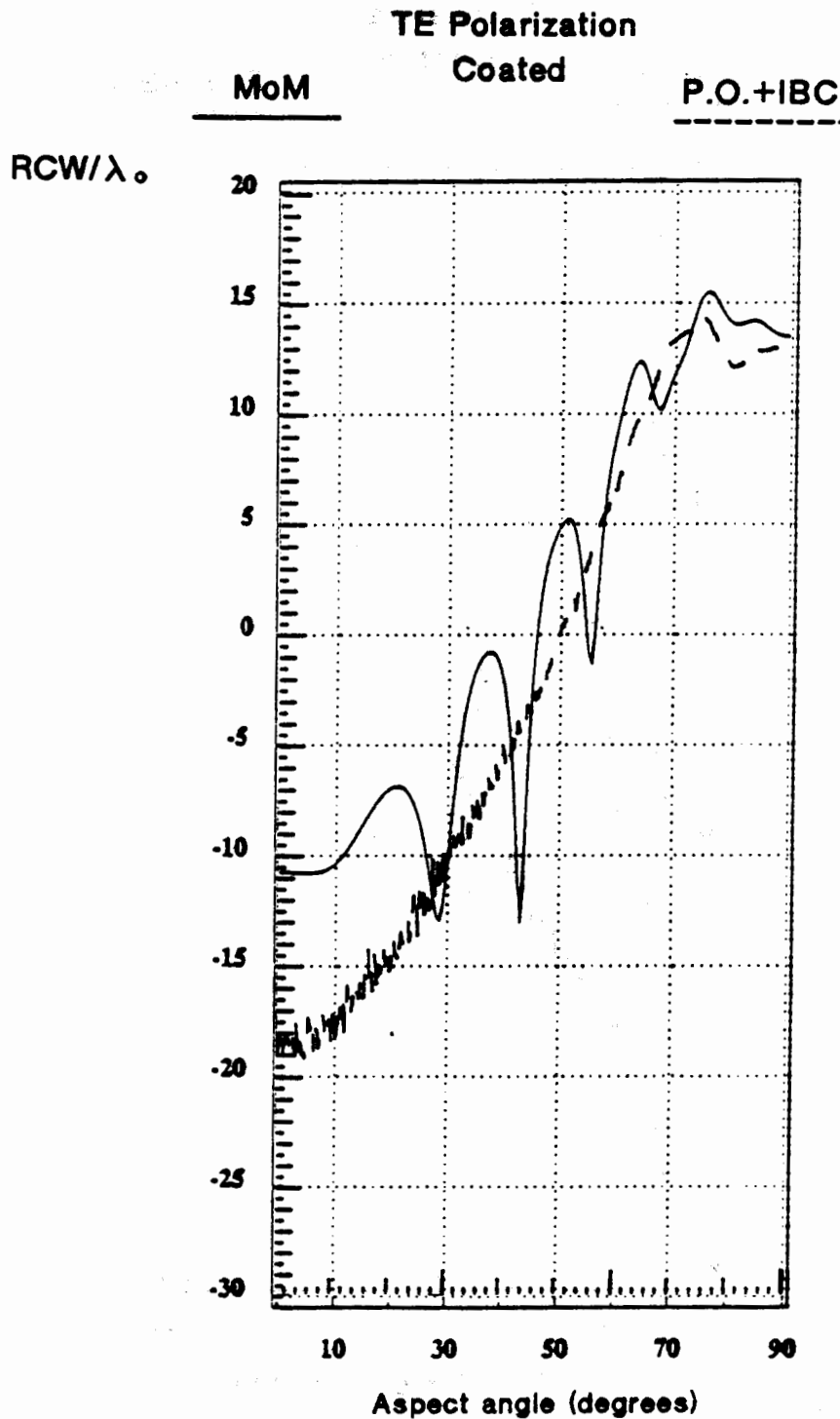
En este problema, el valor del índice de refracción es pequeño, por lo que la condición (10-5) de validez de la IBC sólo se verifica para incidencia normal a la superficie. Como el ángulo interno de la cuña es  $60^\circ$ , únicamente para ángulos de aspecto entre  $60^\circ$  y  $90^\circ$  existe un punto de reflexión especular, en el que la superficie es perpendicular a la dirección de incidencia.

En las figuras 10-3 y 10-4 puede observarse que, para las direcciones en las que existe un punto de reflexión especular, los resultados de óptica física e IBC son aceptables mientras que, cuando no existen superficies perpendiculares, los resultados son totalmente incorrectos. Ello es lógico si se tiene en cuenta que, a ser el índice de refracción real, no se cumple la condición (10-9) de validez de la





*Figura 10-3: Problema 1 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección ojival perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y IBC- con un método de baja frecuencia para polarización TM.*

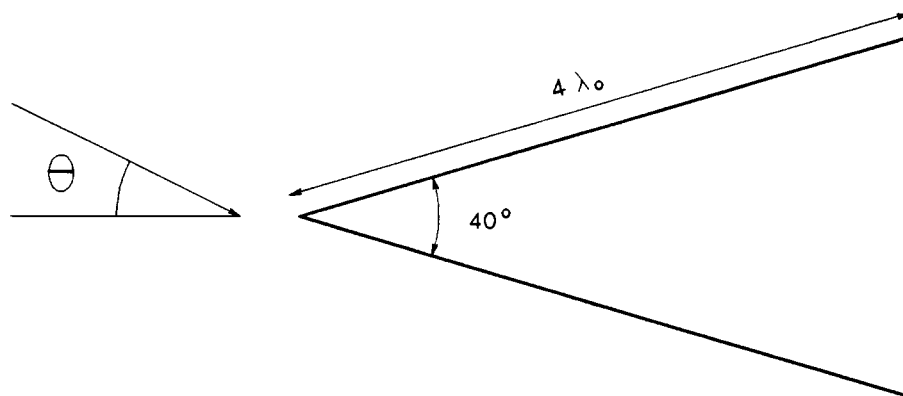


*Figura 10-4: Problema 1 del workshop JINA '90. Cilindro infinito de sección ojival perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y IBC- con un método de baja frecuencia para polarización TE.*

IBC con superficies curvadas. Debe considerarse, además, que con polarización TM para ángulos de aspecto próximos a  $0^\circ$  predomina la difracción en la arista sobre la reflexión superficial.

### 10.3.2 Cilindro triangular

El segundo problema, también bidimensional, consiste en un cilindro triangular (figura 10-5). En las figuras 10-6 y 10-7 se presentan los resultados de procesamiento gráfico superpuestos a los de baja frecuencia de Aerospatiale.



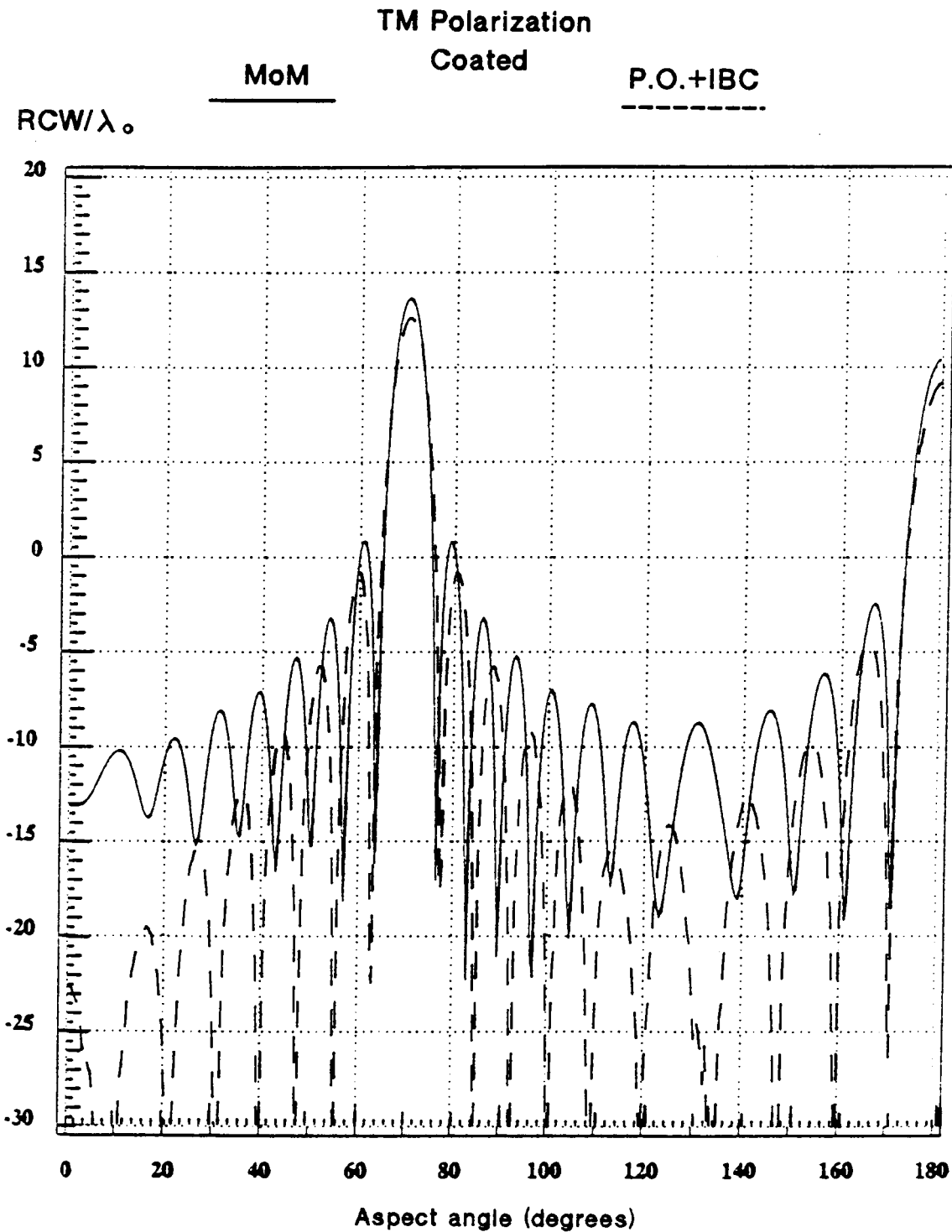
*Figura 10-5: Problema 2 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección triangular. Superficie perfectamente conductora recubierta con material dieléctrico y magnético de  $\epsilon = 10 - j10$ ,  $\mu = 1$  y espesor  $d = 0.08\lambda_0$ .*

Los parámetros básicos del recubrimiento son:

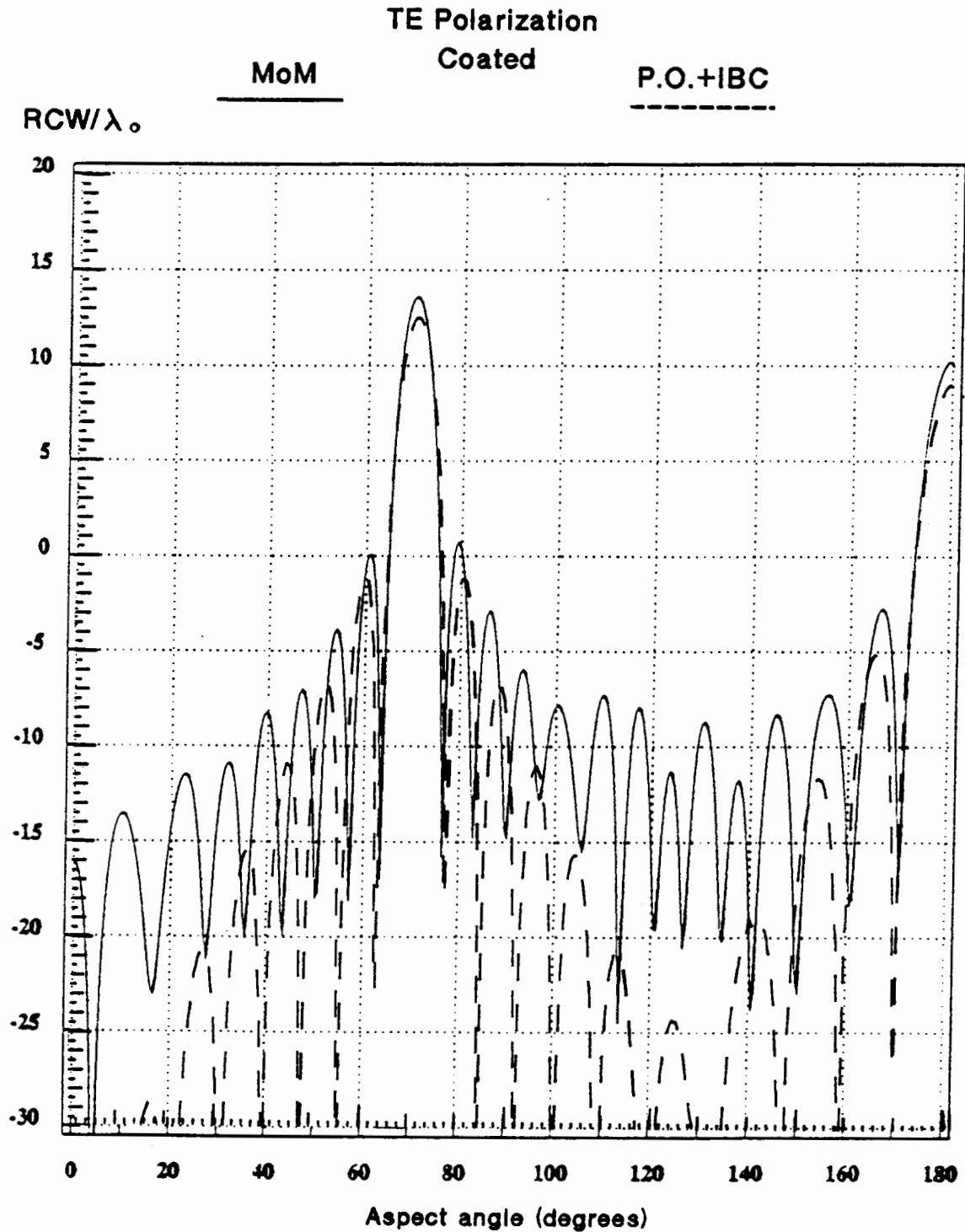
- Permitividad dieléctrica:  $\epsilon = 10 - j10$
- Permeabilidad magnética:  $\mu = 1$
- Índice de refracción:  $n = 3.76$
- Espesor:  $d = 0.08\lambda_0$ , donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío.

La diferencia entre los resultados para superficie perfectamente conductora y con recubrimiento RAM, con la dirección de incidencia perpendicular a la cara larga del triángulo, ángulo de aspecto  $70^\circ$ , es:

- Método de baja frecuencia: -6.3 dB
- Óptica física con IBC (coef. de reflexión de Fresnel): -7.4 dB



*Figura 10-6: Problema 2 del workshop JINA'90. Cilindro de sección triangular perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y IBC- con un método de baja frecuencia para polarización TM.*



*Figura 10-7: Problema 2 del workshop JINA'90. Cilindro de sección triangular perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y IBC- con un método de baja frecuencia para polarización TE.*

La teoría de alta frecuencia comete un error de, aproximadamente, 1 dB respecto al método riguroso de baja frecuencia para incidencia perpendicular a las caras. Como el índice de refracción no es muy grande, la condición (10-5) sólo se verifica en un cierto margen angular alrededor de la normal a la superficie. Para incidencia oblicua, el error es mayor que para incidencia normal debido al reducido margen de validez de la IBC y a la contribución de las aristas.

### 10.3.3 Perfil de ala

También se ha analizado el perfil de ala bidimensional representado en la figura 10-8, correspondiente al tercer problema del *workshop* del JINA'90. Las figuras 10-9 y 10-10 muestran los resultados del procesado gráfico de óptica física con IBC, comparándolos con los obtenidos por Aerospatiale utilizando un método de baja frecuencia. La resolución utilizada para la visualización del modelo es de 50, un valor considerablemente alto.

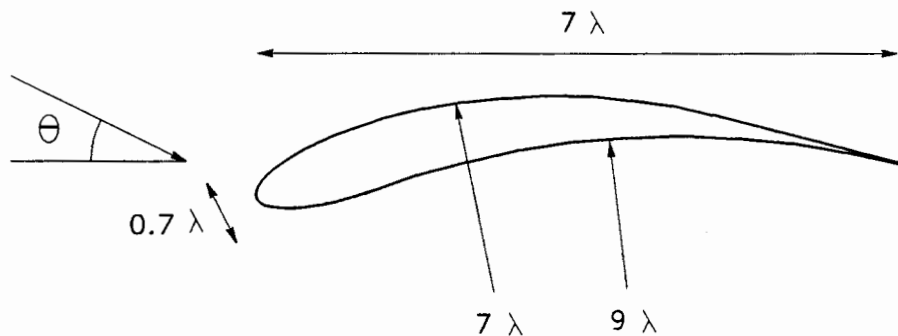


Figura 10-8: Problema 3 del *workshop* JINA'90. Cilindro infinito de sección perfil de ala. Superficie perfectamente conductora recubierta con material dieléctrico y magnético de  $\epsilon = 7.4 - j1.11$ ,  $\mu = 1.4 - j0.672$  y espesor  $d = 0.06\lambda_0$

Los parámetros básicos del recubrimiento son:

- Permitividad dieléctrica:  $\epsilon = 7.4 - j1.11$
- Permeabilidad magnética:  $\mu = 1.4 - j0.672$
- Índice de refracción:  $n = 3.41$
- Espesor:  $d = 0.06\lambda_0$ , donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío.

La diferencia entre los resultados para superficie perfectamente conductora y con recubrimiento, para la dirección de incidencia perpendicular al punto de mayor radio de curvatura de la superficie, ángulos de aspecto  $110^\circ$  y  $-110^\circ$ , es:

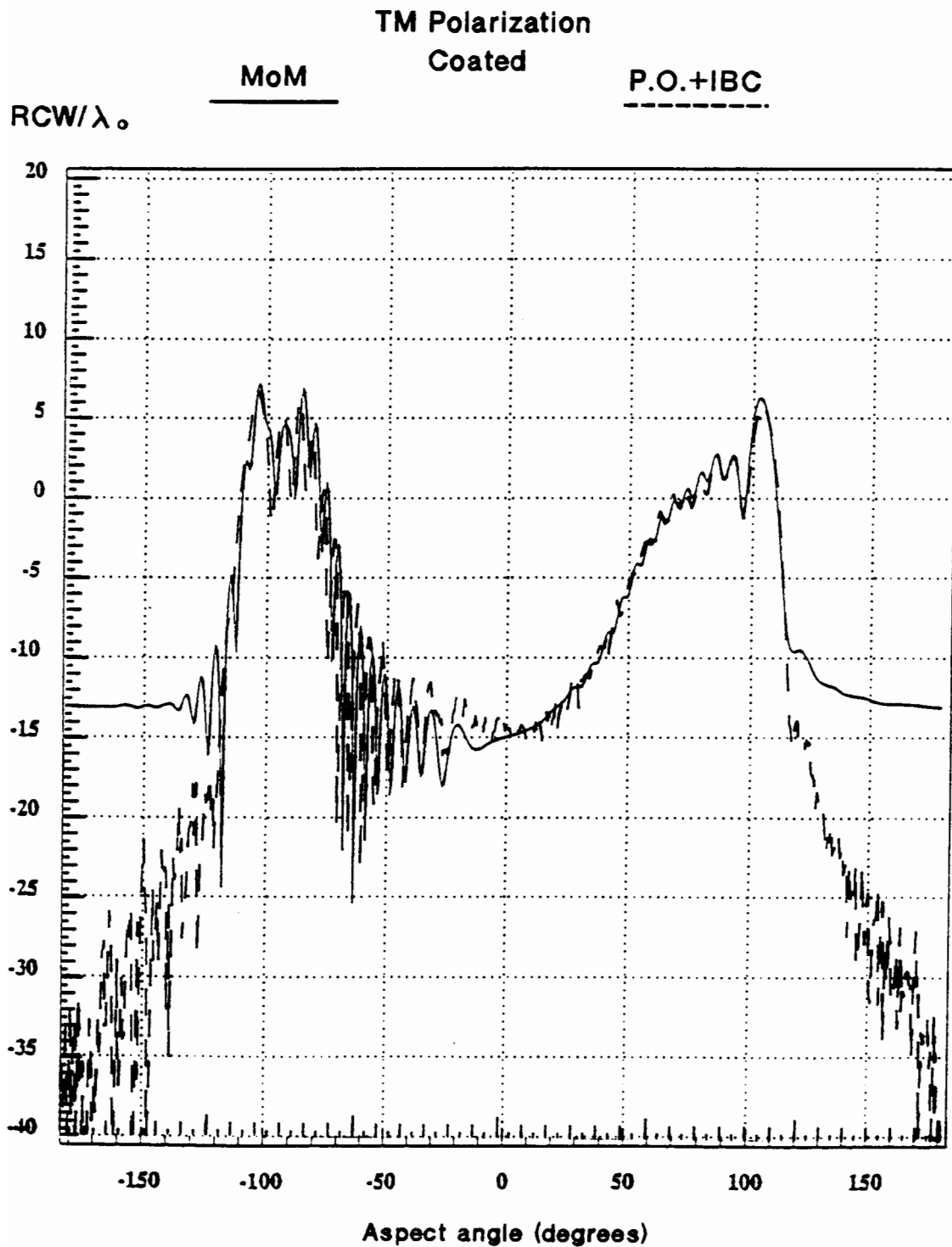
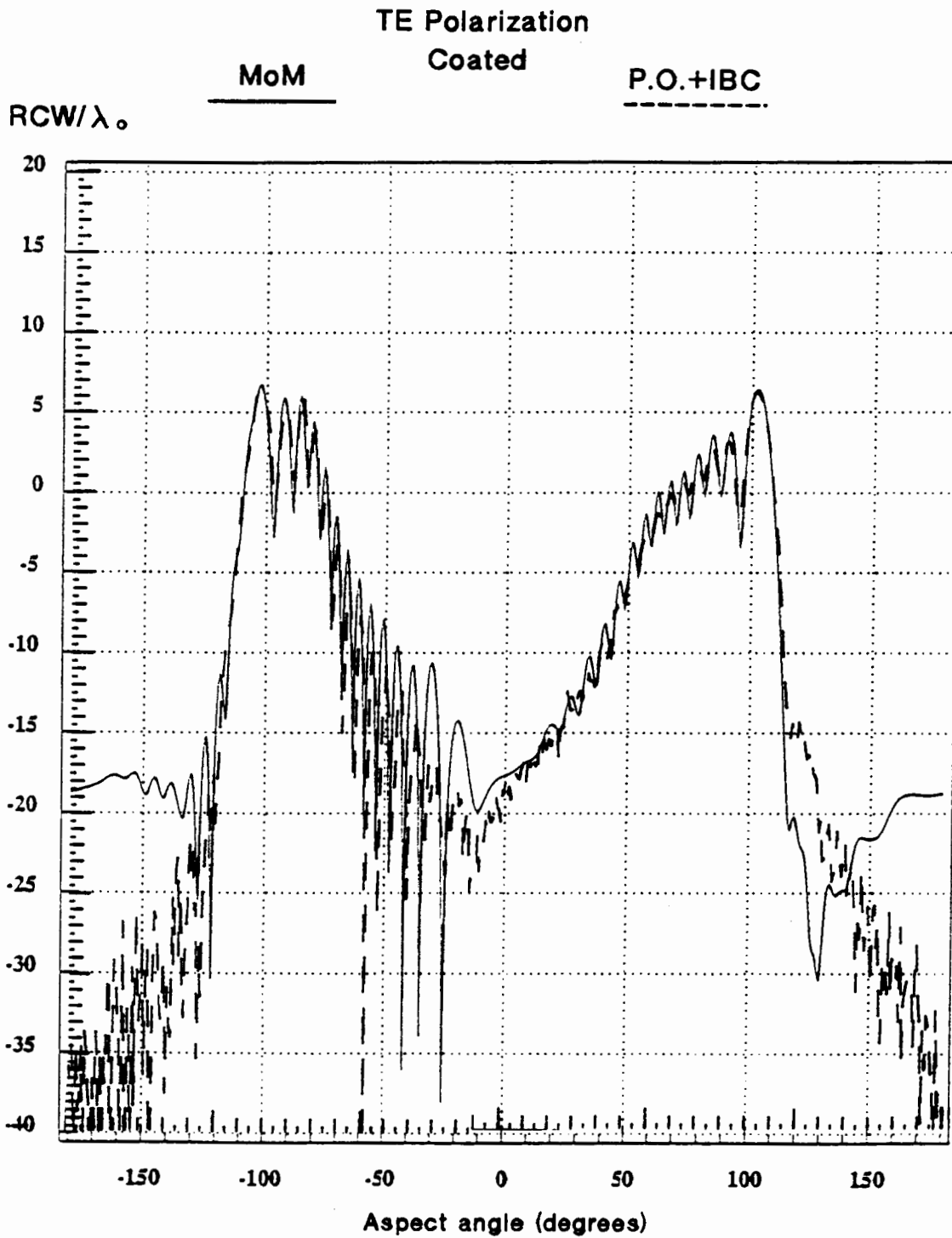


Figura 10-9: Problema 3 del workshop JINA '90. Cilindro infinito de sección perfil de ala, perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y IBC- con un método de baja frecuencia para polarización TM.



*Figura 10-10: Problema 3 del workshop JINA '90. Cilindro infinito de sección perfil de ala, perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y IBC- con un método de baja frecuencia para polarización TE.*

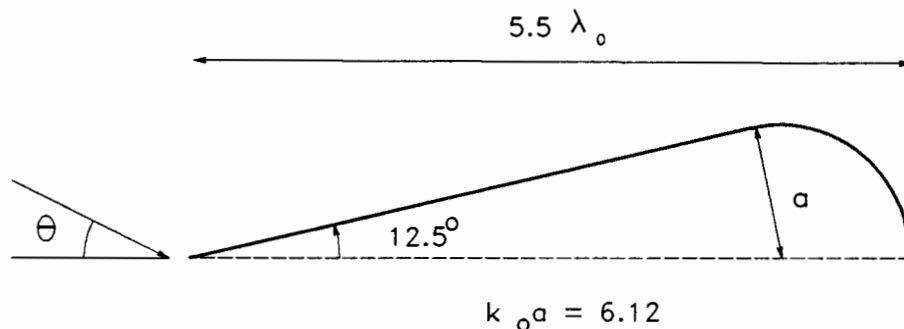


- Método de baja frecuencia: -11.3 dB
- Óptica física con IBC (coef. de reflexión de Fresnel): -11.6 dB

Para este problema la atenuación que predicen los coeficientes de reflexión de Fresnel es correcta. Además, para todos los ángulos de aspecto en los que existe un punto de reflexión especular en el que la superficie es perpendicular a la dirección de incidencia, los resultados de óptica física e IBC se ajustan muy bien a los obtenidos con el método de baja frecuencia. Para ángulos de aspecto próximos a  $180^\circ$ , no se verifica la condición (10-5) de validez de la IBC y, además, la difracción en aristas contribuye de forma importante.

### 10.3.4 Cono-esfera

Finalmente, se ha calculado la sección recta del problema 4 del workshop del JINA '90: un cono terminado en esfera (figura 10-11). A diferencia de los anteriores, éste es un problema tridimensional. Las figuras 10-12 y 10-13 comparan los resultados del procesamiento gráfico de óptica física con los obtenidos por Aerospatial con un método de baja frecuencia.



*Figura 10-11: Problema 4 del workshop JINA'90. Cono terminado en esfera. Superficie perfectamente conductora recubierta con material dieléctrico y magnético de  $\epsilon = 15 - j 1.8$ ,  $\mu = 1.7 - j 1.7$  y espesor  $d = 0.038 \lambda_0$*

Los parámetros básicos del recubrimiento son:

- Permitividad dieléctrica:  $\epsilon = 15 - j 1.8$
- Permeabilidad magnética:  $\mu = 1.7 - j 1.7$
- Índice de refracción:  $n = 6.0$
- Espesor:  $d = 0.038 \lambda_0$ , donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío.

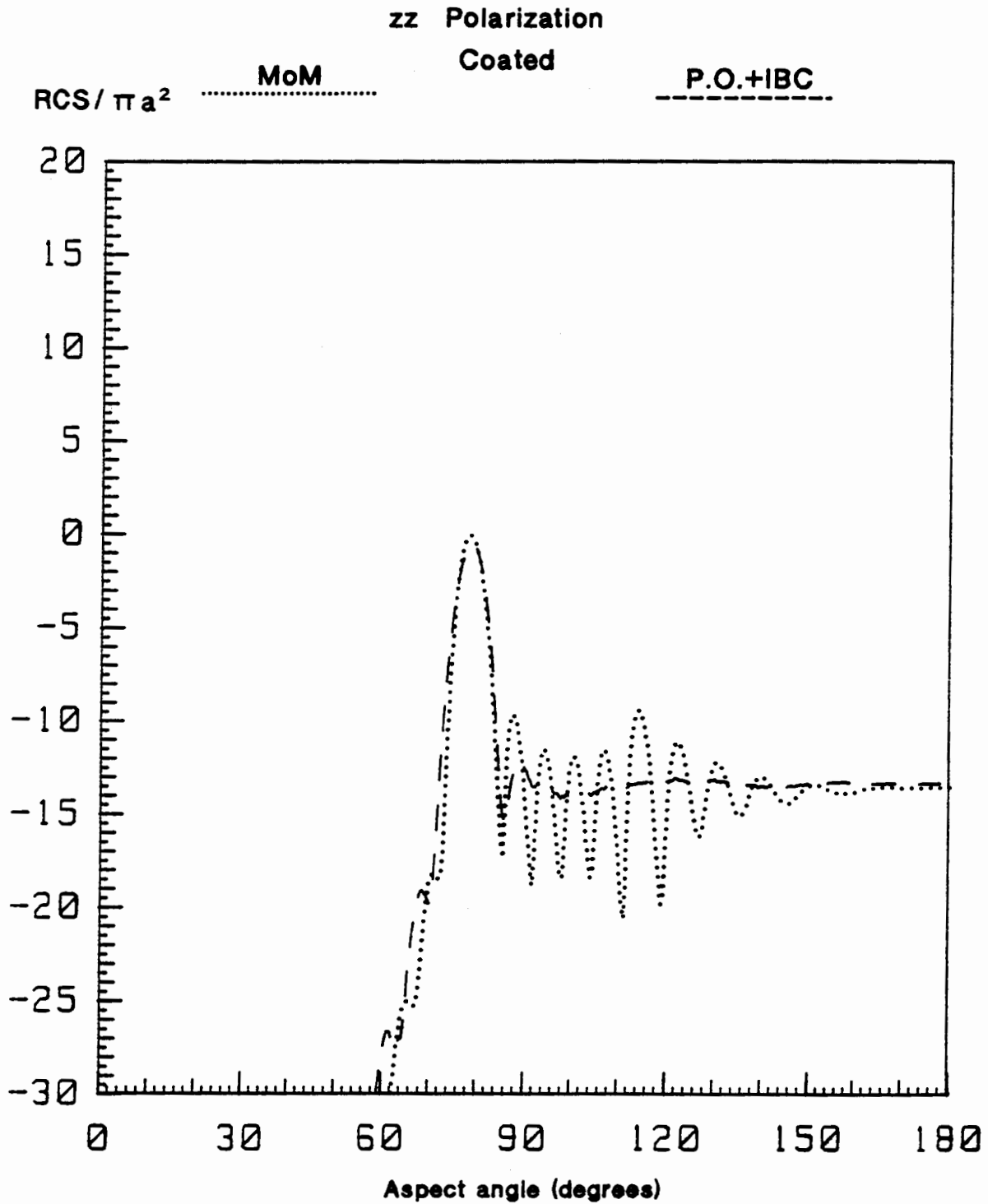


Figura 10-12: Problema 4 del workshop JINA'90. Como terminado en esfera, perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico con un método de baja frecuencia para polarización zz (perpendicular al plano acimutal).

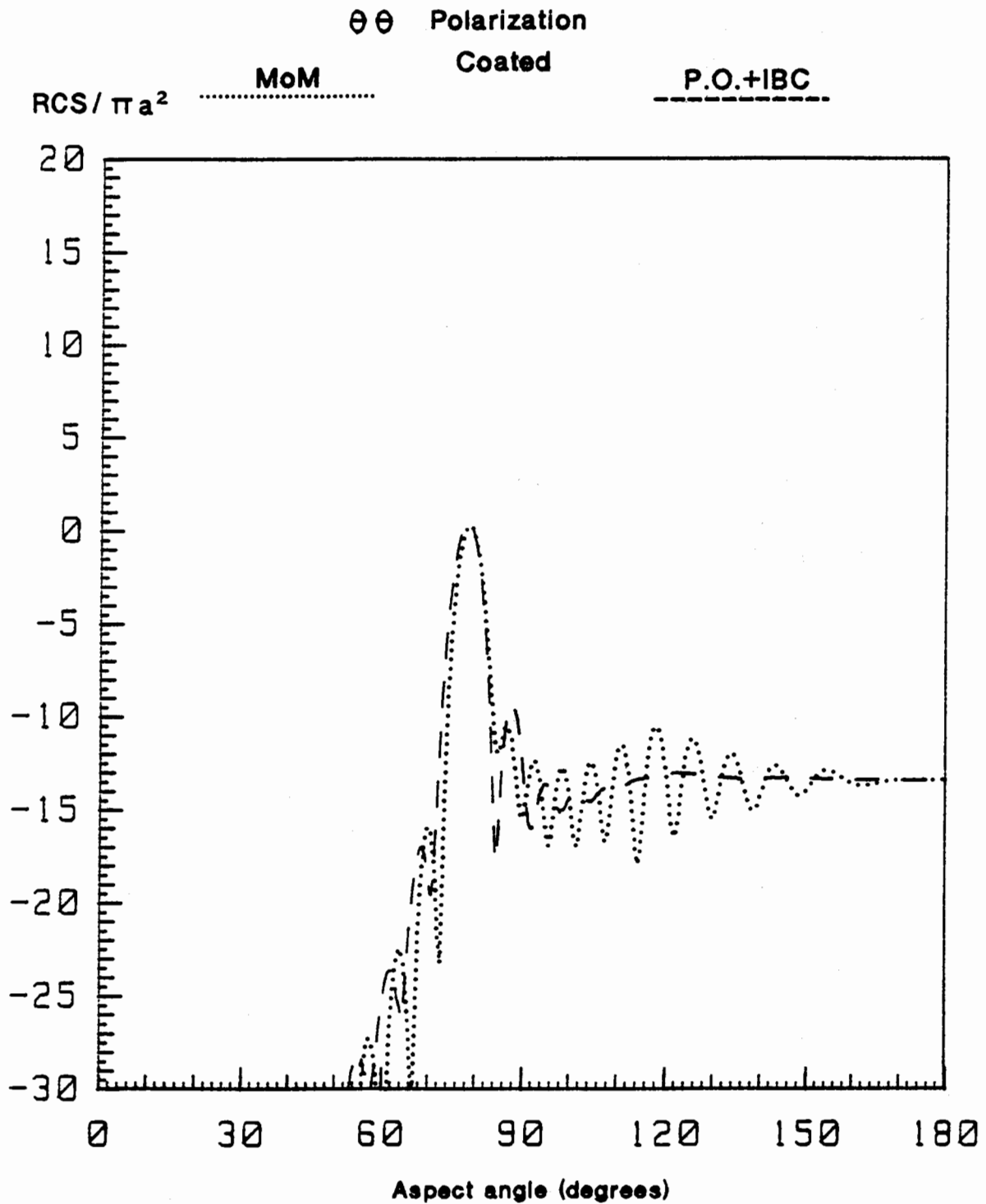


Figura 10-13: Problema 4 del workshop JINA'90. Cono terminado en esfera, perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico con un método de baja frecuencia para polarización  $\theta\theta$  (paralela al plano acimutal).

La diferencia entre los resultados para superficie perfectamente conductora y con recubrimiento, para la dirección de incidencia perpendicular a la superficie esférica, ángulo de aspecto  $180^\circ$ , es:

- Método de baja frecuencia: -13 dB
- Óptica física con IBC (coef. de reflexión de Fresnel): -13.3 dB

Igual que para el problema 3, para el problema 4 la atenuación que predicen los coeficientes de reflexión de Fresnel también es correcta. Los resultados de óptica física con IBC son válidos para las direcciones de incidencia en las que existe un punto de reflexión especular, salvo por la presencia de *creeping waves*, que producen importantes oscilaciones en los resultados de baja frecuencia y que la aproximación de óptica física no es capaz de predecir. Los resultados son buenos incluso para un ángulo de aspecto de  $60^\circ$ , que se encuentra a  $20^\circ$  de la normal a la superficie lateral del cono, debido al elevado índice de refracción del recubrimiento, que proporciona un amplio margen de validez a la condición (10-5).

## 10.4 CONCLUSIONES

Este capítulo se ha dedicado al estudio de la difracción de objetos dieléctricos y/o magnéticos en alta frecuencia. La necesidad de disponer de herramientas de cálculo para resolver este tipo de problemas proviene de la creciente utilización de materiales absorbentes radar (RAM) y *composites* en la industria aeronáutica actual.

Las dificultades en la formulación exacta del problema han conducido al planteamiento de condiciones de contorno aproximadas, que consideran únicamente los campos en el exterior del objeto. La aproximación más ampliamente utilizada es la condición de contorno de impedancia (IBC), basada en la definición de una impedancia superficial equivalente que relaciona las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético sobre la superficie del objeto difractante.

La IBC es válida para direcciones de incidencia próximas a la normal a las superficies, siendo su margen de validez tanto mayor cuanto más elevado sea el módulo del índice de refracción complejo del material dieléctrico y/o magnético. Estas condiciones se resumen en la expresión (10-5) y han sido la base de un pequeño estudio de la validez de la IBC para analizar los materiales RAM que se emplean habitualmente en aeronáutica. En cuanto a la geometría del objeto, la IBC es aplicable a superficies que puedan considerarse localmente planas, es decir, si el radio de curvatura es eléctricamente grande y mucho mayor que la profundidad de penetración.

Aunque es habitual aplicar la IBC a métodos integrales de baja frecuencia para analizar objetos eléctricamente pequeños, el coste computacional del problema de predicción de sección recta de blancos radar complejos en tiempo real exige la utilización de aproximaciones de alta frecuencia.

La teoría de alta frecuencia en combinación con la IBC da lugar a una formulación muy simple de la aproximación de óptica física, basada en ponderar la contribución de cada diferencial de superficie con los coeficientes de reflexión de Fresnel, que se calculan para un plano tangente de impedancia igual a la impedancia superficial equivalente. Esta última puede obtenerse fácilmente en el dominio de la frecuencia a través de un modelo de circuito equivalente. Por otra parte, la aplicación de la IBC a otros métodos de alta frecuencia, como los de corrientes equivalentes o los de coeficientes de difracción, es de gran dificultad debido a la ausencia de una solución canónica para el problema de la cuña infinita con caras dieléctricas y/o magnéticas.

Por estos motivos, en esta tesis únicamente se ha implementado la IBC con la aproximación de óptica física, con lo que se soluciona aceptablemente el problema de la reflexión superficial de primer orden en recubrimientos RAM o en materiales *composites*, pero no se resuelven los problemas de difracción en aristas ni de reflexiones múltiples entre superficies. A estos aspectos se dedican los capítulos 11 y 12, respectivamente, considerando únicamente superficies perfectamente conductoras.

Para alcanzar este objetivo se ha modificado el algoritmo en tiempo real, desarrollado en el capítulo 9 y basado en el procesado gráfico de una imagen realista del blanco, para incluir la IBC en la aproximación de óptica física. Si bien el algoritmo resultante no es tan rápido como el original, debido a que debe calcular los coeficientes de reflexión para cada pixel de la imagen y cada polarización, todavía se le puede considerar como un método en tiempo real.

Para evaluar la validez de la aproximación de óptica física con la IBC se han estudiado tres problemas bidimensionales y uno tridimensional, comparando los resultados del procesado gráfico con los de un método de baja frecuencia. La conclusión final a la que se ha llegado es que los resultados son aceptables mientras exista un punto de reflexión especular, en el que la superficie es perpendicular a la dirección de observación monoestática. Ello es debido a dos motivos:

- La principal contribución a la sección recta radar es la reflexión en superficies, que en alta frecuencia proviene del punto de reflexión especular y que la aproximación de óptica física calcula correctamente.
- En el punto de reflexión especular la incidencia es normal a la superficie y se cumple la condición de validez de la IBC (10-5).

Sin embargo, cuando la incidencia es oblicua o rasante predominan otros mecanismos de difracción que óptica física no tiene en cuenta y, además, la IBC deja de ser aplicable.

En conclusión, el algoritmo de procesado gráfico en tiempo real desarrollado en este capítulo, que se basa en la aproximación de óptica física combinada con la condición de contorno de impedancia, puede analizar correctamente los recubrimientos RAM y materiales *composites* en los blancos radar complejos más habituales, en los que la principal contribución a la sección recta es la reflexión especular en grandes superficies (ver 9.5). Sin embargo, los materiales RAM suelen emplearse únicamente en aparatos *stealth*, en los que se minimiza la sección recta evitando deliberadamente la aparición de puntos de reflexión especular. Por este motivo, en rigor no es aplicable la teoría de óptica física con la IBC, de forma que para analizar correctamente la difracción en aristas con materiales RAM sería necesario el desarrollo de un método de corrientes equivalentes combinado con una condición de contorno de orden superior.

