

Universitat Politècnica de Catalunya
Dep. Teoria del Senyal i Comunicacions
E.T.S. d'Enginyeria de Telecomunicació

**APLICACION DEL MODELADO GEOMETRICO A
PROBLEMAS DE DIFRACCION ELECTROMAGNETICA**

Mercè Vall-llossera Ferran

Director: Dr. Juan Manuel Rius Casals

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ADMINISTRACIÓ D'ASSUMPTES ACADÈMICS

Aquesta Tesi ha estat onregistrada
a la pàgina 61 amb el número 566

Barcelona,

L'ENCARREGAT DEL REGISTRE,

Tesis doctoral presentada a la
Universitat Politècnica de Catalunya
para la obtención del título de
Doctor Ingeniero de Telecomunicación

Barcelona, Marzo 1994

CAPITULO 6

ANALISIS DE ANTENAS DE REFLECTOR

Las antenas de reflector se han utilizado desde hace muchos años en múltiples aplicaciones como pueden ser la radio-astronomía, las comunicaciones y el radar a frecuencias de microondas. Todo ello ha propiciado un avance espectacular en el desarrollo de técnicas analíticas y experimentales para conformar las superficies de reflector y optimizar la iluminación sobre sus aperturas, consiguiéndose así diagramas de radiación adaptados a cada aplicación.

Una antena de reflector es un sistema que se compone básicamente de un alimentador o antena primaria, que supone la fuente primaria de los campos electromagnéticos, y de una superficie conductora, o antena secundaria, cuya misión es reflejar los campos radiados por la antena primaria para conseguir determinadas características en el diagrama de radiación del conjunto.

En esta tesis se ha estudiado el problema de modelado y análisis de antenas de reflector de geometría arbitraria. No se ha considerado ningún tipo de simplificación basado en formas analíticas conocidas de la superficie del reflector o en simetrías. Además, se han considerado los efectos de bloqueo que se producen sobre la apertura del reflector debido a la presencia del alimentador y su soporte físico.

La solución analítica para determinar el diagrama de radiación de una antena de reflector consiste en resolver las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de contorno impuestas por las superficies de los objetos que componen la antena. Este procedimiento sólo es posible para geometrías muy sencillas. Como cualquier antena de reflector real se forma a partir de una superficie reflectora más una estructura que constituye el sistema de alimentación, el cual incluye el soporte físico, estas antenas presentan un sistema geométrico muy complejo, de forma que la solución analítica de este problema resulte inviable.

Para resolver el problema se ha descartado la utilización de métodos numéricos de baja frecuencia (ver capítulo 4), pues en general requieren un coste computacional enorme para el estudio de las superficies eléctricamente grandes que presenta una antena de reflector. Por ello, las antenas de reflector se analizan habitualmente mediante técnicas de alta frecuencia como la óptica física, que predice correctamente la reflexión en la superficie del reflector; o el método de las corrientes equivalentes, que permite estudiar la difracción en los bordes de la superficie y en la estructura de soporte del alimentador.

Estas técnicas de alta frecuencia pueden aplicarse de forma semi-analítica cuando la superficie del reflector tiene una expresión matemática sencilla. Sin embargo, este no es el caso de los reflectores de geometría arbitraria que se estudian en esta tesis. La solución clásica de este problema consiste en la descomposición de la superficie del reflector en una suma de polinomios [Rahmat'80], sobre los que se aplican las técnicas de alta frecuencia.

Debido a la aplicación de técnicas de alta frecuencia un problema implícito en el análisis de reflectores arbitrarios es el conocimiento de las superficies de la antena que están directamente iluminadas por el alimentador y que son visibles desde el punto de observación. Estas son las superficies sobre las que se realizarán los cálculos de las corrientes inducidas de óptica física y su posterior integración para obtener el campo radiado. Por ello es necesario disponer de un modelo geométrico de la antena, ver capítulo 2, y realizar un preprocesado para analizar las características geométricas como bloqueos, normales a la superficie y orientación de los bordes.

En este capítulo se presenta un método de modelado y análisis geométrico de antenas de reflector basado en la técnica de procesado gráfico, la cual ya se ha estudiado en el capítulo 5 aplicada a la predicción de RCS. El diseño de las antenas se hace mediante superficies paramétricas NURB (sección 2A3.3) utilizando el paquete comercial I-DEAS. Los parámetros geométricos de la estructura se obtienen mediante la técnica de procesado gráfico y el análisis electromagnético se basa en la aproximación de óptica física.

6.1 ANTENAS DE REFLECTOR

Los reflectores son estructuras cuya misión es el confinamiento y conformación de la radiación de una fuente primaria para conseguir diagramas de radiación de directividades elevadas y formas específicas. El responsable de la formación del diagrama de la antena no es la fuente primaria, sino la distribución de campos eléctricos y magnéticos en la apertura de la antena conformados por el reflector. La forma y la disposición espacial del reflector son de fundamental importancia para las características

de radiación del conjunto. Por ello, el modelo geométrico utilizado para el análisis de las antenas de reflector es importante y debe ser escogido cuidadosamente.

Hay modelos muy sencillos como los utilizados para reflectores planos con contornos rectangulares o circulares, superficies cilíndricas, parabólicas o esféricas. El modelo para estas superficies abiertas está definido por ecuaciones algebraicas. Estos modelos pueden analizarse con métodos de alta frecuencia sin demasiada carga analítica, por lo que han sido los más utilizados. Los métodos clásicos de análisis de antenas de reflector dependen fuertemente de la geometría de la superficie y no son directamente aplicables a reflectores arbitrarios.

Paralelamente a la evolución de los ordenadores se han desarrollado herramientas software muy potentes que permiten el diseño de estructuras tridimensionales muy complejas, tal como se comenta en el capítulo 2. Estas herramientas son aplicables al diseño de antenas con superficies reflectoras arbitrarias.

La geometría del reflector permite clasificar estas antenas en: reflectores planos, cilíndricos, parabólicos con simetría de revolución, parabólicos offset y conformados o de superficie arbitraria. A continuación se comentan algunas de las estructuras más habituales.

6.1.1 Reflectores planos

El modelo más sencillo de antena de reflector es una superficie plana con un contorno rectangular o circular. La principal aplicación del reflector plano es la de repetidor pasivo en un radioenlace.

6.1.2 Reflectores diédricos

Una de las formas más simples de concentrar la radiación de una fuente primaria es mediante el uso de reflectores diédricos como los representados en la figura 6-1. Su estudio se hace mediante la teoría de imágenes, que permite analizar diedros reflectores con $\beta = 180^\circ/n$, donde " n " es un entero par. Una configuración habitual es el reflector en ángulo de 90° , que puede analizarse mediante tres imágenes. También son habituales reflectores de 60° , que dan lugar a 5 imágenes. La figura 6-1 muestra los valores de las imágenes para una configuración en la que la antena, un dipolo en este caso, se encuentra situada paralelamente a la arista del diedro. El análisis por teoría de imágenes es exacto si los planos se extienden hasta el infinito [Cardama'93].

Además de las antenas de comunicaciones, otra aplicación de los reflectores diédricos de 90° es la de blancos radar pasivos de gran sección recta monoestática. En el diseño de blancos radar reales interesa utilizar o evitar geometrías diédricas para aumentar o

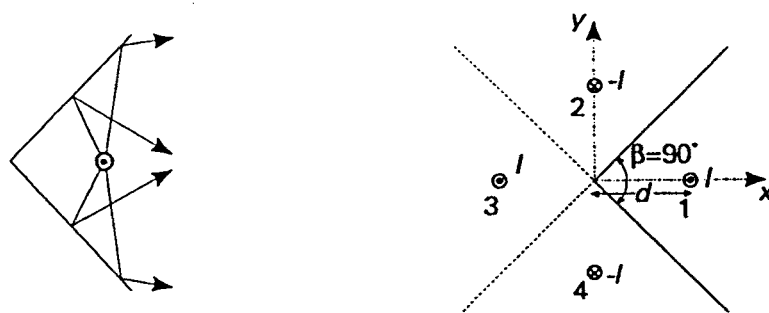


Figura 6-1: Reflectores diédricos y sus imágenes

disminuir la sección recta.

6.1.3 Reflectores cilíndricos

Los reflectores cilíndricos son aquellos que presentan simetría de traslación. Su geometría se modela a partir de la función obtenida efectuando un corte con un plano transversal al eje de simetría. Normalmente, la fuente de radiación es lineal con lo que se obtiene un sistema fácil de modelar en coordenadas polares.

De todos los reflectores con este tipo de simetría, el más utilizado es el reflector parabólico cilíndrico (figura 6-2). La utilización de este tipo de reflector se fundamenta en que la onda que emana de una fuente lineal infinita situada en la recta focal y se refleja en el reflector es una onda plana paralela a la apertura.

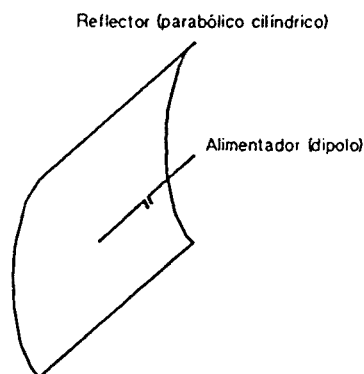


Figura 6-2: Reflector parabólico cilíndrico.

En la figura 6-3 se muestra la geometría de un reflector parabólico cilíndrico, en dichos reflectores los caminos OP y PQ son iguales para todos los puntos de reflexión: donde f es la distancia focal.

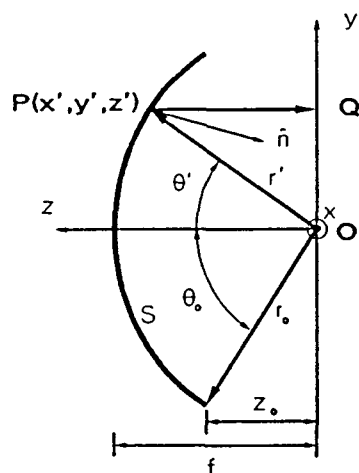


Figura 6-3: Geometría de un reflector parabólico cilíndrico.

$$OP + PQ = \text{constante} = 2f \quad (6.1)$$

Los reflectores con simetría cilíndrica se utilizan en la práctica con alimentadores que se extienden a lo largo de una línea, como por ejemplo un dipolo o una guía de onda ranurada. Si se utiliza como curva base una parábola y se sitúa el alimentador en el foco se obtiene un haz muy estrecho en el plano transversal al eje de simetría.

6.1.4 Reflectores con simetría de revolución

Los reflectores con simetría de revolución se construyen a partir de una curva bidimensional, la cual se hace rotar para obtener una superficie tridimensional con simetría de revolución (figura 6-4). El modelado geométrico de este tipo de reflectores se efectúa definiendo la curva base bidimensional en un plano. Los paraboloides, generados por una parábola, y los reflectores esféricos, generados por una circunferencia, son dos de las geometrías más utilizadas.

Los reflectores parabólicos tienen la ventaja de producir un diagrama de radiación en forma de pincel muy estrecho cuando el alimentador se halla en el foco. En muchas aplicaciones es necesario realizar un barrido angular de este haz estrecho. El barrido angular puede realizarse por dos métodos: una rotación mecánica de toda la estructura o un desplazamiento del alimentador. El primer método tiene el inconveniente de presentar un elevado momento de inercia, mientras que el segundo supone un fuerte desenfoque del haz cuando el alimentador se aparta del foco del paraboloide. Esto no sucede con los reflectores esféricos. Debido a la simetría de su superficie pueden realizar un amplio barrido moviendo el alimentador, sin que por ello se distorsione el haz. En contrapartida, no poseen el enfoque ideal de los paraboloides [Balanis'82].

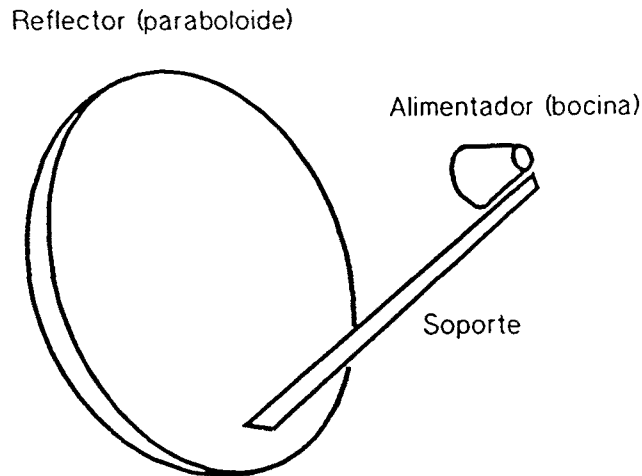


Figura 6-4: Reflector con simetría de revolución.

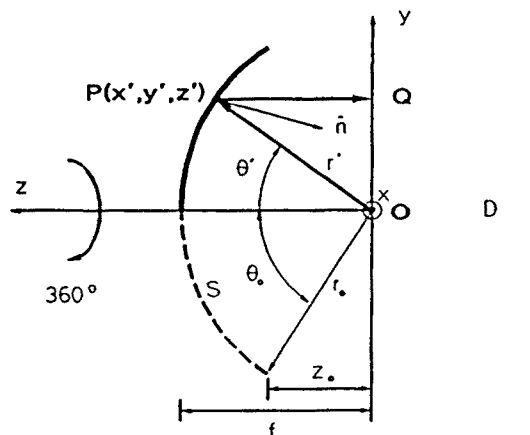


Figura 6-5: Geometría de un reflector paraboloide.

6.1.5 Reflectores *offset*

En los reflectores con simetría de revolución, el alimentador está situado en el eje de simetría, justo en frente del reflector. Debido a que el alimentador tiene unas dimensiones no nulas -es una antena tipo dipolo, bocina u otro reflector- se produce un bloqueo de los rayos reflejados, que tiene como consecuencia un empeoramiento de los parámetros de radiación de la antena. Para evitar este efecto se utilizan las llamadas antenas de reflector *offset*, en las cuales el alimentador está situado fuera de la dirección de máxima radiación, con lo que el bloqueo en esa dirección es nulo.

En los reflectores parabólicos *offset* el alimentador se mantiene en el foco, pero la dirección de iluminación ya no es paralela al eje de revolución. Están formados a partir de una superficie de revolución parabólica, en la cual se define la superficie reflectora

mediante un corte con un cilindro, cuyo eje es paralelo al eje del paraboloide y no contiene al alimentador, con lo que se evita el bloqueo. En la figura 6-6 se muestra la geometría de un reflector parabólico *offset*.

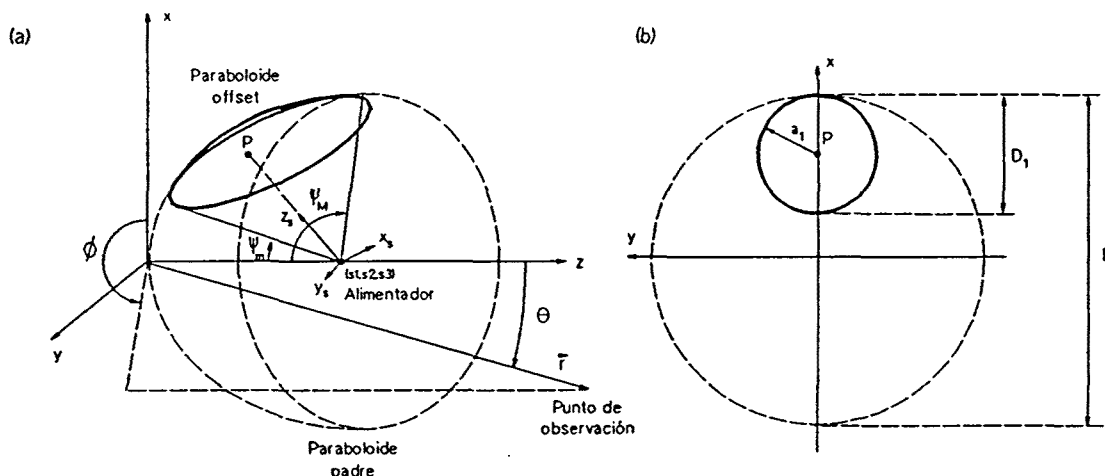


Figura 6-6: Geometría de un reflector parabólico *offset*: a) Representación tridimensional. b) Proyección sobre el plano XY.

6.1.6 Reflectores conformados

Para algunas aplicaciones de radar y comunicaciones son necesarios diagramas de radiación que no se pueden obtener con reflectores de formas simples. Ello obliga a utilizar reflectores con superficies arbitrarias, capaces de generar una panoplia de diagramas mucho más amplia que los reflectores planos, diédricos, parabólicos o esféricos.

Estos reflectores arbitrarios se conocen como "reflectores conformados" y en general necesitan herramientas CAD para su diseño por ordenador.

6.2 MODELADO DE LAS ANTENAS DE REFLECTOR

Como se ha indicado anteriormente, no presenta ninguna dificultad el modelado de un reflector descrito por una superficie cuya expresión algebraica se conoce y cumple ciertas simetrías. Sin embargo, el modelado se puede complicar mucho cuando se desea dar una forma especial a la superficie, como en los reflectores conformados, o cuando se redondean o recortan los bordes de un reflector inicialmente simple para mejorar sus características de radiación. Una complicación adicional al modelado de una antena de reflector aparece cuando se necesita analizar el bloqueo y la difracción producidos por la estructura de soporte del alimentador.

