



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Reacciones nucleares elásticas analizadas con la fuerza de Gogny

Juan López Moraña

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tdx.cat) i a través del Dipòsit Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tdx.cat) y a través del Repositorio Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tdx.cat) service and by the UB Digital Repository (diposit.ub.edu) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

Tesis doctoral

Reacciones nucleares elásticas analizadas con la fuerza de Gogny

Autor

Juan López Moraña

Directores

Dr. Xavier Viñas Gausí

Dr. Francesc Salvat Gavaldà



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Reacciones nucleares elásticas analizadas con la fuerza de Gogny

Memoria presentada para optar al grado de doctor por la

Universidad de Barcelona

Programa de doctorado en Física

Autor

Juan López Moraña

Directores

Dr. Xavier Viñas Gausí

Dr. Francesc Salvat Gavaldà

Tutor

Dr. Joan Soto Riera



Índice general

1. Resumen	5
2. Introducción	9
3. Teoría	15
3.1. El propagador de una partícula	17
3.2. El operador de masas	19
3.3. El potencial de Gogny	24
3.4. Los observables del modelo óptico	25
3.4.1. Neutrones	28
3.4.2. Protones	29
3.4.3. Sección eficaz elástica y de reacción	31
3.4.4. Normalización de la función de onda	31
4. El modelo óptico de Gogny	33
4.1. El potencial real	35
4.2. El potencial imaginario	38
4.3. El potencial Spin-Órbita	42
4.4. Resultados	42
4.4.1. Estudio de los potenciales y las secciones eficaces del núcleo ^{208}Pb	43
4.4.2. Propiedades globales de los potenciales ópticos	44
4.4.3. Secciones eficaces y polarización	46
4.4.4. Parámetros generales	50
4.4.5. Secciones eficaces totales y de reacción	54
4.4.6. La aproximación de materia nuclear en comparación con el modelo NSM	56
5. Renormalización de los potenciales	61
5.1. El cálculo de los coeficientes de renormalización	63
5.2. Resultados	74

6. Potencial óptico de núcleos ligeros	85
6.1. Introducción	87
6.2. Modelo teórico	87
6.3. Resultados	93
7. Reacciones de intercambio de carga.	109
7.1. Introducción	111
7.2. Teoría básica	112
7.3. Resultados obtenidos	115
8. Conclusiones	123
9. Apéndices	129

Capítulo 1

Resumen

El Modelo Óptico es una de las herramientas más esenciales para analizar experimentos de dispersión nuclear. Se basa en la hipótesis simplificada de que la interacción nucleón-nucleón individual entre el proyectil y el núcleo blanco puede ser reemplazada por un potencial óptico de campo medio (OP) complejo, cuya parte real describe la forma de la dispersión elástica y su parte imaginaria explica las partículas separadas del canal elástico por diferentes procesos no elásticos.

En esta tesis, derivamos un OP teórico a partir de la expansión de Taylor del operador de masas asociado a la función de Green de una partícula, que se obtiene de un cálculo de Brueckner-Hartree-Fock usando la matriz G parametrizada con la fuerza efectiva de Gogny en lugar de una interacción microscópica. Calculamos este OP en materia nuclear, donde su parte real es proporcionada por el primer término de la expansión de Taylor antes mencionada, que coincide con el potencial de Hartree-Fock de campo medio sentido por el proyectil. La parte imaginaria del OP se extrae del término de segundo orden de la expansión de Taylor del operador de masas y corresponde a estados 2p-1h no correlacionados en los estados intermedios asumiendo solo interacciones de dos cuerpos. El potencial OP en núcleos finitos se obtiene a través de la aproximación de densidad local. Con este fin, las densidades de neutrones y protones se calculan en el núcleo blanco a nivel de Hartree-Fock con una densidad de energía cuasi-local calculada con la misma fuerza de Gogny. Debe señalarse que la fuerza de Gogny fue ideada para describir las propiedades del estado fundamental de núcleos finitos. Por lo tanto, sus predicciones en el dominio de las reacciones nucleares son totalmente predictivas, porque el OP no depende de parámetros ajustados a los datos de dispersión. Con este OP basado en la fuerza de Gogny, encontramos un acuerdo razonable entre nuestras secciones eficaces y polarizaciones calculadas para la dispersión elástica de neutrones y protones a lo largo de la tabla periódica desde el *Ca* al *Pb* y los datos correspondientes. Para obtener una idea de la calidad de nuestros resultados, también realizamos otra comparación con los resultados predichos para las mismas reacciones con el OP fenomenológico de Köning y Delaroche (KD). Aunque el OP basado en la fuerza de Gogny reproduce los datos experimentales de una manera cualitativa, se puede encontrar un acuerdo más cuantitativo, similar al encontrado usando el OP KD, mediante una renormalización adecuada de las partes real e imaginaria.

En la segunda parte de esta Tesis hemos construido otro OP para describir la dispersión elástica de partículas ligeras como ^2H , ^3H , ^3He y ^4He mediante un modelo generalizado de Watanabe, que utiliza como entrada el potencial óptico nucleón-núcleo basado en la fuerza de Gogny y las funciones

de onda del estado fundamental del proyectil. Hemos analizado las distribuciones angulares y las secciones eficaces de reacción de la dispersión de estas partículas ligeras a diferentes energías por núcleos pesados a lo largo de la tabla periódica. Nuestros resultados se comparan bien con los obtenidos con el mismo modelo de Watanabe construido con el potencial KD nucleón-núcleo. Se discuten las limitaciones de este modelo, señalando que, para un mejor acuerdo cuantitativo con el experimento, se deben realizar cálculos más sofisticados, como el Continuum Discretized Coupled Channel o el Coupled Reaction Channel.

En la última parte de la tesis, estudiamos reacciones cuasi-elásticas $Q(p, n)$ dentro del modelo de Lane, donde se asume la simetría exacta del isospín. El cálculo se realiza utilizando la aproximación de onda distorsionada junto con el OP nucleón-núcleo de Gogny, que nos permite estimar las funciones de onda en los canales de entrada y salida y evaluar los elementos de la matriz de transición. Este modelo proporciona un acuerdo razonablemente bueno con los datos experimentales, a saber, secciones eficaces diferenciales, polarización y secciones eficaces totales de diferentes reacciones a lo largo de la tabla periódica a diferentes energías.

Capítulo 2

Introducción

En diferentes campos de la ciencia y la técnica (en la producción de energía por fisión o fusión, en la síntesis de elementos pesados en Astrofísica y en la Física Médica), el concepto de sección eficaz (CS) se utiliza para representar la probabilidad de que una reacción nuclear se produzca. A pesar de que este concepto es sencillo y atractivo, no está claro qué magnitud elegir para definirlo, ni cuál es su dependencia de la geometría y de la energía de la partícula incidente. Aunque su determinación experimental sea siempre posible, teóricamente aceptamos que depende crucialmente de las fuerzas entre la partícula incidente y el núcleo blanco. El núcleo blanco es un sistema cuántico de muchos cuerpos, y la interacción del proyectil con él es un problema extremadamente complicado cuyo cálculo requiere de cuatro hipótesis básicas que afectan a la estructura y a la dinámica de los núcleos atómicos: a) necesitamos un modelo nuclear, b) una fuerza efectiva nucleón-nucleón, c) un método para calcular el potencial nuclear, y d) un método para calcular los observables de la reacción. En este trabajo usamos el Modelo de Capas (SHM) como modelo nuclear, la Fuerza de Gogny (GF) para la interacción nucleón-nucleón, el Método del Operador de Masas (MO) para calcular el potencial nuclear, y el Modelo de Potencial Óptico (OM) para calcular los observables de la reacción. Aunque cada una de estas hipótesis tienen su justificación en hechos experimentales bien comprobados, distan mucho de ser una base teórica amplia y sólida capaz de explicar fenómenos más allá del ámbito de la base experimental restringida de la que nacieron. Esta ampliación del campo de aplicación de estos modelos y métodos a procesos de scattering entre proyectiles (nucleones, deuteron, triton, ${}^3\text{He}$ y ${}^4\text{He}$) y núcleos son la motivación y el contenido de este trabajo.

La interacción del proyectil con el núcleo blanco puede iniciar una amplia variedad de procesos: scattering elástico, scattering inelástico, procesos de núcleo compuesto, etc. En 1954, Feshback, Porter y Weisskopf [1] propusieron el Modelo Óptico (OM) de las reacciones nucleares, descomponiendo el proceso completo de la interacción, representado por la sección eficaz total σ_t , en dos partes:

$$\sigma_t = \sigma_{se} + \sigma_c$$

donde σ_{se} sería la parte de la sección eficaz elástica que no incluye la formación de núcleo compuesto, y σ_c representaría la formación del núcleo compuesto.

El modelo que Feshback y colaboradores propusieron consistía en representar

el núcleo blanco por un potencial complejo:

$$V + iW$$

cuya parte real, V , debería reproducir σ_{se} , y la parte imaginaria, σ_c . Utilizando el símil de una esfera opaca, todo sucede como si el núcleo fuese capaz de reflejar o absorber las partículas incidentes, prefigurando la formación de un núcleo compuesto.

Durante los últimos setenta años, a medida que los datos experimentales fueron aumentando, el OM se fue perfeccionando hasta el punto de convertirse en una de las más importantes herramientas teóricas para el análisis de las reacciones nucleares. En términos generales, la evolución del modelo siguió dos líneas de desarrollo diferentes: por un lado, aparecieron los modelos ópticos fenomenológicos (POP), y, por otro, se hizo un gran esfuerzo en derivar el modelo a partir de la fuerza microscópica nucleón-nucleón (NN), dando origen a los modelos ópticos microscópicos (MOP).

Los modelos POP se construyen suponiendo una determinada función para la dependencia radial de los potenciales, y se ajustan los parámetros de éstos minimizando las diferencias entre los datos teóricos proporcionados por el modelo y los datos experimentales de un conjunto seleccionado de reacciones. El modelo puede representar un núcleo determinado para una energía determinada del proyectil, un núcleo en un intervalo de energías del proyectil (modelos locales), o puede representar a varios núcleos en un rango determinado de masas y en un rango determinado también de las energías del proyectil (modelos globales). Los modelos POP reproducen con bastante precisión los datos experimentales en el rango de masas, y energías del proyectil, en los que fueron determinados los parámetros del modelo, pero su extrapolación a otras masas y energías son menos fiables. Debido al uso intensivo que haremos de él en todo este trabajo, citaremos como ejemplo de estos modelos el de A.J. Köning, J.P. Delaroche [2].

Los modelos MOP nacen parejos a la transformación del concepto de propagador de ser un concepto abstracto e intuitivo a poder ser calculado y comparado directamente con los datos experimentales. En 1974, Jeukenne, Lejeune y Mahaux [3] (JLM) identificaron el potencial óptico con la parte real e imaginaria del operador de masas, obtenido a partir de su relación con el propagador, y calculado en la aproximación Brueckner-Hartree-Fock (BHF) usando la matriz de reacción G parametrizada con alguna fuerza efectiva nucleón-nucleón (NN). Aunque los cálculos del modelo JLM fueron

realizados en materia nuclear (NM), siempre es posible aplicar este método a núcleos finitos a través del método LDA (Local Density Approximation) definido por:

$$U_{LDA}(r, E) = U_{NM}(\rho(r), E)$$

El objetivo de este trabajo es estudiar la capacidad de la interacción de Gogny de la familia D1 para dar una descripción global de las reacciones nucleares elásticas que se producen en experimentos de scattering donde el proyectil es un nucleón o un núcleo ligero (^2H , ^3H , ^3He , ^4He), y también el estudio de las reacciones de intercambio de carga $Q(p, n)$. El punto inicial de todo el trabajo es el desarrollo de un Potencial Óptico semi-microscópico (MOP) nucleón-núcleo usando la aproximación de materia nuclear. Para construir este MOP en núcleos finitos usamos la aproximación LDA con las densidades de protones y neutrones del núcleo blanco. Estas densidades se obtienen a partir de un cálculo HF con la misma fuerza de Gogny [4]. Para construir el modelo MOP para núcleos ligeros usamos un modelo de Watanabe generalizado cuyos dos ingredientes fundamentales son los potenciales ópticos nucleón-núcleo, contruidos con el modelo MOP de Gogny, de los nucleones constituyentes del proyectil, y la función de onda del proyectil en el estado fundamental. Las reacciones de intercambio de carga $Q(p, n)$ se estudian usando el potencial de Lane construido con el potencial óptico nucleón-núcleo de Gogny, suponiendo exacta la simetría de isospin y usando la aproximación de onda distorsionada para estimar las funciones de onda en los canales de entrada y salida.

Con estos potenciales ópticos podemos calcular las distribuciones angulares de las secciones eficaces elásticas, las secciones eficaces de reacción y las polarizaciones de un amplio conjunto de reacciones a lo largo de la tabla periódica desde el *Ca* al *Pb*. Teniendo en cuenta que la fuerza de Gogny fue ideada para reproducir propiedades de materia nuclear y núcleos finitos, la extensión de esta fuerza a problemas de scattering tiene un carácter totalmente predictivo, ya que sus predicciones dependen unicamente de los parámetros de la fuerza y no de datos de dispersión. Este hecho supone una diferencia importante en relación a los modelo POP fenomenológicos, ya que permite obtener respuestas en reacciones para las que no existen datos o son difíciles de obtener.

Capítulo 3

Teoría

3.1. El propagador de una partícula

Cuando un proyectil $|\alpha\rangle$ incide sobre un núcleo blanco, el estudio detallado de la interacción de $|\alpha\rangle$ con cada uno de los nucleones que componen el núcleo es una tarea imposible de realizar. Sin embargo, para encontrar las propiedades físicas del sistema no es necesario conocer en detalle el comportamiento de cada partícula, sino el comportamiento promedio de una partícula. La cantidad que describe este comportamiento promedio es el propagador de una partícula, y las propiedades físicas del sistema pueden obtenerse directamente a partir de él [5].

Imaginemos un núcleo descrito por un Hamiltoniano H en su estado fundamental y supongamos que en el instante t' añadimos una partícula $|\alpha\rangle$ al sistema. Queremos estudiar el estado del sistema en un instante t . Para ello definimos el propagador o función de Green de una partícula $|\alpha\rangle$ por [5–9]:

$$iG(\alpha; t - t') = \frac{\langle \Psi_0 | T[a_{\alpha H}(t)a_{\alpha H}^+(t')] | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle} \quad (3.1)$$

donde $|\Psi_0\rangle$ representa el estado fundamental del sistema de partículas interactuantes; $a_{\alpha H}$ y $a_{\alpha H}^+$ son los operadores de aniquilación y creación, respectivamente, y $T[\dots]$ es el operador de ordenación temporal. El hecho de que la interacción entre partículas sea independiente del tiempo implica que los instantes t y t' aparezcan como una diferencia en la definición del propagador.

El teorema de Wick nos dice que:

$$T[a_{\alpha H}(t)a_{\alpha H}^+(t')] = \theta(t - t')a_{\alpha H}(t)a_{\alpha H}^+(t') - \theta(t' - t)a_{\alpha H}^+(t')a_{\alpha H}(t) \quad (3.2)$$

donde $\theta(t)$ es la función escalón definida por

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Los operadores de creación y aniquilación vienen dados en el modelo de interacción de Heisenberg por:

$$\begin{aligned} a_{\alpha H}(t) &= e^{iHt} a_{\alpha} e^{-iHt} \\ a_{\alpha H}^+(t) &= e^{iHt} a_{\alpha}^+ e^{-iHt} \end{aligned} \quad (3.4)$$

El Hamiltoniano H del sistema se expresa por:

$$H = K + V = (K + U) + (V - U) = H_0 + H_1 \quad (3.5)$$

donde K es la energía cinética y U es un potencial a un cuerpo, el campo medio, en principio arbitrario, respecto al que se mide la perturbación representada por el potencial a dos cuerpos V .

Supongamos que $t > t'$. Entonces:

$$\begin{aligned} iG(\alpha; t - t') &= \frac{\langle \Psi_0 | a_{\alpha H}(t) a_{\alpha H}^+(t') | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle} \\ &= \frac{\langle \Psi_0 | e^{iHt} a_{\alpha H} e^{-iH(t-t')} a_{\alpha H}^+ e^{-iHt'} | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle} \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde $e^{-iHt'} | \Psi_0 \rangle$ y $a_{\alpha H}^+ e^{-iHt'} | \Psi_0 \rangle$ representan, respectivamente, el estado del sistema en el instante t' y el estado del sistema con una partícula $|\alpha\rangle$ añadida en el mismo instante.

mientras que $A = e^{-iH(t-t')} a_{\alpha H}^+ e^{-iHt'} | \Psi_0 \rangle$ representa el estado del sistema en el instante t cuando una partícula $|\alpha\rangle$ fue añadida en el instante t' .

y, finalmente, $B^+ = \overline{a_{\alpha H}^+ e^{-iHt} | \Psi_0 \rangle}$ representa el complejo conjugado del estado del sistema en el instante t con una partícula $|\alpha\rangle$ añadida en ese mismo instante.

Por tanto, $G = B^+ A$ representa la amplitud de probabilidad de que el estado del sistema en el instante t , que incluye una partícula $|\alpha\rangle$ añadida al estado fundamental en el instante t' , sea el estado del sistema en el instante t incluyendo una partícula $|\alpha\rangle$ añadida al estado fundamental en ese instante, es decir, G representa la propagación de la partícula $|\alpha\rangle$ desde el instante t' al instante t .

Igualmente sucede cuando $t' \geq t$. En este caso, G representa la amplitud de probabilidad de encontrar, en el instante t' , un hueco de momento $|\alpha\rangle$ cuando teníamos la misma configuración en el instante t . Entonces, para $t' \geq t$, la función de Green describe la propagación de un hueco.

De la misma manera se define el propagador libre G_0 mediante:

$$\begin{aligned} iG_0(\alpha; t - t') &= \theta(t - t') \frac{\langle \Phi_0 | a_{\alpha}(t) a_{\alpha}^+(t') | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle} \\ &\quad - \theta(t' - t) \frac{\langle \Phi_0 | a_{\alpha}^+(t') a_{\alpha}(t) | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle} \end{aligned} \quad (3.7)$$

con $a_\alpha(t) = e^{-i\omega_\alpha t} a_\alpha$, donde ω_α es la energía de la partícula $|\alpha\rangle$ correspondiente al Hamiltoniano H_0 y Φ_0 es el estado del sistema fundamental respecto al mismo Hamiltoniano. El resultado final es:

$$\begin{aligned} iG_0(\alpha; t - t') &= \theta(t - t')\theta(k_\alpha - k_F)e^{-i\omega_\alpha(t-t')} \\ &- \theta(t' - t)\theta(k_F - k_\alpha)e^{-i\omega_\alpha(t-t')} \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.2. El operador de masas

El Potencial Óptico Microscópico (MOP) parte de la idea de que la interacción entre el proyectil $|\alpha\rangle$ y el núcleo blanco se puede representar por medio de un potencial complejo, Δ . El propagador G del proyectil, cuando éste atraviesa el núcleo, se puede obtener a partir del potencial Δ por la ecuación de Dyson dada gráficamente por [6]:

$$G = G_0 + G_0 \Delta G$$

Resolviendo la ecuación de Dyson, obtenemos:

$$G(\alpha, \omega) = \frac{1}{G_0^{-1} - \Delta}$$

donde

$$G_0(\alpha, \omega) = \frac{1}{\omega - \omega_\alpha}$$

es la transformada de Fourier del propagador libre. El propagador G queda, por tanto, completamente definido conociendo el potencial Δ .

El operador de masas M se define por [6]:

$$M(\alpha, \omega) = \omega - \frac{k_\alpha^2}{2m} - [G(\alpha, \omega)]^{-1} \quad (3.9)$$

por lo que:

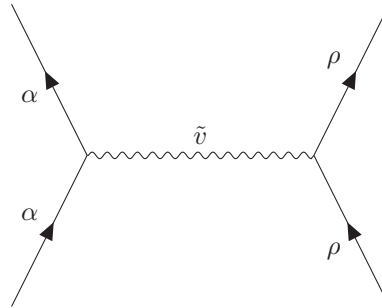
$$\begin{aligned}
 M &= \omega - \frac{k_\alpha^2}{2m} - (\omega - \omega_\alpha) + \Delta = \omega - \frac{k_\alpha^2}{2m} - \omega + \omega_\alpha + \Delta \\
 &= -\frac{k_\alpha^2}{2m} + \frac{k_\alpha^2}{2m} + U + \Delta = \Delta + U
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

lo que nos dice que el operador de masas M no es más que el potencial Δ suplementado por el potencial a un cuerpo, U , que se introduce para optimizar el cálculo del potencial Δ .

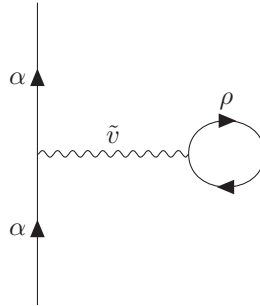
El problema con que nos encontramos a la hora de calcular el potencial de la interacción entre el nucleón incidente y el núcleo blanco reside en que la fuerza nucleón-nucleón (NN) es fuertemente repulsiva a cortas distancias ($\leq 0,4fm$). Esto impide aplicar directamente la teoría de perturbaciones, dado que los elementos de matriz con los que nos encontramos se hacen muy grandes o infinitos. El mismo problema se presenta en el espacio libre al interaccionar una partícula con una esfera rígida; en este caso, los términos de la serie de Born para la matriz T se hacen muy grandes o infinitos, sin embargo, la matriz T completa queda bien definida y es finita. La idea fue entonces reemplazar la fuerza nucleón-nucleón por una matriz T generalizada para tener en cuenta la presencia de otras partículas. Goldstone [10], usando técnicas diagramáticas, demostró que la matriz de reacción G , que es una generalización de la matriz T , podía obtenerse de la teoría de perturbaciones.

El método general que usaremos para el cálculo de M consistirá en seleccionar un nucleón del núcleo como modelo, establecer la interacción de este nucleón con el nucleón incidente, y sumar para todos los nucleones del núcleo.

El primer paso para calcular M es usar la aproximación de Hartree-Fock:



$$M_\alpha^{(1)} = \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha\rho | \tilde{v} | \alpha\rho \rangle
 \tag{3.11}$$

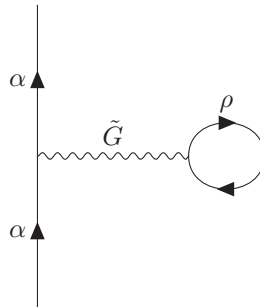


donde $|\alpha\rangle$ representa el nucleón incidente, $|\rho\rangle$ un nucleón del núcleo, y \tilde{v} es el potencial N-N antisimetrizado.

$$\langle\alpha\rho|\tilde{v}|\alpha\rho\rangle = \langle\alpha\rho|v|\alpha\rho\rangle - \langle\alpha\rho|v|\rho\alpha\rangle$$

El término $M_\alpha^{(1)}$ representa el potencial que siente el nucleón incidente al interactuar con todos los nucleones del núcleo blanco.

El potencial HF tiene un carácter elástico, en el sentido de que, en cada interacción, los números cuánticos de los nucleones no cambian. El problema es que el potencial N-N, como ya hemos dicho, es repulsivo a cortas distancias y el potencial de Hartree-Fock no proporciona un núcleo ligado. La solución para obtener una fuerza atractiva y un núcleo ligado, como también ya hemos apuntado anteriormente, es la denominada aproximación de Brueckner-Hartree-Fock (BHF), que consiste en sustituir el potencial N-N por la matriz de reacción, \tilde{G} , como se muestra en el siguiente diagrama:



donde \tilde{G} es:

$$\tilde{G}(W) = \tilde{v} + \frac{1}{2}\tilde{v}\frac{Q_p}{W - e + i\delta}\tilde{G}(W) \quad (3.12)$$

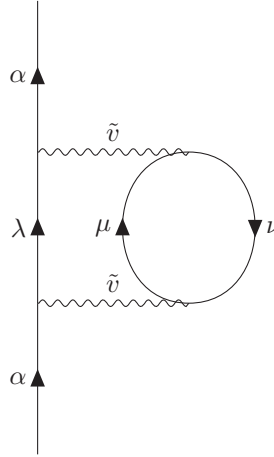
La matriz \tilde{G} , denominada aproximación Ladder, incluye como primer término el potencial N-N representado por \tilde{v} , y añade a éste una línea de huecos y cualquier número de interacciones a dos cuerpos entre partículas situadas por

encima del nivel de Fermi. El operador Q_p , denominado operador de Pauli, tiene la función precisa de excluir la interacción entre partículas situadas por debajo del nivel de Fermi. El parámetro W representa la suma de las energías del proyectil y del hueco, y el término e representa la suma de las energías de las partículas que aparecen.

El operador de masas queda entonces definido por:

$$M_\alpha = \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha \rho | \tilde{G} | \alpha \rho \rangle$$

Todos los términos de M_α , a excepción del primero, caracterizan estados excitados del núcleo, y son buenos candidatos para dar cuenta de los procesos inelásticos que tienen lugar en la propagación del proyectil en el medio nuclear. Por el interés que tendrá para nosotros en todo lo que sigue, explicitamos el diagrama y el significado del segundo término del operador de masas M_α :



$$M_\alpha^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\nu \leq k_F \\ \lambda, \mu > k_F}} \langle \alpha \nu | \tilde{v} | \lambda \mu \rangle \frac{1}{e_\alpha + e_\nu - e_\lambda - e_\mu + i\delta} \langle \lambda \mu | \tilde{v} | \alpha \nu \rangle \quad (3.13)$$

Este término consiste de dos interacciones; en la primera, el proyectil $|\alpha\rangle$ interactúa con una partícula por debajo del nivel de Fermi, creando un hueco $|\nu\rangle$ en el mar de Fermi y una partícula $|\mu\rangle$ por encima del nivel de Fermi, quedando el proyectil en el estado intermedio $|\lambda\rangle$; posteriormente, las dos partículas $|\lambda\rangle$ y $|\mu\rangle$ situadas sobre el nivel de Fermi vuelven a interactuar, cayendo una de ellas en el hueco y la otra abandonando el sistema. En definitiva, se trata de un sistema caracterizado por dos partículas y un hueco $(2p - 1h)$.

Los términos representados por las ecuaciones (3.11) y (3.13) del operador de masas M_α , calculados con la interacción N-N de Gogny, serán para nosotros la parte real y la parte imaginaria, respectivamente, del potencial óptico MOP que usaremos para representar la interacción del proyectil con el núcleo blanco.

$$V_\alpha = \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha \rho | \tilde{v} | \alpha \rho \rangle \quad (3.14)$$

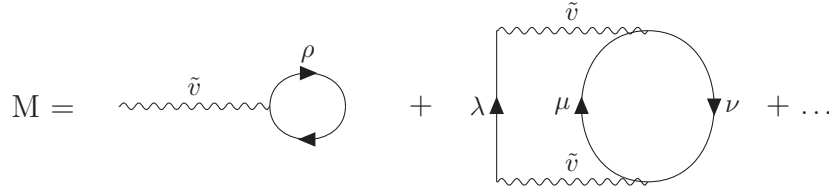
$$W_\alpha = \frac{1}{2} Im \sum_{\substack{\nu \leq k_F \\ \lambda, \mu > k_F}} \langle \alpha \nu | \tilde{v} | \lambda \mu \rangle \frac{1}{e_\alpha + e_\nu - e_\lambda - e_\mu + i\delta} \langle \lambda \mu | \tilde{v} | \alpha \nu \rangle \quad (3.15)$$

La elección de la aproximación Ladder se justifica como sigue: por cada línea de huecos tenemos una integral $\int_0^{k_F} d^3k$. Teniendo en cuenta la relación entre la densidad ρ y el momento de fermi k_F :

$$3\pi^2 \rho = k_F^3$$

resulta que si el núcleo es poco denso entonces k_F es pequeño y la integral sería pequeña. Cuantas más líneas de hueco tuviésemos menos significativo sería el potencial imaginario.

El operador de masas M queda entonces definido por los siguientes diagramas *self-energy part* irreducibles:



Uniéndolos a una línea de entrada externa representando una partícula se obtienen los diagramas necesarios para calcular los potenciales.

Los estados $|\alpha\rangle$, $|\rho\rangle$, $|\nu\rangle$, $|\lambda\rangle$ y $|\mu\rangle$ se representan por ondas planas caracterizadas por su momento, así como por su espín e isospín:

$$\langle \vec{r}, \sigma, \tau | \Psi \rangle = \Psi(\vec{r}, \sigma, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \chi_\sigma \zeta_\tau \quad \sigma = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \quad \tau = \frac{1}{2}(n), -\frac{1}{2}(p) \quad (3.16)$$

donde Ω es el volumen de integración, y χ_σ , ζ_τ son los espinores de espín e isospín, respectivamente, normalizados. En el espacio de fases el número de

estados viene dado por la expresión:

$$\sum_{\sigma,\tau} \frac{\Omega \int d\vec{k}}{(2\pi)^3} \quad (3.17)$$

3.3. El potencial de Gogny

Las interacciones de Gogny de la familia D1 son fuerzas fenomenológicas que consisten de un término de alcance finito y de un término de alcance nulo, dependiente de la densidad, que simula interacciones a tres cuerpos, más una interacción spin-órbita también de alcance nulo. El término de alcance finito consiste en la suma de dos gaussianas, cada una de ellas con un alcance diferente y multiplicadas por todos los posibles operadores de intercambios de spin e isospin con distintos pesos.

$$\begin{aligned} V(\vec{r}_{12}) = & t_3(1 + \hat{P}_\sigma)\delta(\vec{r}_{12}) \left[\rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right]^{1/3} + \sum_{k=1}^{k=2} e^{-\left(\frac{\vec{r}_{12}}{\mu_k}\right)^2} \\ & \times \left(W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau \right) + iW_{LS} (\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{k}^\dagger \times \delta(\vec{r}_{12}) \hat{k} \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde

$$\hat{P}_\sigma = \frac{1}{2} (1 + \hat{\sigma}_1 \cdot \hat{\sigma}_2), \quad \text{and} \quad \hat{P}_\tau = \frac{1}{2} (1 + \hat{\tau}_1 \cdot \hat{\tau}_2)$$

son los operadores de intercambio de spin e isospin, respectivamente, mientras

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \text{and} \quad \hat{k} = \frac{1}{2i} (\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2)$$

son la coordenada relativa y el momento relativo de los dos nucleones, respectivamente. Los parámetros de la fuerza, $W_k, B_k, H_k, M_k, \mu_k$ ($k=1, 2$), t_3 , y W_{LS} , se ajustan para reproducir algunas propiedades de los núcleos finitos y materia nuclear infinita. Estas interacciones fueron propuestas por D. Gogny hace cuarenta años con el fin de reproducir simultáneamente el campo medio nuclear y el debido a la fuerza de apareamiento. La tabla 1 da los parámetros de la interacción $D1S$, ampliamente utilizada en cálculos de estructura nuclear para describir el estado fundamental de núcleos finitos incluyendo efectos de deformación y apareamiento.

	k	$\mu_k(fm)$	W_k	B_k	H_k	$M_k[MeV]$
D1S	1	0.7	-1720.3	1300	-1813.53	1397.60
	2	1.2	103.64	-163.48	162.81	-223.93
D1S	$W_{LS} = 130[MeV \cdot fm^5]$			$t_3 = 1390[MeV \cdot fm^4]$		

Tabla 1: Parámetros de la fuerza de Gogny D1S.

3.4. Los observables del modelo óptico

Además del potencial nuclear dado por el operador de masas M , cuando el proyectil es una partícula cargada, debemos tener en cuenta la fuerza de Coulomb representada por un potencial $V_c(r)$ que, en nuestro caso, se obtiene en el mismo cálculo HF usado para obtener las densidades de protones y neutrones, tal y como se describe en el **Appendix B** de la referencia [4]. Simultáneamente, para dar cuenta de la polarización del proyectil, el modelo MOP incluye un potencial spin-órbita $V_{so}(r)$, que se obtiene directamente a partir del término spin-órbita del potencial de Gogny. En definitiva, el potencial total que tendremos es:

$$U = V + iW + V_c(r)\delta_{\tau\alpha, -1/2} + V_{so}(r)\vec{L} \cdot \vec{S}$$

La ecuación de Schrödinger es entonces:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{\nabla}^2 + V + iW + V_c(r)\delta_{\tau\alpha, -1/2} + V_{so}(r)\vec{L} \cdot \vec{S} \right] \Psi = E\Psi \quad (3.19)$$

$$\mu = \frac{m_i m_b}{m_i + m_b} \quad E = \frac{m_b}{m_i + m_b} E_{LAB}$$

donde \vec{L} y \vec{S} son los operadores de momento angular y spin, respectivamente, m_i , m_b son las masas del proyectil y del núcleo blanco, μ es la masa reducida del sistema proyectil-núcleo y E_{LAB} es la energía del proyectil en el sistema laboratorio.

Para resolver la ecuación de Schrödinger debemos desacoplar los operadores \vec{L} y \vec{S} . Esto se hace introduciendo el momento angular total \vec{J} definido por:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

y se buscan funciones propias de los operadores \vec{J}^2 , \vec{L}^2 , \vec{S}^2 y J_z . Como el spin $s = 1/2$, entonces los posibles valores de j son $j = l + 1/2$ y $j = l - 1/2$.

La función de onda entrante Ψ_{inc} es una onda plana en la dirección del eje z :

$$\Psi_{inc} = \frac{1}{\sqrt{v}} e^{ikz} \chi_{inc}$$

$$k = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}$$

$$\chi_{inc} = a_{1/2}\alpha + a_{-1/2}\beta$$

Las funciones α y β son autofunciones normalizadas de S_z y $a_{1/2}$, $a_{-1/2}$ las correspondientes amplitudes.

Descomponiendo la onda plana entrante en ondas parciales resulta:

$$\Psi_{inc} = \frac{1}{\sqrt{v}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l j_l(kr) \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Y_l^0(\theta, \varphi) [a_{1/2}\alpha + a_{-1/2}\beta]$$

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^{\frac{m+|m|}{2}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \sqrt{\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi}$$

siendo $P_l^{|m|}(\cos\theta)$ los polinomios asociados de Legendre y j_l es la función regular esférica de Bessel de primera clase.

El producto $Y_l^0\alpha$ y $Y_l^0\beta$ son autofunciones de \vec{L}^2 , L_z , \vec{S}^2 y S_z , pero no de $\vec{L} \cdot \vec{S}$. Buscando autofunciones de \vec{L}^2 , \vec{S}^2 , \vec{J}^2 y J_z , podemos escribir [11]:

$$\begin{aligned} \Psi_{inc} &= \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l+1} i^l j_l(kr) [a_{1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{-1/2}] \\ &+ \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l} i^l j_l(kr) [-a_{1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{-1/2}] \end{aligned}$$

donde

$$\chi_{l+1/2, l, s}^{m_j} = \sqrt{\frac{l+m_j+1/2}{2l+1}} Y_l^{m_j-1/2} \alpha + \sqrt{\frac{l-m_j+1/2}{2l+1}} Y_l^{m_j+1/2} \beta$$

$$\chi_{l-1/2, l, s}^{m_j} = \sqrt{\frac{l-m_j+1/2}{2l+1}} Y_l^{m_j-1/2} \alpha + \sqrt{\frac{l+m_j+1/2}{2l+1}} Y_l^{m_j+1/2} \beta$$

La función de onda total se puede escribir de una forma similar:

$$\begin{aligned}
\Psi_{total} &= \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l+1} i^l \frac{\Psi_l^+}{kr} \left[a_{1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{-1/2} \right] \\
&+ \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l} i^l \frac{\Psi_l^-}{kr} \left[-a_{1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{-1/2} \right] \quad (3.20)
\end{aligned}$$

donde Ψ_l^+ es la función radial asociada con $j = l + 1/2$ y Ψ_l^- está asociada con $j = l - 1/2$.

La sustitución de esta expresión en la ecuación (3.19) demuestra que las funciones de onda radial Ψ_l^\pm obedecen a la siguiente ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}
V_1 &= V + V_c(r) \delta_{\tau\alpha, -1/2} + iW \\
\frac{d^2 \Psi_l^\pm}{dr^2} + \left\{ k^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[V_1 + \frac{\hbar^2}{2} \begin{pmatrix} l \\ o \\ -l-1 \end{pmatrix} V_{so}(r) \right] - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} \Psi_l^\pm &= 0 \quad (3.21)
\end{aligned}$$

La cantidad l aparece en la ecuación para Ψ_l^+ y $-l-1$ aparece en la ecuación para Ψ_l^-

Para resolver esta ecuación usamos como variable independiente $\rho = kr$ y representamos Ψ en forma compleja como:

$$\Psi_l^\pm = x_l^\pm + i y_l^\pm$$

entonces obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d^2 x^\pm}{d\rho^2} = p^\pm x - qy \quad \frac{d^2 y^\pm}{d\rho^2} = qx + p^\pm y$$

siendo

$$\begin{aligned}
p^\pm &= -1 + \frac{1}{E} \left[V + V_c(r) \delta_{\tau\alpha, -1/2} + \begin{pmatrix} l \\ o \\ -l-1 \end{pmatrix} V_{so}(r) \right] + \frac{l(l+1)}{\rho^2} \\
q &= \frac{W}{E}
\end{aligned}$$

Este sistema debe resolverse dos veces para cada valor del momento angular l . La solución la obtenemos con el método de Runge-Kutta usando tres puntos [12].

3.4.1. Neutrones

Cuando el nucleón incidente es un neutrón, $\tau_\alpha = 1/2$, la función radial se reduce a la onda incidente cuando no hay interacción y debe ser tal que solo la onda saliente debe ser modificada por la interacción. Estas condiciones se cumplen si:

$$\Psi_l^\pm \cong kr j_l(kr) + C_l^\pm [-y_l(kr) + i j_l(kr)]$$

donde $j_l(kr)$ es la función esférica de Bessel de primera clase y $y_l(kr)$ es la función esférica de Bessel de segunda clase. Esta expresión se puede escribir como:

$$\Psi_l^\pm \cong kr j_l(kr) + C_l^\pm e^{i(kr - l\frac{\pi}{2})}$$

o equivalentemente

$$\Psi_l^\pm \cong \sin(kr - l\frac{\pi}{2}) + C_l^\pm e^{i(kr - l\frac{\pi}{2})} \quad (3.22)$$

Por otra parte, utilizando los desplazamientos de fase δ_l^\pm podemos escribir el comportamiento asintótico de Ψ^\pm como:

$$\Psi_l^\pm \cong A_l^\pm \sin(kr - l\frac{\pi}{2} + \delta_l^\pm)$$

Comparando los coeficientes de e^{ikr} y de e^{-ikr} de estas dos últimas ecuaciones se obtiene:

$$C_l^\pm = \frac{1}{2i}(e^{2i\delta_l^\pm} - 1) \quad A_l^\pm = e^{i\delta_l^\pm}$$

Utilizando estas condiciones asintóticas en la función Ψ_{total} y restando la onda incidente Ψ_{inc} podemos obtener la función de onda saliente $\Psi_{scatt} \cong \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta)$ y se puede probar que:

$$\Psi_{scatt} \cong \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{e^{ikr}}{r} [A(\theta) + B(\theta)\vec{\sigma} \cdot \vec{n}]$$

$$f(\theta) = A(\theta) + B(\theta)\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$$

donde \vec{n} es perpendicular al plano de scattering, y:

$$A(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1)C_l^+ + lC_l^-] P_l(\cos \theta)$$

$$B(\theta) = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} [C_l^+ - C_l^-] P_l^1(\cos \theta)$$

donde $P_l^m(\cos \theta)$ son los polinomios asociados de Legendre.