## CAPITULO 11

### DIFRACCION EN ARISTAS

En el capítulo 9 se ha desarrollado un algoritmo de procesado gráfico para calcular en tiempo real la principal contribución a la sección recta de aviones ordinarios: la reflexión en superficies metálicas. Con objeto de extender la aplicación del procesado gráfico a artefactos de baja detectabilidad - "*stealth*"-, en el capítulo 10 se ha ampliado el método para tratar superficies metálicas con recubrimientos absorbentes radar. Sin embargo, la minimización de la principal contribución a la RCS -reflexión en superficies- en aviones "*stealth*" hace necesario el estudio de efectos de segundo orden, como difracción en aristas, vértices o discontinuidades de curvatura. En este capítulo se presenta un nuevo algoritmo de procesado gráfico para el análisis del más importante de los efectos de segundo orden: la difracción en aristas perfectamente conductoras.

La solución clásica al problema de la difracción en aristas se basa en el modelado del blanco con facetas poligonales planas (ver 9.1). De la misma forma como se utiliza la fórmula analítica (9-1) para calcular la contribución según óptica física de cada faceta, se utilizan otras expresiones analíticas para la difracción en las aristas de las cuñas que forman cada par de facetas adyacentes. Estas expresiones se obtienen al evaluar la integral de línea (4-35) del método de las corrientes equivalentes utilizando los valores de las corrientes (4-36) y (4-37) propuestos por Knott y Senior [Knott'74]. Para extraer la contribución de óptica física, previamente calculada mediante (9-1), se sustituyen en (4-36) y (4-37) los coeficientes de la teoría geométrica de la difracción (GTD) por los coeficientes de la teoría física de la difracción (PTD) [Youssef'89].

Los principales problemas que aparecen son (ver 9.1):

- el coste computacional cuando la complejidad del blanco requiere un número muy elevado de facetas
- la detección y procesado de facetas o aristas total o parcialmente eclipsadas
- estudio muy costoso de dobles reflexiones faceta-faceta o faceta-arista.

A pesar de estas dificultades, se han conseguido implementaciones eficientes en los códigos RECOTA [Youssef'89] y TOTAL [Domingo'90] [Abad'90], que proporcionan excelentes resultados para blancos radar complejos.

La solución que se presenta en esta tesis continúa la línea del procesado gráfico iniciada con los algoritmos de óptica geométrica (cap. 8) y óptica física (cap. 9), analizando la difracción en aristas por el método de las corrientes equivalentes. El procesado gráfico evita los problemas de eclipsamiento procesando una imagen del blanco desde el punto de vista del radar, en la que las superficies y aristas ocultas han sido previamente eliminadas por el hardware gráfico. Igual que en los anteriores algoritmos de procesado gráfico, los resultados del método de las corrientes equivalentes pueden obtenerse en tiempo casi-real con ayuda de un acelerador gráfico hardware.

En el presente capítulo no se van a considerar las reflexiones múltiples entre superficies y aristas, por ser de mucha menor importancia que las reflexiones entre superficies, que se tratarán en el capítulo 12. El estudio de la difracción en aristas se inicia con un repaso a la teoría y formulación del método de las corrientes equivalentes. Posteriormente se presenta un algoritmo de procesado gráfico, para finalizar con la validación del algoritmo con objetos sencillos y la presentación de una serie de resultados con objetos complejos.

## 11.1 METODO DE LAS CORRIENTES EQUIVALENTES

Se ha decidido utilizar el método de las corrientes equivalentes (MEC) por dos motivos: en primer lugar, porque es la extensión natural de la aproximación de óptica física para incluir la difracción en aristas y, por tanto, basta modificar el algoritmo de procesado gráfico para óptica física desarrollado en el capítulo 9; en segundo lugar, porque es el método más general para el análisis de difracción en aristas (ver cap. 4), ya que:

- permite analizar aristas finitas curvilíneas
- predice valores correctos del campo fuera del cono de Keller y, por tanto, es válido para cualquier dirección de observación
- no proporciona valores infinitos en las caústicas



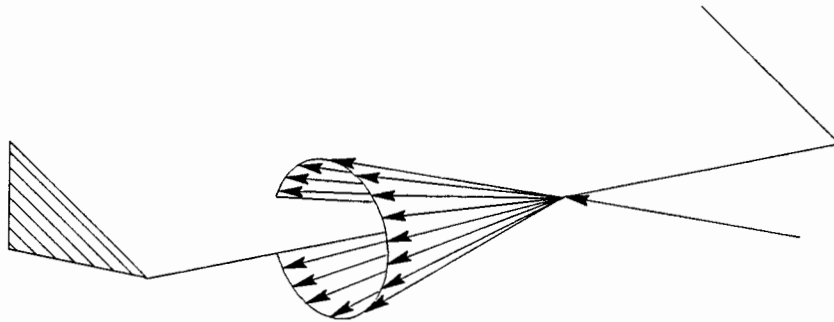
- no presenta más singularidades que las de los coeficientes de difracción que se utilicen.

El método de las corrientes equivalentes se basa en definir unas corrientes eléctrica  $I$  y magnética  $M$  que fluyen por la arista en dirección  $\hat{t}$  y en calcular el campo lejano radiado para un punto de observación arbitrario  $\vec{r}$  :

$$\vec{E}^r = jK \frac{e^{-jKr}}{4\pi r} \int_{dl'} [I \eta \hat{r} \times (\hat{r} \times \hat{t}) + M(\hat{r} \times \hat{t})] e^{jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (4-35)$$

Para que las corrientes equivalentes radién los mismos campos que las corrientes reales existentes sobre las caras laterales de la cuña, es necesario que el valor de las corrientes equivalentes dependa de la dirección de observación. Este pequeño inconveniente es el precio de restringir las corrientes superficiales a un filamento de corriente en la arista [Knott'74].

Las corrientes equivalentes suelen expresarse en función de las direcciones de incidencia y observación utilizando los llamados coeficientes de difracción. Las distintas formulaciones de los coeficientes de difracción ya han sido presentadas en el capítulo 4.



*Figura 11-1: Cono de Keller de rayos difractados. El ángulo de difracción respecto a la arista es igual al de incidencia para todos los rayos.*

Inicialmente Knott y Senior propusieron utilizar los coeficientes de difracción de GTD (ver 4.3) en la integral del MEC. Sin embargo, la teoría de GTD es válida únicamente para direcciones de observación en el cono de Keller (ver figura 11-1), pero no en el caso general biestático. Esto representa un serio inconveniente, pues la integral del MEC requiere poder evaluar las corrientes equivalentes para direcciones de observación arbitrarias. Por ello, Knott introdujo modificaciones siguiendo criterios evidentes de simetría, pero sin ningún soporte analítico [Knott'74], obteniendo las expresiones (4-36) y (4-37) para las corrientes

equivalentes. Como los coeficientes de GTD incluyen la contribución de óptica física de las caras planas de la cuña, extrayendo esta última obtenemos los coeficientes de PTD (ver 4.5), que son los más habitualmente utilizados en el método de las corrientes equivalentes para predicción de sección recta radar [Youssef'89] (código RECOTA), [Domingo'90] y [Abad'90] (código TOTAL) y [Villar'90].

Posteriormente Michaeli realizó un estudio riguroso para direcciones de observación arbitrarias, igualando los campos radiados por las corrientes equivalentes en la arista a los campos radiados por las corrientes superficiales reales en las caras de la cuña [Michaeli'84] y obteniendo una expresión más general de los coeficientes de difracción, teóricamente exacta en alta frecuencia. De esta forma, el método de las corrientes equivalentes con los coeficientes de difracción de Michaeli extiende los resultados de GTD de Keller a direcciones de observación arbitrarias, del mismo modo como la aproximación de óptica física amplía la de óptica geométrica a direcciones de observación distintas de la de reflexión especular.

En los coeficientes de difracción de Michaeli aparece un acoplo de polarización incidente perpendicular a la arista a polarización paralela al plano de difracción, pero no de paralela a perpendicular, que responde fielmente a la realidad física.

Al igual que los coeficientes de GTD, los de Michaeli incluyen la reflexión en las caras planas de la cuña. Si se extrae esta última, se obtienen los coeficientes de difracción de longitud incremental (ILDC) de Mitzner [Mitzner'74] [Knott'85 AP]. El método de las corrientes equivalentes con los ILDC de Mitzner amplía la teoría de PTD de la misma forma como Michaeli extiende la de GTD y la aproximación de óptica física mejora la de óptica geométrica.

Lógicamente, para direcciones de observación dentro del cono de Keller los coeficientes de Michaeli coinciden con los de GTD, con lo que el término de acoplo de polarización cruzada se hace cero. Para la dirección de observación monoestática, cuya simétrica está contenida en el cono de Keller, resulta que, por simetría de las funciones trigonométricas que intervienen, los coeficientes de Michaeli que producen un campo difractado con la misma polarización que el incidente (perpendicular-perpendicular y paralela-paralela) son iguales a los de GTD, pero, a diferencia de lo que sucede en el cono de Keller, el coeficiente de polarización cruzada perpendicular-paralela no se anula.

Para elegir los coeficientes de difracción que se van a utilizar, debe tenerse en cuenta que como conocemos la contribución de la reflexión en superficies, calculada por óptica física y procesamiento gráfico, deben utilizarse coeficientes que no la incluyan, como los de PTD o los de Mitzner. Para el caso monoestático, ambos coinciden en los coeficientes que no cambian la polarización respecto al plano de incidencia, pero los de Mitzner incluyen además el coeficiente de acoplo de polarización cruzada. Por este motivo, en rigor deben utilizarse los ILDC de

Mitzner, aunque la complejidad matemática del término de polarización cruzada y los buenos resultados obtenidos con los coeficientes de PTD han hecho una práctica habitual la utilización de estos últimos (códigos RECOTA y TOTAL y resultados de [Villar'90]).

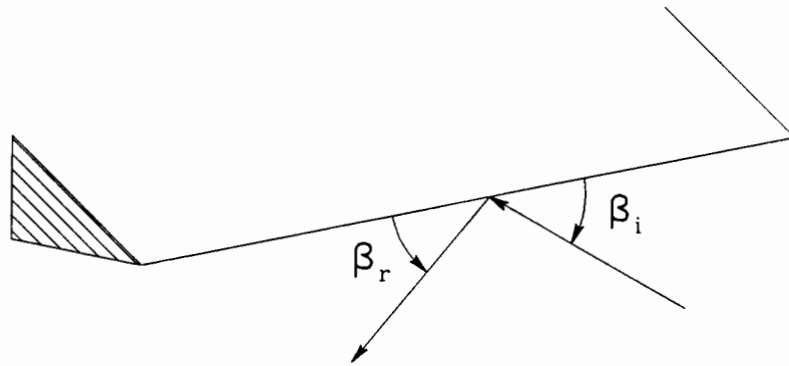
### 11.1.1 Coeficientes de difracción PTD

La aplicación de los coeficientes de difracción de PTD en la integral de línea del MEC se basa en las sustitución de los coeficientes de GTD por los de PTD en las expresiones (4-36) y (4-37) de las corrientes equivalentes en la arista, lo cual equivale a extraer la contribución de óptica física de las superficies laterales de la cuña. El resultado es:

$$I = \frac{2j}{K\eta} \frac{f}{\sin\beta_r \sin\beta_i} (\vec{E}^i \cdot \hat{t}) \quad (11-1)$$

$$M = \frac{2j\eta}{K} \frac{g}{\sin\beta_r \sin\beta_i} (\vec{H}^i \cdot \hat{t}) \quad (11-2)$$

donde  $\beta_i$  y  $\beta_r$  son los ángulos que forma la arista con las direcciones de incidencia y observación, respectivamente (ver figura 11-2). Los coeficientes de difracción  $f$  y  $g$  han sido definidos previamente por las ecuaciones (4-27) a (4-34) en el apartado 4.5.



*Figura 11-2: Ángulos de incidencia y reflexión respecto a la arista.*

Consideremos ahora las direcciones perpendicular y paralela a los planos de incidencia y observación. Estos se definen como los planos formados por la arista y la dirección de incidencia o por la arista y la dirección de observación, respectivamente.

$$\hat{e}_{\perp}^i = \frac{\hat{t} \times \hat{i}}{\sin \beta_i} \quad \hat{e}_{\parallel}^i = \hat{i} \times \hat{e}_{\perp}^i \quad \hat{e}_{\perp}^r = \frac{\hat{t} \times \hat{r}}{\sin \beta_r} \quad \hat{e}_{\parallel}^r = \hat{r} \times \hat{e}_{\perp}^r \quad (11-3)$$

donde  $\hat{t}$  es el vector unitario en la dirección de la arista e  $\hat{i}$  y  $\hat{r}$  son las direcciones de incidencia y observación, respectivamente.

Sea una onda plana incidente polarizada en dirección  $\hat{e}^i$

$$\vec{E}^i = E_0 \hat{e}^i e^{-jK\hat{i} \cdot \vec{r}'} \quad (11-4)$$

tal que los campos eléctrico y magnético forman respectivamente un ángulo  $\gamma$  con las direcciones perpendicular y paralela al plano de incidencia:

$$\hat{e}^i = \hat{e}_{\perp}^i \cos \gamma + \hat{e}_{\parallel}^i \sin \gamma \quad (11-5)$$

$$\hat{h}^i = \hat{i} \times \hat{e}^i = \hat{e}_{\parallel}^i \cos \gamma - \hat{e}_{\perp}^i \sin \gamma \quad (11-6)$$

Como  $\hat{e}^i \cdot \hat{t} = \hat{e}_{\parallel}^i \cdot \hat{t} \sin \gamma = \sin \beta_i \sin \gamma$  y  $\hat{h}^i \cdot \hat{t} = \hat{e}_{\parallel}^i \cdot \hat{t} \cos \gamma = \sin \beta_i \cos \gamma$  tenemos:

$$\vec{E}^i \cdot \hat{t} = E_0 e^{-jK\hat{i} \cdot \vec{r}'} \sin \beta_i \sin \gamma \quad (11-7)$$

$$\vec{H}^i \cdot \hat{t} = \frac{E_0}{\eta} e^{-jK\hat{i} \cdot \vec{r}'} \sin \beta_i \cos \gamma \quad (11-8)$$

Sustituyendo las ecuaciones (11-1) a (11-8) en la integral de línea del MEC (4-35), obtenemos la expresión general del campo dispersado biestático:

$$\vec{E}^r = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [f \sin \gamma \hat{e}_{\parallel}^r + g \cos \gamma \hat{e}_{\perp}^r] e^{jK(\hat{r}-\hat{i}) \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-9)$$

En el problema monoestático es  $\hat{r} = -\hat{i}$  y, si expresamos el campo dispersado (11-9) respecto al plano de incidencia,  $\hat{e}_{\perp}^r = -\hat{e}_{\perp}^i$  y  $\hat{e}_{\parallel}^r = \hat{e}_{\parallel}^i$ , resulta:

$$\vec{E}^r = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [f \sin \gamma \hat{e}_{\parallel}^i - g \cos \gamma \hat{e}_{\perp}^i] e^{2jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-10)$$

La respuesta polarimétrica, o matriz de *scattering* (ver cap. 2), está caracterizada por las componentes copolar -paralela al campo eléctrico incidente-

$$\vec{E}^r \cdot \hat{e}^i = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [f \sin^2 \gamma - g \cos^2 \gamma] e^{2jKr \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-11)$$

y contrapolar o crosspolar -perpendicular al campo eléctrico incidente-

$$\vec{E}^r \cdot \hat{h}^i = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int (f + g) \sin \gamma \cos \gamma e^{2jKr \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-12)$$

Obsérvese que la respuesta contrapolar es nula para polarizaciones paralela o perpendicular al plano de incidencia.

En lo que hace referencia a los coeficientes de difracción, las expresiones (4-27) a (4-34) de  $f$  y  $g$  también se simplifican en el caso monoestático, resultando:

$$\begin{aligned} f &= X - Y + Y_1 + Y_2 \\ g &= X + Y - Y_1 - Y_2 \end{aligned} \quad (11-13)$$

Los coeficientes  $X$  e  $Y$  son los de GTD de Keller para dirección de observación monoestática:

$$\begin{aligned} X &= \frac{(1/n) \sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - 1} \\ Y &= \frac{(1/n) \sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(2\phi/n)} \end{aligned} \quad (11-14)$$

en donde  $\phi$  es el ángulo que forma con la cara 1 la proyección de la dirección de incidencia sobre el plano perpendicular a la arista y  $n = \alpha / \pi$  es el ángulo exterior de la cuña normalizado respecto a  $\pi$  (ver figura 11-3).

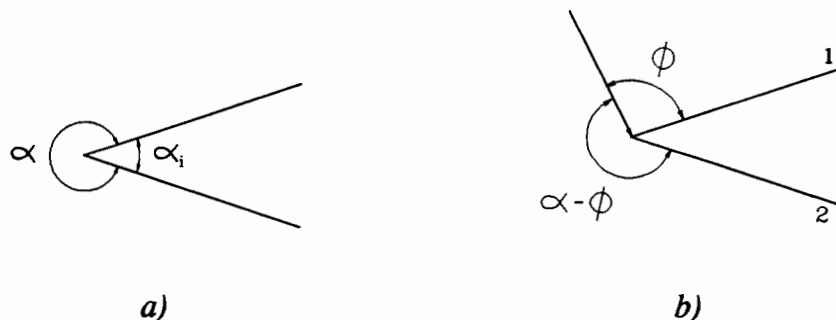


Figura 11-3: a) Angulos interior y exterior de la cuña.

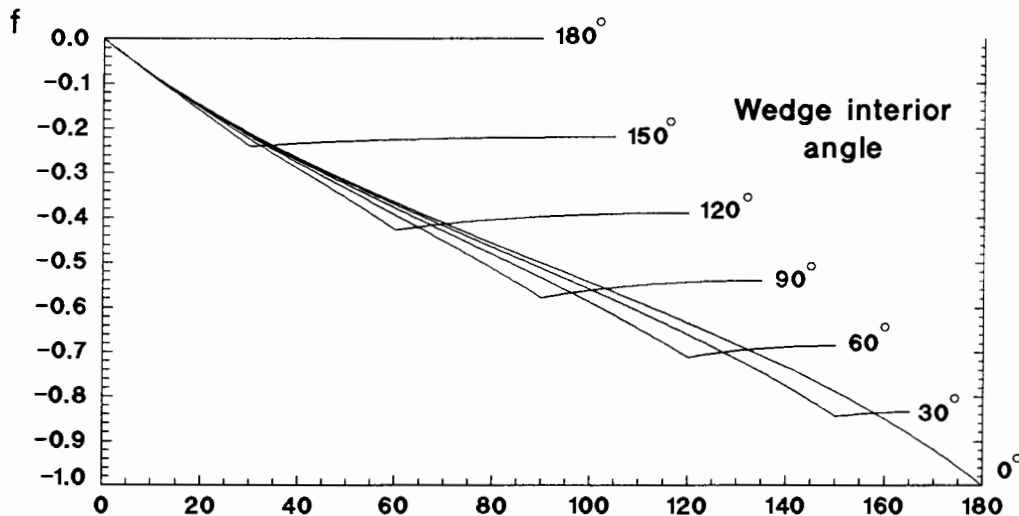
b) Proyección de la dirección de incidencia sobre el plano perpendicular a la arista y ángulos que forma la proyección con ambas caras de la cuña.

Los coeficientes  $Y_1$  e  $Y_2$  representan la contribución de óptica física de las dos caras laterales de la cuña, que debe extraerse del campo total. Como únicamente intervienen las caras visibles, definimos los coeficientes  $U_1$  y  $U_2$  que valen 1 si la cara correspondiente es visible y 0 si no lo es. Particularizando (4-31) a (4-34) para el caso monoestático, resulta:

$$Y_1 = -U_1 \frac{1}{2} \tan \phi \quad Y_2 = -U_2 \frac{1}{2} \tan(\alpha - \phi) \quad (11-15)$$

En las figuras 11-4 y 11-5 se muestran los coeficientes de PTD monoestáticos  $f$  y  $g$  respectivamente, en función del ángulo de incidencia respecto a la cara más cercana, para distintos valores del ángulo interno de la cuña. Como las gráficas son simétricas respecto a la bisectriz exterior de la cuña, únicamente se representa la mitad,  $0 \leq \phi \leq \pi - \alpha_i / 2$ , con  $\alpha_i$  igual al ángulo interno de la cuña.

Puede observarse la existencia de dos zonas de la curva aproximadamente rectas, separadas por un codo. Cuando solamente una de las caras es visible, la gráfica varía linealmente con el ángulo de incidencia, mientras que cuando ambas caras son visibles, es más o menos constante. La transición se produce en  $\phi = \pi - \alpha_i$ . Es interesante observar que el coeficiente de polarización paralela  $f$  depende del ángulo interno de la cuña solamente cuando ambas caras son visibles, mientras que es independiente cuando hay una cara oculta. Con el coeficiente perpendicular  $g$  sucede lo contrario: depende débilmente del ángulo interno si las dos caras son visibles y muy fuertemente si hay una oculta.



**Figura 11-4:** Coeficiente de difracción monoestático  $f$ -polarización paralela- para distintos valores del ángulo interno de la cuña. En abscisas, ángulo de incidencia respecto a la cara más cercana.

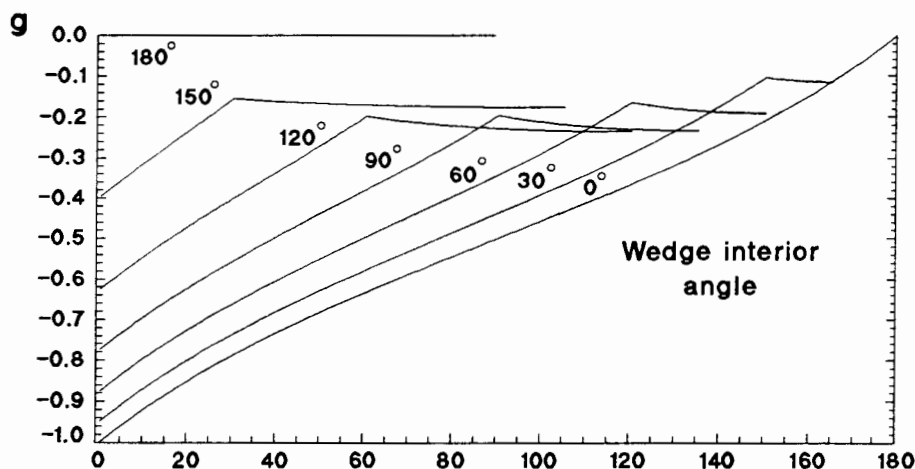


Figura 11-5: Coeficiente de difracción monoestático  $g$  -polarización perpendicular- para distintos valores del ángulo interno de la cuña. En abscisas, ángulo de incidencia respecto a la cara más cercana.

Además, la variación de ambos coeficientes es inversa: para incidencia rasante,  $f$  vale 0 y  $g$  toma su valor máximo, mientras que cuando ambas caras son visibles  $f$  es máximo y  $g$  mínimo. Lógicamente, el valor de los dos coeficientes de difracción en la arista tiende a cero para todas las direcciones de incidencia cuando el ángulo interno tiende a  $180^\circ$ , pues la cuña se aproxima a un plano infinito.

Como el método de procesamiento gráfico calcula para cada pixel de las aristas el valor de los coeficientes de difracción, se puede reducir el coste computacional si se evitan las funciones trigonométricas de (11-13) y (11-14) con la siguiente aproximación lineal:

1 cara visible $0 \leq \phi \leq \pi - \alpha_i$	2 caras visibles $\pi - \alpha_i \leq \phi \leq \pi - \alpha_i/2$	
$f \approx -\frac{\phi}{\pi}$	$f \approx -(n - 1)$	(11-16)
$g \approx -\left(\frac{n}{2} - \frac{\phi}{\pi}\right)$	$g \approx 0.2$	(11-17)

donde  $n = \alpha/\pi$  es el ángulo exterior de la cuña normalizado respecto a  $\pi$ . Si se desea una mejor aproximación de  $g$  cuando las dos caras son visibles, puede utilizarse el valor exacto de  $g$  en la bisectriz:

$$\phi = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow g = \tan \frac{\alpha}{2} - \frac{2}{n} \cot \frac{\pi}{n} \tag{11-18}$$

El error introducido por las aproximaciones (11-16) a (11-18) es pequeño, en general inferior a 1 dB, y en todo caso muy inferior a los errores debidos a las aproximaciones de alta frecuencia cuando se aplica el método a la predicción de sección recta de blancos radar complejos.

### 11.1.2 Coeficientes de difracción de Mitzner

Como se ha indicado anteriormente (ver 4.6 y 11.2), los coeficientes de difracción de longitud incremental (ILDC) de Mitzner incluyen únicamente la contribución de la arista y no la de las caras planas laterales de la cuña. Por ello, una forma de calcularlos consiste en sustraer al campo total biestático dispersado por la cuña infinita la contribución de óptica física de las caras planas [Knott AP'85]. El campo total puede calcularse a partir de la integral de radiación del MEC (4-35) utilizando las corrientes equivalentes sobre la arista obtenidas por Michaeli [Michaeli'84]:

$$I = -\frac{2j}{K\eta} \frac{D_o}{\sin^2 \beta_i} (\vec{E}^i \cdot \hat{t}) - \frac{2j}{K} \frac{D_{om}}{\sin \beta_i} (\vec{H}^i \cdot \hat{t}) \quad (4-38)$$

$$M = \frac{2j\eta}{K} \frac{D_m}{\sin \beta_r \sin \beta_i} (\vec{H}^i \cdot \hat{t}) \quad (4-39)$$

donde  $D_o, D_m, D_{om}$  son los coeficientes de difracción, cuya expresión general puede encontrarse en [Michaeli'84], [Maffet'89], [Knott'85], [Knott AP'85], etc.

Para una onda plana incidente polarizada en dirección  $\gamma$  respecto a la perpendicular a la arista

$$\vec{E}^i = E_o e^{-jK\hat{t} \cdot \vec{r}'} (\hat{e}_\perp^i \cos \gamma + \hat{e}_\parallel^i \sin \gamma) \quad (11-4)$$

el campo dispersado se obtiene sustituyendo las corrientes equivalentes (4-38) y (4-39) en la integral de radiación (4-35). Si expresamos el resultado en función de las polarizaciones paralela y perpendicular a los planos de incidencia y reflexión (11-3), teniendo en cuenta las relaciones (11-7) y (11-8) resulta:

$$\begin{aligned} \vec{E}^r = E_o \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [ -D_o \frac{\sin \beta_r}{\sin \beta_i} \sin \gamma \hat{e}_\parallel^r - D_{om} \sin \beta_r \cos \gamma \hat{e}_\parallel^r \\ + D_m \cos \gamma \hat{e}_\perp^r ] e^{jK(\hat{r}-\hat{i}) \cdot \vec{r}'} dl' \end{aligned} \quad (11-19)$$



En la expresión (11-19) puede observarse el término de acoplo de polarización cruzada  $D_{em}$  que, para un campo eléctrico incidente perpendicular a la arista,  $\gamma = 0$ , radía campo eléctrico paralelo al plano de observación. Los otros dos coeficientes de difracción producen un campo difractado con la misma polarización que el incidente:  $D_e$  responde al campo incidente paralelo y  $D_m$  al perpendicular.

Por otra parte, los resultados de Mitzner, que originalmente se formularon en la forma de un coeficiente de difracción diádico -ecuación (4-40)-, también se pueden expresar en la forma de la ecuación (11-19) sustituyendo los coeficientes de difracción de Michaeli por los ILDC de Mitzner, resultando el campo dispersado únicamente por la arista:

$$\begin{aligned} \vec{E}^r = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [ -D_{\parallel} \frac{\sin \beta_r}{\sin \beta_i} \sin \gamma \hat{e}_{\parallel}^r - D_x \frac{\sin \beta_r}{\sin \beta_i} \cos \gamma \hat{e}_{\parallel}^r \\ + D_{\perp} \cos \gamma \hat{e}_{\perp}^r ] e^{jK(r-i) \cdot \vec{r}'} dl' \end{aligned} \quad (11-20)$$

La relación entre los ILDC de Mitzner y los coeficientes de difracción de Michaeli ha sido estudiada por Knott [Knott AP'85], obteniendo:

$$D_{\parallel} = D_e - D'_{\parallel} \quad D_{\perp} = D_m - D'_{\perp} \quad D_x = D_{em} \sin \beta_i - D'_x \quad (11-21)$$

donde  $D'_{\parallel}$ ,  $D'_{\perp}$  y  $D'_x$  representan la contribución de óptica física de las superficies planas laterales de la cuña, para dirección de observación arbitraria. Su expresión matemática puede encontrarse en [Maffet'89], [Knott'85], [Knott AP'85], etc.

Para una cuña infinita y direcciones de observación en el cono de Keller, las teorías de GTD y PTD son exactas en alta frecuencia. Comparando las ecuaciones (4-36) y (4-37) de GTD con (4-38) y (4-39) de Michaeli, resulta:

$$D_e = -(X - Y) \quad D_m = X + Y \quad D_{em} = 0 \quad (11-22)$$

relaciones que también pueden obtenerse particularizando las expresiones generales de Michaeli para  $\beta_r = \beta_i$  [Michaeli'84]. Obsérvese que el término de acoplo de polarización cruzada  $D_{em}$  se anula.

En lo que hace referencia al campo dispersado únicamente por la arista, comparando el resultado de PTD (11-9) con el de Mitzner (11-20) para observación en el cono de Keller, obtenemos

$$D_{\parallel} = -f \quad D_{\perp} = g \quad D_x = 0 \quad (11-23)$$

lo cual también se puede deducir de (11-21) y (11-22), evaluando la contribución biestática de óptica física  $D'_{\parallel}$ ,  $D'_{\perp}$  y  $D'_x$  particularizada en el cono de Keller.

En la presente tesis nos vamos a restringir al problema monoestático, en el que la ecuación (11-20) se reduce a:

$$\vec{E}^r = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [-D_{\parallel} \sin \gamma \hat{e}_{\parallel}^i - D_x \cos \gamma \hat{e}_{\parallel}^i - D_{\perp} \cos \gamma \hat{e}_{\perp}^i] e^{2jK\vec{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-24)$$

cuyas componentes copolar y contrapolar con el campo incidente son, respectivamente:

$$\vec{E}^r \cdot \hat{e}^i = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [-D_{\parallel} \sin^2 \gamma - D_x \cos \gamma \sin \gamma - D_{\perp} \cos^2 \gamma] e^{2jK\vec{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-25)$$

$$\vec{E}^r \cdot \hat{h}^i = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [-D_{\parallel} \sin \gamma \cos \gamma - D_x \cos^2 \gamma + D_{\perp} \sin \gamma \cos \gamma] e^{2jK\vec{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-26)$$

Como la dirección de observación monoestática y el cono de Keller son simétricos respecto al plano perpendicular a la arista,  $\beta_r = \pi - \beta_i$ , por la simetría particular de algunas funciones trigonométricas que intervienen en los coeficientes de difracción resulta que los coeficientes de Michaeli  $D_o$  y  $D_m$  en el caso monoestático son iguales que en el cono de Keller [Michaeli'84]. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el coeficiente de acoplo de polarización cruzada  $D_{om}$  no se anula en el caso monoestático:

$$D_o = -(X - Y) \quad D_m = X + Y \quad D_{om} \neq 0 \quad (11-27)$$

Además, evaluando la contribución biestática de las caras laterales de la cuña  $D'_{\parallel}$ ,  $D'_{\perp}$  y  $D'_x$  para la dirección de observación monoestática, el resultado coincide con los coeficientes de PTD  $Y_1$  e  $Y_2$  de la ecuación (11-1) :

$$\begin{aligned} D'_{\parallel} &= D'_{\perp} = Y_1 + Y_2 \\ D'_x &= 0 \end{aligned} \quad (11-28)$$

Este resultado es consecuencia de que en el problema monoestático la integral de óptica física es independiente de la polarización y no aparece una respuesta superficial de polarización cruzada. De (11-21), (11-27), (11-28) y (11-13) resultan finalmente los ILDC de Mitzner monoestáticos:

$$D_{\parallel} = -f \quad D_{\perp} = g \quad D_x = D_{em} \sin \beta_i \quad (11-29)$$

donde  $f$  y  $g$  son los coeficientes de difracción de PTD monoestáticos definidos en (11-13), (11-14) y (11-15), con los que pueden utilizarse las aproximaciones (11-16), (11-17) y (11-18). Por otra parte, la expresión monoestática de  $D_x$  es: [Michaeli'84], [Maffet'89]

$$D_x = \frac{2}{n} \cos \beta_i \left[ \frac{\cot \phi \sin \frac{1}{n}(\pi - \phi)}{\cos \frac{1}{n}(\pi - \phi) - \cos \frac{1}{n}\phi} - \frac{\cot(\alpha - \phi) \sin \frac{1}{n}(\pi + \phi)}{\cos \frac{1}{n}(\pi + \phi) - \cos \frac{1}{n}\phi} \right] \quad (11-30)$$

en donde  $\phi$  es el ángulo que forma con la cara 1 la proyección de la dirección de incidencia sobre el plano perpendicular a la arista (ver figura 11-3) y  $n = \alpha / \pi$  es el ángulo exterior de la cuña normalizado respecto a  $\pi$ .

En la figura 11-6 se muestra la variación de  $D_x$  en función de  $\phi$  para incidencia paralela a la arista,  $\cos \beta_i = 1$ , y distintos ángulos internos de la cuña  $\alpha_i$ . Es interesante observar la simetría impar de la curva respecto a la bisectriz de la cuña  $\phi = \pi - \alpha_i / 2$ . Para incidencia rasante en el sentido de las caras planas hacia la arista,  $\phi = 0$  ó  $\phi = \alpha$ , aparecen sendas singularidades.

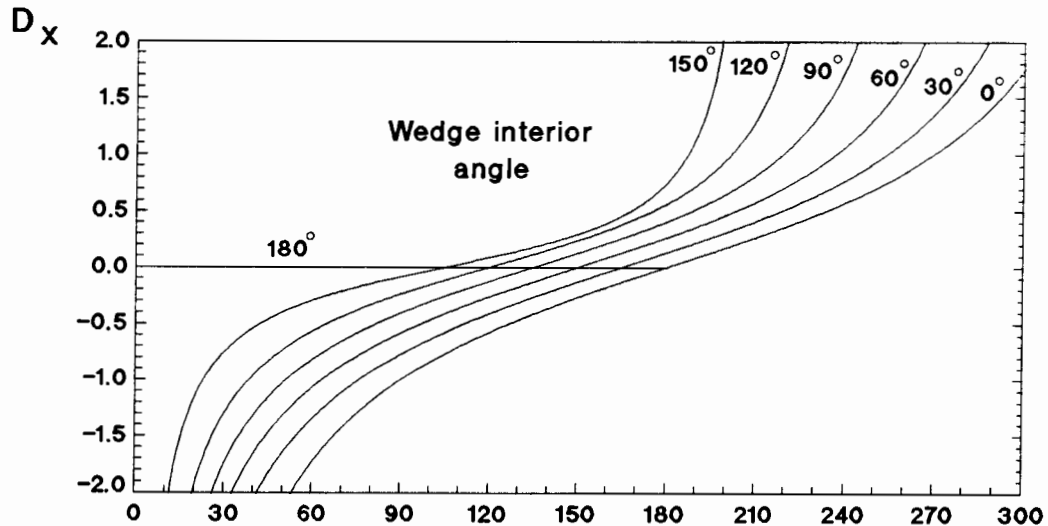


Figura 11-6: ILDC de Mitzner monoestático  $D_x$  - acoplo de polarización cruzada- para distintos valores del ángulo interno de la cuña. En abscisas, ángulo de incidencia respecto a una de las caras.

La interpretación física de este término de acoplo de polarización cruzada se basa en la definición arbitraria de los planos de incidencia y observación, y, por tanto, de las polarizaciones paralela y perpendicular a cada uno de ellos. En el caso más general, para cualquier polarización incidente se inducen corrientes en las caras de la cuña que presentan componentes paralela y perpendicular a la arista. Por ello, la descomposición del campo dispersado en direcciones paralela y perpendicular al plano de observación es distinta de cero para ambas direcciones, debido precisamente a la arbitrariedad en la definición de las direcciones de incidencia, de observación y de la arista. Así, aparecen inicialmente dos términos de acoplo de polarización cruzada: paralela incidente a perpendicular difractada y perpendicular incidente a paralela difractada.

Sin embargo, como los planos de incidencia y observación tienen una recta común, la arista, resulta que si el campo eléctrico incidente es paralelo al plano de incidencia, induce en las caras de la cuña únicamente corrientes paralelas a la arista, pero no perpendiculares, con lo que el campo eléctrico radiado no tendrá tampoco componentes perpendiculares a la arista y será siempre paralelo al plano de observación. Por este motivo, el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de paralela incidente a perpendicular difractada vale siempre cero. Para polarización perpendicular incidente, puede comprobarse que se inducen corrientes en las caras de la cuña con componentes perpendicular y paralela a la arista, salvo en casos particulares, por lo que en el campo difractado aparecen componentes perpendicular y paralela al plano de observación. Es precisamente esta última la que predicen los coeficientes de difracción  $D_o$  de Michaeli y  $D_x$  de Mitzner, y que no es considerada por los coeficientes de difracción de GTD ni de PTD. Son excepciones a esta última situación aquellas situaciones en las que el coeficiente de acoplo de polarización cruzada vale cero: la observación en el cono de Keller y, en el caso monoestático, la incidencia perpendicular a la única cara visible.

### 11.1.3 Elección entre los coeficientes de PTD o de Mitzner

Como se ha indicado anteriormente, los coeficientes de PTD únicamente coinciden con los ILDC de Mitzner cuando la dirección de observación se encuentra en el cono de Keller. En estas circunstancias, el coeficiente de acoplo de polarización cruzada que no considera la teoría de PTD vale cero. La observación en el cono de Keller sólo es posible en el caso monoestático para direcciones de incidencia normales a la arista. Esta situación únicamente es general en problemas bidimensionales, en los que, consecuentemente, siempre se pueden aplicar los coeficientes de PTD.

Para problemas monoestáticos tridimensionales, la dirección perpendicular a una arista rectilínea es la que proporciona el máximo de sección recta, como predice el principio de fase estacionaria aplicado a la integral de línea del MEC (4-35). Por otra parte, cuando la dirección de incidencia es oblicua, aparece el término de

acoplo de polarización cruzada de Michaeli-Mitzner que la teoría de PTD no considera. Sin embargo, su valor no es significativo para incidencias próximas a la normal (ver figura 11-6), mientras que para incidencias alejadas de la misma el resultado de la integral de línea (4-35) se hace muy pequeño (fase estacionaria). Por este motivo, la contribución del coeficiente de acoplo en aristas oblicuas suele quedar enmascarada por las contribuciones de aristas perpendiculares y superficies.

Además, el coeficiente de acoplo presenta simetría impar respecto a la dirección normal a la arista, por lo que en algunos casos la simetría particular del problema cancela la integral (4-35) del coeficiente de acoplo de polarización cruzada. Son ejemplos típicos una placa plana rectangular con direcciones de incidencia en el plano horizontal de simetría y una arista circular con incidencia en la dirección del eje.

Las consideraciones anteriores explican los buenos resultados para blancos radar tridimensionales obtenidos con los coeficientes de PTD en los códigos RECOTA [Youssef'89] y TOTAL [Abad'90], [Domingo'90] y en [Villar'90]. Únicamente pueden aparecer diferencias significativas en la utilización de los coeficientes de PTD o los ILDC de Mitzner en la integral del MEC (4-35) cuando el objeto no presenta superficies ni aristas perpendiculares a la dirección de incidencia, como sucede con los aviones "*stealth*". Además, debe tenerse en cuenta que para incidencias rasantes sobre una de las caras planas de la cuña, en el sentido de la cara hacia la arista, aparece una singularidad en el coeficiente de acoplo de polarización cruzada, que puede producir un pico de sección recta que la teoría de PTD no es capaz de predecir. En este caso, es importante recordar que la aplicación de los coeficientes de difracción a cuñas arbitrarias de caras curvadas es de dudosa validez para incidencia rasante (ver 4.8).

En el presente trabajo se ha decidido utilizar los coeficientes de PTD para validar el método de procesado gráfico y el algoritmo de detección de aristas. Para ello se considerarán problemas en los que los resultados de PTD y Mitzner coinciden: bidimensionales y placa plana rectangular. Además, se tratarán blancos radar complejos tridimensionales con objeto de evaluar el error cometido con los coeficientes de PTD. La implementación de los ILDC de Mitzner, añadiendo el término de acoplo de polarización cruzada a los coeficientes de PTD, está prevista para el futuro próximo.