En el capítulo 2 se hace un estudio de las distintas técnicas de modelado de cuerpos complejos, a partir del cual se llega a la conclusión de que para muchas aplicaciones el método más eficiente es el modelado por fronteras con superficies paramétricas "B-spline racional no uniforme" NURB (ver capítulo 2 y anexo 2A).

El método de análisis de antenas de reflector mediante procesado gráfico que se presenta en este capítulo se basa en el modelado de la estructura de la antena con superficies NURB. Aunque la expresión matemática de estas superficies es engorrosa de manipular, ello no aumenta la carga del análisis electromagnético si se utilizan las herramientas adecuadas:

- 1) Un paquete comercial de software CAD especializado en el modelado geométrico tridimensional con NURBS.
- 2) Hardware y software gráfico capaz de obtener una visualización tridimensional de las superficies NURB.
- 3) Análisis geométrico de la superficie reflectora mediante la técnica de procesado gráfico.
- 4) Análisis electromagnético en alta frecuencia con la aproximación de óptica física

El modelado de las antenas de reflector que se han analizado por el método de procesado gráfico se ha realizado con la ayuda del software comercial I-DEAS, el cual se ha utilizado como herramienta CAD de modelado y discretización de las estructuras analizadas tanto por métodos de alta como de baja frecuencia. En esta sección solamente se va a hacer una descripción resumida del proceso de modelado de una antena de reflector parabólico simétrico alimentado por una bocina con un trípode como soporte.

El proceso de diseño empieza en el entorno *Construction Geometry* de la familia *Solid Modeling* de I-DEAS. Allí se define la curva generada de la superficie de revolución. Para el reflector parabólico la curva se aproxima mediante un *B-spline*, interpolando un conjunto de puntos de la parábola. El contorno se cierra con otras curvas. Una vez creado el perfil se obtiene un sólido mediante barrido de revolución (ver 2.2.1.b). El alimentador se ha modelado como un tronco de cono. La estructura de soporte son tres varillas cilíndricas. Las figuras 6-7 y 6-8 muestran los modelos completos de un reflector simétrico y un offset.

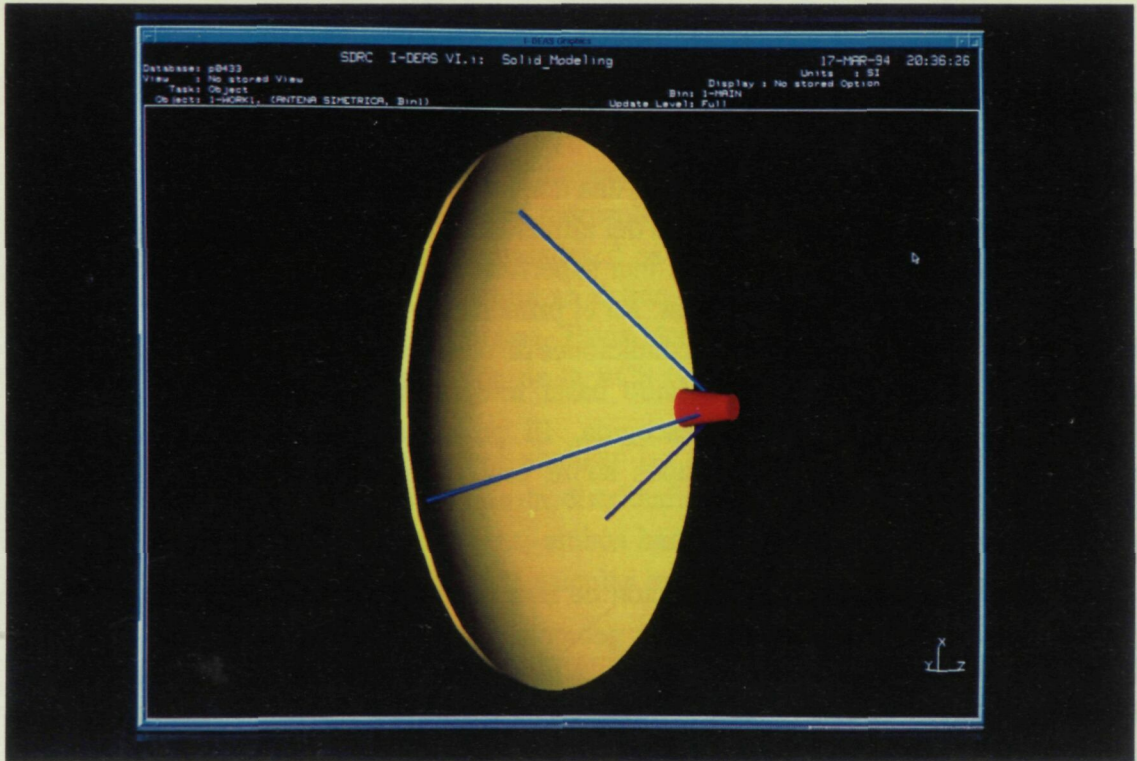


Figura 6-7: Reflector parabólico simétrico

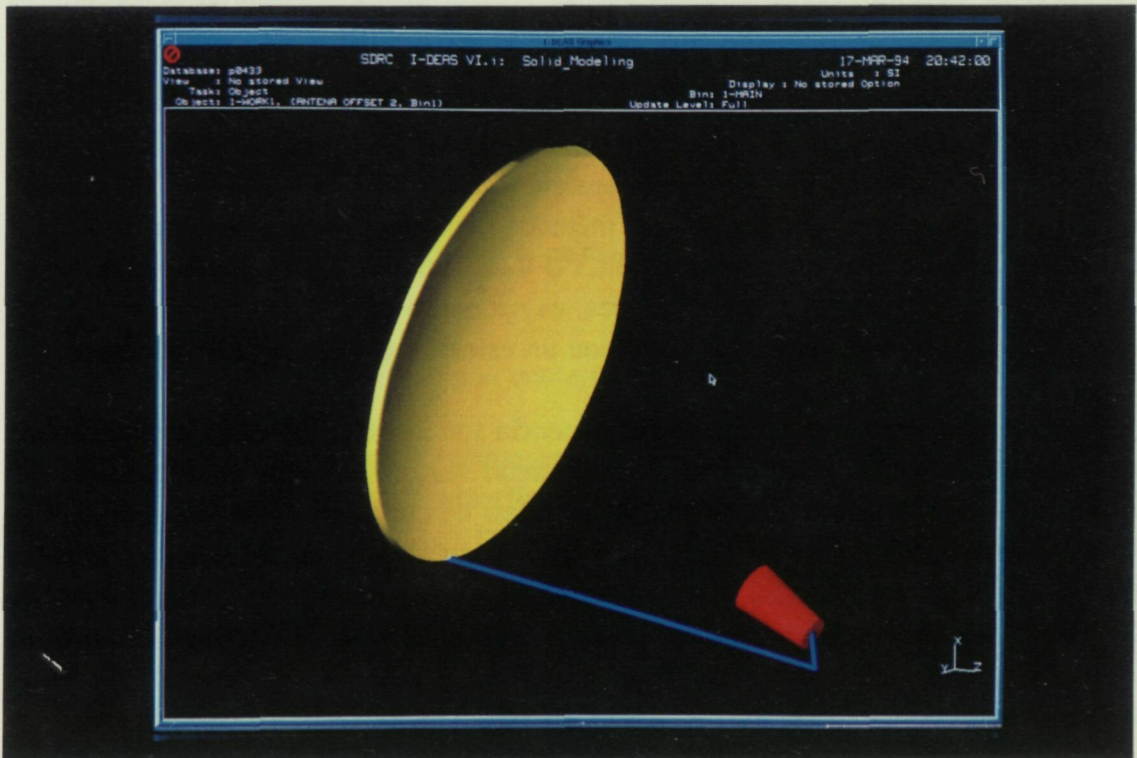


Figura 6-8: Reflector parabólico offset

6.3 METODOS DE ANALISIS DE ANTENAS DE REFLECTOR

El cálculo del diagrama de radiación de una antena de reflector puede hacerse de varias maneras: bien analizando la radiación del alimentador en presencia del reflector, o bien a partir de los campos presentes en una superficie arbitraria que encierre a la antena utilizando el teorema de equivalencia. En el primer caso la solución se basa en resolver las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de contorno que impone la superficie del reflector, mientras que en el segundo basta integrar la radiación de las corrientes equivalentes sobre la superficie escogida. El problema, en este segundo caso, es conocer de forma exacta los campos sobre esta superficie para poder obtener las corrientes equivalentes.

Como se ha indicado en la introducción de este capítulo, la solución analítica sólo es abordable para algunas estructuras con geometrías muy sencillas. Como en la realidad tanto las superficies reflectoras como toda la estructura del sistema de alimentación, incluido su soporte físico, suponen un sistema geométrico complejo, la solución analítica del problema resulta inviable.

Por este motivo es necesario recurrir al cálculo numérico por ordenador. Para ello, se debe realizar una discretización tanto de las ecuaciones integrales o diferenciales que gobiernan el comportamiento de los campos electromagnéticos, como de las superficies en las que se imponen las condiciones de contorno. En el capítulo 4 se hace una descripción más detallada de algunos de estos métodos. Dado que el objeto a analizar son las antenas de reflector, las cuales consiguen sus prestaciones gracias a las grandes dimensiones eléctricas que poseen, los métodos numéricos de baja frecuencia no son adecuados, pues requieren un tiempo de CPU y una cantidad de memoria prohibitivos. Por ello, dadas las anteriores limitaciones, es necesario utilizar métodos aproximados que proporcionen resultados aceptables con un esfuerzo computacional reducido.

Las aproximaciones asintóticas de alta frecuencia son las más utilizadas para el cálculo de los campos difractados por el objeto cuando las dimensiones características del mismo, como la longitud, la anchura y los radios de curvatura de las superficies, son grandes comparados con la longitud de onda. Como las antenas de reflector cumplen estos requisitos, éstas son las técnicas que se aplican normalmente. La simplicidad de los métodos de alta frecuencia se debe a que consideran la difracción como un fenómeno local: cada parte del objeto difracta los campos incidentes de forma independiente de los demás centros de difracción. Por lo tanto, los campos inducidos en una región del objeto son causados únicamente por los campos incidentes en esa región, sin incluir la interacción de los campos inducidos en las regiones vecinas.

Los métodos de alta frecuencia más utilizados son: óptica geométrica, óptica física, teoría geométrica de la difracción (GTD), teoría uniforme de la difracción (UTD), teoría física de la difracción (PTD) y el método de las corrientes equivalentes (MEC) [Knott'84][Knott'85]. Los dos primeros fueron los primeros en aparecer y son válidos para superficies grandes sin discontinuidades. Los restantes han surgido como mejoras de los anteriores para los casos en que se deben tener en cuenta los efectos de los bordes y aristas presentes en los objetos. Estas técnicas de análisis en alta frecuencia también son aplicables a la predicción de la RCS (ver capítulo 5).

Los dos métodos más utilizados para analizar las características de radiación de las antenas de reflector son el método de la distribución de campo en una apertura y el método de la distribución de corrientes, ambos basados en el teorema de equivalencia y la aproximación de óptica física para calcular las corrientes equivalentes.

A continuación se comentan brevemente ambos métodos y se estudia el efecto de bloqueo y la difracción en bordes.

6.3.1 Método de la distribución de campo en una apertura

El método de la distribución de campos en una apertura puede utilizarse en todas las antenas de apertura, que incluyen las antenas de reflector. Está basado en el principio de equivalencia [Cardama'93], según el cual se puede plantear el problema de radiación inicial sustituyendo la distribución de fuentes primarias por una distribución de fuentes equivalentes o fuentes de Huygens.

Para hallar el campo radiado mediante el principio de equivalencia se deben realizar los pasos siguientes:

- Se define una superficie que encierra un volumen que contiene a la antena.
- Se calculan las componentes tangenciales de los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} sobre la superficie.
- Se calculan los valores de las fuentes equivalentes aplicando condiciones de contorno:

$$\begin{aligned}\vec{J}_{eq} &= \hat{n} \times \vec{H} \\ \vec{M}_{eq} &= -\hat{n} \times \vec{E}\end{aligned}\tag{6.2}$$

- A partir de las fuentes equivalentes \vec{J}_{eq} y \vec{M}_{eq} se calcula la radiación en campo lejano.

Aplicar este procedimiento a un caso general resulta tan costoso como hallar directamente los campos radiados, ya que para calcular las corrientes equivalentes es necesario conocer los campos sobre el objeto, que son la solución del problema. Para cierto tipo de antenas de apertura, y con una adecuada elección de la superficie que encierra a la antenna, es posible aproximar el valor de los campos sobre esta superficie con un error pequeño.

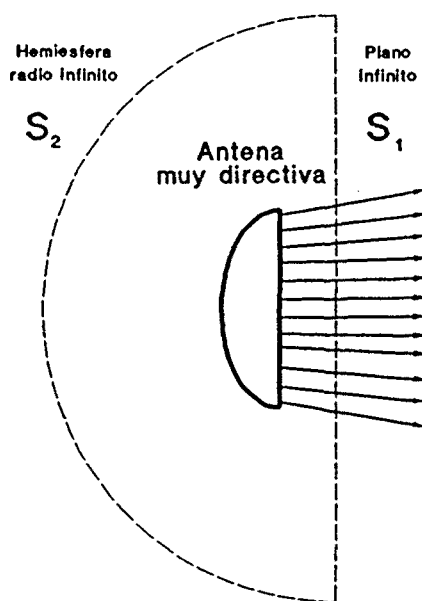


Figura 6-9: Elección de la superficie para aplicar el principio de equivalencia a una antena de reflector.

En algunas antenas de reflector casi toda la potencia de radiación se concentra en una dirección del espacio. En este caso la superficie que encierra a la antena se escoge como un plano infinito perpendicular a la dirección de máxima radiación situado frente a la antena y una semiesfera de radio infinito que encierre el volumen por la parte posterior. En la Figura 6-9 se muestran estas dos superficies como S_1 y S_2 , respectivamente.

Las corrientes equivalentes se suponen nulas en la superficie S_2 , que se encuentra en el infinito y en la superficie S_1 fuera del plano de la apertura. Para hallar la distribución de campo en el plano de la apertura se suele utilizar la técnica de trazado de rayos según la aproximación de óptica geométrica. Para reflectores parabólicos con simetría de revolución y reflectores esféricos se puede hallar analíticamente la distribución de campos en la apertura, en función del diagrama del alimentador. Debido a la alta direccionalidad de la radiación, se puede considerar que la distribución de fuentes toma el valor cero fuera del área formada por la proyección del reflector sobre el plano de

la apertura. A partir de la distribución de fuentes equivalentes sobre la apertura se pueden calcular los campos radiados.

6.3.2 Método de la distribución de corrientes

El método de la distribución de corrientes es la técnica más utilizada para hallar los campos radiados por una antena. Para analizar una antena de reflector mediante este método, se deben hallar las distribuciones de corriente inducida en el reflector debidas a la incidencia de los campos eléctrico y magnético provenientes del alimentador.

Esta distribución de corrientes se puede aproximar por la que existiría sobre un plano infinito tangente al reflector en el punto de interés. Esta aproximación es válida cuando el radio de curvatura del reflector es mayor que la longitud de onda y se conoce como "aproximación de óptica física" (PO). Según esta aproximación, la corriente eléctrica inducida sobre un conductor perfecto es $\vec{J} = 2 \hat{n} \times \vec{H}^i$ donde \hat{n} es la normal a la superficie y \vec{H}^i el campo incidente, el cual proviene de la radiación del alimentador. Sobre las superficies no iluminadas por el alimentador, la corriente inducida se supone nula.

El campo lejano producido por las corrientes inducidas es

$$\begin{aligned} E_r &\approx 0 \\ E_\theta &\approx -jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} N_\theta \\ E_\phi &\approx -jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} N_\phi \end{aligned} \quad (6.3)$$

donde \vec{N} es el vector de radiación que con la aproximación de óptica física vale:

$$\vec{N} = \iint_{\Sigma} (2\hat{n} \times \vec{H}^i(\vec{r}')) e^{-jk\vec{r} \cdot \vec{r}'} ds' \quad (6.4)$$

La región de integración Σ es la parte de la superficie total del reflector iluminada por la onda incidente.

El método de análisis de antenas de reflector en alta frecuencia por procesamiento gráfico que se presenta en este capítulo se ha basado en esta formulación.

6.3.3 Bloqueo

En reflectores alimentados frontalmente tanto la energía radiada por el alimentador como los campos reflejados por el reflector son interceptados por el propio alimentador

y su estructura de soporte. A este efecto se le denomina bloqueo, y tiene consecuencias importantes en el diagrama de radiación.

El bloqueo se puede analizar tanto si se utiliza el método de la distribución de campo en la apertura como el método de la distribución de corrientes. Para ello, aunque la energía interceptada se disperse de alguna manera, a efectos de cálculo del diagrama de radiación, se considera que es absorbida por el objeto que la intercepta.