Si el haz incidente no está polarizado, entonces el haz emergente está polarizado en la dirección \vec{n} , y la sección eficaz diferencial $\sigma(\theta)$ y la polarización $P(\theta)$ vienen dadas por:

$$\sigma(\theta) = |A|^2 + |B|^2 \quad P(\theta) = \frac{A^*B + AB^*}{|A|^2 + |B|^2}$$

3.4.2. Protones

Cuando el proyectil es un protón, $\tau_\alpha = -1/2$, y cuando r es grande, la onda incidente Ψ_C es la solución de la ecuación de Schrödinger correspondiente al scattering de dos cargas puntuales:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}^2 \Psi_C + \frac{Ze^2}{r} \Psi_C = E \Psi_C$$

siendo Ze la carga del núcleo blanco y μ la masa reducida protón-blanco. La forma asintótica de Ψ_C es:

$$\Psi_C \cong \frac{1}{\sqrt{V}} \left\{ e^{i[kz - \eta \ln k(r-z)]} \left(1 - \frac{\eta^2}{ik(r-z)} \right) + \frac{1}{r} f_C(\theta) e^{i[kr - \eta \ln 2kr]} \right\}$$

donde el parámetro de Sommerfeld, η , y la amplitud de dispersión y el desfase debido a la interacción Coulombiana, $f_C(\theta)$ y σ_l , vienen dadas por:

$$\eta = \frac{\mu Ze^2}{\hbar^2 k} \quad f_C(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2 \theta/2} e^{-i\eta \ln(\sin^2 \theta/2) + 2i\sigma_0}$$

$$\sigma_l = \arg \Gamma(l+1+i\eta)$$

siendo Γ la función Gamma y σ_l los desplazamiento de fase de Coulomb.

En esta caso, la función de onda entrante se expresa por:

$$\begin{aligned} \Psi_{inc} &= \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l+1} i^l e^{i\sigma_l} \frac{F_l(\eta, kr)}{kr} \left[a_{1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{-1/2} \right] \\ &+ \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l} i^l e^{i\sigma_l} \frac{F_l(\eta, kr)}{kr} \left[-a_{1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{-1/2} \right] \end{aligned}$$

donde F_l es la función regular de Coulomb. La función total vendrá dada por:

$$\begin{aligned}
\Psi_{total} &= \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l+1} i^l e^{i\sigma_l} \frac{\Psi_l^+}{kr} \left[a_{1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l+1/2, l, 1/2}^{-1/2} \right] \\
&+ \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{l} i^l e^{i\sigma_l} \frac{\Psi_l^-}{kr} \left[-a_{1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{1/2} + a_{-1/2} \chi_{l-1/2, l, 1/2}^{-1/2} \right] \quad (3.23)
\end{aligned}$$

La expresión 3.23 es formalmente idéntica a 3.20 y las funciones radiales Ψ_l^\pm verifican la misma ecuación diferencial 3.21, incluyendo en este caso el potencial de Coulomb.

La función radial Ψ_l^\pm debe ahora reducirse a $F_l(\eta, kr)$ cuando el potencial es un potencial de Coulomb debido a dos cargas puntuales, y debe ser tal que solamente la onda de salida está afectada por la interacción no coulombiana. Esto se consigue haciendo:

$$\Psi_l^\pm \cong F_l(\eta, kr) + C_l^\pm [G_l(\eta, kr) + iF_l(\eta, kr)]$$

donde $F_l(\eta, kr)$ es la función regular de Coulomb y $G_l(\eta, kr)$ es la función irregular de Coulomb. Esta expresión se puede escribir como:

$$\Psi_l^\pm \cong F_l(\eta, kr) + C_l^\pm e^{i[kr - \eta \ln 2kr - l\frac{\pi}{2} + \sigma_l]}$$

o equivalentemente:

$$\Psi_l^\pm \cong \sin(kr - \eta \ln 2kr - l\frac{\pi}{2} + \sigma_l) + C_l^\pm e^{i[kr - \eta \ln 2kr - l\frac{\pi}{2} + \sigma_l]} \quad (3.24)$$

Introduciendo los desplazamientos de fase, δ_l^\pm , la forma sintótica de Ψ_l^\pm se puede expresar también por:

$$\Psi_l^\pm \cong A_l^\pm \sin(kr - \eta \ln 2kr - l\frac{\pi}{2} + \sigma_l + \delta_l^\pm)$$

Comparando los coeficientes de $e^{i[kr - \eta \ln 2kr]}$ y de $e^{-i[kr - \eta \ln 2kr]}$ en estas dos últimas ecuaciones se obtienen expresiones para C_l^\pm y A_l^\pm idénticas a las obtenidas para el caso de neutrones, y los coeficientes $A(\theta)$ y $B(\theta)$ para el cálculo de Ψ_{scatt} son ahora:

$$A(\theta) = f_C(\theta) + \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} e^{2i\sigma_l} [(l+1)C_l^+ + lC_l^-] P_l(\cos \theta)$$

$$B(\theta) = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} e^{2i\sigma_l} [C_l^+ - C_l^-] P_l^1(\cos \theta)$$

Una vez obtenidos $A(\theta)$ y $B(\theta)$, el cálculo de la sección eficaz diferencial $\sigma(\theta)$ y de la polarización $P(\theta)$ es idéntico al caso de neutrones.

Los desplazamientos de fase se obtienen haciendo coincidir las derivadas logarítmicas de las funciones de Coulomb con las de las funciones radiales en un valor de $\rho = kr$ suficientemente grande donde el potencial nuclear se haga despreciable [11]:

$$\frac{\Psi_l'}{\Psi_l} = \frac{F_l' + (G_l' + iF_l')C_l}{F_l + (G_l + iF_l)C_l}$$

de donde resulta:

$$C_l^\pm = \frac{\Psi_l^\pm F_l' - \Psi_l^{\pm'} F_l}{\Psi_l^{\pm'} G_l - \Psi_l^\pm G_l' + i(\Psi_l^{\pm'} F_l - \Psi_l^\pm F_l')}$$

3.4.3. Sección eficaz elástica y de reacción

La sección eficaz elástica σ_{el} se obtiene integrando la sección diferencial elástica:

$$\sigma_{el} = \int \sigma(\theta) d\Omega$$

La sección eficaz de Rutherford σ_c se calcula con:

$$\sigma_c(\theta) = |f_c(\theta)|^2$$

La sección eficaz de reacción σ_r se define como la relación entre el flujo absorbido F_{abs} y el flujo incidente F_{inc} :

$$\sigma_r = \frac{F_{abs}}{F_{inc}}$$

Se puede probar [11] que:

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ (l+1) \left[\text{Im}(C_l^+) - (\text{Im}(C_l^+))^2 - (\text{Re}(C_l^+))^2 \right] \right. \\ & \left. + l \left[\text{Im}(C_l^-) - (\text{Im}(C_l^-))^2 - (\text{Re}(C_l^-))^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

3.4.4. Normalización de la función de onda

Las funciones de onda radiales Ψ_l^\pm y sus derivadas contienen un factor de normalización, $1/M_l^\pm$. Este factor no afecta ni a la sección eficaz ni a la polarización, ya que al calcular C_l^\pm este factor desaparece. Sin embargo, al tratar

las reacciones de intercambio de carga $Q(p, n)$, necesitaremos normalizar la función de onda radial. Puede probarse [11] que la constante de normalización M_l^\pm puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$M_l^\pm = \frac{x_l^\pm(\rho_{max}) + iy_l^\pm(\rho_{max})}{F_l(\eta, \rho_{m\acute{a}x}) + C_l^\pm [G_l(\eta, \rho_{max}) + iF_l(\eta, \rho_{max})]}$$

y la función de onda radial normalizada sería:

$$\Psi_l^\pm = \frac{1}{M_l^\pm} [x_l^\pm(\rho) + iy_l^\pm(\rho)]$$

Capítulo 4

El modelo óptico de Gogny

4.1. El potencial real

En la aproximación de materia nuclear (NM), el potencial real que da cuenta de la interacción entre un nucleón incidente de momento k_α y un núcleo blanco, V_α , se calcula usando las ecuaciones (3.14), (3.16) y (3.17), con el potencial de Gogny dado por la ecuación (3.18). En el apartado Apéndice A) de este trabajo se desarrolla completamente todo el proceso en la hipótesis de materia nuclear. El resultado final viene dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 V_\alpha = & \frac{3}{2} t_3 \rho^{1/3} [\rho - \rho_{\tau_\alpha}] + \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(W_k + \frac{B_k}{2} \right) \rho - \left(H_k + \frac{M_k}{2} \right) \rho_{\tau_\alpha} \right] \\
 & - \frac{1}{4\pi^{3/2}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F, \tau_\alpha}) \right. \\
 & \left. - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F, -\tau_\alpha}) \right]
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde, como ya dijimos, α representa al nucleón incidente, y los nucleones con el mismo (diferente) isospin que el proyectil se representan por τ_α ($-\tau_\alpha$), y k_{F, τ_α} ($k_{F, -\tau_\alpha}$) representan los momentos de Fermi de los nucleones del blanco con igual (distinto) isospin que el proyectil, relacionados con las densidades por $3\pi^2 \rho_{\tau_\alpha} = k_{F, \tau_\alpha}^3$ ($3\pi^2 \rho_{-\tau_\alpha} = k_{F, -\tau_\alpha}^3$). La expresión dependiente de los momentos $I(k_\alpha, k_\rho)$ que aparece en (4.1) se define por:

$$\begin{aligned}
 I(k_\alpha, k_\rho) = & \frac{4\pi^{3/2}}{\mu_k^3} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\mu_k}{2} (k_\rho - k_\alpha) \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\mu_k}{2} (k_\rho + k_\alpha) \right) \right] \\
 & + \frac{8\pi}{\mu_k^4 k_\alpha} \left[e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\rho + k_\alpha)^2} - e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\rho - k_\alpha)^2} \right]
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde erf es la función error. Su derivada respecto a k_α viene dada por:

$$D(k_\alpha, k_\rho) = \frac{4\pi}{\mu_k^4 k_\alpha^2} \left[(2 - \mu_k^2 k_\alpha k_\rho) e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\rho - k_\alpha)^2} - (2 + \mu_k^2 k_\alpha k_\rho) e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\rho + k_\alpha)^2} \right]$$

La parte real del potencial óptico Eq. (4.1) corresponde al potencial HF estricto, sin términos de reajuste, calculado, como ya hemos mencionado, en materia nuclear. Para obtener la parte real del MOP en un núcleo finito se precisa introducir la dependencia radial en la Eq. (4.1), lo que implica conocer cómo dependen el momento del proyectil, las densidades y los momentos de Fermi, de neutrones y protones del blanco, de su distancia al centro del núcleo. Esto puede hacerse mediante la aproximación de densidad local (LDA), que supone que la parte real del potencial óptico viene dada por la misma

expresión Eq. (4.1) pero con las densidades y momentos de Fermi reemplazados por su valores locales $\rho_{\tau\alpha}(\vec{r})$ y $k_{F,\tau\alpha}(\vec{r})$. Estas densidades y momentos de Fermi locales se obtienen mediante un cálculo HF cuasilocal en el núcleo blanco [13–15] que se sumariza en el Apéndice B) de [4], y que por claridad y completitud adjuntamos en esta Tesis como Apéndice D). Utilizando la LDA, la parte real del potencial óptico para un núcleo finito puede escribirse como:

$$(V_\alpha)_{LDA}(r, E) = (V_\alpha)_{NM}(\rho_\tau(r), k_{F,\tau\alpha}(r), k_{F,-\tau\alpha}(r), E)$$

El momento k_α del proyectil en el medio nuclear está directamente relacionado con el potencial real V_α y la energía E_L del proyectil en el sistema laboratorio por la ecuación:

$$E_L = \frac{\hbar^2}{2m} k_\alpha^2 + V_\alpha(k_\alpha, k_{F,\tau\alpha}, k_{F,-\tau\alpha}) + V_c(r) \delta_{\tau\alpha, -1/2} \quad (4.3)$$

donde $V_c(r)$ es el potencial de Coulomb, que debe tenerse en cuenta en el caso de que el proyectil sea un protón. Aunque esta ecuación no puede resolverse de un modo exacto para obtener el momento del proyectil k_α , debido a la complejidad de la ecuación (4.1), k_α puede estimarse a partir de la ecuación Eq. (4.3) mediante un desarrollo de Taylor del potencial V_α en potencias de k_α^2 alrededor del momento de Fermi $k_{F,\tau\alpha}^2$:

$$\begin{aligned} V_\alpha &= V_\alpha(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}) + \left. \frac{\partial V_\alpha}{\partial k_\alpha^2} \right|_{k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}} (k_\alpha^2 - k_{F,\tau\alpha}^2) \\ &= V_\alpha(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}) + \frac{1}{2k_\alpha} \left. \frac{\partial V_\alpha}{\partial k_\alpha} \right|_{k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}} (k_\alpha^2 - k_{F,\tau\alpha}^2) \\ &= V_\alpha(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}) - \frac{k_{F,\tau\alpha}}{2} \left[\left. \frac{\partial V_\alpha}{\partial k_\alpha} \right]_{k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}} + \frac{1}{2k_{F,\tau\alpha}} \left[\left. \frac{\partial V_\alpha}{\partial k_\alpha} \right]_{k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}} k_\alpha^2 \right. \\ &= V_{0\tau\alpha} + b_{\tau\alpha} k_\alpha^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial V_\alpha}{\partial k_\alpha} \right|_{k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}} &= -\frac{1}{4\pi^{3/2}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) D(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}, k_\rho = k_{F,\tau\alpha}) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) D(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}, k_\rho = k_{F,-\tau\alpha}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\tau\alpha} &= -\frac{1}{8\pi^{3/2} k_{F,\tau\alpha}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) D(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}, k_\rho = k_{F,\tau\alpha}) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) D(k_\alpha = k_{F,\tau\alpha}, k_\rho = k_{F,-\tau\alpha}) \right] \end{aligned}$$

$$V_{0\tau_\alpha} = V_\alpha(k_\alpha = k_{F,\tau_\alpha}) + \frac{k_{F,\tau_\alpha}}{8\pi^{3/2}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) D(k_\alpha = k_{F,\tau_\alpha}, k_\rho = k_{F,\tau_\alpha}) - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) D(k_\alpha = k_{F,\tau_\alpha}, k_\rho = k_{F,-\tau_\alpha}) \right]$$

La ecuación (4.3) puede escribirse ahora como:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_\alpha^2 + V_{0\tau_\alpha} + b_{\tau_\alpha} k_\alpha^2 + V_c(r) \delta_{\tau,-1/2} = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_\alpha^2 + V_{0\tau_\alpha} + V_c(r) \delta_{\tau,-1/2}$$

donde hemos definido la masa efectiva m^* por:

$$\frac{\hbar^2}{2m} + b_{\tau_\alpha} = \frac{\hbar^2}{2m^*} = \beta_{\tau_\alpha}$$

resultando:

$$k_\alpha = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (E - V_{0\tau_\alpha} - V_c(r) \delta_{\tau,-1/2})}$$

Esta ecuación tendrá una importancia capital a la hora de calcular la parte imaginaria del potencial.

En general, la energía del nucleón α en el medio nuclear puede escribirse como:

$$\epsilon_\alpha = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_\alpha^2 + V_{0\tau_\alpha} + V_c(r) \delta_{\tau,-1/2} = \beta_{\tau_\alpha} k_\alpha^2 + V_{0\tau_\alpha} + V_c(r) \delta_{\tau,-1/2} \quad (4.5)$$

La ecuación (4.1) puede modificarse para representar el potencial real V_α en un núcleo finito. Aquí las densidades no son constantes y las funciones de onda no son ondas planas. Corresponde al campo medio en la aproximación de Slater y se traduce en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} V_\alpha = & \frac{3}{2} t_3 \rho^{1/3} [\rho - \rho_{\tau_\alpha}] + \frac{1}{4} t_3 \rho^{-2/3} [\rho^2 - \rho_{\tau_\alpha}^2 - \rho_{-\tau_\alpha}^2] \\ & + \sum_{k=1}^2 \left[\left(W_k + \frac{B_k}{2} \right) \int d\vec{r} e^{-\frac{(\vec{R}-\vec{r})^2}{\mu_k^2}} \rho - \left(H_k + \frac{M_k}{2} \right) \int d\vec{r} e^{-\frac{(\vec{R}-\vec{r})^2}{\mu_k^2}} \rho_{\tau_\alpha} \right] \\ & - \frac{1}{4\pi^{3/2}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F,\tau_\alpha}) \right. \\ & \left. - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F,-\tau_\alpha}) \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Si en esta expresión eliminamos el término de reajuste (segundo término), suponemos densidades constantes y hacemos las integrales de las gaussianas,

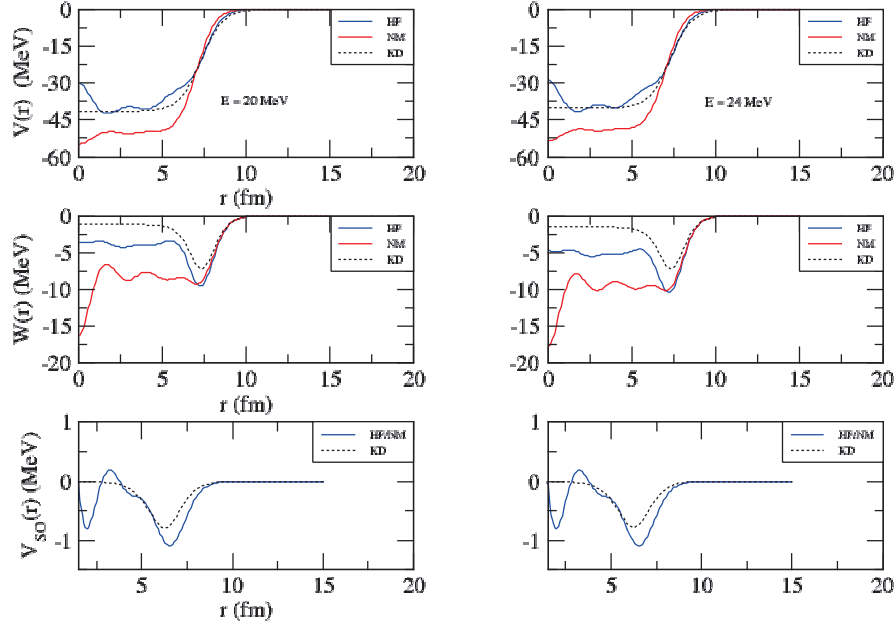


Figura 1: Contribuciones real (panel superior), imaginaria (panel medio) y spin-órbita (panel inferior) de los potenciales con neutrones de 20/24 MeV dispersados por ^{208}Pb .

obtenemos la ecuación (4.1).

Durante todo el trabajo nos referiremos a las hipótesis representadas por las ecuaciones (4.1) y (4.6) como NM (materia nuclear) y HF (Hartree-Fock), respectivamente. La elección de las opciones NM o HF determina el comportamiento local del momento del proyectil k_α y tiene un impacto notable en la parte imaginaria del potencial óptico, como se verá en la discusión de los resultados.

4.2. El potencial imaginario

La parte imaginaria del potencial óptico se obtiene a partir de las ecuaciones (3.15), (3.16) y (3.17). Para tratar con el denominador de la ecuación

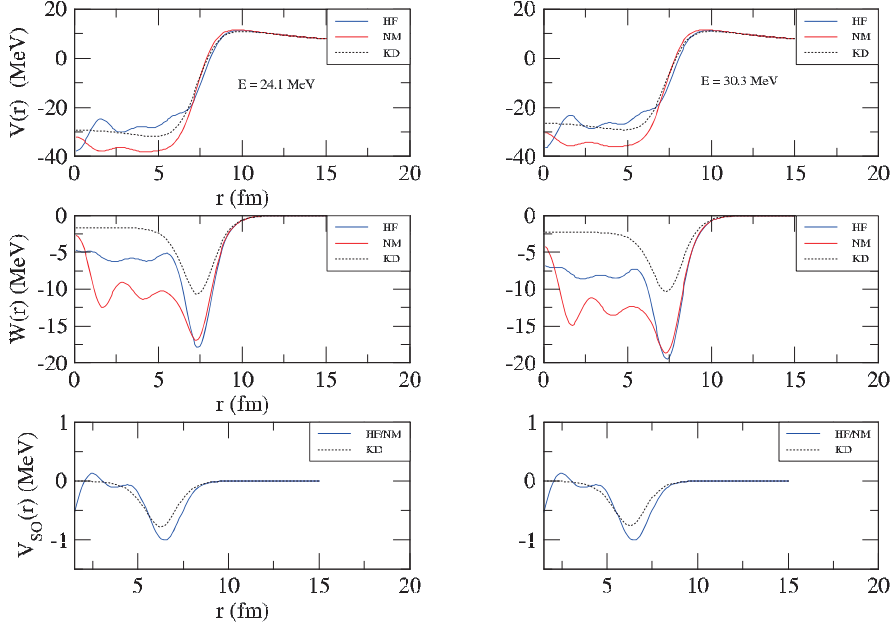


Figura 2: Contribuciones real (panel superior), imaginaria (panel medio) y spin-órbita (panel inferior) de los potenciales con protones de 24.1/30.3 MeV dispersados por ^{208}Pb

(3.15) tenemos en cuenta la siguiente igualdad:

$$\frac{1}{x + i\epsilon} = \frac{1}{x} - i\pi\delta(x) \quad (4.7)$$

donde nos quedamos unicamente con la parte imaginaria. Por otra parte, teniendo en cuenta la aproximación parabólica dada por la ecuación (4.5) podemos escribir:

$$\delta(\epsilon_\alpha + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu) = \delta(\beta_{\tau_\alpha} k_\alpha^2 + \beta_{\tau_\nu} k_\nu^2 - \beta_{\tau_\alpha} k_\lambda^2 - \beta_{\tau_\nu} k_\mu^2) \quad (4.8)$$

Después de un cálculo bastante largo y tedioso, se puede escribir la expresión del potencial imaginario W_{τ_α} en la forma simple siguiente:

$$W_{\tau_\alpha} = -\frac{1}{2} \frac{\pi}{(2\pi)^6} [W_1 + 2W_2 + W_3 + W_4 + W_5] \quad (4.9)$$

donde:

$$W_1 = 12t_3^2 \rho^{2/3} I_1(\tau_\alpha, \tau_\nu = -\tau_\alpha) \quad (4.10)$$

$$W_2 = 3t_3\rho^{1/3}\pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 [W_k + B_k + H_k + M_k] \left[I_2(\tau_\alpha, -\tau_\alpha) + I_3(\tau_\alpha, -\tau_\alpha) \right] \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} W_3 = & \pi^3 \sum_{k=1}^2 \mu_k^6 \left\{ [W_k(2W_k + B_k) + B_k(2B_k + W_k) + H_k(2H_k + M_k) + M_k(2M_k + H_k)] \right. \\ & \times [I_4(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_5(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_4(\tau_\alpha, -\tau_\alpha) + I_5(\tau_\alpha, -\tau_\alpha)] \\ & - 2[W_k(2H_k + M_k) + B_k(2M_k + H_k)][I_4(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_5(\tau_\alpha, \tau_\alpha)] \\ & - 2[W_k(2B_k + W_k) + B_k(2W_k + B_k) + H_k(2M_k + H_k) + M_k(2H_k + M_k)]I_6(\tau_\alpha, \tau_\alpha) \\ & \left. + 4[W_k(2M_k + H_k) + B_k(2H_k + M_k)][I_6(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_6(\tau_\alpha, -\tau_\alpha)] \right\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} W_4 = & \pi^3 \sum_{\substack{I, J=1 \\ I \neq J}}^2 \mu_I^3 \mu_J^3 \left\{ [I_7(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_8(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_7(\tau_\alpha, -\tau_\alpha) + I_8(\tau_\alpha, -\tau_\alpha)][W_i(2W_j + B_j) \right. \\ & + B_i(2B_j + W_j) + H_i(2H_j + M_j) + M_i(2M_j + H_j)] \\ & - [I_7(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_8(\tau_\alpha, \tau_\alpha)][W_i(2H_j + M_j) + B_i(2M_j + H_j) + W_j(2H_i + M_i) \\ & + B_j(2M_i + H_i)] - [I_9(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_{10}(\tau_\alpha, \tau_\alpha)][W_i(2B_j + W_j) + B_i(2W_j + B_j) \\ & + H_i(2M_j + H_j) + M_i(2H_j + M_j)] + [I_9(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_{10}(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_9(\tau_\alpha, -\tau_\alpha) \\ & \left. + I_{10}(\tau_\alpha, -\tau_\alpha)][W_i(2M_j + H_j) + B_i(2H_j + M_j) + W_j(2M_i + H_i) + B_j(2H_i + M_i)] \right\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

y

$$W_5 = \frac{1}{2} W_{LS}^2 [2I_{11}(\tau_\alpha, \tau_\alpha) + I_{11}(\tau_\alpha, -\tau_\alpha)]. \quad (4.14)$$

Todas estas contribuciones dependen de los parámetros de la fuerza Gogny dada en (3.18) y de las integrales $I_i(\tau_\alpha, \tau_\nu)$, siendo $\tau_\nu = \tau_\alpha$, o $\tau_\nu = -\tau_\alpha$, con $i = 1 \dots 10$, que son definidas como:

$$\begin{aligned} I_i(\tau_\alpha, \tau_\nu) = & \int d\vec{k}_\nu d\vec{k}_\lambda d\vec{k}_\mu f_i(\gamma_1, \gamma_2) \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \times \\ & \delta(\beta_{\tau_\alpha} k_\alpha^2 + \beta_{\tau_\nu} k_\nu^2 - \beta_{\tau_\alpha} k_\lambda^2 - \beta_{\tau_\nu} k_\mu^2) \end{aligned} \quad (4.15)$$

La funciones $f_i(\gamma_1, \gamma_2)$, que aparecen en las integrales $I_i(\tau_\alpha, \tau_\nu)$, son definidas como

$$f_i(\gamma_1, \gamma_2) = e^{-\frac{\gamma_1^2}{4}k_{\alpha\lambda}^2 - \frac{\gamma_2^2}{4}k_{\alpha\mu}^2}$$

con

$$\vec{k}_{\alpha\lambda} = \vec{k}_\alpha - \vec{k}_\lambda \quad \vec{k}_{\alpha\mu} = \vec{k}_\alpha - \vec{k}_\mu$$

Estas funciones para los índices $i = 1 \dots 10$ corresponden a diferentes valores de los argumentos γ_1, γ_2 y son dadas por:

$$\begin{aligned} f_1 &= f(\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0), & f_2 &= f(\gamma_1 = \mu_k, \gamma_2 = 0), \\ f_3 &= f(\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \mu_k), & f_4 &= f(\gamma_1 = \sqrt{2}\mu_k, \gamma_2 = 0), \\ f_5 &= f(\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \sqrt{2}\mu_k), & f_6 &= f(\gamma_1 = \mu_k, \gamma_2 = \mu_k), \\ f_7 &= f(\gamma_1 = \sqrt{\mu_i^2 + \mu_j^2}, \gamma_2 = 0), & f_8 &= f(\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \sqrt{\mu_i^2 + \mu_j^2}), \\ f_9 &= f(\gamma_1 = \mu_i, \gamma_2 = \mu_j), & f_{10} &= f(\gamma_1 = \mu_j, \gamma_2 = \mu_i). \end{aligned}$$

Por último, las función f_{11} viene dada por

$$f_{11} = (\vec{k}_{\alpha\nu} \times \vec{k}_{\lambda\mu})^2$$

donde, como antes,

$$\vec{k}_{\alpha\nu} = \vec{k}_\alpha - \vec{k}_\nu \quad \vec{k}_{\lambda\mu} = \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu$$

En el apartado Apéndice B) se puede encontrar, como ejemplo, el desarrollo del cálculo del coeficiente W_2 . El resto de coeficientes se calcula de la misma manera.

En el apartado Apéndice C) se explica el método general para calcular las integrales $I_i(\tau_\alpha, \tau_\nu)$ y el cálculo de la integral I_6 .

El potencial W_{τ_α} depende críticamente del momento k_α del nucleón incidente en el medio nuclear y, en consecuencia, las precripciones NM, dada por la ecuación (4.1), y HF, dada por la ecuación (4.6), proporcionan resultados diferentes, que se manifiestan como dos aproximaciones distintas a la hora de evaluar los observables de las reacciones.

4.3. El potencial Spin-Órbita

Por último, solo falta especificar el cálculo del potencial spin-órbita, que se obtiene directamente a partir del término spin-órbita de la expresión 3.18:

$$(V_{so})_{\tau} = \frac{1}{2}W_{LS}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(\rho(r) + \rho_{\tau}(r)) \quad (4.16)$$

donde τ indica el isospin del nucleón.

En las figuras 1 y 2 puede apreciarse el resultado de este cálculo para neutrones y protones con el ^{208}Pb . Para las energías consideradas, las diferencias con el cálculo POP de KD son pequeñas, salvo en el origen.

4.4. Resultados

En esta sección presentamos los resultados obtenidos en un conjunto de reacciones a lo largo de la tabla periódica, usando las prescripciones HF (ecuación 4.6) y NM (ecuación 4.1) del modelo MOP de Gogny y su comparativa con el modelo fenomenológico de Köning-Delaroche (POP de KD en lo que sigue) [2]. Igualmente, aparecen los datos experimentales de las reacciones obtenidos de la base de datos EXFOR [16]. Un estudio más detallado sobre este mismo tema puede encontrarse en la referencia [4]. Es importante resaltar que los resultados calculados como el MOP de Gogny que se discuten en este capítulo dependen únicamente de los parámetros de la fuerza, los cuales están determinados a partir de las propiedades de núcleos finitos y de materia nuclear. Como el MOP de Gogny no contiene parámetros adicionales ajustados a datos de dispersión nucleón-núcleo, los resultados muestran el poder predictivo de las fuerzas efectivas de Gogny en este escenario. Veremos que las predicciones del MOP de Gogny reproducen de un modo cualitativo los datos experimentales y que están en un acuerdo razonable con las predicciones del POP de KD, que utilizaremos como patrón a lo largo de este trabajo. Un mejor acuerdo entre las predicciones teóricas del modelo MOP de Gogny y los resultados experimentales puede alcanzarse mediante una renormalización de las distintas partes del potencial teórico en términos de la energía del proyectil tal y como se discutirá en el próximo capítulo.

En general, cuando el proyectil es un protón, la sección eficaz diferencial que se utiliza para estudiar las reacciones es la sección eficaz dividida por la sección eficaz de Rutherford $d\sigma/d\sigma_R$. En este caso, la interacción de Coulomb tiene un papel relevante en la definición de la sección eficaz diferencial σ para

ángulos de desviación pequeños; cuando el ángulo es grande, la presencia del potencial nuclear de corto alcance se hace relevante y las dos curvas σ y σ_R se separan; cuanto mayor es la energía, la separación de las curvas σ y σ_R ocurre a un ángulo menor. Esto también puede verse en la curva $d\sigma/d\sigma_R$: cuando la energía es baja, $d\sigma/d\sigma_R$ es aproximadamente la unidad en un cierto intervalo de ángulos pequeños; cuando la energía es elevada, el valor unidad solo se consigue para ángulos más pequeños.

4.4.1. Estudio de los potenciales y las secciones eficaces del núcleo ^{208}Pb

Las figuras 1 y 2 muestran las contribuciones de la parte real, imaginaria y spin-órbita de los potenciales, calculados con ambas prescripciones NM y HF del modelo MOP de Gogny, y con el POP de KD, para neutrones de energías de 20 y 24 MeV, (1) y protones de energías 24.1 y 30.3 MeV (2), dispersados por el ^{208}Pb .

Puede apreciarse que tanto para neutrones como para protones la prescripción HF de la parte real se diferencia poco del mismo potencial calculado con el modelo POP de KD, mientras que la prescripción NM predice una mayor atracción.

La parte imaginaria del modelo MOP de Gogny, tanto con la prescripción HF como con la prescripción NM, muestra un pico prácticamente idéntico en la superficie, lo que implica una fuerte absorción superficial en el caso de energías del proyectil moderadas como las consideradas aquí. Sin embargo, y para dichas energías, la prescripción NM predice, tanto para la dispersión de neutrones como para la de protones, una absorción de volumen relevante comparada con la predicción HF. Como en el caso del MOP de Gogny, el POP de KD también predice un mínimo en la superficie de la parte imaginaria del potencial óptico, localizado básicamente en la misma posición pero con una profundidad mucho menor que las obtenidas mediante cálculos con el MOP de Gogny. Nótese también que para las energías consideradas en estos ejemplos, la parte de volumen calculada con el POP de KD es mucho menor que el resultado obtenido usando las dos prescripciones del modelo MOP de Gogny.

El término spin-órbita se ajusta bastante bien con el mismo término del modelo POP de KD.

Queremos discutir ahora el poder predictivo del MOP de Gogny en lo que concierne a la descripción de diversos observables de la dispersión nucleón-núcleo. Como ejemplo la figura 3 visualiza las secciones eficaces diferenciales, para neutrones de energías 20 y 24 MeV, y las secciones eficaces diferenciales relativas a Rutherford, para protones de energías 24.1 y 30.3 MeV, dispersados por un núcleo de ^{208}Pb .

En el caso de neutrones, para ángulos pequeños, algo menores que unos 50° , la sección eficaz proporcionada por la solución HF del modelo MOP de Gogny reproduce bien los datos experimentales; para ángulos mayores las secciones eficaces son significativamente menores que las proporcionadas por el modelo POP de KD, que reproduce bien los datos experimentales. Este comportamiento para la dispersión de neutrones es bastante general en las reacciones estudiadas en este trabajo y puede atribuirse a un exceso de absorción de la parte central imaginaria del MOP de Gogny.

Cuando el proyectil es un protón, las soluciones HF y NM del modelo MOP de Gogny proporcionan secciones eficaces elásticas significativamente superiores a las proporcionadas por el modelo KD y a los valores experimentales. Aquí, el potencial óptico de absorción, a pesar de presentar tanto en el interior de núcleo como en la superficie valores considerablemente mayores que los obtenidos con el POP de KD, tal y como puede verse en los paneles centrales de la figura 2, predice secciones eficaces elásticas demasiado grandes. Este hecho es tanto más cierto cuanto mayor es la energía del proyectil. Esta predicción anómala de la sección eficaz diferencial predicha por el MOP de Gogny en el caso de dispersión elástica de protones, ocurre en el caso de blancos pesados tales como el ^{208}Pb mientras que no aparece en el caso de núcleos dispersores más ligeros como comentaremos a continuación en la discusión de las figuras 6 y 8. Una explicación compatible con la fuerte absorción de la parte imaginaria del potencial óptico y con una sección eficaz elástica también grande puede deberse al hecho de que los protones absorbidos son reemitidos en el mismo canal de entrada por el efecto de la importante fuerza repulsiva de Coulomb presente en los núcleos más pesados.

4.4.2. Propiedades globales de los potenciales ópticos

Unas cantidades relevantes para juzgar la calidad de los potenciales ópticos son las integrales de volumen de las partes real e imaginaria, así como sus correspondientes radios cuadráticos medios, dadas por las siguientes ex-

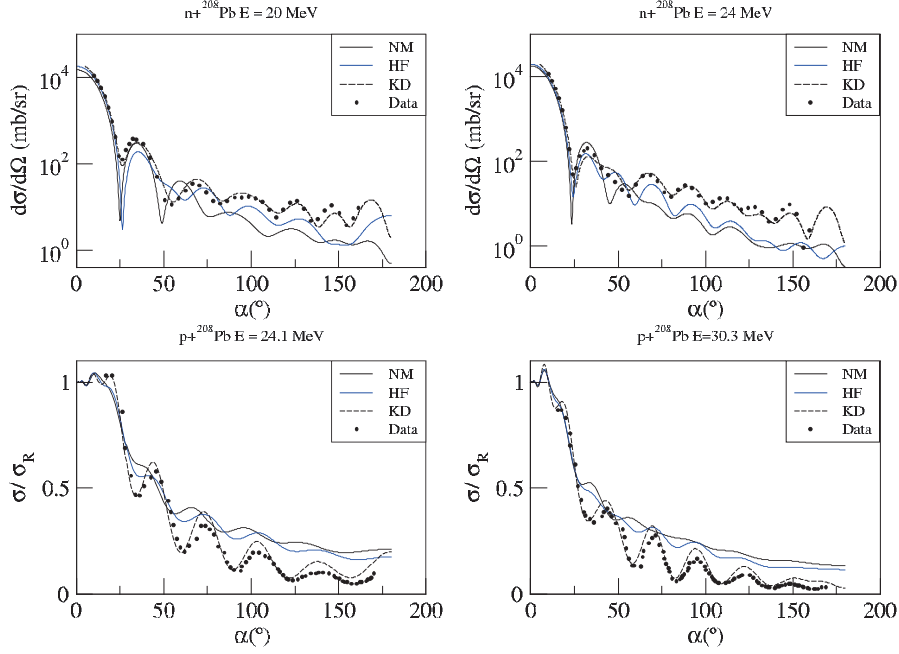


Figura 3: Sección eficaz diferencial para neutrones y protones dispersados por ^{208}Pb .

presiones:

$$J_v = -\frac{1}{A_T} \int V(r) d\vec{r} \quad J_w = -\frac{1}{A_T} \int W(r) d\vec{r} \quad (4.17)$$

$$R_v = \left[\frac{\int V(r) r^2 d\vec{r}}{\int V(r) d\vec{r}} \right]^{1/2} \quad R_w = \left[\frac{\int W(r) r^2 d\vec{r}}{\int W(r) d\vec{r}} \right]^{1/2}$$

donde A_T es la masa del núcleo blanco. Estas integrales caracterizan el potencial nuclear sin hacer referencia a la distribución de los nucleones en el núcleo. En la figura 4 se muestran estas integrales y radios correspondientes a potenciales ópticos neutrón-núcleo para diversos blancos cubriendo la tabla periódica desde ^{24}Mg al ^{208}Pb y en un rango de energías del neutrón incidente entre 5 y 50 MeV. En dicha figura se muestran tanto los resultados obtenidos con el modelo MOP de Gogny (líneas continuas) como con el modelo feno-

menológico POP de KD (líneas discontinuas).

El modelo POP de KD pronostica para J_v un decrecimiento lineal con la energía, con un valor menor cuanto mayor es la masa del núcleo; mientras que para J_w predice, en función de la energía, valores prácticamente constantes, aunque dependientes de la masa del núcleo. La prescripción HF del modelo MOP de Gogny también muestra para J_v un comportamiento decreciente con la energía, aunque presenta cierta curvatura al aumentar la energía del proyectil. En función de la energía, y para un blanco dado, la integral de volumen de la parte imaginaria J_w muestra una tendencia creciente, cuya pendiente decrece al aumentar la energía.

A bajas energías, la parte del potencial imaginario $W(r)$ que más influye a J_w es la parte de superficie, mientras que a energías medias, como las que se consideran en este trabajo, influyen tanto la parte de superficie como la parte de volumen. Las grandes diferencias entre el potencial imaginario $W(r)$ proporcionado por los modelos POP de KD y MOP de Gogny, tanto a nivel de superficie como en el interior de núcleo, pueden explicar las diferencias observadas en la integral J_w . Una importante consecuencia de este análisis es que la dependencia en energía de los modelos POP de KD y MOP de Gogny es manifiestamente diferente. Como se verá en el siguiente capítulo, la dependencia en energía de MOP de Gogny puede modificarse introduciendo factores de renormalización que llevan a las integrales de volumen de la parte imaginaria a unos valores más cercanos a las predicciones del modelo POP de KD.

Los valores del radio cuadrático medio de la parte real del potencial óptico, R_v , calculados con los dos modelos predicen prácticamente valores iguales, que dependen de la masa del núcleo blanco con una ley del tipo $A^{1/3}$, y, en el rango de energías considerado, son independientes de la energía. Respecto a los radios cuadráticos medios de la parte imaginaria del potencial óptico, R_w , los valores obtenidos con los dos modelos son casi idénticos cuando la masa del núcleo es pequeña, y se diferencian al aumentar la masa del núcleo, en cuyo caso disminuyen con la energía.