## 11.2 ALGORITMO DE PROCESADO GRAFICO

La idea en que se basa el algoritmo de procesado gráfico es la detección en una imagen del blanco de los pixel que pertenecen a una arista, en los que la discontinuidad en la dirección de la normal a la superficie se traduce en una discontinuidad de la luminosidad. Si para cada pixel se calculan los ángulos característicos de la cuña a la que pertenece la arista, y de ellos los coeficientes de difracción, resulta que la suma coherente de los coeficientes de difracción de todos los pixel de la arista equivale a la integral de línea (11-10) ó (11-24) del método de las corrientes equivalentes (ver 11.1). La principal ventaja este método sobre las técnicas clásicas reside en que procesa únicamente las aristas visibles, evitando el problema de la detección de eclipses.

El algoritmo se ha implementado en cuatro pasos:

- 1- Visualización del blanco con las fuentes de iluminación adecuadas y cálculo gráfico de la normal a la superficie en cada pixel.
- 2- Detección gráfica de aristas como discontinuidades en la normal a la superficie.
- 3- Para cada pixel de las aristas, cálculo del ángulo interno de la cuña y de los ángulos de las caras visibles con la dirección de observación. Cálculo de los coeficientes de difracción en función de los ángulos anteriores.
- 4- Cálculo de la integral de línea (11-10) ó (11-24) del método de las corrientes equivalentes como la suma coherente de los coeficientes de difracción de todos los pixel de las aristas.

Cada uno de estos cuatro pasos se explica en detalle y por separado en los siguientes apartados:

### 11.2.1 Cálculo de la normal a la superficie

Para poder detectar las aristas del blanco como discontinuidades de la normal a la superficie, es necesario en primer lugar obtener la dirección de la normal para todos los puntos de la superficie -cada pixel en la imagen del blanco-. Si se visualiza el blanco con el modelo de iluminación local de Phong (ver 7.1.3.2), la luminosidad de los pixel de la imagen depende de las posiciones de fuente de luz y observador, y de la dirección de la normal a la superficie. En consecuencia, es posible deducir la dirección de la normal a partir de la luminosidad si se definen adecuadamente los parámetros de iluminación y el punto de observación.

Un posible método para calcular la normal a la superficie se basa en utilizar únicamente reflexión difusa (no ambiental ni especular), con lo que la luminosidad de cada pixel de la imagen es (ver 7.1.3.2):

$$L_d = \rho_d \alpha L \hat{n} \cdot \hat{r}_i \quad (7-3)$$

donde  $\rho_d$  es el coeficiente de reflexión de la superficie,  $\alpha$  la atenuación de la luz en el medio,  $L$  la intensidad luminosa incidente,  $\hat{n}$  la normal a la superficie y  $\hat{r}_i$  el vector unitario en la dirección de la fuente de luz (ver figura 11-7).

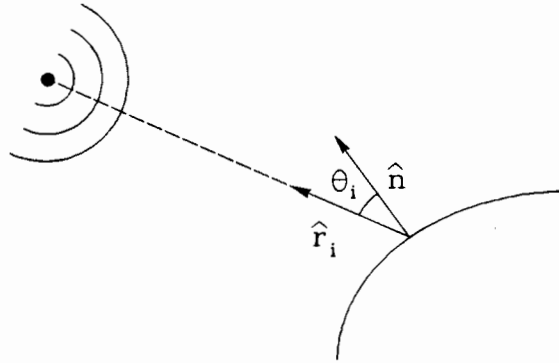


Figura 11-7: Vector de posición de la fuente de luz y normal a la superficie

Si en la ecuación (7-3) se toman los coeficientes  $\rho_d$ ,  $\alpha$  y  $L$  iguales a la unidad, cuando la fuente de iluminación se encuentra sobre los ejes de coordenadas, la luminosidad de los pixel de la imagen es igual a los cosenos directores de la normal a la superficie:

$$\begin{aligned} \hat{r}_i = \hat{x} &\Rightarrow L_d = \hat{n} \cdot \hat{x} = n_x \\ \hat{r}_i = \hat{y} &\Rightarrow L_d = \hat{n} \cdot \hat{y} = n_y \\ \hat{r}_i = \hat{z} &\Rightarrow L_d = \hat{n} \cdot \hat{z} = n_z \end{aligned} \quad \hat{n} = (n_x, n_y, n_z) \quad (11-31)$$

Como la luminosidad es una magnitud siempre positiva, aparece una ambigüedad en el signo de los cosenos directores que se resuelve aprovechando la eliminación de superficies en la zona de sombra: el acelerador gráfico únicamente visualiza las superficies con  $\cos \theta_i > 0$  -iluminadas-, y no aparecen en la imagen las superficies con  $\cos \theta_i < 0$  -zona de sombra-. Para obtener valores positivos y negativos de los cosenos directores de la normal, es necesario situar fuentes de luz en 6 puntos distintos:

$$\begin{aligned} \hat{r}_i = \hat{x} &\rightarrow n_x > 0 & \hat{r}_i = -\hat{x} &\rightarrow n_x < 0 \\ \hat{r}_i = \hat{y} &\rightarrow n_y > 0 & \hat{r}_i = -\hat{y} &\rightarrow n_y < 0 \\ \hat{r}_i = \hat{z} &\rightarrow n_z > 0 & \hat{r}_i = -\hat{z} &\rightarrow n_z < 0 \end{aligned} \quad (11-32)$$

Sin embargo, en el caso monoestático el número de fuentes de luz se reduce a 5, pues las superficies y aristas no visibles desde el punto de vista del radar no contribuyen a los campos radiados. Si el radar se encuentra en la dirección  $\hat{z}$ , no serán visibles las superficies con  $n_z < 0$ . Si la estación gráfica dispone únicamente de un *frame-buffer* (ver 7.1.4), es necesario obtener una imagen distinta para cada fuente de luz. La lectura de la luminosidad de los pixel almacenada en el *frame-buffer* para cada una de las 5 imágenes, permite obtener la normal  $\hat{n} = (n_x, n_y, n_z)$  para todos los puntos de las superficies visibles desde el radar.

La visualización de 5 imágenes y la lectura del *frame-buffer* para cada una de ellas ralentiza considerablemente el proceso global de cálculo de sección recta radar por procesado gráfico. Afortunadamente, el número de imágenes necesarias se puede reducir a dos si se dispone de una estación gráfica con tres *frame-buffer* y capacidad de *image-blending*.

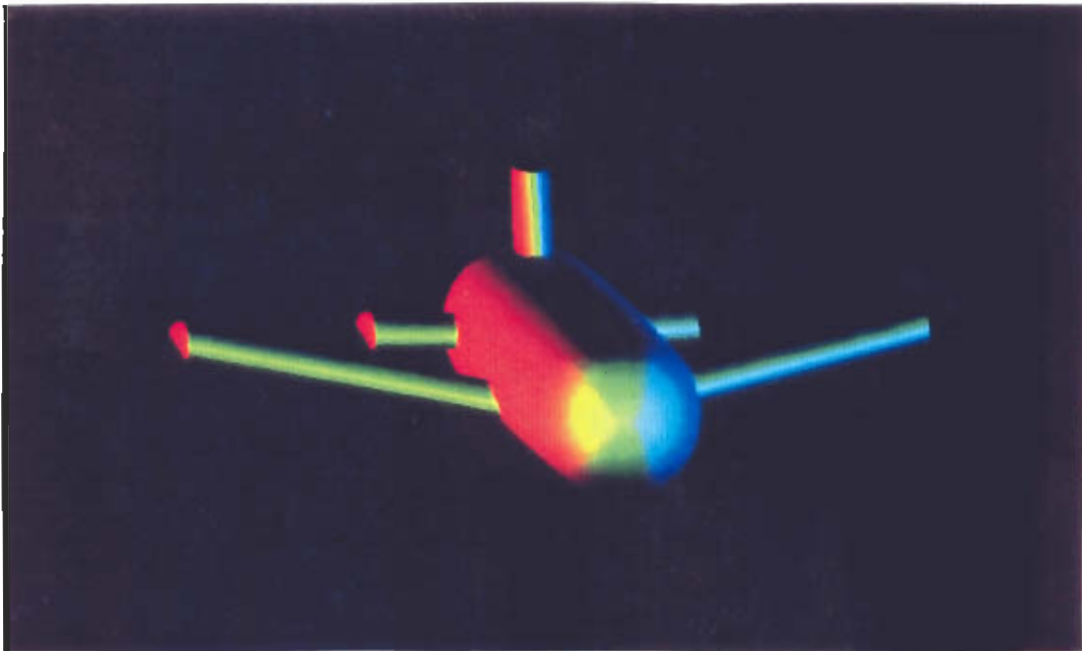
La técnica *image-blending* permite simular una paleta de  $2^{24}$  colores mezclando 3 paletas de  $2^8$  colores. Para ello se utilizan tres *frame-buffer* de 8 bits, que contienen respectivamente las componentes roja, verde y azul del color a visualizar. El primer *frame-buffer* direcciona una paleta de  $2^8$  tonalidades de rojo, el segundo una de  $2^8$  tonos de verde y el tercero  $2^8$  tonos de azul. Si se presenta sucesivamente cada uno de los tres *frame-buffer* en pantalla con una frecuencia del ciclo mayor que 25 Hz, la respuesta del ojo humano integra en el tiempo el contenido de los tres *frame-buffer* y visualiza la mezcla de los tres colores, lo cual equivale a la utilización de una paleta de  $2^{24}$  colores y un *frame-buffer* de 24 bits para direccionarla.

Para calcular la normal a la superficie podemos definir tres fuentes de luz de colores rojo, verde y azul. Utilizando la técnica de *image-blending*, obtenemos en cada uno de los tres *frame-buffer* la parte de la luminosidad total debida únicamente a cada una de las tres fuentes de luz -roja, verde y azul-. Así, calculamos simultáneamente y por separado tres de los cinco valores necesarios de los cosenos directores. Con una segunda imagen en la que se definen dos fuentes de luz, obtenemos análogamente los dos valores restantes de los cosenos directores.

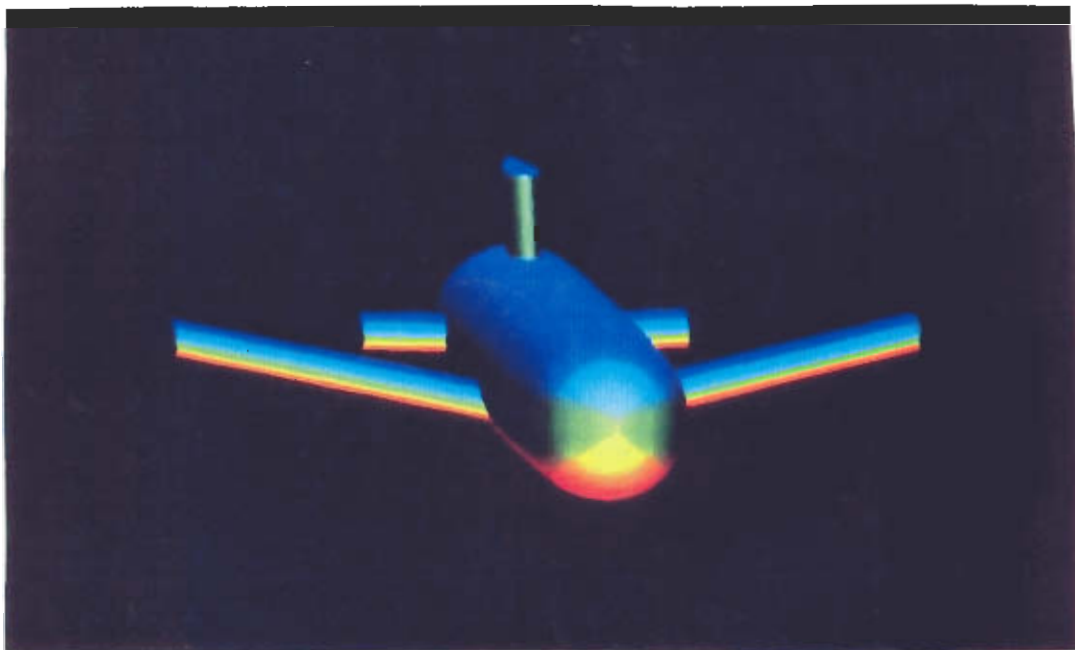
### 11.2.2 Detección gráfica de aristas

Para detectar las aristas que aparecen en la imagen del blanco se realizan sendos barridos horizontal y vertical de la matriz que contiene la normal a la superficie  $\hat{n}$  en cada pixel de la imagen. El barrido horizontal -por filas- permite detectar los pixel que pertenecen a aristas verticales e inclinadas, mientras que el barrido vertical -por columnas- detecta aristas horizontales e inclinadas.





*a) verde en +z, rojo en -x, azul en +x*



*b) verde en +z, rojo en -y, azul en +y*

*Utilización de la técnica "image blending" con tres fuentes de iluminación*

Cuando entre dos pixel consecutivos aparece una discontinuidad en alguna de las componentes de la normal, significa que hay una arista o un eclipse (ver figura 8). Con objeto de evitar la detección de las cuñas que aparecen en la malla poligonal de la superficie NURB discretizada por el acelerador gráfico (ver 7.2.5), debe utilizarse sombreado de Gouraud (ver 7.1.3.3), que produce una variación uniforme y continua de luminosidad en la imagen de la superficie curvada. De esta forma, cuando la discontinuidad en el valor de las componentes de la normal es mayor que un cierto umbral de decisión, se detectan correctamente las aristas reales del objeto y no las debidas a la malla poligonal generada por el hardware gráfico.

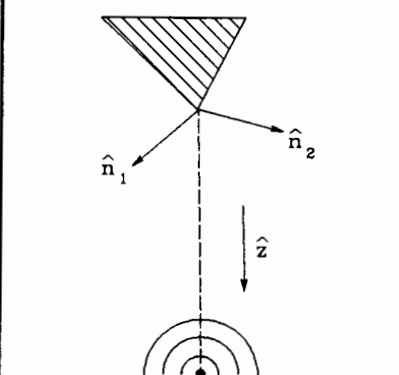
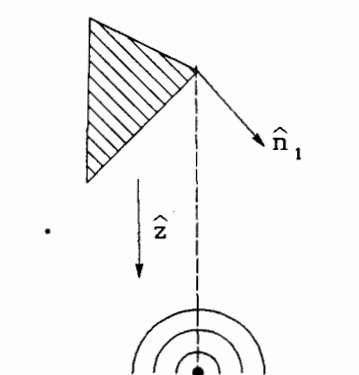
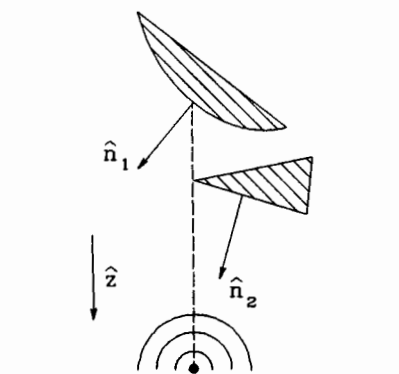
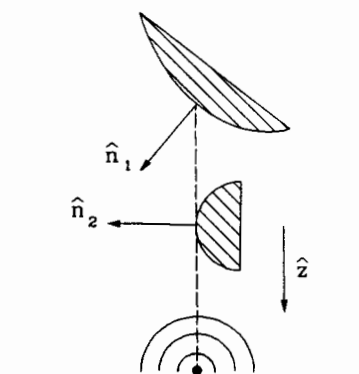
	Ambos pixel con luminosidad $L_d = \hat{n} \cdot \hat{z} \neq 0$	Uno de los pixel con luminosidad $L_d = \hat{n} \cdot \hat{z} = 0$
Continuidad de z-buffer: Arista	 <p>Arista con 2 caras visibles</p>	 <p>Arista con 1 cara visible</p>
Discontinuidad de z-buffer: Eclipse	 <p>Eclipse con arista de 1 cara visible</p>	 <p>Eclipse con superficie curvada</p>

Figura 11-8: Cuatro casos posibles de discontinuidad de la normal a la superficie entre dos pixel consecutivos

En la figura 11-8 puede observarse como las discontinuidades de la normal a la superficie debidas a aristas se discriminan de las debidas a eclipses por medio del *z-buffer*: si la coordenada *z* es continua hay una arista y si es discontinua se ha producido un eclipse.

### 11.2.3 Cálculo de los ángulos característicos

El siguiente paso consiste en calcular los coeficientes de difracción para las cuñas que forman los pixel pertenecientes a aristas, que se han detectado previamente a partir de las discontinuidades de la normal a la superficie. Para ello es necesario conocer los ángulos que definen la cuña y la dirección de observación: ángulo interno de la cuña y ángulos entre cada una de las caras y la proyección de la dirección de incidencia en el plano perpendicular a la arista (ver figura 11-3). Además, para obtener el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de Michaeli-Mitzner también es necesario el ángulo que forma la dirección de incidencia con la arista (ver figura 11-2).

La información disponible para calcular los ángulos consiste en las tres componentes de la normal a la superficie  $\hat{n} = (n_x, n_y, n_z)$  y la coordenada *z* -o distancia al observador- de cada pixel. El cálculo de los ángulos característicos se simplifica considerablemente cuando la dirección de incidencia es perpendicular a la arista, situación que aparece siempre en los problemas bidimensionales con los que se pretende validar el algoritmo de procesado gráfico. Por ello, vamos a estudiar los dos casos -incidencia perpendicular u oblicua- por separado.

#### 11.2.3.1 Incidencia perpendicular a la arista

Tomando la dirección de incidencia en  $\hat{z}$ , las aristas perpendiculares a  $\hat{z}$  pertenecen al plano *xy*. El ángulo entre la dirección de incidencia y la arista es, evidentemente,  $\beta_i = 90^\circ$

El ángulo interno de la cuña es (ver figura 11-9):

$$\begin{aligned} \hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2 &= \cos(\pi - \alpha_i) = -\cos \alpha_i \\ \alpha_i &= \cos^{-1}(-\hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2) \end{aligned} \quad (11-34)$$

La ecuación (11-34) para calcular el ángulo interno de la arista precisa conocer las normales a las dos caras, por lo que ambas deben ser visibles desde el punto de vista del observador. Sin embargo, esto no presenta ningún inconveniente cuando solamente hay una cara visible, pues en este caso los coeficientes de difracción de PTD son aproximadamente independientes del ángulo interno de la cuña (ver figuras 11-4 y 11-5) y no hace falta calcularlo.

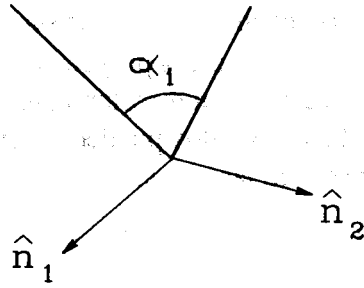


Figura 11-9: Angulo interno de la cuña y normales a las caras

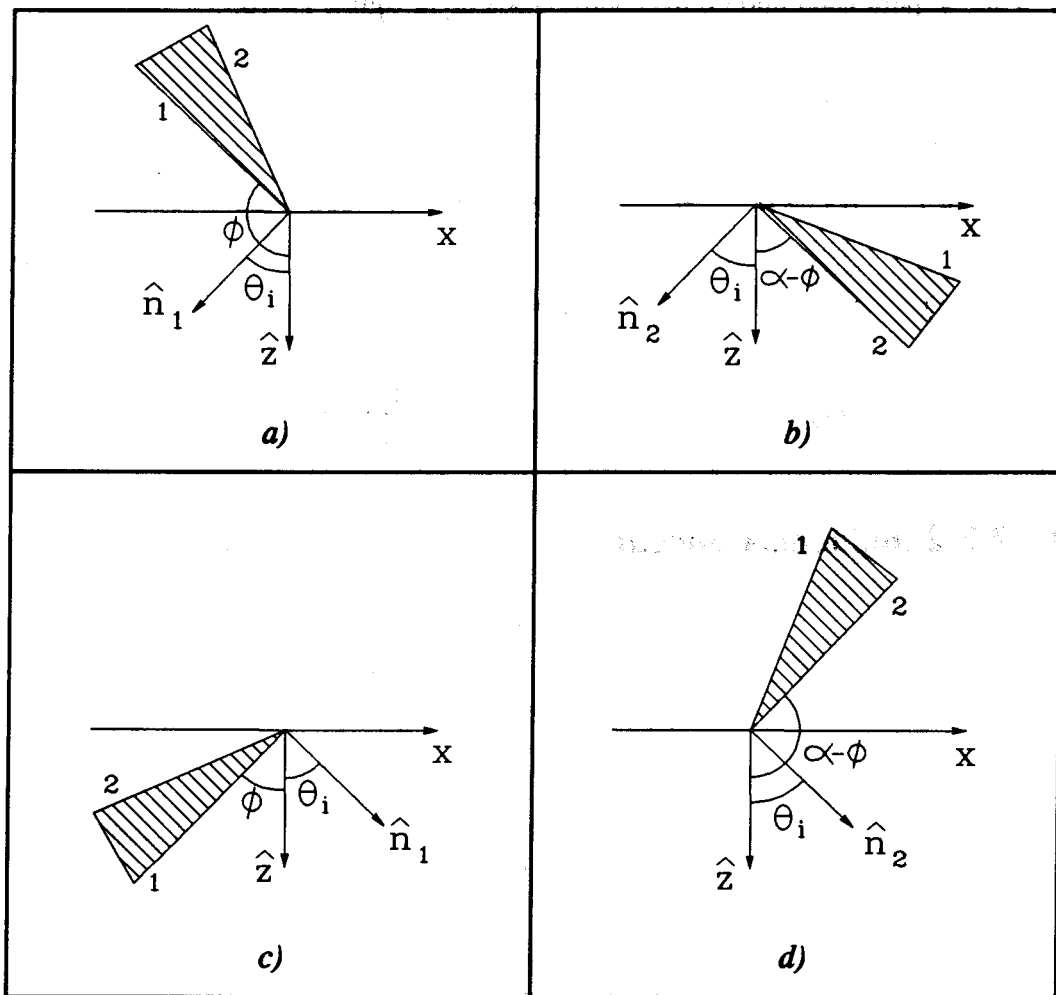


Figura 11-10: Cuatro casos posibles de ángulos  $\phi$  ó  $\alpha - \phi$  entre la dirección de incidencia y las caras 1 ó 2, respectivamente. Se ha considerado que la cara 1 está a la izquierda de la arista, y la cara 2 a la derecha.

Como la incidencia es perpendicular a la arista, los ángulos  $\phi$  ó  $\alpha - \phi$  (ver figura 11-3) que forma con las caras 1 ó 2 la proyección de la dirección de incidencia en el plano perpendicular a la arista son directamente los ángulos entre las caras y la dirección de incidencia. Estos ángulos pueden obtenerse fácilmente a partir de la luminosidad  $L_d$  de los pixel de las caras:

$$L_d = \hat{n} \cdot \hat{z} = n_z = \cos \theta_i > 0 \quad (11-35)$$

La relación entre la luminosidad  $n_z$  y  $\phi$  ó  $\alpha - \phi$  es ambigua, pues hay cuatro situaciones posibles con igual luminosidad de las caras y distintos ángulos  $\phi$  ó  $\alpha - \phi$  (ver figura 11-10). En las ecuaciones (11-36) se indica cómo obtener los ángulos  $\phi$  ó  $\alpha - \phi$  para cada uno de los cuatro casos de la figura 11-10:

$$\begin{aligned} a) \quad n_{1x} < 0 & \Rightarrow \quad \phi = \frac{\pi}{2} + \theta_i = \frac{\pi}{2} + \cos^{-1} n_z \\ b) \quad n_{2x} < 0 & \Rightarrow \quad \alpha - \phi = \frac{\pi}{2} - \theta_i = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} n_z \\ c) \quad n_{1x} > 0 & \Rightarrow \quad \phi = \frac{\pi}{2} - \theta_i = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} n_z \\ d) \quad n_{2x} > 0 & \Rightarrow \quad \alpha - \phi = \frac{\pi}{2} + \theta_i = \frac{\pi}{2} + \cos^{-1} n_z \end{aligned} \quad (11-36)$$

### 11.2.3.2 Incidencia oblicua

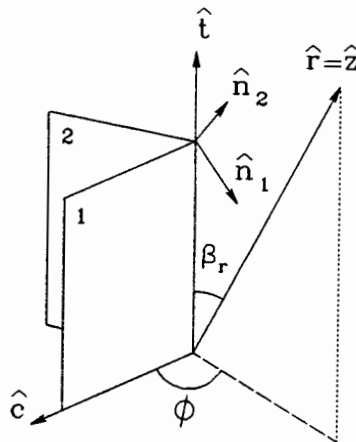


Figura 11-11: Arista con incidencia oblicua.

Cuando la incidencia es oblicua, el ángulo entre la dirección de incidencia y la arista  $\beta_i$  es distinto de  $90^\circ$ . Sin embargo, el ángulo interno de la cuña puede calcularse con la expresión (11-34) obtenida en el apartado anterior

$$\alpha_i = \cos^{-1}(-\hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2) \quad (11-34)$$

Para calcular el ángulo  $\phi$ , debe tenerse en cuenta que la dirección de incidencia es ahora oblicua, y por tanto no coincide con su proyección en el plano perpendicular a la arista (ver figura 11-11). La información de partida es, como en el apartado anterior, la normal a las caras de la cuña  $\hat{n}_1$  y  $\hat{n}_2$ .

Los vectores unitarios en la dirección de la arista  $\hat{t}$  y de la cara  $\hat{c}$  pueden calcularse a partir de las normales a las caras:

$$\hat{t} = \frac{\hat{n}_1 \times \hat{n}_2}{|\hat{n}_1 \times \hat{n}_2|} \quad (11-37)$$

$$\hat{c} = \hat{n}_1 \times \hat{t}$$

El ángulo  $\phi$  se obtiene a través de la proyección de la dirección de observación  $\hat{r}$  en la dirección de la cara  $\hat{c}$ :

$$\hat{r} \cdot \hat{c} = \sin \beta_r \cos \phi \quad (11-38)$$

donde  $\beta_r$  se obtiene fácilmente de  $\hat{r} = \hat{z}$  y  $\hat{t}$ :

$$\sin \beta_r = |\hat{r} \times \hat{t}| = \sqrt{t_x^2 + t_y^2} \quad (11-39)$$

mientras que

$$\hat{r} \cdot \hat{c} = \hat{z} \cdot (\hat{n}_1 \times \hat{t}) = n_{1x}t_y - n_{1y}t_x \quad (11-40)$$

Sustituyendo (11-39) y (11-40) en (11-38):

$$\cos \phi = \frac{n_{1x}t_y - n_{1y}t_x}{\sqrt{t_x^2 + t_y^2}} \quad (11-41)$$

El vector unitario  $\hat{t}$  se obtiene de (11-37) cuando ambas caras son visibles y se conocen las dos normales  $\hat{n}_1$  y  $\hat{n}_2$ . Si solamente una de las caras es visible, puede obtenerse un vector en la dirección de la arista restando las coordenadas de pantalla de dos píxel de la arista:

$$\vec{t} = (t_{2x} - t_{1x}, t_{2y} - t_{1y}, t_{2z} - t_{1z}) \quad \hat{t} = \frac{\vec{t}}{|\vec{t}|} \quad (11-42)$$

donde las coordenadas  $t_x$  y  $t_y$  se obtienen de *frame-buffer* y las coordenadas  $t_z$  del *z-buffer*.

#### 11.2.4 Cálculo de la integral de línea por procesado gráfico

La implementación del algoritmo de procesado gráfico que se ha realizado inicialmente permite obtener la respuesta copolar del blanco (11-11) utilizando los coeficientes de PTD, para polarizaciones incidentes horizontal y vertical:

$$\vec{E}^r \cdot \hat{e}^i = E_0 \frac{e^{-jKr}}{2\pi r} \int [f \sin^2 \gamma - g \cos^2 \gamma] e^{2jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (11-11)$$

donde  $\gamma$  es el ángulo entre la dirección del campo eléctrico incidente y la perpendicular al plano de incidencia.

El resultado del procesado gráfico sólo coincide con (11-11) cuando las aristas son horizontales o verticales, y aparece un pequeño error para aristas inclinadas. Esta implementación permite validar el procesado gráfico con una placa plana -aristas horizontales y verticales- y con objetos bidimensionales -sólo aristas verticales-. Se ha dejado para el futuro la ampliación del algoritmo a aristas inclinadas, respuesta contrapolar y coeficientes de difracción de Mitzner.

Definimos las direcciones horizontal, vertical y de observación en  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  y  $\hat{z}$  respectivamente. Las aristas se detectan mediante sendos barridos horizontal -por filas- y vertical -por columnas- de la matriz que contiene la normal a la superficie  $\hat{n}$  para todos los pixel de la imagen del blanco. La evaluación de la integral de línea (11-11) se realiza simultáneamente a la detección de aristas: cada vez que se detecta un pixel perteneciente a una arista, se calculan los ángulos característicos y se suman coherentemente los coeficientes de difracción  $f$  y  $g$  al valor acumulado de la integral (11-11).

La fase de la contribución de cada pixel

$$2jK\hat{r} \cdot \vec{r}' = 2jKz' \quad (11-43)$$

se obtiene del *z-buffer* de la misma forma como se calculó la integral de superficie de óptica física en el capítulo 9 (ver 9.2).

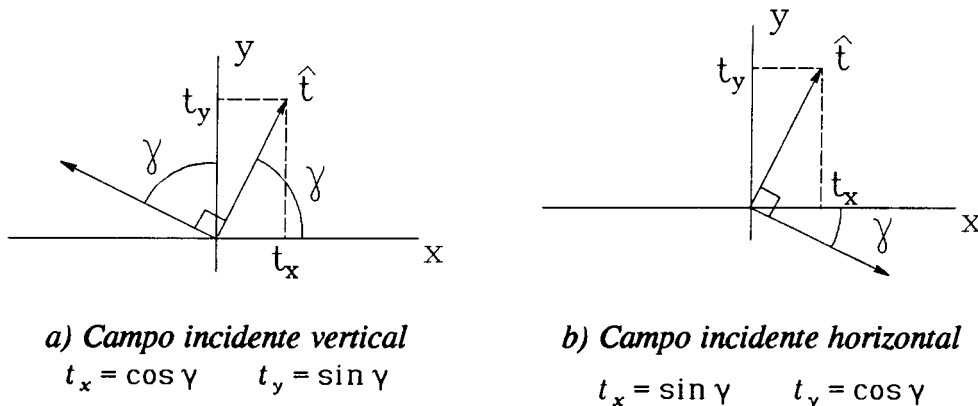
Las respuestas copolares para polarización incidente horizontal y vertical se acumulan simultáneamente en ambos barridos: en el barrido horizontal se detectan aristas verticales e inclinadas, por lo que para cada pixel de las aristas se suma coherentemente a la respuesta vertical el coeficiente de difracción  $f$  -paralelo- y a la respuesta horizontal el coeficiente  $(-g)$  -perpendicular-. Como en el barrido vertical se detectan las aristas horizontales y las inclinadas, para cada pixel de las mismas se suma coherentemente a la respuesta horizontal el coeficiente de difracción  $f$  -paralelo- y a la respuesta vertical el coeficiente  $(-g)$  -perpendicular-.

Como en el barrido horizontal -en dirección  $x$ - la longitud de arista que se detecta es la longitud de la proyección de la arista en el eje vertical  $y$ , el valor de la integral de línea queda multiplicado por  $\hat{t} \cdot \hat{y} = t_y$ . Análogamente, en el barrido vertical -en dirección  $y$ - el valor de la integral de línea se multiplica por  $\hat{t} \cdot \hat{x} = t_x$ . Al finalizar ambos barridos, para una cierta arista inclinada los valores acumulados de las respuestas horizontal y vertical son:

$$\text{Respuesta horizontal:} \quad \int [f |t_x| -g |t_y|] e^{2jkz} dl' \quad (11-44)$$

$$\text{Respuesta vertical:} \quad \int [f |t_y| -g |t_x|] e^{2jkz} dl' \quad (11-45)$$

Las integrales (11-44) y (11-45) pueden compararse con (11-11) si se expresan las componentes de  $\hat{t}$  en función del ángulo de polarización respecto de la normal al plano de incidencia  $\gamma$  (ver figura 11-12).



**Figura 11-12:** *Angulo de polarización  $\gamma$  entre el campo incidente y la normal al plano de incidencia (perpendicular a la arista).*

Sustituyendo  $t_x$  y  $t_y$  en (11-44) y (11-45) se obtiene el mismo resultado para las respuestas horizontal y vertical:



$$\int [f \sin \gamma - g \cos \gamma] e^{2jKz} dl' \quad (11-46)$$

mientras que el resultado correcto de la integral de línea del método de las corrientes equivalentes es, de (11-11):

$$\int [f \sin^2 \gamma - g \cos^2 \gamma] e^{2jKz} dl' \quad (11-47)$$

Las integrales (11-46) y (11-47) coinciden para aristas verticales o horizontales, en las que  $\gamma = 0$  ó  $\gamma = 90^\circ$ . Para aristas oblicuas, el error no es grande debido a que  $f$  y  $g$  varían con el ángulo de incidencia  $\phi$  de forma tal que  $|f + g| \leq 1$  (ver figuras 11-4 y 11-5). Puede comprobarse que para el peor caso, un semiplano infinito o cuña con ángulo interno  $\alpha_i = 0$ , el máximo error absoluto entre los integrandos de (11-46) y (11-47) aparece con incidencia rasante o incidencia en la bisectriz de la cuña, y no supera apenas el valor 0.25. En cualquier caso, tiende a anularse para objetos complejos tridimensionales al sumar la contribución de un número elevado de aristas inclinadas.

Como el error es nulo para aristas horizontales y verticales, este algoritmo se ha utilizado para validar la detección de aristas con placas planas y cilindros infinitos de sección arbitraria.

### 11.3 VALIDACION DEL PROCESADO GRAFICO

Dado que el comportamiento y el margen de validez de los coeficientes de difracción son bien conocidos, la validación del algoritmo de procesado gráfico se limitará a validar la detección de aristas y el cálculo de la integral de línea del MEC por procedimientos gráficos. Para ello se utilizarán los coeficientes de difracción de PTD en aquellas situaciones en que son aplicables, como, por ejemplo, una placa plana y objetos bidimensionales.

Como en la fase de validación se van a tratar únicamente aristas perpendiculares a la dirección de incidencia, salvo las aristas horizontales de la placa plana cuya contribución no es importante, se utilizará una primera versión simplificada del algoritmo de procesado gráfico en la que se ha suprimido el tratamiento de aristas oblicuas. Otra simplificación importante es el cálculo aproximado de la integral de línea del MEC con la ecuación (11-46), que es exacta cuando las aristas son perpendiculares o paralelas al campo incidente.

Posteriormente, en la sección 11.4 se evaluará la validez del método con blancos radar complejos, en los que los coeficientes de PTD deben corregirse con el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de Mitzner.

### 11.3.1 Placa plana

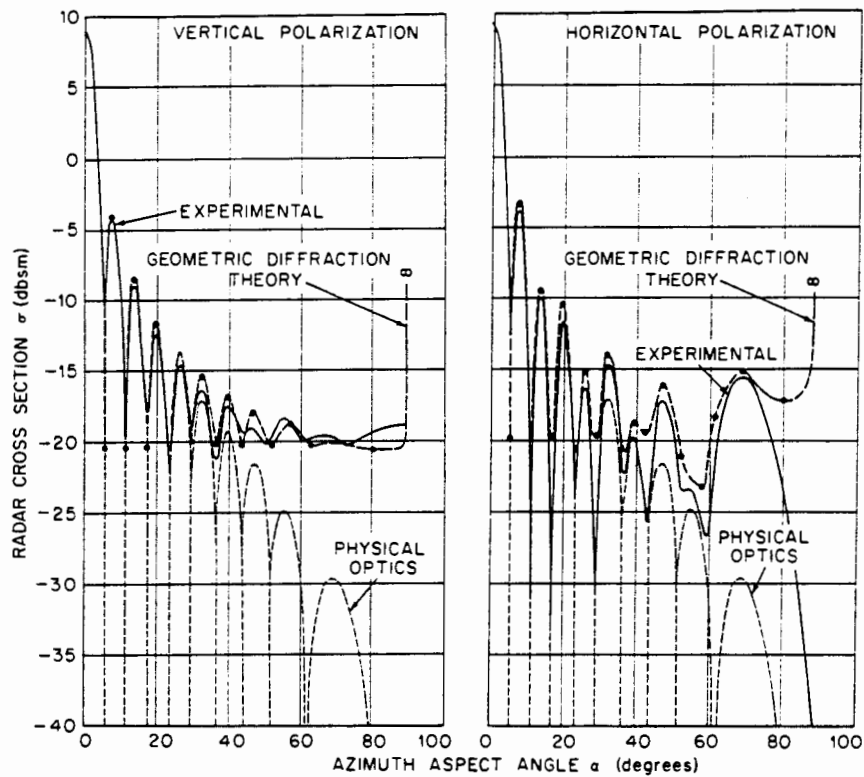
La placa plana rectangular es un objeto tridimensional de gran interés para validar el algoritmo de procesamiento gráfico por los siguientes motivos:

- Validez de los coeficientes de PTD monoestáticos para incidencia en el plano horizontal de simetría de la placa.
- Como todas las aristas son horizontales o verticales, la aproximación (11-46) de la integral del MEC es válida para polarización incidente horizontal o vertical y respuesta copolar.
- Posibilidad de obtener resultados analíticos del MEC con coeficientes de PTD para comparar con los resultados de procesamiento gráfico.
- Disponibilidad de resultados de GTD [Ross'66].
- Disponibilidad de medidas de sección recta [Ross'66].

En primer lugar es necesario justificar la validez de los coeficientes de PTD. Para las dos aristas verticales, la dirección de incidencia es perpendicular a la arista y, por tanto, la dirección de observación se encuentra en el cono de Keller, en el que los coeficientes de PTD coinciden con los ILDC de Mitzner. Para las dos aristas horizontales, el coeficiente de acoplo de polarización cruzada  $D_x$  es distinto de cero. Sin embargo, el sentido del vector en la dirección de la arista  $\hat{t}$  es opuesto para ambas aristas, con lo que el factor  $\cos\beta_i$  de la ecuación (11-30) cambia de signo y las contribuciones de las dos aristas horizontales se cancelan entre sí. De todas formas, para polarizaciones incidentes horizontal o vertical el coeficiente  $D_x$  únicamente genera respuesta contrapolar, por lo que no influye en los resultados copolares.

La sección recta monoestática copolar de la placa cuadrada ha sido analizada exhaustivamente por R.A.Ross. En su artículo clásico [Ross'66] presenta medidas experimentales y resultados analíticos obtenidos mediante la teoría geométrica de la difracción (GTD). La figura 11-13 muestra los resultados para una placa de  $5\lambda$  de lado.

En las medidas puede observarse que para direcciones de incidencia próximas a la normal predomina la reflexión superficial, que no depende de la polarización y es calculada correctamente por óptica física y GTD. Para ángulos de aspecto mayores que  $30^\circ$ , la contribución de las aristas empieza a ser significativa, por lo que la dependencia con la polarización se acentúa y la predicción de óptica física deja de ser válida, mientras que la de GTD es correcta. Al aumentar el ángulo de aspecto, la contribución de la polarización vertical es casi constante, mientras que



*Figura 11-13: Sección recta de una placa de lado  $5\lambda$  y grosor  $0.024\lambda$  a una frecuencia de 9.227 GHz [Ross'66]. Comparación de medidas con óptica física y teoría geométrica de la difracción para ambas polarizaciones.*

la horizontal presenta fuertes oscilaciones, tendiendo a cero para incidencia rasante -próxima a  $90^\circ$  de la normal-. En este último caso, los coeficientes de GTD son singulares para ambas polarizaciones y por tanto no son válidos (ver 4.8).

Los resultados analíticos de GTD fueron obtenidos por Ross para una tira vertical infinita (problema bidimensional). Por ello, al aplicar estos resultados al problema tridimensional de la placa rectangular, sólo se considera la difracción en las aristas verticales, pero no en las horizontales ni en los vértices. Sin embargo, en el mismo artículo Ross demuestra experimentalmente que la contribución de aristas horizontales y vértices es despreciable frente a la de la superficie de la placa y la de las aristas verticales.

Ross tiene en cuenta la difracción múltiple entre aristas verticales mediante un trazado de rayos aplicando repetidamente los coeficientes de GTD a cada una de las difracciones que sufre cada rayo. Comprueba que su importancia decrece

con el número de difracciones y el tamaño eléctrico de la placa: por ejemplo, para una placa cuadrada de lado mayor que  $2\lambda$  sólo son importantes las difracciones simples, dobles y triples.

El fenómeno de difracción múltiple entre aristas aparece únicamente para la polarización horizontal, pues sólo en este caso hay una componente de campo eléctrico incidente paralela a la superficie en la dirección de propagación. Esta componente es la que da lugar a la onda de superficie (ver 4.7) que se propaga de la arista cercana a la lejana, reflejándose en esta última para volver hacia atrás. La interferencia de las difracciones simples con las de orden superior da lugar a las oscilaciones que se observan en la figura 11-13.