Cuando los objetos que producen el bloqueo son del tamaño de la longitud de onda o superior, se puede trabajar con la *hipótesis de nulidad de campo*. Con esta hipótesis se asume que:

- 1) No se excitan corrientes en el reflector en las zonas de sombra causadas por los objetos situados entre el alimentador y el reflector.
- 2) Las corrientes inducidas en el reflector no radian hacia direcciones de observación que estén interceptadas por objetos situados entre el punto de observación y el reflector.

Por tanto, se asume que las sombras son zonas completamente oscuras, según el concepto de rayos, y las corrientes allí presentes no se tienen en cuenta en la integral de radiación (6.4).

Como se muestra en la figura 6-10, hay dos tipos de sombras sobre la superficie del reflector:

- 1) Las sombras que producen los rayos que emanan del alimentador, llamadas sombras fijas.
- 2) Las sombras que se crean cuando los rayos emergen del reflector y no pueden llegar al punto de observación, llamadas sombras móviles.

Las sombras fijas dependen de las posiciones relativas entre el alimentador, el objeto que bloquea y el reflector, y no dependen del punto de observación. Las sombras móviles sí dependen del punto de observación.

La forma de analizar el bloqueo depende del método utilizado en el análisis del reflector. Así, si se utiliza el método de la distribución de campo en la apertura se realiza una proyección de las sombras sobre el plano de la apertura en la dirección del máximo de radiación, obteniendo una apertura con un bloqueo que no depende de la dirección de observación. En la figura 6-11 se muestra el aspecto de una apertura con bloqueo debido al sistema de alimentación (una bocina o un reflector primario y sus

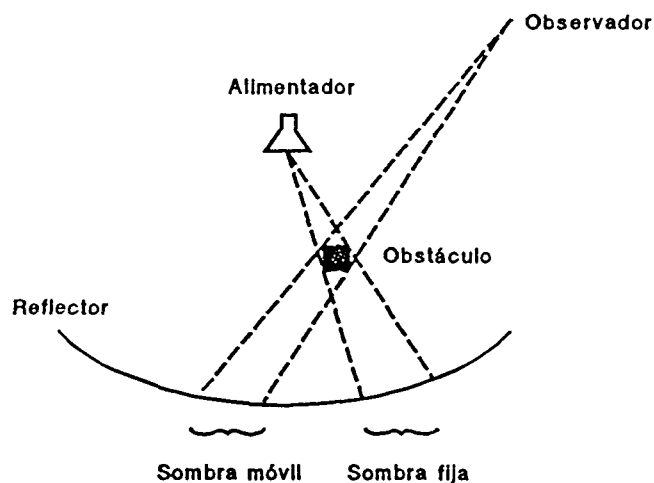


Figura 6-10: Geometría de las sombras fijas y móviles.

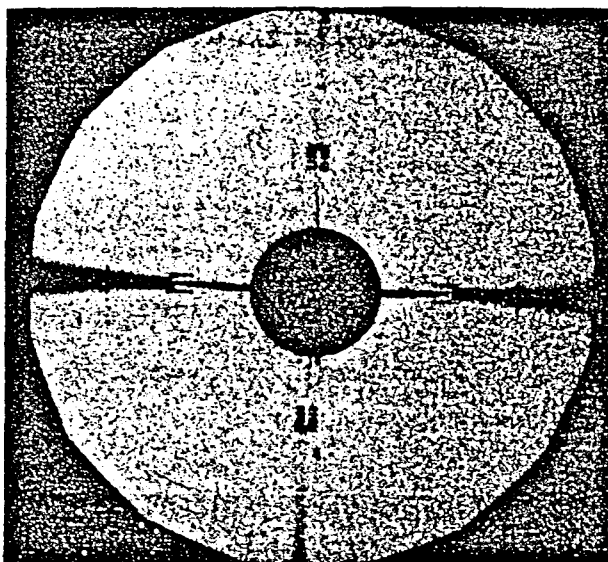


Figura 6-11: Bloqueo en la apertura de una antena de reflector.

soportes): las zonas claras son zonas de campo no nulo, mientras que las zonas oscuras son zonas de sombra o campo nulo.

En caso de utilizarse el método de la distribución de corrientes, las corrientes que estén en una zona de sombra no se computan en el cálculo de la integral de las corrientes inducidas. Con este método se realiza a veces una segunda aproximación, para no tener sombras que dependan de la dirección de observación: Para todas las direcciones de observación, se calculan todas las sombras móviles como si el punto de observación

estuviera en el infinito y en la dirección de máxima radiación. En la figura 6-12 se muestran las sombras producidas por el bloqueo, según esta aproximación.

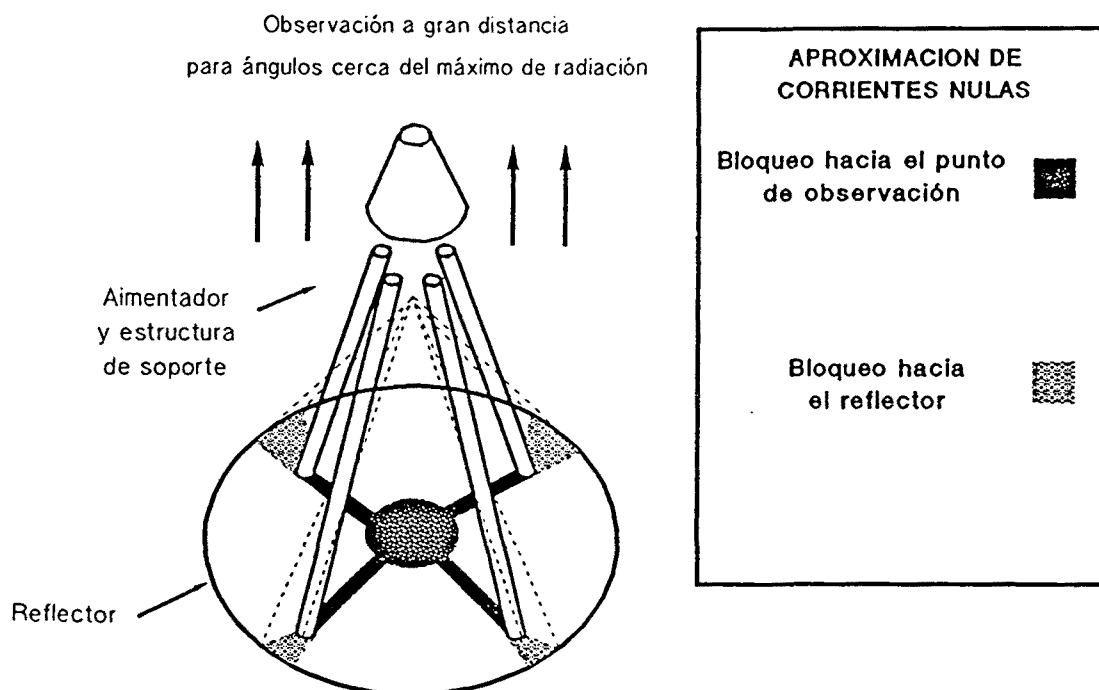


Figura 6-12: Campos nulos sobre la superficie del reflector debidos al bloqueo, para el método de la distribución de corrientes con observación en la dirección de máxima radiación.

Los efectos más importantes del bloqueo en el diagrama de radiación son:

- Pérdida de ganancia.
- Disminución de la relación lóbulo principal a secundario.
- Desplazamiento de los nulos de radiación.

El bloqueo tiene además efectos de difracción, ya que la energía interceptada es radiada de alguna manera hacia todas las direcciones del espacio según las leyes de la difracción. El tratamiento riguroso de este fenómeno en este proceso es muy complejo [Balanis'82], por lo que no se ha tenido en cuenta en este capítulo.

6.3.4 Difracción en bordes

La superficie del reflector en la práctica no es infinita, sino que tiene unos límites físicos. La existencia de bordes en la superficie implica la aparición de fenómenos de difracción.

Con la aproximación de óptica física se tiene en cuenta únicamente la reflexión en la superficie del reflector, pero no la difracción en los bordes. Medidas experimentales realizadas con reflectores demuestran que con la aproximación de óptica física se obtienen resultados muy precisos para direcciones próximas a la de máxima radiación, en las que predomina la reflexión superficial sobre la difracción en bordes. Con este método se pueden obtener diagramas de radiación válidos en el lóbulo principal y en los primeros lóbulos secundarios. Dicha aproximación falla al predecir los lóbulos secundarios más alejados del máximo de radiación y los lóbulos traseros, pues en estas direcciones el fenómeno predominante es el de difracción.

La radiación en direcciones muy alejadas del máximo en general se puede atribuir a los efectos de difracción que se producen cuando la superficie presenta discontinuidades o cambios de curvatura (bordes, aristas, cambios de propiedades eléctricas, etc.). Su contribución es importante en las direcciones en que la contribución de la reflexión superficial es pequeña.

En las antenas de reflector se producen principalmente dos tipos de efectos de difracción: los debidos a los bordes de la superficie reflectante y los debidos a la estructura del sistema alimentador y sus soportes. Los primeros suelen analizarse mediante las técnicas de alta frecuencia de GTD, UTD, PTD o MEC. Los segundos son de muy difícil tratamiento y no suelen considerarse.

En la Figura 6-13 se presenta un caso general de antena de reflector. El sistema está compuesto por un alimentador, su estructura de soporte y un gran reflector situado frente al alimentador. La figura muestra la reflexión superficial junto con los dos tipos de fenómenos de difracción mencionados. En el punto de observación P_1 predomina la contribución de la reflexión superficial, mientras que el punto P_2 es alcanzado únicamente por los rayos difractados en bordes.

En el método de procesado gráfico desarrollado en esta tesis no se han tenido en cuenta los efectos de difracción.

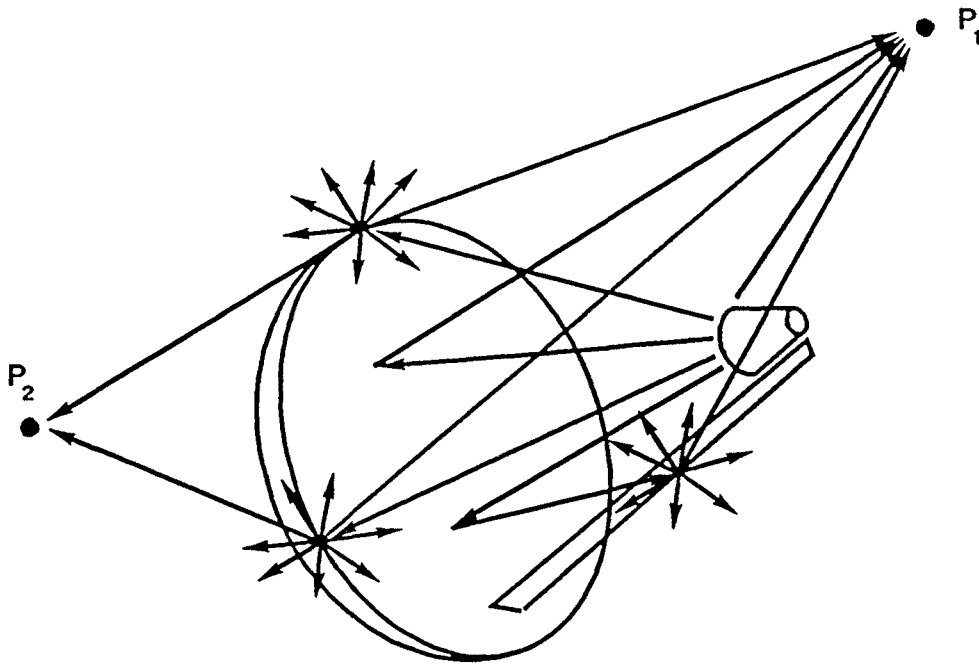


Figura 6-13: Efectos de la difracción en una antena de reflector.

6.4 PROCESADO GRAFICO Y OPTICA FISICA

En la solución que presentamos el cálculo del diagrama de radiación de la estructura reflectora se realiza mediante la aproximación de óptica física. Como ya se ha indicado sólo contribuyen al campo difractado las superficies iluminadas directamente por el campo incidente y no lo hacen las que se encuentran ocultas o eclipsadas en la zona de sombra.

La técnica de óptica física se aplica junto con el método de las corrientes inducidas con las siguientes aproximaciones:

- Corrientes inducidas nulas en las superficies no iluminadas directamente por el alimentador (sombras fijas).
- Corrientes inducidas nulas en las superficies iluminadas directamente por el alimentador, pero que están eclipsadas por otras desde el punto de vista del observador (sombras móviles).

Estas dos aproximaciones suponen que de entre todas las superficies que modelan la estructura que compone la antena, la integral de las corrientes inducidas se realiza sólo

sobre las superficies visibles desde el observador y que están directamente iluminadas. Tiene, por tanto, una importancia fundamental la detección de estas últimas.

Los cálculos geométricos requeridos para detectar y eliminar las sombras y las superficies ocultas son muy costosos utilizando las técnicas clásicas, pero se pueden realizar fácilmente con la técnica de procesamiento gráfico tal como se describe en el capítulo 5.

En esta sección se va a hacer un repaso de todos los pasos necesarios para aplicar la técnica del procesamiento gráfico al análisis de antenas de reflector. Sin embargo, sólo se presentan aquí los pasos específicos al análisis de antenas, remitiendo al lector al capítulo 5 para aquellos que son comunes al algoritmo del programa *GRECO* de predicción de RCS.

6.4.1 Obtención de las coordenadas del modelo

Análogamente a como se ha realizado en el capítulo 5 para el análisis de blancos radar, ahora se procesa una imagen de la antena completa. Esta imagen se obtiene colocando el plano de la apertura paralelo a la pantalla (xy), de forma que la dirección de máxima radiación coincida con el eje z . Así, las coordenadas xy de cada punto del reflector coinciden con las coordenadas 2-D de la pantalla, mientras que la coordenada z coincide con la distancia al observador, almacenada en el z -buffer (ver capítulos 3 y 5).

6.4.2 Obtención de los vectores normales a la superficie

Para el cálculo de la integral de radiación (6.4) es necesario conocer las componentes de la normal a la superficie en cada punto. Si se visualiza el blanco con el modelo de iluminación local difusa (ver capítulo 3), la luminosidad de los pixels de la imagen depende de las posiciones de la fuente de luz y el observador y de la dirección de la normal a la superficie. En consecuencia, es posible deducir la dirección de la normal a partir de la luminosidad si se definen adecuadamente los parámetros de iluminación y el punto de observación. El método utilizado para la obtención de la normal es el mismo que en el programa *GRECO* (sección 5.3.2).

6.4.3 Análisis del bloqueo

El método de procesamiento gráfico permite detectar las sombras fijas y móviles sobre la superficie del reflector analizando la imagen en la pantalla de la estación gráfica.

a) Sombras móviles

Las sombras móviles corresponden a puntos de la superficie del reflector no visibles desde la dirección de observación. Como se ha indicado en el apartado 6.3.3 las sombras móviles para todas las direcciones de observación suelen aproximarse por las correspondientes a la dirección de máxima radiación (z).

Los puntos de la superficie del reflector no visibles desde la dirección z se obtienen iluminando la imagen con una fuente de luz puntual isotrópica situada en la posición de la boca del alimentador. Las superficies del alimentador y soportes aparecen no iluminados, de color negro, debido a que la luz no incide directamente sobre ellos. Cuando estas superficies negras se encuentren entre el observador y la superficie del alimentador, que sí está iluminada, la imagen será de color negro. En consecuencia, en la imagen únicamente estarán iluminados los pixels que correspondan a zonas del reflector visibles desde el eje z o no bloqueados.

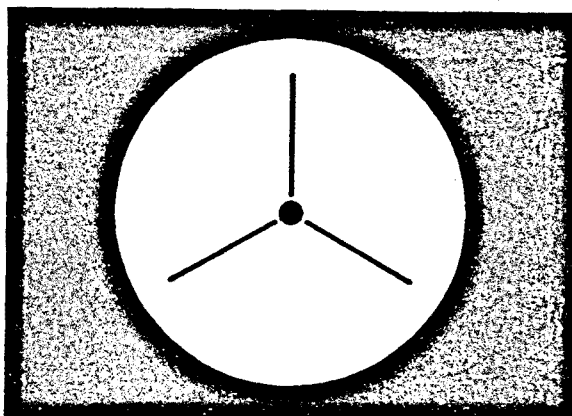


Figura 6-14: Sombra móvil: bloqueo de la apertura dependiente del punto de observación.

En la figura 6-14 se muestran las sombras móviles sobre la superficie del reflector, obtenidos según el procedimiento del procesado gráfico. Esta imagen de las sombras móviles actúa como máscara en el proceso de integración de las corrientes equivalentes de la apertura: sólo debe añadirse a la integral la contribución de puntos cuyo brillo en la máscara sea distinto de cero.

b) Sombras fijas

Las sombras, que corresponden a puntos del reflector no iluminados por el alimentador (ver figuras 6-10 a 6-12), no pueden ser detectadas en la imagen anterior, en la que se había situado una fuente de luz puntual en la posición del alimentador. En la figura 6-15 se muestra un reflector con una estructura de soporte que proyecta sombra sobre la

superficie. Si se compara con la figura 6-14 se puede observar que este efecto no se ha tenido en cuenta: ninguna de las patas del trípode ha proyectado sombras sobre el reflector. Ello es debido a que el modelo de iluminación local utilizado para calcular el brillo de una superficie únicamente tiene en cuenta el ángulo entre la normal a la superficie y la dirección de iluminación, pero no las sombras que otros objetos puedan proyectar sobre la superficie de interés.