4.4.3. Secciones eficaces y polarización

En las figuras 5 y 6 se representan las secciones eficaces diferenciales (DCS), en el caso de neutrones, y las DCS relativas a Rutherford, para protones, dispersados por el núcleo ^{56}Fe . El interés por este núcleo radica en

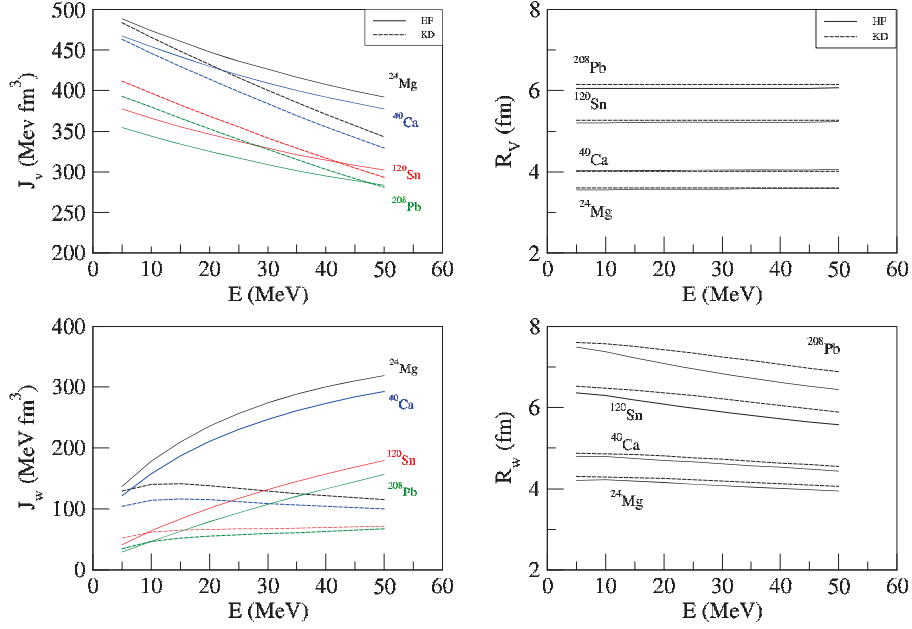


Figura 4: Integrales de volumen y radio cuadrático medio del potencial óptico para neutrones usados como proyectiles

el elevado número de datos experimentales disponibles en la base de datos EXFOR [16].

En la figura 5 se representa la dispersión de neutrones. A energías bajas y para ángulos pequeños $\sim 50^\circ$, las DCS calculadas con el modelo MOP de Gogny, sobre todo con la prescripción HF, reproducen bien los datos experimentales. A energías más elevadas, el modelo de Gogny predice secciones eficaces menores, aunque el patrón observado es el mismo que el del modelo KD, pero con mínimos más profundos. En la figura 6 se representan las DCS relativas a Rutherford para cuatro energías diferentes de la dispersión de protones. La solución del MOP de Gogny sigue el patrón oscilatorio de los datos experimentales, aunque las amplitudes de las oscilaciones son más amortiguadas cuando se incrementa la energía del proyectil.

En la figura 7 se muestran las DCS para neutrones dispersados por los núcleos ^{98}Mo y ^{90}Zr calculadas con el modelo MOP de Gogny. A una ener-

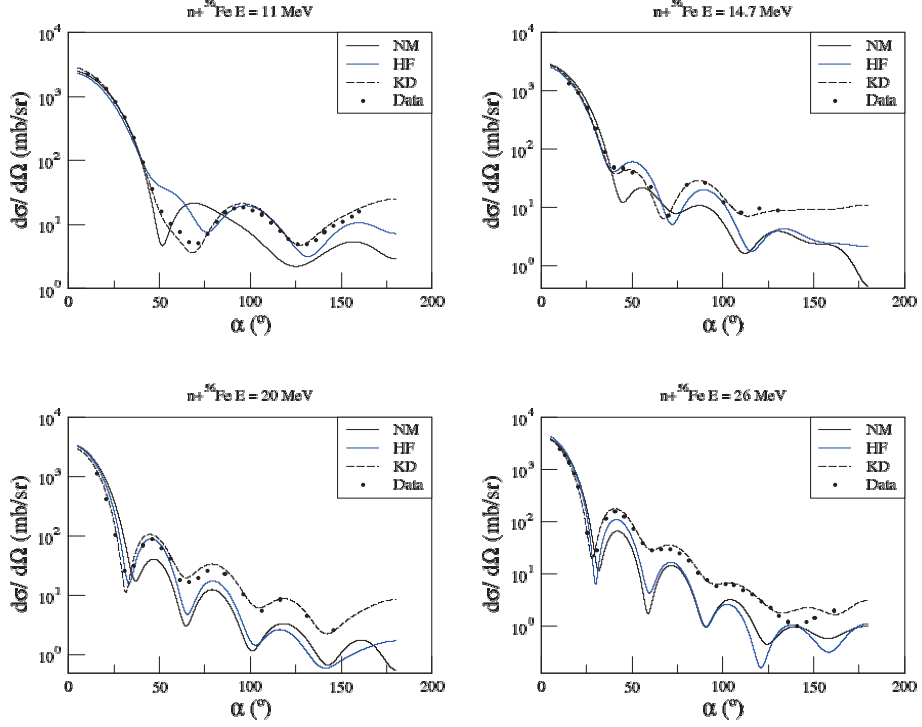


Figura 5: Sección eficaz diferencial de neutrones dispersados por ^{56}Fe

gía de 11MeV , el acuerdo del cálculo teórico con los datos experimentales es razonablemente bueno hasta un ángulo de $\sim 70^\circ$. A energías más elevadas, el modelo MOP de Gogny predice una estructura de difracción en consonancia con los datos experimentales, pero debido al carácter absorbente de nuestros potenciales, proporcionan valores de las DCS pequeñas.

En la figura 8 se calculan las DCS relativas a Rutherford para protones dispersados por los núcleos ^{58}Ni y ^{90}Zr . Nuestro modelo reproduce remarkablemente bien el comportamiento oscilatorio de los datos experimentales aunque con amplitudes más pequeñas. Se observa que a bajas energías del protón incidente, la prescripción HF proporciona un mejor acuerdo con los datos experimentales que el cálculo usando la aproximación NM. A energías más elevadas, las dos prescripciones de nuestro modelo predicen DCS muy similares.

En reacciones nucleares, cuando uno o ambos sistemas que colisionan tienen spin intrínseco, hay que añadir un nuevo grado de libertad en el cálculo

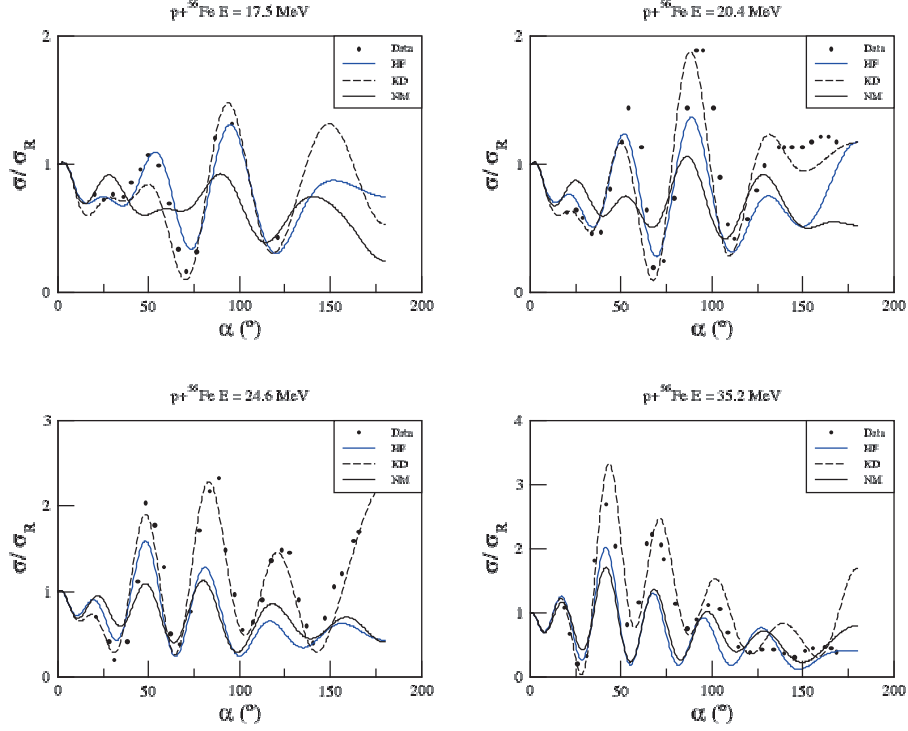


Figura 6: Sección eficaz diferencial de protones dispersados por ^{56}Fe

para describir la reacción. Una partícula con spin puede polarizarse, es decir, su momento angular puede orientarse en una dirección determinada, aunque dicha polarización puede ser parcial. La importancia de la medida de la polarización radica en que puede proporcionar información relevante sobre la dependencia en spin de la fuerza nucleón-nucleón.

Las figuras 9 y 10 muestran las polarizaciones correspondientes a la dispersión de protones y neutrones por los núcleos ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb a distintas energías. Tanto para neutrones como para protones y para los dos núcleos ligeros considerados, ^{40}Ca y ^{58}Ni , la predicción del modelo MOP de Gogny, particularmente la prescripción HF, concuerda con los datos experimentales hasta un ángulo de $\sim 50^\circ$. En el caso de núcleos medios y pesados, como el ^{120}Sn y ^{208}Pb , el modelo MOP de Gogny predice una estructura oscilatoria, con un patrón similar al de los datos experimentales, pero con los máximos y los mínimos calculados ligeramente desplazados respecto a los valores experimentales.

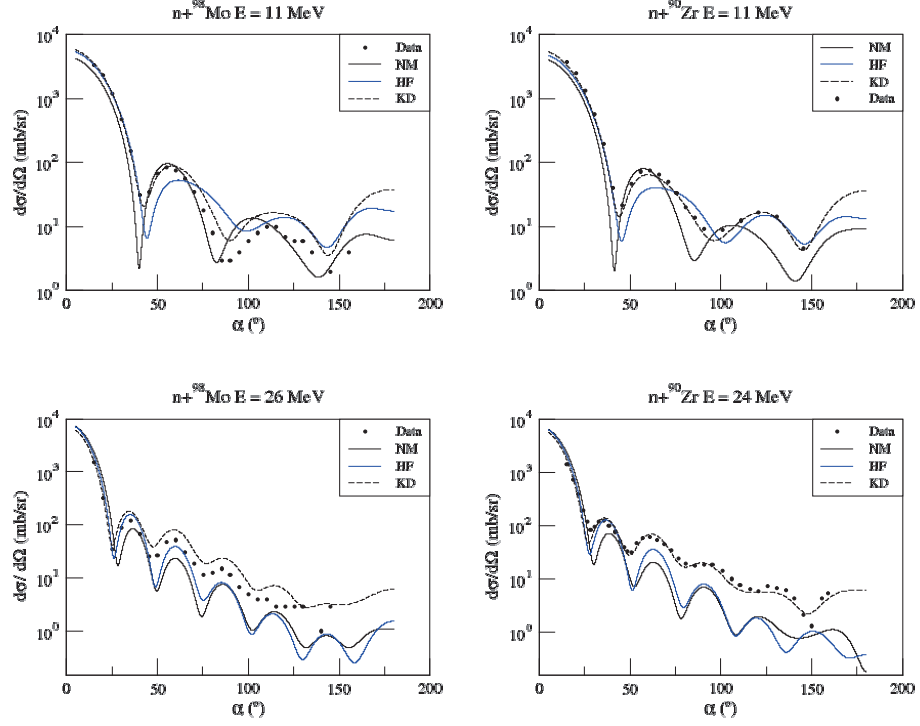


Figura 7: Secciones eficaces diferenciales de neutrones dispersados por ^{98}Mo , ^{90}Zr

4.4.4. Parámetros generales

En el apartado anterior hemos explorado la capacidad del MOP de Gogny obtenido a lo largo del trabajo desarrollado en esta Tesis para predecir los valores de observables asociados a reacciones neutrón-núcleo y protón-núcleo como pueden ser las secciones eficaces totales y de reacción, las secciones eficaces diferenciales o las polarizaciones. Es importante recalcar de nuevo que este modelo no contiene parámetros ajustados a datos experimentales de dispersión nucleón-núcleo, los parámetros de la fuerza de Gogny están ajustados para reproducir datos de estructura nuclear en núcleos finitos, tales como energías de ligadura y radios de carga. La extrapolación de esta interacción efectiva nucleón-nucleón a un dominio distinto del cual se han ajustado los parámetros, da una idea de su poder predictivo en dichos escenarios. Hemos visto que nuestro modelo teórico describe cualitativamente la sistemática de las reacciones elásticas nucleón-núcleo a energías no excesivamente elevadas en un acuerdo razonable con los datos experimentales. Sin embargo, pue-

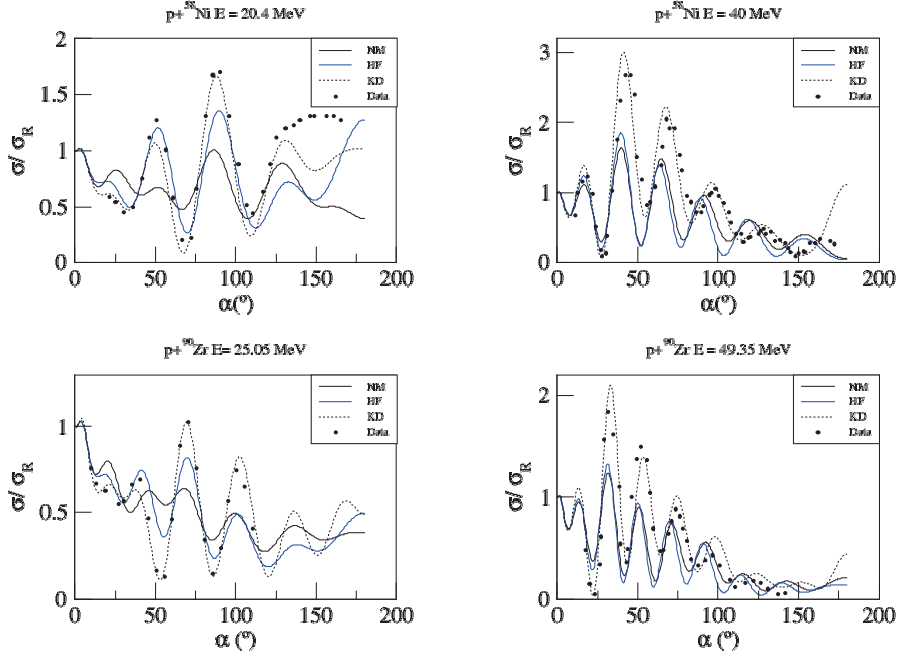


Figura 8: Secciones eficaces diferenciales de protones dispersados por ^{58}Ni y ^{90}Zr

den existir discrepancias notables entre la predicción teórica y los resultados experimentales en algunos casos concretos. Tiene también interés comparar nuestros resultados con las predicciones de modelos ópticos fenomenológicos cuyos parámetros han sido ajustados para reproducir datos experimentales de la dispersión nucleón-nucleón. En particular, elegimos como potencial óptico fenomenológico patrón el ajuste global de Köning-Delaroche, capaz de dar una descripción bastante precisa de los observables relacionados con la dispersión elástica nucleón-núcleo. Para realizar la comparación de nuestros cálculos con las predicciones fenomenológicas procedemos del siguiente modo.

En reacciones nucleares es usual caracterizar la bondad de un ajuste a datos experimentales mediante el test χ^2/N . Dado que queremos comparar las predicciones de distintos modelos, usamos un estimador estadístico global que nos dé una idea de la bondad de los diversos cálculos que queremos comparar. Para ello hemos elegido el estadístico *rms* relativo definido de la

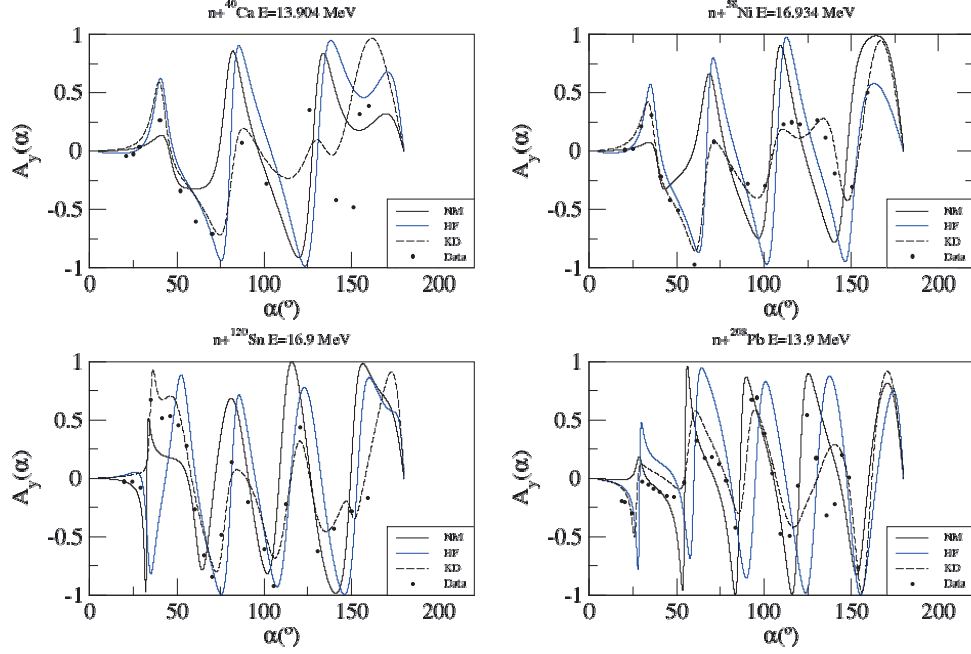


Figura 9: Polarización de neutrones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb

siguiente manera:

$$RMS^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\sigma_{th} - \sigma_{exp}}{\sigma_{exp}} \right]^2$$

donde σ_{th} son los datos obtenidos a partir del cálculo teórico y σ_{exp} son los datos experimentales. Este número (multiplicado por 100) corresponde al porcentaje de la desviación entre los valores teóricos y experimentales para una reacción dada.

En la tabla 2 aparecen los cálculos de este estadístico para todas las reacciones, con columnas correspondientes al modelo teórico POP de KD, y los cálculos correspondientes a las prescripciones HF y NM del modelo MOP de Gogny. En general, el modelo POP de KD proporciona desviaciones de aproximadamente un 34% respecto a los datos experimentales, siendo ligeramente menores cuando el proyectil es un protón y un poco mayores cuando el proyectil es un neutrón. Las prescripciones HF y NM del modelo MOP de

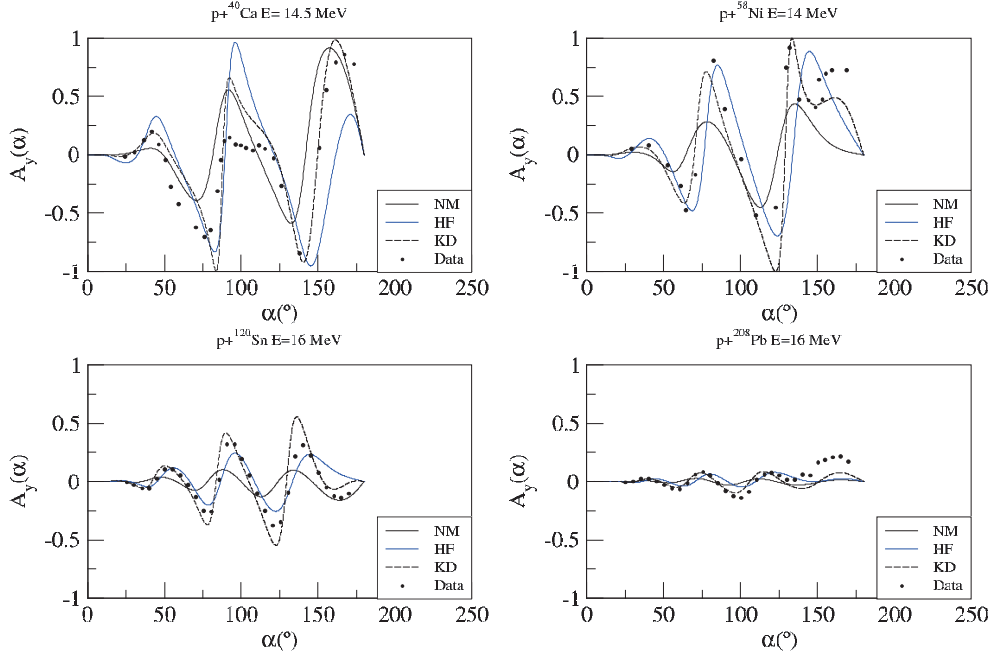


Figura 10: Polarización de protones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb

Gogny proporcionan desviaciones más grandes, mayores con la prescripción NM que con HF. En términos generales, la prescripción HF del modelo MOP de Gogny proporciona desviaciones respecto a los datos experimentales de aproximadamente el 68% y la prescripción NM del 83%, siendo, en ambos casos, bastante menores en el caso de neutrones que de protones. Mencionar también que el estimador estadístico utilizado da un valor anómalo en el caso de dispersión de protones por blancos de ^{208}Pb , lo que indica el fallo de nuestro modelo para estas reacciones, tal y como se ve también en las secciones eficaces mostradas en la figura 3.

Del análisis de este estimador estadístico se desprende que aunque los datos experimentales de observables relacionados con la dispersión elástica de nucleones por núcleos pueden ser descritos razonablemente a un nivel cualitativo, una descripción cuantitativa con una calidad similar a la proporcionada por el potencial fenomenológico global de KD, requiere incluir en el MOP de Gogny información directamente relacionada con las reacciones elásticas

$^{56}\text{Fe}(\text{N,EL})^{56}\text{Fe}$				$^{56}\text{Fe}(\text{P,EL})^{56}\text{Fe}$			
E(MeV)	KD	HF	NM	E(MeV)	KD	HF	NM
11	0.1265	0.7850	0.9457	17.5	0.2209	0.3881	0.8566
14.7	0.1337	0.3756	0.5046	20.4	0.3216	0.3439	0.5609
20	0.2388	0.5691	1.0076	24.6	0.2687	0.5121	0.6190
26	0.2866	0.6008	0.6446	35.2	0.5011	0.4966	0.5126

$^{98}\text{Mo}(\text{N,EL})^{98}\text{Mo}$				$^{58}\text{Ni}(\text{P,EL})^{58}\text{Ni}$			
E(MeV)	KD	HF	NM	E(MeV)	KD	HF	NM
11	0.7137	1.1819	0.5797	20.4	0.2436	0.3441	0.5361
26	0.8428	0.5314	0.6489	40	0.4012	0.6274	0.7128

$^{90}\text{Zr}(\text{N,EL})^{90}\text{Zr}$				$^{90}\text{Zr}(\text{P,EL})^{90}\text{Zr}$			
E(MeV)	KD	HF	NM	E(MeV)	KD	HF	NM
11	0.1456	0.3662	0.4944	25.05	0.1038	0.5950	0.9651
24	0.2423	0.6302	0.6855	49.35	0.4301	1.0429	1.2387

$^{208}\text{Pb}(\text{N,EL})^{208}\text{Pb}$				$^{208}\text{Pb}(\text{P,EL})^{208}\text{Pb}$			
E(MeV)	KD	HF	NM	E(MeV)	KD	HF	NM
20	0.2819	0.5742	0.6649	24.1	0.3585	1.0882	1.3861
24	0.3440	0.5638	0.6446	30.3	0.4304	1.5898	2.0557

Tabla 2: Desviación *RMS relativo* de las secciones eficaces calculadas con el MOP de Gogny, usando las prescripciones HF y NM, y con el modelo POP de KD respecto a las secciones eficaces experimentales.

nucleón-núcleo. Como se discutirá en detalle en el próximo capítulo, una re-normalización de las partes real e imaginaria de la contribución central del potencial óptico, así como de su parte spin-órbita, con factores dependientes de la energía, mejora considerablemente el acuerdo con los datos experimentales analizados obteniendo una calidad en la descripción similar a la proporcionada por el modelo de KD.

4.4.5. Secciones eficaces totales y de reacción

Una cantidad relevante en la descripción de la dispersión elástica nucleón-núcleo son las secciones eficaces totales, σ_T , para los neutrones, y la sección eficaz de reacción, σ_R , para los protones. Sus valores calculados con el MOP

de Gogny así como con el potencial fenomenológico de KD que usamos como patrón se muestran en la tabla 3 para las reacciones nucleón-núcleo analizadas en esta Tesis. En el caso de neutrones, en todos los núcleos estudiados, tanto con el modelo MOP de Gogny como con el modelo POP de KD, la sección eficaz total disminuye al aumentar la energía del neutrón incidente. Con los protones, el modelo MOP de Gogny pronostica un aumento de σ_R con la energía.

$^{56}\text{Fe}(\text{N,EL})^{56}\text{Fe}$				$^{56}\text{Fe}(\text{P,EL})^{56}\text{Fe}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	NM		KD	HF	NM
11	3000	2723.5	2817	17.5	1069.8	1048.9	1018.6
14.7	2588	2497.0	2614.8	20.4	1091.7	1106.7	1077.0
20	2322.2	2435.6	2426.7	24.6	1102.7	1162.5	1118.9
26	2331	2458.0	2321.9	35.2	1062.6	1218.7	1169.1

$^{98}\text{Mo}(\text{N,EL})^{98}\text{Mo}$				$^{58}\text{Ni}(\text{P,EL})^{58}\text{Ni}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	NM		KD	HF	NM
11	4297.3	4124.4	3606.3	20.4	1079.8	1060.7	1036.9
26	3011.1	3222.9	3241.9	40	1032.8	1202.0	1158.3

$^{90}\text{Zr}(\text{N,EL})^{90}\text{Zr}$				$^{90}\text{Zr}(\text{P,EL})^{90}\text{Zr}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	NM		KD	HF	NM
11	4153.8	3876.0	3518.9	25.05	1298.6	1312.3	1254.6
24	2961.3	3137.6	3145.9	49.35	1277.6	1492.8	1426.8

$^{208}\text{Pb}(\text{N,EL})^{208}\text{Pb}$				$^{208}\text{Pb}(\text{P,EL})^{208}\text{Pb}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	NM		KD	HF	NM
20	5832.5	5443.4	4937.1	24.1	1558.6	1451.9	1498.0
24	5658.9	5195.1	4933.1	30.3	1779.9	1818.5	1767.3

Tabla 3: Secciones eficaces total y de reacción medidas en mb para las reacciones analizadas en este trabajo.

4.4.6. La aproximación de materia nuclear en comparación con el modelo NSM

En esta subsección queremos comparar las predicciones del modelo MOP de Gogny desarrollado en este trabajo con los resultados obtenidos usando el modelo NSM (Nuclear Structure Method), basado en las aproximaciones HF y RPA del potencial óptico, para describir el scattering elástico de protones y neutrones dispersados por los núcleos ^{40}Ca y ^{48}Ca a varias energías usando la interacción D1S de la fuerza de Gogny, citados en las referencias Refs. [17–19].

En la figura 11 visualizamos las secciones eficaces diferenciales de neutrones (panel superior) y protones (panel inferior) sobre un núcleo ^{40}Ca a varias energías entre 5.88 y 30.3 MeV (neutrones) y 13.49 y 30.3 MeV (protones). En esta figura mostramos los resultados obtenidos con nuestra aproximación, usando las prescripciones NM (panel izquierdo) y HF (panel derecho), sin incluir las correcciones a la formación de un núcleo compuesto. En la misma figura también visualizamos las predicciones del modelo NSM y los datos experimentales obtenidos de [18]. En la figura 12 mostramos los mismos resultados con el núcleo ^{48}Ca con energías del proyectil entre 4.7 y 16.3 MeV (neutrones) y entre 8 y 30 MeV (protones).

En estas figuras podemos ver que, para estas reacciones, las DCS predichas por nuestro modelo reproducen bastante bien los datos de scattering hasta aproximadamente un ángulo de 30° . En el scattering de neutrones, nuestro modelo predice, en ambas prescripciones NM y HF, la posición de los mínimos de las DCS en buen acuerdo con los cálculos NSM. Nuestro modelo también predice una absorción más fuerte que el modelo NSM, como puede verse en los panel superiores de las figuras 11 y 12. En el caso del scattering de protones, el modelo de Gogny reproduce los datos experimentales con el núcleo ^{40}Ca . Sin embargo, en el caso del núcleo ^{48}Ca hay más discrepancias entre nuestros resultados y los datos experimentales. Nuestros datos difieren claramente de las DCS predichas por el modelo NSM para energías altas y ángulos grandes.

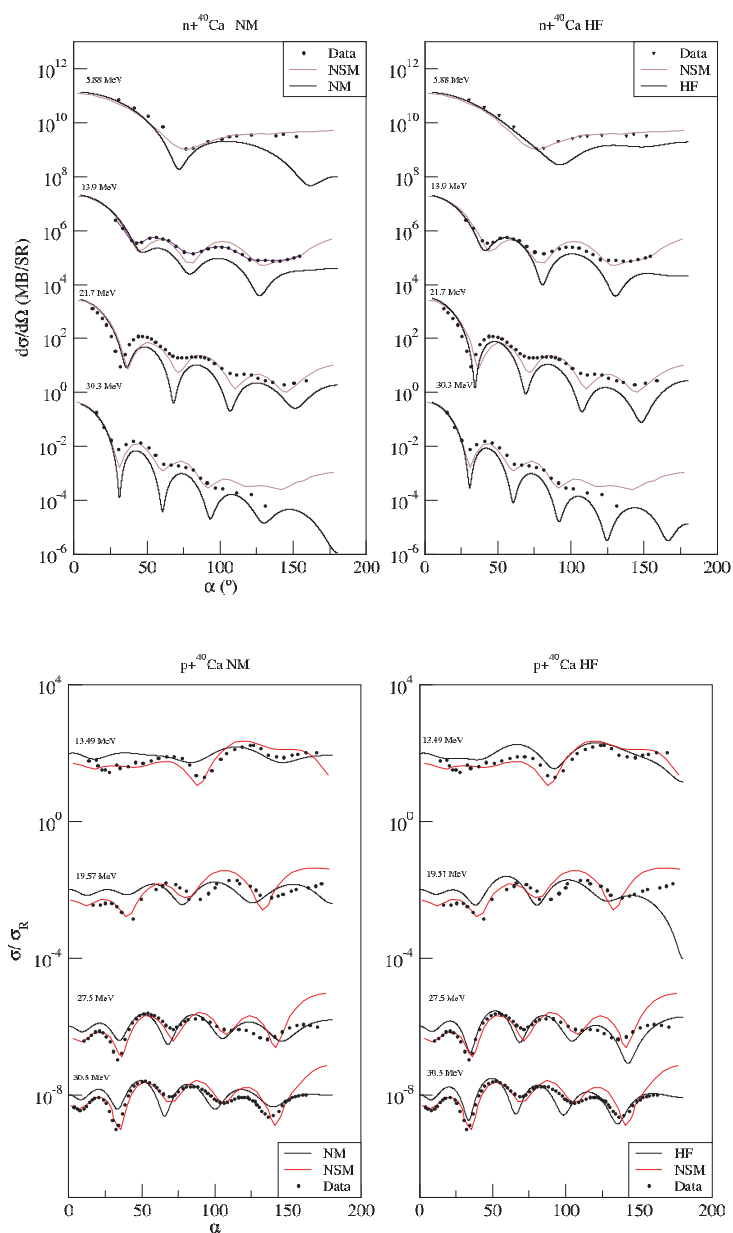


Figura 11: Secciones eficaces diferenciales para neutrones y protones desviados por el núcleo ^{40}Ca

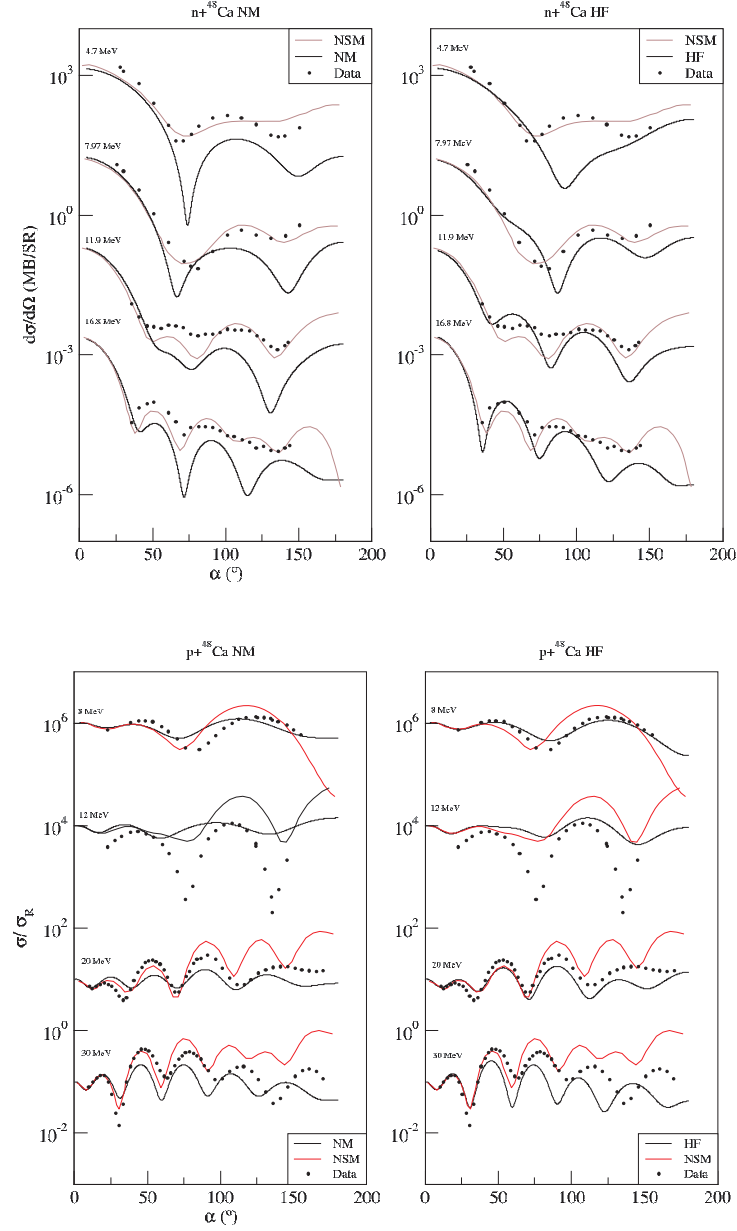


Figura 12: Secciones eficaces diferenciales para neutrones y protones desviados por el núcleo ^{48}Ca

$^{40}\text{Ca}(\text{N,EL})^{40}\text{Ca}$				
E (MeV)	KD	HF	NM	NSM
5.88	0.3445	0.3617	0.2494	0.0669
13.9	0.1700	0.4921	0.4243	0.1378
21.7	0.1729	0.4754	0.4899	0.3385
30.3	0.1269	0.6508	0.5882	0.9454

$^{48}\text{Ca}(\text{N,EL})^{48}\text{Ca}$				
E (MeV)	KD	HF	NM	NSM
4.7	0.3162	0.2938	0.3885	0.1015
7.97	0.3194	0.3114	0.3286	0.1049
11.9	0.2387	0.2846	0.5146	0.1582
16.8	0.1449	0.2476	0.4188	0.1342

Tabla 4: Desviaciones relativas de las secciones eficaces respecto a los datos experimentales correspondientes a las reacciones $n + ^{40,48}\text{Ca}$ calculadas con el modelo MOP de Gogny (HF, NM), el modelo POP de KD y el modelo NSM.

En la tabla 4 calculamos las desviaciones relativas *rms* entre los datos experimentales y los resultados teóricos para las reacciones visualizadas en las figuras 11 y 12, obtenidos usando los modelos POP de KD, MOP de Gogny (NM y HF), y el modelo NSM. En esta tabla vemos que el modelo NSM produce una descripción más exacta de los datos experimentales con energías por debajo de 20 MeV. Sin embargo, este modelo muestra algunas deficiencias a energías superiores. El modelo POP de KD, para las energías consideradas, predice desviaciones entre un 10% y 35%, mientras que el modelo MOP de Gogny predice desviaciones de entre 25% y 65% con la aproximación HF, y de entre 25% y 60% con la prescripción NM.

Capítulo 5

Renormalización de los potenciales

5.1. El cálculo de los coeficientes de renormalización

Una vez desarrollado el MOP de Gogny y vistas las deficiencias que presenta, el siguiente paso que hemos dado es el de renormalizar los potenciales ópticos para obtener un potencial semi-fenomenológico que reproduzca mejor los datos experimentales de la dispersión elástica nucleón-núcleo. En términos generales, la renormalización consiste en seleccionar los datos experimentales de un conjunto de reacciones elásticas para diferentes núcleos de la tabla periódica (^{40}Ca , ^{56}Fe , ^{90}Zr , ^{120}Sn , ^{208}Pb), extraídos de la base de datos experimentales [16], y determinar los coeficientes de renormalización α , β , γ de las contribuciones real, imaginario y spin-órbita, respectivamente, de tal forma que los potenciales modificados minimicen el estadístico *RMS relativo* construido con los datos teóricos calculados con los nuevos potenciales y los datos experimentales del conjunto de reacciones seleccionadas:

$$RMS^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\sigma_{exp} - \sigma_{th}(\alpha, \beta, \gamma)}{\sigma_{exp}} \right]^2 \quad (5.1)$$

donde N es el número de datos de la reacción, σ_{th} son los datos teóricos calculados, dependientes de los coeficientes α , β , γ , y σ_{exp} son los datos experimentales.

El primer paso dado para lograr la consecución de este objetivo fue seleccionar un conjunto de núcleos de la tabla periódica. Después de revisar un número amplio de publicaciones sobre este mismo tema, vimos que la práctica totalidad de ellos coincidían en presentar datos de núcleos esféricos (0^+) en un rango de masas que iba desde el ^{40}Ca hasta el ^{208}Pb . En ese intervalo, los núcleos más seleccionados eran el ^{56}Fe , el ^{90}Zr y el ^{120}Sn . En principio, en la base de datos [16], para los núcleos mencionados, hay abundantes datos experimentales para la sección eficaz diferencial $\sigma(\theta)$ y menos para la polarización $A_y(\theta)$ y la sección eficaz diferencial relativa a Rutherford $\sigma_R(\theta)$; también, el número de reacciones con neutrones es bastante inferior al de reacciones con protones.

El segundo paso que dimos fue seleccionar un rango de energías con las que trabajar. En general, con protones, decidimos seleccionar energías desde ligeramente por encima de la barrera de Coulomb hasta un máximo de 80MeV , aunque también hicimos pruebas con energías más elevadas (hasta 160MeV), y con neutrones, donde las energías son menores, eliminamos las energías inferiores a 11MeV , para evitar contribuciones a la sección eficaz

diferencial de sucesos provenientes del núcleo compuesto, y establecimos un límite máximo en torno a 30MeV .