Para polarización vertical no se generan ondas de superficie, de forma que en las aristas únicamente se produce difracción simple. Es interesante destacar que la contribución de la difracción simple en las aristas verticales es la misma para ambas polarizaciones: la respuesta de la arista cercana a la polarización paralela es igual a la respuesta de la lejana a la polarización perpendicular, y viceversa (ver figuras 11-4 y 11-5). La diferencia entre los resultados de sección recta para ambas polarizaciones se debe a la contribución de las difracciones múltiples, que aparecen únicamente para polarización horizontal.

Como los coeficientes de PTD y los IDLC de Mitzner sólo tienen en cuenta la difracción simple, los resultados del procesado gráfico únicamente pueden compararse con las medidas de polarización vertical. Para facilitar la validación de los algoritmos de detección de aristas y de cálculo gráfico de la integral de línea del MEC, se ha obtenido una expresión analítica de la sección recta de la placa plana utilizando los coeficientes de difracción de PTD. Las siguientes ecuaciones presentan por separado las contribuciones en campo lejano debidas a la superficie de la placa, las aristas horizontales y las aristas verticales en función del ángulo de aspecto  $\theta$  respecto de la normal a la placa.

Superficie (óptica física):

$$\vec{E} = -j \frac{L^2}{\lambda r} \vec{E}^i \cos \theta \operatorname{sinc}(KL \sin \theta) \quad (11-48)$$

Aristas horizontales, respuesta copolar horizontal y vertical:

$$\begin{aligned} \vec{E}^H &= -\frac{L}{2\pi r} \vec{E}^i \operatorname{sinc}(KL \sin \theta) \\ \vec{E}^V &= \frac{L}{2\pi r} \vec{E}^i \operatorname{sinc}(KL \sin \theta) \end{aligned} \quad (11-49)$$

Aristas verticales, respuesta copolar horizontal y vertical:

$$\frac{\vec{E}^H}{\vec{E}^i} = \frac{L}{2\pi r} \left[ \cos(KL \sin \theta) - j \left( \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \right) \sin(KL \sin \theta) \right] \quad (11-50)$$

$$\frac{\vec{E}^V}{\vec{E}^i} = \frac{L}{2\pi r} \left[ -\cos(KL \sin \theta) - j \left( \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \right) \sin(KL \sin \theta) \right]$$

donde  $L$  es el lado de la placa y la función sinc representa la función seno dividida por su argumento. La sección recta se obtiene a partir del campo utilizando la fórmula habitual (ver cap. 2):

$$\sigma = 4\pi r^2 \frac{|\vec{E}|^2}{|\vec{E}^i|^2} \quad (11-51)$$

En la figura 11-14 se representan gráficamente las contribuciones de óptica física, PTD y la suma de ambas.

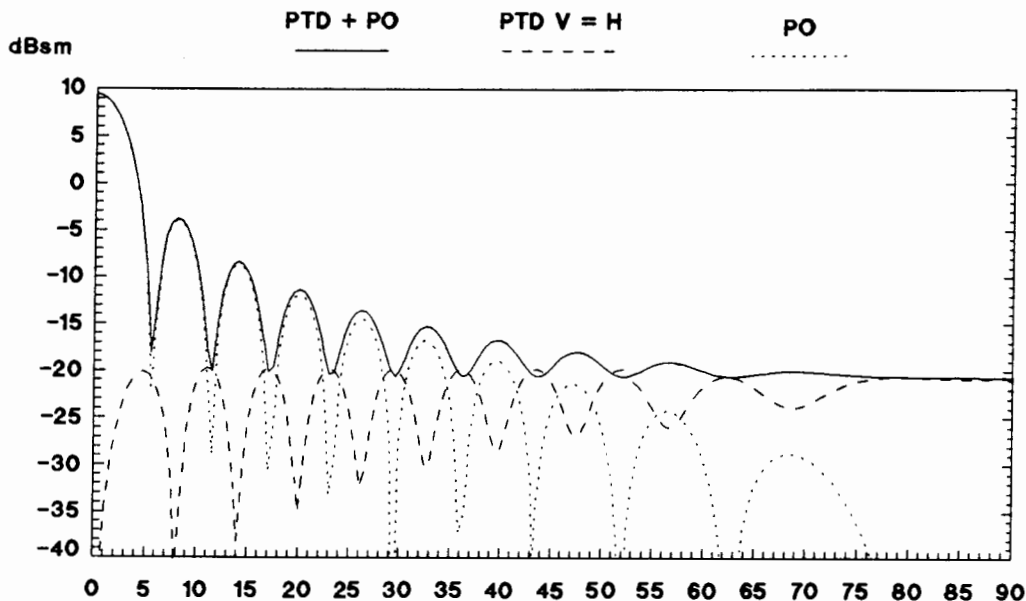


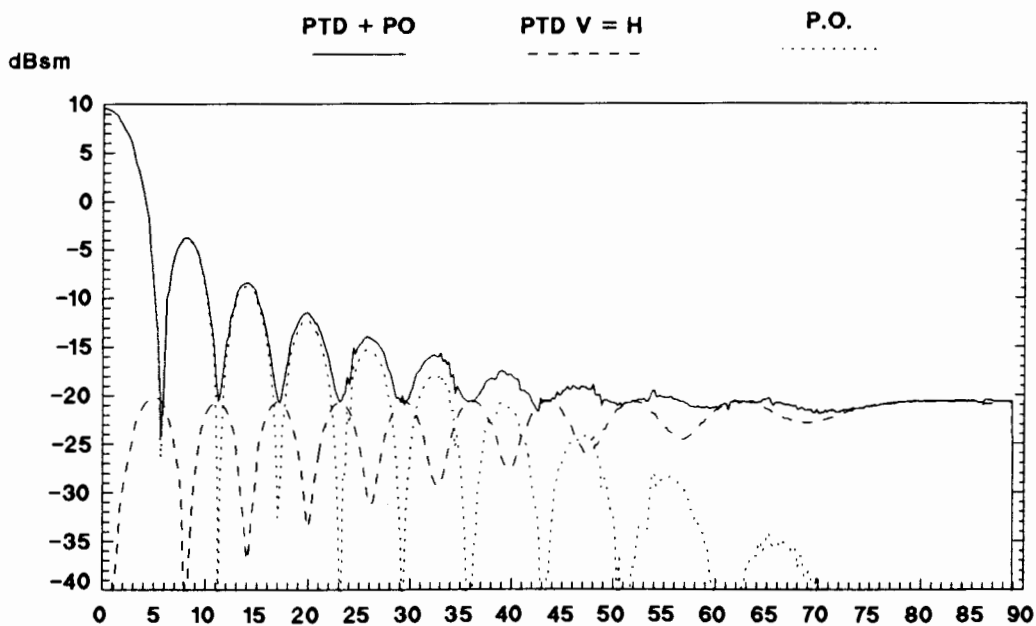
Figura 11-14: Sección recta de una placa plana de lado  $5\lambda$ , frecuencia 9.227 GHz. Resultados analíticos de óptica física, PTD y la suma de ambos.

En las expresiones (11-48) a (11-50) puede comprobarse que las conclusiones del artículo de Ross son correctas:

- La contribución de la arista horizontal es despreciable frente a la de óptica física, pues presenta aproximadamente la misma variación con  $\theta$  y tiene un valor muy inferior si  $L > 2\lambda$ .
- La contribución de primer orden de la arista vertical es igual para ambas polarizaciones.

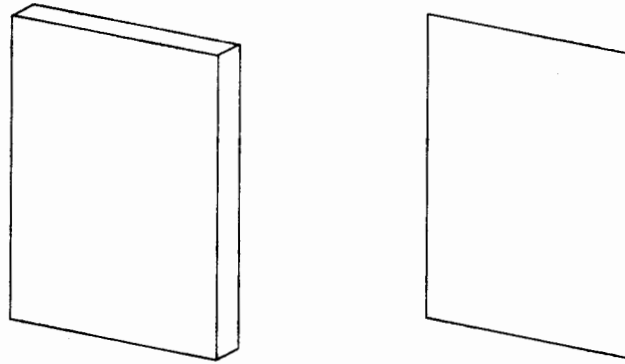
Además, obsérvese que la contribución de las aristas se anula para observación perpendicular a la placa, debido a la cancelación entre las respuestas de las aristas horizontales y verticales. Para las demás direcciones de incidencia, la contribución de las aristas horizontales es muy inferior a la de las verticales.

En la figura 11-15 se muestran los resultados del procesado gráfico obtenidos para una placa plana ideal. Puede observarse que se ajustan muy bien a las medidas y predicciones de GTD de la figura 11-13 [Ross'66] y al resultado analítico de PTD de la figura 11-14. Los resultados son iguales para ambas polarizaciones, pues los coeficientes de difracción de PTD únicamente consideran las reflexiones simples.

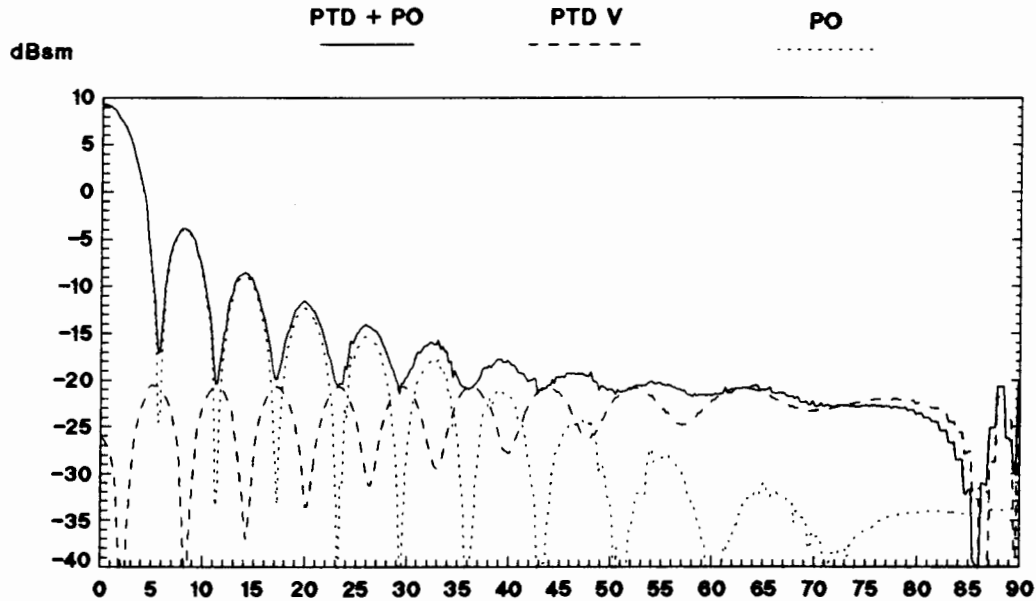


*Figura 11-15: Sección recta de una placa plana ideal de lado  $5\lambda$ , frecuencia 9.227 GHz. Resultados del procesado gráfico de óptica física, PTD y la suma de ambos.*

Para validar el algoritmo de procesado gráfico se ha utilizado también un modelo de placa plana tridimensional de grosor  $0.01\lambda$  (figura 11-16).

a) *Modelo tridimensional*b) *Placa plana ideal**Figura 11-16: Modelos de placa plana*

Para la placa tridimensional de grosor  $0.01\lambda$ , el algoritmo de procesamiento gráfico detecta en el borde más cercano al observador dos aristas separadas  $0.01\lambda$ : La primera es una arista de dos caras visibles y ángulo interno  $90^\circ$ , mientras que la segunda es una arista de una cara visible y otra oculta.



*Figura 11-17: Sección recta de una placa plana de lado  $5\lambda$ , frecuencia 9.227 GHz, modelada con un grosor de  $0.01\lambda$ . Procesado gráfico de óptica física, PTD y la suma de ambos para polarización vertical.*

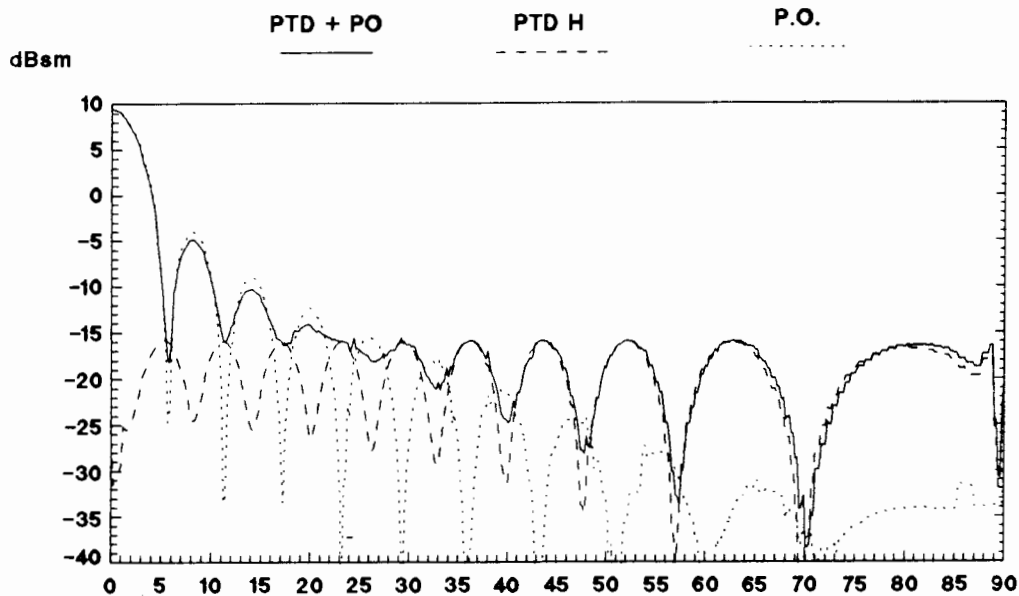


Figura 11-18: Sección recta de una placa plana de lado  $5\lambda$ , frecuencia  $9.227\text{ GHz}$ , modelada con un grosor de  $0.01\lambda$ . Procesado gráfico de óptica física, PTD y la suma de ambos para polarización horizontal.

Los resultados son ahora dependientes de la polarización. Para polarización vertical (figura 11-17) la arista doble del modelo no afecta significativamente a la sección recta si el grosor de la placa es suficientemente pequeño. Para polarización horizontal (figura 11-18) aparecen oscilaciones importantes, cuyo valor máximo se encuentra unos  $5\text{ dB}$  por encima del valor obtenido con la placa ideal.

### 11.3.2 Objetos bidimensionales

Como se ha indicado anteriormente, la teoría física de la difracción es correcta en alta frecuencia cuando se aplica a problemas bidimensionales, pues la dirección de observación perpendicular a las aristas se encuentra en el cono de Keller. En este sentido, debe recordarse que los coeficientes de difracción fueron obtenidos originalmente por Ufimtsev para el análisis de cuñas rectilíneas infinitas [Ufimtsev'57], que constituyen un problema bidimensional (ver 4.5):

En los problemas bidimensionales se define la sección recta o *radar cross width* (RCW) de la forma:

$$\sigma_{2D} = 2\pi r \frac{|\vec{E}^r|^2}{|\vec{E}^i|^2} = 2\pi r \frac{|\vec{H}^r|^2}{|\vec{H}^i|^2} \quad (11-52)$$



donde el campo difractado  $\vec{E}^r$  ó  $\vec{H}^r$  puede obtenerse a través de las expresiones de Ufimtsev (ver 4.5):

Para una onda plana incidente con polarización TM

$$E_z^r = E_z^i \frac{f}{\sqrt{2\pi Kr}} e^{-j(Kr + \pi/4)} \quad (4-27)$$

y para polarización TE

$$H_z^r = H_z^i \frac{g}{\sqrt{2\pi Kr}} e^{-j(Kr + \pi/4)} \quad (4-28)$$

Sustituyendo en (11-52), la sección recta bidimensional de la arista infinita normalizada con la longitud de onda, en función de los coeficientes de difracción, es:

$$\text{TM} \quad \frac{\sigma_{2D}}{\lambda} = \frac{f^2}{2\pi} \quad (11-53)$$

$$\text{TE} \quad \frac{\sigma_{2D}}{\lambda} = \frac{g^2}{2\pi} \quad (11-54)$$

Las ecuaciones (11-53) y (11-54) incluyen únicamente la contribución de la arista a la sección recta, y no la de la superficie lateral de la cuña. Por ello, se van a utilizar para validar los resultados del procesado gráfico en ángulos de incidencia casi rasante sobre las caras laterales, en los que predomina la contribución de las aristas sobre las superficies.

Los problemas bidimensionales que se han escogido son los definidos en el *workshop* : "RCS of perfectly conducting or coated bodies" celebrado en Niza en noviembre de 1990, dentro de las "Journées Internationales de Nice sur les Antennes" (JINA'90). Para todos los problemas se van a comparar los resultados del procesado gráfico con los obtenidos por el "Centre Commun de Recherches Louis-Bleriot" de la compañía Aerospatiale utilizando métodos de baja frecuencia.

En el capítulo 9 se introdujeron los resultados obtenidos para estos problemas por procesado gráfico y óptica física, que se presentan de nuevo en este capítulo superpuestos con los del método de las corrientes equivalentes, con objeto de evaluar cómo esta última aproximación mejora a la de óptica física. En el presente capítulo se considera únicamente el caso de objetos con superficie perfectamente conductora, mientras que los resultados obtenidos para estos problemas con recubrimientos absorbentes radar han sido ya presentados en el capítulo 10.

### 11.3.2.1 Cilindro ojival

El problema número uno es un cilindro de sección ojival infinito (figura 11-19). En las figuras 11-20 y 11-21 se muestran los resultados del procesado gráfico de aristas comparados con los de óptica física y los de Aerospatiale.

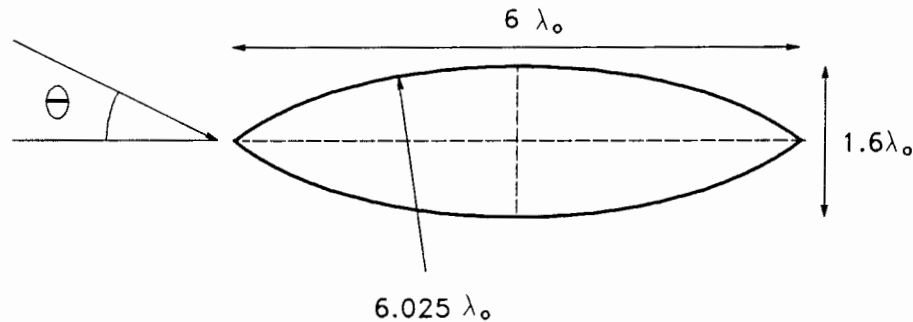


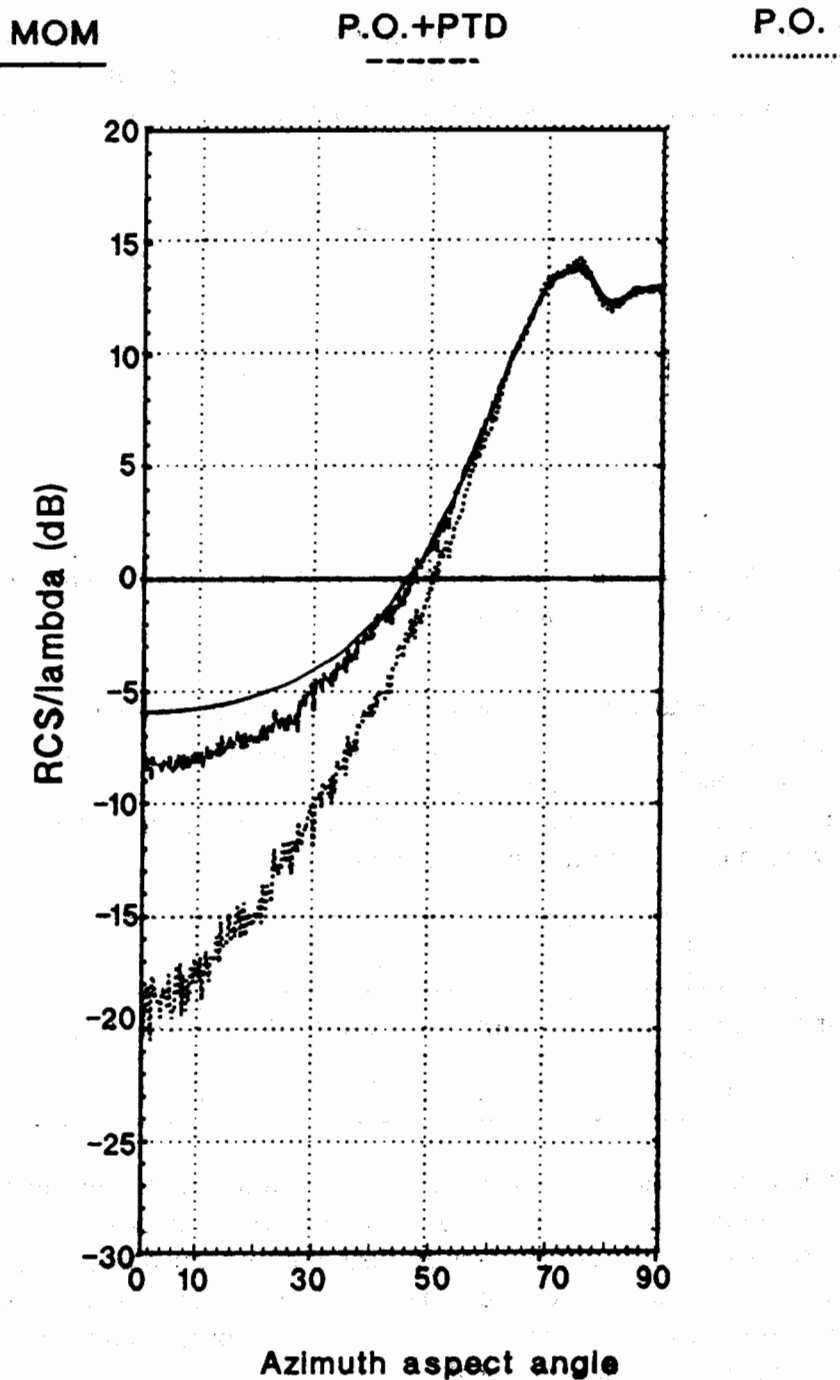
Figura 11-19: Problema 1 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección ojival perfectamente conductor.

La siguiente tabla compara los resultados teóricos de los ángulos característicos de la cuña,  $\alpha_i$  y  $\phi$  (figura 11-3), los coeficientes de difracción de PTD,  $f$  y  $g$ , y la sección recta bidimensional, ecuaciones (11-53) y (11-54), con los obtenidos mediante procesado gráfico. La dirección de observación se ha tomado en la bisectriz de la cuña de caras curvadas, ángulo de aspecto  $0^\circ$ .

	$\alpha_i$	$\phi$	$f$	$g$	$\sigma_{TM}/\lambda$	$\sigma_{TE}/\lambda$
Valor teórico	$60^\circ$	$150^\circ$	-0.68	-0.19	-11.3 dB	-22.5 dB
Proc. gráfico	$59.0^\circ$	$150.1^\circ$	-0.67	-0.19	-11.4 dB	-22.6 dB

En la tabla puede observarse que la detección de aristas mediante procesado gráfico de la imagen del blanco es correcta y el error en el cálculo de los ángulos característicos de la cuña por técnicas gráficas es muy pequeño. Asimismo, el valor de los coeficientes de difracción obtenido mediante las aproximaciones (11-16) a (11-18) se ajusta con gran precisión al valor teórico, produciendo un error de 0.1 dB en la sección recta bidimensional.

Para polarización TM, paralela a las aristas, la curva de sección recta en función del ángulo de incidencia presenta una curvatura suave, sin oscilaciones, pues solamente contribuye de forma significativa la arista más cercana al observador. Ello es debido a que para incidencias casi rasantes a las caras laterales, el coeficiente de difracción  $f$  es mucho mayor para el sentido de incidencia de la



*Figura 11-20: Problema 1 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección ojival perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y aristas- con un método de baja frecuencia para polarización TM.*

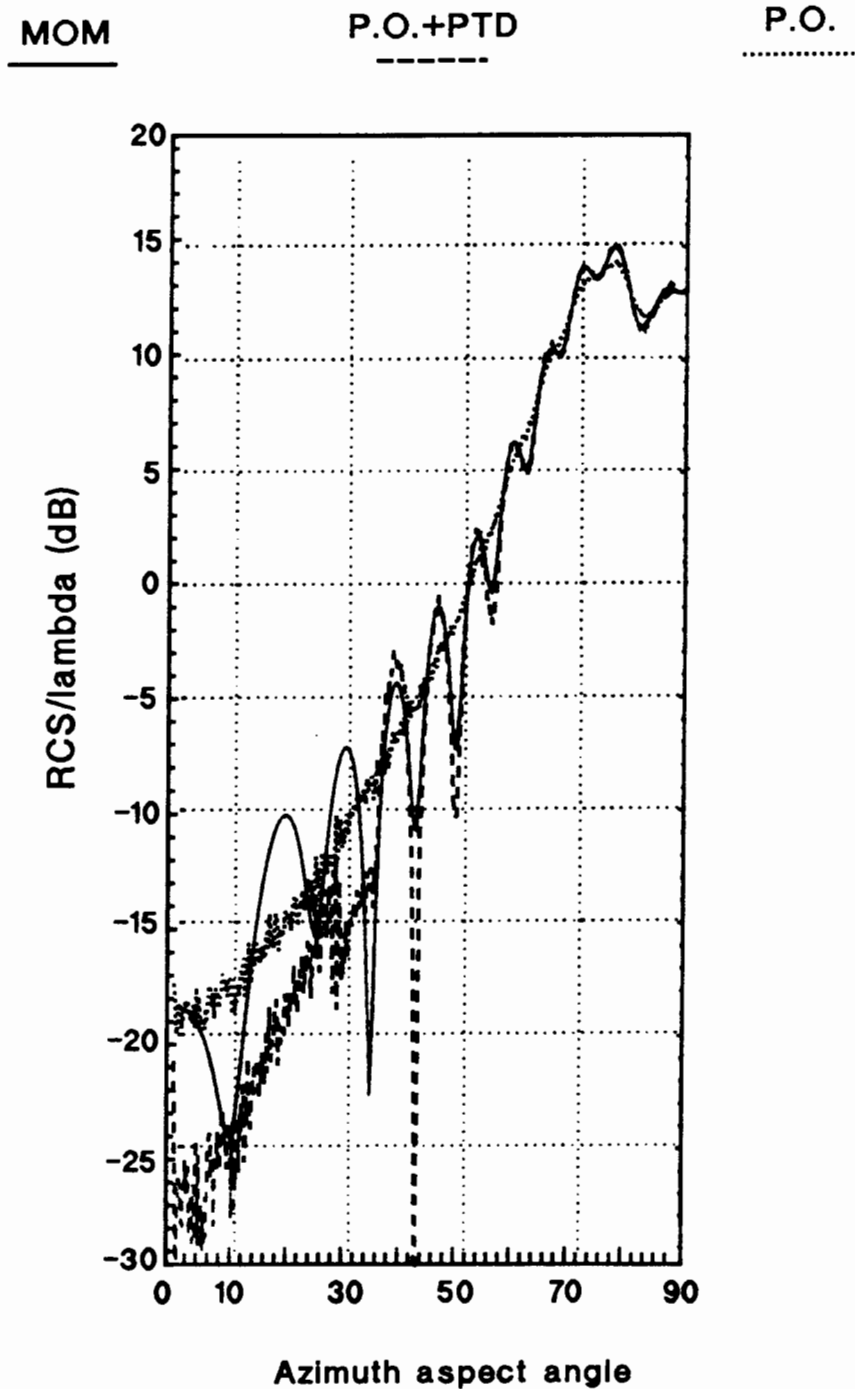
arista hacia la cara que para el sentido contrario (ver figura 11-4). Además, como la polarización TM no genera *creeping waves* en la superficie del cilindro ojival, la contribución de la arista lejana es prácticamente nula cuando está oculta.

Para dirección de observación en la bisectriz de la cuña,  $0^\circ$ , el algoritmo de procesado gráfico -óptica física más PTD- predice -8 dB, mientras que la sección recta para este ángulo obtenida por Aerospatiale con un método de baja frecuencia es de -6 dB. Como el algoritmo de procesado gráfico calcula correctamente los coeficientes de difracción, cabe atribuir el error exclusivamente a las aproximaciones de alta frecuencia. En cualquier caso, nótese que la teoría física de la difracción mejora sustancialmente la aproximación de óptica física para todos los ángulos de incidencia en los que predomina la difracción en aristas sobre la reflexión en superficies.

La polarización TE, perpendicular a las aristas, genera una onda de superficie (ver 4.7) que se propaga hacia la arista lejana, reflejándose en esta última. Por este motivo, la contribución de la arista lejana es muy importante cuando la polarización es perpendicular a la arista. Este fenómeno aparece reflejado en el coeficiente de difracción  $g$ , que toma valores altos para incidencia rasante en el sentido de la cara hacia la arista (ver figura 11-5). Además, la curvatura suave de la ojiva permite que la onda de superficie se propague por la zona de sombra en forma de *creeping wave*, que se difracta en la arista lejana aunque ésta no sea visible. Por este motivo, la curva de sección recta presenta para todos los ángulos de incidencia oscilaciones debidas a la interferencia de las respuestas de ambas aristas, tanto si son visibles como si están ocultas. La aparición de *creeping waves* no está considerada en la teoría de PTD y debe analizarse por otros métodos, como GTD (ver 4.3) ó UTD (ver 4.4) [Peters'70], [Pathak'80], [Pathak'81], etc.

El algoritmo de procesado gráfico sólo puede tener en cuenta la contribución de la arista lejana cuando es visible, pero no cuando está oculta. Para ángulos mayores que  $35^\circ$ , ambas aristas son visibles y el algoritmo de procesado gráfico calcula correctamente las dos contribuciones, de forma que la sección recta presenta oscilaciones que siguen fielmente a las del resultado de Aerospatiale. Para ángulos menores que  $35^\circ$ , la arista alejada está oculta y el algoritmo de procesado gráfico solamente considera la contribución de la arista cercana, por lo que no es capaz de predecir correctamente las oscilaciones.

En general, los resultados del procesado gráfico de aristas son buenos para ambas polarizaciones, salvo cuando aparece la contribución aristas ocultas debida a la presencia de *creeping waves*.



*Figura 11-21: Problema 1 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección ojival perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y aristas- con un método de baja frecuencia para polarización TE.*

### 11.3.2.2 Cilindro triangular

El segundo problema es un cilindro triangular (figura 11-22). En las figuras 11-23 y 11-24 se presentan los resultados de procesado gráfico superpuestos a los de baja frecuencia de Aerospatiale.

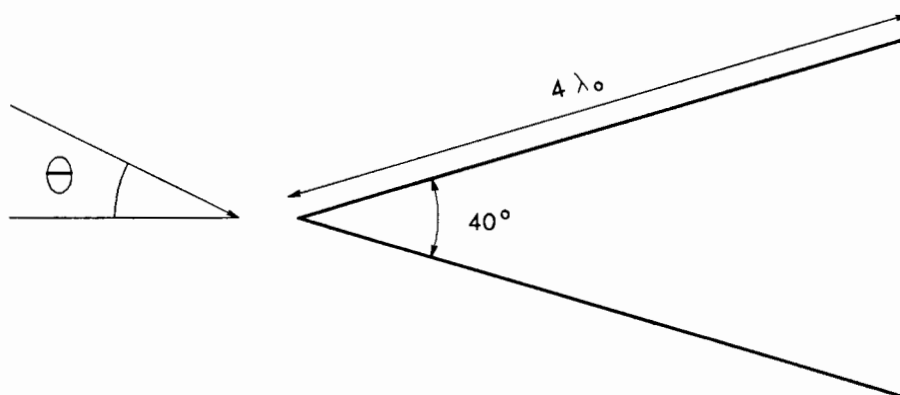


Figura 11-22: Problema 2 del workshop JINA'90. Cilindro infinito de sección triangular perfectamente conductor.

El cilindro triangular presenta tres cuñas. Cuando la dirección de observación coincide con la bisectriz de la cuña más estrecha, ángulo de aspecto  $0^\circ$ , en la imagen aparece una cuña de dos caras visibles, que es la más cercana al observador, y dos cuñas de una cara visible, que se encuentran más alejadas. Los valores teóricos de los ángulos característicos de las cuñas y de los coeficientes de difracción comparados con los resultados del procesado gráfico son:

		$\alpha_i$	$\phi$	$f$	$g$
Cuña cercana	Valor teórico	$40^\circ$	$160^\circ$	-0.78	-0.14
2 caras visibles	Procesado gráfico	$39.1^\circ$	$160.1^\circ$	-0.78	-0.14
Cuñas alejadas	Valor teórico	$70^\circ$	$20^\circ$	-0.15	-0.69
1 cara visible	Procesado gráfico:	-	$19.9^\circ$	-0.11	
	a) $\alpha_i = 0^\circ$ b) 75 % de $\alpha_i = 0^\circ$				-0.89 -0.67

El algoritmo de procesado gráfico calcula correctamente ambos coeficientes de difracción de la cuña de dos caras visibles. Sin embargo, no es capaz de determinar el ángulo interno de las cuñas de una cara visible y otra oculta. Ello

no representa ningún problema para calcular el coeficiente de difracción  $f$  con la aproximación lineal (11-16), pues  $f$  es prácticamente independiente del ángulo interno de la cuña. Por otra parte, para calcular el coeficiente  $g$  utilizando la aproximación (11-17) es necesario conocer el valor del ángulo interno. Una posible opción consiste en suponer el peor caso,  $\alpha_i = 0^\circ$ , que es el que produce una mayor respuesta de la arista. Sin embargo, puede comprobarse a partir de la figura 11-5 que la suposición óptima para el coeficiente de difracción  $g$  -la que se aproxima mejor en promedio a todos los casos posibles- es el 75% del valor obtenido para el peor caso.

Para calcular la sección recta debida a las aristas se debe sumar coherentemente la contribución de todas ellas. Como el desfase entre la respuesta de la arista cercana y la respuesta de las lejanas es

$$2 \cdot 4\lambda \cos 20^\circ = 7.51\lambda$$

se suman en oposición de fase ambas contribuciones. La sección recta bidimensional resultante, ecuaciones (11-53) y (11-54), es:

	$\sigma_{TM}/\lambda$	$\sigma_{TE}/\lambda$
Valor teórico	-14.3 dB	-6.1 dB
Procesado gráfico:	-13.0 dB	
a) $\alpha_i = 0^\circ$		-3.7 dB
b) 75 % de $\alpha_i = 0$		-6.4 dB

Para polarización TM, igual como sucedía en el cilindro ojival, la contribución de la arista cercana es mayor que la contribución de la lejana. Al tener poca importancia la interferencia entre las respuestas de las distintas aristas, en la sección recta únicamente aparecen las oscilaciones debidas a la contribución de óptica física.

Para ángulos de aspecto próximos a  $0^\circ$ , en la bisectriz de la cuña de  $40^\circ$ , el procesado gráfico predice una sección recta de -10 dB, algo inferior al resultado de baja frecuencia (-6.5 dB). Para ángulos de aspecto entre  $120^\circ$  y  $140^\circ$ , en los que predomina la respuesta de la cuña de  $70^\circ$ , el método de procesado gráfico también obtiene un resultado ligeramente inferior al de baja frecuencia. Igual que en el caso de la ojiva, estos errores son mayores que los errores debidos al procesado gráfico, por lo que tienen su origen en la inexactitud de la teoría física de la difracción. Para todos los demás ángulos de aspecto, predomina la reflexión superficial y la predicción de procesado gráfico es correcta.

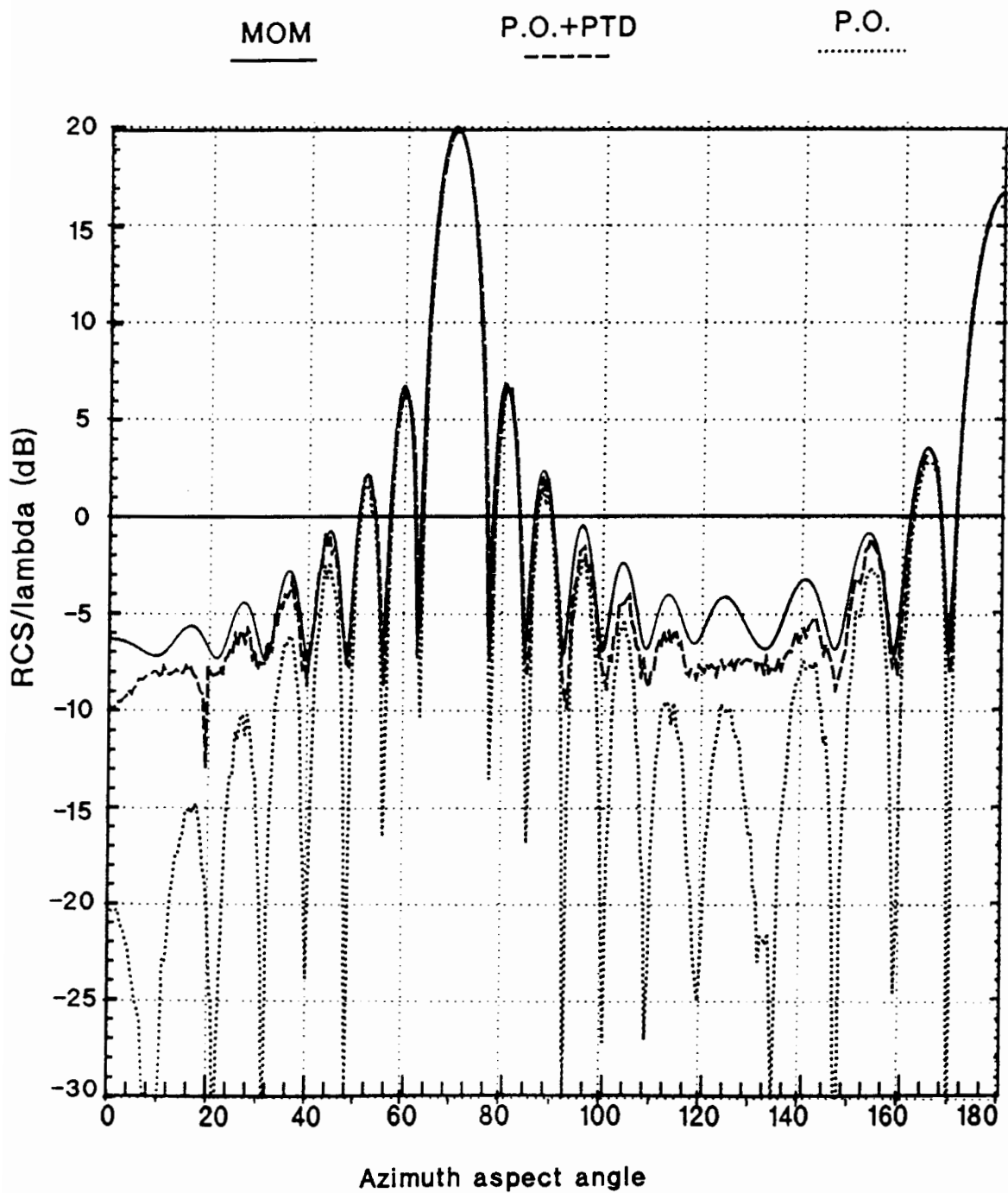


Figura 11-23: Problema 2 del workshop JINA'90. Cilindro de sección triangular perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y aristas- con un método de baja frecuencia para polarización TM.