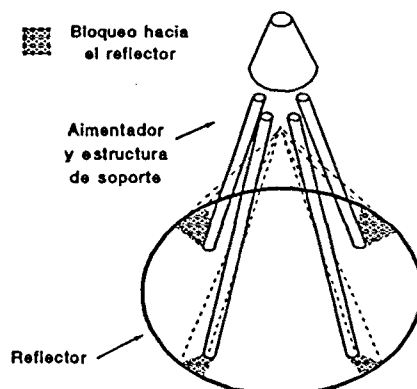


Figura 6-15: Proyección de sombras fijas sobre el reflector.

Para generar una imagen con proyección de sombras es necesario un modelo de iluminación global, como el trazado de rayos. Para conseguir una implementación eficiente de este método no se ha utilizado la librería gráfica de iluminación global, sino que se ha desarrollado un algoritmo específico para esta tesis.

La detección de sombras fijas se realiza trazando rayos desde el alimentador hasta cada punto del reflector y comprobando si estos rayos atraviesan la estructura de soporte del alimentador. Para evitar procesar los puntos del reflector no visibles desde el punto de observación, se procesan únicamente los puntos iluminados en la máscara de sombras móviles. Cuando la trayectoria a uno de estos puntos está interceptada, se pone el correspondiente pixel de la máscara a cero, de forma que al final del proceso la máscara contiene las sombras fijas y las móviles. La figura 6-16 muestra la máscara para un reflector simétrico.

El algoritmo de trazado de rayos es el siguiente: Para cada punto P del reflector se obtiene la ecuación de la recta PA que pasa por el alimentador A . Se comprueba entonces si algún punto R de la estructura del alimentador pertenece a esta recta, es decir, si la distancia del punto R a la recta PA es menor que un pixel. Este proceso es relativamente costoso, pues requiere un barrido doble para todos los puntos del reflector y para todos los puntos de la estructura del soporte.

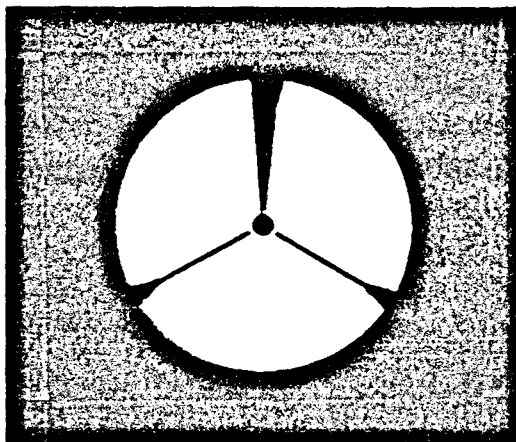


Figura 6-16: Sombras fijas y móviles sobre la superficie de una antena de reflector para observación en la dirección del máximo.

6.4.4 Cálculo de la integral de óptica física

Para calcular los campos radiados por el reflector se deberá evaluar la integral de radiación de óptica física (6.4) para las distintas direcciones de observación. Esta integral tiene la forma de una transformada de Fourier tridimensional, pero en general no puede resolverse utilizando algoritmos de transformada rápida de Fourier salvo cuando la superficie de integración es plana. En consecuencia, la integral debe ser evaluada para cada dirección de observación.

Esta integral se extiende sobre todos los puntos iluminados del reflector. Por consiguiente, para evaluar la integral de forma numérica deben evaluarse los campos incidentes desde el alimentador para todos los puntos iluminados de la superficie del reflector y calcular a partir de ellos las corrientes inducidas. Este proceso tiene un coste computacional elevado, especialmente para reflectores de gran tamaño eléctrico, en los que el número de puntos de integración sobre la superficie es muy grande.

Las corrientes inducidas en la superficie iluminada del reflector no dependen de la dirección de observación, por lo que no es necesario recalcularlas para cada dirección. Existen dos maneras de hacer la integral eficientemente: la primera es evaluar todas las corrientes inducidas para el primer punto de observación y conservar estos valores en memoria para las siguientes integraciones. Debido a la gran cantidad de puntos sobre la superficie del reflector necesarios para evaluar la integral, este método requiere una cantidad de memoria excesiva, limitando las dimensiones eléctricas del objeto a analizar.

El segundo método, que es el que ha sido implementado en esta tesis, es evaluar la contribución diferencial de cada punto iluminado del reflector a cada una de las

integrales. Con este método sólo se debe almacenar en memoria el resultado parcial de la integral para cada una de las direcciones de observación, que es varios órdenes de magnitud inferior al número de puntos sobre la superficie del reflector. Así no hay limitación debida a las dimensiones eléctricas del reflector en lo que respecta a la memoria de proceso.

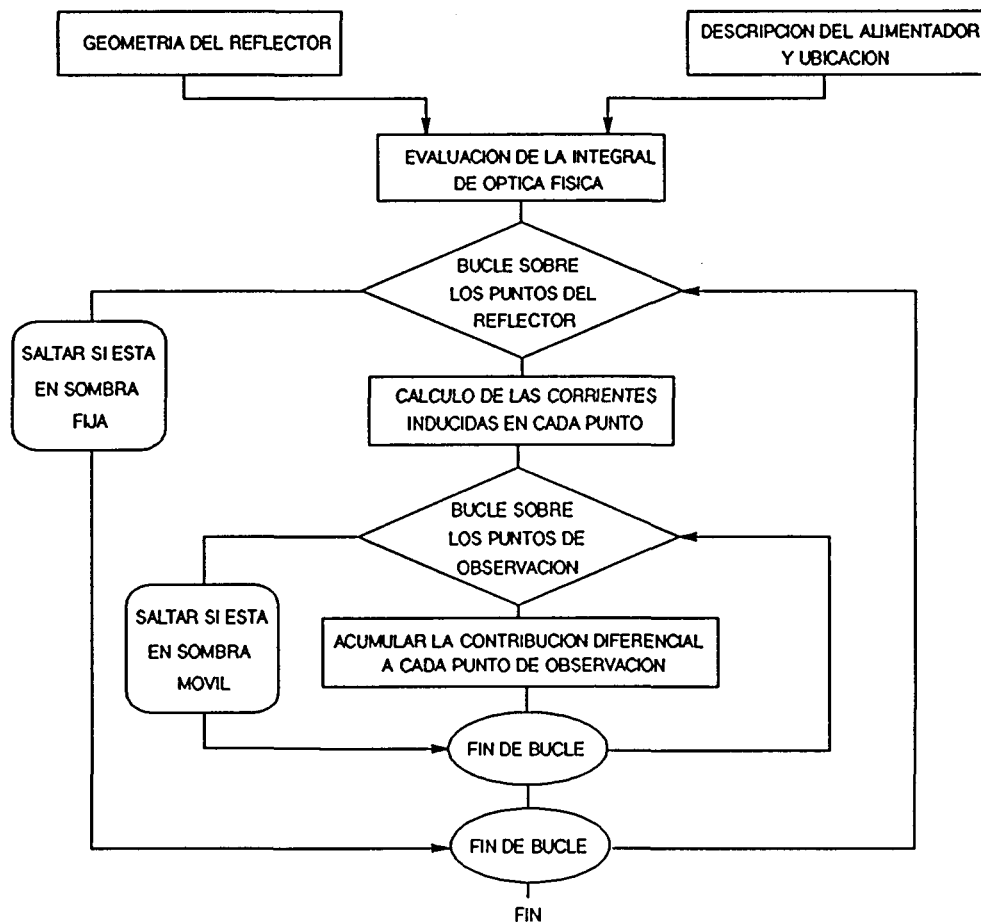


Figura 6-17: Diagrama de bloques del algoritmo implementado.

En la figura 6-17 se representa el algoritmo para evaluar esta integral mediante cálculo numérico con un ordenador. La integral se extiende sobre todos los puntos de la superficie del reflector. El bucle interior, para los distintos puntos de observación, acumula la contribución diferencial para cada observación debida a cada punto del reflector. En este bucle se saltan los puntos de la superficie que, para esta dirección de observación, se encuentran sobre una sombra móvil. El bucle exterior es una iteración para todos los puntos del reflector. En este bucle se saltan todos los puntos que se encuentran sobre una sombra fija.

6.5 VALIDACION Y RESULTADOS

En los métodos clásicos de análisis de reflectores lo habitual es construir una integral de radiación para cada tipo de reflector. En muchos casos esta integral se simplifica analíticamente, aprovechando las simetrías que se pueden presentar en la geometría del reflector. Por tanto, estos métodos son fuertemente dependientes de la geometría, por lo que el ingeniero de antenas debe restringirse a las geometrías previamente tratadas o rediseñar el algoritmo para cada nuevo modelo.

El algoritmo que se ha presentado en este capítulo es válido para cualquier geometría. A fin de demostrar su validez se han evaluado reflectores que pueden analizarse con otras técnicas, como reflectores planos, reflectores parabólicos, reflectores esféricos y reflectores offset. Algunos de estos resultados se presentan a continuación y se comparan con los resultados obtenidos mediante las técnicas clásicas.

6.5.1 Reflector circular con alimentador dipolo corto

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para un reflector circular alimentado por un dipolo corto y se comparan con resultados presentados en [Duan'91]. El análisis se ha repetido para tres tamaños eléctricos distintos.

Reflector eléctricamente pequeño

$$\text{Radio del disco} = 1.5\lambda$$

$$\text{Distancia del alimentador} = 2.75\lambda$$

En la figura 6-18a se muestran los diagramas en plano E y plano H obtenidos mediante los algoritmos de procesamiento gráfico y óptica física. En la figura 6-18b se muestran los resultados publicados en [Duan'91] al analizar el mismo problema, presentando tanto los resultados de óptica física (PO) como del método de los momentos (MoM).

El resultado de procesamiento gráfico coincide perfectamente con el de óptica física de [Duan'91]. Los resultados de alta frecuencia predicen los campos radiados bastante bien hasta unos 40°. A medida que el tamaño del disco es mayor respecto a la longitud de onda los resultados del método de los momentos y de óptica física convergen, como se demuestra a continuación.

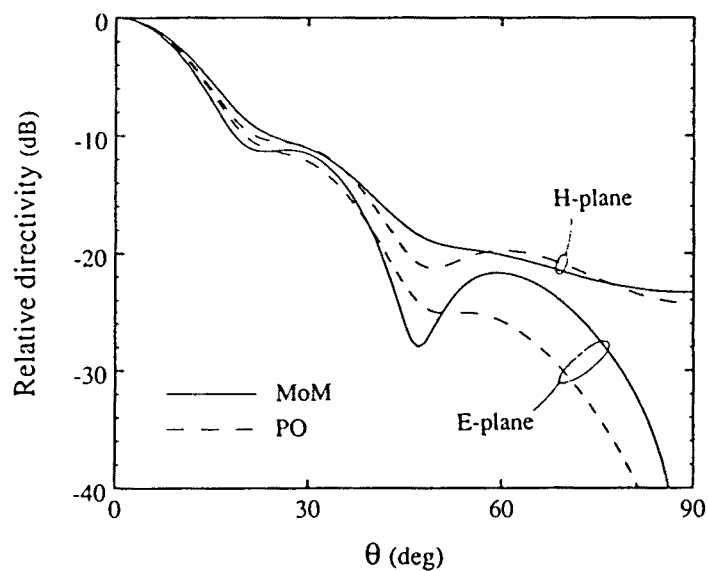
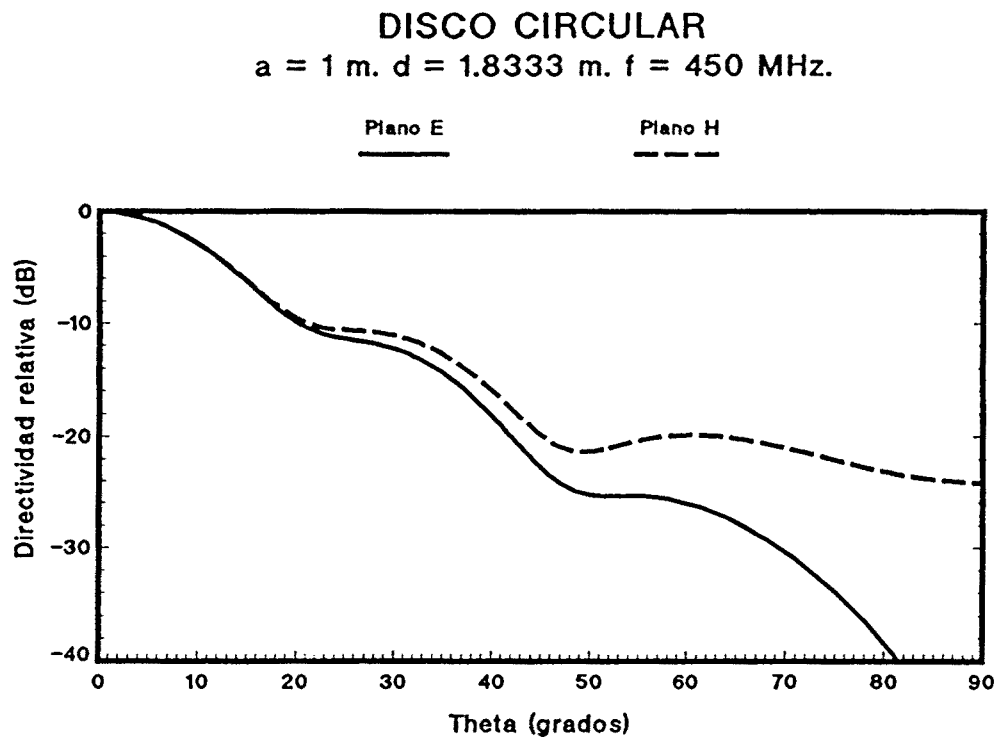


Figura 6-18: Diagrama normalizado para $a=1.5\lambda$ y $d=2.75\lambda$. (a) Método de procesamiento gráfico y óptica física. (b) Resultado según métodos de los momentos y de óptica física [Duan'91, fig4].

Reflector de tamaño eléctrico medio

$$\text{Radio del disco} = 6\lambda$$

$$\text{Distancia del alimentador al disco} = 11\lambda$$

La frecuencia utilizada en este caso es cuatro veces la del caso anterior. En la figura 6.19a se muestra el diagrama en plano E obtenido con la aproximación de óptica física por procesado gráfico. En la figura 6.19b se muestra el resultado de la referencia [Duan'91], para distintos métodos de alta y baja frecuencia. El resultado obtenido por el método de procesado gráfico coincide nuevamente con el del método de óptica física que presenta la referencia. Además, en este caso se observa que al haber aumentado la frecuencia la solución de óptica física se acerca al resultado del método de los momentos para direcciones hasta 70° del máximo.

Reflector eléctricamente grande

$$\text{Radio del disco} = 100\lambda$$

$$\text{Distancia del alimentador} = 2.75\lambda$$

En la figura 6-20a se muestra el resultado obtenido por óptica física mediante procesado gráfico, el cual se puede comparar con el de [Duan'91] presentado en la figura 6-20b. Igual que en los casos anteriores se observa una correspondencia perfecta con los resultados de óptica física de la referencia. Además en este caso al ser el disco de dimensiones eléctricas muy grandes se puede considerar que el disco se comporta como un plano infinito con lo que la solución de óptica física es correcta para todas las direcciones de observación en el semiespacio $\theta < 90^\circ$.