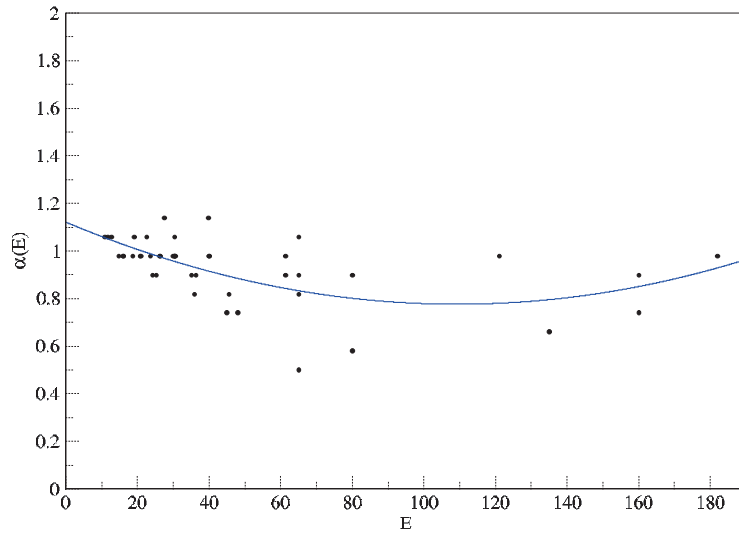


Figura 13: Ajuste del coeficiente α usando protones como proyectiles

5.1. EL CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE RENORMALIZACIÓN⁶⁵

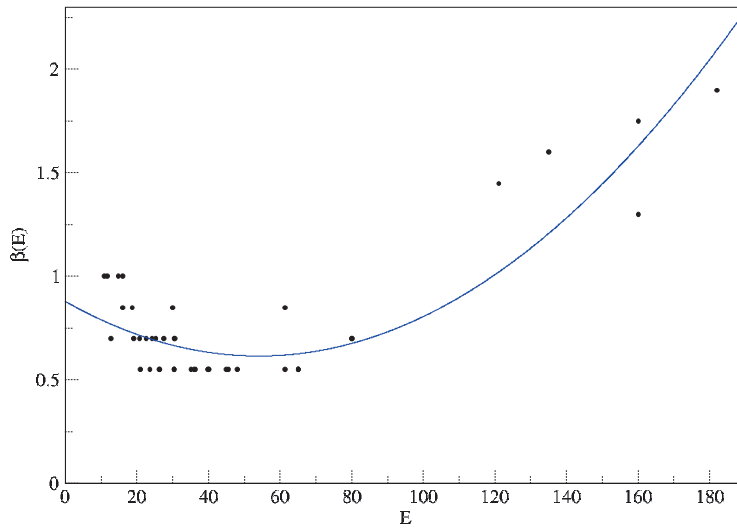


Figura 14: Ajuste del coeficiente β usando protones como proyectiles

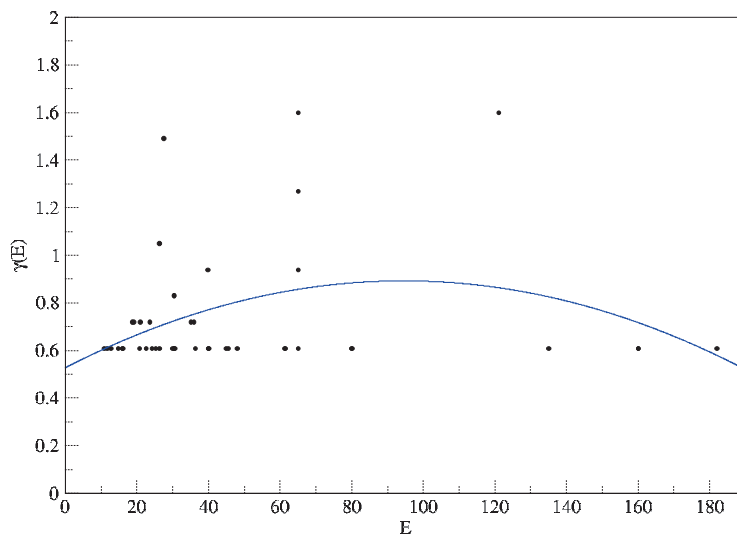


Figura 15: Ajuste del coeficiente γ usando protones como proyectiles

El primer problema al que uno se enfrenta a la hora de minimizar el estadístico *RMS* es localizar el mínimo *global* y no un mínimo *local*. Después de muchos intentos prueba-error nos dimos cuenta que la mejor forma de obtener el mínimo global es usar el *método de la rejilla*. Este método, como su nombre indica, consiste en definir intervalos de variación para los coeficientes α , β y γ para los coeficientes de los potenciales real, imaginario y spin-órbita, definir un paso para cada uno de ellos e iterar el proceso hasta encontrar los valores correctos de los coeficientes. El resultado final de todo este proceso es una tabla con cuatro campos: E , α , β y γ , y un registro para cada reacción.

En la tabla 5 se muestra, en la primera columna, la lista de núcleos seleccionados para ajustar los potenciales, usando protones como proyectiles; en la segunda columna de la misma tabla se especifica la energía del proyectil en el sistema LAB (laboratorio) para cada reacción seleccionada. Las tres últimas columnas muestran los valores calculados de los coeficientes de renormalización α, β, γ de las partes real, imaginaria y spin-órbita de los potenciales ópticos teóricos calculados mediante el ajuste de los datos experimentales de cada reacción. Exactamente del mismo modo, la tabla 7 representa el mismo proceso seguido para renormalizar los potenciales ópticos teóricos cuando el proyectil es un neutrón.

Una vez calculadas estas tablas, buscamos las dependencias: $\alpha(E)$, $\beta(E)$ y $\gamma(E)$ para cada tipo de proyectil. Para ello calculamos otro estadístico *RMS relativo* para cada coeficiente. Por ejemplo, para el coeficiente α :

$$RMS^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\alpha_i - M_\alpha(E, \lambda_k)}{\alpha_i} \right]^2 \quad (5.2)$$

donde N es el número de reacciones de la tabla. En esta ecuación $M_\alpha(E, \lambda_k)$ representa el modelo utilizado para parametrizar el coeficiente α , el cual depende de la energía del nucleón incidente E y de una serie de parámetros λ_k a determinar minimizando el estadístico *RMS*. En general, el modelo puede ser lineal, cuadrático, o depender de potencias mayores de la energía.

En nuestro caso, cuando el proyectil es un protón, obtenemos una representación promedio aceptable de los coeficientes mediante polinomios de segundo grado en la energía:

5.1. EL CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE RENORMALIZACIÓN 67

$$\begin{aligned}M_{\alpha}(E, \lambda_k) &= \lambda_1 E^2 + \lambda_2 E + \lambda_3 \\M_{\beta}(E, \mu_k) &= \mu_1 E^2 + \mu_2 E + \mu_3 \\M_{\gamma}(E, \delta_k) &= \delta_1 E^2 + \delta_2 E + \delta_3\end{aligned}\tag{5.3}$$

La determinación de los coeficientes λ_k , μ_k , δ_k de cada modelo [12] se hace una sola vez, de modo que dichos coeficientes son los mismos para cada reacción y, por tanto, la única variable del modelo es la energía del proyectil, la cual determina completamente el coeficiente de renormalización para cada reacción concreta.

Las figuras 13, 14 y 15 muestran los gráficos 2D para los coeficientes α , β y γ en función de la energía usando protones como proyectiles, y la curva que mejor se ajusta a cada coeficiente, usando como modelo en cada caso polinomios de segundo grado.

En la tabla 6 se visualizan los valores de los coeficientes λ_k , μ_k y δ_k correspondientes a las ecuaciones (5.3) calculados para representar la dependencia en energía de los coeficientes α , β y γ obtenidos a partir de la tabla 5 usando protones como proyectiles.

Masa	Energía (MeV)	α	β	γ
⁴⁰ Ca	0.210000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.720000E+00
	0.235000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.720000E+00
	0.263000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.105000E+01
	0.275000E+02	0.114000E+01	0.700000E+00	0.149000E+01
	0.303000E+02	0.106000E+01	0.550000E+00	0.830000E+00
	0.358000E+02	0.820000E+00	0.550000E+00	0.720000E+00
	0.450000E+02	0.740000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.455000E+02	0.820000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.480000E+02	0.740000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.650000E+02	0.820000E+00	0.550000E+00	0.940000E+00
	0.800000E+02	0.580000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.135000E+03	0.660000E+00	0.160000E+01	0.610000E+00
	0.160000E+03	0.740000E+00	0.175000E+01	0.610000E+00
⁵⁶ Fe	0.109300E+02	0.106000E+01	0.100000E+01	0.610000E+00
	0.117000E+02	0.106000E+01	0.100000E+01	0.610000E+00
	0.186000E+02	0.980000E+00	0.850000E+00	0.720000E+00
	0.191000E+02	0.106000E+01	0.700000E+00	0.720000E+00
	0.303000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.830000E+00
	0.398000E+02	0.114000E+01	0.550000E+00	0.940000E+00
0.650000E+02	0.500000E+00	0.550000E+00	0.160000E+01	
⁹⁰ Zr	0.127000E+02	0.106000E+01	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.147100E+02	0.980000E+00	0.100000E+01	0.610000E+00
	0.160000E+02	0.980000E+00	0.100000E+01	0.610000E+00
	0.225000E+02	0.106000E+01	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.300000E+02	0.980000E+00	0.850000E+00	0.610000E+00
	0.400000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.614000E+02	0.900000E+00	0.850000E+00	0.610000E+00
0.650000E+02	0.106000E+01	0.550000E+00	0.127000E+01	
¹²⁰ Sn	0.160000E+02	0.980000E+00	0.850000E+00	0.610000E+00
	0.206000E+02	0.980000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.252000E+02	0.900000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.303000E+02	0.980000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.306000E+02	0.980000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.362000E+02	0.900000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
²⁰⁸ Pb	0.241000E+02	0.900000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.263000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.303000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.350000E+02	0.900000E+00	0.550000E+00	0.720000E+00
	0.400000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.614000E+02	0.980000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.650000E+02	0.900000E+00	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.800000E+02	0.900000E+00	0.700000E+00	0.610000E+00
	0.121000E+03	0.980000E+00	0.145000E+01	0.160000E+01
	0.160000E+03	0.900000E+00	0.130000E+01	0.610000E+00
	0.182000E+03	0.980000E+00	0.190000E+01	0.610000E+00

Tabla 5: Base de datos, con la prescripción HF, para protones usados como proyectiles.

5.1. EL CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE RENORMALIZACIÓN 69

$$M_\alpha(E, \lambda_k) = \lambda_1 E^2 + \lambda_2 E + \lambda_3$$

	λ_1	λ_2	λ_3
HF	$4.555 \cdot 10^{-5}$	$-9.5351 \cdot 10^{-3}$	1.1801
NM	$1.7881 \cdot 10^{-5}$	-0.0024064	0.97548

$$M_\beta(E, \mu_k) = \mu_1 E^2 + \mu_2 E + \mu_3$$

	μ_1	μ_2	μ_3
HF	$1.0069 \cdot 10^{-4}$	$-1.1196 \cdot 10^{-2}$	0.8684
NM	$-6.4257 \cdot 10^{-7}$	-0.00085263	0.73801

$$M_\gamma(E, \delta_k) = \delta_1 E^2 + \delta_2 E + \delta_3$$

	δ_1	δ_2	δ_3
HF	$-1.0329 \cdot 10^{-5}$	$1.7524 \cdot 10^{-3}$	0.6147
NM	$-1.8765 \cdot 10^{-5}$	0.0026585	0.74678

Tabla 6: Valores de los parámetros correspondientes a las ecuaciones (5.3) calculados para representar la dependencia en energía de los coeficientes α , β y γ representados en la tabla 5 usando protones como proyectiles.

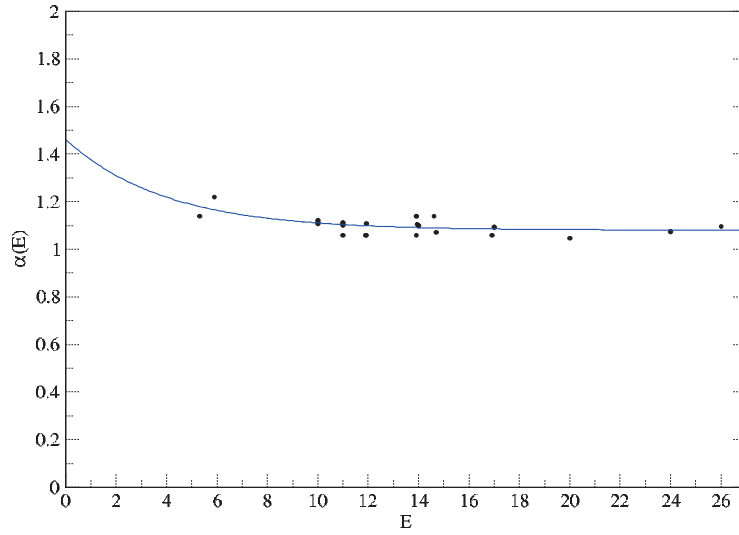


Figura 16: Ajuste del coeficiente α usando neutrones como proyectiles

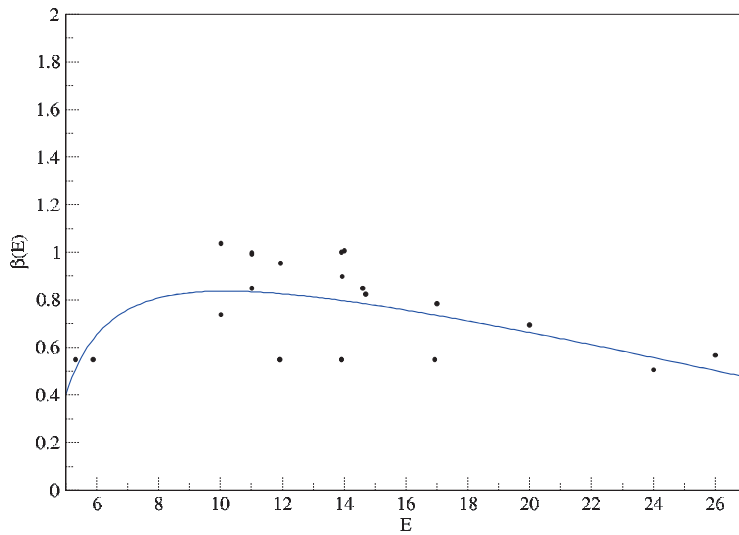


Figura 17: Ajuste del coeficiente β usando neutrones como proyectiles

5.1. EL CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE RENORMALIZACIÓN 71

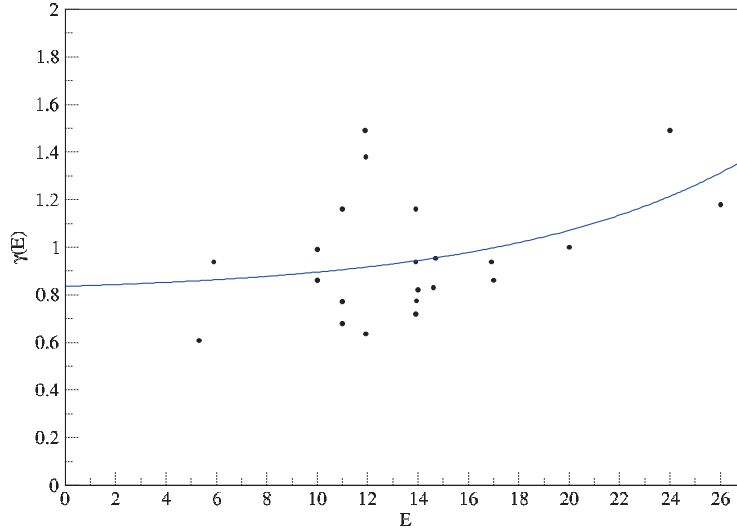


Figura 18: Ajuste del coeficiente γ usando neutrones como proyectiles

Las figuras 16, 17 y 18 muestran las gráficas 2D de las dependencias en energía de los coeficientes α , β y γ usando neutrones como proyectiles, y la curva que mejor se ajusta a cada coeficiente, tomando para cada uno de ellos los modelos siguientes:

$$\begin{aligned}
 M_\alpha(E, \lambda_k) &= \lambda_1 e^{-\lambda_2 E} + \lambda_3 \\
 M_\beta(E, \mu_k) &= \frac{\mu_1 E^2 + \mu_2 E + \mu_3}{E + \mu_4} \\
 M_\gamma(E, \delta_k) &= \delta_1 e^{\delta_2 E} + \delta_3
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

En la tabla 8 se visualizan los valores de los coeficientes λ_k , μ_k y δ_k correspondientes a las ecuaciones (5.4) calculados para representar la dependencia en energía de los coeficientes α , β y γ obtenidos a partir de la tabla 7 usando neutrones como proyectiles.

Masa	Energía (MeV)	α	β	γ
^{40}Ca	0.530200E+01	0.114000E+01	0.550000E+00	0.610000E+00
	0.588440E+01	0.122000E+01	0.550000E+00	0.940000E+00
	0.119000E+02	0.106000E+01	0.550000E+00	0.149000E+01
	0.119100E+02	0.106000E+01	0.550000E+00	0.138000E+01
	0.139000E+02	0.106000E+01	0.550000E+00	0.116000E+01
	0.139050E+02	0.114000E+01	0.550000E+00	0.720000E+00
	0.169160E+02	0.106000E+01	0.550000E+00	0.940000E+00
^{56}Fe	0.110000E+02	0.110216E+01	0.992124E+00	0.679907E+00
	0.119300E+02	0.110957E+01	0.955394E+00	0.637737E+00
	0.139200E+02	0.110706E+01	0.899235E+00	0.776828E+00
	0.147000E+02	0.107199E+01	0.824828E+00	0.955511E+00
	0.200000E+02	0.104772E+01	0.695355E+00	0.100097E+01
	0.260000E+02	0.109784E+01	0.570109E+00	0.117873E+01
^{90}Zr	0.100000E+02	0.110827E+01	0.739192E+00	0.989979E+00
	0.240000E+02	0.107414E+01	0.508079E+00	0.149078E+01
^{120}Sn	0.100000E+02	0.111948E+01	0.103632E+01	0.860872E+00
	0.110000E+02	0.111111E+01	0.997362E+00	0.771414E+00
	0.140000E+02	0.109797E+01	0.100586E+01	0.821352E+00
	0.170000E+02	0.109205E+01	0.784449E+00	0.863372E+00
^{208}Pb	0.110000E+02	0.106000E+01	0.850000E+00	0.116000E+01
	0.139000E+02	0.114000E+01	0.100000E+01	0.940000E+00
	0.146000E+02	0.114000E+01	0.850000E+00	0.830000E+00

Tabla 7: Base de datos, con la prescripción HF, para neutrones usados como proyectiles.

5.1. EL CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE RENORMALIZACIÓN 73

$$M_\alpha(E, \lambda_k) = \lambda_1 e^{-\lambda_2 E} + \lambda_3$$

	λ_1	λ_2	λ_3	
HF	0.3019	0.2577	1.0858	
NM	225.86016	37.122424	0.87692308	

$$M_\beta(E, \mu_k) = \frac{\mu_1 E^2 + \mu_2 E + \mu_3}{E + \mu_4}$$

	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4
HF	0.23856	-19.3728	575.8818	383.7557
NM	0.010943	0.23768	20.8414	50.1624

$$M_\gamma(E, \delta_k) = \delta_1 e^{\delta_2 E} + \delta_3$$

	δ_1	δ_2	δ_3	
HF	$4.4806 \cdot 10^{-2}$	0.1	0.5466	
NM	0.01052	0.13355	0.726254	

Tabla 8: Valores de los parámetros correspondientes a las ecuaciones (5.4) calculados para representar la dependencia en energía de los coeficientes α , β y γ representados en la tabla 7 usando neutrones como proyectiles.

5.2. Resultados

En las figuras 19 hasta 26 se visualizan las secciones eficaces diferenciales y las polarizaciones calculadas usando los potenciales ópticos renormalizados con el método previamente descrito para las mismas reacciones que se han estudiado en el capítulo 4. En dichas figuras se representan los valores experimentales de distintos observables de dichas reacciones, así como las predicciones teóricas del modelo MOP de Gogny (RHF) y la solución del modelo POP de KD. A simple vista ya se puede apreciar la mejora que supone la renormalización de los potenciales. De un modo más cuantitativo, en la tabla 9 se muestran los parámetros de calidad *RMS* correspondientes a las secciones eficaces diferenciales calculadas con el modelo MOP de Gogny, renormalizado (RHF) y sin renormalizar (HF), y mediante el modelo POP de KD, que utilizamos aquí como valor de referencia. En términos generales, los datos *RMS* de la tabla 9 nos dan una desviación media del 45 % en el caso del cálculo efectuado con el modelo MOP de Gogny renormalizado, que es un poco mayor que el que el promedio que ofrece el cálculo con el modelo POP de KD 34 %, pero manifiestamente menor que el 68 % que proporcionaban los potenciales sin renormalizar.

Las figuras 19 y 20 se muestran las secciones eficaces diferenciales de dispersión de neutrones a energías 11, 14.7, 20 y 26 MeV y las secciones eficaces diferenciales relativas a Rutherford de dispersión de protones a 17.5, 20.4, 24.6 y 35.2 MeV por núcleos de ^{56}Fe en ambos casos. Estas secciones eficaces están calculadas con los modelos POP de KD y con el modelo MOP de Gogny con los potenciales ópticos renormalizados en vez de con el modelo MOP de Gogny con los potenciales sin renormalizar tal y como se muestran en las figuras 5 y 6. En la figura 19 se aprecia que la solución RHF reproduce muy bien los datos experimentales hasta ángulos de dispersión $\sim 100^\circ$. Para las reacciones $n + ^{56}\text{Fe}$, la desviación media de los datos experimentales que proporciona la solución RHF es del orden del 30 %, mientras que para estas mismas reacciones la solución KD se desvía un 20 %. Para el caso de las reacciones $p + ^{56}\text{Fe}$, figura 20, a energías bajas, el modelo MOP de Gogny predice máximos en las secciones eficaces relativas a Rutherford ligeramente superiores a los obtenidos mediante el modelo POP de KD, y a energías más elevadas sucede lo contrario. En general, para las reacciones con protones, sobre blancos ^{56}Fe , la desviación RHF respecto a los datos experimentales es del orden de 35 %, prácticamente idéntica a la predicha por el modelo POP de KD, que es del orden del 32 %.

En la figura 21 se muestran las secciones eficaces diferenciales de disper-

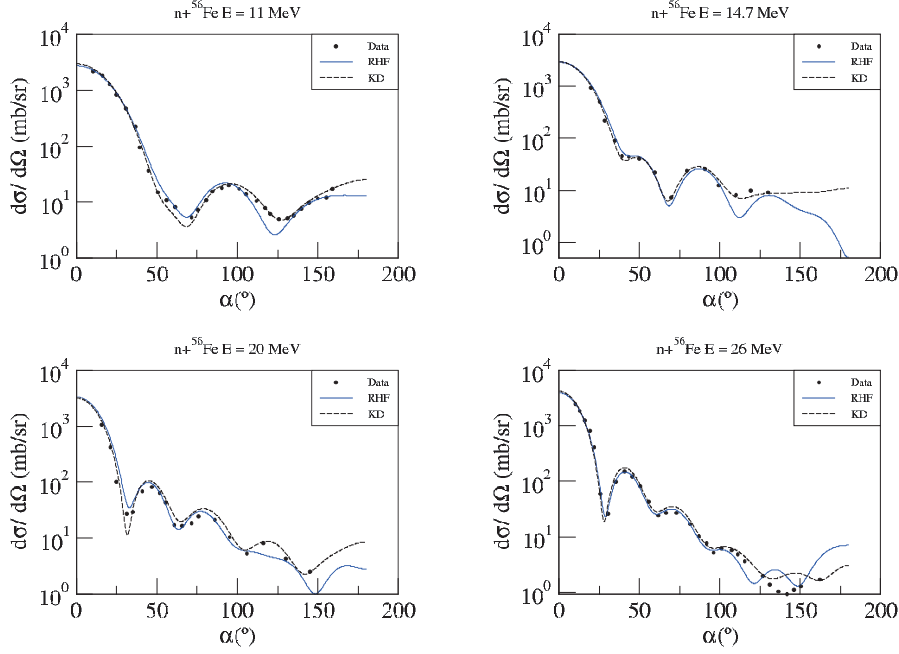


Figura 19: Sección eficaz diferencial de neutrones dispersados por ^{56}Fe

sión de neutrones a 11 y 26 MeV por blancos de ^{96}Mo y de neutrones de 11 y 24 MeV por núcleos de ^{90}Zr calculadas con el modelo MOP de Gogny renormalizado y con el modelo POP de KD. En esta figura puede apreciarse la indiscutible mejora debida a la renormalización comparando con las secciones eficaces diferenciales obtenidas con el modelo MOP de Gogny sin renormalizar que se han mostrado en la figura 7. El cálculo teórico reproduce apreciablemente bien los mínimos de difracción experimentales aunque con unas oscilaciones algo más marcadas. El modelo MOP de Gogny renormalizado predice para las reacciones sobre ^{96}Mo un *RMS* mejor que el obtenido usando el modelo POP de KD, mientras que la situación es opuesta en el caso de blancos de ^{90}Zr . En general, para estas reacciones, tanto la solución RHF del MOP de Gogny como la solución POP de KD presentan la misma desviación respecto a los datos experimentales, alrededor del 48%.

La figura 22 es la transformación de la figura 8 obtenida usando los potenciales renormalizados del modelo MOP de Gogny. De nuevo vemos que la renormalización del potencial teórico mejora el acuerdo con los datos expe-

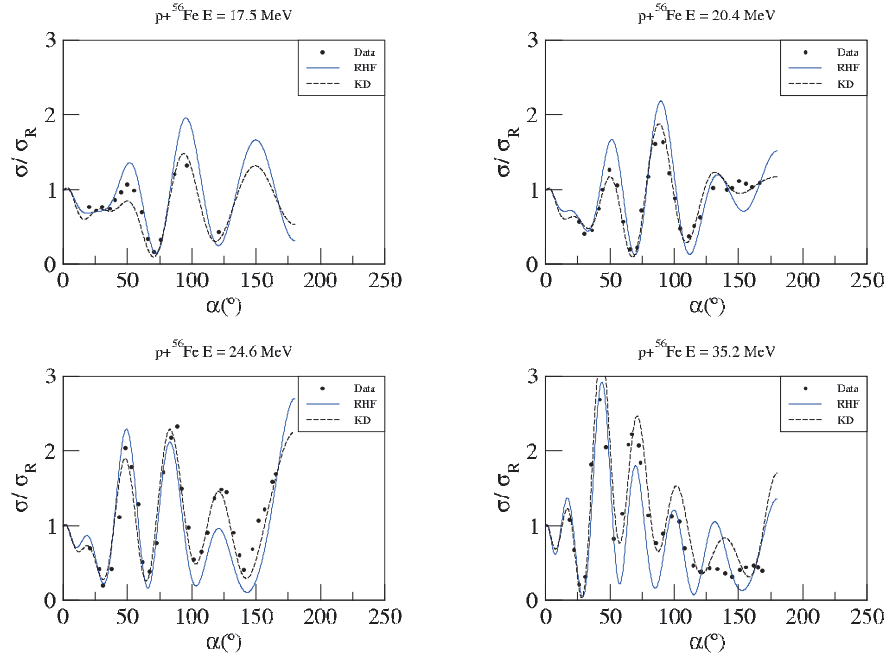


Figura 20: Sección eficaz diferencial relativa a Rutherford con protones dispersados por ^{56}Fe

rimentales si comparamos con las secciones eficaces obtenidas con el modelo MOP de Gogny sin renormalizar mostrado en la figura 8. Para estas reacciones, se aplican comentarios similares a los discutidos para las reacciones $p + ^{56}\text{Fe}$ de la figura 20 en lo referente a las amplitudes de las oscilaciones en función de la energía del proyectil. Aquí la desviación media de la solución KD es del orden del 29% mientras que el modelo MOP de Gogny renormalizado predice una desviación media del 38%.

En la figura 23 se muestran las secciones eficaces diferenciales para diversas reacciones nucleón-núcleo con blancos de ^{208}Pb calculadas con el modelo MOP de Gogny renormalizado, donde puede apreciarse una sensible mejora respecto a los resultados obtenidos con el modelo MOP de Gogny sin renormalizar mostrado en la figura 3. Sin embargo, para estas reacciones, las diferencias entre las predicciones del modelo POP de KD y el modelo MOP de Gogny renormalizado son importantes. Para el caso de las reacciones $n + ^{208}\text{Pb}$, el modelo de KD presenta una desviación del 31% respecto a los

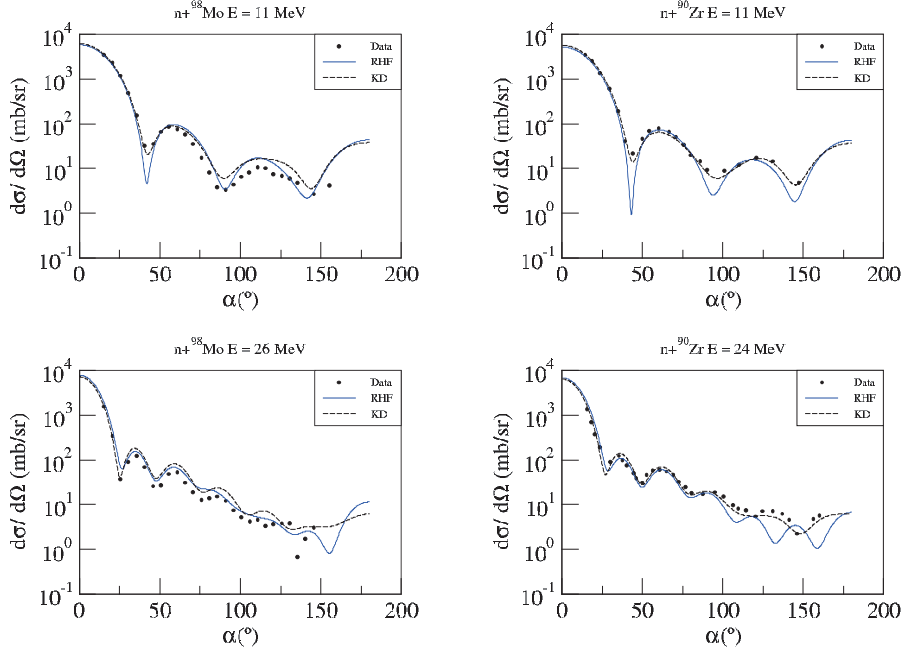


Figura 21: Sección eficaz diferencial de neutrones dispersados por ^{98}Mo y ^{90}Zr

datos experimentales mientras que el modelo MOP de Gogny renormalizado presenta una desviación del 69%. Para las reacciones $p+^{208}\text{Pb}$ las diferencias son incluso mayores: del 39% para KD y del 79% para la solución RHF.

En las figuras 24 y 25 se muestran las polarizaciones correspondientes a distintas reacciones nucleón-núcleo con distintos blancos obtenidas usando el MOP de Gogny renormalizado y el modelo POP de KD. El acuerdo entre el modelo teórico de Gogny y el fenomenológico de KD mejora comparado con los resultados para las mismas polarizaciones mostrados en las figuras 9 y 10. En la figura 24, que muestra las polarizaciones de neutrones sobre blancos ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb en energías alrededor de 15 MeV, puede verse que hasta ángulos de dispersión de $\alpha \approx 70^\circ$, el cálculo MOP de Gogny renormalizado reproduce los datos experimentales de un modo satisfactorio. Las polarizaciones de protones para reacciones con los mismo blancos, a energías similares, que se muestran en la figura 25, presentan un comportamiento similar al de las polarizaciones con neutrones, es decir, los cálculos MOP de

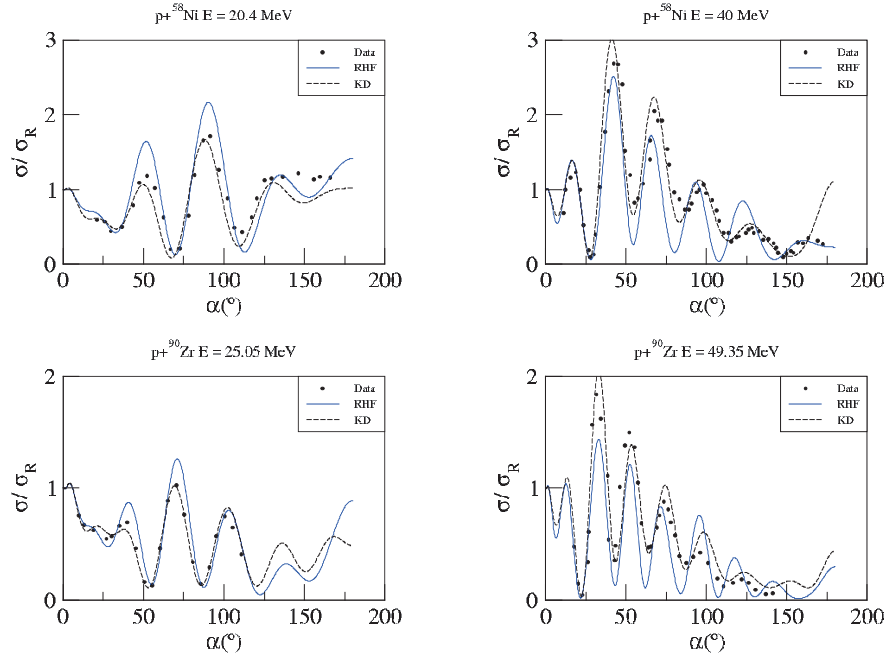


Figura 22: Sección eficaz diferencial relativa a Rutherford con protones dispersados por ^{58}Ni y ^{90}Zr

Gogny y POP de KD predicen valores similares con un acuerdo muy razonable con los resultados experimentales.

En la figura 26 se representan las integrales de volumen de las partes real e imaginaria de la contribución central al potencial óptico para reacciones nucleón-núcleo, $J_v(E)$ y $J_w(E)$ respectivamente, y sus correspondientes radios cuadráticos medios, $R_v(E)$ y $R_w(E)$ respectivamente, calculados para diversos blancos usando los modelos MOP de Gogny renormalizado y POP de KD. Las integrales de la parte real $J_v(E)$ muestran un comportamiento decreciente cuando la masa del blanco y la energía del proyectil aumentan. Las integrales de volumen de la parte imaginaria $J_w(E)$ también muestran un comportamiento decreciente al aumentar la masa del blanco, pero muestran un valor casi constante en función de la energía del proyectil. Los dos modelos que se analizan en la figura 26 siguen el comportamiento mencionado, y para los blancos más pesados utilizados, ^{120}Sn y ^{208}Pb , predicen valores similares. Sin embargo, para los núcleos más ligeros, ^{24}Mg y ^{40}Ca , dichas integrales de

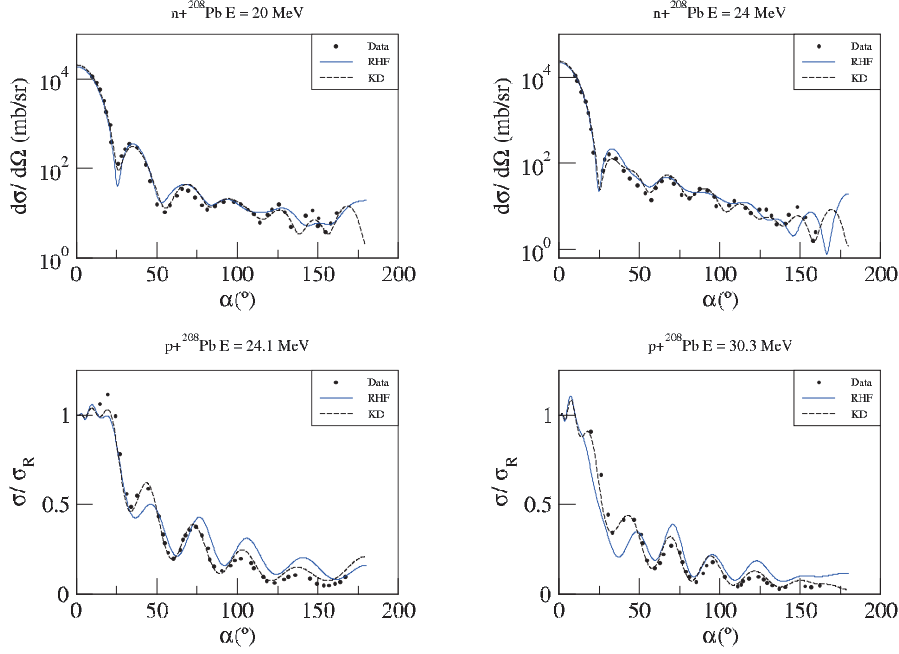


Figura 23: Secciones eficaces diferenciales de neutrones y protones dispersados por ^{208}Pb

volumen presentan una mayor dependencia del modelo, siendo mayores los valores obtenidos con el modelo MOP de Gogny que con el POP de KD. Los radios cuadráticos medios de las partes real e imaginaria de los potenciales ópticos son prácticamente independientes de la energía del proyectil en los dos modelos considerados, y sus valores siguen una ley de escala $A^{1/3}$ con la masa del núcleo blanco. Los radios cuadráticos medios de la parte real para todos los núcleos considerados y los de la parte imaginaria para los núcleos más ligeros calculados con los dos modelos, MOP de Gogny renormalizado y POP de KD, muestran valores muy similares, mientras que los radios cuadráticos medios de la parte imaginaria para blancos ^{120}Sn y ^{208}Pb obtenidos con dichos modelos muestran una mayor diferencia que tiende a crecer al aumentar la energía del proyectil.

En la tabla 10 figuran las secciones eficaces totales σ_T , para neutrones, y las secciones eficaces de reacción, σ_R , para protones, calculadas con los potenciales del modelo MOP de Gogny renormalizados (columna RHF) así

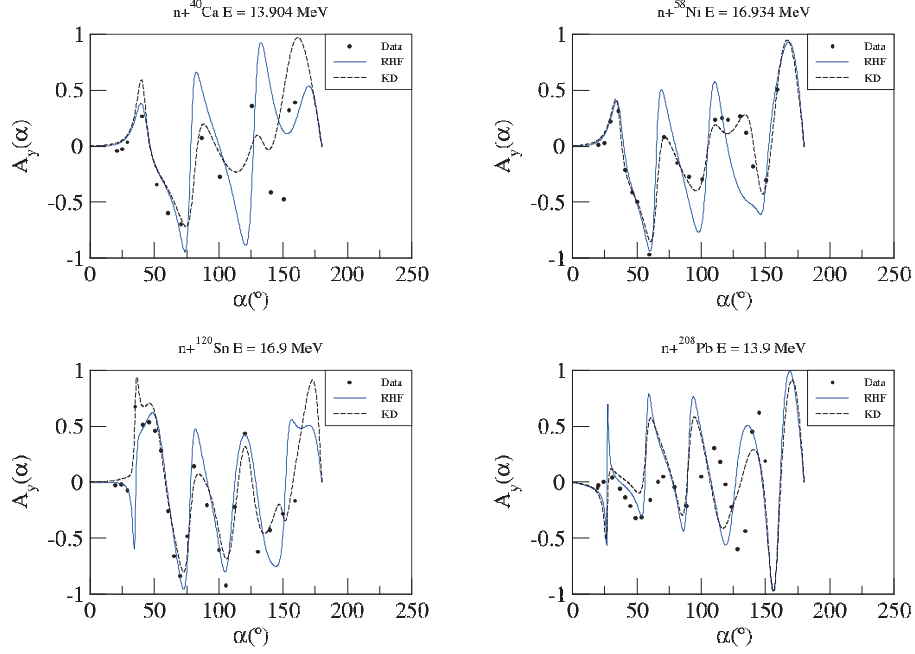


Figura 24: Polarización de neutrones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb

como con el modelo POP de KD para las reacciones estudiadas en este trabajo. En el caso de dispersión de neutrones, las secciones eficaces totales σ_T disminuyen al aumentar la energía del proyectil para todos los blancos y para todos los modelos considerados. Las secciones eficaces de reacción σ_R para dispersión de protones calculados con los modelos MOP de Gogny aumenta con la energía del proyectil incidente para todos los blancos. En general, los resultados obtenidos con el modelo MOP de Gogny renormalizado están en mejor acuerdo con los valores proporcionados por el modelo POP de KD. Globalmente, a energías bajas los modelos MOP de Gogny subestiman tanto las secciones eficaces totales para neutrones como las secciones eficaces de reacción para protones calculados con el modelo POP de KD, mientras que esta tendencia se invierte a energías del proyectil más elevadas. La diferencias entre las secciones eficaces predichas por el modelo MOP de Gogny renormalizado y el modelo POP de KD difieren en menos del 5%, excepto en un par de reacciones donde la diferencia es alrededor del 7.5%. La calidad de este acuerdo mejora los resultados obtenidos con el modelo MOP de Gogny

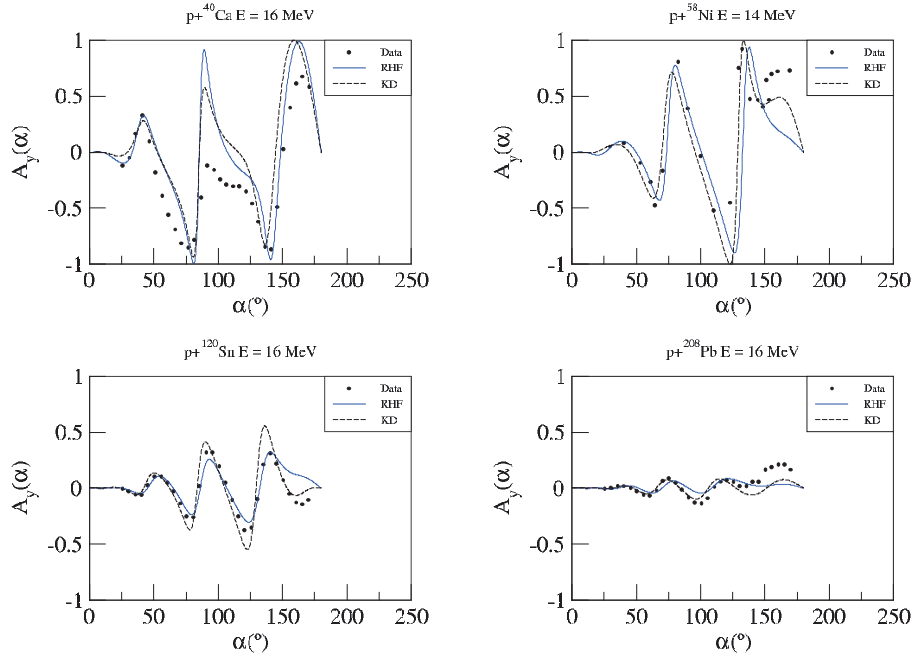


Figura 25: Polarización de protones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb

sin renormalizar que predice unas diferencias con el modelo POP de KD del orden del 10% con algunos casos donde dichas diferencias están alrededor del 15%.