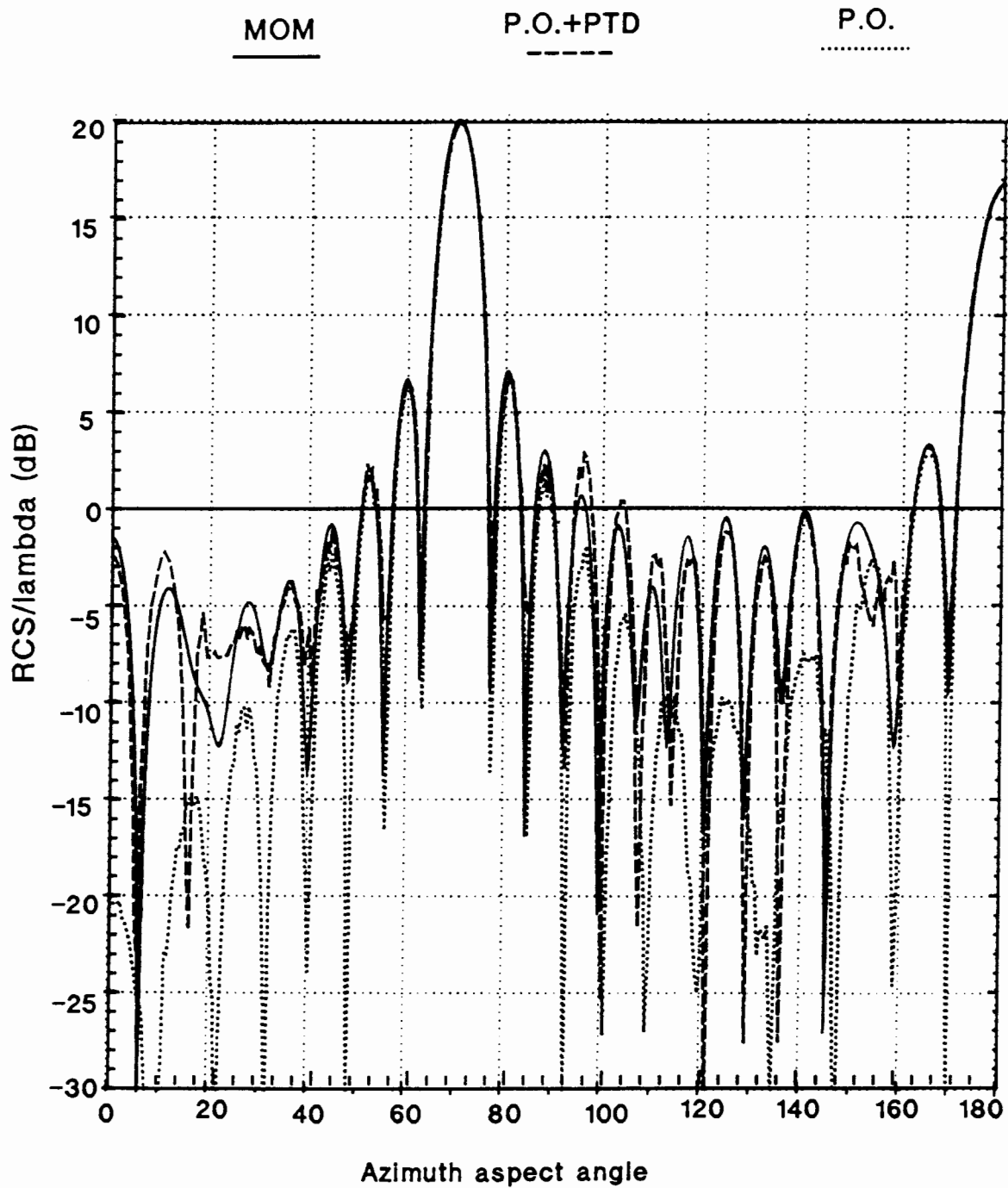


Figura 11-24: Problema 2 del workshop JINA'90. Cilindro de sección triangular perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y aristas- con un método de baja frecuencia para polarización TE.

Cuando la polarización incidente es TE, también contribuyen las aristas lejanas, por lo que la sección recta presenta oscilaciones debidas a la interferencia entre las respuestas de las aristas visibles y de la superficie. La arista oculta, cuando la hay, no contribuye a la sección recta, pues la onda de superficie generada por la polarización TE se refleja en la última arista visible y no da lugar a una *creeping wave* en la zona de sombra. Como en este problema sólo contribuyen a la sección recta las aristas visibles, el algoritmo de procesado gráfico proporciona buenos resultados para todos los ángulos de aspecto. Por ejemplo, para incidencia en la bisectriz de las cuñas el error es del orden de 1 ó 2 dB. Únicamente aparecen errores mayores (hasta 5 dB) en alguna dirección aislada.

En conclusión, los resultados obtenidos por el algoritmo de procesado gráfico de aristas mejoran sustancialmente la aproximación de óptica física y se ajustan bien a los del método de baja frecuencia para ambas polarizaciones.

### 11.3.2.3 Perfil de ala

También se ha analizado el perfil de ala representado en la figura 11-25, correspondiente al tercer problema del *workshop* del JINA'90. Las figuras 11-26 y 11-27 muestran los resultados de óptica física y procesado gráfico de aristas, comparándolos con los obtenidos por Aerospatale utilizando un método de baja frecuencia. La resolución utilizada para la visualización del modelo es de 50, un valor considerablemente alto.

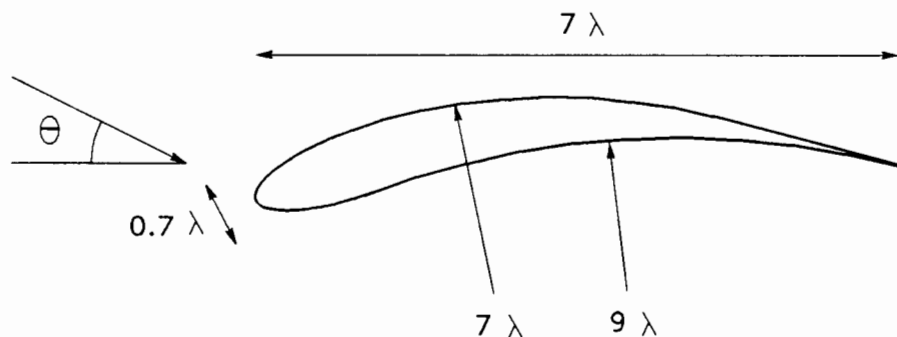


Figura 11-25: Problema 3 del *workshop* JINA'90. Cilindro infinito de sección perfil de ala, perfectamente conductor.

La siguiente tabla compara los resultados teóricos de los ángulos característicos de la cuña,  $\alpha_i$  y  $\phi$  (figura 11-3), los coeficientes de difracción de PTD,  $f$  y  $g$ , y la sección recta bidimensional, ecuaciones (11-53) y (11-54), con los obtenidos mediante procesado gráfico. La dirección de observación se ha tomado en el ángulo de aspecto  $0^\circ$ , correspondiente al borde de salida del perfil de ala.

	$\alpha_i$	$\phi$	$f$	$g$	$\sigma_{TM}/\lambda$	$\sigma_{TE}/\lambda$
Valor teórico	0°	165°	-0.88	-0.12	-9.1 dB	-26.7 dB
Proc. gráfico	29.54°	165.0°	-0.84	-0.11	-9.5 dB	-27.2 dB

La diferencia en el valor del ángulo interno real, 0°, y el obtenido por procesado gráfico, 30°, se debe a la imperfección del modelado geométrico del borde de salida. Sin embargo, el pequeño error que aparece en los coeficientes de difracción y en la sección recta bidimensional prueban la robustez del algoritmo de procesado gráfico y su poca sensibilidad respecto a inexactitudes en el modelado geométrico del blanco.

En el caso de polarización TM, para casi todas las direcciones de observación, el procesado gráfico de aristas da muy buenos resultados, mejorando la aproximación de óptica física cuando la reflexión en superficies es pequeña. El error máximo es de unos 2 dB. Solamente aparecen errores importantes entre -170° y -160°, pues en este caso la dirección de observación coincide exactamente con la bisectriz de la cuña y, como su ángulo interno es cero, el hardware gráfico no la visualiza correctamente. Por este motivo, el algoritmo de procesado gráfico no es capaz de detectar la arista y proporciona una sección recta igual a la contribución de óptica física.

Para polarización TE, con campo eléctrico incidente perpendicular a la arista, la contribución del borde de salida es muy pequeña y, por tanto, los resultados de óptica física sin corregir con PTD son aceptables. Esto concuerda con el hecho de que el coeficiente de difracción  $g$  es muy pequeño por ser cero el ángulo interno de la cuña, lo cual produce contribuciones a la sección recta bidimensional del orden de -20 ó -30 dB, menores que la contribución de la reflexión superficial. En las direcciones de incidencia en que la aproximación de óptica física comete un pequeño error, el procesado gráfico de las aristas mejora considerablemente el resultado. Un ejemplo es el borde de ataque del perfil de ala, ángulo de aspecto -20°, en el que el radio de curvatura de la superficie es del orden de  $\lambda/10$ .

En conclusión, los resultados del procesado gráfico de aristas son excelentes para ambas polarizaciones, excepto en la dirección de observación coincidente con la bisectriz de una cuña de ángulo interno cero -borde de salida del perfil de ala- en la que el hardware gráfico no visualiza correctamente la arista. En este caso, el algoritmo de procesado gráfico no detecta la arista y no suma la contribución de PTD a la de óptica física. En el futuro se estudiará una solución para este problema.

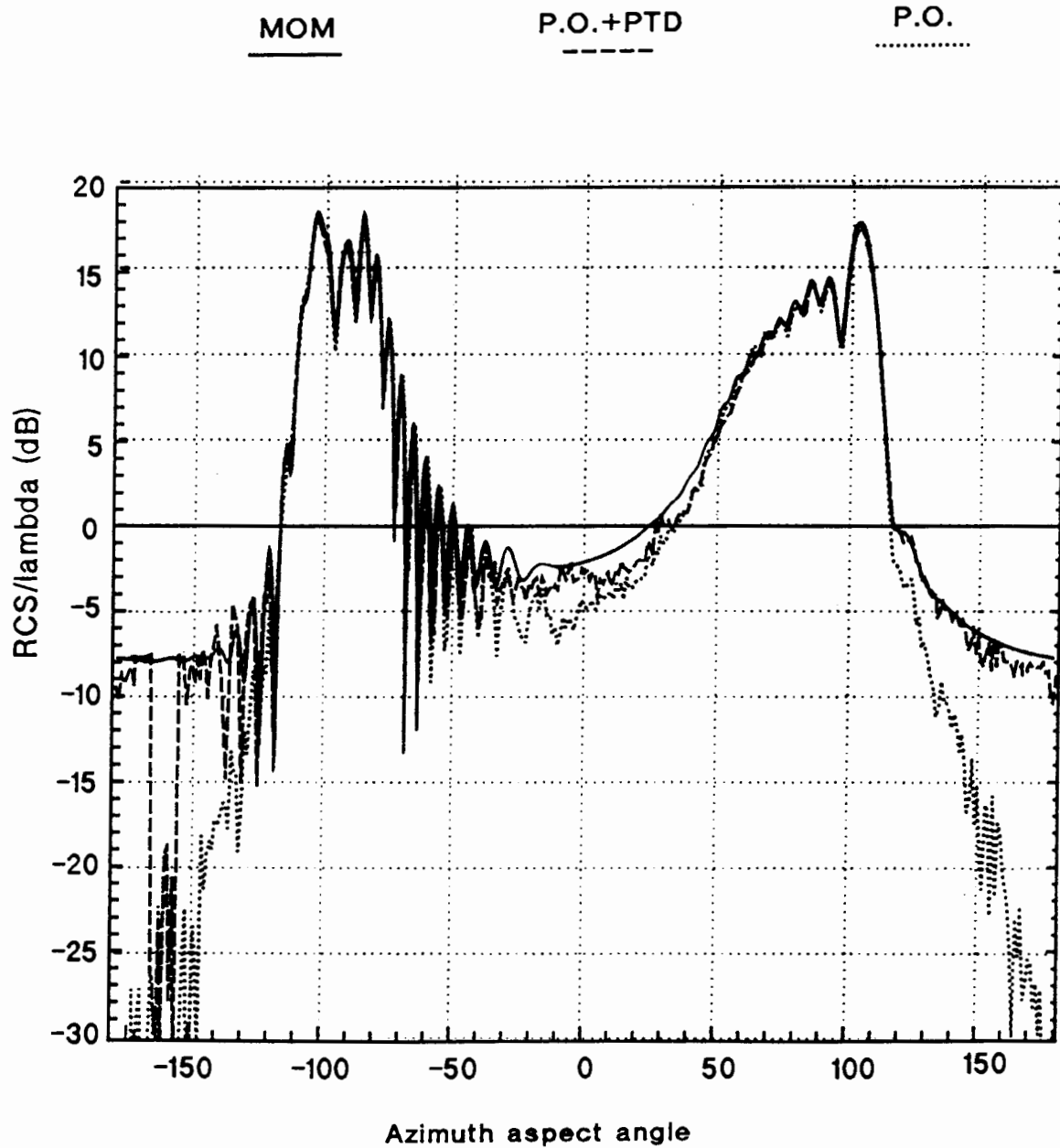


Figura 11-26: Problema 3 del workshop JINA '90. Cilindro infinito de sección perfil de ala, perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y aristas- con un método de baja frecuencia para polarización TM.

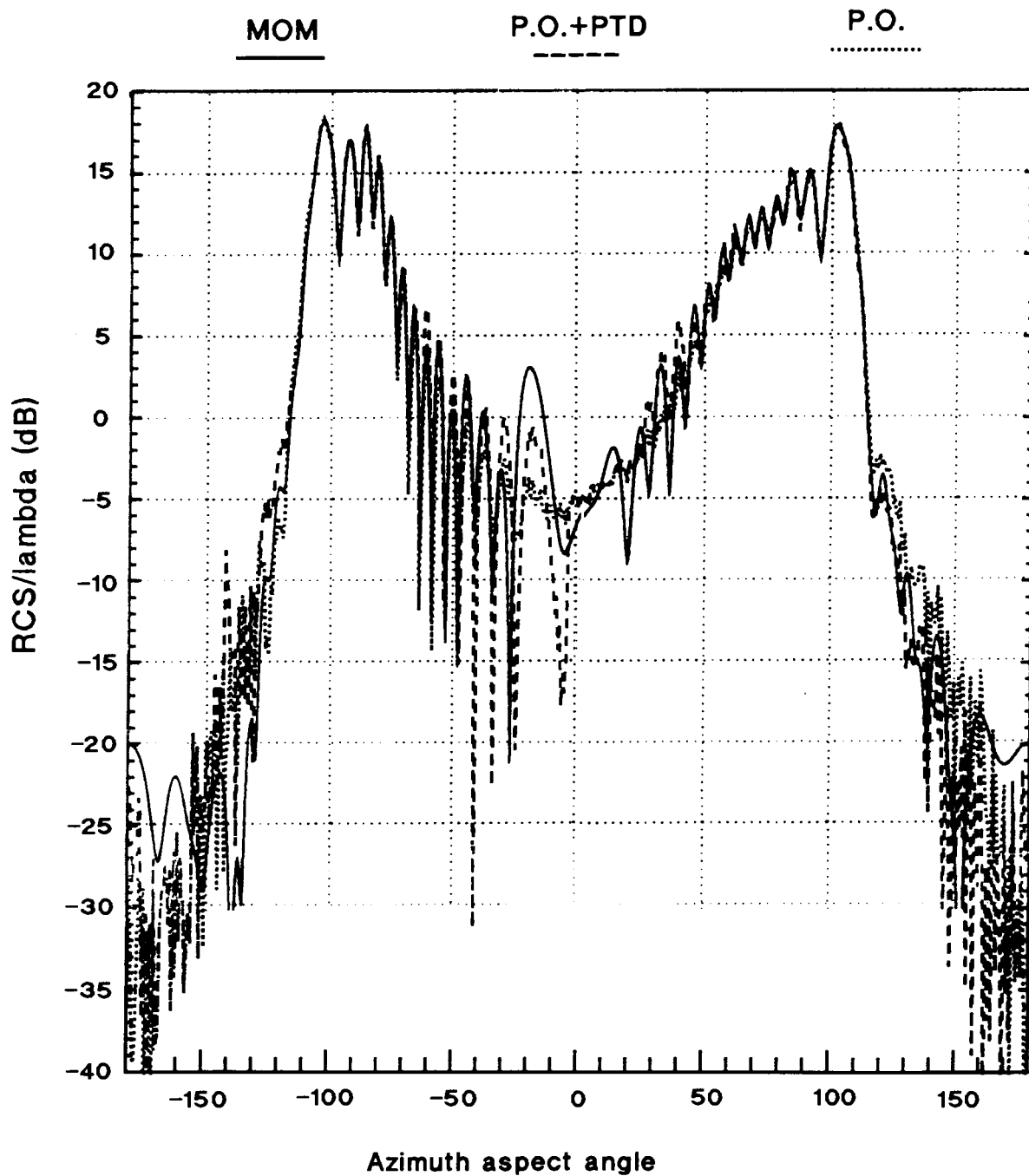


Figura 11-27: Problema 3 del workshop JINA '90. Cilindro infinito de sección perfil de ala, perfectamente conductor. Comparación del procesado gráfico -óptica física y aristas- con un método de baja frecuencia para polarización TE.

## 11.4 APLICACION A BLANCOS RADAR COMPLEJOS

En rigor, para la predicción de sección recta de blancos radar complejos se deberían utilizar los ILDC de Mitzner en lugar de los coeficientes de difracción de PTD, pues los objetos complejos suelen presentar multitud de aristas oblicuas e inclinadas en las que la contribución del término de acoplo de polarización cruzada puede ser importante. Sin embargo, como se ha indicado anteriormente, es una práctica habitual la utilización del método de las corrientes equivalentes con los coeficientes de difracción de PTD [Youssef'89], [Domingo'90], [Abad'90], [Villar'90].

Los resultados publicados de la teoría física de la difracción aplicada a blancos radar complejos concuerdan muy bien con las medidas -códigos RECOTA y TOTAL [Youssef'89] [Abad'90] [Domingo'90]-, pero debe tenerse en cuenta que únicamente consideran blancos en los que predomina la reflexión en superficies sobre la difracción en aristas, lo cual enmascara el error cometido al no utilizar el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de Mitzner  $D_x$ . Además, la máxima contribución de las aristas se produce para dirección de incidencia perpendicular, en la que  $D_x \approx 0$ .

Otro argumento a favor de la teoría física de la difracción reside en que en los blancos radar complejos la difracción en aristas se produce principalmente en los bordes de ataque de alas y estabilizadores, que generalmente sólo presentan aristas horizontales y verticales. Con este tipo de aristas, para polarizaciones incidentes horizontal o vertical -paralela o perpendicular a las aristas- la contribución de  $D_x$  afecta únicamente a la respuesta contrapolar, pero no a la copolar (ecuaciones 11-25 y 11-26). Ello explica los buenos resultados de la teoría física de la difracción al analizar perfiles de ala (ver 11.4.1).

En general, sólo será importante la contribución de  $D_x$  cuando el blanco no presente superficies ni aristas perpendiculares a la dirección de incidencia, sino únicamente aristas oblicuas con incidencia casi rasante sobre las caras. El único tipo de blancos radar que presentan estas características son los artefactos de baja detectabilidad "*stealth*". Desgraciadamente, no se dispone de medidas o predicciones numéricas de sección recta de estos aparatos, por lo que no es posible validar el algoritmo de procesado gráfico en una situación en la que sea imprescindible utilizar los ILDC de Mitzner.

Por este motivo, se ha decidido posponer la implementación de los ILDC en el algoritmo de procesado gráfico hasta que se disponga de resultados de aparatos "*stealth*". Para comparar los resultados del procesado gráfico con los resultados de los códigos RECOTA y TOTAL se va a utilizar el mismo tipo de coeficientes de difracción: los de PTD. Además, como la contribución de las aristas oblicuas es despreciable frente a la de las aristas perpendiculares y superficies, se ha aplicado

a los objetos complejos el mismo algoritmo de procesamiento gráfico que se ha utilizado en la fase de validación (11.3). Las principales características de esta versión preliminar del algoritmo son:

- Utiliza coeficientes de difracción de PTD, por lo que no considera el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de Mitzner  $D_x$  (ver 11.1.2).
- Sólo procesa correctamente las aristas pertenecientes al plano  $xy$ , perpendiculares a la dirección de incidencia. No está implementado el algoritmo para tratamiento de aristas oblicuas descrito en la sección 11.2.3.2
- Cuando aparece una discontinuidad en la normal a la superficie, no distingue entre aristas y eclipses (ver 11.2.2): en los cuatro casos de la figura 11-8 se considera que existe una arista.
- Para calcular la integral de línea del método de las corrientes equivalentes se aplica la aproximación (11-46), que únicamente es exacta para aristas paralelas o perpendiculares a la polarización incidente (ver 11.2.3).

Queda pendiente para realizar en un futuro próximo la implementación del algoritmo de procesamiento gráfico completo descrito en el apartado 11.2, teniendo en cuenta aristas inclinadas y oblicuas y discriminando los eclipses. Finalmente, debe medirse una maqueta de avión "stealth" en el campo compacto disponible en el departamento [Broquetas'90] y comparar con la medida los resultados obtenidos con los coeficientes de difracción de PTD y los ILDC de Mitzner. Teóricamente deben ser los segundos mejores que los primeros.

### 11.4.1 Perfil de ala NACA 3317

En el capítulo 9 -óptica física- se ha estudiado el perfil de ala definido por la norma NACA 3317 [Jacobs'33], que muestra la figura 11-28. Los resultados del código RECOTA y medidas experimentales de la compañía Boeing Aerospace [Youssef'89] se han presentado en las figuras 9-33 y 9-32, respectivamente, y se han comparado con los resultados del procesamiento gráfico de óptica física. En este capítulo, se va a repetir la comparación con los resultados del procesamiento gráfico de aristas.

En primer lugar, se ha comprobado que las técnicas gráficas calculan correctamente los coeficientes de difracción de PTD. Para ello, en la siguiente tabla se comparan los resultados del procesamiento gráfico de aristas con los teóricos para los ángulos característicos de la cuña,  $\alpha_i$  y  $\phi$  (figura 11-3), los coeficientes de difracción de PTD,  $f$  y  $g$ , y la sección recta tridimensional (11-51), obtenida con el campo dado por (11-11). La dirección de observación se ha tomado en el ángulo de aspecto  $-90^\circ$ , correspondiente a la bisectriz del borde de salida del perfil de ala.

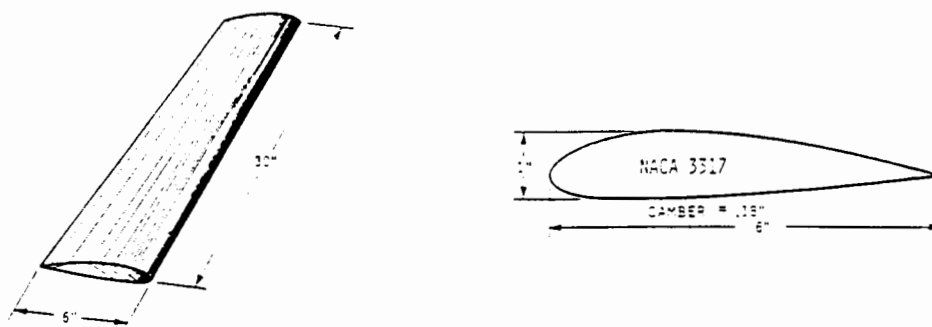


Figura 11-28: Perfil de ala NACA 3317

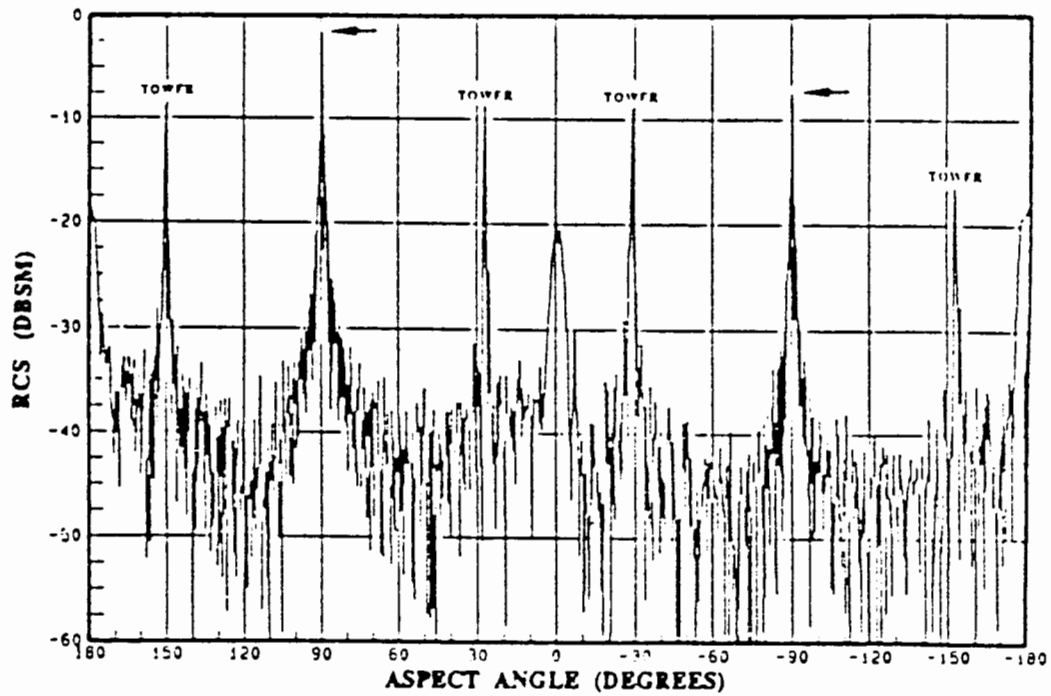
	$\alpha_i$	$\phi$	$f$	$g$	RCS (dBsm)	
					horizontal	vertical
Valor teórico	20°	170°	-0.89	-0.078	-8.3	-29.5
Proc. gráfico	16.9°	166.2°	-0.91	-0.067	-8.2	-30.8

Puede apreciarse un pequeño error en el ángulo interno de la cuña calculado por procesado gráfico. Dado que las técnicas gráficas de detección de aristas y cálculo de ángulos característicos han sido ya validadas, cabe atribuir este error a imprecisiones en el modelado geométrico del perfil del ala. De todos modos, la diferencia entre la sección recta teórica de la arista y la obtenida por procesado gráfico es mínima.

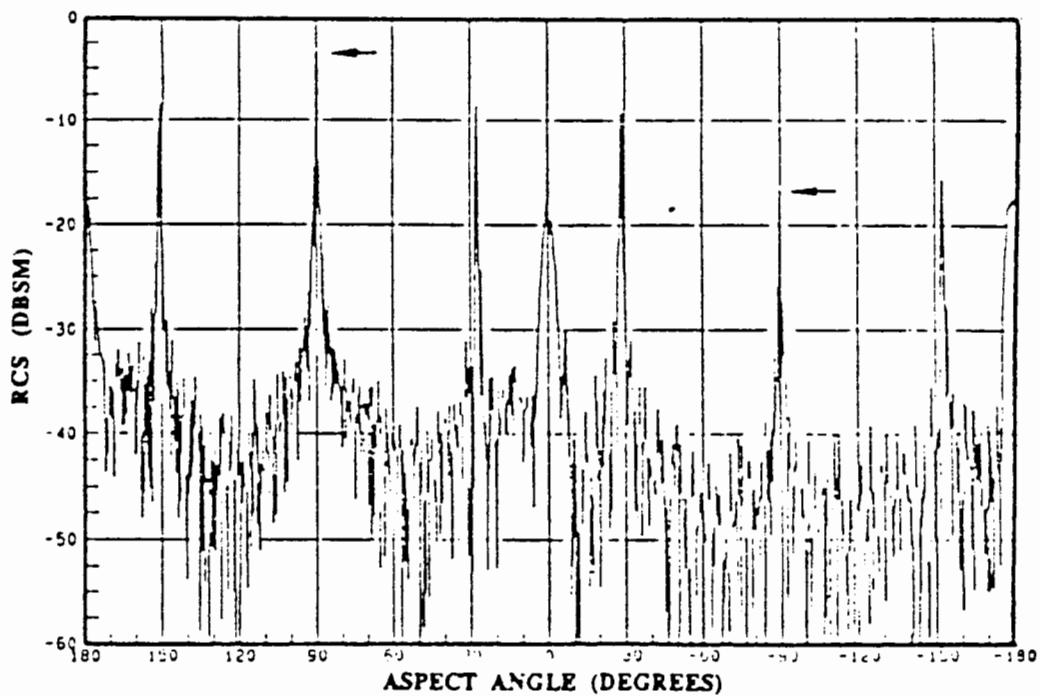
El código RECOTA, que se ha descrito en la sección 9.1, utiliza las aproximaciones de óptica física y método de las corrientes equivalentes con los coeficientes de PTD, por lo que es capaz de predecir correctamente la difracción en aristas dentro del margen de validez de la teoría física de la difracción. Con objeto de comparar los resultados del código RECOTA con los del procesado gráfico de aristas, se presentan nuevamente las medidas y predicciones de Boeing Aerospace en las figuras 11-29 y 11-30, respectivamente. Los resultados del procesado gráfico se muestran en la figura 11-31 para una resolución en la visualización de las superficies paramétricas NURB de 50 (ver 7.2.5 y 9.5.1).

En primer lugar, debe observarse que la respuesta en las direcciones 0° y 180° es debida a las tapas planas situadas en los extremos del ala.



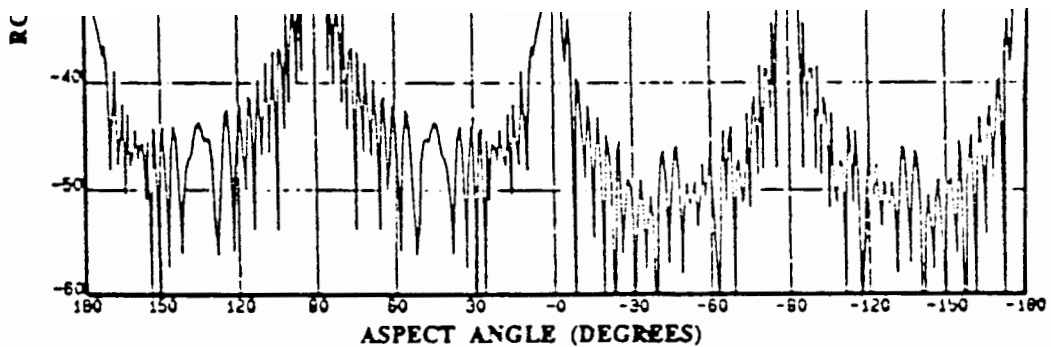


a) Medida con polarización horizontal

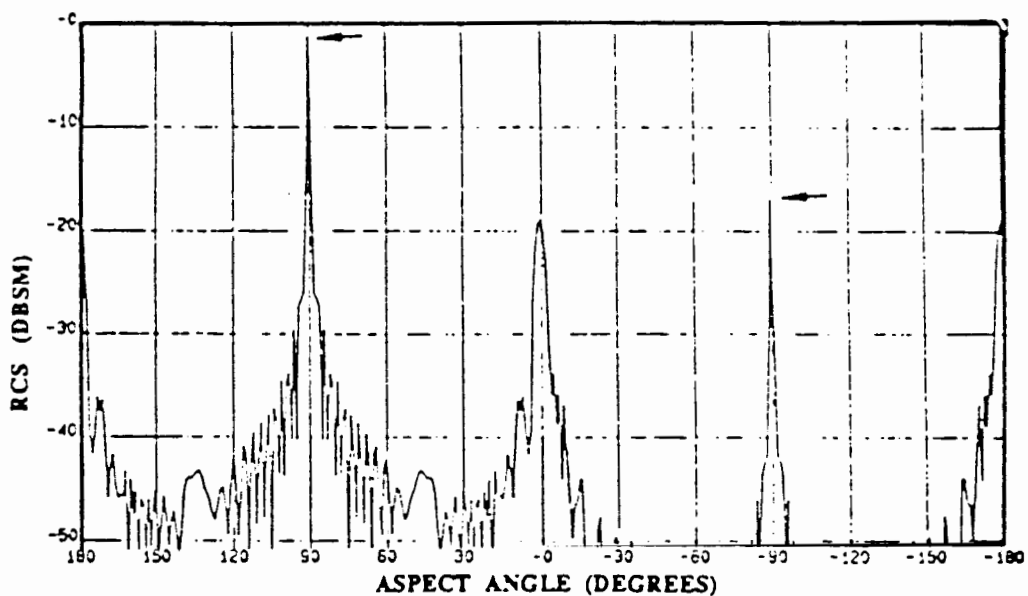


b) Medida con polarización vertical

Figura 11-29: Sección recta del perfil NACA 3317 a 16 GHz [Youssef'89]



a) Predicción RECOTA con polarización horizontal



b) Predicción RECOTA con polarización vertical

Figura 11-30: Sección recta del perfil NACA 3317 a 16 GHz [Youssef'89]

La siguiente tabla resume los valores de sección recta obtenidos en las medidas, por el código RECOTA y por el procesado gráfico, para los bordes de ataque y salida del perfil de ala. Para el procesado gráfico se especifican las contribuciones de óptica física y la suma de óptica física más teoría física de la difracción.

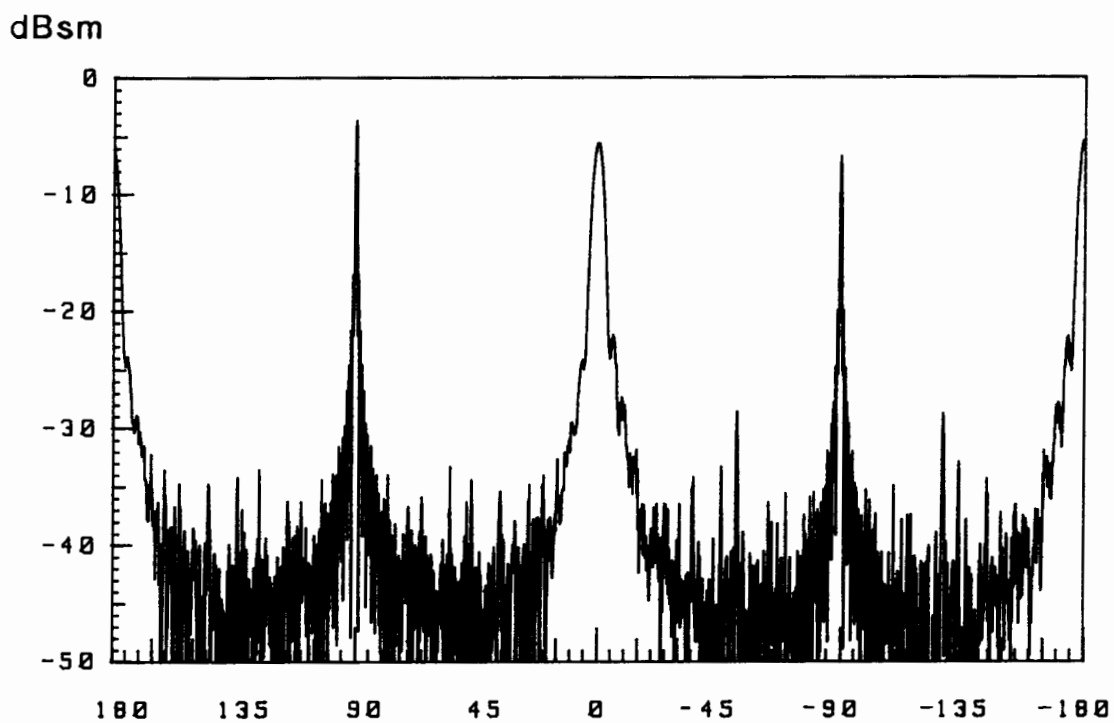
	Polariz.	Medida	RECOTA	procesado gráfico	
				PO+PTD	P.O.
Ataque $\theta = 90^\circ$	Horizontal	-2 dBsm	-1 dBsm	-3 dBsm	-4 dBsm
	Vertical	-3 dBsm	-1 dBsm	-4 dBsm	-4 dBsm
Salida $\theta = -90^\circ$	Horizontal	-8 dBsm	-6 dBsm	-7 dBsm	-20 dBsm
	Vertical	-17 dBsm	-17 dBsm	-22 dBsm	-20 dBsm

En la tabla puede observarse que los resultados de óptica física difieren sensiblemente de los presentados en el capítulo 9. Ello es debido a que se ha modificado el modelo geométrico utilizado en el capítulo 9 porque aproximaba la arista del borde de salida con un cilindro de radio muy pequeño, lo cual producía una contribución de óptica física (-13 dBsm) muy superior a la real y, además, dependiente de la resolución en la visualización de la superficie NURB (ver 9.5.1). En la nueva versión del modelo geométrico, se ha colocado un nodo múltiple de la curva B-spline (ver 6.3.2) sobre la arista, lo cual genera una discontinuidad en la normal a la superficie y modela con fidelidad la arista real.

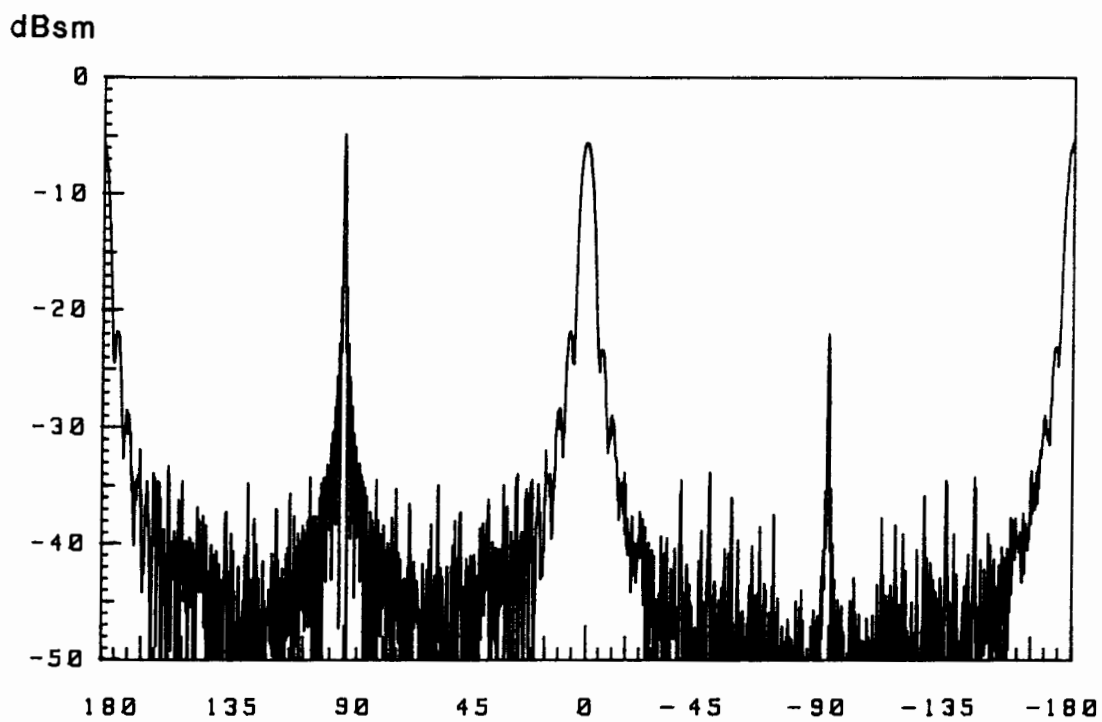
En la tabla comparativa con las medidas y código RECOTA puede observarse que, salvo para el borde de salida con polarización vertical, el error máximo es del orden de 1 dB, inferior al error obtenido con el programa RECOTA.

El borde de salida es una cuña muy cerrada, por lo que la respuesta a la polarización perpendicular debida únicamente a la arista es muy pequeña (-30 dBsm). Como la sección recta medida es del orden de -17 dBsm, éste es aproximadamente el valor de la contribución de óptica física de las caras laterales de la cuña. Sin embargo, el resultado del procesado gráfico de óptica física para una cuña afilada es muy dependiente del modelo geométrico, por lo que es difícil obtener un valor de sección recta que coincida con la medida. De todos modos, este error no tiene ninguna importancia por tratarse de una contribución muy pequeña a la sección recta total del blanco radar.

Comparando las figuras 11-29 a 11-31, el resultado de procesado gráfico no sólo se aproxima más a la medida que el del código RECOTA en los picos de sección recta, sino también en el "ruido de fondo", aproximadamente -40 dBsm. Aunque el algoritmo de procesado gráfico no trata correctamente aristas oblicuas y eclipses, los resultados son buenos por ser el objeto convexo -no hay eclipses-



*a) Procesado gráfico con polarización horizontal*



*b) Procesado gráfico con polarización vertical*

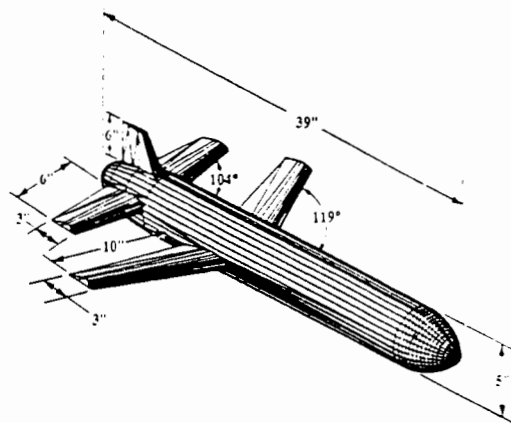
*Figura 11-31: Sección recta del perfil NACA 3317 a 16 GHz.  
Procesado gráfico de aristas.*

y porque la gran longitud eléctrica de la arista,  $40 \lambda$ , hace disminuir muy rápidamente la sección recta al alejarse la dirección de observación de la perpendicular.

En conclusión, se ha comprobado que la difracción en aristas de bordes de ala y estabilizadores se calcula correctamente por el método de las corrientes equivalentes con los coeficientes de difracción de PTD, y que la implementación por procesado gráfico proporciona resultados ligeramente mejores que la implementación clásica (código RECOTA).