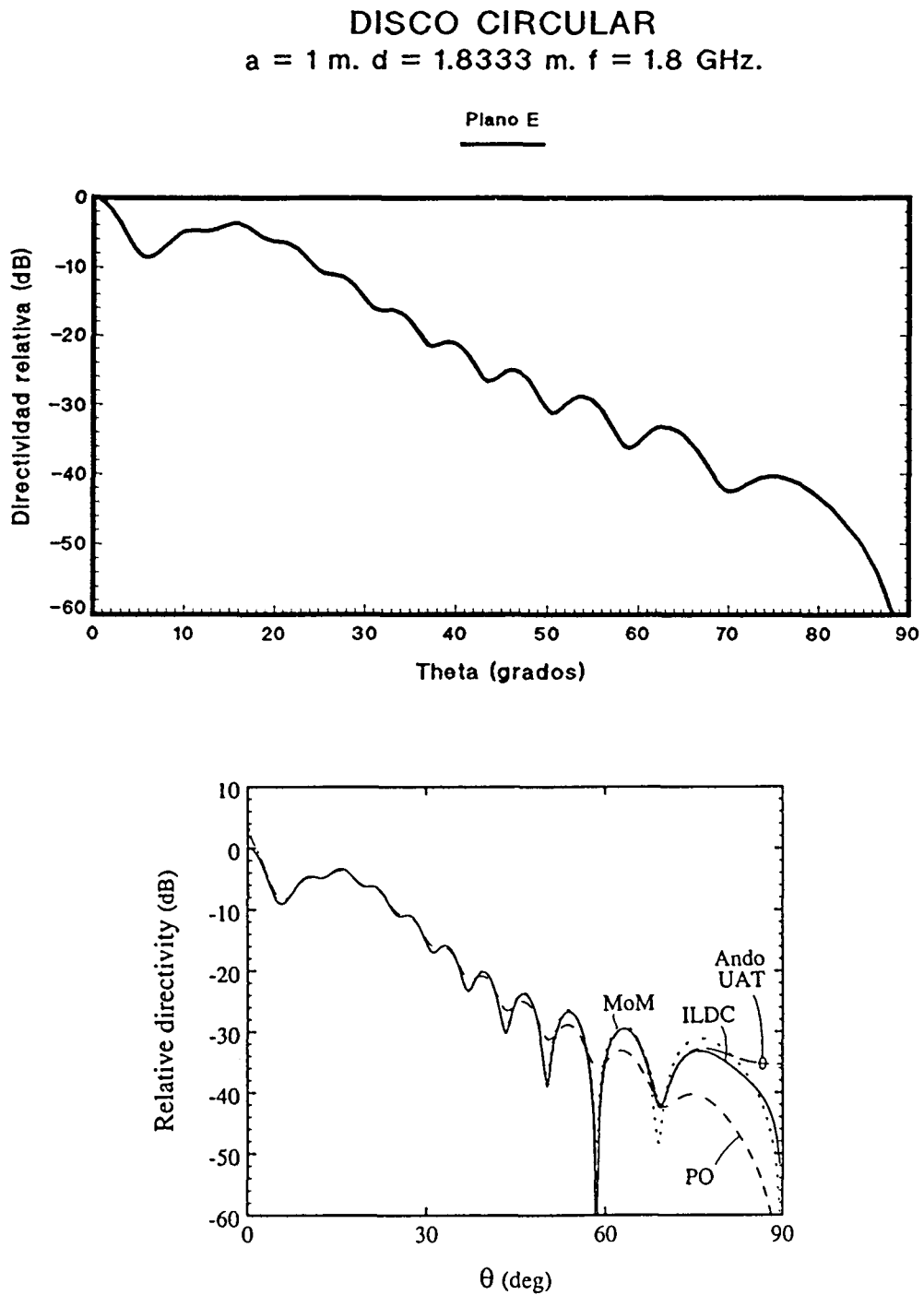


Figura 6-19: Diagrama normalizado plano E para $a=6\lambda$ y $d=11\lambda$. (a) Método de procesamiento gráfico y óptica física. (b) Resultado de referencia [Duan'91, fig6].

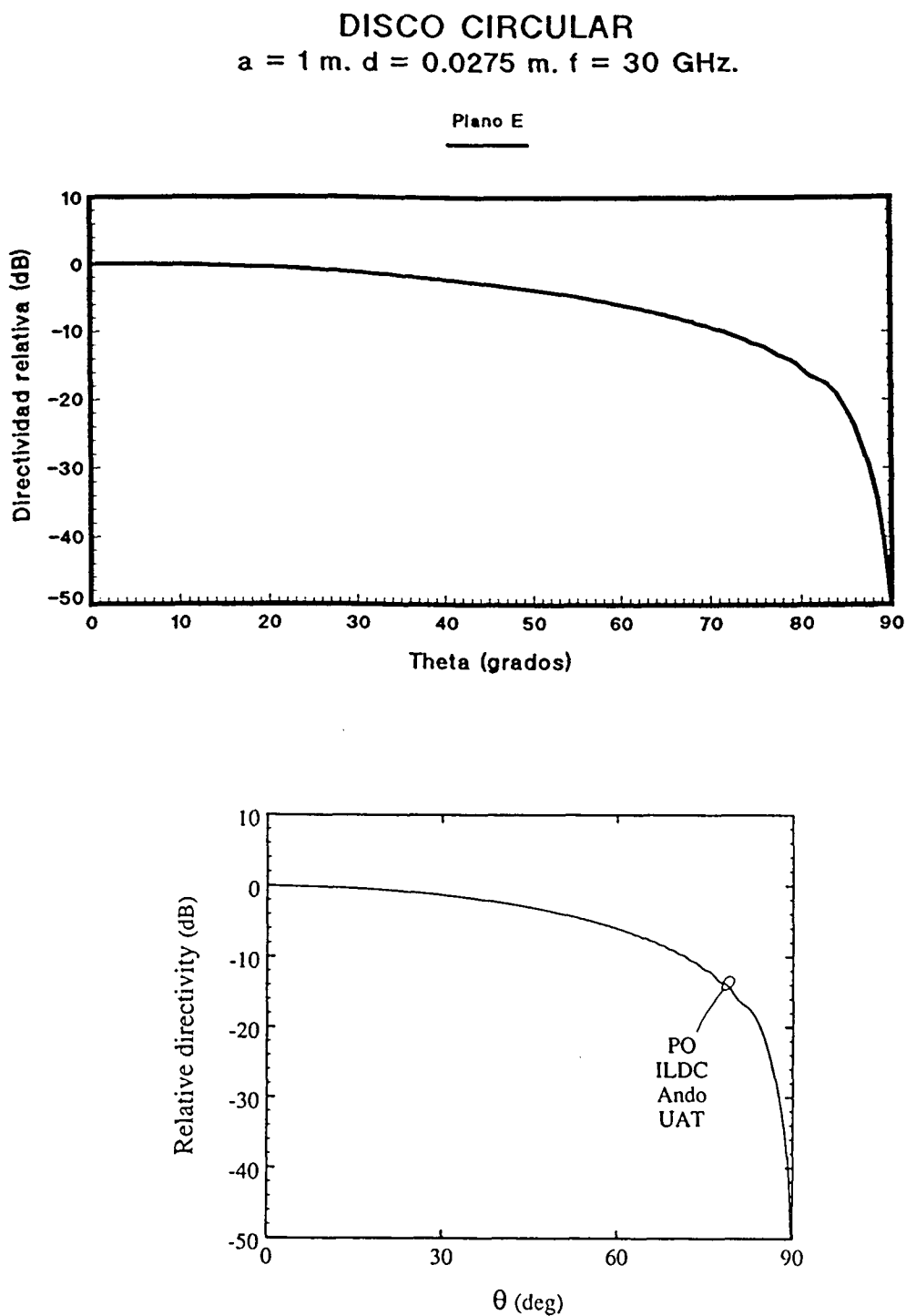


Figura 6-20: Diagrama normalizado plano E para $a=100\lambda$ y $d=2.75\lambda$. (a) Método de procesado gráfico y óptica física. (b) Resultado de referencia [Duan'91, fig8].

6.5.2 Reflector parabólico simétrico

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al analizar un reflector parabólico con simetría de revolución de distancia focal $f = 4.813$ metros con una apertura de diámetro $D = 4.8$ metros. El alimentador tiene un diagrama de la forma $\cos^n \theta$ con el parámetro n ajustado para producir un decaimiento en bordes de -18.5dB .

A continuación se muestra un conjunto de figuras con objeto de validar el análisis geométrico del reflector realizado por procesado gráfico.

- La figura 6-21 muestra el valor de la coordenada "z" para un corte en el plano yz. El error en el valor obtenido por procesado gráfico nunca supera 1mm, que corresponde a $\lambda/100$ a la frecuencia de 3GHz.
- Las figuras 6-22 y 6-23 presentan las componentes n_x y n_z de la normal para el mismo corte. Para este corte la componente n_y es cero.

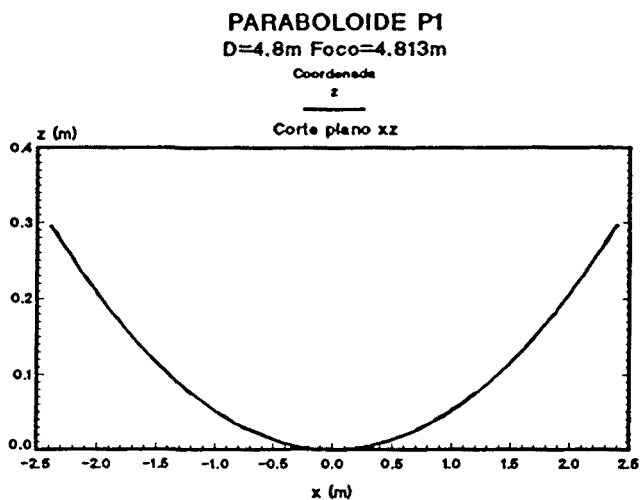


Figura 6-21: Coordenada z del paraboloide obtenida mediante procesado gráfico para un corte plano xz.

En la figura 6-24a se representa el diagrama de radiación obtenido por procesado gráfico para una frecuencia de 3GHz y en la figura 6-24b el obtenido por la referencia [Rahmat'80] utilizando otros métodos de alta frecuencia. La gráfica representada en trazo continuo representa el valor de óptica física. Comparando ambas gráficas se observa un ajuste muy bueno entre los métodos de procesado gráfico y de óptica física analítico.

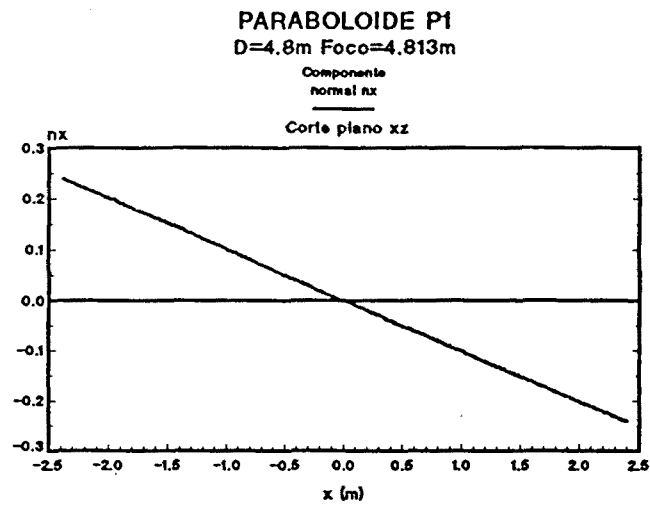


Figura 6-22: Valores de la componente en x del vector normal a la superficie, obtenidos por procesamiento gráfico para un corte en el plano xz.

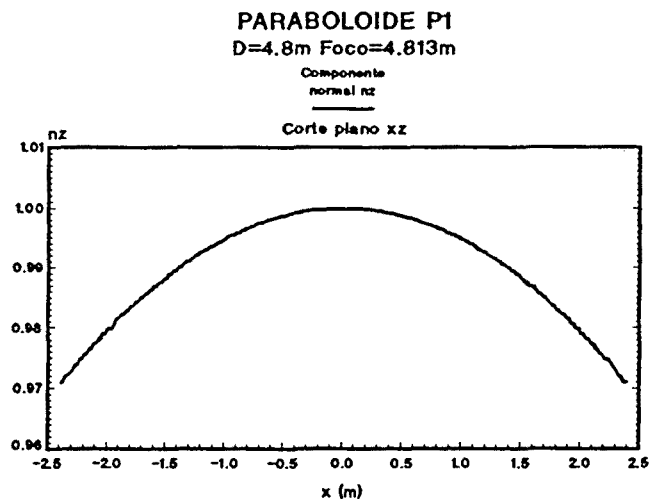


Figura 6-23: Valores de la componente en z del vector normal a la superficie, obtenidos por procesamiento gráfico para un corte en el plano yz.

PARABOLOIDE P1
 $D=4.8\text{m}$ Foco= 4.813m Alim: $\text{frec}=3\text{GHz}$ y_pol -18.5dB Taper

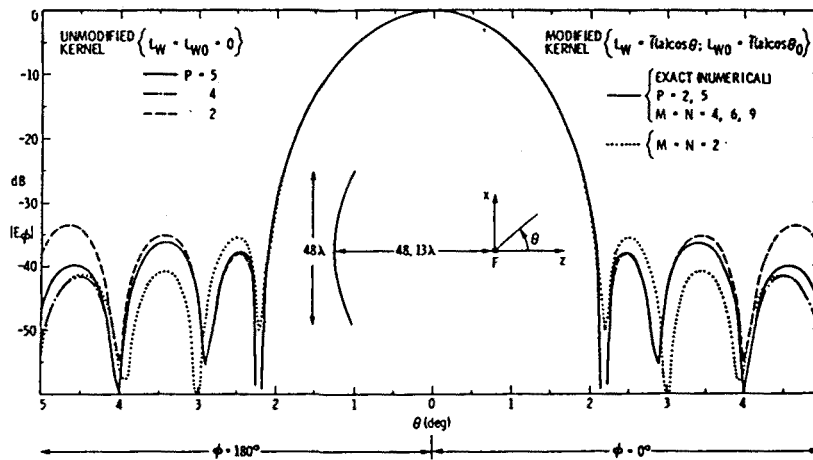
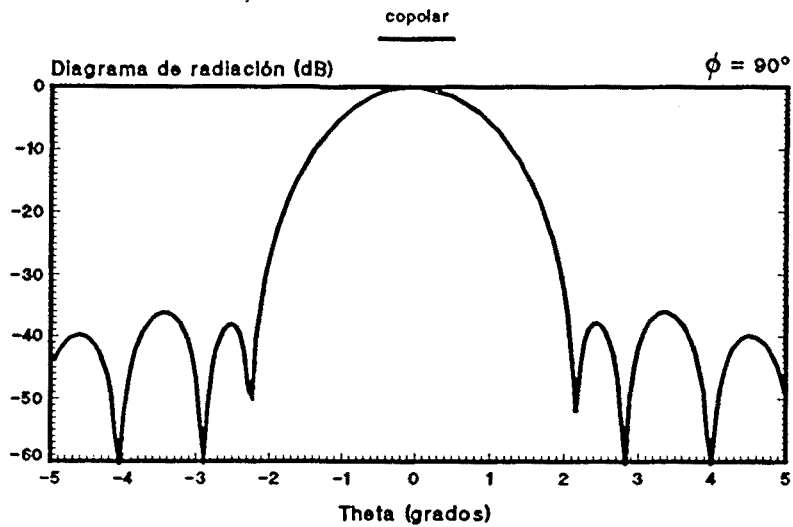


Figura 6-24: Diagrama de radiación copolar de un reflector parabólico de $D=48\lambda$ y $f=48.13\lambda$. Con un decaimiento en bordes de -18.5dB . (a) Procesado gráfico y óptica física. (b) Referencia [Rahmat'80].

6.5.3 Reflector esférico simétrico

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al analizar un reflector esférico y se comparan con los resultados obtenidos en la referencia [Rahmat'80].

El diámetro de la apertura y la distancia a la que se sitúa el alimentador son los mismos que en el reflector parabólico del apartado anterior, $D=4.8$ metros y $S=4.813$ metros, respectivamente. El radio de la superficie esférica del reflector es $R=9.7$ metros. El alimentador es del mismo tipo que en el ejemplo anterior y produce el mismo decaimiento en bordes, -18.5 dB.

A diferencia de los reflectores parabólicos, en los reflectores esféricos la fase de los campos en la apertura no es constante. En este ejemplo se ha elegido la distancia del alimentador y el radio de curvatura que producen mínimo error cuadrático medio de fase de la apertura.

En las figuras 6-25 a 6-27 se representan cortes en el plano xz de las características geométricas de la superficie obtenidas mediante procesado gráfico.

En la figura 6-28a se representa el diagrama de radiación copolar, normalizado respecto al máximo, a la frecuencia de 3GHz para ángulos de observación $0^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$. En la figura 6-28b se muestra el diagrama de radiación obtenido en la referencia [Rahmat'80]. El trazo continuo corresponde al diagrama obtenido por óptica física, mientras que las otras líneas se corresponden a diferentes aproximaciones. Comparando ambos resultados de óptica física, el obtenido con el método de procesado gráfico coincide con el de la referencia.

6.5.4 Reflector parabólico *offset*

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al analizar un reflector parabólico del tipo *offset*. Los reflectores *offset* tienen un gran interés en sistemas de comunicaciones debido a que están libres de bloqueo, el cual puede degradar las características del diagrama de radiación de la antena. El análisis de este tipo de reflectores tiene la dificultad añadida de ser una estructura que no presenta simetrías. Esto hace que aparezca una componente contrapolar, o polar cruzada, en el diagrama de radiación.

La figura 6-6 muestra la geometría de la antena de reflector parabólico *offset* y de su sistema de alimentación. La superficie reflectante es la intersección de un paraboloide con simetría de revolución, llamado paraboloide padre, con un cilindro paralelo al eje del paraboloide.

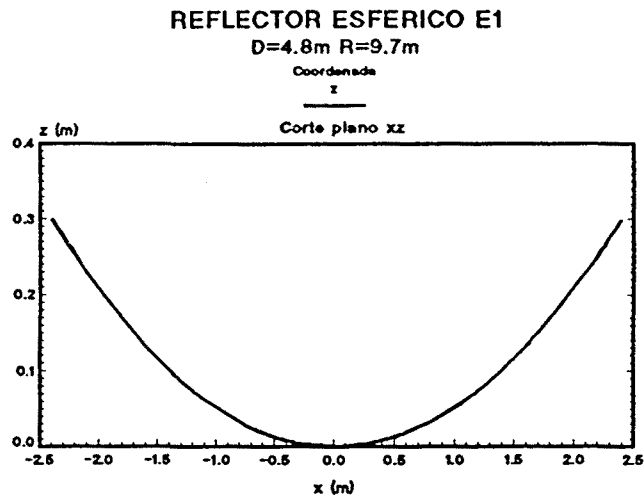


Figura 6-25: Coordenada z del reflector esférico obtenida mediante procesado gráfico. (Corte plano xz).