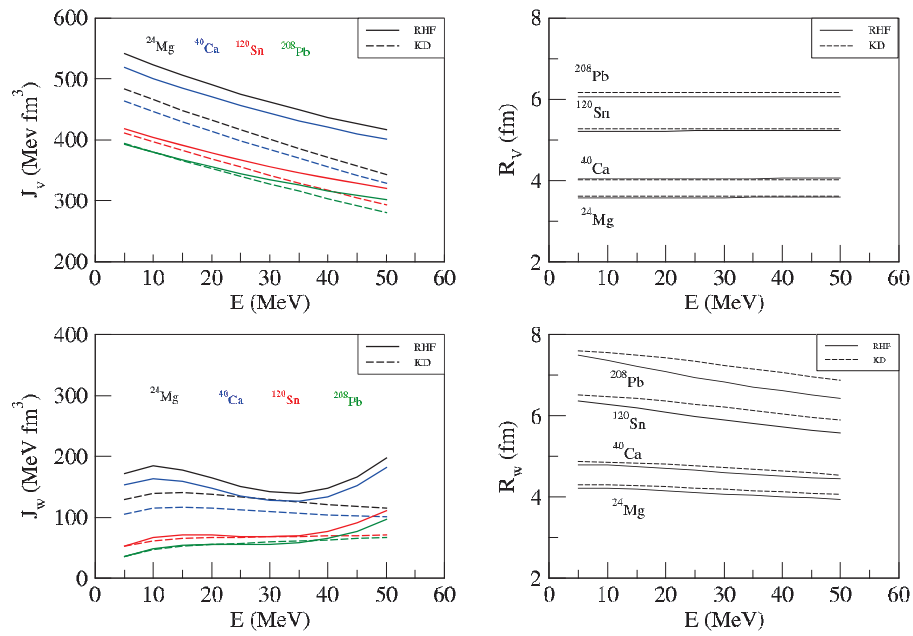


Figura 26: Integrales de volumen y radio cuadrático medio del potencial óptico para neutrones usados como proyectiles calculadas con los potenciales renormalizados

$^{56}\text{Fe}(\text{N,EL})^{56}\text{Fe}$				$^{56}\text{Fe}(\text{P,EL})^{56}\text{Fe}$			
E(MeV)	KD	HF	RHF	E(MeV)	KD	HF	RHF
11	0.1265	0.7850	0.2188	17.5	0.2209	0.3881	0.2296
14.7	0.1337	0.3756	0.2429	20.4	0.3216	0.3439	0.2971
20	0.2388	0.5691	0.3879	24.6	0.2687	0.5121	0.4237
26	0.2866	0.6008	0.3748	35.2	0.5011	0.4966	0.5079

$^{98}\text{Mo}(\text{N,EL})^{98}\text{Mo}$				$^{58}\text{Ni}(\text{P,EL})^{58}\text{Ni}$			
E(MeV)	KD	HF	RHF	E(MeV)	KD	HF	RHF
11	0.7137	1.1819	0.6187	20.4	0.2436	0.3441	0.2856
26	0.8428	0.5314	0.5968	40	0.4012	0.6274	0.4267

$^{90}\text{Zr}(\text{N,EL})^{90}\text{Zr}$				$^{90}\text{Zr}(\text{P,EL})^{90}\text{Zr}$			
E(MeV)	KD	HF	RHF	E(MeV)	KD	HF	RHF
11	0.1456	0.3662	0.3412	25.05	0.1038	0.5950	0.3806
24	0.2423	0.6302	0.3954	49.35	0.4301	1.0429	0.4479

$^{208}\text{Pb}(\text{N,EL})^{208}\text{Pb}$				$^{208}\text{Pb}(\text{P,EL})^{208}\text{Pb}$			
E(MeV)	KD	HF	RHF	E(MeV)	KD	HF	RHF
20	0.2819	0.5742	0.3572	24.1	0.3585	1.0882	0.5734
24	0.3440	0.5638	1.0334	30.3	0.4304	1.5898	1.0114

Tabla 9: Desviación *RMS relativo* de las secciones eficaces calculadas con el MOP de Gogny, usando las prescripciones HF y RHF, y con el modelo POP de KD respecto a las secciones eficaces experimentales.

$^{56}\text{Fe}(\text{N,EL})^{56}\text{Fe}$				$^{56}\text{Fe}(\text{P,EL})^{56}\text{Fe}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	RHF		KD	HF	RHF
11	3000	2723.5	2892.5	17.5	1069.8	1048.9	988.7
14.7	2588	2497.0	2573.9	20.4	1091.7	1106.7	1048.5
20	2322.2	2435.6	2373.6	24.6	1102.7	1162.5	1100.9
26	2331	2458.0	2266.3	35.2	1062.6	1218.7	1128.1

$^{98}\text{Mo}(\text{N,EL})^{98}\text{Mo}$				$^{58}\text{Ni}(\text{P,EL})^{58}\text{Ni}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	RHF		KD	HF	RHF
11	4297.3	4124.4	4139.8	20.4	1079.8	1060.7	997.7
26	3011.1	3222.9	3137.4	40	1032.8	1202.0	1092.9

$^{90}\text{Zr}(\text{N,EL})^{90}\text{Zr}$				$^{90}\text{Zr}(\text{P,EL})^{90}\text{Zr}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	RHF		KD	HF	RHF
11	4153.8	3876.0	3916.9	25.05	1298.6	1312.3	1271.9
24	2961.3	3137.6	3060.2	49.35	1277.6	1492.8	1396.2

$^{208}\text{Pb}(\text{N,EL})^{208}\text{Pb}$				$^{208}\text{Pb}(\text{P,EL})^{208}\text{Pb}$			
E(MeV)	$\sigma_T(\text{mb})$			E(MeV)	$\sigma_R(\text{mb})$		
	KD	HF	RHF		KD	HF	RHF
20	5832.5	5443.4	5555.9	24.1	1558.6	1451.9	1524.3
24	5658.9	5195.1	5514.5	30.3	1779.9	1818.5	1829.8

Tabla 10: Secciones eficaces total y de reacción medidas en mb para las reacciones analizadas en este trabajo.

Capítulo 6

Potencial óptico de núcleos ligeros

6.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es construir un MOP para describir la dispersión de núcleos ligeros (^2H , ^3H , ^3He y ^4He) por blancos más pesados usando un modelo de Watanabe generalizado, uno de cuyos ingredientes es el modelo MOP nucleón-núcleo de Gogny. Este MOP se usará para calcular las secciones eficaces diferenciales elásticas y las secciones eficaces de reacción de esos procesos para distintos núcleos blanco a lo largo de la tabla periódica con energías del proyectil hasta 200 MeV . Como el MOP se genera teóricamente en base a la interacción NN sin ningún parámetro adicional ajustado a datos de scattering, tiene un gran interés en este tipo de reacciones nucleares, especialmente cuando no hay datos, o son difíciles de obtener, como es el caso de los núcleos inestables.

6.2. Modelo teórico

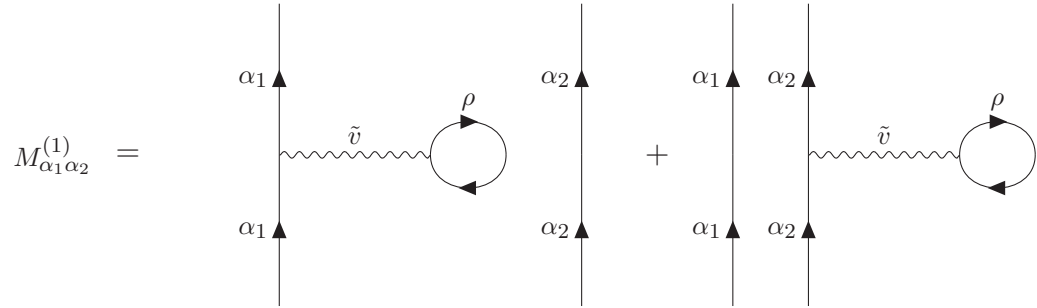
Como hemos visto en el capítulo 4, el MOP para la dispersión nucleón-núcleo se obtiene a partir del operador de masas asociado al propagador o función de Green de una partícula. Animados por el método relativamente fácil de obtener el MOP de un nucleón, los MOP para estudiar la dispersión de núcleos ligeros los construiremos a partir de la ecuación de Dyson y del operador de masas asociado a la función de Green o propagador para dos, tres y cuatro partículas. Tal y como se explica en el siguiente apartado, este MOP con ciertas simplificaciones, se reduce a la convolución del potencial óptico nucleón-núcleo con la densidad del proyectil. Este método está explicitado en las referencias [20–23] y es exactamente el mismo para todos ellos.

En el capítulo 2 hemos definido los diagramas irreducibles *self-energy part* de primer y segundo orden para el operador de masas M de una partícula. Uniendo estos diagramas a la línea de una partícula entrante obtenemos los términos de primer y segundo orden del operador de masas de una partícula.

$$M = \text{---}\tilde{\nu}\text{---} \circlearrowleft \rho + \lambda \left[\text{---}\tilde{\nu}\text{---} \circlearrowleft \mu \text{---}\nu \text{---} \right] + \dots$$

A partir de aquí es fácil construir los términos de primer y segundo orden para el operador de masas de las dos partículas. Uniendo el término *self-*

energy part de primer orden a una u otra de las partículas entrantes se obtiene el término de primer orden del operador de masa de dos partículas. Los diagramas correspondientes a este término son:



donde \tilde{v} es el potencial de Gogny antisimetrizado. Por tanto, el término de primer orden del operador de masas, M , es:

$$M_{\alpha_1\alpha_2}^{(1)} = \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha_1 \rho | \tilde{v} | \alpha_1 \rho \rangle + \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha_2 \rho | \tilde{v} | \alpha_2 \rho \rangle \quad (6.1)$$

que podemos expresar como suma de los términos de primer orden de los operadores de masa correspondientes a cada una de las partículas:

$$M_{\alpha_1\alpha_2}^{(1)} = M_{\alpha_1}^{(1)} + M_{\alpha_2}^{(1)} \quad (6.2)$$

Cada término de la ecuación (6.2) es justamente la contribución de la parte real del MOP para cada nucleón constituyente del deuterón.

Uniendo ahora el término *self-energy part* de segundo orden a una u otra de las partículas entrantes se obtiene el término de segundo orden del operador de masas de las dos partículas:

$$M_{\alpha_1\alpha_2}^{(2)} =$$

por lo que el término de segundo orden del operador de masas, M , es:

$$M_{\alpha_1\alpha_2}^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\nu \leq k_F \\ \lambda, \mu > k_F}} \langle \alpha_1\nu | \tilde{v} | \lambda\mu \rangle \frac{1}{\omega + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu - \epsilon_{\alpha_2} + i\delta} \langle \lambda\mu | \tilde{v} | \alpha_1\nu \rangle$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\substack{\nu \leq k_F \\ \lambda, \mu > k_F}} \langle \alpha_2\nu | \tilde{v} | \lambda\mu \rangle \frac{1}{\omega + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu - \epsilon_{\alpha_1} + i\delta} \langle \lambda\mu | \tilde{v} | \alpha_2\nu \rangle \quad (6.3)$$

donde

$$\omega = \epsilon_{\alpha_1} + \epsilon_{\alpha_2} \quad \epsilon_{\alpha_1} = \epsilon_{\alpha_2} = \frac{\omega}{2}$$

que podemos expresar como suma de los términos de segundo orden de los operadores de masa correspondientes a cada una de las partículas, cada una con una energía mitad de la energía del proyectil:

$$M_{\alpha_1\alpha_2}^{(2)}(E_d) = M_{\alpha_1}^{(2)}\left(\frac{E_d}{2}\right) + M_{\alpha_2}^{(2)}\left(\frac{E_d}{2}\right) \quad (6.4)$$

La parte absorbente del potencial será entonces:

$$W = \text{Im}gM_{\alpha_1\alpha_2}^{(2)}(E_d) = \text{Im}gM_{\alpha_1}^{(2)}\left(\frac{E_d}{2}\right) + \text{Im}gM_{\alpha_2}^{(2)}\left(\frac{E_d}{2}\right) \quad (6.5)$$

donde $\text{Im}gM_{\alpha_1}^{(2)}$ e $\text{Im}gM_{\alpha_2}^{(2)}$ son las contribuciones de las partes imaginarias del MOP de los dos nucleones constituyentes del deuterón.

La no consideración de la interacción entre los nucleones que constituyen el proyectil implica no tener en cuenta un diagrama de primer orden y tres

de segundo orden, tal y como se explicita en la referencia [20]. El diagrama de primer orden descartado es una simple interacción directa entre los dos nucleones; en el caso de los diagramas de segundo orden, uno de ellos consiste también en dos interacciones directas entre los dos nucleones, y los otros dos son interacciones entre los dos nucleones intermediadas por la formación de un par partícula-hueco en el núcleo blanco.

Las ecuaciones (6.1) y (6.5) nos permiten calcular los potenciales real e imaginario individuales de los nucleones que forman el proyectil: V_n, V_p, W_n, W_p , usando los resultados del capítulo 4 con cualquiera de las prescripciones (NM, HF).

Cuando se considera la distribución de protones y de neutrones en el proyectil, el correspondiente MOP deuterón-núcleo puede obtenerse a partir de los potenciales de sus nucleones constituyentes en el estado fundamental del deuterón como [20]:

$$V_d(\vec{R}) = \langle \phi_d | V_n \left(\vec{R} + \frac{\vec{r}}{2} \right) + V_p \left(\vec{R} - \frac{\vec{r}}{2} \right) | \phi_d \rangle$$

donde \vec{R} es la posición del CM del deuterón y \vec{r} indica la posición relativa del neutrón respecto al protón, V_n y V_p son los potenciales ópticos del neutrón y del protón, respectivamente, calculados a una energía mitad de la energía del deuterón incidente. Las expresiones de V_n y V_p se toman de la referencia [4]. ϕ_d es la función de onda del estado fundamental del deuterón, que puede expresarse por la función de Hulthen [24]:

$$\phi_d(r) = \frac{N_d}{r} \left[e^{-\alpha r} - e^{-\beta r} \right]$$

donde $N_d = \left[\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\beta-\alpha)^2} \right]^{1/2}$, con $\alpha = 0.23 \text{ fm}^{-1}$ y $\beta = 1.61 \text{ fm}^{-1}$.

Finalmente, el potencial del modelo óptico del deuterón puede expresarse por:

$$V_d(R) = 2\pi N_d^2 \int \int \left[e^{-\alpha r} - e^{-\beta r} \right]^2 (V_n + V_p) dr d\mu \quad (6.6)$$

donde $-1 \leq \mu \leq 1$.

El potencial spin-órbita del deuterón es la suma de los potenciales spin-órbita de sus nucleones constituyentes. Sin embargo, el potencial spin-órbita

del nucleón decrece al incrementarse la energía [20]. Por consiguiente, se introduce un factor dependiente de la energía:

$$V_{SO}(R) = \frac{40}{E + 40} (V_{SO}^n + V_{SO}^p) \quad (6.7)$$

El estudio de las reacciones inducidas por el deuterón es una tarea difícil debido a que el deuterón es un sistema debilmente enlazado. En nuestro modelo, la fractura del proyectil queda incluida de una forma global dentro del potencial imaginario $W(R)$. Sin embargo, en los años setenta, Jhonson y Soper propusieron [26] una aproximación del problema, conocida como Continuum Discretized Coupled Channels (CDCC), donde la interacción del deuterón con el blanco se trata como un problema de tres cuerpos que incluye explícitamente canales de fractura. Esta aproximación mejora los resultados obtenidos para las secciones eficaces, aunque no hasta el punto de descartar totalmente la forma simplificada incluida en nuestro modelo.

Vemos por tanto que el MOP deuterón-núcleo obtenido de este modo se reduce al propuesto en el modelo de Watanabe [25].

Podemos generalizar el método desarrollado para el deuterón al resto de los núcleos ligeros ^3H , ^3He y ^4He escribiendo en todos los casos el potencial de la siguiente manera [27]:

$$V(\mathbf{R}) = \sum_{i=1}^n \langle \phi(\xi_1, \dots, \xi_{n-1}) | V_i(\mathbf{R}, \xi_1 \dots \xi_{n-1}) | \phi(\xi_1, \dots, \xi_{n-1}) \rangle, \quad (6.8)$$

donde n es el número de nucleones en el proyectil, $V_i(\mathbf{R}, \xi_1 \dots \xi_{n-1})$ es el potencial óptico del nucleón i y $\phi(\xi_1, \dots, \xi_{n-1})$ es la función de onda del estado fundamental del proyectil, ambos escritos en términos de las coordenadas de Jacobi. En este sistema \mathbf{R} es la posición del CM de proyectil y $\xi_i (i = 1 \dots n - 1)$ son las coordenadas relativas relacionadas con las posiciones $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$ de cada nucleón del proyectil por:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \\ \xi_j &= \frac{1}{j} \sum_{k=1}^j \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{j+1} \quad (j = 1, 2, \dots, n-1) \end{aligned} \quad (6.9)$$

donde $n=2$ para ${}^2\text{H}$, $n=3$ para ${}^3\text{H}$ y ${}^3\text{He}$ y $n=4$ para ${}^4\text{He}$.

Las funciones de onda ϕ de los diferentes proyectiles que aparecen en 6.8 se expresan en términos de las coordenadas de Jacobi 6.9. Para el ${}^3\text{H}$ y el ${}^3\text{He}$ se expresan por:

$$\Phi_{3H}(\xi_1, \xi_2) = \Phi_{3He}(\xi_1, \xi_2) = \left(\frac{\beta^2}{3\pi^2}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{\beta\xi_1^2}{4} - \frac{\beta\xi_2^2}{3}} \quad (6.10)$$

donde $\beta=0.346 \text{ fm}^{-2}$ para ${}^3\text{H}$ y $\beta=0.283 \text{ fm}^{-2}$ para ${}^3\text{He}$. Para el ${}^4\text{He}$ la función de onda puede escribirse como:

$$\Phi_{4He}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \left(\frac{\beta^3}{4\pi^3}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{\beta(\xi_1^2+\xi_2^2)}{4} - \frac{\beta\xi_3^2}{2}}, \quad (6.11)$$

donde $\beta=0.4395 \text{ fm}^{-2}$. En este caso, como ejemplo, podemos escribir el potencial como:

$$\begin{aligned} V_{4He}(R) &= \langle \phi_{4He} | V_n \left(\vec{R} + \frac{1}{2}\vec{\xi}_1 + \frac{1}{2}\vec{\xi}_3 \right) \\ &+ V_n \left(\vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\xi}_1 + \frac{1}{2}\vec{\xi}_3 \right) \\ &+ V_p \left(\vec{R} + \frac{1}{2}\vec{\xi}_2 - \frac{1}{2}\vec{\xi}_3 \right) \\ &+ V_p \left(\vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\xi}_2 - \frac{1}{2}\vec{\xi}_3 \right) | \phi_{4He} \rangle \end{aligned} \quad (6.12)$$

donde las coordenadas de Jacobi en este caso son:

$$\begin{cases} \vec{R} = \frac{1}{4}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4) \\ \vec{\xi}_1 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{\xi}_2 = \vec{r}_3 - \vec{r}_4 \\ \vec{\xi}_3 = \frac{1}{2}[(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) - (\vec{r}_3 + \vec{r}_4)] \end{cases} \quad (6.13)$$

Para el caso del triton, el potencial spin-órbita de los nucleones constituyentes debe ser multiplicado por un factor m^*/m donde m^* es la masa efectiva del nucleón en el interior del núcleo [21].

$$V_{SO}^{3H} = \langle \phi_{3H}(\xi_1, \xi_2) | \frac{m_p^*}{m_p} V_{SO}^p + \frac{m_{n1}^*}{m_{n1}} V_{SO}^{n1} + \frac{m_{n2}^*}{m_{n2}} V_{SO}^{n2} | \phi_{3H}(\xi_1, \xi_2) \rangle \quad (6.14)$$

Para el ^3He el potencial spin-órbita es simplemente la suma de los potenciales spin-órbita de los nucleones constituyentes [22]:

$$V_{SO}(r) = V_{SO}^n + V_{SO}^{p1} + V_{SO}^{p2} \quad (6.15)$$

En el caso del ^4He el potencial spin-órbita es nulo, ya que el spin de una partícula α en el estado fundamental es 0 [23].

En todos los casos, la energía E del proyectil se reparte a partes iguales entre sus nucleones constituyentes: $E/2$ para los nucleones del ^2H , $E/3$ para los del ^3H y para el ^3He y $E/4$ para los del ^4He .

6.3. Resultados

En general, el modelo de Watanabe usa dos inputs para calcular los potenciales: el potencial óptico nucleón-núcleo y la función de onda del proyectil en el estado fundamental. En todo este capítulo nos referiremos al modelo de Watanabe para el estudio de la dispersión de núcleos ligeros por núcleos pesados de las tres formas siguientes: MOPG, RMOPG y KD. MOPG se refiere al modelo de Watanabe cuando se usa la prescripción HF del modelo MOP de Gogny para obtener el potencial óptico de la interacción nucleón-núcleo; en los modelos RMOPG y KD usamos, respectivamente, la prescripción RHF del modelo MOP de Gony y el POP de KD.

Todos los proyectiles con los que tratamos son núcleos cargados. Debido a esto, la mejor forma de visualizar el potencial nuclear es usar reacciones en las que se mide la variable σ/σ_R (distribuciones angulares de la sección eficaz diferencial relativa a Rutherford). Esta variable, como ya se ha explicado en la sección Resultados del capítulo 4, tiene un valor 1 para ángulos pequeños, que corresponden a una dispersión puramente coulombiana, es decir $\sigma \approx \sigma_R$ para esos ángulos, mientras que, σ y σ_R , se diferencian para ángulos mayores, dando una imagen clara de la influencia del potencial nuclear de corto alcance para ese intervalo de ángulos grandes.

Las partes real e imaginaria de la contribución nuclear al potencial $^2\text{H} + ^{208}\text{Pb}$ a diferentes energías se muestran en la figura 27. El valor absoluto de $V(R)$ disminuye al aumentar R y al aumentar la energía del deuterón. Por el contrario, el valor absoluto de $W(R)$ aumenta con la energía del proyectil. Estas características son generales y afectan por igual a todos los proyectiles

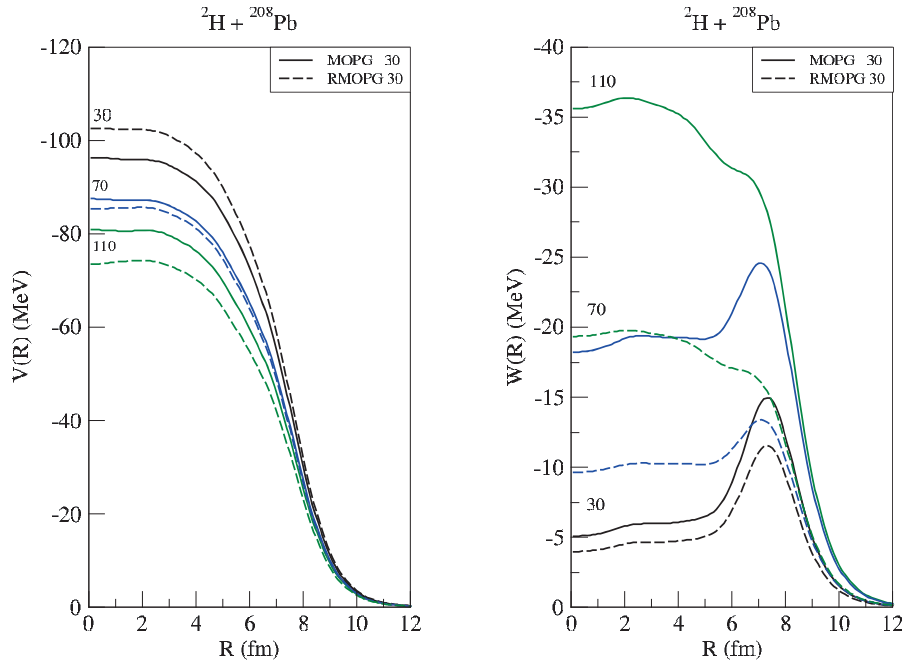
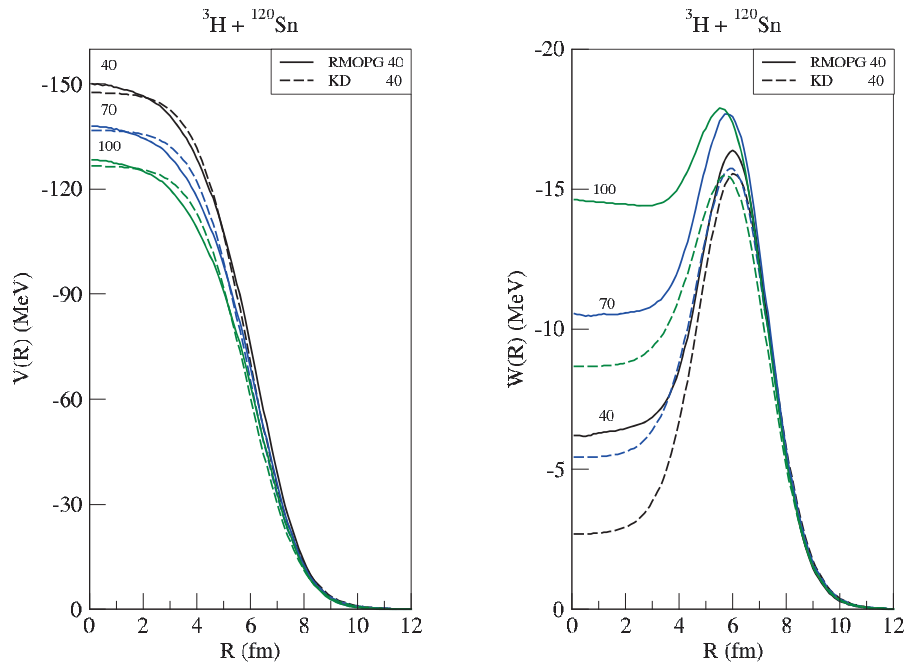


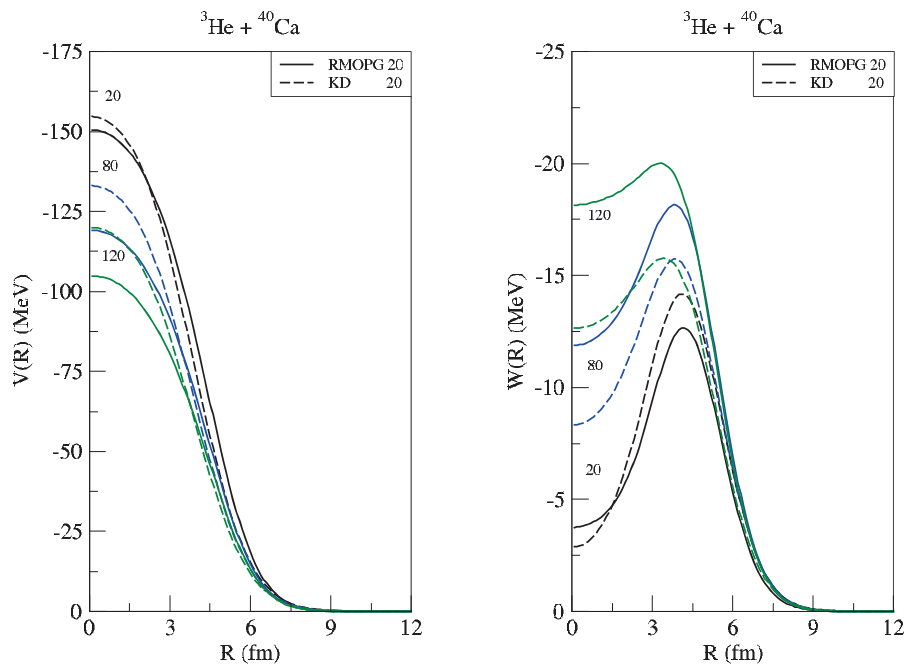
Figura 27: Partes real e imaginaria del potencial óptico ${}^2\text{H}$ - ${}^{208}\text{Pb}$ con nuestros modelos (MOPG) y (RMOPG) con varias energías del proyectil.

ligeros como los que estamos considerando en este trabajo. La dependencia en energía de $V(R)$ indica el carácter repulsivo de la parte real del potencial. Por lo que respecta al potencial imaginario $W(R)$, el aumento del potencial al incrementarse la energía nos indica la apertura de un mayor número de canales inelásticos. Por otra parte, $W(R)$ presenta una parte absorbiva bien definida en la superficie. Al aumentar la energía, la parte de volumen se hace más relevante permitiendo explorar las partes más interiores del núcleo.

Estas mismas características para los potenciales son también válidas para el resto de núcleos ligeros: ${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$ y ${}^4\text{He}$ y tienen un carácter general, tal y como puede apreciarse también en las figuras 28 para el ${}^3\text{H}$ y ${}^3\text{He}$ y 29 para el ${}^4\text{He}$.



(a)



(b)

Figura 28: Partes real e imaginaria para ${}^3\text{H}+{}^{120}\text{Sn}$ (a) y ${}^3\text{He}+{}^{40}\text{Ca}$ (b) del potencial óptico microscópico calculado con los modelos RMOPG y KD a diferentes energías del proyectil.

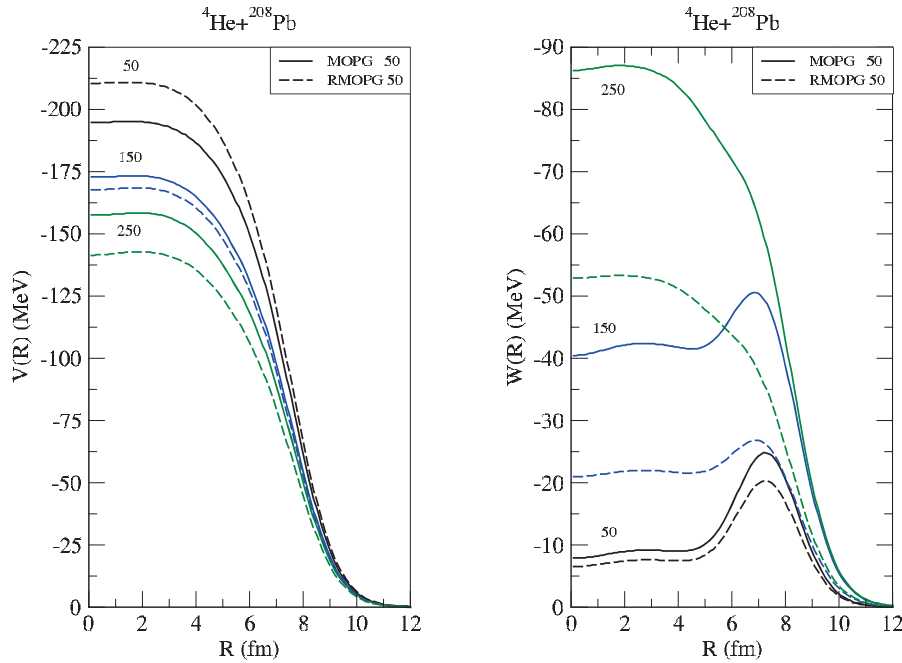


Figura 29: Potenciales real e imaginario del ${}^4\text{He}$ dispersado por un núcleo de ${}^{208}\text{Pb}$ calculado con los modelos de Gogny MOPG y RMOPG a diferentes energías.

En la figura 30 calculamos las secciones eficaces diferenciales relativas a Rutherford para la dispersión del deuteron con diferentes núcleos a una energía de $E_d = 56$ MeV. En el panel superior se representan los resultados del cálculo con los modelos MOPG y RMOPG; en el panel inferior se muestran los modelos RMOPG y KD. En el panel superior, el modelo RMOPG reproduce muy bien los datos experimentales, tanto para ángulos pequeños como grandes. El modelo MOPG no renormalizado predice para ángulos grandes una sección eficaz un poco más pequeña y una leve oscilación en desacuerdo con los datos experimentales. En el panel inferior se compara nuestro modelo renormalizado con el modelo KD y vemos que los cálculos son casi idénticos y acorde con los datos experimentales.

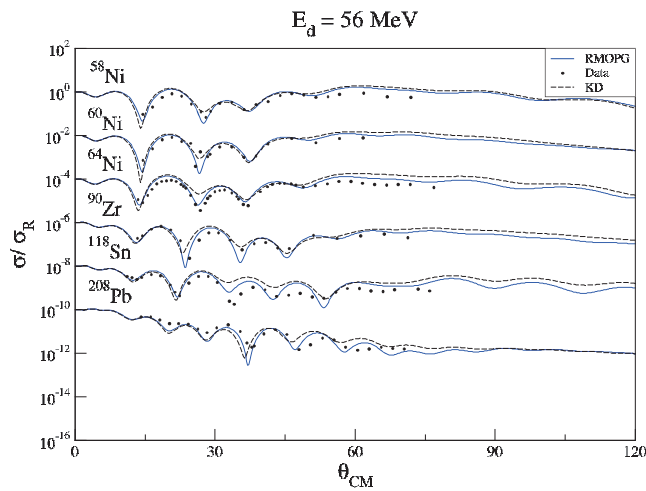
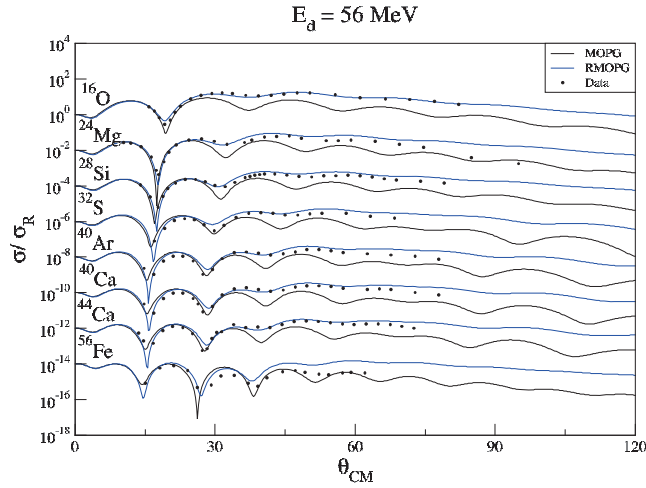


Figura 30: Secciones eficaces relativas a Rutherford para la dispersión del deuterón por varios núcleos desde el ^{16}O hasta ^{208}Pb calculados con el modelo RMOPG comparado con MOPG (a) y KD (b). Los resultados están desplazados por un factor 100 de arriba-abajo.

La dispersión de deuterones por el núcleo ^{24}Mg a diferentes energías se visualiza en la figura 31. En el panel superior (a) comparamos los datos experimentales con el cálculo proporcionado por los modelos de Gogny MOPG y

RMOPG entre las energías de 56 y 72 MeV, y en panel inferior (b) visualizamos los cálculos correspondientes a los modelos MOPG y KD para energías entre 74 y 90 MeV. En el panel (a), los modelos MOPG y RMOPG predicen muy bien la posición y la profundidad del mínimo de difracción. Para ángulos grandes, el patrón de datos experimentales decrece. Esta tendencia está bien representada en el modelo RMOPG. En el rango de energías desde 74 a 90 MeV, panel (b), vemos que el modelo KD reproduce bastante bien los datos experimentales con una calidad similar al modelo RMPOG en el panel superior.

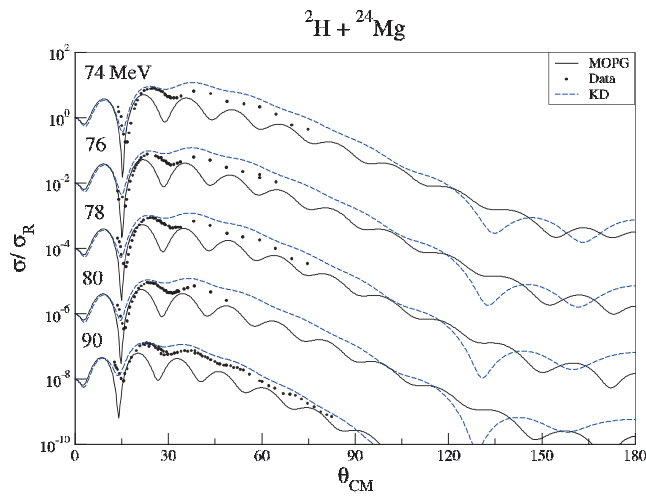
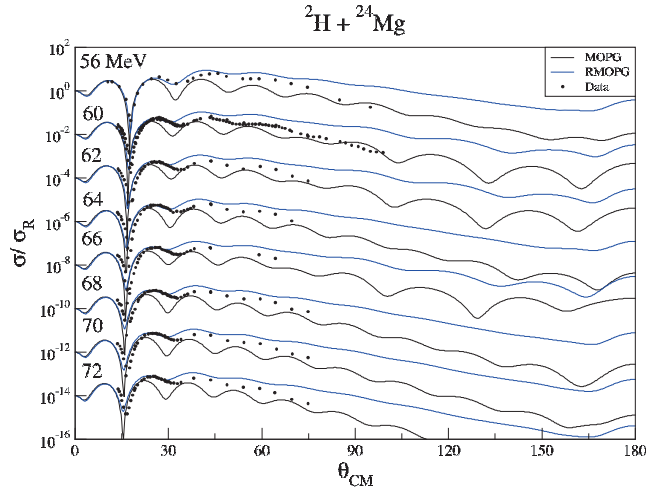


Figura 31: Secciones eficaces relativas a Rutherford para la dispersión del deuterón por el núcleo ${}^{24}\text{Mg}$ calculadas con el modelo RMOPG comparado con MOPG (a) y KD (b). Los resultados están desplazados por un factor 100 de arriba-abajo.

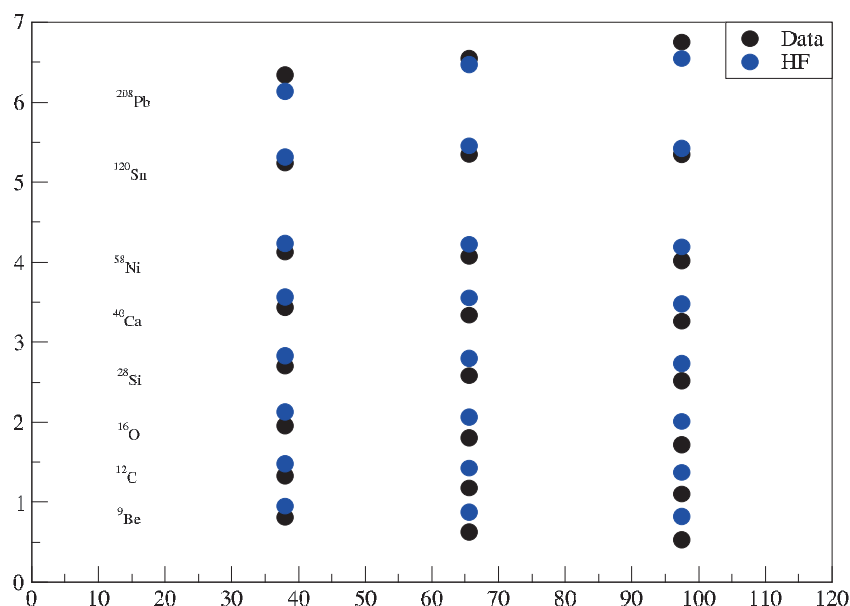


Figura 32: Secciones eficaces de reacción para el deuterón calculadas con la prescripción MOPG de Gogny a las energías 37.9, 65.5, y 97.4 MeV. Los datos para los diferentes núcleos están separados por 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, de abajo-arriba. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [28].

La comparativa de las secciones eficaces de reacción calculadas con la prescripción MOPG de Gogny para las reacciones deuterón - núcleo y los datos experimentales [28] se muestra en la figura 32. La tabla 11 muestra tanto los datos experimentales como los cálculos correspondientes a las prescripciones MOPG, KD y RMOPG. La tendencia general de los datos experimentales es que la sección eficaz de reacción aumenta al aumentar la masa del núcleo blanco, y, para cada núcleo, disminuye al aumentar la energía del proyectil, cuando el núcleo blanco es un núcleo ligero ⁹Be, ¹²C, ¹⁶O, ²⁸Si, ⁴⁰Ca, ⁵⁸Ni, y esta tendencia se invierte cuando el blanco es un núcleo más pesado ¹²⁰Sn, ²⁰⁸Pb.