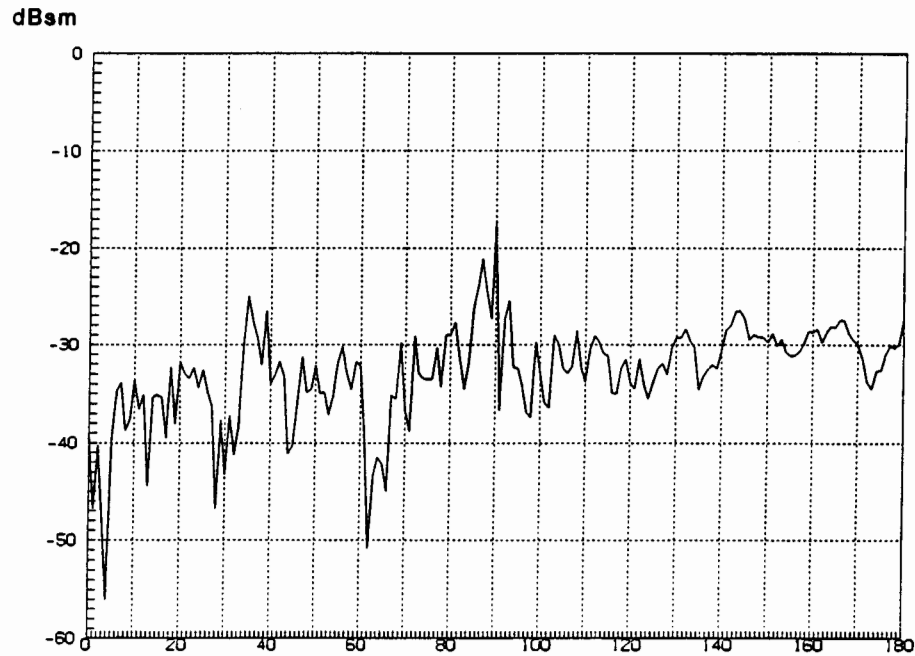
### 11.4.2 Misil

Dada la imposibilidad de disponer de medidas o resultados de sección recta de aparatos "stealth", se ha aplicado el algoritmo de procesado gráfico de aristas al misil genérico presentado en el capítulo 9 (figura 11-32). Los resultados del procesado gráfico se comparan con los de los códigos RECOTA, de la compañía Boeing Aerospace [Youssef'89], y TOTAL, de las Universidades de Cantabria y Madrid [Abad'90] [Domingo'90]. Ambos se basan en el modelado por facetas planas, y tienen en cuenta la difracción en aristas por el método de las corrientes equivalentes (MEC) utilizando los coeficientes de PTD.

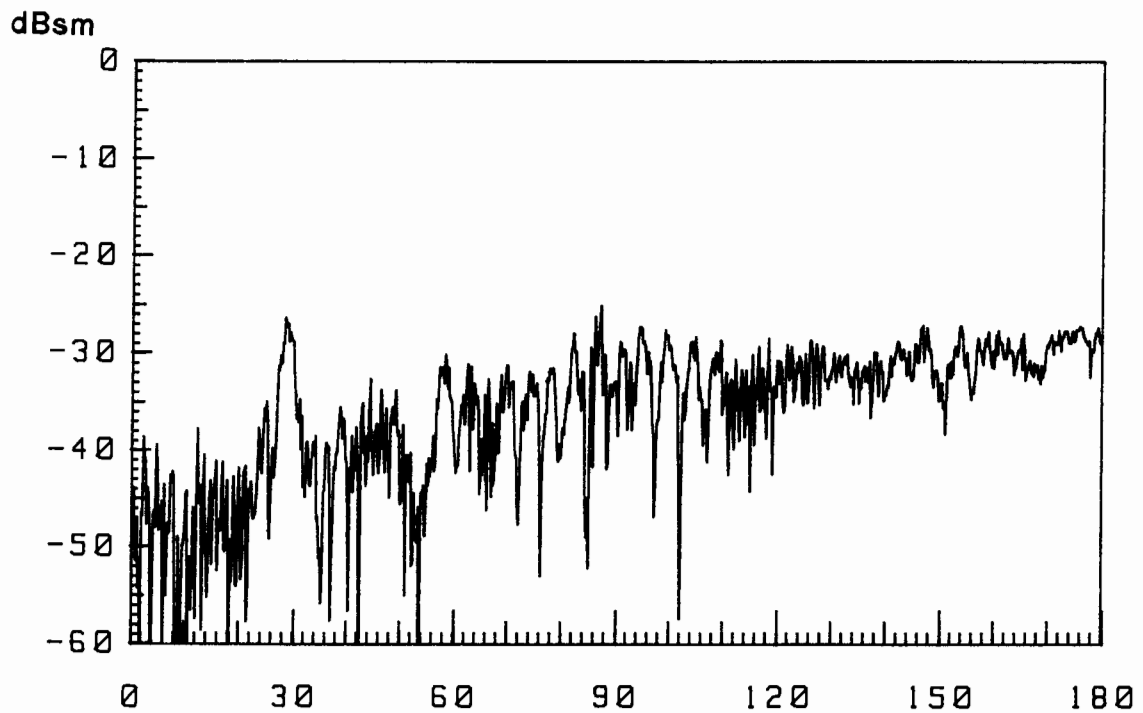


*Figura 11-32: Misil genérico, de longitud aproximadamente 1 metro.*

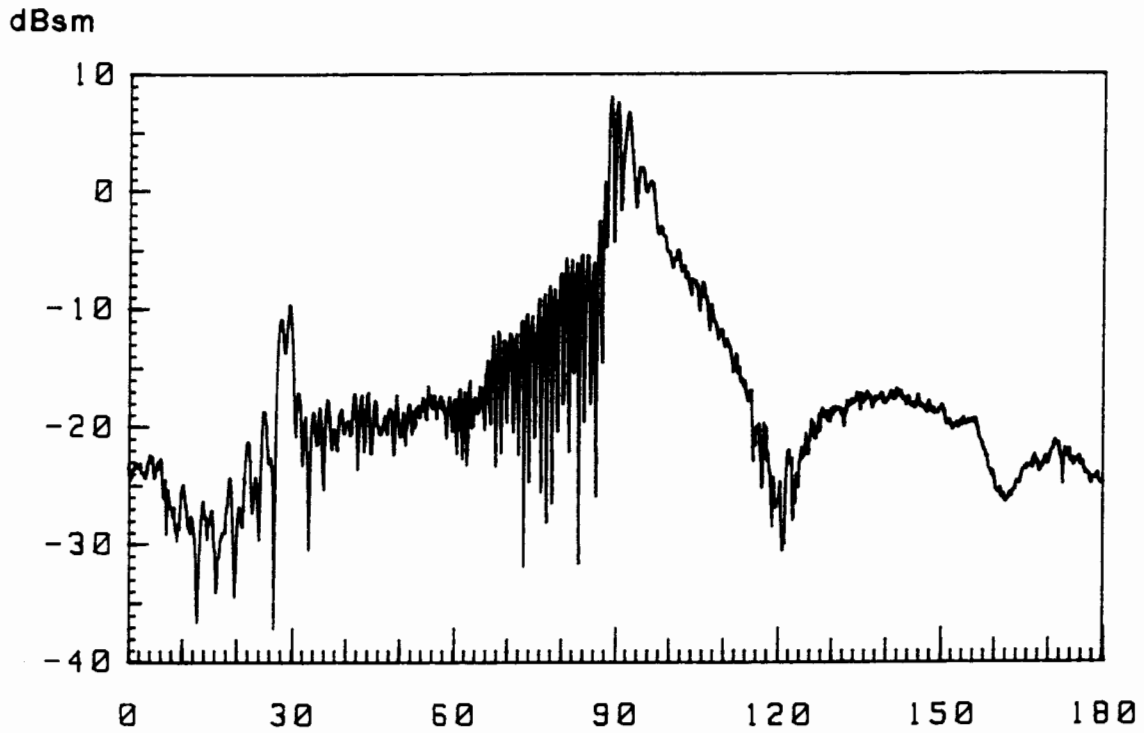
La primera versión del algoritmo de procesado gráfico de aristas, actualmente implementada, ha sido totalmente validada en el tratamiento de aristas perpendiculares a la dirección de observación y en el cálculo de los coeficientes de difracción de PTD con la aproximación lineal (11-16) a (11-18). Sin embargo, el algoritmo no trata correctamente las aristas oblicuas e inclinadas y no discrimina



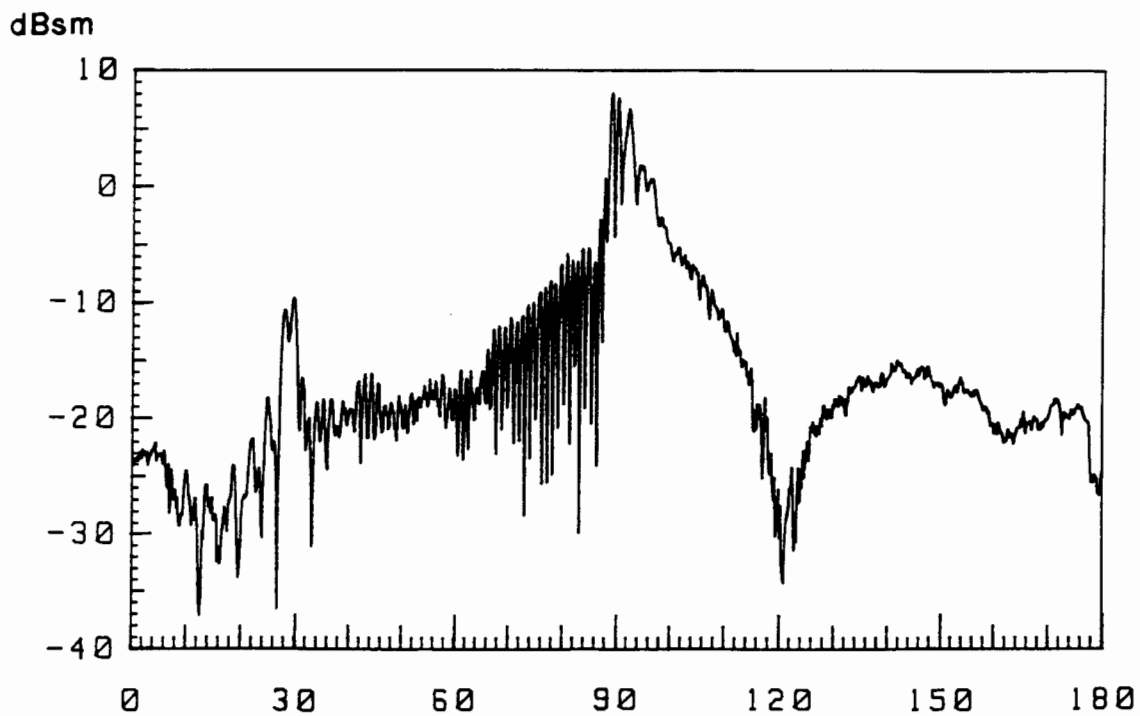
*Figura 11-33: Resultados del código TOTAL [Domingo'90] [Abad'90] para el misil de la figura 11-32, a 12 GHz. Contribución de aristas MEC-PTD con polarización vertical.*



*Figura 11-34: Resultados del procesado gráfico de aristas MEC-PTD para el misil de la figura 11-32, a 12 GHz con polarización vertical.*



*Figura 11-35: Resultados del procesado gráfico de óptica física para el misil de la figura 11-32, a 12 GHz.*



*Figura 11-36: Resultados del procesado gráfico para el misil de la figura 11-32, a 12 GHz. Óptica física + MEC-PTD con polarización vertical.*

los eclipses de las aristas. Para evaluar el error cometido en blancos radar complejos, es interesante la comparación con los resultados de los códigos RECOTA y TOTAL, en los que el MEC con coeficientes de PTD se ha implementado de forma rigurosa y, además, se consideran las dobles reflexiones entre superficies.

En las figuras 11-33 y 11-34 se comparan los resultados del procesado gráfico con los del código TOTAL teniendo en cuenta, únicamente, la reflexión en aristas obtenida por el MEC-PTD, es decir, sin sumar la reflexión en superficies calculada por óptica física. Puede observarse que ambos resultados son similares en el nivel del "ruido de fondo" y en el valor del pico debido al borde de ataque del ala (-25 dBsm). El desplazamiento en la posición del pico se debe a diferencias en el modelado geométrico del misil (ver 9.5.2). Este desplazamiento aparece también en los resultados de óptica física (figura 9-40). Nótese que el nivel de la contribución de aristas es mayor para direcciones próximas a  $180^\circ$  -borde de salida de alas y estabilizadores- que para ángulos de aspecto pequeños -borde de ataque-.

La única diferencia significativa en la contribución de aristas es el pico a  $90^\circ$  en los resultados de TOTAL que no aparece en los resultados del procesado gráfico. La causa de este pico es la respuesta de las aristas ficticias entre facetas adyacentes de la superficie del fuselaje que, según [Youssef'89], corrigen el error cometido en la aproximación de óptica física al facetizar la superficie (ver 9.1). Lógicamente, esta contribución no corresponde a las aristas reales del blanco y, por tanto, no aparece en los resultados del procesado gráfico de aristas.

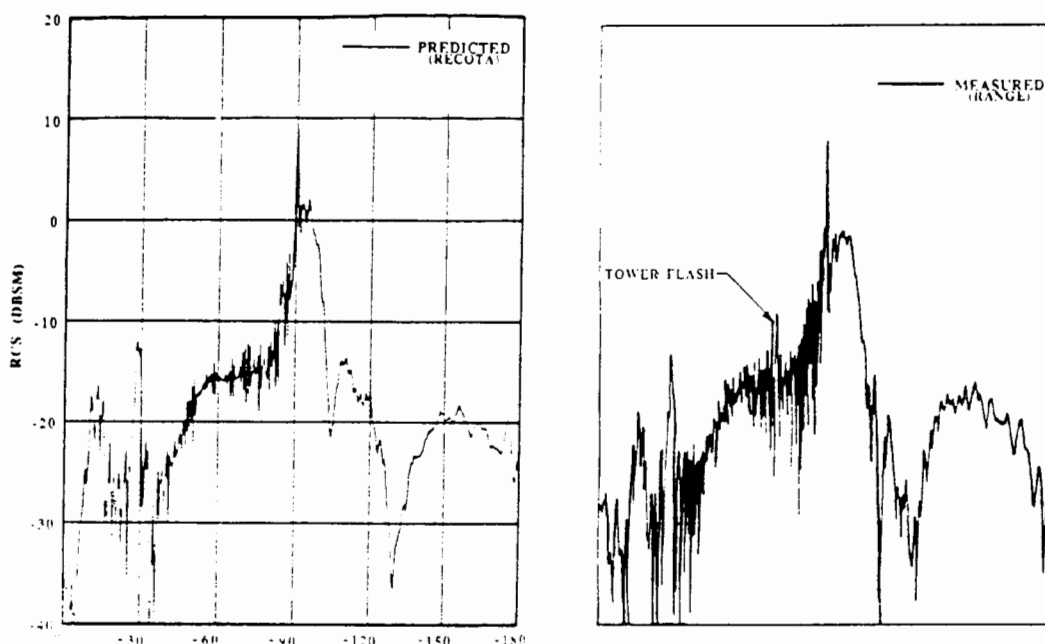


Figura 11-37: Resultados de código RECOTA y medidas para el misil de la figura 9-38. Frecuencia 12 GHz y polarización vertical [Youssef'89].



En las figuras 11-35 y 11-36 se presentan los resultados de óptica física y la suma de óptica física más aristas, respectivamente, obtenidos por procesado gráfico. La figura 11-37 muestra las medidas de Boeing Aerospace y los resultados del código RECOTA. Como la difracción en aristas es de importancia secundaria, los resultados de óptica física sin tratamiento de aristas son aceptables y apenas varían al sumar la contribución de las aristas. Únicamente se observan pequeñas diferencias en la anchura del nulo a  $120^\circ$  y en el margen de  $150^\circ$  a  $170^\circ$  (ver también figura 9-40). En las figuras 11-34 y 11-35 se observa que alrededor de  $160^\circ$  la contribución de las aristas es comparable a la de óptica física. La suma de ambas contribuciones (figura 11-36) produce un resultado similar al de las medidas y los códigos RECOTA (figura 11-37) y TOTAL (figura 9-40).

En conclusión, aunque no se tratan correctamente todos los tipos de aristas que pueden aparecer en blancos radar complejos ni se ha implementado el coeficiente de acoplo de polarización cruzada, los resultados proporcionan el orden de magnitud de la contribución de aristas y el nivel del "ruido de fondo". Se calculan correctamente los picos de sección recta, pues son debidos a aristas perpendiculares a la dirección de observación. Aunque los resultados de óptica física son bastante buenos con blancos radar no "*stealth*", el algoritmo de procesado gráfico de aristas los mejora considerablemente en aquellas direcciones en las que la difracción en aristas es significativa.

## 11.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha presentado un algoritmo de procesado gráfico en tiempo real para el análisis de la difracción en aristas por el método de las corrientes equivalentes. Para ello se ha desarrollado la formulación del MEC con los coeficientes de difracción de PTD y los ILDC de Mitzner y, tras discutir la conveniencia de utilizar uno u otro tipo de coeficientes, se ha decidido implementar los coeficientes de PTD en el algoritmo de procesado gráfico. La razón estriba en que en el caso monoestático ambos tipos de coeficientes difieren únicamente en el acoplo de polarización incidente perpendicular a la arista a polarización difractada paralela al plano de reflexión, efecto que responde a la realidad física, pero que suele despreciarse en la práctica debido a la complejidad que introduce su análisis.

El algoritmo de procesado gráfico en tiempo real se basa en la detección de aristas sobre una imagen del blanco radar y en el cálculo de los ángulos característicos de las cuñas mediante técnicas gráficas. Los coeficientes de difracción de PTD se obtienen a partir de los ángulos característicos utilizando una aproximación lineal de las expresiones de Ufimtsev. La gran ventaja del algoritmo de procesado gráfico reside en que trata únicamente las aristas visibles en la imagen del blanco, evitando de esta manera el difícil problema de la detección de eclipses.

La validación del algoritmo gráfico se ha llevado a cabo con placas planas rectangulares y problemas bidimensionales, situaciones en las que la teoría de PTD es válida en alta frecuencia. Se ha comprobado que la detección de aristas y el cálculo de los ángulos característicos por técnicas gráficas son correctos y, además, el error de la aproximación lineal de los coeficientes de difracción de PTD es muy pequeño.

Las únicas limitaciones del procesado gráfico que se han observado son:

- No es capaz de considerar la reflexión de *creeping waves* en aristas ocultas, pues procesa únicamente las aristas visibles. Sin embargo, este fenómeno únicamente aparece con polarización TE y su importancia decrece al aumentar el tamaño eléctrico del blanco (ver 4.2.3, figura 4-4b), siendo despreciable para blancos radar complejos.
- Las cuñas de ángulo interno muy pequeño -borde de salida de las alas- no son visualizadas correctamente si se observan en la dirección de la bisectriz de la cuña, por lo que el algoritmo de procesado gráfico puede no detectar la arista. Se espera solucionar este problema en breve plazo.

Cuando no se dan las situaciones anteriores, los resultados del algoritmo de procesado gráfico de aristas mejoran sustancialmente la aproximación de óptica física en las direcciones de incidencia en que la difracción en aristas es significativa, y se ajustan bien a los resultados de un método de baja frecuencia para ambas polarizaciones.

Se han obtenido resultados para blancos radar complejos con la versión simplificada del algoritmo de procesado gráfico utilizada en la fase de validación, que no trata correctamente aristas oblicuas e inclinadas y que no discrimina los eclipses de las aristas. A pesar de ello, se obtienen excelentes resultados para perfiles de ala de longitud eléctricamente grande, en los que la principal contribución de las aristas se produce con incidencia perpendicular.

Aunque no se ha implementado el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de Mitzner, los resultados obtenidos con coeficientes de PTD proporcionan correctamente el orden de magnitud, nivel del "ruido de fondo" y picos de sección recta debidos a la contribución de aristas. Aunque los resultados de óptica física son bastante buenos con blancos radar no "*stealth*", el algoritmo de procesado gráfico de aristas los mejora considerablemente en aquellas direcciones en las que la difracción en aristas es significativa.

Se ha dejado para el futuro la validación final del algoritmo de procesado gráfico completo, para la cual es necesario analizar aparatos "*stealth*" en los que no existen aristas ni superficies perpendiculares a la dirección de observación y, por tanto, la difracción de aristas oblicuas es significativa y el coeficiente de acoplo de polarización cruzada de Michaeli-Mitzner puede ser importante.

Sin embargo, todavía quedan varios fenómenos de alta frecuencia que no se han considerado aún: la interacción múltiple entre superficies, a la que se dedica el capítulo 12, y otros efectos que no se van a tratar en esta tesis, como difracción de ondas de superficie y respuesta de cavidades.

## CAPITULO 12

### REFLEXIONES MULTIPLES

En los capítulos anteriores de la parte III de la presente tesis se han desarrollado diversos algoritmos de procesamiento gráfico para la predicción de sección recta de blancos radar complejos en tiempo real. Todos estos algoritmos tienen en común que consideran únicamente las contribuciones de primer orden, debidas a reflexiones o difracciones simples en superficies o aristas.

Las contribuciones de orden superior son debidas, principalmente, a las reflexiones múltiples entre superficies. La interacción entre superficies y aristas o entre aristas solas suele ser de mucha menor importancia, salvo en casos particulares (ver 11.3.1). Por este motivo, el presente capítulo se dedica al estudio de las reflexiones múltiples entre superficies. Para ello, se modifica el algoritmo de cálculo de reflexiones simples en superficies por óptica física, desarrollado en el capítulo 9, para tener en cuenta la interacción global entre todas las superficies del blanco.

El cálculo de la aproximación de óptica física de primer orden se basa en analizar una visualización realista del blanco desde el punto de vista del radar, iluminado por una onda plana en la misma dirección que el frente de onda incidente. Si se define reflexión difusa en las superficies del blanco, resulta que la luminosidad de cada elemento de superficie en la imagen coincide con su contribución al campo lejano reflejado por el blanco (ver 9.2). La sección recta se calcula como la suma coherente de las contribuciones (luminosidad) de cada pixel de pantalla, teniendo en cuenta la fase de cada contribución según la distancia de cada elemento de superficie al radar.

El procedimiento funciona correctamente porque, tanto la aproximación de óptica física, como el algoritmo de cálculo de iluminación utilizado por el hardware gráfico, son métodos de primer orden: consideran únicamente la reflexión de la

onda incidente en cada elemento de superficie de forma independiente, sin tener en cuenta la interacción global entre todos los elementos. Por ello, se obtiene únicamente el resultado de la reflexión de la onda incidente en las grandes superficies, que constituye la contribución principal a la sección recta de blancos radar, pero no las reflexiones múltiples entre distintas superficies.

Dado que existen algoritmos de iluminación global para la generación de imágenes fotorrealistas, que tienen en cuenta las reflexiones múltiples de la luz, se ha realizado un estudio de su aplicabilidad al cálculo de la sección recta radar por procesado gráfico.

El objetivo a conseguir es mejorar la aproximación de óptica física en situaciones en las que las reflexiones múltiples contribuyan de forma significativa a la sección recta. Es importante que el procesado continúe siendo en tiempo real, o al menos casi real, para no perder la principal ventaja del procesado gráfico frente a los métodos numéricos y aproximaciones asintóticas.

El capítulo se inicia con una visión general de los métodos de iluminación global, considerando únicamente los aspectos básicos y principios físicos en los que se apoyan, pues para su aplicación correcta al cálculo de RCS es muy importante comprender bien los fundamentos físicos de cada método y las aproximaciones que se realizan. No se desarrollan en detalle los algoritmos, pues éstos ya se encuentran implementados en la librería gráfica utilizada. Sin embargo, a lo largo del capítulo, se citan numerosas referencias bibliográficas sobre los distintos algoritmos de iluminación global.

## 12.1 MODELOS DE ILUMINACION GLOBAL

El método de generación de imágenes gráficas fotorrealistas descrito en el capítulo 7, en el que se basa el cálculo de la aproximación de óptica física por hardware gráfico, es de tipo local [Phong'73]. Esto significa que únicamente calcula la luz que se propaga de las fuentes hasta cada uno de los objetos, se refleja en cada superficie por separado y llega finalmente hasta el observador. Para ello tiene en cuenta la posición de las fuentes de luz, la atenuación de la luz en el medio, la orientación y los coeficientes de reflexión de las superficies y la posición del observador. Las fuentes de luz son siempre puntuales o direccionales (puntuales en el infinito) y no permiten la representación de las zonas de sombra.

Los modelos de iluminación global también consideran las reflexiones múltiples de la luz entre las diversas superficies existentes en el conjunto de objetos que forman una escena [Whitted'80]. Así mismo, también pueden definirse superficies semitransparentes con una cierta transmitancia y fuentes de luz superficiales. En lugar de procesar la reflexión de la luz en cada superficie por

separado, como lo hacen los algoritmos de iluminación local, procesan todas las superficies de la escena de forma unitaria, calculando la interacción múltiple entre ellas de forma iterativa y obteniendo las zonas de sombra.

Los algoritmos de iluminación global más populares son los de trazado de rayos ó "*ray-tracing*" y "*radiosity*". Ambos algoritmos son muy diferentes, tanto en sus fundamentos físicos como en los resultados obtenidos.

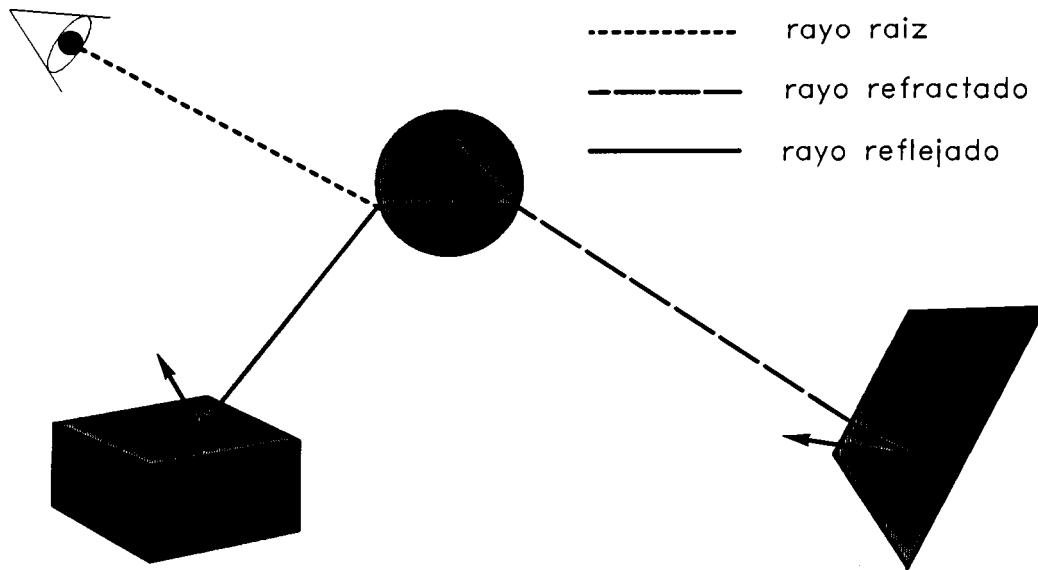
Los modelos de iluminación local son los más utilizados en la práctica, pues producen resultados fotorrealistas de calidad razonable con un coste computacional moderado. En caso de disponer de un acelerador gráfico hardware, pueden obtenerse las imágenes en tiempo real, lo cual permite al usuario trabajar de forma interactiva.

Por contra, los modelos de iluminación global obtienen imágenes de mucho mayor realismo, pero son muy complejos y exigen un coste computacional muy elevado. Los métodos de trazado de rayos no pueden utilizar en ningún momento el hardware de los aceleradores gráficos, por lo que el procesado debe realizarse por software. Por ello, ya no puede pensarse en obtener las imágenes en tiempo real, perdiéndose la interactividad con el usuario. El tiempo de procesado es del orden de horas. Sin embargo, el método de *radiosity* requiere un número menor de operaciones aritméticas, y permite cambiar el punto de vista por hardware sin recalcular la imagen, por lo que resulta mucho más rápido e interactivo que el de trazado de rayos. El tiempo de procesado es del orden de minutos para escenas muy complejas y de segundos para visualización de blancos radar.

### 12.1.1 Ray-Tracing

El trazado de rayos es ya una técnica clásica para la generación de imágenes fotorrealistas [Glassner'89]. Se basa en el seguimiento del camino trazado por los rayos desde el punto de vista (cada pixel de la imagen) hasta el entorno exterior de la misma. Cada vez que un rayo intersecta una superficie, se divide en dos: uno transmitido y otro reflejado. Al repetir el proceso recursivamente, se genera un árbol en el que cada nodo es un punto de intersección entre rayo y superficie (figura 12-1).

La imagen se genera considerando cada pixel de pantalla como la raíz de un árbol. La luminosidad de cada pixel se obtiene siguiendo el árbol desde las hojas hacia la raíz. En cada nodo se calcula la intensidad de la contribución de la superficie intersectada a través de un modelo de iluminación local, de forma que la luminosidad final del pixel es la suma de las contribuciones de todos los nodos del árbol asociado.



*Figura 12-1: Ejemplo de árbol de rayos*

Los fundamentos físicos del trazado de rayos se basan en la aproximación de óptica geométrica, según la cual sólo se refleja energía en la dirección de reflexión especular, por lo que no consideran efectos de difracción. De esta forma se obtienen representaciones muy realistas de objetos reflejados en superficies especulares, así como de la visión a través de superficies semitransparentes. También puede modelarse correctamente el fenómeno de la refracción.

Como principal consecuencia de la aproximación de óptica geométrica, debe mencionarse la generación de sombras con bordes excesivamente abruptos [Greenberg'86] [Greenberg'86 AP], sin zonas de penumbra. Por ello, los algoritmos de ray-tracing más avanzados incorporan técnicas de suavizado de bordes [Weghorst'84]. Por el mismo motivo, el modelado de reflexiones difusas y mezclas de colores no puede realizarse de forma suficientemente realista.

Otra característica de las técnicas de trazado de rayos es que generan imágenes estáticas, es decir, que deben recalcularse completamente cada vez que cambia el punto de vista del observador. Además, únicamente permiten definir fuentes de luz puntuales, pero no fuentes superficiales o distribuidas. Esta última limitación ha sido subsanada recientemente con la creación de algoritmos de trazado de rayos distribuidos y trazado de rayos cónicos.

Sin embargo, la principal limitación del trazado de rayos es el tremendo coste computacional que supone generar un árbol de reflexiones para cada pixel de pantalla, con el agravante de que no permite utilizar el hardware del acelerador

gráfico en ningún momento del procesado, ni tan solo para las operaciones más elementales, como son el cálculo de las contribuciones de cada reflexión en las superficies y la representación en pantalla de la escena tridimensional.

### 12.1.2 Radiosity

El algoritmo de *radiosity* (radiancia en castellano), introducido por Goral [Goral'84], modela correctamente la interacción entre superficies si la reflexión en ellas es perfectamente difusa. Se basa en el equilibrio energético global entre todas las superficies que forman la escena.

Para ello, se define una superficie ficticia que encierra completamente la escena que se desea modelar. Esta superficie estará formada por fuentes de luz superficiales, paredes reflectoras y paredes transparentes ("ventanas"). La luz emitida por las superficies, o reflejada en ellas, se considera siempre difusa. También pueden definirse fuentes puntuales o direccionales.

#### 12.1.2.1 Equilibrio energético global

Supongamos la escena dividida en  $N$  elementos de superficie, incluyendo la envoltura exterior. El método de *radiosity* consiste en asegurar el equilibrio de la energía radiada dentro de la superficie que encierra la escena.

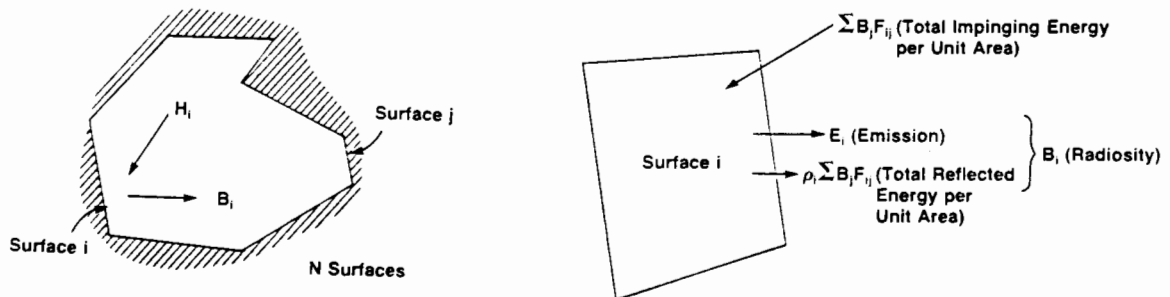


Figura 12-2: Radiación por un elemento de superficie.

La densidad de potencia por unidad de superficie  $B_i$  (*radiosity*) radiada por la superficie  $i$ -ésima es (figura 12-2):

$$B_i = E_i + \rho_i H_i \quad (12-1)$$



donde  $E_i$  es la densidad de potencia emitida por la superficie,  $\rho_i$  el coeficiente de reflexión y  $H_i$  la densidad de potencia incidente por unidad de superficie. Esta última se calcula a partir de la proveniente de las otras  $N - 1$  superficies, y la debida a la propia superficie  $i$ , si ésta es cóncava:

$$H_i A_i = \sum_{j=1}^N B_j A_j F_{ji} \quad (12-2)$$

con  $A_i$  y  $A_j$  iguales al área de las superficies  $i$  y  $j$ , respectivamente, y  $F_{ji}$  la porción de la energía radiada por la superficie  $j$  que incide sobre la superficie  $i$ . Este último parámetro se denomina "factor de forma".

Si consideramos la naturaleza recíproca de los factores de forma:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (12-3)$$

resulta que la combinación de las ecuaciones (12-1) y (12-2) puede escribirse como:

$$B_i - \rho_i \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} = E_i \quad (12-4)$$

y para las  $N$  superficies:

$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \dots & -\rho_1 F_{1N} \\ -\rho_2 F_{21} & 1 - \rho_2 F_{22} & \dots & -\rho_2 F_{2N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ -\rho_N F_{N1} & -\rho_N F_{N2} & \dots & 1 - \rho_N F_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ B_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_N \end{bmatrix} \quad (12-5)$$

Este sistema de  $N$  ecuaciones lineales con  $N$  incógnitas  $B_i$  tiene como parámetros  $E_i$ ,  $\rho_i$  y  $F_{ij}$ . La densidad de potencia emitida por las superficies,  $E_i$ , es diferente de cero para las fuentes de iluminación superficiales y para las primeras reflexiones de una fuente puntual o direccional en una superficie, y cero para el resto de las superficies. Los coeficientes de reflexión  $\rho_i$  son datos conocidos, y los factores de forma  $F_{ij}$  deben calcularse previamente.

### 12.1.2.2 Generación de la imagen

Como el sistema de ecuaciones lineales (12-5) es de diagonal dominante, puede resolverse por el método iterativo de Gauss-Seidel: en cada iteración se suma a la potencia radiada por una superficie la contribución proveniente de todas las

demás. De esta forma se consigue un refinamiento progresivo de la imagen. Normalmente se consigue la convergencia con un número pequeño de iteraciones, del orden de 6 ó 8.

Para obtener una buena resolución en la discretización del modelo de iluminación global, las superficies sobre las que se aplica el algoritmo de *radiosity* son una subdivisión suficientemente fina (elementos diferenciales) de las superficies que forman los objetos de la escena. Una vez se ha obtenido la densidad de potencia radiada por cada elemento de superficie, se realiza una interpolación bilineal sobre las superficies que forman los objetos, evitando de esta forma que el sombreado tenga una apariencia "escalonada".

El proceso de generación de una imagen utilizando el modelo de *radiosity* para iluminación global puede resumirse de la siguiente forma:

- Dividir las superficies de los objetos en parches elementales.
- Calcular los factores de forma entre cada par de elementos de superficie.
- Resolver el sistema de ecuaciones lineales (12-5), obteniendo las densidades de potencia radiadas  $B_i$  por cada parche, para cada uno de los tres colores primarios.
- Realizar una interpolación bilineal de los valores obtenidos en cada parche, para conseguir un sombreado suave de las superficies.

Los factores de forma dependen únicamente de la geometría de los objetos que forman la escena, por lo que si se producen modificaciones en la iluminación de la escena  $E_i$ , o en los coeficientes de reflexión de las superficies, basta con volver a resolver el sistema de ecuaciones sin recalcular los factores de forma. Además, las imágenes generadas son dinámicas: puede moverse el punto de vista en tiempo real utilizando el acelerador gráfico.

### 12.1.2.3 Cálculo de los factores de forma

Considerando un modelo de radiación difusa, la fracción de la energía radiada por un diferencial de superficie  $dA_i$  que llega a un diferencial de superficie  $dA_j$  puede expresarse por un factor de forma (figura 12-3):

$$F_{dA_i, dA_j} = \frac{\cos \phi_i \cos \phi_j}{\pi r^2} dA_j \quad (12-6)$$

Integrando sobre la superficie receptora  $A_j$  y promediando sobre la superficie emisora, el factor de forma puede expresarse como:

$$F_{ij} = F_{A_i, A_j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \phi_i \cos \phi_j}{\pi r^2} (HID) dA_j dA_i \quad (12-7)$$

donde  $(HID)$  es la función booleana de ocultamiento entre los diferenciales de superficie  $A_i$  y  $A_j$ .

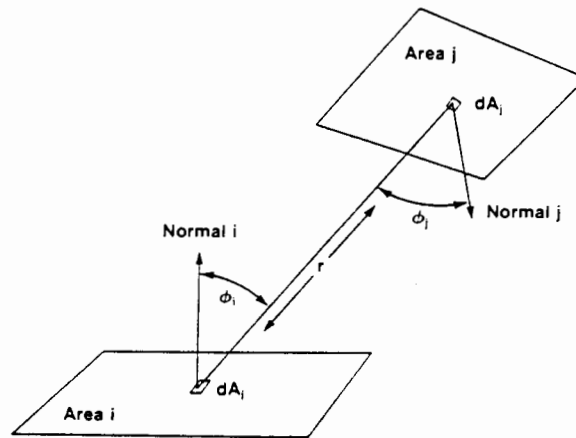


Figura 12-3: Geometría para el cálculo de los factores de forma

Si las dimensiones de los elementos de superficie son pequeñas comparadas con la distancia que los separa, el integrando es aproximadamente constante sobre la superficie  $A_i$ , y la ecuación (12-7) puede aproximarse para superficies con visión directa por:

$$F_{ij} = F_{A_i, A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos \phi_i \cos \phi_j}{\pi r^2} dA_j \quad (12-8)$$

Inicialmente se parte de elementos de superficie relativamente grandes. Al calcular el factor de forma para un par de elementos dado, si sus dimensiones son comparables a la distancia que los separa, o bien, si están parcialmente ocultos, deberán sub-dividirse recursivamente en elementos más pequeños, hasta que sea aplicable la ecuación (12-8). La sub-división se realiza así de forma adaptativa a la geometría del objeto, evitando una discretización excesiva que aumentaría enormemente el tiempo de cálculo [Cohen'86].

Existen algoritmos optimizados para el cálculo numérico de la integral (12-8) con un número de operaciones aritméticas muy reducido. Merecen mencionarse principalmente los algoritmos "Hemicubo" [Cohen'85], y "Nusselt" [Shegel'78].

#### 12.1.2.4 Refinamiento progresivo de la imagen

Posiblemente, la mejora más significativa en el método de *radiosity* es el algoritmo de refinamiento progresivo, desarrollado por Cohen [Cohen'88]. Dicho algoritmo tiene dos ventajas principales sobre la solución iterativa de Gauss-Seidel del sistema de ecuaciones lineales:

- En primer lugar, proporciona al usuario una sucesión de imágenes que converge rápidamente hacia la solución final de equilibrio energético. De esta forma, el usuario puede detener interactivamente el refinamiento progresivo cuando considere satisfactoria la calidad de la imagen generada.
- En segundo lugar, tanto el número de operaciones como la cantidad de datos a almacenar en cada iteración son de orden  $O(N)$ , en lugar de  $O(N^2)$  como sucede con el de Gauss-Seidel, con la ventaja adicional de que habitualmente el número de iteraciones necesario es muy pequeño. Por ello, puede considerarse que se trata de un algoritmo con coste computacional  $O(N)$ .

El algoritmo se basa en añadir sucesivamente la contribución de la energía radiada por cada elemento de superficie a todos los demás. El proceso se realiza de forma ordenada, empezando por los elementos con una contribución mayor. En general, éstos serán los que posean un producto  $B_i A_i$  mayor.

En la primera iteración, el brillo  $B_i$  de los elementos coincide con la densidad de potencia emitida  $E_i$ , por lo que aquellos elementos con  $E_i$  distinto de cero (fuentes de luz) serán procesados en primer lugar, y su contribución sumada a todos los demás.

En las siguientes iteraciones, se añade la contribución del elemento en el que el producto  $B_i A_i$  haya aumentado más en la última iteración. De esta forma, los siguientes elementos en contribuir después de las fuentes de luz son los que reflejan más energía proveniente de las mismas.