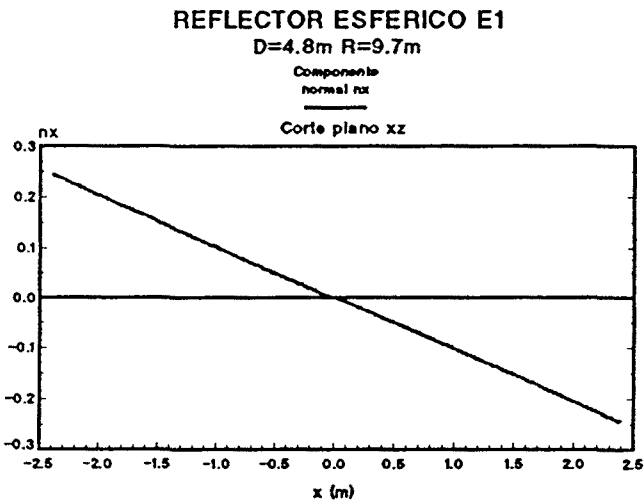


Figura 6-26: Componente x del vector normal a la superficie para el reflector esférico, obtenidos por procesado gráfico. (Corte plano xz).

En el siguiente ejemplo se ha escogido un paraboloide de grandes dimensiones: diámetro del paraboloide padre 4533.33λ , con $f/D=1$ y diámetro del cilindro de intersección 1866.67λ . El diagrama del alimentador es de la forma $\cos^n\theta$, con el parámetro n ajustado para tener un decaimiento en bordes de -10dB respecto al centro.

En la figura 6-29a se ha representado el diagrama de radiación normalizado respecto al máximo obtenido para un corte según el plano yz para ángulos cercanos al haz principal. La curva de trazo sólido representa el diagrama de radiación copolar, $|E_y|$,

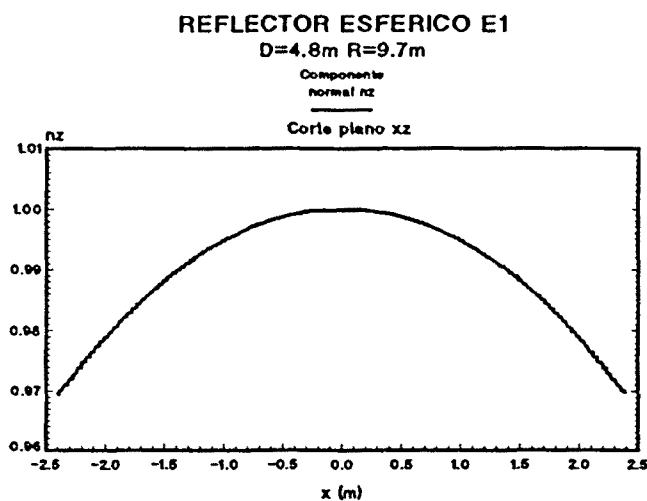


Figura 6-27: Componente en z del vector normal a la superficie para el reflector esférico, obtenidos por procesado gráfico. (Corte plano xz).

y la curva de trazo discontinuo representa el diagrama de radiación contrapolar, $|E_x|$. En la figura 6-29b se ha representado el diagrama obtenido en la referencia [Mitra'79], utilizando también el método de integración de las corrientes inducidas de óptica física, lo que permite validar los resultados del presente trabajo.

REFLECTOR ESFERICO E1
 $D=4.8m$ $R=9.7m$ Alim: $z=4.813m$ $frec=3GHz$ $y_pol -18.5db$ Taper

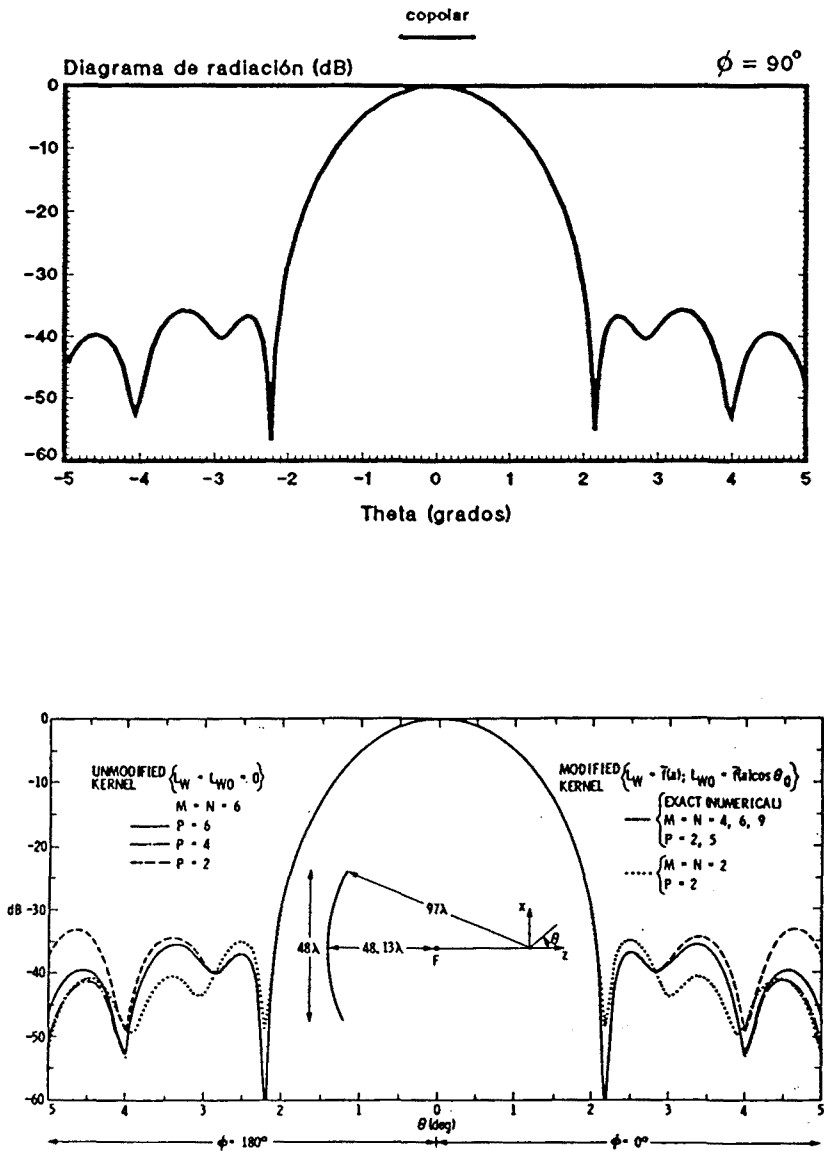


Figura 6-28: Diagrama de radiación copolar de un reflector esférico de $D=48\lambda$, $S=48.13\lambda$ y $R=9.7\lambda$. Con un decaimiento en bordes de $-18.5dB$. (a) Procesado gráfico y óptica física. (b) Referencia [Rahmat'80].

REFLECTOR OFFSET O1
 D=45.3333m D1=18.6667m Foco/D=1 freq=30GHz y_pol -10dB Taper

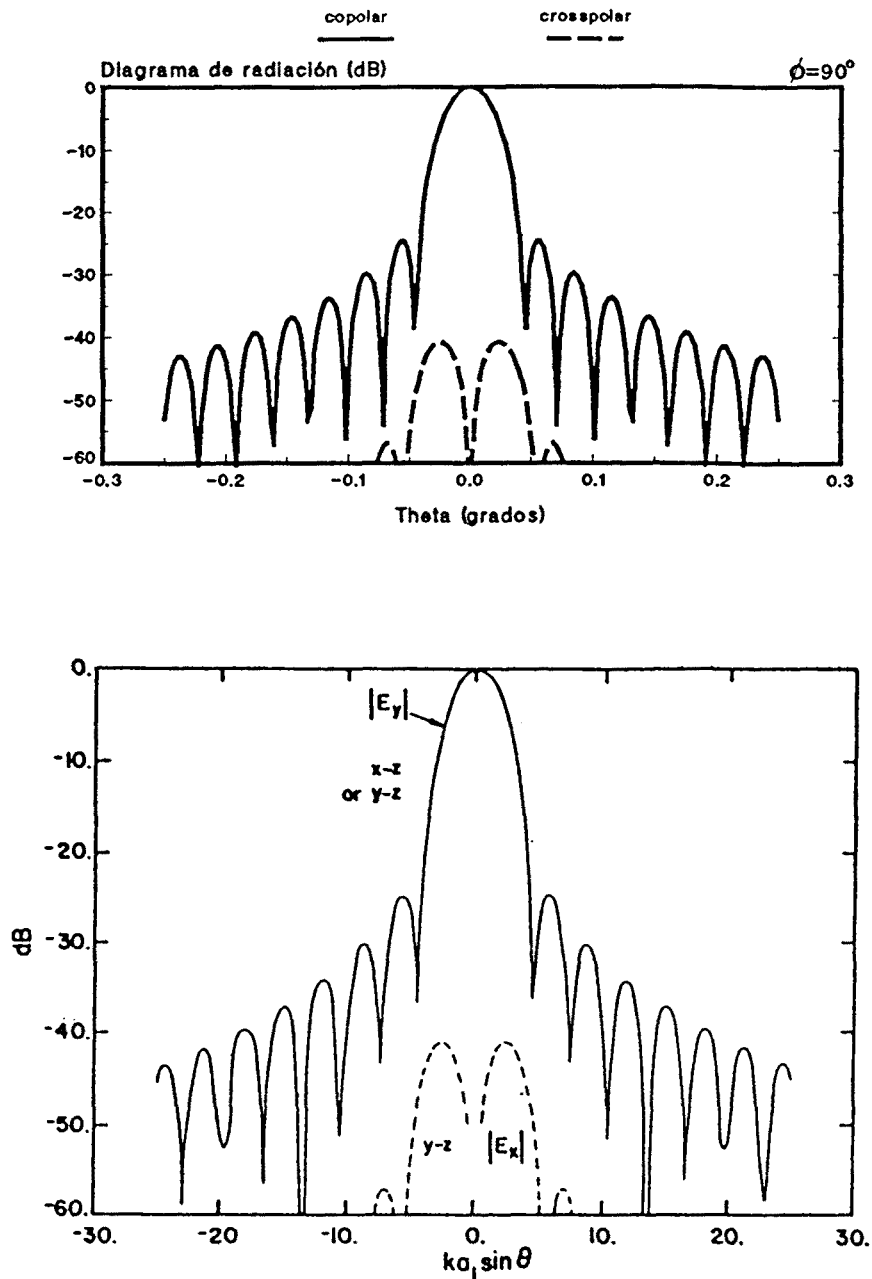


Figura 6-29: Diagrama de radiación de un reflector parabólico offset con diámetro de la apertura 1866.67λ y $f/D=1$. (a) Procesado gráfico y óptica física. (b) Referencia [Mittra'79].

CAPITULO 7

OPTIMIZACION DE FORMAS

En los capítulos anteriores se han estudiado problemas de análisis electromagnético: dado un objeto, calcular los campos que radia o difracta. El problema inverso consiste en obtener el objeto que radie o difracte los campos según unas especificaciones. Este suele plantearse como un problema de optimización: dadas unas especificaciones, hay que optimizar la forma del objeto para que la diferencia entre lo que radia o difracta y la especificación sea la mínima.

Dado el gran número de grados de libertad que definen el modelo de un objeto arbitrario, la resolución con técnicas clásicas de un problema de optimización de estas características requiere un coste computacional inalcanzable para los ordenadores actuales. Sin embargo, la nueva técnica de procesado gráfico para análisis en alta frecuencia hace posible esta optimización, como se demostrará a lo largo de este capítulo. Entre los dos posibles problemas de optimización en alta frecuencia, diseño de formas de baja RCS y de reflectores conformados, únicamente se estudia el primero, pues las conclusiones se pueden extrapolar fácilmente al segundo.

En primer lugar se expone la problemática de optimización de blancos radar reales utilizando las técnicas clásicas de cálculo de RCS, para después demostrar que la técnica del procesado gráfico abre las puertas al diseño automático de formas de baja detectabilidad radar. No se ha pretendido desarrollar una herramienta potente capaz de obtener diseños de baja detectabilidad considerando todas las restricciones aerodinámicas, lo cual sería muy complejo, sino sólo demostrar que el procesado gráfico facilita la optimización en alta frecuencia utilizando una estación de trabajo, en la cual se realizarán tanto los cálculos del proceso de modelado como los de predicción de RCS y de optimización no lineal.

Para ello, se hace un estudio de la viabilidad de los métodos de optimización no lineal con restricciones a la reducción de la RCS. Se comparan las prestaciones de algunos de estos métodos al aplicarlos sobre tres problemas canónicos claramente diferenciados:

cálculo del ángulo de un diedro que optimiza su RCS, como ejemplo de problema de una variable; optimización de la RCS de un elipsoide, como ejemplo de problema de cuatro variables (los semiejes del elipsoide y la orientación del mismo); y la minimización de la RCS de dos elipsoides separados, como ejemplo en el que se producen cancelaciones de fase, tal como ocurre en la mayoría de los sistemas reales.

Estos estudios para formas simples han proporcionado el "*know-how*" suficiente para aplicar las técnicas de optimización a problemas reales de objetos complejos en los que aparecen muchos más parámetros y restricciones. En la sección 7.5 se presenta la optimización de objetos arbitrarios: restricciones, el cálculo de las mismas, el método de predicción de RCS utilizado (el programa *GRECO* de procesado gráfico, descrito en el capítulo 5), los criterios de optimización, etc.

7.1 OPTIMIZACION DE RCS POR PROCESADO GRAFICO

Las técnicas actuales de diseño de aviones imponen, además de las restricciones aerodinámicas habituales, condiciones de detectabilidad radar, que dependen principalmente de la aplicación a la que se destine el avión. Por ello, la industria aeronáutica está trabajando intensamente en la predicción de la sección recta radar (RCS) de objetos complejos y en el desarrollo de métodos para el diseño de aviones de alta y baja detectabilidad.

7.1.1 Métodos de reducción de RCS

El diseño de aviones de baja detectabilidad incluye por un lado el uso de geometrías de baja detectabilidad y, por otro, la utilización de materiales absorbentes de radiación radar (RAM), necesarios cuando las restricciones aerodinámicas no permiten modificar la geometría de las superficies hacia otras formas de menor RCS.

En la actualidad existen 4 maneras de reducir el eco radar de un objeto:

- Modificación de la forma (*Shaping*)
- Utilización de materiales absorbentes (*RAM*)
- Cancelación pasiva
- Cancelación activa

Cada una de ellas explota aspectos distintos de la interacción entre la onda electromagnética y el objeto. A continuación se va a describir la forma de actuación de cada una de ellas.

El *shaping* es útil cuando el conjunto de posibles direcciones de incidencia está confinado a un cono, siendo una alternativa práctica cuando el aparato se encuentra en fases tempranas de su diseño.

El uso de materiales *RAM* es adecuado cuando el *shaping* no es una opción práctica. Estos materiales deben cubrir la superficie del objeto para absorber la energía incidente reduciendo así la cantidad de energía reflejada. Igual que el método anterior, puede no ser apto cuando el objeto está totalmente definido, siendo necesario fijar las especificaciones de RCS antes del desarrollo del producto.

La cancelación pasiva consiste en intentar que la onda reflejada tenga igual amplitud y fase invertida respecto a la incidente, de forma que el campo total sea prácticamente nulo. El método está restringido a objetos eléctricamente pequeños y para un ancho de banda estrecho. No es, por tanto, útil para aviones reales.

La cancelación activa persigue la misma estrategia que la pasiva, pero se basa en que la onda reflejada es, en realidad, generada por un sistema inteligente que detecta la forma de onda incidente, polarización y ángulo de incidencia, para cada punto de la superficie. Evidentemente, un sistema de este tipo es, en la actualidad, demasiado caro y complejo, pero en el futuro podría ser el método definitivo.

De los cuatro métodos los dos primeros son los únicos utilizados hasta el momento. Este capítulo se dedica a la optimización de formas, la cual es una aplicación directa de la técnica de *shaping*.

La obtención de la forma de una superficie a partir de unas especificaciones de sección recta radar es posible, a priori, a través de la aplicación de la identidad de Bojarski o aproximación de óptica física inversa [Broquetas'89b]. Sin embargo, esta vía no es aplicable a nuestro problema debido a la imposibilidad de especificar la curva de sección recta tal que la superficie correspondiente sea compatible con las restricciones aerodinámicas y estructurales habituales en aeronáutica. Por este motivo, debe pensarse en métodos iterativos de reducción de la sección recta de una superficie inicial que sea compatible con todas las restricciones.