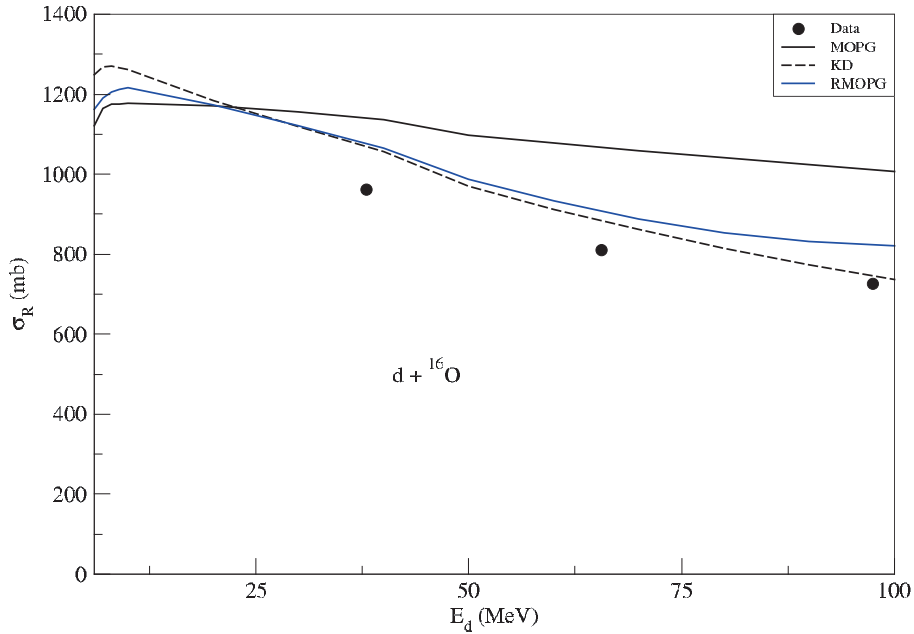


Figura 33: Secciones eficaces de reacción teóricas calculadas con la interacción del deuterón con el núcleo ^{16}O .

Las secciones eficaces teóricas, para núcleos medios y pesados, crecen con la energía del deuterón incidente hasta alcanzar un máximo a una energía de ≈ 20 MeV/A y a partir de ese máximo decrecen de un modo suave con la energía. Para núcleos más pesados, el comportamiento es similar pero el máximo se alcanza a energías mayores ≈ 32 MeV/A. Una muestra de este comportamiento se observa en la figura 33 para la interacción del deuterón con el núcleo ^{16}O en un rango de energías entre 5 MeV y 100 MeV. Podemos apreciar una parte imaginaria muy absorbente para la prescripción MOPG del modelo MOP de Gogny, que proporciona secciones eficaces de reacción muy elevadas, y un comportamiento más acorde con los datos experimentales para la prescripción RMOPG del modelo MOP de Gogny y para el modelo POP de KD.

Fig. 32

E	Data(mb)	MOPG(mb)	KD(mb)	RMOPG(mb)
${}^9\text{Be}$				
37.9	811±35	949	842	876
65.5	633±23	884	685	733
97.4	536±26	828	562	651
${}^{12}\text{C}$				
37.9	836±24	985	937	919
65.5	678±15	924	776	770
97.4	600±17	871	646	691
${}^{16}\text{O}$				
37.9	962±27	1136	1066	1074
65.5	811±19	1067	883	907
97.4	726±21	1011	745	822
${}^{28}\text{Si}$				
37.9	1199±35	1338	1300	1273
65.5	1083±21	1306	1166	1149
97.4	1023±25	1241	987	1039
${}^{40}\text{Ca}$				
37.9	1439±43	1568	1487	1503
65.5	1338±28	1556	1361	1391
97.4	1260±30	1486	1175	1274
${}^{58}\text{Ni}$				
37.9	1625±51	1741	1731	1678
65.5	1571±33	1724	1574	1559
97.4	1524±45	1693	1424	1479
${}^{120}\text{Sn}$				
37.9	2240±69	2317	2247	2243
65.5	2346±51	2453	2242	2286
97.4	2351±55	2426	2070	2193
${}^{208}\text{Pb}$				
37.9	2844±142	2643	2676	2576
65.5	3049±71	2976	2865	2809
97.4	3250±82	3043	2781	2797

Tabla 11: Secciones eficaces de reacción para el deuterón calculadas con las prescripciones MOPG y RMOPG del modelo de Gogny y el modelo POP de KD. Los datos experimentales se han obtenido de la referencia [28].

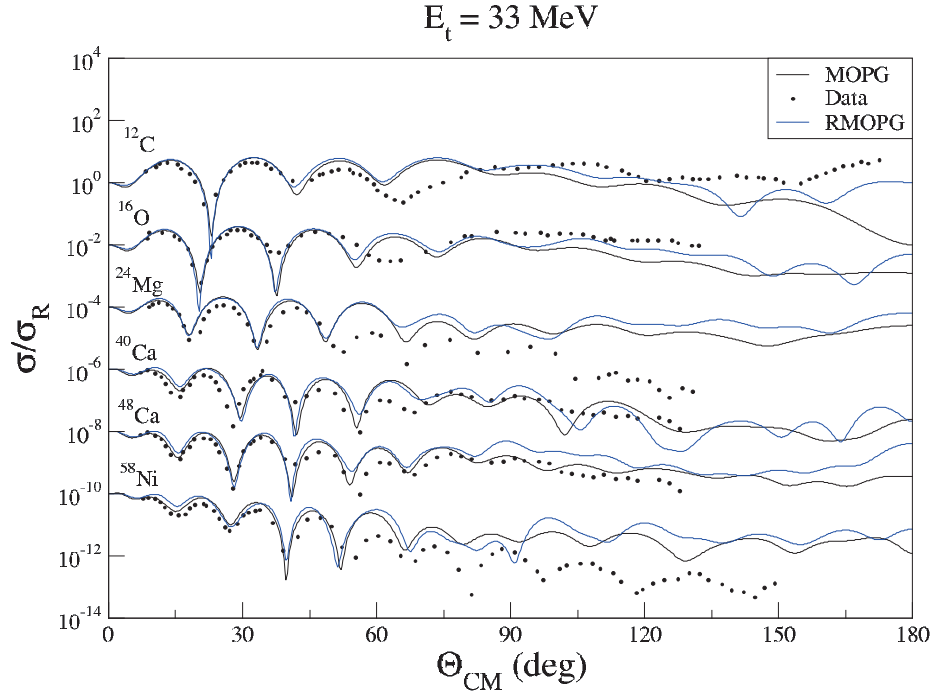


Figura 34: Distribuciones angulares relativas a Rutherford del scattering elástico de ^3H con una energía incidente de 33 MeV para varios núcleos desde ^{12}C to ^{58}Ni . Las gráficas están desplazadas un factor 100 de arriba-abajo.

Las distribuciones angulares de las secciones eficaces relativas a Rutherford para el ^3H dispersado por varios núcleos ligeros y medios se muestran en la figura 34. Se puede apreciar que ambos modelos predicen bien los datos experimentales hasta un ángulo de $\approx 50^\circ$. Más allá de ese ángulo, los modelos MOPG y RMOPG reproducen cualitativamente bien los datos experimentales excepto para los núcleos ^{24}Mg y ^{58}Ni .

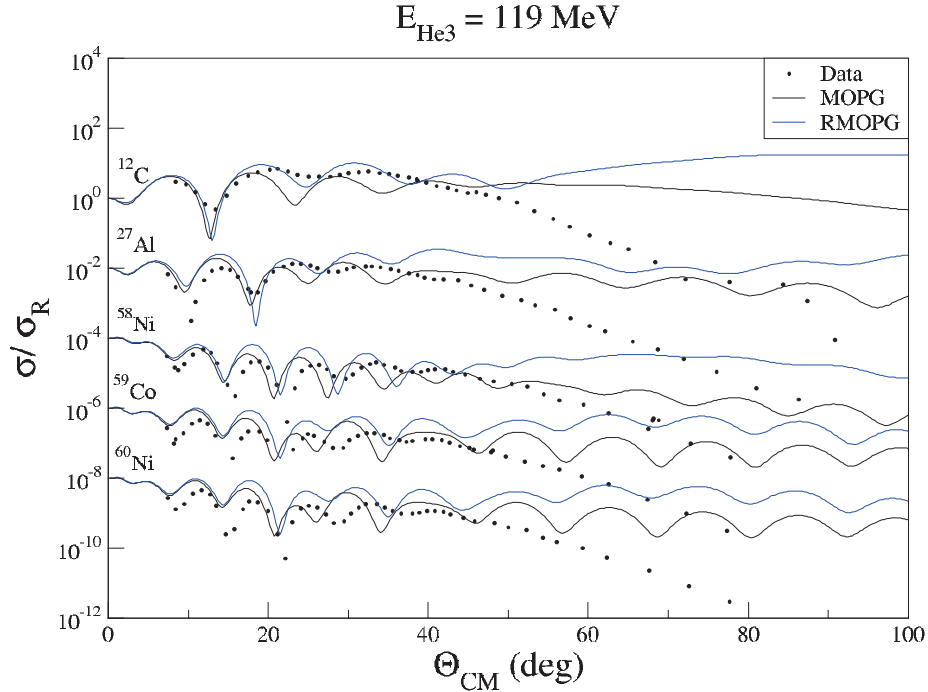


Figura 35: Distribuciones angulares relativas a Rutherford del scattering elástico de ${}^3\text{He}$ con una energía incidente de 119 MeV para varios núcleos desde ${}^{12}\text{C}$ to ${}^{60}\text{Ni}$. Las gráficas están desplazadas un factor 100 de arriba-abajo.

La figura 35 muestra las distribuciones angulares relativas a Rutherford para el ${}^3\text{He}$ a una energía incidente de 119 MeV también con núcleos ligeros y medios. En este caso, los modelos MOPG y RMOPG de Gogny son capaces de seguir el patrón de datos para ángulos pequeños $\approx 40\text{-}50^\circ$. Más allá de estos ángulos, el patrón de datos sigue una línea descendente que los modelos no pueden reproducir.

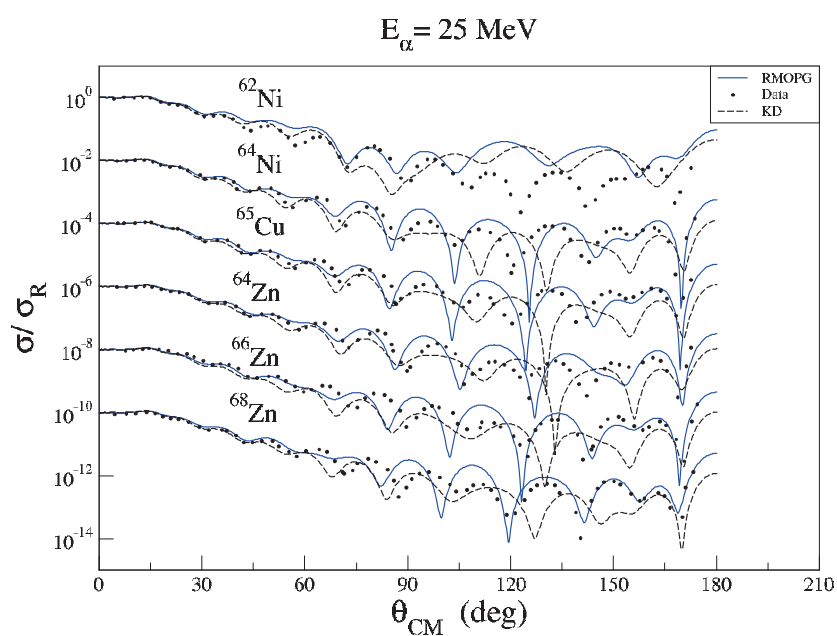
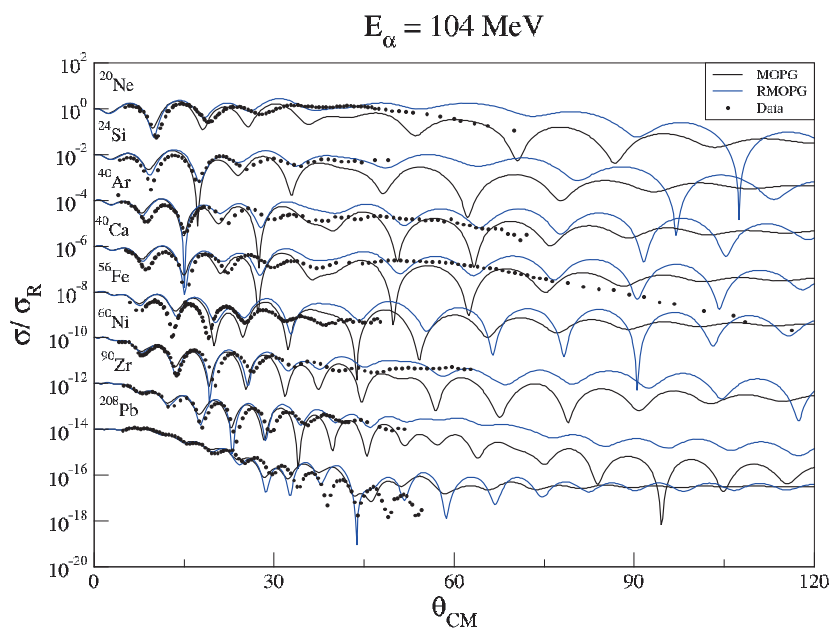


Figura 36: Secciones eficaces diferenciales relativas a Rutherford para la dispersión de partículas alfa por diferentes núcleos a una energía de 104 MeV (a) y de 25 MeV (b). Las gráficas están desplazadas un factor 10^{-2} de arriba-abajo

Las secciones eficaces relativas a Rutherford de la dispersión de partículas α por diferentes núcleos, a una energía de 104 MeV en el panel (a) y de 25 MeV en el panel (b), se visualizan en la figura 36. En el panel (a) vemos que ambos modelos reproducen bastante bien el patrón de datos experimentales hasta un ángulo de $\approx 30^\circ$; más allá de este ángulo, el modelo RMOPG describe cualitativamente los datos, y el modelo MOPG se aleja mucho más de ellos. En el panel (b) los modelos reproducen bastante bien los datos experimentales hasta un ángulo de $\approx 90^\circ$. Más allá de este ángulo las discrepancias entre los cálculos teóricos y los datos experimentales se hacen mayores.

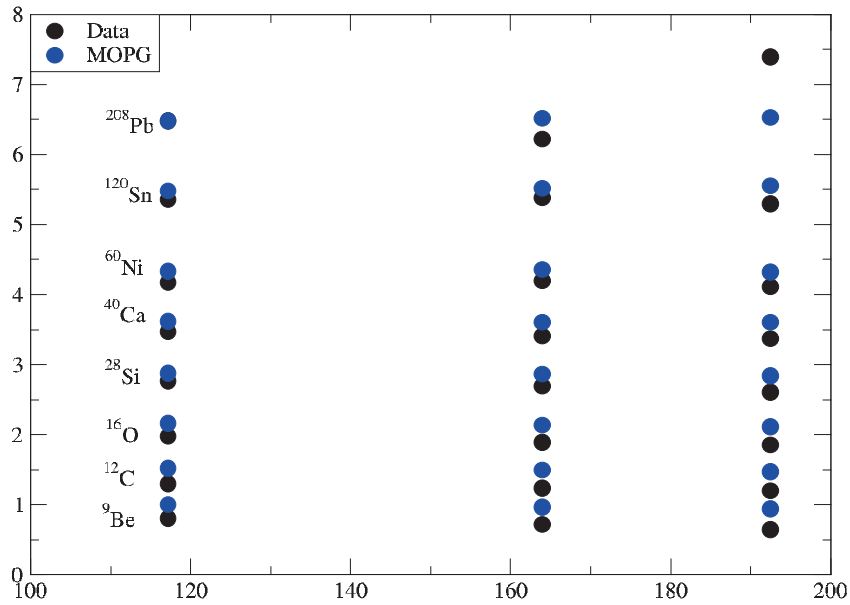


Figura 37: Secciones eficaces de reacción para el ^4He calculadas con la prescripción MOPG de Gogny a las energías 117.2, 163.9, y 192.4 MeV. Los datos para los diferentes núcleos están separados por 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3 y 3.5 de abajo-arriba. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [29].

La comparativa de las secciones eficaces de reacción calculadas con la prescripción MOPG de Gogny y los datos experimentales [29] para energías

de la partícula α incidente de 117.2, 163.9 y 192.4 MeV se muestran en la figura 37. El comportamiento teórico general del cálculo obtenido para las secciones eficaces de reacción resultantes de la interacción de partículas α con diferentes núcleos blanco es básicamente el mismo que para el caso del deuterón, tal y como se mostró en la figura 33. En líneas generales, la tendencia de los datos experimentales es a incrementarse cuando aumenta la masa del núcleo blanco, y, para cada núcleo, a disminuir al aumentar la energía del proyectil, salvo para el caso de los núcleos ^{120}Sn y ^{208}Pb donde esta tendencia se invierte. El cálculo MOPG del modelo MOP de Gogny reproduce esta tendencia, pero con valores mayores que los proporcionados por los datos experimentales. Por otra parte, los cálculos con los modelos POP de KD y la prescripción RMOPG del modelo MOP de Gogny predicen valores menores que los que pronostica la prescripción MOPG, debido a su carácter menos absorbente.

Fig. 37

E	Data(mb)	MOPG(mb)	KD(mb)	RMOPG(mb)
${}^9\text{Be}$				
117.2	812±21	1000	878	901
163.9	716±38	967	793	834
192.4	648±18	948	748	810
${}^{12}\text{C}$				
117.2	804±31	1026	970	931
163.9	741±58	996	884	864
192.4	698±28	979	838	843
${}^{16}\text{O}$				
117.2	973±62	1166	1077	1065
163.9	895±100	1137	990	997
192.4	850±58	1120	944	976
${}^{28}\text{Si}$				
117.2	1270±60	1382	1352	1286
163.9	1190±100	1362	1243	1214
192.4	1110±60	1347	1196	1194
${}^{40}\text{Ca}$				
117.2	1470±60	1621	1517	1509
163.9	1410±120	1607	1467	1461
192.4	1370±70	1604	1395	1437
${}^{60}\text{Ni}$				
117.2	1670±85	1841	1779	1730
163.9	1700±160	1856	1717	1697
192.4	1610±90	1830	1652	1662
${}^{120}\text{Sn}$				
117.2	2360±150	2482	2349	2355
163.9	2380±250	2521	2293	2341
192.4	2300±170	2557	2282	2360
${}^{208}\text{Pb}$				
117.2	2990±180	2984	2945	2852
163.9	2720±250	3019	2918	2849
192.4	3900±190	3030	2860	2826

Tabla 12: Secciones eficaces de reacción para el ${}^4\text{He}$ calculadas con las prescripciones MOPG y RMOPG de Gogny y el modelo POP de KD. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [29].

Capítulo 7

Reacciones de intercambio de carga.

7.1. Introducción

Las reacciones de intercambio de carga (p, n) consisten en la interacción de un protón (p) con un núcleo blanco y la siguiente emisión de un neutrón (n). Este proceso involucra al estado fundamental del núcleo blanco y a su correspondiente estado IAS (isobaric analog static), que consiste en sustituir un neutrón (n) por un protón (p). Desde un punto de vista experimental, el análisis del espectro de neutrones en las reacciones (p, n) revela que estas interacciones excitan fuertemente dicho estado IAS [30–33].

Suponiendo exacta la simetría de isospin, la estructura del estado IAS coincide con la del estado fundamental del núcleo blanco salvo que un neutrón ha sido cambiado por un protón. En consecuencia, el estado fundamental del núcleo blanco y el estado IAS pertenecen al mismo multiplete de isospin \mathbf{T} , difiriendo únicamente en su tercera componente. Si el núcleo blanco tiene N neutrones y Z protones, la tercera componente de isospin del núcleo blanco es $T = (N - Z)/2$, mientras que esa misma componente para el estado IAS es $T - 1$. Por otra parte, la energía del estado IAS difiere de la energía del estado fundamental en la energía de Coulomb del protón añadido. Debido a la gran similitud entre las estructuras del estado fundamental y del estado IAS, es posible considerar las reacciones de intercambio de carga (p, n) como elásticas o, mejor dicho, cuasi-elásticas. En consecuencia, parece posible explicar la transición entre los estados inicial y final en términos de un potencial a un cuerpo, en analogía con el potencial de modelo óptico para el scattering elástico nucleón-núcleo [34].

Como apuntó Lane [35], la parte nuclear de este potencial puede escribirse en una forma independiente de la carga, y permite describir no solamente el scattering de protones y neutrones sino también las reacciones (p, n) desde el estado fundamental al estado IAS. La parte central de este potencial se escribe:

$$U(\vec{r}) = U_0(\vec{r}) + 4 \frac{\vec{t} \cdot \vec{T}}{A} U_1(\vec{r}) \quad (7.1)$$

donde \vec{t} y \vec{T} son los operadores de isospin del proyectil y el núcleo blanco, respectivamente, A es la masa del núcleo blanco, y $U_0(\vec{r})$, $U_1(\vec{r})$ se denominan parte isoscalar e isovector, respectivamente, del potencial.

En este capítulo desarrollaremos el modelo de Lane usando el MOP nucleón-núcleo obtenido en el Capítulo 4 de esta Tesis. El estudio de las reacciones de intercambio con el MOP de Gogny permitirá verificar la parte

isovector de este modelo. Para ello se analizarán secciones eficaces diferenciales y polarizaciones de diversas reacciones de intercambio (p, n) en comparación con sus correspondientes valores experimentales.

7.2. Teoría básica

Siguiendo el apéndice de la referencia [35], el scattering de protones incidentes en las reacciones (p, n) puede describirse por medio de un Hamiltoniano que contiene la energía cinética, el potencial de Lane y el término de Coulomb $V_c(\vec{r})$. Esta ecuación se escribe como:

$$\left(K + U_0(\vec{r}) + 4 \frac{\vec{t} \cdot \vec{T}}{A} U_1(\vec{r}) + \left(\frac{1}{2} - t_3 \right) V_c(\vec{r}) \right) \Psi = \left(E - \left(\frac{1}{2} + t_3 \right) \Delta_c \right) \Psi \quad (7.2)$$

donde Δ_c es la energía del desplazamiento de Coulomb ($\Delta_c = -Q$ para reacciones (p, n)).

La función de onda total Ψ solución de la ecuación (7.2) se puede escribir como [35]:

$$\Psi = |pA\rangle \chi_{pA}(\mathbf{r}) + |n\tilde{A}\rangle \chi_{n\tilde{A}}(\mathbf{r}) \quad (7.3)$$

donde las ondas $\chi_{pA}(\mathbf{r})$ y $\chi_{n\tilde{A}}(\mathbf{r})$ describen el movimiento relativo del protón respecto al núcleo blanco y del neutrón respecto al IAS, respectivamente. Los estados $|pA\rangle$ and $|n\tilde{A}\rangle$ indican los estados de isospin formados añadiendo un protón al núcleo A y un neutrón al IAS \tilde{A} . Estos estados de isospin pueden escribirse como superposiciones de estados de isospin total bien definido $\mathbf{T} \otimes \mathbf{t}$ [36] del siguiente modo:

$$|pA\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T+1}} |T + \frac{1}{2}, T_3 - \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{2T}{2T+1}} |T - \frac{1}{2}, T_3 - \frac{1}{2}\rangle \quad (7.4)$$

$$|n\tilde{A}\rangle = \sqrt{\frac{2T}{2T+1}} |T + \frac{1}{2}, T_3 - \frac{1}{2}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2T+1}} |T - \frac{1}{2}, T_3 - \frac{1}{2}\rangle \quad (7.5)$$

y, en consecuencia,

$$\langle pA | \mathbf{t} \cdot \mathbf{T} | pA \rangle = -\frac{T}{2}, \quad \langle n\tilde{A} | \mathbf{t} \cdot \mathbf{T} | n\tilde{A} \rangle = \frac{T-1}{2}, \quad \langle n\tilde{A} | \mathbf{t} \cdot \mathbf{T} | pA \rangle = \sqrt{\frac{T}{2}} \quad (7.6)$$

Este comportamiento permite dividir la ecuación (7.2) en dos ecuaciones acopladas:

$$\left(K + U_0 - \frac{2T}{A} U_1 + V_c - E_{pA} \right) \chi_{pA} + \frac{2\sqrt{2T}}{A} U_1 \chi_{n\tilde{A}} = 0 \quad (7.7)$$

$$\left(K + U_0 + \frac{2(T-1)}{A}U_1 - E_{pA} + \Delta_c\right)\chi_{n\bar{A}} + \frac{2\sqrt{2T}}{A}U_1\chi_{pA} = 0, \quad (7.8)$$

donde los primeros miembros de ambas ecuaciones representan el scattering (p,p) y (n,n) , respectivamente, y el término acoplado corresponde a la reacción (p,n) de intercambio.

El punto de partida para usar el potencial de Lane y calcular los observables de las reacciones de intercambio de carga $QE(p,n)$ es determinar U_0 y U_1 a partir de los potenciales ópticos protón-núcleo, U_p , y neutrón-núcleo, U_n , en los canales inicial y final de la reacción, respectivamente. En este capítulo utilizaremos el modelo microscópico MOP de Gogny [4], objeto de nuestro estudio, y también el potencial fenomenológico POP KD de Köning-Delaroche [2], que utilizaremos como patrón para evaluar la calidad de los resultados obtenidos con el MOP de Gogny. Las contribuciones isoescalar e isovector del potencial de Lane las escribimos en función de U_n y U_p como

$$U_0(\mathbf{r}) = U_p(\mathbf{r}) + \frac{N-Z}{A}U_1(\mathbf{r}) \quad (7.9)$$

$$U_1(\mathbf{r}) = \frac{A}{2(N-Z-1)}[U_n(\mathbf{r}) - U_p(\mathbf{r})] \quad (7.10)$$

donde $U_p(\mathbf{r})$ and $U_n(\mathbf{r})$ son los potenciales ópticos protón-núcleo y neutrón-núcleo calculados en los núcleos $A(N, Z)$ y $A(N-1, Z+1)$ a las energías E y $E - \Delta_c$, respectivamente [37].

Debido a que el término de acoplamiento es pequeño, parece razonable usar la aproximación DWBA (Distorted Wave Born Approximation) para calcular la amplitud de la reacción (p,n) como [34]:

$$T_{pn} = - \left\langle \chi_{n\bar{A}} \left| \frac{2\sqrt{2T}}{A}U_1 \right| \chi_{pA} \right\rangle, \quad (7.11)$$

evaluada entre los canales de entrada y salida.

La sección eficaz diferencial para la reacción (p,n) en la aproximación DWBA puede obtenerse mediante la siguiente expresión [37]:

$$\frac{d\sigma_{(p,n)}}{d\Omega} = \frac{1}{k_p^2} \frac{1}{2s+1} \sum_L (2L+1) A_L^{(p,n)} P_L(\cos\theta) \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned}
 A_L^{(p,n)} &= 4 \frac{\mu_p \mu_n}{k_p k_n \hbar^4} \sum_{J'l'} (2J'+1)(2l'+1) \sum_{Jl} (2J+1)(2l+1) \\
 &\times \begin{pmatrix} l & l' & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} l & l' & L \\ J' & J & s \end{matrix} \right\}^2 \text{Re} [I_{J'l'}^* I_{Jl}] \\
 I_{Jl} &= 2 \frac{\sqrt{N-Z}}{A} \int_0^\infty dr u_{nJl}^{(+)}(r) U_1^{Jl}(r) u_{pJl}^{(+)}(r)
 \end{aligned}$$

donde μ_n y μ_p son las masas reducidas del neutrón y del protón en los canales de salida y de entrada, respectivamente, y k_n y k_p los correspondientes vectores de onda en el sistema c.m., u_{pJl} y u_{nJl} son las funciones de onda radiales para los canales inicial y final, y $P_L(\cos \theta)$ son los polinomios de Legendre.

La sección eficaz depende tanto del potencial isovector U_1 como de las funciones de onda de los canales de entrada y salida. Esto significa que los fenómenos ondulatorios tienen un impacto directo en los resultados. El principal efecto debido a esas oscilaciones es la interferencia de las contribuciones a la amplitud de scattering desde diferentes regiones de la superficie del núcleo blanco.

El cuadrado del módulo, promediado en spin, de las funciones de onda para neutrones y protones puede obtenerse, en la aproximación DWBA [37], como sigue:

$$\begin{aligned}
 \overline{|\chi(\vec{r})|^2} &= \frac{1}{2s+1} \sum_L (2L+1) A_L^\rho(r) P_L(\cos \theta) \tag{7.13} \\
 A_L^\rho &= \sum_{J'l'} (2J'+1)(2l'+1) \sum_{Jl} (2J+1)(2l+1) \\
 &\times \begin{pmatrix} l & l' & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} l & l' & L \\ J' & J & s \end{matrix} \right\}^2 \text{Re} [i^{l-l'} u_{J'l'}^*(r) u_{Jl}(r)]
 \end{aligned}$$

donde θ es el ángulo entre el vector de ondas \vec{k} y el vector de posición \vec{r} .

El efecto de la interacción spin-órbita en el potencial isovector U_1 tiene un impacto en la polarización del proyectil, que puede entenderse de la siguiente manera [38]. En el modelo de Lane se supone que la reacción de intercambio (p, n) no modifica el momento angular total entre los canales de entrada y salida. Si, además, suponemos un núcleo blanco de spin cero, hay solamente dos posibles amplitudes que corresponden a las dos posibles orientaciones

de la proyección del spin del proyectil. Estas amplitudes vienen dadas por [34, 38]:

$$X = \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1)I_{J=l+1/2,l} + lI_{J=l-1/2,l}] P_l(\cos\theta) \quad (7.14)$$

$$Y = \sum_{l=0}^{\infty} [I_{J=l+1/2,l} - I_{J=l-1/2,l}] P_l^1(\cos\theta), \quad (7.15)$$

donde $P_l(\cos\theta)$ y $P_l^1(\cos\theta)$ son los polinomios de Legendre y los polinomios asociados de Legendre with $m = 1$, respectivamente.

La polarización $P(\theta)$ viene dada por:

$$P(\theta) = \frac{2\text{Im}g(YX^*)}{|X|^2 + |Y|^2}, \quad (7.16)$$

También se puede comprobar que la sección eficaz diferencial dada por la ecuación (7.12) se puede calcular también en términos de estas amplitudes X e Y por:

$$\frac{d\sigma_{(p,n)}}{d\Omega} = \frac{1}{k_p^2} \frac{4\mu_n\mu_p}{k_n k_p \hbar^4} [|X|^2 + |Y|^2] \quad (7.17)$$

7.3. Resultados obtenidos

La parte del potencial de Lane necesaria para describir las reacciones de intercambio (p, n) es la parte isovector del potencial, $U_1(\mathbf{r})$. Este potencial de transición se calcula mediante la ecuación (7.10) usando los potenciales ópticos protón-núcleo y neutrón-núcleo, $U_p(\mathbf{r})$ y $U_n(\mathbf{r})$, respectivamente. Para el estudio que se presenta en este Capítulo utilizamos los potenciales ópticos nucleón-núcleo generados por el MOP de Gogny [4] y por el potencial POP de KD [2]. Como ya se ha explicado en detalle en el Capítulo 4, un ingrediente esencial para obtener el MOP basado en la fuerza de Gogny son las densidades de protones y neutrones en el núcleo blanco. En la Ref. [4], se obtienen mediante un cálculo autoconsistente HF con la misma fuerza de Gogny en el espacio de coordenadas usando la aproximación cuasi-local de la densidad de energía tal y como se explica en detalle en el Apéndice B de dicha referencia. Sin embargo, en este capítulo utilizaremos densidades parametrizadas de tipo Fermi generalizado, que se obtienen minimizando la densidad de energía ETF (Extended Thomas-Fermi) construida con la fuerza D1S [39].

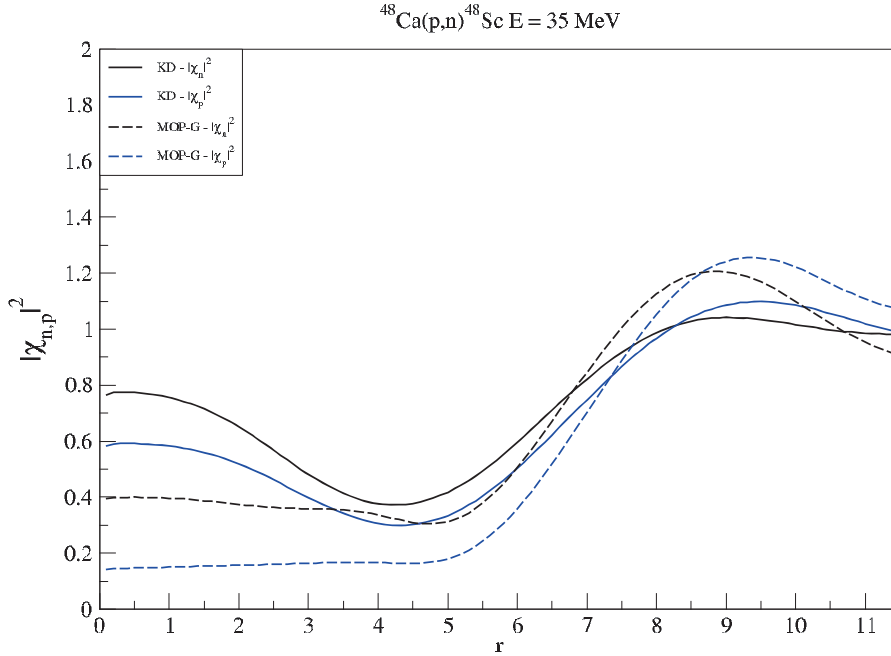


Figura 38: Cuadrado de las funciones de onda $|\chi(\vec{r})|^2$ en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$ con el ^{48}Ca a 35 MeV calculadas con el potencial POP de KD y con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny

En la figura 38 se representa, para la reacción $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ a una energía de $E = 35\text{MeV}$, el cuadrado del módulo de la función de onda, promediada en spin, para protones y neutrones, calculada usando el modelo POP de KD y la prescripción HF del modelo MOP de Gogny, calculada con un ángulo $\theta = 90^\circ$. En ella vemos que ambos modelos pronostican que el nucleón incidente tiene una probabilidad de presencia muy baja en el interior del núcleo, efecto que es más pronunciado en el caso del potencial isovector calculado con el MOP de Gogny que en el caso del POP de KD. El cuadrado del módulo de la función de onda $|\chi|^2$ aumenta a distancias del orden del tamaño nuclear oscilando alrededor de uno cuando $r \rightarrow \infty$.

La figura 39 muestra, para la misma reacción (p,n) , el perfil del módulo del potencial isovector $|U_1|$, calculado también con el modelo POP de KD y con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny. En esta figura puede observarse que el módulo del potencial isovector calculado con el modelo MOP

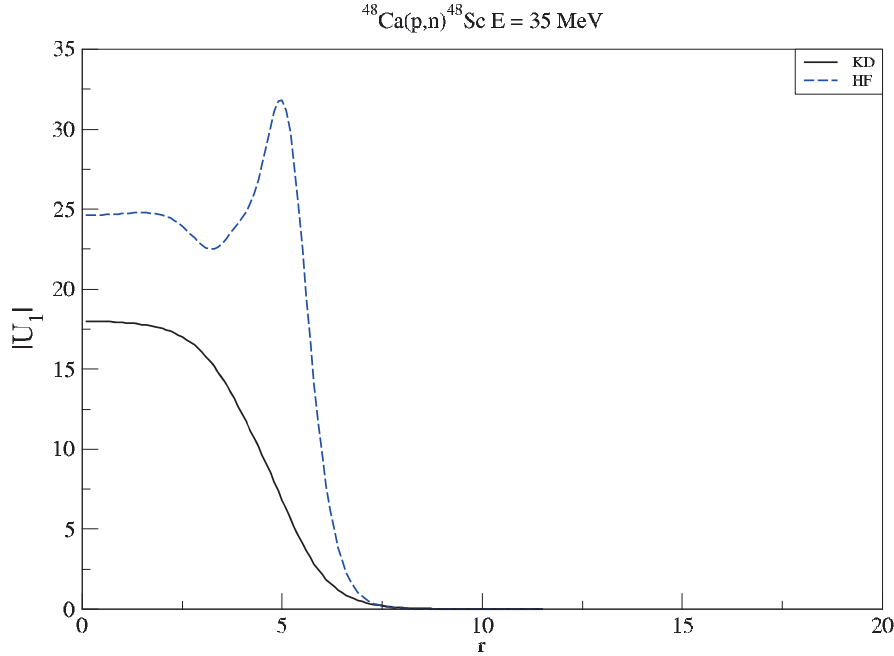


Figura 39: Potencial $|U_1|$ en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$ con el ^{48}Ca a 35 MeV calculados con el potencial POP de KD y con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny

de Gogny es mayor que el obtenido mediante el modelo POP de KD, debido principalmente a una contribución mayor del potencial imaginario. Notese que la parte imaginaria del potencial isovector calculado con el modelo MOP de Gogny presenta un máximo relevante en la superficie del núcleo, resultado del incremento de la parte imaginaria del potencial en esa zona del núcleo.

En la figura 40, se muestran con trazo continuo las secciones eficaces diferenciales de las reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$ correspondientes a las reacciones $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$, $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$, $^{120}\text{Sn}(p,n)^{120}\text{Sb}$ y $^{208}\text{Pb}(p,n)^{208}\text{Bi}$ calculadas con el MOP de Gogny. Estos resultados teóricos se comparan con los datos experimentales extraídos de la Ref. [40]. En cada panel también se representan mediante líneas de trazos discontinuos las secciones eficaces diferenciales (p,n) calculadas con el modelo de KD, que se basa en los potenciales ópticos nucleón-núcleo fenomenológicos de la Ref. [2], y que utilizaremos aquí como referencia. En esta figura puede verse que los datos experimentales se

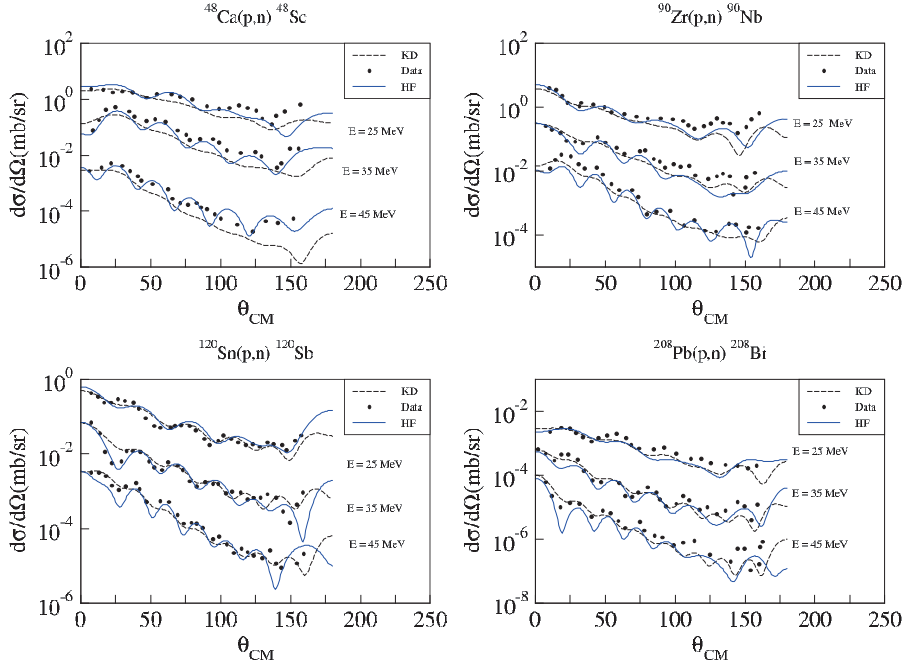


Figura 40: Secciones eficaces diferenciales en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$

reproducen de un modo bastante preciso con con el modelo MOP de Gogny, en particular la estructura oscilatoria y decreciente de las secciones eficaces diferenciales experimentales para todos los blancos y energías consideradas en este estudio. Estos resultados sugieren que la parte isovector del MOP de Gogny está bien determinada. Puede verse también que las predicciones del modelo de KD para reacciones (p,n) están en un acuerdo razonable con los datos experimentales. Las secciones eficaces diferenciales obtenidas mediante el modelo de KD promedian, en general, los resultados del modelo MOP de Gogny, mostrando también un comportamiento decreciente con el ángulo de dispersión pero con las oscilaciones muy amortiguadas respecto tanto a los datos experimentales como a las predicciones del MOP de Gogny. Note que ambos cálculos, Gogny y KD, no tienen ningún parámetro reajustado para mejorar la descripción de las reacciones (p,n) consideradas a diferencia del POP de KD modificado que se emplea en la ref. [37].