Con esta ordenación, puede considerarse que el procesado de los elementos de superficie sigue el mismo orden que la propagación de la luz entre las superficies que forman la escena, por lo que se consigue una convergencia muy rápida hacia la solución final: habitualmente bastan dos o tres iteraciones.

#### 12.1.3 Conclusiones

El método de iluminación global por *radiosity* soluciona muchas de las deficiencias del trazado de rayos: produce penumbras y mezclas de colores de gran

realismo, además de permitir el modelado de fuentes de luz superficiales. Es un modelo "correcto" en el sentido en que se basa en leyes físicas (equilibrio energético).

La principal ventaja con respecto al trazado de rayos es la velocidad: se generan imágenes de escenas muy complejas en minutos, en lugar de horas.

Una ventaja adicional es el desacoplo entre los distintos pasos en la generación de la imagen: cálculo de los factores de forma, resolución del sistema de ecuaciones por refinamiento progresivo y representación bidimensional en la pantalla de la estación de trabajo. Ello permite modificar el punto de vista en tiempo real, o variar parámetros de iluminación o reflexión sin repetir todo el procesado completo, como sucede con el trazado de rayos. De esta forma se consigue un cierto grado de interactividad con el usuario.

Lógicamente, el método también tiene sus inconvenientes: no puede modelar la reflexión especular, la transparencia y la refracción.

Ambos métodos son complementarios, y ninguno de ellos modela por sí sólo perfectamente la realidad. Sin embargo, en favor de *radiosity* puede argumentarse que las superficies de la naturaleza son predominantemente difusas. Por todo ello, la tendencia actual en la investigación se dirige hacia los métodos híbridos: *radiosity* con cálculo de factores de forma por trazado de rayos [Wallance'89].

## 12.2 APLICACION A LA PREDICCIÓN DE RCS

Para aplicar los métodos de iluminación global al cálculo de sección recta radar se va a seguir la misma filosofía que con los métodos de iluminación local (ver capítulo 9): aprovechar al máximo los paquetes software de visualización realista existentes en el mercado. Estas librerías gráficas resuelven el problema de interacción entre fuentes de luz y superficies a frecuencia óptica, por lo que suman las luminosidades sin tener en cuenta los desfases debidos a diferencias de caminos.

La suma incoherente presenta un grave inconveniente al aplicar los métodos de trazado de rayos a frecuencias más bajas en el espectro electromagnético. Sin embargo, el problema es menor con el método de *radiosity* debido a su naturaleza escalar, basada en consideraciones de equilibrio energético global.

### 12.2.1 Trazado de rayos

La utilización de los algoritmos de trazado de rayos para el cálculo de la contribución de las reflexiones múltiples a la sección recta total del blanco queda desestimada, debido al coste computacional prohibitivo del algoritmo, con tiempo de cálculo comparable al de los métodos numéricos matriciales, aunque con

requerimientos de memoria muy inferiores. Únicamente sería razonable pensar en su aplicación en el caso de poder utilizar un elevado número de procesadores en paralelo. En esta línea, existen implementaciones con *transputer* [Ransen'90] en las que los árboles de rayos son recorridos simultáneamente.

Un problema adicional reside en que las librerías gráficas para trazado de rayos realizan la suma de luminosidades de los mismos en cada pixel de pantalla. No tienen en cuenta los desfases debidos a las diferencias de caminos recorridos por cada rayo. Sin embargo, para la aplicación correcta del método a frecuencias de microondas se deben calcular las distancias recorridas por cada rayo y realizar la suma de forma coherente, por lo que sería necesario desarrollar completamente el software de trazado de rayos para adaptarlo al cálculo de sección recta radar.

### 12.2.2 Radiosity

La gran ventaja del método de *radiosity* sobre el de trazado de rayos reside en su pequeño coste computacional. Esta ventaja es mucho más importante al calcular la sección recta de un mismo blanco radar para un número elevado de ángulos de aspecto. Ello es debido a que los factores de forma dependen únicamente de la geometría de los objetos que forman la escena, pero no de las direcciones de incidencia y observación. En consecuencia, para cada ángulo de aspecto basta resolver el sistema de ecuaciones (12-15) con los coeficientes  $E_i$  adecuados a la iluminación, sin recalcular los factores de forma. La resolución se realiza a gran velocidad por el método iterativo de refinamiento progresivo.

El método de *radiosity* es, a priori, muy adecuado para el cálculo de sección recta, pues, igual que el algoritmo de procesamiento gráfico de óptica física, capítulo 9, se basa en considerar todas las reflexiones difusas y no especulares. Por ello, es la extensión natural de la aproximación de óptica física, resolviendo los sistemas de ecuaciones que definen la interacción múltiple entre superficies.

Al basarse en consideraciones de equilibrio energético, es un método escalar, por lo que no tiene en cuenta las fases relativas de los campos electromagnéticos debidas a diferencias de caminos. Sin embargo, en un modelo de reflexión difusa a cada elemento de superficie le llegan rayos provenientes de otros muchos, todos ellos con fase diferente que podemos considerar aleatoria. Por ello, resulta que la suma de las distintas contribuciones en cada punto, debidas a reflexiones múltiples, puede realizarse de forma incoherente (suma de potencias), y la aproximación escalar al problema podría ser válida.

Como la contribución principal a la sección recta es la obtenida mediante óptica física, que consiste en una suma coherente, mientras que la contribución debida a reflexiones múltiples se obtiene mediante una suma incoherente, ambas contribuciones son incoherentes entre sí. Por ser la sección recta una potencia, podrá obtenerse como suma incoherente de potencias:

$$RCS = RCS_{P.O.} + RCS_{M.S.} \quad (12-9)$$

donde  $RCS_{P.O.}$  es la aproximación de óptica física y  $RCS_{M.S.}$  la contribución de las reflexiones múltiples.

$RCS_{M.S.}$  se obtiene mediante la suma incoherente de las contribuciones de todos los pixel. Estas últimas se calculan a partir de la diferencia de las imágenes con iluminación global (*radiosity*) e iluminación local (óptica física):

$$RCS_{M.S.} = \frac{K}{\lambda^2} \sum_{pixels} (L_r - L_o)^2 \quad (12-10)$$

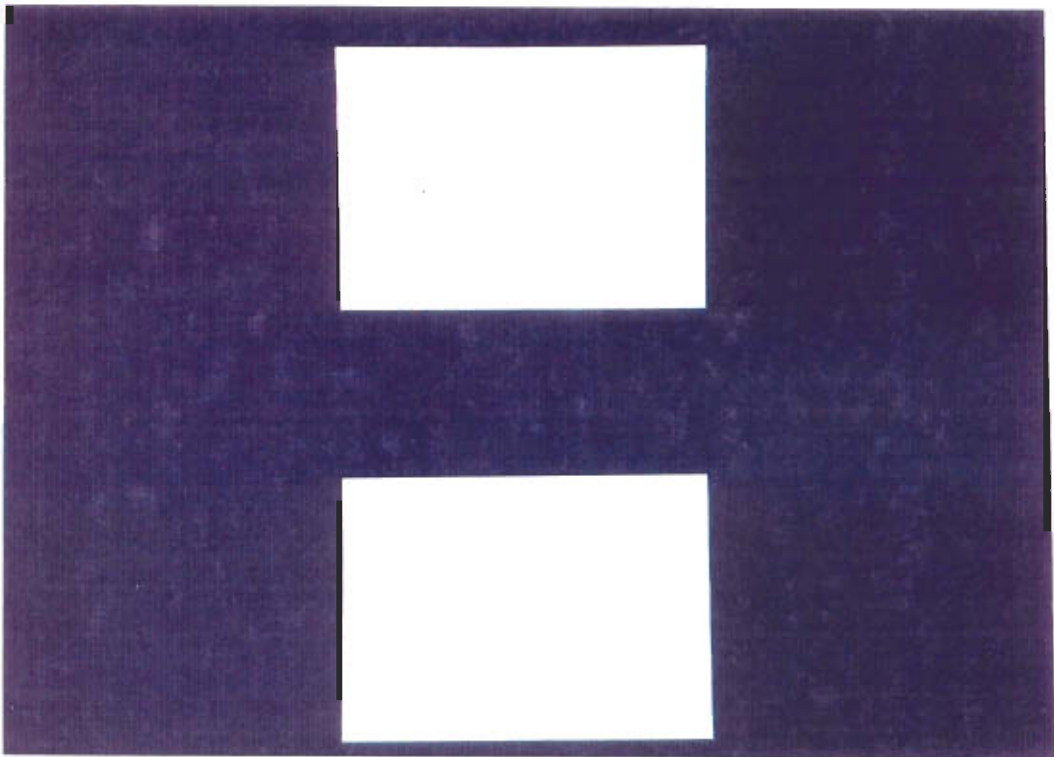
donde  $L_r$  y  $L_o$  son, respectivamente, las luminosidades de los pixel con *radiosity* y con iluminación local. El parámetro  $K$  es una constante con dimensiones de  $L^2$  que ajusta el valor relativo de la contribución de reflexiones múltiples frente a la de óptica física. La longitud de onda  $\lambda$  elevada al cuadrado aparece en el denominador, para conseguir la variación adecuada con la frecuencia.

Por otra parte, es bien sabido que la suma incoherente de las secciones rectas de una serie de centros de eco radar proporciona la envolvente de la curva de sección recta del conjunto, en función del ángulo de vista. Ello es debido a que se enmascaran los nulos, pues ya no se producen cancelaciones por desfases entre las distintas contribuciones.

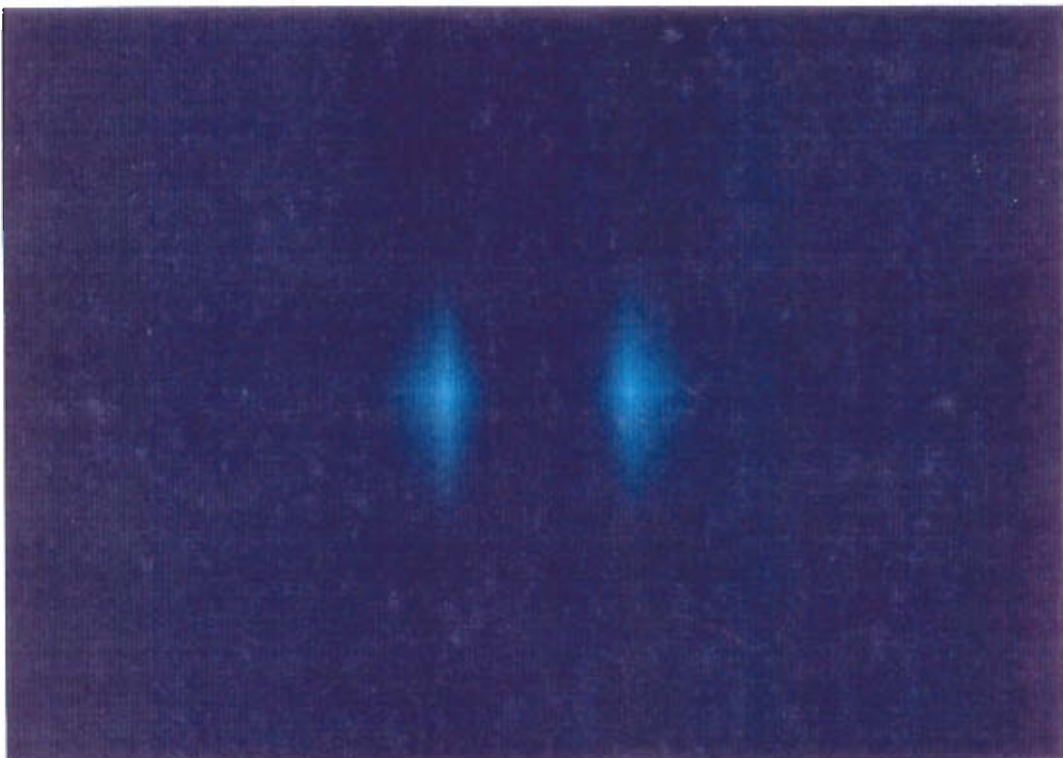
Así, podemos esperar a priori que el cálculo de las reflexiones múltiples por el método de *radiosity* nos proporcione una aproximación por exceso de la sección recta real del blanco. No aparecerán los nulos en las direcciones en las que se produzcan cancelaciones, pero sí permitirá detectar las direcciones en las que se producen dobles reflexiones, y una cota superior de la magnitud de las mismas.

Estas suposiciones a priori han sido verificadas en la práctica con una serie de diedros formando distintos ángulos y un misil genérico, entre otros objetos. Los resultados obtenidos se presentan en el siguiente apartado.

En la figura 12-4 se muestran las imágenes de un diedro obtenidas con iluminación local (Phong) y global (*radiosity*) y en la figura 12-5 la diferencia entre ambas. El método de iluminación global sólo considera la posición relativa entre la fuente de luz, el observador y cada superficie individualmente, por lo que la iluminación de cada placa es la misma que si estuviera aislada (único objeto de la escena). El método de *radiosity* tiene en cuenta la interacción múltiple entre las dos superficies, por lo que suma la contribución de las dobles reflexiones a la de las reflexiones simples y aumenta ligeramente la luminosidad de las caras del diedro. La diferencia entre las dos imágenes de la figura 12-4 es inapreciable al ojo humano. En la figura 12-5 se presenta esta diferencia de luminosidades multiplicada por un factor de normalización que la hace más visible.



*Figura 12-4: Diedro de 90° con iluminación local (arriba) y global (abajo)*



*Figura 12-5: Diferencia entre las imágenes con iluminación local y global*



## 12.3 RESULTADOS

En los apartados 12.1 y 12.2 se han presentado los fundamentos básicos de los métodos de iluminación global y se ha estudiado su aplicabilidad para el cálculo de la contribución de las reflexiones múltiples a la sección recta radar. El método que se ha implementado para su integración con la aproximación de óptica física es el de *radiosity*, debido a la gran superioridad en coste computacional sobre el método de trazado de rayos.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos para la calibración y validación del algoritmo descrito en el apartado 12.2.2.

### Calibración

- En primer lugar, es necesario obtener la constante multiplicativa  $K$  de la ecuación (12-10) que ajusta la contribución de las reflexiones múltiples en relación a la de óptica física de primer orden. Para ello se utilizará un diedro de  $90^\circ$ .
- Posteriormente, se comprobará que el valor de  $K$  es independiente de las dimensiones eléctricas y absolutas del diedro y del tamaño relativo de la imagen en la pantalla de la estación gráfica.
- El valor de  $K$  obtenido se aplicará a todos los demás objetos.

### Validación

- Los objetos que proporcionan una mayor contribución de reflexiones múltiples a la sección recta son los diedros y triedros de caras planas. En el capítulo 9 se ha comprobado que cuando intervienen superficies curvadas la contribución de las reflexiones múltiples es despreciable frente a la reflexión simple (ver 9.4.4), de forma que la aproximación de óptica física de primer orden proporciona por sí sola excelentes resultados. Por este motivo, únicamente se analizarán diedros de caras planas y no superficies curvadas.
- Para evaluar los resultados obtenidos con blancos radar complejos se analizará el misil genérico presentado en los capítulos 9 y 11. El interés de este objeto reside en que la contribución de las dobles reflexiones entre el fuselaje y el borde de ataque del ala puede ser importante en determinadas direcciones de observación (ver 9.5.2).

### 12.3.1 Calibración con diedros de ángulo recto

Los diedros y triedros de caras planas perpendiculares son los objetos que producen la mayor contribución a la sección recta monoestática. Ello es debido a que para cualquier dirección de incidencia producen una respuesta de reflexión especular en la misma dirección incidente. Además, el camino recorrido por todos los rayos doble o triplemente reflejados es constante, de forma que sus contribuciones se suman en fase y forman un frente de onda plana en la dirección de incidencia. Su comportamiento puede asimilarse al de una placa plana perpendicular a todas las direcciones de incidencia. El área de esta placa equivalente es igual al área de la proyección en el plano perpendicular a la dirección de incidencia de la superficie en la que se producen dobles o triples reflexiones.

Para un diedro de caras planas perpendiculares, si  $A$  es el área de una de las caras y  $\theta$  el ángulo de incidencia respecto a la bisectriz, el área equivalente es

$$A_{eq} = 2A \sin(45^\circ - \theta) \quad (12-11)$$

de forma que la sección recta vale:

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eq}^2 = \frac{16\pi}{\lambda^2} A^2 \sin^2(45^\circ - \theta) \quad (12-12)$$

Para incidencia en la bisectriz de la cuña,  $\theta = 0^\circ$ , el valor de la sección recta es

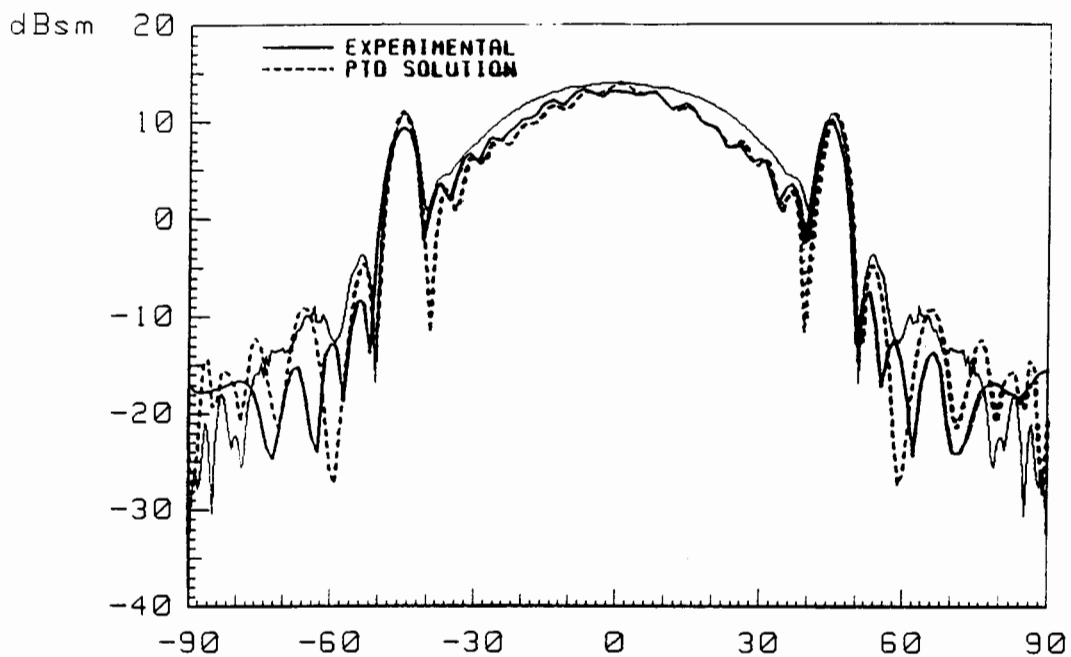
$$\sigma = \frac{8\pi}{\lambda^2} A^2 \quad (12-13)$$

que coincide con el doble de la sección recta de una placa plana de área  $A$  en la dirección perpendicular a la placa (ver 9.3.4).

Cuando la dirección de incidencia es rasante sobre una de las caras planas de un diedro de ángulo recto, no se producen dobles reflexiones y la sección recta es igual a la contribución de la reflexión simple en la cara opuesta, que se encuentra perpendicular a la dirección de incidencia. Como el área de las caras planas del diedro es  $A$ , la sección recta para  $\theta=0^\circ$  es la mitad que para  $\theta=45^\circ$ , de forma que las curvas de sección recta del diedro en función de la dirección de incidencia presentan una diferencia de 3 dB entre los ángulos de aspecto  $45^\circ$  (perpendicular a una cara) y  $0^\circ$  (bisectriz).

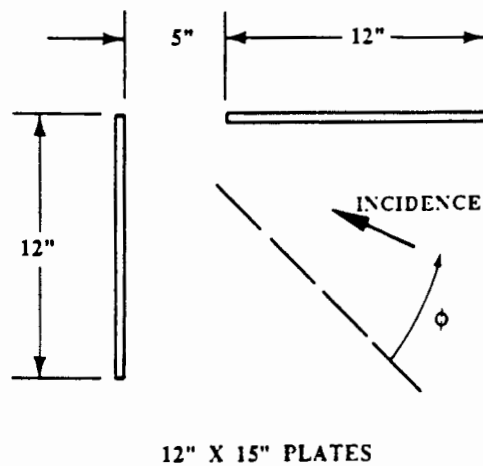
El valor de la constante  $K$  se obtiene ajustando el resultado obtenido por el método de *radiosity* con el valor teórico dado por la ecuación (12-12), de forma que se obtenga la diferencia de 3 dB entre la dirección perpendicular a la cara (óptica física de primer orden) y la bisectriz del diedro (dobles reflexiones por *radiosity*).

El valor que se obtiene con este procedimiento para la constante  $K$  es intrínsecamente independiente de la frecuencia y del tamaño relativo del diedro en la pantalla. Para que además sea independiente del tamaño absoluto del diedro, es necesario que las dimensiones de  $K$  sean  $L^2$ . Esto se consigue haciendo  $K$  proporcional al área de la proyección del diedro en el plano perpendicular a la dirección de observación.



*Figura 12-6: Sección recta de un diedro de 90° en función del ángulo entre la dirección de incidencia y la bisectriz. Placas cuadradas de lado  $5.6 \lambda$  a una frecuencia de 9.4 GHz. Comparación del procesado gráfico (línea fina) con medidas y predicciones de PTD teniendo en cuenta dobles reflexiones [Griesser'87].*

En la figura 12-6 se muestran los resultados del método de *radiosity* comparados con medidas experimentales y predicciones de alta frecuencia más rigurosas [Griesser'87].



*Figura 12-7: Dos placas planas rectangulares de tamaño 12"x15" formando un ángulo de 90°, separadas 5".*

También se ha analizado por procesado gráfico el conjunto formado por dos placas planas rectangulares no conectadas entre sí (ver figura 12-7). En la figura 12-8 se muestran los resultados del código RECOTA y medidas experimentales de Boeing Aerospace [Youssef'89]. El código RECOTA se basa en modelado por facetas planas y calcula las dobles reflexiones de forma analítica para cada par de facetas que interactúan (ver 9.1), proporcionando excelentes resultados en alta frecuencia.

La figura 12-9 presenta los resultados del procesado gráfico de *radiosity* para las placas perpendiculares. Aunque no coinciden exactamente con las medidas ni con los resultados del código RECOTA, permiten identificar las direcciones de incidencia en las que se producen dobles reflexiones y estiman correctamente la sección recta. Obsérvese que la aproximación a la sección recta es siempre por exceso.

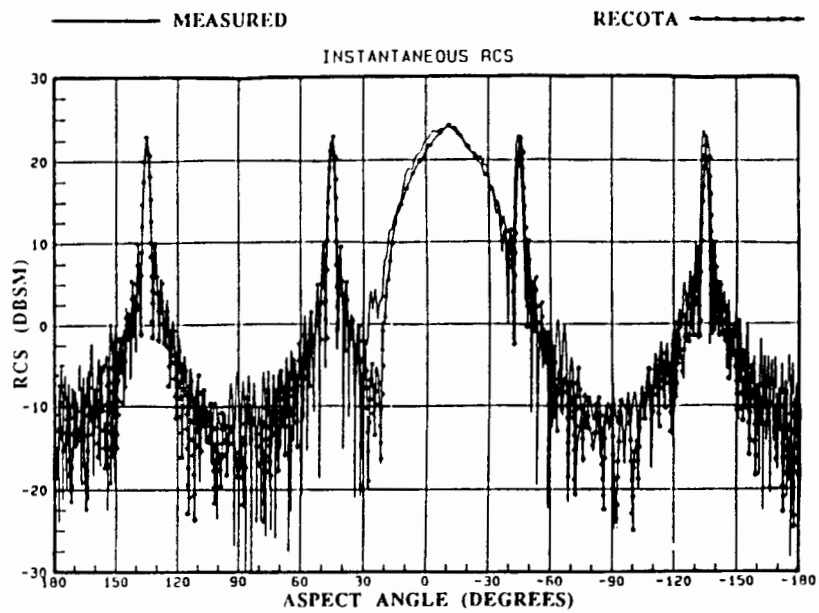


Figura 12-8: Medidas de sección recta de dos placas perpendiculares (figura 12-7) comparadas con los resultados del código RECOTA [Youssef'89], a una frecuencia de 10 GHz.

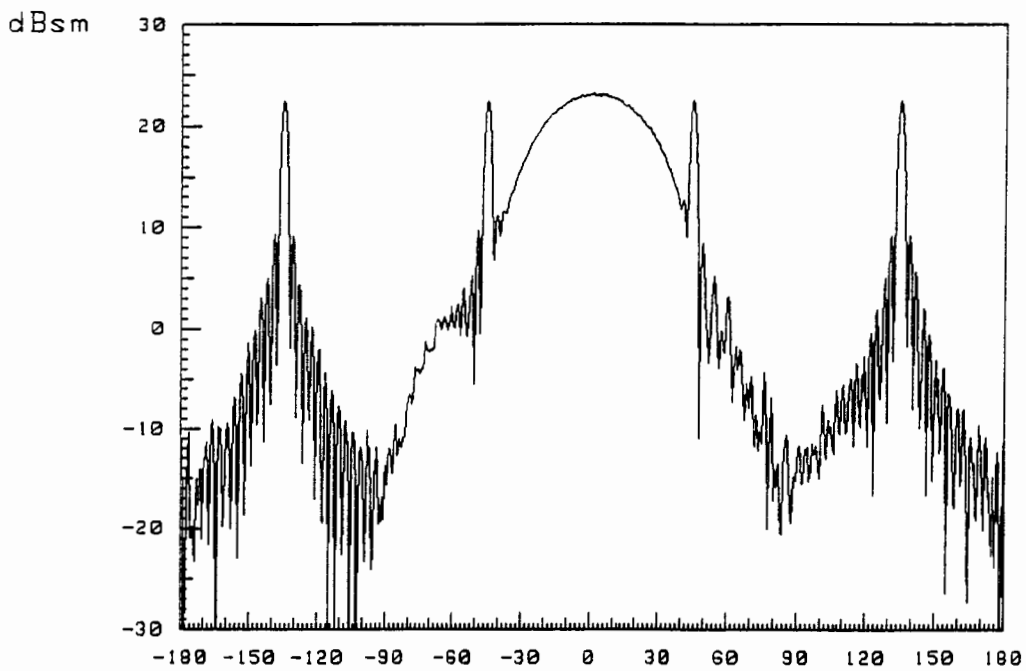


Figura 12-9: Resultados del procesado gráfico de radiosity para las placas de la figura 12-7, a una frecuencia de 10 GHz.

### 12.3.2 Validación con diedros de ángulo no recto

Como se ha indicado anteriormente, en el capítulo 9 se comprobó que la contribución de las dobles reflexiones en las que intervienen superficies curvadas no es significativa. Por este motivo, la fase de validación del método de procesado gráfico con *radiosity* se va a restringir a diedros de caras planas.

En la situación más general, cuando el ángulo interno de un diedro es distinto de  $90^\circ$ , los rayos doblemente reflejados no se suman en fase ni son paralelos a la dirección de incidencia, como sucedía con los diedros de ángulo recto. El método de *radiosity* suma las contribuciones de cada elemento de superficie de forma incoherente, por lo que no es capaz de predecir las cancelaciones de fase entre las distintas contribuciones y obtendrá una aproximación por exceso a la sección recta.

En las figuras 12-10 y 12-11 se presentan los resultados obtenidos con diedros de ángulo agudo y obtuso, respectivamente. Se compara el método de procesado gráfico con las medidas y resultados PTD de [Griesser'87].

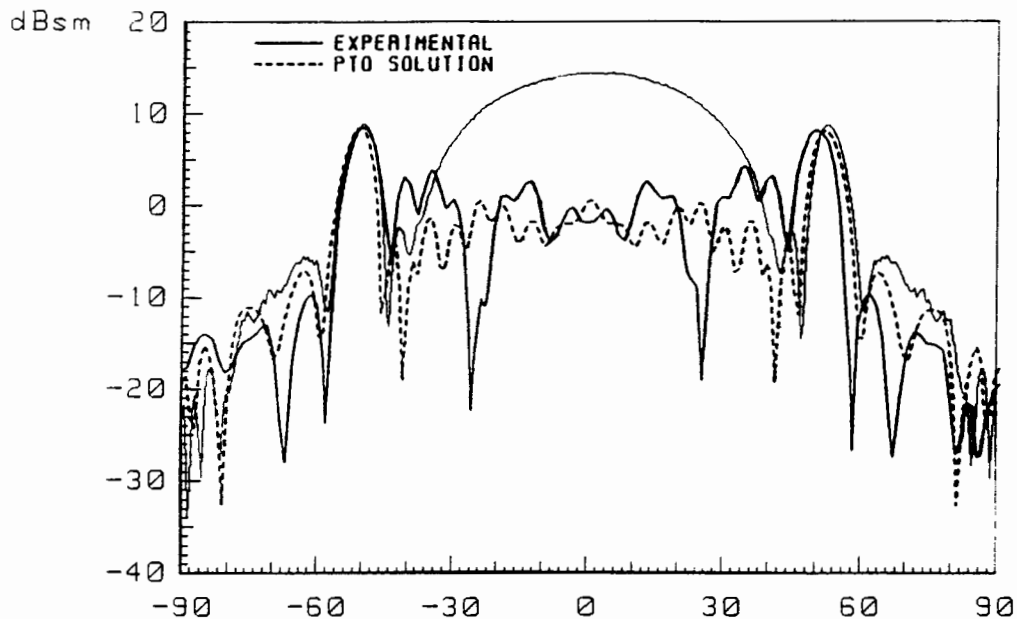


Figura 12-10: Sección recta de un diedro de  $77^\circ$  formado por placas cuadradas de lado de lado  $5.6\lambda$  a  $9.4\text{GHz}$ . Comparación de los resultados de procesado gráfico (línea fina) con medidas y predicciones de PTD que tienen en cuenta dobles y triples reflexiones.

Nótese que en ambos casos la sección recta para incidencia próxima a la bisectriz es muy inferior a la sección recta del diedro de  $90^\circ$  debido a cancelaciones de fase de los rayos múltiplemente reflejados. Sin embargo, el método de procesado gráfico obtiene un resultado similar independientemente del ángulo interno del diedro, debido a que el algoritmo de visualización gráfica con iluminación global no es sensible a la fase relativa de las distintas contribuciones.

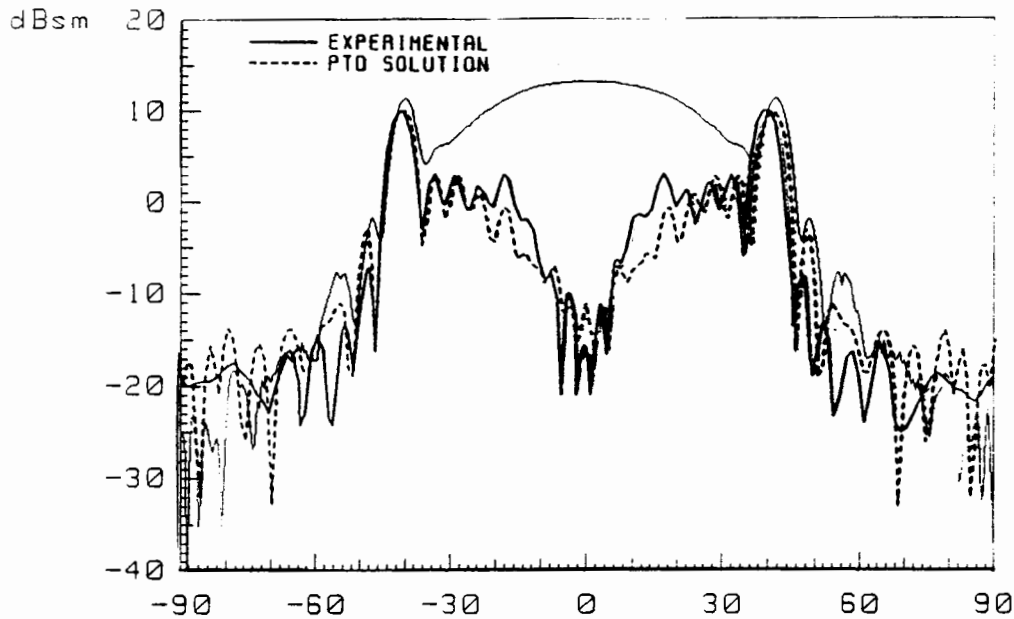


Figura 12-11: Sección recta de un diedro de  $98^\circ$  formado por placas cuadradas de lado de lado  $5.6\lambda$  a  $9.4\text{GHz}$ . Comparación de los resultados de procesado gráfico (línea fina) con medidas y predicciones de PTD que tienen en cuenta dobles reflexiones.

### 12.3.3 Blancos radar complejos

En el capítulo 9 se analizó el misil genérico de la figura 12-12 (ver 9.5.2) aplicando la aproximación de óptica física de primer orden. Los resultados obtenidos eran algo inferiores a lo esperado para direcciones de incidencia próximas a la bisectriz del ángulo formado por el fuselaje y el borde de ataque del ala. Esta diferencia se atribuyó a la presencia de dobles reflexiones. Para comprobarlo, se ha analizado el mismo objeto con el método de *radiosity*.

La figura 12-13 presenta los resultados del procesado gráfico con iluminación global (*radiosity*) comparados con los del procesado gráfico de primer orden (óptica física) y medidas de un modelo a escala en cámara anecoica [Youssef'89]. Puede observarse que el método de *radiosity* aumenta la sección recta obtenida por óptica

geométrico, por lo que puede modificarse la superficie de forma interactiva, calculando la sección recta en cualquier fase del proceso de diseño, hasta conseguir finalmente un modelo cuya sección recta cumpla las especificaciones.

El procedimiento manual puede automatizarse mediante optimización iterativa de la misma forma que con los métodos clásicos, pero con dos ventajas: En primer lugar, el método de procesamiento gráfico se basa en un modelado del blanco mediante superficies paramétricas, que precisa un número muy inferior de parámetros que los mallados o superficies facetizadas habituales en los métodos clásicos. En segundo lugar, la visualización constante de una imagen del blanco permite seguir en tiempo real la evolución de la superficie sin un coste adicional. La imposición de restricciones aerodinámicas y estructurales a la forma de la superficie puede realizarse mediante el acceso a la base de datos de modelado geométrico, de forma análoga a como se realiza con los métodos clásicos.

Por otra parte, la visualización de una imagen del blanco permite identificar los puntos brillantes sobre la superficie para una cierta dirección de incidencia, que deben ser eliminados para lograr una optimización de sección recta. Además, la visualización con métodos de iluminación global permite detectar la presencia de reflexiones múltiples y, en su caso, las superficies en que se producen.

Finalmente, debe resaltarse la importancia de disponer de una herramienta de cálculo electromagnético en tiempo real integrada en el entorno de diseño asistido por computador utilizado por la industria aeronáutica.



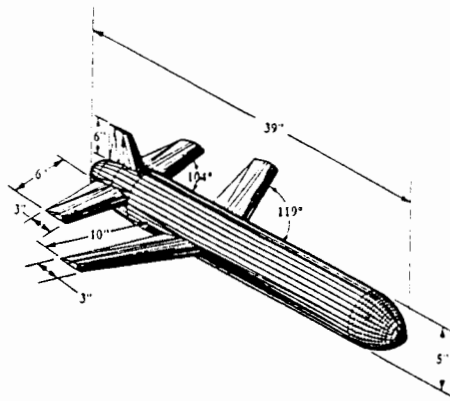


Figura 12-12: Misil genérico, de longitud aproximadamente 1 metro.

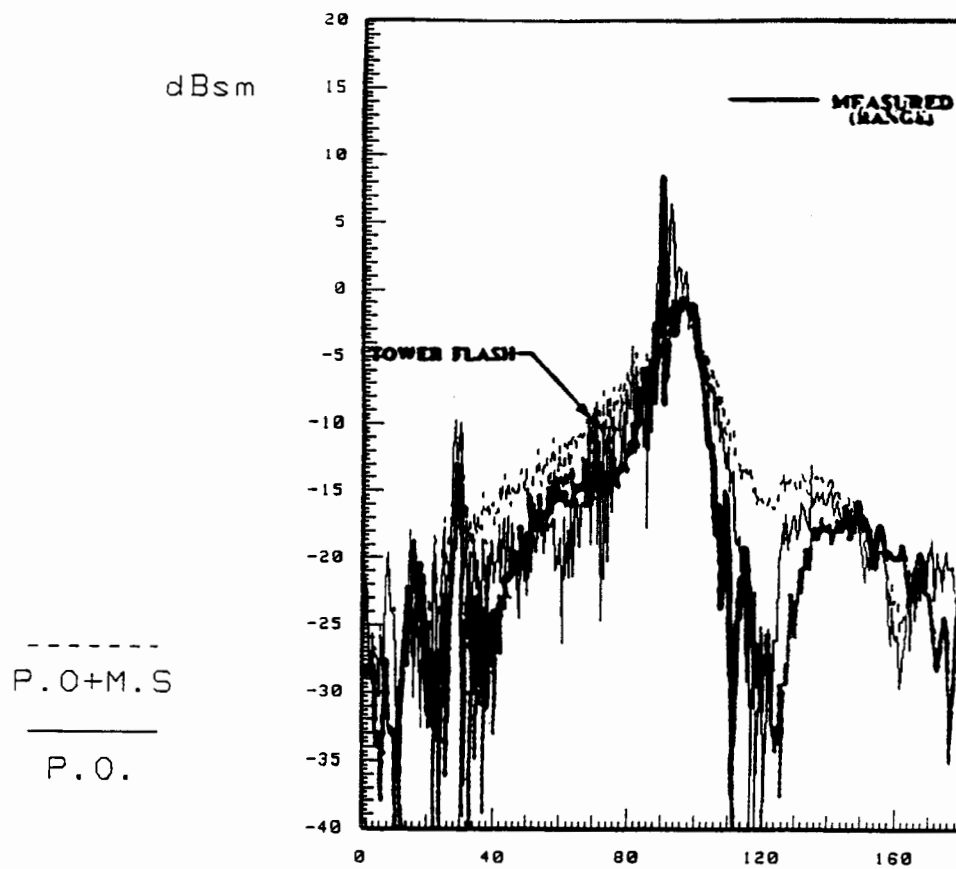


Figura 12-13: Sección recta del misil de la figura 12-12 a una frecuencia de 12 GHz con polarización vertical. Comparación de los resultados de procesado gráfico de primer orden (línea continua fina) con el método de radiosity (línea a trazos fina) y medidas realizadas por Boeing Aerospace (línea continua gruesa) [Youssef'89].

física de primer orden para ángulos de aspecto alrededor de  $60^\circ$ , en los que se produce una doble reflexión entre ala y fuselaje. Los resultados aproximan por exceso la sección recta medida, particularmente en las direcciones en las que se producen reflexiones múltiples, mientras que el error es mínimo cuando únicamente existen reflexiones simples. Lógicamente, la naturaleza incoherente del método lo hace incapaz de predecir los nulos debidos a cancelaciones de fase (ángulo de aspecto  $120^\circ$ ).

## 12.4 CONCLUSIONES

Se ha estudiado la posibilidad de obtener la contribución de las reflexiones múltiples entre superficies mediante la aplicación de métodos de iluminación global para el procesado gráfico. Este tipo de iluminación permite tener en cuenta las reflexiones de los rayos entre las superficies de los objetos que forman la escena, consiguiendo, con un procesado mas costoso, imágenes más realistas que los métodos de iluminación local, que sólo tienen en cuenta las primeras reflexiones.

Los métodos de iluminación global más utilizados son el de trazado de rayos, que se basa en la generación del árbol de rayos reflejados que intervienen en la escena, y el método de radiancia o *radiosity*, que se basa en la conservación de la energía reflejada por todas las superficies. El método de trazado de rayos es extraordinariamente costoso, pues genera un árbol de rayos para cada pixel de pantalla, con lo que su utilización queda descartada si se pretende obtener resultados en tiempo real.

El método de *radiosity* permite obtener imágenes en tiempo casi-real, con lo que puede aproximarse la sección recta con reflexiones múltiples en un tiempo reducido, similar al requerido por los métodos clásicos (ver 9.1) implementados en super-ordenador vectorial. Además, gran parte de los cálculos dependen únicamente de la geometría del objeto, pero no de la dirección de iluminación ni del punto de vista, lo cual acelera extraordinariamente la obtención de la sección recta de un mismo blanco para un número elevado de ángulos de aspecto.

Sin embargo, el método de *radiosity*, al basarse en consideraciones de equilibrio energético a frecuencia óptica, supone frecuencia infinita, con lo que la imagen en pantalla corresponde a una suma incoherente de todos los rayos múltiplemente reflejados, y la sección recta obtenida por procesado gráfico es una aproximación por exceso a la sección recta real. De esta forma, se pueden identificar las direcciones de observación en las que aparecen picos de sección recta debidos a reflexiones múltiples y obtener una cota superior de los mismos. Esos picos no se pueden detectar por óptica física primer orden.