Sin embargo, la solución es de gran dificultad y requiere un enorme coste computacional. Se basa conceptualmente en la minimización iterativa de una función de coste que evalúa la diferencia entre la sección recta actual y las especificaciones. Esta minimización se lleva a cabo mediante sucesivas modificaciones de la superficie del blanco sujetas a restricciones aerodinámicas y estructurales. El procedimiento iterativo inverso requiere el cálculo de la sección recta del blanco en cada iteración, por lo que

es fundamental disponer de algoritmos directos en tiempo real. En la figura 7-1 se muestra un diagrama de bloques del proceso iterativo.

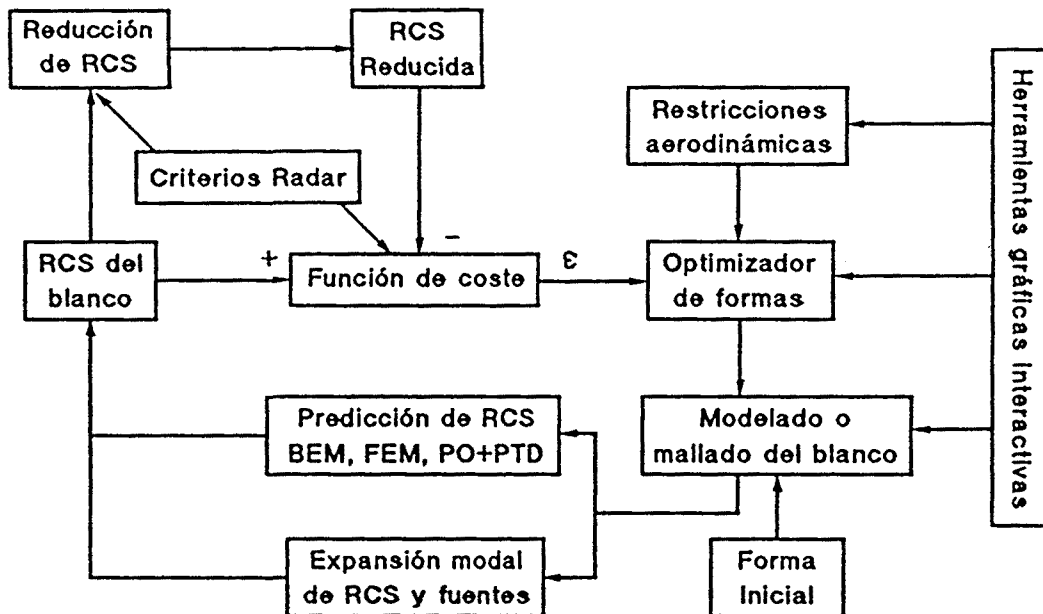


Figura 7-1: Proceso iterativo de optimización de formas para reducción de RCS.

7.1.2 Optimización interactiva

Es importante tener en cuenta que el algoritmo de procesamiento gráfico no sólo es útil por su eficiencia, sino que además introduce un nuevo concepto en la solución del problema inverso: el diseño interactivo. Para ello, se utiliza el paquete software de modelado geométrico [I-DEAS] (ver capítulo 4), que permite definir y modificar en tiempo real la forma de las superficies de un avión, presentando una visualización tridimensional del modelo en la estación gráfica. Los algoritmos de cálculo en tiempo real por procesamiento gráfico (capítulo 5) permiten obtener instantáneamente una aproximación a la sección recta del avión sin necesidad de abandonar el paquete de modelado geométrico, por lo que puede modificarse la superficie de forma interactiva, calculando la sección recta en cualquier fase del proceso de diseño, hasta conseguir finalmente un modelo cuya sección recta cumpla las especificaciones.

El usuario puede modificar la geometría del objeto marcando con el ratón los puntos que quiere cambiar de posición y trasladándolos a la posición deseada, modificándose así la zona de la superficie más próxima a los puntos seleccionados, según la propiedad de control local de las superficies paramétricas *NURB* (ver 2A.3.3). Para cada nueva

versión del objeto modificado se puede calcular la sección recta en tiempo real. Las figuras 7-2, 7-3, 7-4, 7-5 muestran ejemplos de modificación local de la geometría de objetos de forma manual, cambiando la posición de algunos vértices en objetos modelados por facetas o de algunos puntos de control en las superficies modeladas por *B-splines*.

El criterio básico para la reducción manual de RCS es eliminar los puntos de reflexión especular que aparecen sobre la superficie, modificando los puntos de control o vértices de facetas más próximos. De esta forma, un usuario entrenado puede reducir la RCS de forma muy apreciable, para un cierto cono de direcciones de incidencia.

7.1.3 Optimización automática

El procedimiento manual presentado arriba puede automatizarse mediante optimización iterativa de la misma manera que utilizando los métodos clásicos, pero con dos ventajas: En primer lugar el método de procesado gráfico se basa en un modelado del blanco mediante superficies paramétricas, que precisa un número muy inferior de parámetros que los mallados o superficies facetizadas habituales en los métodos clásicos. En segundo lugar, la visualización constante de una imagen del blanco permite seguir en tiempo real la evolución de la superficie sin coste adicional. La imposición de restricciones aerodinámicas y estructurales sobre la geometría de la superficie puede realizarse mediante el acceso a la base de datos del modelo, de forma análoga a como se realiza en los métodos clásicos.

Por otra parte, la visualización de una imagen del blanco permite identificar los puntos brillantes sobre la superficie para una cierta dirección de incidencia, que deben ser eliminados para lograr una optimización de sección recta. Además, la visualización con métodos de iluminación global permite detectar la presencia de reflexiones múltiples y, en su caso, las superficies en las que se producen.

7.1.4 Planteamiento del problema

Al evaluar la posibilidad de reducir la sección recta radar de un blanco mediante modificación de su geometría, aparecen numerosas cuestiones que deben ser consideradas para que el proceso sea viable.



Figura 7-2: Avión modelado con superficies paramétricas.



Figura 7-3: Modificación manual de la posición de un punto de control.

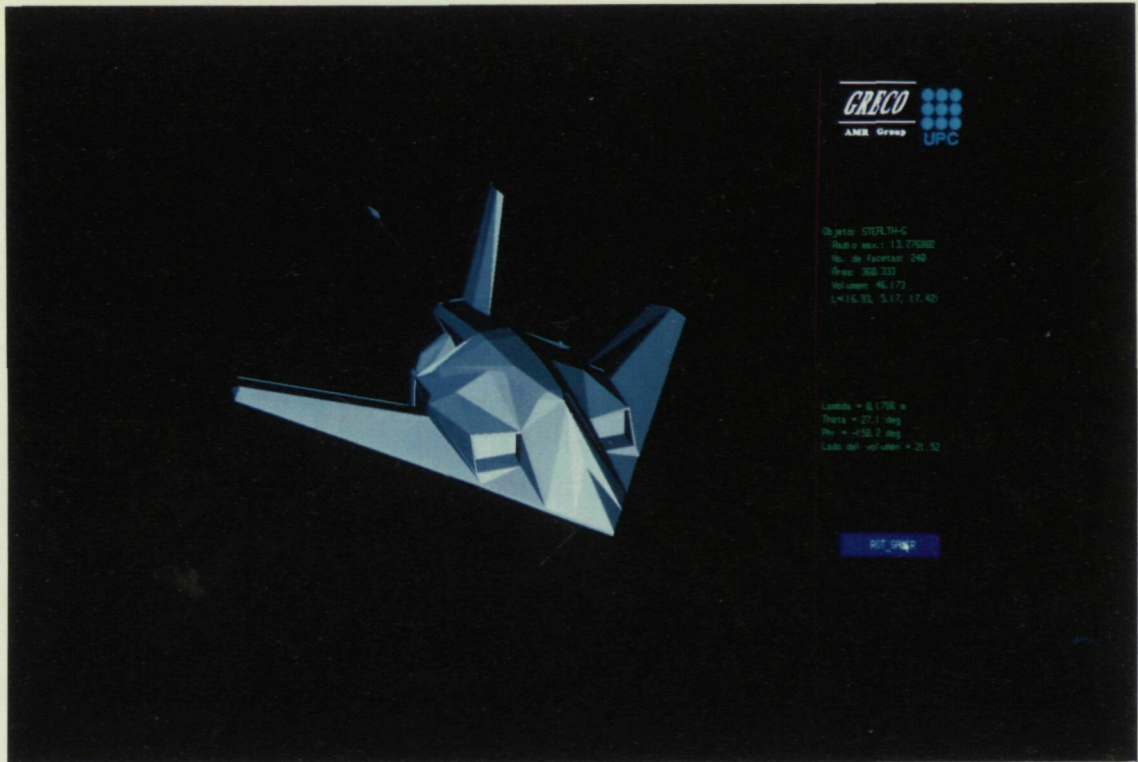


Figura 7-4: Avión modelado con facetas.



Figura 7-5: Modificación manual de la posición de un vértice de las facetas.

a) Restricciones

Una reducción de la RCS puede conseguirse sencillamente disminuyendo las dimensiones espaciales del objeto, lo cual en la mayoría de las situaciones no es de utilidad práctica. Deben imponerse, por tanto, algunas restricciones como volumen, área o dimensiones máxima y mínima, además de las restricciones aerodinámicas habituales en el diseño de aviones. Sin embargo, la complejidad que representaría imponer todas estas restricciones hace el problema demasiado complejo para el objetivo marcado en este trabajo, que es demostrar la viabilidad de la aplicación de técnicas de procesado gráfico a la reducción de RCS. Esta es la razón por la que en los ejemplos que se van a estudiar solamente se imponen restricciones geométricas sencillas tales como dimensiones máxima y mínima del objeto y mantener el área y/o el volumen constante.

b) Criterios

Por otro lado, hay que tener en cuenta que la técnica de *shaping* no puede conseguir simultáneamente la reducción de la RCS para todas las direcciones de observación, ya que la reducción de RCS con restricciones para un ángulo de incidencia/observación determinado implica un aumento de la misma para otros ángulos. Este hecho debe ser tenido en cuenta para imponer el criterio de minimización. Entre otros criterios se podrá imponer la minimización de la RCS en una dirección de observación determinada, la reducción de la RCS máxima para un cono de ángulos o la minimización de la RCS media de un objeto. En este capítulo se analiza la minimización de cada uno de estos criterios.

c) Métodos

Para poder resolver el problema de minimización se va a trabajar con las técnicas de optimización no lineal con restricciones. Se han elegido estas técnicas de optimización porque el problema que se nos presenta es un problema de minimización de una función no lineal, en este caso la RCS de un objeto arbitrario, sujeto a un conjunto de restricciones aerodinámicas y estructurales. En el estudio que se realiza aquí sólo se imponen restricciones de tipo geométrico para simplificar el problema, ya que, como se ha indicado anteriormente, nuestro objetivo es únicamente el estudio de la viabilidad de estas técnicas.

7.2 METODOS DE OPTIMIZACION NO LINEAL

Los métodos de optimización se aplican a problemas complejos de decisión, que incluyen la selección de valores para un conjunto de variables interrelacionadas, centrandó la atención en un único objetivo. Este único objetivo se maximiza (o minimiza

dependiendo de la formulación) según las restricciones que limitan la selección de valores de las variables de decisión. En general, es difícil representar en su totalidad las interacciones entre variables, restricciones y objetivos, lo cual repercute en que las formulaciones de optimización no sean más que aproximaciones al problema real.

Los problemas de optimización se resuelven mediante métodos de programación que suelen clasificarse en tres grupos claramente diferenciados:

- Métodos de programación lineal
- Métodos de programación no lineal sin restricciones
- Métodos de programación no lineal con restricciones

Los primeros han adquirido gran popularidad porque muchas de las restricciones y de las funciones objetivo que surgen en la práctica son lineales y, además, estos métodos se basan en teorías elegantes y eficaces que dan lugar a algoritmos muy efectivos. Sin embargo, al existir algunos problemas que no permiten la formulación lineal ha sido necesario el desarrollo de los denominados métodos de optimización no lineal, los cuales se subdividen en problemas con restricciones y problemas sin restricciones. Aunque estos últimos son poco frecuentes en la vida real, el desarrollo de los mismos ha sido muy útil porque algunos de los métodos de optimización con restricciones utilizan las técnicas de optimización sin restricciones.

El problema de minimización de RCS es un problema de minimización no lineal con restricciones. En la actualidad existen muchos métodos que resuelven este tipo de problemas [Luenberger'89]. En este trabajo se ha optado por la aplicación de los denominados métodos de penalización. Dichos métodos, al igual que los de barrera [Luenberger'89], se caracterizan por aproximar el problema de optimización original con restricciones por un problema sin restricciones. En los métodos de penalización dicha aproximación se realiza añadiendo a la función objetivo un término que añade un coste muy alto por la violación de las restricciones. Asociado a estos métodos hay un parámetro "c" que determina la severidad de la penalización y, en consecuencia, el grado en que el problema sin restricciones se aproxima al problema original.

Por tanto, estos métodos parten de un problema original que tiene la siguiente forma:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(X) \\ \text{sujeto a} & X \in S \end{array} \quad (7.1)$$

donde f es la función a minimizar, X un vector que contiene los n grados de libertad del sistema, y S es un conjunto de valores de X permitidos (restricciones). En los métodos

de penalización se transforma este problema con restricciones en el en el siguiente sin restricciones:

$$\text{minimizar } f(X) + c P(X) \quad (7.2)$$

donde c es una constante positiva y P es una ecuación en E^n que satisface:

- 1) P es continua
- 2) $P(X) \geq 0$ para toda $X \in E^n$
- 3) $P(X) = 0$ si, y sólo si, $X \in S$

Por tanto, los métodos de penalización resuelven un problema de optimización no lineal sin restricciones. El valor del parámetro " c " juega un papel determinante: por un lado interesa utilizar valores de " c " grandes porque al aumentar el valor de " c " la influencia de las restricciones es mayor y la solución se aproxima más a la del problema original. Sin embargo, esto repercute en un aumento del tiempo de convergencia del método.

Para resolver este problema se puede emplear cualquier técnica de programación no lineal sin restricciones. En este trabajo se han implementado los tres métodos siguientes:

- Método del gradiente descendiente
- Método de Powell
- Método del gradiente conjugado

Dichos métodos se han aplicado a la minimización de RCS según la aproximación de Óptica Física (PO), considerando tanto formas simples como objetos arbitrarios.

7.2.1 Método del gradiente descendiente

Uno de los métodos de minimización de una función de varias variables más antiguos y conocidos es el método del gradiente descendiente o del descenso de mayor pendiente. Este método es de gran importancia teórica porque es uno de los más sencillos para los que existe un análisis satisfactorio. A menudo, se utilizan algoritmos más avanzados en los que se han modificado algunos aspectos de la técnica básica de descenso de mayor pendiente para llegar a un algoritmo nuevo con mejores propiedades de convergencia.

Algoritmo

Sea $q(X)$ la función a minimizar, con primeras derivadas parciales continuas. El algoritmo iterativo de minimización es:

$$X_{k+1} = X_k - \alpha_k \nabla q(X_k)^T \quad (7.3)$$

donde $\alpha_k \geq 0$ es un escalar que minimiza $q(X_k - \alpha_k \nabla q(X_k)^T)$. Obsérvese que hay un desplazamiento en el sentido opuesto al gradiente de la función hasta hallar un mínimo, tal como se muestra en la figura 7-6. A este proceso de minimización a lo largo de una recta se le denomina *búsqueda lineal*. El valor de la función en X_{k+1} es menor que en X_k . La iteración continúa hasta que X_k es un mínimo relativo o solución X^* .

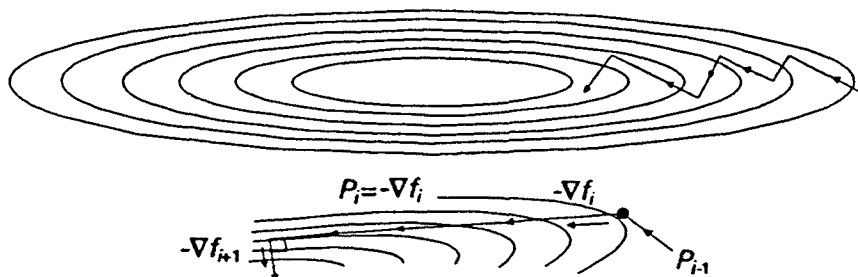


Figura 7-6: Método del gradiente descendente.

Propiedades de convergencia

La máxima velocidad de convergencia del método viene dada por el siguiente teorema:

Teorema 1: Si la sucesión $\{X_k\}$ dada por la ecuación (7.3) converge a la solución X^* , entonces la sucesión $\{q(X_k)\}$ converge linealmente a $\{q(X^*)\}$, con una tasa máxima de convergencia dada por

$$\beta = \left(\frac{A - a}{A + a} \right)^2 \quad (7.4)$$

donde "a" y "A" son los autovalores (positivos) mínimo y máximo de la matriz hessiana de q . Esta tasa máxima de convergencia puede relacionarse con la excentricidad de las "curvas de nivel" de $q(X)$. Cuanto mayor sea esta excentricidad, más lenta será la convergencia.