Las reacciones cuasi-elásticas de intercambio de carga han sido también

objeto de atención en un cálculo muy reciente realizado por Whitehead, Lim y Holt (WLH) [41], donde el potencial óptico utilizado se genera mediante la teoría de perturbaciones usando fuerzas quirales [42]. En la figura 42 se comparan las secciones eficaces diferenciales de las reacciones $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ y $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$, para las energías de 25, 35 y 45 MeV, calculadas con el modelo MOP de Gogny y los mismos resultados calculados con el MOP de WLH. Vemos que las secciones eficaces diferenciales calculadas con el modelo MOP de Gogny son ligeramente mayores y que reproducen mejor, en general, los valores experimentales que los valores predichos por el MOP de WLH. Las líneas de puntos, superior e inferior, representan el intervalo de confianza del 95% del modelo WLH debido a las incertidumbres subyacentes de las fuerzas quirales, que son similares al mismo intervalo de confianza obtenido mediante un análisis Bayesiano con un potencial fenomenológico de tipo KD. Estas estimaciones muestran que el potencial óptico para describir reacciones de intercambio (p,n) puede variar dentro de unos márgenes relativamente amplios [41]. Los resultados de la figura 42 indican que el cálculo utilizando el MOP de Gogny, objeto de nuestro estudio en este capítulo, cae dentro de dichos márgenes.

Con el fin de analizar la influencia del spin-órbita en las reacciones (p,n) de intercambio de carga, visualizamos en la figura 41 la polarización de las reacciones $^{56}\text{Fe}(p,n)^{56}\text{Co}$, $^{64}\text{Ni}(p,n)^{64}\text{Cu}$, $^{70}\text{Zn}(p,n)^{70}\text{Ga}$ y $^{96}\text{Zr}(p,n)^{96}\text{Nb}$, para una energía de 22.8 MeV del protón incidente, calculadas con el modelo MOP de Gogny y con el modelo de KD. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [43]. Los datos experimentales muestran una tendencia oscilante en las reacciones $^{56}\text{Fe}(p,n)^{56}\text{Co}$ y $^{96}\text{Zr}(p,n)^{96}\text{Nb}$ y un comportamiento decreciente en las reacciones $^{64}\text{Ni}(p,n)^{64}\text{Cu}$ y $^{70}\text{Zn}(p,n)^{70}\text{Ga}$. Los dos modelos teóricos considerados no reproducen el comportamiento de los datos experimentales en detalle y pronostican una tendencia oscilatoria, más acusada en el modelo MOP de Gogny. Estos resultados parecen indicar algunas limitaciones en la parte spin-órbita tanto del MOP de Gogny como del modelo de KD. Sin embargo, los cálculos mostrados en esta figura son bastante similares a otras predicciones teóricas para las mismas reacciones, mostradas en la Fig 6 de la referencia [38] y en el panel (c) de la Fig 5 de la referencia [43].

En la tabla 13 se dan las secciones eficaces de reacción de los procesos de intercambio de carga $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$, $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$, $^{120}\text{Sn}(p,n)^{120}\text{Sb}$ y $^{208}\text{Pb}(p,n)^{208}\text{Bi}$ a energías incidentes del protón de 25, 35 y 45 MeV calculadas con los modelos MOP de Gogny y de KD conjuntamente con los correspondientes datos experimentales. Para cada blanco considerado las secciones eficaces de reacción teóricas decrecen con la energía del proyectil, en concor-

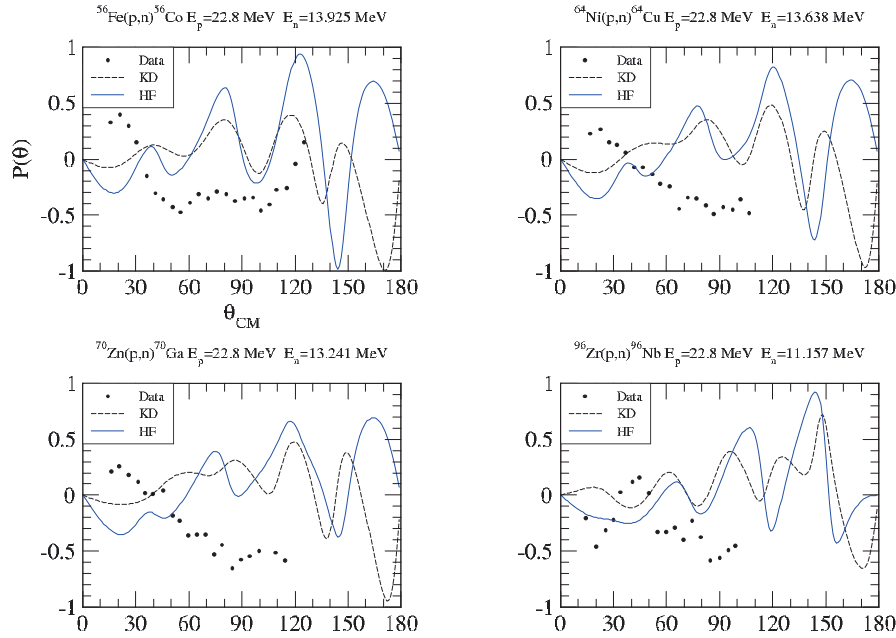


Figura 41: Polarización en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$

dancia con los datos experimentales. Para la energía menor considerada, 25 MeV, las predicciones de ambos modelos teóricos reproducen, en general y dentro de la barras de error, los datos experimentales. A energías de 35 y 45 MeV, las secciones eficaces de reacción predichas por el modelo de KD son ligeramente mayores que los resultados obtenidos en el cálculo con el MOP de Gogny, excepto para la reacción $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$. En particular y para todos los blancos, a la energía de 35 MeV el modelo de KD reproducen los datos experimentales dentro de su barra de error. Para protones incidentes de 45 MeV, los dos cálculos teóricos considerados subestiman los valores experimentales de las secciones eficaces de reacción.

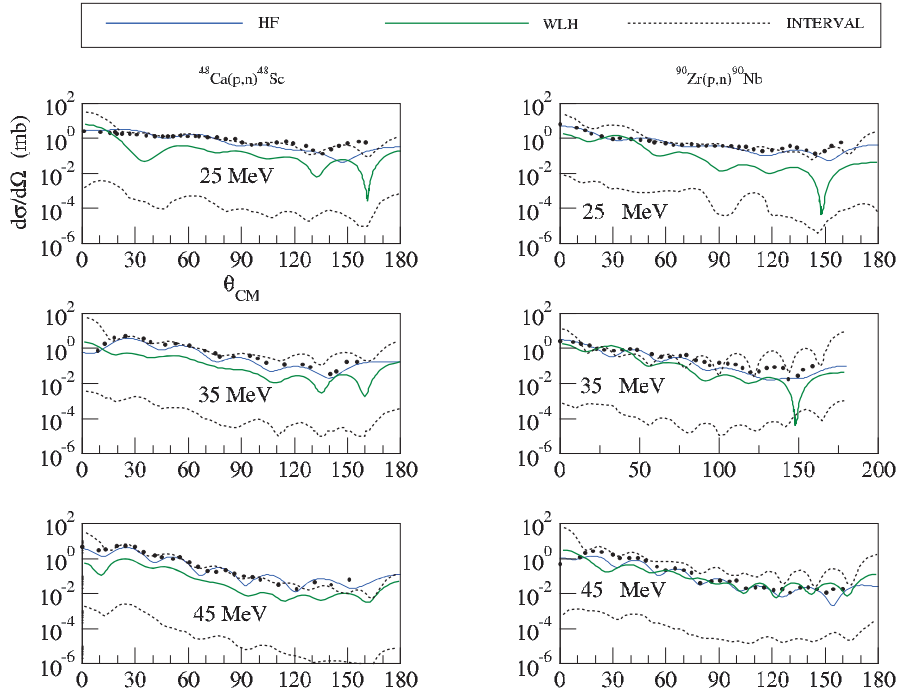


Figura 42: Secciones eficaces diferenciales de las reacciones $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ y de $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ a energías incidentes de 25, 35 y 45 MeV calculadas con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny y el modelo WLH comparadas con los datos experimentales de [44]. Las líneas de puntos, superior e inferior, definen el intervalo de confianza del 95% del modelo WLH

$^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$				$^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$			
E	KD	HF	EXP	E	KD	HF	EXP
45	4.38	6.09	8.4 ± 1.0	45	2.79	2.28	4.4 ± 0.5
35	5.96	7.45	10.2 ± 1.1	35	3.96	3.36	4.8 ± 0.5
25	7.92	10.92	10.6 ± 1.2	25	5.54	6.21	6.7 ± 0.8
$^{120}\text{Sn}(p,n)^{120}\text{Sb}$				$^{208}\text{Pb}(p,n)^{208}\text{Bi}$			
45	4.14	2.98	5.8 ± 0.7	45	4.34	2.57	5.4 ± 0.6
35	5.94	4.62	5.6 ± 0.6	35	6.52	4.86	6.8 ± 0.8
25	8.28	8.97	8.5 ± 1.0	25	8.66	8.62	9.6 ± 1.1

Tabla 13: Secciones eficaces totales en *mbarns* para las reacciones de intercambio estudiadas en la figura 40

Capítulo 8

Conclusiones

El punto de partida de este trabajo es el desarrollo de un potencial óptico microscópico (MOP) nucleón-núcleo que nos permite calcular algunas propiedades de scattering relevantes para este tipo de reacciones. Las aplicaciones numéricas han sido realizadas con la fuerza D1S de Gogny (3.18). La parte real e imaginaria del potencial se obtienen identificando el potencial con los términos de primer y segundo orden del operador de masas (3.9), asociado al propagador del nucleón incidente en el núcleo blanco, obtenido dentro de la aproximación de Brueckner-Hartree-Fock (BHF) usando la matriz de reacción G (3.12) parametrizada con la fuerza de Gogny. La parte real V_α es calculada con dos aproximaciones diferentes (NM) (4.1) y (HF) (4.6). En la primera (NM) se calcula la parte real como el potencial HF en un medio infinito con densidades constantes tal y como se hace en la referencia [64] y en la segunda (HF) se calcula potencial HF teniendo en cuenta el tamaño finito del núcleo y el término de intercambio dependiente de la densidad tal y como se hace en las referencias [65, 66]. Una aproximación de importancia capital a la hora de calcular la parte imaginaria del potencial W_α (4.9) es conocer el momento del proyectil k_α en el medio nuclear. Esta magnitud está determinada implícitamente por la ecuación de la energía (4.3) y para obtener su forma explícita realizamos una aproximación parabólica de k_α^2 alrededor del momento de Fermi $k_{F,\tau\alpha}^2$ tal y como se describe en la ecuación (4.4). Puesto que la expresión del potencial real V_α es diferente en las dos aproximaciones usadas (NM y HF) tenemos que la parte imaginaria W_α , dependiente del momento k_α , es también diferente en cada una de ellas. Vale la pena decir que este modelo para el scattering de nucleones por blancos es totalmente predictivo, en el sentido de que no hay ningún parámetro extra a excepción de los parámetros de la fuerza de Gogny.

La primera conclusión que podemos extraer a partir de los cálculos realizados con este MOP de Gogny es el carácter fuertemente dependiente de los potenciales, y por tanto también de los observables de scattering analizados, de las densidades de neutrones y protones utilizadas para realizar los cálculos. En principio, el código numérico desarrollado permite usar cualesquiera densidades para obtener los potenciales y los observables de la reacción. Sin embargo, en todo el trabajo hemos utilizado las densidades HF de Gogny, obtenidas tal y como se resume en el Apéndice D de esta tesis y más extensamente en la referencia [4]. El mismo cálculo HF de la referencia [4] permite obtener el potencial de Coulomb $V_c(R)$, aunque el programa también permite, junto a las densidades de neutrones y protones, leer un potencial de Coulomb diferente.

Una segunda conclusión fundamental es el gran poder absorbente de la parte imaginaria del potencial óptico del modelo MOP de Gogny, mayor incluso en la prescripción NM que en la prescripción HF. Esto puede observarse en las figuras 1 y 2, donde se comparan las prescripciones NM y HF del modelo MOP de Gogny con el potencial óptico fenomenológico (POP) de Köning y Delaroche (KD) [2]. Esta característica del modelo MOP de Gogny hace que las secciones eficaces diferenciales (DCS) calculadas subestimen el patrón de datos experimentales cuando el proyectil es un neutrón y sobrestimen los datos experimentales cuando el proyectil es un protón y el blanco es un núcleo con una carga grande (^{208}Pb , ^{120}Sn).

Los resultados obtenidos con este modelo relativamente simple reproducen bien los datos experimentales hasta ángulos de scattering de 30° - 50° para neutrones y protones sobre blancos entre ^{40}Ca y ^{208}Pb y un rango de energías de 10-30 MeV. Para ángulos mayores las DCS calculadas con nuestro modelo difieren más de los datos experimentales.

Un paso más en el desarrollo de esta tesis fue renormalizar los potenciales, con el fin de amortiguar su carácter fuertemente absorbente como hemos citado anteriormente. La investigación consistió en estudiar si era posible calcular coeficientes, dependientes de la energía, para los potenciales, que nos permitiesen obtener un nuevo MOP de Gogny (RNM,RHF) más acorde con los potenciales del modelo KD y, en consecuencia, obtener una mejor descripción de los datos experimentales. Todo el trabajo relativo a este tema se realiza en el Capítulo 5 y el resultado general es de un cierto éxito relativo, que mejora notablemente las DCS calculadas con neutrones y protones. La mejora de los cálculos en casi todas las reacciones estudiadas puede observarse en la tabla 9 comparando las columnas HF y RHF, donde se calculan las desviaciones RMS relativas de los cálculos teóricos respecto a los datos experimentales para la prescripción HF sin renormalizar y la prescripción HF renormalizada.

Con este modelo renormalizado, el potencial RHF de Gogny puede llegar a reproducir con bastante exactitud los datos experimentales hasta ángulos de scattering de $\approx 100^\circ$ mejorando notablemente las predicciones del modelo sin renormalizar.

En el capítulo 6 hemos dado un paso más ampliando el dominio del scattering elástico al estudio de la dispersión de núcleos ligeros (^2H , ^3H , ^3He y ^4He) por núcleos más pesados. El modelo MOP desarrollado es una generalización del modelo de Watanabe para el deuterón y tiene como ingredientes básicos los potenciales ópticos neutrón-núcleo y protón-núcleo y la función de onda del proyectil en el estado fundamental. Dependiendo del modelo utilizado para la interacción nucleón-núcleo, obtenemos dos prescripciones: MOPG y RMOPG, donde en MOPG usamos el potencial óptico HF para la interacción nucleón-núcleo y en RMOPG usamos la interacción renormalizada RHF para la misma interacción.

Los procesos inelásticos derivados de la fragmentación y la distorsión de la función de onda del proyectil no se tienen en cuenta y quedan recogidos globalmente dentro de la parte imaginaria del potencial.

Los potenciales real e imaginario se comportan como se espera: decrecen y crecen, respectivamente, al aumentar la energía del proyectil. La parte imaginaria de volumen crece con la energía y la absorción en la superficie disminuye.

Las DCS correspondientes al modelo MOPG exhiben un comportamiento razonable para ángulos inferiores a 50° , aunque hay variaciones dependiendo de la reacción considerada.

Las secciones eficaces de reacción (RCS) calculadas con el modelo MOPG decrecen con la energía del proyectil para blancos de masa pequeña y media, mientras que sucede lo contrario con blancos pesados como el ^{208}Pb . Sin embargo, los valores calculados sobreestiman los valores experimentales, salvo en el caso del ^{208}Pb .

El modelo RMOPG describe el scattering elástico de proyectiles ligeros de una forma muy similar al modelo KD y mejora sensiblemente la descripción dada por el modelo MOPG sin renormalizar. Las RCS son también más pequeñas que las que proporciona el modelo MOPG y muy similares a las del modelo KD.

En general, los fallos de nuestro modelo para ángulos grandes los atribuimos a la no consideración de canales inelásticos y de reacción en el cálculo del scattering elástico. Una extensión de este mismo tema puede encontrarse en la referencia [27].

Las reacciones de intercambio de carga $Q(p, n)$ se estudian en el capítulo 7 usando el modelo simple definido en el potencial de Lane. Usando la prescripción HF del modelo MOP de Gogny calculamos la parte isoescalar U_0 e isovector U_1 del potencial de Lane y las funciones de onda de los canales de entrada (protón) y salida (neutrón) dentro de la aproximación DWBA (Distorted Wave Born Approximation).

Encontramos que las DCS para este tipo de reacciones reproducen con bastante exactitud el patrón de datos experimentales. Sin embargo, las polarizaciones que predice nuestro modelo y el de KD son pobres comparadas con los datos experimentales, y con las predicciones teóricas de otros modelos ópticos especialmente creados para reproducir el comportamiento experimental de este observable.

Concluimos que la parte isovector U_1 del potencial de Lane calculado con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny es apropiado para describir escenarios donde el potencial isovector es relevante. Sin embargo, una descripción más exacta de este tipo de reacciones requiere un modelo más sofisticado que el simple potencial de Lane. Una extensión de este mismo tema puede encontrarse en la referencia [47].

Capítulo 9

Apéndices

Apéndice A

En este apéndice haremos un desarrollo detallado del cálculo del potencial real con la fuerza de Gogny en materia nuclear. En el potencial de Gogny (3.18) los dos términos a considerar son:

$$V_1 = t_3(1 + \hat{P}_\sigma)\delta(\vec{r}_{12}) \left[\rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right]^{1/3}$$

$$V_2 = \sum_{k=1}^{k=2} e^{-\left(\frac{\vec{r}_{12}}{\mu_k}\right)^2} \left(W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau \right)$$

y el potencial real viene dado por (3.14):

$$V_\alpha = \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha\rho | \tilde{V}_1 | \alpha\rho \rangle + \sum_{\rho \leq k_F} \langle \alpha\rho | \tilde{V}_2 | \alpha\rho \rangle = M_1 - M_2 + M_3 - M_4$$

$$M_1 = \sum_{\sigma, \tau} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d^3 k_\rho \langle \alpha\rho | V_1 | \alpha\rho \rangle \quad M_2 = \sum_{\sigma, \tau} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d^3 k_\rho \langle \alpha\rho | V_1 | \rho\alpha \rangle$$

$$M_3 = \sum_{\sigma, \tau} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d^3 k_\rho \langle \alpha\rho | V_2 | \alpha\rho \rangle \quad M_4 = \sum_{\sigma, \tau} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d^3 k_\rho \langle \alpha\rho | V_2 | \rho\alpha \rangle$$

Para el cálculo de estas integrales necesitamos hacer el cambio de variables desde \vec{r}_1, \vec{r}_2 a \vec{R} y \vec{r} definido de la siguiente manera:

$$2\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 = \int \left| \frac{\partial(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial(\vec{R}, \vec{r})} \right| d\vec{R} d\vec{r} = \int d\vec{R} \int d\vec{r}$$

$$S_1 = \sum_{\sigma, \tau} (V_1)_{\alpha\rho, \alpha\rho}$$

$$\sum_{\sigma, \tau} \langle \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho | 1 + \hat{P}_\sigma | \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho \rangle = \sum_{\sigma, \tau} [\delta_{\sigma_\alpha \sigma_\alpha} \delta_{\sigma_\rho \sigma_\rho} + \delta_{\sigma_\alpha \sigma_\rho} \delta_{\sigma_\rho \sigma_\alpha}] \delta_{\tau_\alpha \tau_\alpha} \delta_{\tau_\rho \tau_\rho}$$

$$\sum_{\sigma, \tau} \langle \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho | 1 + \hat{P}_\sigma | \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho \rangle = 3[\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}]$$

$$S_1 = \frac{3t_3}{\Omega^2} \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 e^{-i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \rho^{1/3} \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) [\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}]$$

$$= \frac{3t_3}{\Omega^2} \int d\vec{R} \rho^{1/3}(\vec{R}) \int d\vec{r} \delta(\vec{r}) [\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}] = \frac{3t_3}{\Omega^2} \Omega \rho^{1/3} [\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}] = \frac{3t_3}{\Omega} \rho^{1/3} [\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}]$$

$$S_2 = \sum_{\sigma, \tau} (V_1)_{\alpha\rho, \rho\alpha}$$

$$\sum_{\sigma, \tau} \langle \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho | 1 + \hat{P}_\sigma | \sigma_\rho \tau_\rho \sigma_\alpha \tau_\alpha \rangle = \sum_{\sigma, \tau} [\delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} + \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\alpha} \delta_{\sigma_\rho, \sigma_\rho}] \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} = 3\delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{3t_3}{\Omega^2} \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 e^{-i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} e^{i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_1} e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_2} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \rho^{1/3} \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \\ &= \frac{3t_3}{\Omega^2} \int d\vec{R} \rho^{1/3}(\vec{R}) \int e^{i(\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha) \cdot \vec{r}} \delta(\vec{r}) d\vec{r} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} = \frac{3t_3}{\Omega^2} \Omega \rho^{1/3} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} = \frac{3t_3}{\Omega} \rho^{1/3} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \end{aligned}$$

Para $\tau_\rho = \tau_\alpha$ vemos que:

$$S_1 - S_2 = 0$$

y para $\tau_\rho = -\tau_\alpha$:

$$S_1 - S_2 = \frac{3t_3}{\Omega} \rho^{1/3}$$

$$M_1 - M_2 = \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{F, -\tau_\alpha}} k_\rho^2 dk_\rho d\Omega_S \left[\frac{3t_3}{\Omega} \rho^{1/3} \right] = \frac{3}{2} t_3 \rho^{1/3} \frac{k_{F, -\tau_\alpha}}{3\pi^2} = \frac{3}{2} t_3 \rho^{1/3} \rho_{-\tau_\alpha}$$

$$M_1 - M_2 = \frac{3}{2} t_3 \rho^{1/3} [\rho - \rho_{\tau_\alpha}]$$

$$S_3 = \sum_{\sigma, \tau} (V_2)_{\alpha\rho, \alpha\rho}$$

$$\begin{aligned} \sum_{\sigma, \tau} \langle \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho \rangle &= \sum_{\sigma, \tau} \left[W_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\alpha} \delta_{\sigma_\rho, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\alpha} \delta_{\tau_\rho, \tau_\rho} \right. \\ &+ B_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\alpha} \delta_{\tau_\rho, \tau_\rho} - H_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\alpha} \delta_{\sigma_\rho, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} - M_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} \left. \right] = \\ &= \left[(2W_k + B_k) (\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}) - (2H_k + M_k) \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \right] \end{aligned}$$

$$S_3 = \sum_{k=1}^2 \frac{1}{\Omega^2} \int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 e^{-((\vec{r}_1 - \vec{r}_2)/\mu_k)^2} e^{-i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} \quad \times$$

$$\left[(2W_k + B_k) (\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}) - (2H_k + M_k) \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \right] = \frac{1}{\Omega^2} \sum_{k=1}^2 \int d\vec{R} \int d\vec{r} e^{-((\vec{r})/\mu_k)^2} \quad \times$$

$$\left[(2W_k + B_k)(\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}) - (2H_k + M_k)\delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \right] = \frac{1}{\Omega} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \pi^{3/2} \quad \times$$

$$\left[(2W_k + B_k)(\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}) - (2H_k + M_k)\delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \right]$$

Para $\tau_\rho = \tau_\alpha$

$$S_3 = \frac{2}{\Omega} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[W_k + \frac{B_k}{2} - H_k - \frac{M_k}{2} \right]$$

y para $\tau_\rho = -\tau_\alpha$

$$S_3 = \frac{2}{\Omega} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[W_k + \frac{B_k}{2} \right]$$

entonces:

$$M_3 = \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \frac{2}{\Omega} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[W_k + \frac{B_k}{2} - H_k - \frac{M_k}{2} \right] \int_0^{k_{F, \tau_\alpha}} k_\rho^2 dk_\rho \int d\Omega_S +$$

$$\frac{\Omega}{(2\pi)^3} \frac{2}{\Omega} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[W_k + \frac{B_k}{2} \right] \int_0^{k_{F, -\tau_\alpha}} k_\rho^2 dk_\rho \int d\Omega_S = \frac{1}{\pi^2} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[W_k + \frac{B_k}{2} - H_k - \frac{M_k}{2} \right] \times$$

$$\frac{k_{F, \tau_\alpha}^3}{3} + \frac{1}{\pi^2} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[W_k + \frac{B_k}{2} \right] \frac{k_{F, -\tau_\alpha}^3}{3} = \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(W_k + \frac{B_k}{2} \right) \rho - \left(H_k + \frac{M_k}{2} \right) \rho_{\tau_\alpha} \right]$$

$$S_4 = \sum_{\sigma, \tau} (V_2)_{\alpha\rho, \rho\alpha}$$

$$\sum_{\sigma, \tau} \langle \sigma_\alpha \tau_\alpha \sigma_\rho \tau_\rho | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \sigma_\rho \tau_\rho \sigma_\alpha \tau_\alpha \rangle = \sum_{\sigma, \tau} \left[W_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \right.$$

$$\left. + B_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\alpha} \delta_{\sigma_\rho, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} - H_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\alpha} \delta_{\tau_\rho, \tau_\rho} - M_k \delta_{\sigma_\alpha, \sigma_\alpha} \delta_{\sigma_\rho, \sigma_\rho} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\alpha} \delta_{\tau_\rho, \tau_\rho} \right] =$$

$$W_k \delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + 2B_k \delta_{\tau_\alpha, \tau_\rho} - (H_k + 2M_k)(\delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} + \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}) = 2 \left[\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right] \delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha}$$

$$-2 \left[\frac{H_k}{2} + M_k \right] \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}$$

$$\begin{aligned}
S_4 &= \frac{2}{\Omega^2} \sum_{k=1}^2 \int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 e^{-(\vec{r}_{12}/\mu_k)^2} e^{-i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} e^{i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_1} e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_2} \left[\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right] \delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} - \\
&\frac{2}{\Omega^2} \sum_{k=1}^2 \int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 e^{-(\vec{r}_{12}/\mu_k)^2} e^{-i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_2} e^{i\vec{k}_\rho \cdot \vec{r}_1} e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_2} \left[\frac{H_k}{2} + M_k \right] \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha} = \\
&\frac{2}{\Omega^2} \sum_{k=1}^2 \int d\vec{R} \int d\vec{r} e^{-(\vec{r}/\mu_k)^2} e^{i(\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha) \cdot \vec{r}} \left[\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right] \delta_{\tau_\rho, \tau_\alpha} - \\
&\frac{2}{\Omega^2} \sum_{k=1}^2 \int d\vec{R} \int d\vec{r} e^{-(\vec{r}/\mu_k)^2} e^{i(\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha) \cdot \vec{r}} \left[\frac{H_k}{2} + M_k \right] \delta_{\tau_\rho, -\tau_\alpha}
\end{aligned}$$

Para $\tau_\rho = \tau_\alpha$ resulta:

$$S_4 = \frac{2}{\Omega} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right] e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha)^2}$$

y para $\tau_\rho = -\tau_\alpha$:

$$S_4 = -\frac{2}{\Omega} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\frac{H_k}{2} + M_k \right] e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha)^2}$$

$$\begin{aligned}
M_4 &= \frac{2}{(2\pi)^3} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right] \int_0^{k_{F, \tau_\alpha}} d\vec{k}_\rho e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha)^2} - \\
&\frac{2}{(2\pi)^3} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\frac{H_k}{2} + M_k \right] \int_0^{k_{F, -\tau_\alpha}} d\vec{k}_\rho e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I &= \int d\vec{k}_\rho e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (\vec{k}_\rho - \vec{k}_\alpha)^2} = 2\pi \int k_\rho^2 dk_\rho e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\rho^2 + k_\alpha^2)} \int_{-1}^1 dx e^{\frac{\mu_k^2}{2} k_\alpha k_\rho x} \\
&= \frac{4\pi}{k_\alpha \mu_k^2} \int k_\rho dk_\rho \left[e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha - k_\rho)^2} - e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha + k_\rho)^2} \right] = I_1 - I_2
\end{aligned}$$

$$I_1 = \int k_\rho dk_\rho e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha - k_\rho)^2} = \frac{1}{\mu_k^2} \left[\sqrt{\pi} k_\alpha \mu_k \operatorname{erf} \left(\frac{\mu_k}{2} (k_\rho - k_\alpha) \right) - 2e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha - k_\rho)^2} \right]$$

$$I_2 = \int k_\rho dk_\rho e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha + k_\rho)^2} = -\frac{1}{\mu_k^2} \left[\sqrt{\pi} k_\alpha \mu_k \operatorname{erf} \left(\frac{\mu_k}{2} (k_\rho + k_\alpha) \right) + 2e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha + k_\rho)^2} \right]$$

$$I = \frac{4\pi^{3/2}}{\mu_k^3} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\mu_k}{2} (k_\rho - k_\alpha) \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\mu_k}{2} (k_\rho + k_\alpha) \right) \right] + \frac{8\pi}{\mu_k^4 k_\alpha} \left[e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha + k_\rho)^2} - e^{-\frac{\mu_k^2}{4} (k_\alpha - k_\rho)^2} \right]$$

$$M_4 = \frac{1}{4\pi^{3/2}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \times \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F,\tau_\alpha}) - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F,-\tau_\alpha}) \right]$$

En definitiva, el potencial real quedaría:

$$V = M_1 - M_2 + M_3 - M_4$$

$$V_\alpha = \frac{3}{2} t_3 \rho^{1/3} [\rho - \rho_{\tau_\alpha}] + \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[\left(W_k + \frac{B_k}{2} \right) \rho - \left(H_k + \frac{M_k}{2} \right) \rho_{\tau_\alpha} \right] - \frac{1}{4\pi^{3/2}} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \times \left[\left(\frac{W_k}{2} + B_k - \frac{H_k}{2} - M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F,\tau_\alpha}) - \left(\frac{H_k}{2} + M_k \right) I(k_\alpha, k_\rho = k_{F,-\tau_\alpha}) \right]$$

Apéndice B

En esta sección calculamos el término W_2 del potencial imaginario usando los términos

$$V_1 = t_3 \delta(\vec{r}_{12}) \left[1 + \hat{P}_\sigma \right] \rho^{1/3} \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right)$$

$$V_2 = \sum_{k=1}^2 e^{-\left(\frac{\vec{r}_{12}}{\mu_k}\right)^2} \left[W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau \right]$$

del potencial de Gogny (3.18).

Espacio de coordenadas

$$\langle \alpha\nu | V_1 | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | V_2 | \alpha\nu \rangle =$$

$$\frac{1}{\Omega^4} t_3 \rho^{1/3} \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \delta(\vec{r}_{12}) e^{-i(\vec{k}_\alpha - \vec{k}_\lambda) \cdot \vec{r}_1} e^{-i(\vec{k}_\nu - \vec{k}_\mu) \cdot \vec{r}_2} \sum_{k=1}^2 \int d\vec{s}_1 d\vec{s}_2 e^{-\left(\frac{\vec{s}_{12}}{\mu_k}\right)^2} e^{-i(\vec{k}_\lambda - \vec{k}_\alpha) \cdot \vec{s}_1} e^{-i(\vec{k}_\mu - \vec{k}_\nu) \cdot \vec{s}_2} =$$

$$\frac{1}{\Omega^4} t_3 \rho^{1/3} \int d\vec{R} e^{i(\vec{k}_\lambda - \vec{k}_\alpha + \vec{k}_\mu - \vec{k}_\nu) \cdot \vec{R}} \int d\vec{r} \delta(\vec{r}) e^{-i(\vec{k}_\alpha - \vec{k}_\lambda + \vec{k}_\mu - \vec{k}_\nu) \cdot \vec{r}/2} \int d\vec{S} e^{-i(\vec{k}_\lambda - \vec{k}_\alpha + \vec{k}_\mu - \vec{k}_\nu) \cdot \vec{S}}$$

$$\sum_{k=1}^2 \int d\vec{s} e^{-\left(\vec{s}/\mu_k\right)^2} e^{i(\vec{k}_\alpha - \vec{k}_\lambda + \vec{k}_\mu - \vec{k}_\nu) \cdot \vec{s}/2} = \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \sum_{k=1}^2 \int d\vec{s} e^{-\left(\vec{s}/\mu_k\right)^2} e^{i(\vec{k}_\alpha - \vec{k}_\lambda) \cdot \vec{s}}$$

$$= \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2}$$

$$\langle \alpha\nu | V_1 | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | V_2 | \alpha\nu \rangle = \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2}$$

$$\langle \alpha\nu | V_1 | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | V_2 | \nu\alpha \rangle = \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\mu}^2}$$

$$\langle \alpha\nu | V_1 | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | V_2 | \alpha\nu \rangle = \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2}$$

$$\langle \alpha\nu | V_1 | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | V_2 | \nu\alpha \rangle = \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\mu}^2}$$

Espinores

$$\langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \alpha\nu \rangle = \left[3W_k \delta_{\tau_\alpha \tau_\lambda} \delta_{\tau_\nu \tau_\mu} + 3B_k \delta_{\tau_\alpha \tau_\lambda} \delta_{\tau_\nu \tau_\mu} - \right.$$

$$\left. 3H_k \delta_{\tau_\alpha \tau_\lambda} \delta_{\tau_\nu \tau_\mu} \delta_{\tau_\nu \tau_\lambda} \delta_{\tau_\alpha \tau_\mu} - 3M_k \delta_{\tau_\alpha \tau_\lambda} \delta_{\tau_\nu \tau_\mu} \delta_{\tau_\nu \tau_\lambda} \delta_{\tau_\alpha \tau_\mu} \right]$$

$$\langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \nu\alpha \rangle = \left[3W_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\nu\tau\mu} \delta_{\tau\lambda\tau\nu} \delta_{\tau\mu\tau\alpha} + \right. \\ \left. 3B_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\nu\tau\mu} \delta_{\tau\lambda\tau\nu} \delta_{\tau\mu\tau\alpha} - 3H_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\mu\tau\nu} - 3M_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\mu\tau\nu} \right]$$

$$\langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \alpha\nu \rangle = \left[3W_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\nu\tau\mu} \delta_{\tau\lambda\tau\nu} \delta_{\tau\mu\tau\alpha} + \right. \\ \left. 3B_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\nu\tau\mu} \delta_{\tau\lambda\tau\nu} \delta_{\tau\mu\tau\alpha} - 3H_k \delta_{\tau\alpha\tau\mu} \delta_{\tau\lambda\tau\nu} - 3M_k \delta_{\tau\alpha\tau\mu} \delta_{\tau\lambda\tau\nu} \right]$$

$$\langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \nu\alpha \rangle = \left[3W_k \delta_{\tau\alpha\tau\mu} \delta_{\tau\nu\tau\lambda} + \right. \\ \left. 3B_k \delta_{\tau\alpha\tau\mu} \delta_{\tau\nu\tau\lambda} - 3H_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\nu\tau\mu} \delta_{\tau\nu\tau\lambda} \delta_{\tau\alpha\tau\mu} - 3M_k \delta_{\tau\alpha\tau\lambda} \delta_{\tau\nu\tau\mu} \delta_{\tau\nu\tau\lambda} \delta_{\tau\alpha\tau\mu} \right]$$

Para $\tau_\nu = \tau_\alpha$:

$$\begin{aligned} \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \alpha\nu \rangle &- \\ \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \nu\alpha \rangle &- \\ \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \alpha\nu \rangle &+ \\ \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \nu\alpha \rangle &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_\alpha^2} \left[3W_k + 3B_k - 3H_k - 3M_k \right] &- \\ \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_\alpha^2} \left[3W_k + 3B_k - 3H_k - 3M_k \right] &- \\ \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_\alpha^2} \left[3W_k + 3B_k - 3H_k - 3M_k \right] &+ \\ \frac{1}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_\alpha^2} \left[3W_k + 3B_k - 3H_k - 3M_k \right] &= 0 \end{aligned}$$

Para $\tau_\nu = -\tau_\alpha$:

$$\begin{aligned} \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \alpha\nu \rangle &- \\ \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \lambda\mu \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \nu\alpha \rangle &- \\ \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \alpha\nu \rangle &+ \\ \langle \alpha\nu | 1 + \hat{P}_\sigma | \mu\lambda \rangle \langle \lambda\mu | W_k + B_k \hat{P}_\sigma - H_k \hat{P}_\tau - M_k \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau | \nu\alpha \rangle &= \end{aligned}$$

$$\frac{3}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 \left[e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2} + e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\mu}^2} \right] [W_k + B_k + H_k + M_k]$$

Espacio de las fases

$$W_2 = \frac{3}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 [W_k + B_k + H_k + M_k] \times$$

$$\frac{\Omega^3}{(2\pi)^9} \left[\int d\vec{k}_\nu d\vec{k}_\lambda d\vec{k}_\mu e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2} \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \delta(\epsilon_\alpha + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu) \right] +$$

$$\frac{3}{\Omega^3} t_3 \rho^{1/3} (2\pi)^3 \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 [W_k + B_k + H_k + M_k] \times$$

$$\frac{\Omega^3}{(2\pi)^9} \left[\int d\vec{k}_\nu d\vec{k}_\lambda d\vec{k}_\mu e^{-\frac{\mu_k^2}{4} k_{\alpha\mu}^2} \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \delta(\epsilon_\alpha + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu) \right]$$

Definiendo las funciones:

$$f(\gamma_1, \gamma_2) = e^{-\frac{\gamma_1^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2 - \frac{\gamma_2^2}{4} k_{\alpha\mu}^2}$$

$$f_2 = f(\gamma_1 = \mu_k, \gamma_2 = 0) \quad f_3 = f(\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \mu_k)$$

$$I_2(\tau_\alpha, \tau_\nu = -\tau_\alpha) = \int d\vec{k}_\nu d\vec{k}_\lambda d\vec{k}_\mu f_2 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \delta(\epsilon_\alpha + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu)$$

$$I_3(\tau_\alpha, \tau_\nu = -\tau_\alpha) = \int d\vec{k}_\nu d\vec{k}_\lambda d\vec{k}_\mu f_3 \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \delta(\epsilon_\alpha + \epsilon_\nu - \epsilon_\lambda - \epsilon_\mu)$$

resulta:

$$W_2 = \frac{1}{(2\pi)^6} 3 t_3 \rho^{1/3} \pi^{3/2} \sum_{k=1}^2 \mu_k^3 [W_k + B_k + H_k + M_k] [I_2(\tau_\alpha, -\tau_\alpha) + I_3(\tau_\alpha, -\tau_\alpha)]$$

Apéndice C

Para evaluar las integrales:

$$I_i = \int d\vec{k}_\nu d\vec{k}_\lambda d\vec{k}_\mu f_i(\gamma_1, \gamma_2) \delta(\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu - \vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu) \times \\ \delta(\beta_{\tau_\alpha} k_\alpha^2 + \beta_{\tau_\nu} k_\nu^2 - \beta_{\tau_\alpha} k_\lambda^2 - \beta_{\tau_\nu} k_\mu^2) \quad (9.1)$$

hacemos el siguiente cambio de variable desde \vec{k}_λ y \vec{k}_μ a las variables \vec{k}_p y \vec{q}_p momento total y momento relativo [64]:

$$\vec{k}_p = \vec{k}_\lambda + \vec{k}_\mu = \vec{k}_\alpha + \vec{k}_\nu, \quad \vec{q}_p = \frac{1}{2}(\vec{k}_\lambda - \vec{k}_\mu)$$

$$\vec{k}_\lambda = \frac{\vec{k}_p}{2} + \vec{q}_p, \quad \vec{k}_\mu = \frac{\vec{k}_p}{2} - \vec{q}_p$$

De acuerdo con la figura 43, definiremos los siguientes ángulos y vectores:

$$\begin{aligned} \mu &\equiv \cos(\theta_\nu) = \cos(\vec{k}_\alpha, \vec{k}_\nu), & \mu_p &\equiv \cos(\theta_p) \equiv \cos(\vec{k}_p, \vec{q}_p), \\ \cos(\theta_0) &\equiv \cos(\vec{k}_\alpha, \vec{k}_p), & \cos(\beta) &\equiv \cos(\vec{k}_\alpha, \vec{q}_p), \\ \hat{k}_\alpha &= (\sin(\theta_0), 0, \cos(\theta_0)), & \hat{q}_p &= (\sin(\theta_p) \cos(\varphi_p), \sin(\theta_p) \sin(\varphi_p), \cos(\theta_p)) \end{aligned}$$

desde donde podemos escribir:

$$\cos(\theta_0) = \frac{k_\alpha + k_\nu \mu}{k_p}$$

$$\cos(\beta) = \sin(\theta_0) \sin(\theta_p) \cos(\varphi_p) + \cos(\theta_0) \cos(\theta_p)$$

Definiendo ahora las constantes:

$$A = \frac{\gamma_1^2}{4} + \frac{\gamma_2^2}{4}, \quad B = \frac{\gamma_2^2}{4} - \frac{\gamma_1^2}{4}$$

las funciones f_i pueden escribirse como:

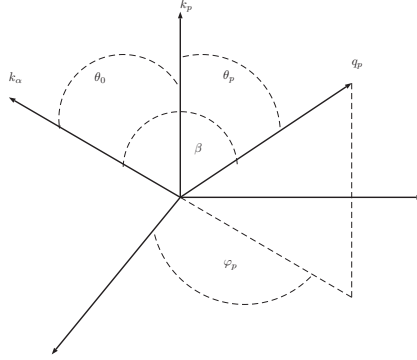


Figura 43: Sistema de referencia

$$f_i(\gamma_1, \gamma_2) = e^{-\frac{\gamma_1^2}{4} k_{\alpha\lambda}^2 - \frac{\gamma_2^2}{4} k_{\alpha\mu}^2} =$$

$$e^{-\frac{A}{4} k_{\alpha}^2 - \frac{A}{4} k_{\nu}^2 + \frac{A}{2} k_{\alpha} k_{\nu} \mu - A q_p^2 - B \frac{q_p}{k_p} [k_{\alpha}^2 - k_{\nu}^2] \cos(\theta_p) - 2B k_{\alpha} q_p \sin(\theta_0) \sin(\theta_p) \cos(\varphi_p)}$$

Introduciendo la variable C :

$$C = 2B k_{\alpha} q_p \sin(\theta_0) \sin(\theta_p)$$

y teniendo en cuenta la integral

$$\int_0^{2\pi} e^{-c \cos(\varphi_p)} d\varphi_p = 2\pi I_0(C)$$

donde $I_0(x)$ es la función modificada de Bessel de orden cero, podemos reescribir la integral I_i como:

$$I_i = \frac{(2\pi)^2}{\beta_{\tau\alpha} - \beta_{\tau\nu}} e^{-\frac{A}{4} k_{\alpha}^2} \int_{\sqrt{B_0}}^{k_{F\nu}} dk_{\nu} k_{\nu}^2 e^{-\frac{A}{4} k_{\nu}^2} \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{k_p} e^{\frac{A}{2} k_{\alpha} k_{\nu} \mu} \times \int_{Q_1}^{Q_2} dq_p q_p e^{-A q_p^2 - B \frac{q_p}{k_p} [k_{\alpha}^2 - k_{\nu}^2] \cos(\theta_p)} I_0(C) \quad (9.2)$$

donde los límites de la integral sobre q_p son dados por:

$$Q_2^2 = \frac{H_2 + \beta_{\tau\nu}k_\nu^2 - \frac{1}{2}\beta_{\tau\nu}k_p^2}{2\beta_{\tau\nu}}$$

y

$$Q_1^2 = \frac{H_1 + \beta_{\tau\nu}k_\nu^2 - \frac{1}{2}\beta_{\tau\alpha}k_p^2}{2\beta_{\tau\alpha}}$$

siendo

$$H_2 = \beta_{\tau\alpha}k_\alpha^2 - (\beta_{\tau\alpha} - \beta_{\tau\nu})k_{\tau\alpha}^2$$

$$H_1 = \beta_{\tau\alpha}k_\alpha^2 + (\beta_{\tau\alpha} - \beta_{\tau\nu})k_{\tau\nu}^2$$

En general la integral (9.2) no puede calcularse analíticamente y ha de obtenerse numéricamente. Solo hay tres integrales que pueden calcularse analíticamente: I_1, I_6, I_{11} . Las integrales I_1 e I_{11} se pueden encontrar en la referencia [64], donde se trata un problema similar con la fuerza de Skyrme. Aquí solo resolveremos la integral I_6 .