En conclusión, el procesado gráfico con el método de *radiosity* permite obtener una cota superior de la sección recta con reflexiones múltiples en tiempo casi-real, lo cual se puede aplicar al diseño interactivo de aviones con especificaciones de sección recta: permite validar, en un momento dado, el resultado obtenido mediante la aproximación de óptica física en tiempo real. Si la sección recta con reflexiones múltiples es del mismo orden que la de óptica física, no existe una contribución importante de las reflexiones múltiples para esta dirección de incidencia. Si es de mayor magnitud, existe la posibilidad de esta contribución, y, además de acotar superiormente la sección recta, permite detectar sobre la pantalla de la estación gráfica las superficies candidatas a sufrir la doble reflexión. La forma de dichas superficies puede optimizarse para eliminar las reflexiones múltiples y lograr una importante reducción de sección recta.

## CONCLUSIONES

En este último capítulo se resumen muy brevemente, desde un punto de vista global, las conclusiones finales del trabajo realizado en la presente tesis. Las conclusiones detalladas de cada uno de los algoritmos de procesado gráfico se encuentran al final de los capítulos correspondientes.

Los métodos de predicción de sección recta habitualmente utilizados se basan en el modelado geométrico de la superficie del blanco con facetas poligonales planas y la aplicación de técnicas asintóticas de alta frecuencia. Sin embargo, su aplicación a blancos complejos es computacionalmente muy costosa cuando se modela el blanco mediante un número muy elevado de facetas. Esto dificulta en gran medida el diseño y optimización de formas de baja detectabilidad radar, en donde es necesario un proceso repetitivo de modelado (en una estación de trabajo) y cálculo de sección recta (en un superordenador), que requiere un gran número de iteraciones hasta llegar a un resultado satisfactorio.

El problema se ha solucionado en la presente tesis con el desarrollo del "procesado gráfico", que permite obtener la sección recta en tiempo real procesando una imagen del blanco presente en la pantalla de la estación gráfica. Dicha imagen se genera mediante software de visualización realista tridimensional a partir de un modelo geométrico del blanco basado en superficies paramétricas. Este tipo de modelo presenta las siguientes ventajas sobre los modelos clásicos de facetas:

- La superficie del modelo se ajusta con mayor precisión a la superficie real del blanco.
- La cantidad de información necesaria para definir un objeto complejo es varios ordenes de magnitud inferior, lo cual supone un ahorro muy importante de memoria de almacenamiento masivo para la base de datos.

- La visualización realista de superficies paramétricas se encuentra implementada en el hardware de las estaciones de trabajo 3-D, lo cual permite obtener imágenes en tiempo real.

Entre las numerosas ventajas que presentan las técnicas de procesado gráfico sobre los métodos más utilizados en la actualidad merece destacarse el reducido coste computacional, independiente del tamaño eléctrico y complejidad del objeto analizado, lo cual hace muy adecuada su aplicación a blancos radar reales. Los resultados pueden obtenerse en tiempo real si se utiliza una estación de trabajo tridimensional con acelerador gráfico 3-D.

El procesado gráfico para predicción de sección recta considera los siguientes mecanismos de difracción:

- Reflexión de primer orden en superficies perfectamente conductoras, mediante la aproximación de óptica física. Los resultados son correctos cuando predomina la reflexión en grandes superficies, lo cual sucede en la mayoría de los blancos radar no *stealth*.
- Reflexiones múltiples entre superficies. Se ha utilizado un método de iluminación global a frecuencia óptica y, por tanto, incoherente. Por ello, el resultado obtenido no es exactamente la sección recta sino una cota superior, lo cual permite detectar la presencia de reflexiones múltiples e identificar las superficies que interaccionan entre sí.
- Reflexión en superficies recubiertas con materiales absorbentes radar (RAM). Se utiliza una condición de contorno aproximada, lo cual equivale a definir una impedancia superficial que permite calcular los coeficientes de reflexión de Fresnel para cada punto de la superficie. La aproximación es válida cuando existe un punto de reflexión especular sobre la superficie del blanco y, por tanto, no es aplicable a aparatos *stealth*.
- Difracción en aristas perfectamente conductoras, utilizando el método de las corrientes equivalentes y los coeficientes de difracción de PTD. Sobre una imagen del blanco se detectan las aristas y se calculan los coeficientes de difracción por técnicas gráficas. Los coeficientes de PTD son válidos para incidencia perpendicular a la arista, situación que corresponde a la principal contribución en los blancos radar no *stealth*.

No se han considerado algunos mecanismos de reflexión en alta frecuencia que, en algunos casos particulares, pueden generar contribuciones significativas a la sección recta: reflexión de ondas de superficie, respuesta de cavidades y el fenómeno de las *creeping waves*.

A pesar de la simplicidad de la aproximación, los resultados obtenidos con óptica física para los blancos radar más habituales, no *stealth*, se ajustan bien a las medidas de modelos a escala [Youssef'89] [Maffet'89] y a los resultados de métodos de alta frecuencia referenciados en la literatura [Youssef'89] [Domingo'90]. En las direcciones de observación en que la difracción en aristas es importante, la aplicación del método de las corrientes equivalentes mejora considerablemente los resultados, obteniendo el valor correcto de sección recta para ambas polarizaciones.

Para aplicar las técnicas de procesado gráfico a aparatos *stealth* deben implementarse aproximaciones de alta frecuencia capaces de predecir correctamente las contribuciones de segundo orden: por una parte, difracción en aristas oblicuas con el método de las corrientes equivalentes y los coeficientes de difracción de longitud incremental de Mitzner y, por otra, contribución de cuñas y discontinuidades entre superficies dieléctricas y/o magnéticas, para las que debe aplicarse una condición de contorno de orden superior.

El hecho de que el software de cálculo de sección recta procese una imagen del blanco, permite integrarlo dentro del paquete de modelado geométrico [I-DEAS], de forma que para el diseño y optimización de formas de baja detectabilidad la iteración modelado-cálculo se realiza en tiempo real y de forma interactiva.

La innovación de nuestro trabajo consiste precisamente en el algoritmo de procesado gráfico de una imagen del blanco en tiempo real, así como en la integración de los procesos de modelado del blanco y análisis electromagnético, utilizando superficies paramétricas, lo cual permite el diseño interactivo de aviones con unas ciertas especificaciones de sección recta. Dicha integración se realiza a través de las técnicas de visualización tridimensional que permiten el procesado gráfico del blanco modelado. La ventaja del procesado gráfico sobre las técnicas de cálculo de sección recta ya existentes reside en poder obtener resultados en tiempo real con una estación de trabajo, sin necesidad de recurrir a super-ordenadores vectoriales.

### **Aplicación al diseño interactivo de formas de baja detectabilidad**

El cálculo de la sección recta de blancos radar complejos en tiempo real con una estación de trabajo gráfica hace posible, por vez primera, el diseño interactivo de aparatos que cumplan unas determinadas especificaciones de sección recta. En este campo ya se dispone de una experiencia previa [Broquetas'89], basada en la identidad de Bojarski o aproximación de óptica física inversa. Sin embargo, esta identidad no es aplicable a nuestro problema debido a la imposibilidad de especificar una curva de sección recta tal que la superficie correspondiente sea compatible con

las restricciones aerodinámicas y estructurales habituales en aeronáutica. Por este motivo, debe pensarse en métodos iterativos de reducción de la sección recta de una superficie inicial que sea compatible con todas las restricciones.

Sin embargo, la solución del problema electromagnético inverso por métodos clásicos es de gran dificultad y requiere un enorme coste computacional. Se basa conceptualmente en la minimización iterativa de una función de coste que evalúa la diferencia entre la sección recta actual y las especificaciones. Esta minimización se lleva a cabo mediante sucesivas modificaciones de la superficie del blanco sujetas a restricciones aerodinámicas y estructurales. El procedimiento iterativo inverso requiere el cálculo de la sección recta del blanco en cada iteración, por lo que es fundamental el disponer de algoritmos directos en tiempo real. En la figura 1 se muestra un diagrama de bloques del proceso iterativo.

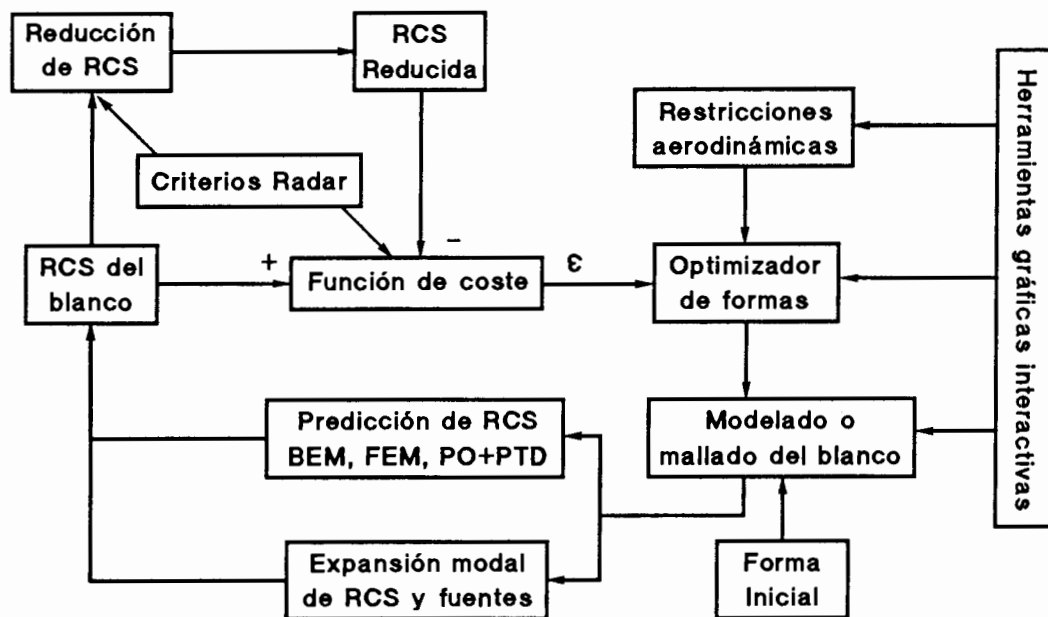


Figura 1: Proceso iterativo de optimización de formas para reducción de RCS

Es importante tener en cuenta que el algoritmo de procesado gráfico no sólo es útil por su velocidad, sino que además introduce un nuevo concepto en la solución del problema inverso: el diseño interactivo. Para ello se utiliza el paquete software de modelado geométrico [I-DEAS], que permite definir y modificar en tiempo real la forma de las superficies del avión, presentando una visualización tridimensional del modelo en la pantalla de la estación gráfica. Los algoritmos de cálculo en tiempo real por procesado gráfico permiten obtener instantáneamente una aproximación a la sección recta del avión sin necesidad de abandonar el paquete de modelado

## BIBLIOGRAFIA

- [Abad'90] R.Abad, J.I.Casado, P.L.Primo del Val, R.Torres, M.Domingo, F.Rivas, M.F.Cátedra, "Modelos matemáticos para el estudio de la RCS debida a doble reflexión, difracción en aristas, y sombras por eclipse en parches poligonales planos", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pp. 190-194, Vigo, 26-28 de Septiembre de 1990
- [Albertsen'78] N.C.Albertsen, P.L.Christiansen, "Híbrido diffraction coefficients for first and second order discontinuities of two-dimensional scatterers", *SIAM J.Appl.Math.*, 34, p.398-414, 1978
- [Alvarez'90] J.M.Alvarez, J.C.Cruellas, M.Ferrando, "A Híbrido Modal-Boundary Element Method for Electromagnetic Scattering from Arbitrary Conducting Wedges", *1990 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, pp. 1288-1291, Dallas, 7-11 Mayo 1990
- [Anderson'85] A.P.Anderson, G.G.Cook, "Incremental Propagation Procedure for Calculating Scattered Fields from Arbitrary Conductors", *Proceedings of 15th European Microwave Conference*, Paris, September 1985, pp. 213-218
- [Berg'84] P.M.Van den Berg, "Iterative Computational Techniques in Scattering Based Upon the Integrated Square Error Criterion", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-32, No. 10, Octubre 1984, pp. 1063-1071
- [Boersma'78] J.Boersma, S.W.Lee, "Surface field due to a magnetic dipole on a cylinder: asymptotic expansion of exact solution", Electromagnetics Lab. Dept. of Electr. Eng. University of Illinois, Tech. rep. EM78-17, dic. 1978
- [Boor'78] C. de Boor, "A Practical Guide to Splines", Springer-Verlag, New York, 1978.



- [Born'59] M. Born, E. Wolf, "*Principles of Optics*", Pergamon, Nueva York, 1959
- [Borup'87] D.T. Borup, D.M. Sullivan, Om P. Gandhi, "Comparison of the FFT Conjugate Gradient Method and the Finite-Difference Time-Domain Method for the 2-D Absorption Problem", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. MTT-35, No.4, Abril 1987, pp. 383-395
- [Brookner'88] E. Brookner, Editor, "*Aspects of Modern Radar*", Artech House, 1988
- [Broquetas'89] A. Broquetas, J. Romeu, C. Espinós, L. Jofre, M. Ferrando, "Análisis de la difracción de cuerpos metálicos mediante el método incremental", *IV Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 620-624, Santander, 25-27 Septiembre 1989
- [Broquetas'89b] A. Broquetas, J.M. Rius, X. Fábregas, S. Galmes, L. Jofre, "Reconstrucción de la reflectividad y forma de blancos radar", *IV Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 625-628, Santander, 25-27 Septiembre 1989
- [Broquetas'90] A. Broquetas, X. Fábregas, J. Xarrie, L. Jofre, A. Cardama, "A Compact System for Radar Cross Section Measurement and Imaging up to 40 Ghz", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'90*, Niza, 13-16 Noviembre 1990
- [Brunet'89] P. Brunet, "Solid Modeling", *Geometric Modeling: Methods and their Applications*, Proc. III Reunión anual de Eurographics, Sección Española, 24-26 de Abril de 1989, Barcelona
- [Brunet'90] P. Brunet, A. Vinacua, "*Modelado geométrico: Métodos y aplicaciones*", Seminario organizado por M. Felipe Cátedra, Universidad de Cantabria, 3-6 Julio 1990, Santander.
- [Burgoon'89] D.A. Burgoon, "Global Illumination Modeling using Radiosity", *Hewlett-Packard Journal*, Vol.40, No.6, Diciembre 1989
- [Burnside'79] W.D. Burnside, P.H. Pathak, cap. de "*Theoretical Methods for Determining the Interaction of Electromagnetic Waves with Structures*", p.518, ed. J.K. Skwirzynski, Sijthoff y Nordhoff, 1979
- [Cátedra'89] M.F. Cátedra, E. Gago, L. Nuño, "A Numerical Scheme to obtain the RCS of Three-Dimensional Bodies of Resonant Size using the Conjugate Gradient Method and the Fast Fourier Transform", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-37, No. 5, pp. 528-537, Mayo 1989

- [Cátedra Sem'90] "Seminario de Técnicas de Cálculo y Medidas de Sección Recta", organizado por M. Felipe Cátedra, Universidad de Cantabria, Santander, 17-20 Septiembre 1990
- [Cátedra'90a] M.F.Cátedra, E.Gago, L.Nuño, "3DBODY Computer Code", "Radar Cross Section of Complex Objects", IEEE Press, 1990
- [Cátedra'90b] M.F.Cátedra, F.Ruiz, E.Gago, "Analysis of Arbitrary Metallic Surfaces Conformed to a Circular Cylinder Using the Conjugate Gradient Fast Fourier Transform (CG-FFT) Method", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-38, No. 2, pp. 286-289, Febrero 1990
- [Chan'77] K.K.Chan, L.B.Felsen, A.Hessel, J.Shmoys, "Creeping waves on a perfectly conducting cone" *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-25, No.5, p.661-670, sept. 1977
- [Chang'76] Z.W.Chang, L.B.Felsen, A.Hessel, "Surface ray methods for mutual coupling in conformal arrays on cylinder and conical surfaces", Polytechnic Institute of New York, Final Rep. 1976
- [Ciarkowski'84] A.Ciarkowski, J.Boersma, R.Mitra, "Plane Wave Diffraction by a Wedge - A Spectral Domain Approach", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-32, No.1, enero 1984
- [Cohen'85] M.F. Cohen, D.P. Greenberg, "The hemi-Cube: A Radiosity Solution for Complex Environments", *ACM Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH 1985), Vol. 19, no. 3, July 1985, pp. 31-40.
- [Cohen'86] M.F. Cohen, D.P. Greenberg, D.S. Immel, P.J. Brock, "An Efficient Radiosity Approach for Realistic Image Synthesis", *IEEE Computer Graphics and Applications*, March 1986, pp. 26-35.
- [Cohen'88] M.F. Cohen, S.E. Chen, J.R. Wallace, D.P. Greenberg, "A Progressive Refinement Approach to Fast Radiosity Image Generation", *ACM Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH 1988), Vol. 22, no. 4, August 1988, pp. 75-84.
- [Collins'90] J.D.Collins, J.L.Volakis, J.M.Jin, "A Combined Finite Element-Boundary Integral Formulation for Solution of Two-Dimensional Scattering Problems via CG-FFT", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-38, no. 11, November 1990, pp. 1852-1859
- [Cook'89] G.G.Cook, A.P.Anderson, A.S.Turnbull, "Spectral Incremental Propagation (SIP) Procedure for Fast Calculation of Scattered Fields from Conducting Bodies", *IEE Proceedings*, Vol.136, Pt.H, No.1, Febrero 1989

- [Crispin'65] J.W.Crispin, A.L.Maffett "Radar Cross Section Estimation for Complex Shapes", *IEEE Proc.*, Agosto 1965, pp. 972-983
- [Crispin'68] J.W.Crispin, K.M.Siegel, "*Methods of Radar Cross Section Analysis*", Academic Press, New York, 1968
- [Dahmen'89] W.Dahmen, "Smooth Piecewise Quadric Surfaces", capítulo en *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design*, T.Lyche y LL.Schumaker, eds., Academic Press, Boston, 1989, pp.181-193
- [Dewey'88] B.R.Dewey, "*Computer Graphics for Engineers*", Harper & Row, 1988
- [Domingo'90] M.Domingo, F.Rivas, M.F.Cátedra, R.Abad, J.I.Casado, P.L.Primo del Val, R.Torres, "Programa base de GTD-PTD para el cálculo de la RCS de cuerpos conductores modelados por parches planos y teniendo en cuenta simple y doble reflexión, difracción en aristas y eliminación de zonas oclutas" *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 185-189, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Duffo'90] N.Duffo, J.C.Cruellas, M.Ferrando, "Cálculos electromagnéticos en 3 dimensiones mediante el método de los elementos de contorno", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 324-327, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Fábregas'90] X.Fábregas, A.Broquetas, "*RCS ISAR en campo próximo: Identificación de centros de eco*", Documento de pruebas y resultados UPC-ISARCE-PR-001, grupo A.M.R. de la Universidad Politécnica de Cataluña, 18 diciembre 1990.
- [Farin'88] G.Farin, "*Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A practical Guide*", Academic Press, 1988
- [Felsen'55] L.B.Felsen, "Back Scattering from wide-angle and narrow-angle cones", *J.Appl.Phys.*, 26, p.138-151, 1955
- [Fock'57] V.A.Fock, "*Diffraction, Refraction and Reflection of Radio Waves*", Thirteen Papers, N.A.Logan and P.Blacksmith (eds.), AFCRC-TN-57-102, ASTIA Doc., No. AD 117 276
- [Glassner'89] A.S.Glassner, J.Arvo, R.L.Cook, E.Haines, P.Hanrahan, P.Heckbert, "*Introduction to Ray-Tracing*", Academic Press, 1989
- [Gonzalez'90a] S.González, B.García, R.Gómez, "Fundamentos y algoritmos utilizados en el desarrollo de un programa FDTD para el cálculo de la RCS de estructuras bidimensionales", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 744-748, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

- [Gonzalez'90b] S.González, B.García, R.Gómez, I.Sánchez, "Análisis y demostración gráfica de un programa FDTD bidimensional", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 749-753, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Goral'84] C.M. Goral, K.E. Torrance, D.P. Greenberg, B. Battaile, "*Modeling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces*", *ACM Computer Graphics*, Proceedings of SIGGRAPH 1984.
- [Gordon'75] W.B.Gordon, "Far Field Approximation of the Kirchhoff-Helmholtz Representation of Scattered Fields", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-23, No.5, July 1975, pp. 864-876.
- [Goryanov'61] A.S.Goryanov, "Diffraction of a plane electromagnetic wave propagated along the axis of a cone", *Radio Eng. Electron.* 6, p.65-81, (traducción inglesa de Radioteknika i Elektronika 6, p.47-57), 1961
- [Gouraud'71] H.Gouraud, "*Computer Display of Curved Surfaces*", Tesis Doctoral, Univ. of Utah, 1971
- [Greenberg'86] D.P. Greenberg, "Ray Tracing and Radiosity", State of the Art in Image Synthesis, course notes, *SIGGRAPH 1986*.
- [Greenberg'86] D.P. Greenberg, M.F. Cohen and K.E. Torrance, "Radiosity: A method for computing global illumination", *The Visual Computer*, Vol. 2, no. 5, September 1986.
- [Griesser'87a] T.Griesser, C.A.Balanis, "Backscatter analysis of dihedral corner reflectors using physical optics and the physical theory of diffraction", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-35, no.10, pp.1137-1147, octubre 1987.
- [Griesser'87b] T.Griesser, C.A.Balanis, "Dihedral corner reflectors backscatter using higher order reflections and diffractions", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-35, no.11, pp.1235-1247, noviembre 1987.
- [Hagen'90] H.Hagen, J.Hoschek, "Curve and Surface Interrogation and Spline Conversion", *Proc. III Reunión Anual de Eurographics*, Sección Española, 24-26 de Abril de 1989, Barcelona.
- [Harrington'68] R.F.Harrington, "*Field Computation by Moment Methods*", MacMillan, New York, 1968
- [Heath'84] G.E.Heath, "Impedance boundary condition integral equations", *1984 Int. Symp. Antennas and Propagation Symp. Digest*, vol.II, p.697

- [Heras'90] F. de las Heras, J.L.Fernández Jambrina, "Modelado de superficies curvas mediante hilos y parches en aplicaciones de cálculo de sección radar utilizando el método de los momentos", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 754-758, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Hermida'90] X. Fernández Hermida, V. Santalla del Rio, A. García Pino, "Optica geométrica sobre superficies modeladas mediante splines. Aplicación al cálculo de la RCS de cavidades", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 200-204, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Hermida Dallas'90] X. Fernández Hermida, A. García Pino, "Spline Modeling to Compute de RCS of Arbitrarily Shaped Cavities by the GO/AI Method", *Proc. of IEEE/URSI Meeting*, Dallas, 7-11 Mayo 1990, p.280
- [Hermida'91] X. Fernández Hermida, J.A.Fraga, J.M.Rius, "Nuevas aplicaciones del modelado geométrico en problemas electromagnéticos", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991
- [I-DEAS] *"I-DEAS Geomod Users Guide"*, Structural Dynamics Research Corporation (SDRC), Milford, OH 45150
- [Idemen'80] M.Idemen, H.Serbest, "Some canonical problems of GTD related to edges on spherically curved surfaces", *Proc. 1980 IEEE AP-S Quebec*, Canada
- [Idemen'83] M.Idemen, E.Erdogan, "Diffraction of the creeping waves generated on a perfectly conducting spherical scatterer by a ring source", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-31, No.5, sept.1983
- [Jacobs'33] E.N.Jacobs, K.E.Ward, R.M.Pinkerton, *"The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel"*, Nat. Advisory Comm. for Aeronautics, Washington, DC, NACA Tech. Rep. 460, 1933.
- [JINA'90] Workshop: *"RCS of perfectly conducting or coated bodies"*, organizado por Dassault Aviation, Société Mothesim y CNET-PAB La Turbie, Niza, 16 de noviembre de 1990
- [Hwang'74] Y.M. Hwang, R.G.Kouyoumjian, "A Dyadic Reflection Coefficient for an Electromagnetic Wave which is rapidly varying at an Edge" *USNC-URSI 1974 Annual Meeting*, Boulder, CO, octubre 1974
- [Kastner'82] R.Kastner, *"Spectral-Domain Iterative Techniques for Analyzing Electromagnetic Scattering from Arbitrary Bodies (SIT)"*, Tesis Doctoral, Univ. Illinois, Urbana, Mayo 1982

- [Kastner'83] R.Kastner, R.Mitra, "A Spectral-Iteration Technique for Analyzing Scattering from Arbitrary Bodies", Part I: Cylindrical Scatterers with E-Wave Incidence & Part II: Conducting Cylinders with H-Wave Incidence, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-31, No. 3, Mayo 1983, pp. 499-506 & 535-537.
- [Keller'56] J.B.Keller, "Diffraction by a convex cylinder", *IRE Trans. AP-24*, p.313-321, 1956
- [Keller'57] J.B.Keller, "Diffraction by an Aperture", *App. Phys.*, Vol.28, No.4, Abril 1957, pp.426-444
- [Klement'88] D.Klement, J.Peissner, V.Stein, "Special Problems in Applying the Physical Optics Method for Backscatter Computations of Complicated Objects", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-36, No.2, Febrero 1988, pp.228-237
- [Knott'74] E.F.Knott, T.B.Senior, "Comparison of Three High-Frequency Diffraction Techniques", *Proc. IEEE*, Vol.62, No.11, Noviembre 1974
- [Knott'84] E.F.Knott, T.B.A.Senior, "Equivalent Currents for a Ring Discontinuity", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-32, No.3, Marzo 1984, pp.252-258
- [Knott'85] E.F.Knott, J.F.Shaeffler, M.T.Tuley, "*Radar Cross Section*", Artech House, 1985
- [Knott AP'85] E.F.Knott, "The relationship between Mitzner's ILDC and Michaeli's Equivalent currents", *IEEE Trans. Antennas Propag.* Vol. AP-33, No.1, Enero 1985, pp.112-114
- [Ko'77] Wai Lee Ko, R.Mitra, "A New Approach Based on a Combination of Integral Equation and Asymptotic Techniques for Solving Electromagnetic Scattering Problems", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-25, No.2, pp. 187-197, Marzo 1977
- [Kong'90] J.A.Kong, M.A.Morgan, Eds., "*PIER-2: Progress in Electromagnetic Research. Finite Element and Finite Differences Methods in Electromagnetic Scattering*", Elsevier, New York, 1990
- [Kouyoumjian'74] R.G.Kouyoumjian, P.H.Pathak, "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an edge in a Perfectly Conducting Surface", *Proc. IEEE*, Vol.62, No.11, Noviembre 1974, pp. 1448-1461
- [Kouyoumian] R.G.Kouyoumjian, P.H.Pathak, "A Uniform GTD approach to EM scattering and radiation", cap. del libro "*Handbook on Acoustic and Elastic Wave Scattering*", ed. por V.J.Varadan y V.V.Varadan, North Holland Publishers.

- [Kouyoumjian'84] R.G.Kouyoumjian, P.H.Pathak, *Séminaire sur les Méthodes Numériques et Asymptotiques*, 3-7 Septiembre 1984, ESE, Vol.III, p.25
- [Lee'76] S.W.Lee, G.A.Deschamps, "A Uniform Asymptotic Theory of Electromagnetic Diffraction by a Curved Wedge", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-24, No.1, Enero 1976, pp.25-34
- [Lee'78] S.W.Lee, "Mutual admittance of slots on a cone: solution by ray techniques", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-26, No.6, p.768-773, nov. 1978
- [Lee, Safavi'78] S.W.Lee, S.Safavi-Naini, "Approximate asymptotic solution of surface field due to a magnetic dipole on a cylinder", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-26, No.4, p.593-598, julio 1978
- [Leontovich'48] *Investigation of Propagation of Radiowaves*, pt.II, Moscú, 1948.
- [Lynch'86] D.R.Lynch, K.D.Paulsen, J.W.Strohbehm, "Hybrid Element Method for Unbounded Electromagnetic Problems in Hypertermia", *Int. Journ. Numer. Meth. in Eng.*, vol. 23, pp. 1915-1937
- [Ling'90] H. Ling, "RCS of Waveguide Cavities: A Hybrid Boundary-Integral/Modal Approach", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-38, No.9, September 1990
- [Lozano'91] A.Lozano, J.M.Rius, A.Cardama, "Cálculo de RCS de bordes arbitrarios y cavidades en aviones complejos", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991
- [Maffet'89] A.L.Maffet, *Topics for a Statistical Description of Radar Cross Section*, John Wiley & Sons, 1989
- [Mathews'65] J.Mathews, R.L.Walker, *Mathematical Methods of Physics*, Benjamin, 1965
- [Medgyesi'89] L.N.Medgyesi-Mitschang and D.-S.Wang, "Hybrid Methods for Analysis of Complex Scatterers", *IEEE Proc.*, Vol.77, No.5, May 1989, pp. 770-779
- [Mensa'82] D.L.Mensa, *High Resolution Radar Imaging*, Artech House, 1982
- [Michaeli'84] A.Michaeli, "Equivalent Edge Currents for Arbitrary Aspects of Observation", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-23, No.3, Marzo 1984, pp.252-258. Ver corrección en Vol. AP-23, Febrero 1985, p.227
- [Mitzner'67] K.M.Mitzner, "An integral equation approach to scattering from a body of finite conductivity", *Radio Sci.*, vol.2, pp. 1459-1467

- [Mitzner'74] K.M.Mitzner, "Incremental Length Diffraction Coefficients", Technical Report No. AFAL-TR-73-296, Northrop Corporation, Aircraft Division, Abril 1974
- [Molinet] F.Molinet, "Synthese sur les coefficients de diffraction en TGD: Classification, domaines de validite, exemples numeriques".
- [Molinet] F.Molinet, "Solution asymptotique uniforme pour la diffraction d'une localement plane par une ligne de discontinuité de la courbure et par la pointe d'un cone"
- [Molinet] F.Molinet, "Diffraction d'une onde rampante par une ligne de discontinuité du plan tangent", *Annales des Télécom.* tome 32, No.5-6, p.197, mayo-junio 1977
- [Pathak'74] P.H.Pathak, R.G.Kouyoumjian, "An analysis of the radiation from apertures in curved surfaces by the geometrical theory of diffraction", *Proc. IEEE*, Vol.62, p.1438-1461, nov. 1974
- [Pathak'77] P.H.Pathak, R.G.Kouyoumjian, "On the diffraction on edge excited surface rays", *Proc.1977 UNSC/URSI*, Standford, CA, 22-24 junio 1977
- [Pathak'80] "P.H.Pathak, W.D.Burnside, R.J.Marhefka, "A uniform GTD analysis of the diffraction of electromagnetic waves by a smooth convex surface", *IRE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-28, No.5, p.631-642, sept. 1980
- [Pathak'81] "P.H.Pathak, N.Wang, W.D.Burnside, R.G.Kouyoumjian, "Uniform GTD solution for the radiation from sources on a smooth convex surface", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-29, No.4, p-600-621, julio 1981
- [Pathak'81] P.H.Pathak, N.N.Wang, "Ray analysis of mutual coupling between antennas on a convex surface", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-29, No.6, p.911-922, nov.1981
- [Pathak'89] P.H.Pathak, R.J.Burkholder, "Modal, Ray and Beam Techniques for Analyzing the EM Scattering by Open-Ended Waveguide Cavities", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-37, No.5, Mayo 1989, pp. 635-647
- [Pauli'38] W.Pauli, "On asymptotic series for functions in the theory of diffraction of light", *Phys. Rev.*, Vol. 54, pp.924-931, 1938
- [Paulsen'88 ] K.D.Paulsen, D.R.Lynch, J.W.Strohbehn, "Three-Dimensional Finite, Boundary and Hybrid Element Solutions of the Maxwell Equations for Lossy Dielectric Media", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol.MTT-36, No.4, Abril 1988, pp. 682-693



- [Peters'58] L.Peters, "End-Fire Echo Area of Long, Thin Bodies", *IRE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-6, No.1, Enero 1958, pp.133-139
- [Phong'73] B.T.Phong, "*Illumination for Computer Generated Images*", Tesis Doctoral, Univ. of Utah, 1973
- [Pizarroso'90] M.Pizarroso, J.Pérez, M.F.Cátedra, "Software geométrico para el cálculo de RCS de sólidos modelados por NURBS", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 195-199, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Rahmat'77] Y.Rahmat-Samii, R.Mittra, "A spectral domain interpretation of high frequency diffraction phenomena", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-25, pp.676-687, 1977
- [Ransen'90] O.F.Ransen, "The Art of Ray Tracing", *Byte*, febrero 1990, pp. 238-242
- [Rius'89] J.M.Rius, "*Algoritmo de propagación incremental de campo antisimétrico sobre superficies conductoras*", informe interno del Grupo A.M.R., Dpto. de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Politécnica de Cataluña, junio 1989.
- [Rius URSI'89] J.M.Rius, M.Ferrando, A.Broquetas, L.Jofre, "Métodos híbridos para análisis de la difracción y sección recta radar de cuerpos metálicos complejos", *III Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 616-619, Santander, 25-27 Septiembre 1989
- [Rius URSI'90] J.M.Rius, M.Vall-llossera, M.Ferrando, "Sección recta de blancos radar complejos en tiempo real: aproximación de óptica física", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 180-185, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Rius Dallas'90] J.M.Rius, M.Ferrando, "Real Time Radar Cross-Section of Complex Targets by Physical Optics Graphical Processing", *Proc. 1990 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, pp. 1280-1283, Dallas, 7-11 Mayo 1990
- [Rius Jina'90] J.M.Rius, M.Vall-llossera, M.Ferrando, "Fast Algorithms for Radar Cross Section Computation of Complex Objects", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'90*, Niza, 13-16 Noviembre 1990
- [Rius JINA'90b] J.M.Rius, M.Vall-llossera, "Physical Optics Graphical Processing", Actas del Workshop: "RCS of perfectly conducting or coated bodies" Niza, 16 de Noviembre 1990

- [Rius'91a] J.M.Rius, M.Vall-llossera, "High Frequency Radar Cross Section of Complex Objects in Real Time", *1991 IEEE AP-S International Symposium* London, Ontario, Canadá, Junio 1991
- [Rius'91b] J.M.Rius, M.Vall-llossera, A.Cardama, "High Frequency RCS of Perfectly Conducting or Coated Complex Objects in Real Time", *21th EUROPEAN MICROWAVE CONFERENCE*, 9-12th September 1991, Stuttgart, Germany
- [Rius'91c] J.M.Rius, M.Vall-llossera, A.Cardama, "Real Time RCS of Perfectly Conducting or Coated Radar Targets", *2nd International Conference on ELECTROMAGNETICS IN AEROSPACE APPLICATIONS (ICEAA 91)* 17-20th September 1991, Torino, Italy
- [Rius URSI'91a] J.M.Rius, M.Vall-llossera, L.Jofre, "Diseño interactivo de formas de baja detectabilidad radar", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991
- [Rius URSI'91b] J.M.Rius, M.Vall-llossera, A.Cardama, "Predicción de RCS de aviones de baja detectabilidad: Nuevas técnicas de procesado gráfico", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991
- [Rojas'88] R.G.Rojas, "Electromagnetic diffraction of an obliquely incident plane wave field by a wedge with impedance faces", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-36, No.7, julio 1988, pp. 956-970
- [Ross'66] R.A.Ross, "Radar Cross Section of Rectangular Plates as a Function of Aspect Angle", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-14, No.3, Mayo 1966, pp.329-335
- [Ryan'69] C.E.Ryan, L.Peters, "Evaluation of Edge-Diffracted Fields Including Equivalent Currents for Caustic Regions", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol.AP-17, No.3, Mayo 1969, pp.292-299. Ver corrección en Vol. AP-18, Marzo 1970, p.275
- [Sabaté'91] R.Sabaté, J.M.Rius, "Análisis de antenas de reflector mediante procesado gráfico", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991
- [Sederberg'84] T.W.Sederberg, "Implicit Representation of Parametric Curves and Surfaces", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol.28, No.1, Enero 1984, pp.72-84.
- [Sederberg'89] T.W.Sederberg, "Techniques for Cubic Algebraic Surfaces", *IEEE Computer Graphics and Applic.*, Vol.10, No.4, Julio 1990, pp.14-25 y No.5, Septiembre 1990, pp.12-21.

- [Senior'62] T.B.A.Senior, "Impedance boundary conditions for imperfectly conducting surfaces", *Appl. Sci. Res.*, sec.B, vol.8, p.418, 1960
- [Senior'72] T.B.A.Senior, "The diffraction matrix for a discontinuity in Curvature", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-20, p.36, 1972
- [Senior'81] T.B.A.Senior, "Approximate Boundary Conditions", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-29, No.5, pp.826-829, septiembre 1981
- [Shegel'78] R. Shegel, J.R. Howel, "*Thermal Radiation Heat Transfer*", Hemisphere Publishing Corporation, 1978.
- [Siegel'55] K.M.Siegel et al., "Bistatic Radar Cross Sections of Surfaces of Revolution", *J.Appl.Phys.* 26, p.287-305, 1955
- [Skolnik'70] M.I. Skolnik, ed., "*Radar Handbook*", McGraw-Hill, 1970
- [Sommerfeld'1896] A.Sommerfeld, "Mathematische Theorie der Diffraction", *Math. Ann.*, Vol.47, 1896, pp.317-374
- [Stratton'41] J.A.Stratton, "*Electromagnetic Theory*", McGraw-Hill, New York, 1941
- [Ström'89 ] S.Ström, W.Zheng, "Null-Field Computations of Radar Cross Sections of Composite Objects", *IEEE Proc.*, Vol.77, No.5, Mayo 1989, pp. 761-769
- [Taflove'89 ] A.Taflove, K.R.Umashankar, "Review of FD-TD Numerical Modeling of Electromagnetic Wave Scattering and Radar Cross Section", *IEEE Proc.*, Vol.77, No.5, Mayo 1989, pp. 682-699
- [Thiele'86] G.A.Thiele, "A Hybrid Iterative Method for Scattering Problems", *1986 IEEE AP-S/URSI Meeting*, 9-13 Junio 1986
- [Tiberio'83] R.Tiberio, G.Pelosi, "High frequency scattering from the edges of impedance discontinuities on a flat plate", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-31, julio 1983, pp. 590-596
- [Tiberio'85] R.Tiberio, G.Pelosi, G.Manara, "A uniform GTD formulation for the diffraction by a wedge with impedance faces", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-33, No.8, agosto 1985, pp. 867-873
- [Tiller'83] W.Tiller, "Rational B-splines for Curve and Surface Representation", *IEEE Trans. Computer Graphics & Appl.*, Septiembre 1983, 61-69.
- [Trott'90] K.D.Trott, P.H.Pathak, F. Molinet, "A UTD Type Analysis of the Plane Wave Scattering by a Fully Illuminated Perfectly Conducting Cone", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-38, No.8, agosto 1990, pp. 1150-1160

- [Ufimtsev'57] P.Ia.Ufimtsev, "Approximate Computation of the Diffraction of Plane Electromagnetic Waves at Certain Metal Bodies: Pt. I. Diffraction Patterns at a Wedge and a Ribbon", *Zh. Tekhn. Fiz.* (URSS), Vol.27, No.8, 1957, pp.1708-1718
- [Vall-llossera'90] M.Vall-llossera, J.M.Rius, M.Ferrando, "Aplicación de algoritmos gráficos de iluminación global al cálculo de interacción electromagnética entre superficies metálicas", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 175-179, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Versprille'75] K.J.Versprille, "Computer Aided Design Applications of the Rational B-spline Aproximation Form", Tesis Doctoral, Syracuse Univ., Syracuse, N.Y., Febrero 1975.
- [Veruttipong'82] T.Veruttipong, R.G.Kouyoumjian, P.H.Pathak, "Slope diffraction for convex surfaces and wedges", *Proc. 1982 IEEE AP-S*, Albuquerque, Nuevo Méjico, 1982
- [Villar'90] R.Villar, A.Martín, M.Martínez, "Soluciones PTD en problemas de RCS backscattering", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 638-642, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Volakis'86] J.L.Volakis, "A uniform geometrical theory of diffraction for an imperfectly conducting half-plane", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-34, No.2, febrero 1986, pp. 172-180
- [Wallace'89] J.R. Wallace, K.A. Elmquist, E.A. Haines, "A Ray Tracing Algorithm for Progressive Radiosity", *ACM Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH 1989).
- [Weghorst'84] H. Weghorst, G. Hooper, D.P. Greenberg, "Improved Computational Methods for Ray Tracing", *ACM Transactions on Graphics* 3, 1 (January 1984), pp. 52-69.
- [Whitted'80] T. Whitted, "An Improved Illumination Model for Shaded Display", *Communications of the ACM* 23, 6 junio 1980, pp. 343-349.
- [Yaghjian'85] A.D.Yaghjian, R.V.McGahan, "Broadside Radar Cross Section of the Perfectly Conducting Cube", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-33, No.3, Marzo 1985, pp. 321-329
- [Yashiro'85] K.Yashiro, S.Ohkawa, "Boundary Element Method for Electromagnetic Scattering from Cylinders", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-33, no. 4, April 1985, pp. 383-389
- [Youssef'89] N.N.Youssef, "Radar Cross Section of Complex Targets", *Proc. IEEE*, Vol.77, No.5, Mayo 1989