Podemos escribir:

$$f_6 = e^{-\frac{\mu_k^2}{4}(k_{\alpha\lambda}^2 + k_{\alpha\mu}^2)} = e^{-\frac{\mu_k^2}{8}k_p^2 - \frac{\mu_k^2}{2}q_p^2 + \frac{\mu_k^2}{2}k_\alpha k_\nu \mu}$$

y

$$I_6 = \frac{(2\pi)^2}{\beta_{\tau\alpha} - \beta_{\tau\nu}} \int_{\sqrt{B_0}}^{k_{F\nu}} k_\nu^2 dk_\nu \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{k_p} e^{\frac{\mu_k^2}{2}k_\alpha k_\nu \mu - \frac{\mu_k^2}{8}k_p^2} \times \int_{Q_1}^{Q_2} q_p dq_p e^{-\frac{\mu_k^2}{2}q_p^2} \quad (9.3)$$

que podemos dividir como:

$$I_6 = (I_6)_1 - (I_6)_2$$

siendo

$$(I_6)_1 = \frac{4\pi^2\sqrt{\pi}e^{-\frac{\mu_k^2}{2}k_\alpha^2}e^{-\frac{\mu_k^2}{4}\frac{\beta_{\tau\alpha}-\beta_{\tau\nu}}{\beta_{\tau\alpha}}k_{F\nu}^2}}{\mu_k^3k_\alpha(\beta_{\tau\alpha}-\beta_{\tau\nu})} \int_{\sqrt{B_0}}^{k_{F\nu}} k_\nu dk_\nu e^{-\frac{\mu_k^2}{4}\left(1+\frac{\beta_{\tau\nu}}{\beta_{\tau\alpha}}\right)k_\nu^2} \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{\mu_k}{2}(k_\alpha+k_\nu)\right] - \operatorname{erfi}\left[\frac{\mu_k}{2}(k_\alpha-k_\nu)\right] \right\} \quad (9.4)$$

y

$$(I_6)_2 = \frac{4\pi^2\sqrt{\pi}e^{\frac{\mu_k^2}{4}\frac{\beta_{\tau\alpha}-\beta_{\tau\nu}}{\beta_{\tau\nu}}k_{F\alpha}^2}e^{-\frac{\mu_k^2}{4}\left(1+\frac{\beta_{\tau\alpha}}{\beta_{\tau\nu}}\right)k_\alpha^2}}{\mu_k^3k_\alpha(\beta_{\tau\alpha}-\beta_{\tau\nu})} \int_{\sqrt{B_0}}^{k_{F\nu}} k_\nu dk_\nu e^{-\frac{\mu_k^2}{2}k_\nu^2} \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{\mu_k}{2}(k_\alpha+k_\nu)\right] - \operatorname{erfi}\left[\frac{\mu_k}{2}(k_\alpha-k_\nu)\right] \right\} \quad (9.5)$$

resultando:

$$I_6 = \frac{\pi^2\sqrt{\pi}}{\beta_{\tau\alpha}k_\alpha\mu_k} e^{-\frac{\mu_k^2}{2}k_\alpha^2} \int_{\sqrt{B_0}}^{k_{F\nu}} k_\nu \left[k_\alpha^2 + k_\nu^2 - 2k_{F\alpha}^2 \right] e^{-\frac{\mu_k^2}{2}k_\nu^2} \left\{ \operatorname{erfi}\left[\frac{\mu_k}{2}(k_\alpha+k_\nu)\right] - \operatorname{erfi}\left[\frac{\mu_k}{2}(k_\alpha-k_\nu)\right] \right\} \quad (9.6)$$

Apéndice D

En este apéndice hacemos un resumen del método usado para obtener las densidades de neutrones y protones necesarias para calcular el MOP basado en la fuerza de Gogny. El punto de partida es la teoría QEDFT (quasi-local energy density functional theory), establecida en las referencias [71–73] y también discutida en detalle en las referencias [83–87]. La idea básica de la QEDFT consiste en escribir la densidad de energía HF en una forma local usando una expansión apropiada de la matriz densidad HF. Esta idea fue propuesta en el pasado por Negele y Vautherin [88], y también usada por Campi y Bouyssy [89]. En nuestro cálculo usamos la matriz de densidad desarrollada en [73], que está basada en una expansión ETF (Extended Thomas Fermi) de la matriz densidad. Esta aproximación, cuya base teórica está desarrollada en las referencias [72, 84], permite escribir la densidad de energía HF en una forma cuasi-local. Con este objetivo, escribimos la densidad de energía HF para la interacción de Gogny como:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{kin} + \mathcal{H}_{dir} + \mathcal{H}_{exch} + \mathcal{H}_{zr} + \mathcal{H}_{coul} + \mathcal{H}_{SO}, \quad (9.7)$$

donde cada una de las contribuciones vienen dadas por:

$$\mathcal{H}_{kin} = \frac{\hbar^2}{2m}(\tau_n + \tau_p), \quad (9.8)$$

$$\mathcal{H}_{dir} = \frac{1}{2} \sum_i \int d\vec{r}' \left\{ \left(W_i + \frac{B_i}{2} \right) \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') - \left(H_i + \frac{M_i}{2} \right) \left[\rho_n(\vec{r}) \rho_n(\vec{r}') + \rho_p(\vec{r}) \rho_p(\vec{r}') \right] \right\} e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}{\mu_i^2}}, \quad (9.9)$$

$$\mathcal{H}_{exch} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}{\mu_i^2}} \left\{ \left(B_i + \frac{W_i}{2} \right) \left[\rho_n^2(\vec{r}, \vec{r}') + \rho_p^2(\vec{r}, \vec{r}') \right] - \left(M_i + \frac{H_i}{2} \right) \left(\rho_n(\vec{r}, \vec{r}') + \rho_p(\vec{r}, \vec{r}') \right)^2 \right\}, \quad (9.10)$$

$$\mathcal{H}_{zr} = \frac{t_3}{4} \rho^\alpha(\vec{r}) \left[(2 + x_3) \rho^2(\vec{r}) - (2x_3 + 1) (\rho_n^2(\vec{r}) + \rho_p^2(\vec{r})) \right], \quad (9.11)$$

$$\mathcal{H}_{coul} = \frac{1}{2} \int d\vec{r}' \frac{\rho_p(\vec{r}) \rho_p(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{3}{4} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \rho_p^{\frac{4}{3}}(\vec{r}), \quad (9.12)$$

$$\mathcal{H}_{SO} = -\frac{1}{2} W_0 \left[\rho(\vec{r}) \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \rho_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_n + \rho_p(\vec{r}) \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p \right], \quad (9.13)$$

La cantidad clave para escribir las diferentes contribuciones es la matriz de densidad HF, definida como:

$$\sum_{i=1}^A \phi_i^*(\vec{r}) \phi_i(\vec{r}') = \rho(\vec{R} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{R} - \frac{\vec{s}}{2}), \quad (9.14)$$

donde $\phi_i(\vec{r})$ son las funciones de onda de una partícula, y \vec{R} y \vec{s} son las coordenadas del centro de masas y la coordenada relativa, respectivamente. A partir de esta matriz densidad, la densidad de energía cinética y la densidad de spin pueden obtenerse como:

$$\rho(\mathbf{R}) = \rho(\vec{R}, \vec{s})|_{s=0}, \quad (9.15)$$

$$\tau(\mathbf{R}) = \left(\frac{1}{4}\Delta_R - \Delta_s\right)\rho(\vec{R}, \vec{s})|_{s=0}, \quad (9.16)$$

y

$$\mathbf{J}(\vec{R}) = -i \left[\sigma \times \left(\frac{1}{2} \nabla_R + \nabla_s \right) \right] \rho(\vec{R}, \vec{s})|_{s=0}, \quad (9.17)$$

respectivamente.

Para obtener el funcional de la densidad de energía cuasi-local, se empieza reemplazando en la ecuación (9.7) el equivalente ETF citado en las referencias [71, 73]. Usando esta matriz de densidad ETF en las ecuaciones (9.8-9.13) nos permite escribir la energía HF en el nivel ETF. En este nivel, las cantidades semicásicas están libres de efectos de capa. Para recuperar estos efectos, se puede usar el esquema de Kohn-Sham (KS) [91] dentro de la teoría funcional de la densidad. Para lograr este objetivo, escribimos la energía cinética y las densidades de spin para cada tipo de partículas ($q = n, p$) usando como función de onda un determinante de Slater construido con los orbitales ϕ_i de una partícula:

$$\begin{aligned} \rho_q(\vec{r}) &= \sum_{i=1}^{A_q} \sum_{\sigma} |\phi_i(\vec{r}, \sigma, q)|^2 & \tau_q(\vec{r}) &= \sum_{i=1}^{A_q} \sum_{\sigma} |\vec{\nabla} \phi_i(\vec{r}, \sigma, q)|^2, \\ \vec{\mathbf{J}}_q(\vec{r}) &= i \sum_{i=1}^{A_q} \sum_{\sigma\sigma'} \phi_i^*(\vec{r}, \sigma, q) \left[(\vec{\sigma})_{\sigma\sigma'} \times \vec{\nabla} \right] \phi_i(\vec{r}, \sigma, q). \end{aligned} \quad (9.18)$$

Aplicando ahora el principio variacional a este funcional de la densidad de energía ETF usando los orbitales ϕ_i de una partícula como parámetros variacionales se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$h\phi_i = \left\{ -\vec{\nabla} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(\vec{r})} \vec{\nabla} + U_q(\vec{r}) - i\vec{W}_q(\vec{r})(\vec{\nabla} \times \vec{\sigma}) \right\} \phi_i = \epsilon_i \phi_i \quad (9.19)$$

donde la masa efectiva, el potencial de una partícula y el factor de forma del potencial spin-órbita viene dados por:

$$\frac{\hbar^2}{2m_q^*} = \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\tau_q}, \quad (9.20)$$

$$U_q = \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\rho_q}, \quad (9.21)$$

$$\vec{W}_q = \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\vec{J}_q}. \quad (9.22)$$

La solución del conjunto de ecuaciones (9.19) proporciona los orbitales, que son usados en el funcional ETF mediante las ecuaciones (9.18) para calcular la energía HF en la aproximación cuasi-local. Este cálculo autoconsistente también nos permite obtener el potencial de Coulomb como:

$$V_c(\vec{r}) = \int d\vec{r}' \frac{\rho_p(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \rho_p^{\frac{1}{3}}(\vec{r}), \quad (9.23)$$

y el factor de forma del potencial spin-órbita para cada tipo de partículas:

$$\vec{W}_q(\vec{r}) = \frac{1}{2}W_0(\vec{\nabla}\rho(\vec{r}) + \vec{\nabla}\rho_q(\vec{r})), \quad (9.24)$$

desde donde el potencial spin-órbita puede escribirse como:

$$V_{SO,q}(\vec{r}) = \frac{1}{r}\vec{W}_q(\vec{r})\vec{l} \cdot \vec{s}. \quad (9.25)$$

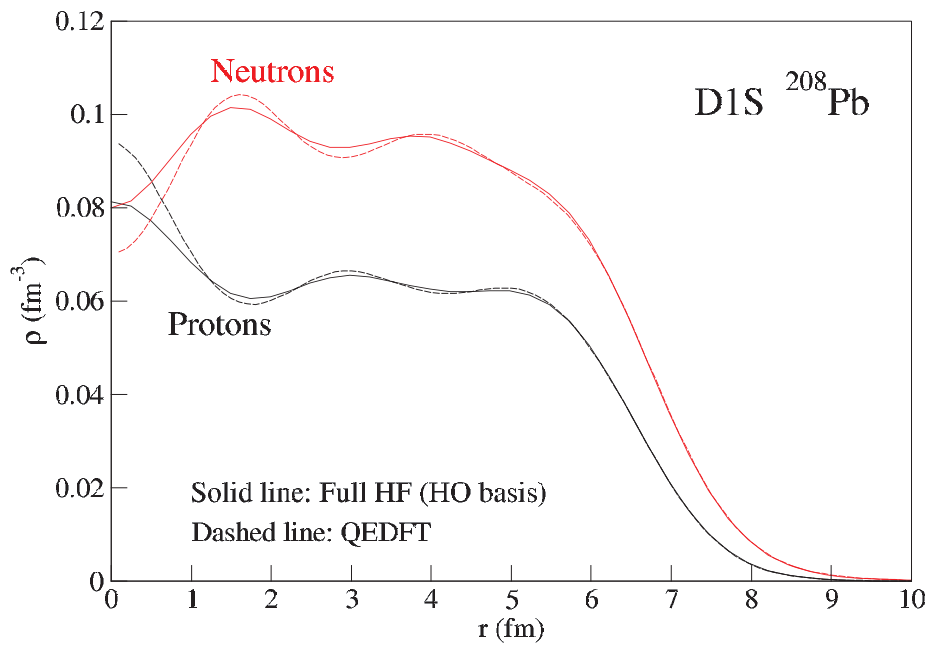


Figura 44: Densidades de neutrones y protones del núcleo ^{208}Pb calculadas en la aproximación QEDFT usando la interacción D1S de Gogny.

Bibliografía

- [1] H. Feshback, C.E. Porter, and V.F. Weisskopf Phys. Rev. 96, 448 (1954)
- [2] A. J. Koning, J. P. Delaroche Nuclear Physics A 713 (2003) 231-310
- [3] J.-P. Jeukenne, A. Lejeune, and C. Mahaux Phys. Rev. C 10 1391 (1974)
- [4] Juan Lopez-Moraña and Xavier Viñas, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 48 (2021) 035104 (38pp)
- [5] Richard D. Mattuck, *A guide to Feynman diagrams in the many body problem*, (DOVER PUBLICATIONS, INC., New York)
- [6] R. Sartor, *The Mass Operator and the Brueckner-Bethe-Goldstone Method*, International Review of Nuclear Physics - Vol. 8 1999
- [7] J.P. Blaizot and G. Tipka, *Quantum Theory of Finite Systems*, (MIT Press, Cambridge, MA 1986)
- [8] A. L. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, (McGraw-Hill, N.Y.,1971)
- [9] J. W. Negele and H. Orland, *Quantum Many-Particle Systems*, (Addison-Esley, Redwood City, 1988)
- [10] J. Goldstone, Proc. Roy. Soc. (London) A239 (1957) 267
- [11] Michel A. Melkanoff, S. Saxon, John S. Nolvik, David G. Cantor, *A Fortran Program for Elastic Scattering Analysis with the Nuclear Optical Model*, (UNIVERSITY OF CALIFORNIA PRESS, August 24, 2009 [EBook 29784])
- [12] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran 77*, (CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS)

- [13] Gridnev K A, Soubbotin V B, Viñas X and Centelles M 1998 Quantum Theory in Honour of Vladimir A Fock Part 2 ed Y Novozhilov and V Novozhilov (Saint Petersburg: St. Petersburg University) p 118 Gridnev K A, Soubbotin V B, Viñas X and Centelles M 2017 arXiv:1704.03858
- [14] Soubbotin V B, Tselyaev V I and Viñas X 2003 Phys. Rev. C 67 014324
- [15] Soubbotin V B and Viñas X 2000 Nucl. Phys. A 665 291
- [16] [https://www-nds.iaea.org\(exfor\)](https://www-nds.iaea.org(exfor)).
- [17] G. Blanchon, M. Dupuis, H.F. Arellano, N. Vinh Mau, Phys. Rev. C91, 014612 (2015).
- [18] G. Blanchon, M. Dupuis, H.F. Arellano. Eur. Phys. J A51, 165 (2015).
- [19] G. Blanchon, M. Dupuis, H.F. Arellano. Eur. Phys. J A53, 88 (2017).
- [20] Hairui Guo, Yongli Xu, Yinlu Han and Qingbiao Shen Physical Review C 81, 044617 (2010)
- [21] Hairui Guo, Yongli Xu, Haiying Liang, Yinlu Han, Qingbiao Shen Nuclear Physics A 922(2014) 84-88
- [22] Hairui Guo, Yongli Xu, Yinlu Han and Qingbiao Shen Physical Review C 79, 064601 (2009)
- [23] Hairui Guo, Yongli Xu, Yinlu Han and Qingbiao Shen Physical Review C 83, 064618 (2011)
- [24] J. S. Bell and E. J. Squires, Phys. Rev. Lett. 3, 96 (1959)
- [25] S.Watanabe, Nucl. Phys. 8, 484 (1958)
- [26] R.C. Johnson, P.J.R. Soper, Phys.Rev. C1 (1970) 976
- [27] J. Lopez Moraña and X. Viñas, Physical Review C 108, 014605 (2023)
- [28] A. Auce, R.F. Carlson, A.J. Cox, A. Ingemarsson, R. Johansson, P.U. Renberg, O. Sundberg and G. Tibell, Phys. Rev. C53, 2919 (1996).
- [29] A. Ingemarsson, J. Nyberg, P.U. Renberg, O. Sundberg, R.F. Carlson, A.J. Cox, A. Auce, R. Johansson, G. Tibell, Dao T. Khoa and R.E. Warner Nucl. Phys. A676, 3 (2000).
- [30] J.D. Anderson and C. Wong, Phys. Rev. Lett. 7, 250 (1961).

- [31] J.D. Anderson and C. Wong, Phys. Rev. Lett. 8, 442 (1962).
- [32] J.D. Anderson, C. Wong and J.W. McClure, Phys. Rev. 126, 2170 (1962).
- [33] J.D. Anderson, C. Wong and J.W. McClure, Phys. Rev. 129, 2718 (1962).
- [34] G.R. Satchler, Nucl. Phys. 55, 1 (1964).
- [35] A.M. Lane, Nuclear Physics 35, (1962) 676
- [36] G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions (Oxford, Clarendon) 1983.
- [37] Pawel Danielewicz, Pardeep Singh, Jenny Lee, Nuclear Physics A 958 (2017) 147-186
- [38] J. Gosset, B. Mayer and J.L. Escudié, Phys. Rev. C14, 878 (1976).
- [39] A. Bhagwat, M. Centelles, X. Viñas and P. Schuck, Phys. Rev. C103, 024320 (2021).
- [40] D.M. Patterson, R.R. Doering and A. Galonsky Nuclear Physics A 263 (1976) 261-275
- [41] T.R. Whitehead, T. Poxon-Pearson, F.M. Nunes and G. Potel, Phys. Rev. C105, 054611 (2022).
- [42] T.R. Whitehead, Y. Lim and J.W. Holt, Phys. Rev. Lett. 127, 182502 (2021).
- [43] E. Bauge, J.P. Delaroche and M. Girod, Phys. Rev. C63, 024607 (2001).
- [44] D.M. Patterson, R.R. Doering and A. Galonsky, Nucl. Phys. A263, 261 (1975).
- [45] P.E. Hodgson, The Optical Model of Elastic Scattering(Oxford, Clarendon) 1963.
- [46] F.D. Becchetti and G.W. Greenlees, Phys. Rev. 182, 1190 (1969).
- [47] Juan Lopez Moraña and Xavier Viñas, J. Phys. G:Nucl. Part. Phys. 50 (2023) 045108
- [48] R.L. Varner, W.J. Thomson, T.L. Abbe, E.J. Ludwig and T.B. Clegg, Phys. Rep. 201, 57 (1991).

- [49] A.J. Koning and J.P. Delaroche, Nucl. Phys. A713, 231 (2003).
- [50] J.S. Bell and E.J. Squires, Phys. Rev. Lett. 3, 96 (1959).
- [51] J.P. Jeukene, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rev. C10, 1391 (1974).
- [52] J.P. Jeukene, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rep. 25C, 83 (1976).
- [53] J.P. Jeukene, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rev. C15, 10 (1977).
- [54] J.P. Jeukene, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rev. C16, 80 (1977).
- [55] E. Bauge, J.P. Delaroche and M. Girod, Phys. Rev. C58, 1118 (1998).
- [56] T.R. Whitehead, Y. Lim and J.W. Holt, Phys. Rev. C100, 014601 (2019).
- [57] T.R. Whitehead, Y. Lim and J.W. Holt, Phys. Rev. C101, 064613 (2020).
- [58] A. Idini, C. Barbieri and P. Navrátil, Phys. Rev. Lett. 123, 092501 (2019).
- [59] J. Rotureau, P. Danielewicz, G. Hagen, G.R. Jansen and F.M. Nunes, Phys. Rev. C98, 044625 (2018).
- [60] D. Vautherin and D.M. Brink, Phys. Rev. C5, 626 (1972).
- [61] C.B. Dover and Nguyen Van Giai, Nucl. Phys. A190, 373 (1972).
- [62] J. Dechargé and D. Gogny, Phys. Rev. C21, 1568 (1980).
- [63] Shen Quingbiao, Zhang Jingshang, Tien Ye, Ma Zhongyu and Zhuo Yizhong, Z. Phys. 303, 69 (1981).
- [64] Qing-biao Shen, Yin-lu Han and Hai-rui Guo Phys. Rev. C80, 024604 (2009).
- [65] V.V. Pilipenko, V.I. Kuprikov and A.P. Soznik, Phys. Rev. C81, 044614 (2010).
- [66] V.V. Pilipenko and V.I. Kuprikov, Phys. Rev. C86, 064613 (2012).
- [67] Yong-li Xu, Hai-rui Guo, Yin-lu Han and Qing-biao Shen, J.of Phys.G41, 015101 (2014).
- [68] N. Vinh Mau, Theory of Nuclear Structure (IAEA, Vienna, 1970).
- [69] T.V. Nhan Hao, B. Minh Loc and N. Hoang Phuc, Phys. Rev. C92, 014605 (2015).

- [70] T.V. Nhan Hao, N. Nhu Le, Meng-Hock Koh, N. Quang Hung, N. Ngoc Duy, Vinh N. T. Pham and N. Hoang Tung, *Int. J. Mod. Phys. E*27, 1850052 (2018).
- [71] K.A. Gridnev, V.B. Soubbotin, X. Viñas and M. Centelles, in *Quantum Theory in honour of Vladimir A. Fock pt.2* eds. Y. Novozhilov and V. Novozhilov, Publishing group of the St. Petersburg University 1998, p.118; arXiv 1704.03858 (2017).
- [72] V.B. Soubbotin, V.I. Tselyaev and X. Viñas, *Phys. Rev. C*67, 014324 (2003).
- [73] V.B. Soubbotin and X. Viñas, *Nucl. Phys.A* 665, 291 (2000)
- [74] F.A. Brieva and J.R. Rook, *Nucl. Phys.A* 297, 206 (1978)
- [75] P. Danielewicz and P. Schuck, *Nucl. Phys.A* 567, 98 (1994)
- [76] J.F. Berger, M. Girod and D. Gogny, *Comput. Phys. Commun.* 63, 365 (1991).
- [77] CEA web page www-phynu.cea.fr
- [78] N. Pillet and S. Hilaire, *Eur. Phys. J. A*53, 10 (2017).
- [79] F. Chappert, M. Girod and S. Hilaire, *Phys. Lett. B*668, 420 (2008).
- [80] S. Goriely, S. Hilaire, M. Girod and S. Peru, *Phys. Rev. Lett.* 102, 242501 (2009).
- [81] C. Gonzalez-Boquera, M. Centelles, X. Viñas and A. Rios, *Phys. Rev. C*96, 065806 (2017).
- [82] C. Gonzalez-Boquera, M. Centelles, X. Viñas and L.M. Robledo, *Phys. Lett. B*779, 195 (2018).
- [83] C. Gonzalez-Boquera, M. Centelles, X. Viñas and T.R. Routray, *Phys. Rev. C*100, 015806 (2019).
- [84] S. Krewald, V.B. Soubbotin, V.I. Tselyaev and X. Viñas, *Phys. Rev. C*74, 064310 (2006)
- [85] B. Behera, X. Viñas, M. Bhuyan, T.R. Routray, B.K. Sharma and S.K. Patra, *J. of Phys G*40, 095105 (2013)

- [86] B. Behera, X. Viñas, T.R. Routray, L.M. Robledo, M. Centelles and S.P. Pattanaik, *J. of Phys G*43, 045115 (2016)
- [87] C. Mondal, X. Viñas and M. Centelles, work in progress
- [88] J.W. Negele and D. Vautherin, *Phys. Rev. C*5, 1472 (1972); *C*11, 1031 (1975).
- [89] X. Campi and A. Bouyssy, *Phys. Lett. B*73, 263 (1978); *Nukleonika* 24, 1 (1979).
- [90] M. Brack, J. Damgård, A.S. Jensen, H.C. Pauli, V.M. Strutinsky and C.Y. Wong, *Rev. Mod. Phys.* 44, 320 (1972).
- [91] W. Kohn and L.S. Sham, *Phys. Rev. A*140, 1133 (1965).
- [92] C.B. Das, S. Das Gupta, C. Gale and B.-A. Li, *Phys. Rev. C*67, 034611 (2003).
- [93] L.-W. Chen, C.m. ko, B.-A. Li, C. Xu and J. Xu, *Eur. Phys. J. A*50, 29 (2014).
- [94] B. Behera, T.R. Routray and R.K. Satpathy, *J. of Phys G*4, 2073 (1998).
- [95] B. Behera, T.R. Routray, A. Pradhan, S.K. Patra and P. Sahu, *Nucl. Phys. A*753, 367 (2005).
- [96] R. Shane, R.J. Charity, J.M. Elson, L.G. Sobotka, M. Devlin, N. Fotiadis and J.M. O'Donnell, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*614, 468 (2010).
- [97] Hairui Guo, Yongli Xu, Yinlu Han and Qingbiao Shen, *Phys. Rev. C*81, 044617 (2010)
- [98] Hairui Guo, Yongli Xu, Haiying Liang, Yinlu Han and Qingbiao Shen, *Nucl. Phys. A*922, 84 (2014)
- [99] Hairui Guo, Yue Zhang, Yongli Xu and Qingbiao Shen, *Phys. Rev. C*79, 064601 (2009)
- [100] Hairui Guo, Yongli Xu, Haiying Liang, Yinlu Han and Qingbiao Shen, *Phys. Rev. C*83, 064618 (2011)
- [101] L.M. Robledo, HFBaxial computer code, 2002
- [102] Shiguelo Watanabe, *Nuclear Physics* 8, (1958) 484

- [103] D.Y. Pang, Y.L. Ye and F.R. Xu Physical Review C 83, 064619 (2011)
- [104] J.D. Anderson, C. Wong, J.W. McClure and B.D. Walker, Phys. Rev. 136, B118 (1964).
- [105] L.F. Hansen, M.L. Stelts and J.J. Wesolowski, Phys. Rev. 143, 800 (1964).
- [106] R.R. Doering, D.M. Patterson and A. Galonsky, Phys. Rev. C12, 378 (1975).
- [107] J.D. Carlson, D.A. Lind, C.D. Zafiratos, Phys. Rev. Lett. 30, 99 (1973).
- [108] J.D. Carlson, C.D. Zafiratos and D.A. Lind, Nucl. Phys. A263, 261 (1975).
- [109] R.K. Jolly et al., Phys. Rev. C7, 1903 (1973).
- [110] G.C. Jon, H. Orihara, T. Niizekii, M. Oura, K. Ishii, A. Terakawa, M. Hosaka, K. Itoh, C.C. Yun, Y. Fujii, T. Nakagawa, K. Miura and H. Ohnuma, Phys. Rev. C56, 900 (1997).
- [111] G.C. Jon, H. Orihara, C.C. Yun, A. Terakawa, K. Itoh, A. Yamamoto, H. Suzuki, H. Mizuno, G. Kamurai, K. Ishii and H. Ohnuma, Phys. Rev. C62, 044609 (2000).
- [112] Dao Tien Koha, Hoang Sy Thn and Do Cong Cuong, Phys. Rev. C76, 014603 (2007).
- [113] H.F. Arellano and W.G. Love, Phys. Rev. C76, 014616 (2007).

Índice de figuras

1.	Contribuciones real (panel superior), imaginaria (panel medio) y spin-órbita (panel inferior) de los potenciales con neutrones de 20/24 MeV dispersados por ^{208}Pb	38
2.	Contribuciones real (panel superior), imaginaria (panel medio) y spin-órbita (panel inferior) de los potenciales con protones de 24.1/30.3 MeV dispersados por ^{208}Pb	39
3.	Sección eficaz diferencial para neutrones y protones dispersados por ^{208}Pb	45
4.	Integrales de volumen y radio cuadrático medio del potencial óptico para neutrones usados como proyectiles	47
5.	Sección eficaz diferencial de neutrones dispersados por ^{56}Fe .	48
6.	Sección eficaz diferencial de protones dispersados por ^{56}Fe . .	49
7.	Secciones eficaces diferenciales de neutrones dispersados por ^{98}Mo , ^{90}Zr	50
8.	Secciones eficaces diferenciales de protones dispersados por ^{58}Ni y ^{90}Zr	51
9.	Polarización de neutrones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb	52
10.	Polarización de protones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb	53
11.	Secciones eficaces diferenciales para neutrones y protones desviados por el núcleo ^{40}Ca	57
12.	Secciones eficaces diferenciales para neutrones y protones desviados por el núcleo ^{48}Ca	58
13.	Ajuste del coeficiente α usando protones como proyectiles . .	64
14.	Ajuste del coeficiente β usando protones como proyectiles . .	65
15.	Ajuste del coeficiente γ usando protones como proyectiles . .	65
16.	Ajuste del coeficiente α usando neutrones como proyectiles . .	70
17.	Ajuste del coeficiente β usando neutrones como proyectiles . .	70
18.	Ajuste del coeficiente γ usando neutrones como proyectiles . .	71

19.	Sección eficaz diferencial de neutrones dispersados por ^{56}Fe	75
20.	Sección eficaz diferencial relativa a Rutherford con protones dispersados por ^{56}Fe	76
21.	Sección eficaz diferencial de neutrones dispersados por ^{98}Mo y ^{90}Zr	77
22.	Sección eficaz diferencial relativa a Rutherford con protones dispersados por ^{58}Ni y ^{90}Zr	78
23.	Secciones eficaces diferenciales de neutrones y protones dispersados por ^{208}Pb	79
24.	Polarización de neutrones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb	80
25.	Polarización de protones dispersados por ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn y ^{208}Pb	81
26.	Integrales de volumen y radio cuadrático medio del potencial óptico para neutrones usados como proyectiles calculadas con los potenciales renormalizados	82
27.	Partes real e imaginaria del potencial óptico $^2\text{H}-^{208}\text{Pb}$ con nuestros modelos (MOPG) y (RMOPG) con varias energías del proyectil.	94
28.	Partes real e imaginaria para $^3\text{H}+^{120}\text{Sn}$ (a) y $^3\text{He}+^{40}\text{Ca}$ (b) del potencial óptico microscópico calculado con los modelos RMOPG y KD a diferentes energías del proyectil.	95
29.	Potenciales real e imaginario del ^4He dispersado por un núcleo de ^{208}Pb calculado con los modelos de Gogny MOPG y RMOPG a diferentes energías.	96
30.	Secciones eficaces relativas a Rutherford para la dispersión del deuterón por varios núcleos desde el ^{16}O hasta ^{208}Pb calculados con el modelo RMOPG comparado con MOPG (a) y KD (b). Los resultados están desplazados por un factor 100 de arriba-abajo.	97
31.	Secciones eficaces relativas a Rutherford para la dispersión del deuterón por el núcleo ^{24}Mg calculadas con el modelo RMOPG comparado con MOPG (a) y KD (b). Los resultados están desplazados por un factor 100 de arriba-abajo.	99
32.	Secciones eficaces de reacción para el deuterón calculadas con la prescripción MOPG de Gogny a las energías 37.9, 65.5, y 97.4 MeV. Los datos para los diferentes núcleos están separados por 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, de abajo-arriba. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [28].	100

33.	Secciones eficaces de reacción teóricas calculadas con la interacción del deuterón con el núcleo ^{16}O	101
34.	Distribuciones angulares relativas a Rutherford del scattering elástico de ^3H con una energía incidente de 33 MeV para varios núcleos desde ^{12}C to ^{58}Ni . Las gráficas están desplazadas un factor 100 de arriba-abajo.	103
35.	Distribuciones angulares relativas a Rutherford del scattering elástico de ^3He con una energía incidente de 119 MeV para varios núcleos desde ^{12}C to ^{60}Ni . Las gráficas están desplazadas un factor 100 de arriba-abajo.	104
36.	Secciones eficaces diferenciales relativas a Rutherford para la dispersión de partículas alfa por diferentes núcleos a una energía de 104 MeV (a) y de 25 MeV (b). Las gráficas están desplazadas un factor 10^{-2} de arriba-abajo.	105
37.	Secciones eficaces de reacción para el ^4He calculadas con la prescripción MOPG de Gogny a las energías 117.2, 163.9, y 192.4 MeV. Los datos para los diferentes núcleos están separados por 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3 y 3.5 de abajo-arriba. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [29].	106
38.	Cuadrado de las funciones de onda $ \chi(\vec{r}) ^2$ en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$ con el ^{48}Ca a 35 MeV calculadas con el potencial POP de KD y con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny	116
39.	Potencial $ U_1 $ en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$ con el ^{48}Ca a 35 MeV calculados con el potencial POP de KD y con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny	117
40.	Secciones eficaces diferenciales en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$	118
41.	Polarización en reacciones de intercambio de carga $QE(p-n)$	120
42.	Secciones eficaces diferenciales de las reacciones $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ y de $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ a energías incidentes de 25, 35 y 45 MeV calculadas con la prescripción HF del modelo MOP de Gogny y el modelo WLH comparadas con los datos experimentales de [44]. Las líneas de puntos, superior e inferior, definen el intervalo de confianza del 95% del modelo WLH	121
43.	Sistema de referencia	142
44.	Densidades de neutrones y protones del núcleo ^{208}Pb calculadas en la aproximación QEDFT usando la interacción D1S de Gogny.	148

Índice de tablas

1.	Parámetros de la fuerza de Gogny D1S.	25
2.	Desviación <i>RMS relativo</i> de las secciones eficaces calculadas con el MOP de Gogny, usando las prescripciones HF y NM, y con el modelo POP de KD respecto a las secciones eficaces experimentales.	54
3.	Secciones eficaces total y de reacción medidas en <i>mb</i> para las reacciones analizadas en este trabajo.	55
4.	Desviaciones relativas de las secciones eficaces respecto a los datos experimentales correspondientes a las reacciones $n + {}^{40,48}\text{Ca}$ calculadas con el modelo MOP de Gogny (HF, NM), el modelo POP de KD y el modelo NSM.	59
5.	Base de datos, con la prescripción HF, para protones usados como proyectiles.	68
6.	Valores de los parámetros correspondientes a las ecuaciones (5.3) calculados para representar la dependencia en energía de los coeficientes α , β y γ representados en la tabla 5 usando protones como proyectiles.	69
7.	Base de datos, con la prescripción HF, para neutrones usados como proyectiles.	72
8.	Valores de los parámetros correspondientes a las ecuaciones (5.4) calculados para representar la dependencia en energía de los coeficientes α , β y γ representados en la tabla 7 usando neutrones como proyectiles.	73
9.	Desviación <i>RMS relativo</i> de las secciones eficaces calculadas con el MOP de Gogny, usando las prescripciones HF y RHF, y con el modelo POP de KD respecto a las secciones eficaces experimentales.	83
10.	Secciones eficaces total y de reacción medidas en <i>mb</i> para las reacciones analizadas en este trabajo.	84

11. Secciones eficaces de reacción para el deuterón calculadas con las prescripciones MOPG y RMOPG del modelo de Gogny y el modelo POP de KD. Los datos experimentales se han obtenido de la referencia [28]. 102
12. Secciones eficaces de reacción para el ^4He calculadas con las prescripciones MOPG y RMOPG de Gogny y el modelo POP de KD. Los datos experimentales fueron obtenidos de la referencia [29]. 108
13. Secciones eficaces totales en *mbarns* para las reacciones de intercambio estudiadas en la figura 40 121