La tasa real depende del punto inicial X_0 , pero en un problema cuadrático el método no suele ser mucho más lento, según demostró Akaike. En cambio, cuando se aplica a

problemas de penalización, tal como indica [Luenberger'89], la tasa de convergencia se aproxima a la unidad.

7.2.2 Métodos de las direcciones conjugadas

Los métodos de las direcciones conjugadas están definidos para el problema cuadrático:

$$\text{minimizar } \frac{1}{2}X^T Q X - b^T X \quad (7.5)$$

donde Q es una matriz $n \times n$ simétrica y definida positiva. Las técnicas desarrolladas para este problema se extienden, por aproximación, a problemas más generales: se argumenta que, como cerca del punto solución todo problema es aproximadamente cuadrático, el comportamiento de la convergencia es similar al de la situación cuadrática pura. Los métodos de direcciones conjugadas, sobre todo el método del gradiente conjugado, han demostrado ser muy efectivos en el tratamiento de funciones objetivo genéricas y están considerados entre los mejores métodos de propósito general existentes.

En esta sección primero se va a introducir el concepto de "*direcciones conjugadas*" y la importancia que tienen las mismas. La demostración de las proposiciones y definiciones que se exponen brevemente aquí se puede encontrar en [Luenberger'89]. A continuación se expondrá el funcionamiento de dos de los algoritmos que trabajan con direcciones conjugadas, los cuales se han implementado en esta tesis: el algoritmo de Powell y el algoritmo del gradiente conjugado. Se han elegido estos dos métodos por presentar características claramente diferentes y por ser, a priori, bastante eficientes: el algoritmo de Powell tiene la particularidad de no requerir el cálculo del gradiente de la función y el método del gradiente conjugado, como se ha comentado antes, es muy efectivo y no requiere algoritmos complejos.

Definición de dirección conjugada: Dada una matriz simétrica Q , se dice que los vectores d_1 , y d_2 son ortogonales Q , o conjugados respecto a Q , si $d_1^T Q d_2 = 0$. Así, si $Q=0$ dos vectores cualesquiera serían conjugados, mientras que si $Q=I$, la conjugación equivale a la notación usual de ortogonalidad.

Proposición: Si Q es definida positiva y el conjunto de vectores distintos de cero $d_0, d_1, d_2 \dots d_k$ son ortogonales Q , entonces estos vectores son linealmente independientes.

Importancia de la ortogonalidad Q en la resolución del problema cuadrático: Sea el problema cuadrático

$$\text{minimizar } \frac{1}{2}X^T Q X - b^T X \quad (7.6)$$

con Q definida positiva. La única solución a este problema también lo es de la ecuación lineal

$$Q X = b \quad (7.7)$$

Por tanto, el problema cuadrático es equivalente a un sistema de ecuaciones lineales.

Sean $d_0, d_1, d_2 \dots d_{n-1}$ n vectores ortogonales Q distintos de cero correspondientes a la matriz Q $n \times n$ definida positiva. Por la proposición anterior son linealmente independientes, lo que implica que la solución X^* de (7.6) y (7.7) se puede desarrollar en función de estos vectores de la forma:

$$X^* = \alpha_0 d_0 + \alpha_1 d_1 + \dots + \alpha_{n-1} d_{n-1} \quad (7.8)$$

para algún conjunto $\{\alpha_i\}$. Multiplicando por Q y tomando luego el producto escalar con d_i , resulta

$$\alpha_i = \frac{d_i^T Q X^*}{d_i^T Q d_i} = \frac{d_i^T b}{d_i^T Q d_i} \quad (7.9)$$

Esto demuestra que las α_i y, en consecuencia, la solución X^* se pueden hallar mediante productos escalares simples. El resultado final es

$$X^* = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{d_i^T b}{d_i^T Q d_i} d_i \quad (7.10)$$

En (7.10) hay dos ideas implícitas:

- 1) Hay que seleccionar un conjunto ortogonal Q de vectores d_i de forma que tomando un producto escalar apropiado se anulen todos los términos del lado derecho de (7.8) excepto el i -ésimo.
- 2) Utilizando la ortogonalidad Q , la ecuación resultante para α_i se puede expresar en función del vector conocido b en lugar del vector desconocido X^* , de forma que los coeficientes se pueden evaluar sin conocer X^* .

La expansión para X^* (7.8) se puede considerar como el resultado de un proceso iterativo de n pasos, en el que se añade $\alpha_i d_i$ en el i -ésimo paso. Dado un punto inicial para la iteración, este procedimiento constituye el método de direcciones conjugadas básico.

Teorema de la dirección conjugada: Sea $\{d_i\}_{i=0}^{n-1}$ un conjunto de vectores ortogonales Q distintos de cero. Para cualquier $X_0 \in E^n$, la sucesión X_k generada según

$$X_{k+1} = X_k + \alpha_k d_k, \quad k \geq 0 \quad (7.11)$$

con

$$\alpha_k = - \frac{g_k^T d_k}{d_k^T Q d_k} \quad (7.12)$$

y

$$g_k = Q X_k - b \quad (7.13)$$

converge a la solución única de $QX = b$ después de n pasos, es decir, $X_n = X^*$.

La ventaja principal de utilizar direcciones conjugadas en el proceso de minimización estriba en que si se realizan minimizaciones sucesivas de una función a lo largo de un conjunto de direcciones conjugadas, no es necesario volver a realizar cálculos sobre ninguna de esas direcciones. Es decir, en un espacio n -dimensional un conjunto de n minimizaciones lineales a lo largo de cada una de estas direcciones conjugadas consigue llegar al mínimo exacto de una función cuadrática, pues son direcciones linealmente independientes. Por ello, se dice que estos métodos tienen convergencia cuadrática, mientras que el algoritmo del gradiente descendiente sólo posee convergencia lineal con una función cuadrática.

Cuando las funciones no son exactamente cuadráticas, no se consigue el mínimo exacto en n iteraciones lineales; pero varios ciclos de n minimizaciones lineales pueden conseguir una convergencia cuadrática hacia el mínimo.

a) Método de Powell

El método de Powell de resolución de problemas de programación no lineal sin restricciones, descrito por Powell en 1964 con un pequeño error corregido por Zangwill en 1967, es una modificación de un método cuadráticamente convergente propuesto en 1962 por Smith. Para problemas cuadráticos ambos métodos aseguran convergencia en

un número finito de pasos, entendiendo por paso la evaluación de la función a minimizar o sus derivadas, haciendo uso de las propiedades de las *direcciones conjugadas* y sin necesidad de calcular gradientes ni derivadas. A continuación se presenta el algoritmo de este método y se hacen algunos comentarios sobre el funcionamiento del mismo.

Algoritmo básico de Powell

Sea X_0 una aproximación inicial y sean (u_1, \dots, u_n) los vectores unitarios de la base canónica de \mathbb{R}^n :

$$\begin{aligned} u_1 &= (1,0,0,\dots,0)^T \\ u_2 &= (0,1,0,\dots,0)^T \\ &\vdots \\ u_n &= (0,0,0,\dots,1)^T \end{aligned} \quad (7.14)$$

Se repite la siguiente secuencia de pasos en cada iteración del proceso hasta llegar a un mínimo:

- 1) Guardar el punto inicial X_0
- 2) Para $i = 1, \dots, n$ mover X_{i-1} hacia el mínimo en la dirección u_i y asignar este punto a X_i , es decir, hallar los α_i que minimizan $q(X_{i-1} + \alpha_i u_i)$ y definir

$$X_i \triangleq X_{i-1} + \alpha_i u_i \quad (7.15)$$

- 3) $\forall i = 1, \dots, n-1$, cambiar u_i por u_{i+1} :

$$u_1 \leftarrow u_2 ; u_2 \leftarrow u_3 ; u_3 \leftarrow u_4 ; \dots ; u_{n-1} \leftarrow u_n \quad (7.16)$$

- 4) Hacer la asignación $u_n = X_n - X_0$;
- 5) Mover X_n al mínimo en la dirección u_n y denominar a este punto X_0 , es decir, hallar α que minimiza $q(X_0 + \alpha u_n)$ y hacer $X_0 \leftarrow X_0 + \alpha u_n$.
- 6) Volver a 1) si no se ha llegado al mínimo.

Powell demostró en 1964 que para una forma cuadrática k iteraciones del procedimiento básico expuesto arriba conseguían un conjunto de direcciones u_i cuyos k últimos miembros (u_{n-k+1}, \dots, u_n) eran conjugados entre sí. Por tanto, n iteraciones del mismo

procedimiento básico, que representan $n(n+1)$ minimizaciones lineales en total, minimizaban una forma cuadrática. Para una función general no cuadrática, la iteración es repetida hasta que se satisface algún criterio de detención.

Desafortunadamente, hay un problema con el algoritmo de convergencia cuadrática de Powell. El proceso de eliminar u_j para introducir como nueva dirección de minimización $X_n - X_0$ en cada paso tiende a generar conjuntos de direcciones que se combinan y se convierten en direcciones linealmente dependientes. Cuando esto ocurre, el proceso encuentra el mínimo de la función "q" solamente sobre un subespacio del espacio total n-dimensional; en otras palabras, no obtiene la solución correcta. Por tanto, en las implementaciones prácticas no se utiliza exactamente el algoritmo que se ha descrito arriba, sino que se introducen algunas modificaciones sobre el mismo para evitar este problema.

Hay varios caminos para resolver el problema de la dependencia lineal del algoritmo de Powell [Press'92]. El algoritmo que se ha implementado en esta tesis también utiliza la dirección $X_n - X_0$ como nueva dirección, pues es la dirección resultante de las n minimizaciones realizadas en el paso anterior. La diferencia más importante respecto al algoritmo anterior es la de descartar la dirección antigua en cuya minimización la función "q" ha sufrido el mayor decrecimiento. Esto parece paradójico porque aquella dirección fue la mejor en la iteración anterior. Sin embargo, esta dirección es la que más se parece a la nueva dirección $X_n - X_0$ y, por tanto, la que más influye en la dependencia lineal del conjunto de direcciones.

b) Método del gradiente conjugado

El método del gradiente conjugado es el método de las direcciones conjugadas que se obtiene eligiendo vectores de dirección en cada iteración que sean conjugados del conjunto de gradientes obtenidos en iteraciones anteriores. Así, las direcciones no se especifican antes de la iteración, sino que se determinan secuencialmente en cada paso de la iteración. En el paso k se evalúa el vector de gradiente negativo actual y se le suma una combinación lineal de los vectores direcciones anteriores para obtener un vector de dirección conjugada nuevo a lo largo de la cual se realiza la minimización lineal.

Este método de generación de direcciones conjugadas tiene tres ventajas básicas:

- 1) El gradiente es siempre distinto de cero y linealmente independiente de todos los vectores de dirección anteriores, salvo que se alcance la solución en menos de n pasos. En realidad, el gradiente g_k es ortogonal al subespacio generado

por d_0, d_1, \dots, d_{k-1} . Si la solución se alcanza antes de n pasos, el gradiente se anula y el proceso termina.

2) Una ventaja muy importante de este método es la fórmula extremadamente sencilla que se utiliza para determinar el nuevo vector dirección. Esta sencillez hace que el método sea sólo ligeramente más complicado que el método del gradiente descendiente.

3) Como las direcciones están basadas en los gradientes, el proceso realiza en cada paso un avance uniforme hacia la solución. Esto contrasta con la situación para sucesiones arbitrarias de direcciones conjugadas, en la cual el avance puede ser insignificante hasta los últimos pasos. Aunque el avance uniforme no tiene mayor importancia para el problema cuadrático puro, sí es importante para generalizaciones a problemas no cuadráticos.

Algoritmo del gradiente conjugado:

Comenzando con cualquier $X_0 \in E^n$, la primera dirección de minimización es el gradiente descendiente:

$$d_0 = -g_0 = b - QX_0 \quad (7.17)$$

La iteración es:

$$X_{k+1} = X_k + \alpha_k d_k \quad (7.18)$$

$$\alpha_k = -\frac{g_k^T d_k}{d_k^T Q d_k} \quad (7.19)$$

$$d_{k+1} = -g_{k+1} + \beta_k d_k \quad (7.20)$$

$$\beta_k = \frac{g_k^T Q d_k}{d_k^T Q d_k} \quad (7.21)$$

donde $g_k = QX_k - b$ es el gradiente en el paso k -ésimo.

En este algoritmo el primer paso es idéntico a un paso del descenso de mayor pendiente, mientras que cada paso sucesivo se mueve en una dirección que es una combinación

lineal del gradiente actual y el vector dirección anterior. El atractivo del algoritmo está en la sencillez de las fórmulas de actualización del vector dirección (7.18) y (7.19). Este método es sólo ligeramente más complicado que el método del descenso de mayor pendiente, pero converge en un número finito de pasos.

Método del gradiente conjugado parcial

En esta variante del método del gradiente conjugado cada $m+1 < n$ pasos se reinicializa el proceso con d_k igual al gradiente descendiente $-g_k$. El caso especial $m=0$ corresponde al método estándar del gradiente descendiente, mientras que $m=n-1$ corresponde al método del gradiente conjugado completo.

El método del gradiente conjugado parcial es muy adecuado para problemas de penalización o de barrera con unas cuantas restricciones activas. Puede demostrarse que si hay m restricciones activas, entonces al tomar ciclos de $m+1$ pasos del gradiente conjugado la tasa de convergencia es independiente de la constante de penalización "c". Por ejemplo, considérese un problema que sólo tiene restricciones de igualdad

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(X) \\ &\text{sujeto a } h(X) = 0 \end{aligned} \quad (7.22)$$

donde $X \in E^n$, $h(X) \in E^m$, $m < n$. Al aplicar el método estándar de penalización cuadrática, se resuelve el problema sin restricciones siguiente

$$\text{minimizar } f(X) + \frac{1}{2} c |h(X)|^2 \quad (7.23)$$

para alguna c positiva y grande. La función objetivo de este problema tiene una matriz hessiana [Luenberger'89] con m valores propios con magnitud de orden c , mientras que los $n-m$ valores propios restantes están cerca de los valores propios de la matriz L_M , correspondientes a la función f de (7.22). Así, al determinar X_{k+1} a partir de X_k tomando $m+1$ pasos de un método de gradiente conjugado (no cuadrático), y suponiendo que X_k tiende a una solución \bar{X} de (7.23), la sucesión $\{f(X_k)\}$ converge linealmente a $f(\bar{X})$ con una razón de convergencia aproximadamente igual a

$$\left(\frac{A - a}{A + a} \right)^2 \quad (7.24)$$

donde a y A son, respectivamente, los valores propios menor y mayor de $L_M(\bar{X})$.

Esta es una técnica muy efectiva cuando m es relativamente pequeña. El método puede utilizarse también para problemas con restricciones de desigualdad, pero en este caso

es conveniente cambiar la longitud del ciclo, dependiendo del número de restricciones activas al final del ciclo anterior.

Extensión a problemas no cuadráticos

El problema general de minimización sin restricciones

$$\text{minimizar } f(X) \quad X \in E^n \quad (7.25)$$

se puede tratar por aproximaciones adecuadas del algoritmo del gradiente conjugado, lo que se puede hacer de varias maneras dependiendo, en parte, de la elección de las propiedades de "f" que se calculan fácilmente. En [Luenberger'89] se presentan varias de estas técnicas. Aquí se expone el algoritmo de búsqueda lineal de Fletcher-Reeves que ha sido el utilizado en la aplicación del gradiente conjugado a la optimización de la función no cuadrática de RCS afectada por el término de las restricciones (método de penalización).

El algoritmo utilizado en esta tesis es:

Paso 1: Dado un punto inicial X_0 , calcular $g_0 = \nabla f(X_0)^T$ y tomar $d_0 = -g_0$

Paso 2: Para $k = 0, 1, \dots, n-1$:

a) Hacer $X_{k+1} = X_k + \alpha_k d_k$, donde α_k minimiza $f(X_k + \alpha d_k)$

b) Calcular $g_{k+1} = \nabla f(X_{k+1})^T$

c) Mientras $k < n-1$, hacer $d_{k+1} = -g_{k+1} + \beta_k d_k$, donde

$$\beta_k = \frac{g_{k+1}^T g_{k+1}}{g_k^T g_k} \quad (7.26)$$

Paso 3: Sustituir X_0 por X_n y volver al paso 1.

7.3 OPTIMIZACION DE FORMAS SIMPLES

En este apartado se realiza un estudio comparativo de los tres métodos de optimización presentados en la sección anterior aplicándolos al problema que nos ocupa de la minimización de sección recta radar. Para comprobar el funcionamiento correcto de los algoritmos desarrollados, se han hecho unas pruebas preliminares sobre funciones cuadráticas. El problema planteado ha sido:

$$\text{minimizar } F(X) = c + B^T X + \frac{1}{2} X^T A X \quad (7.27)$$

que tiene el mínimo en

$$X = A^{-1} b \quad (7.28)$$

La matriz A de este problema es la matriz Hessiana de $F(X)$, definida positiva y de orden 10. A partir de las pruebas realizadas sobre este problema concreto y según la teoría expuesta anteriormente, se pueden mencionar las siguientes propiedades de cada uno de estos métodos:

Método del gradiente descendiente

- Es un método muy simple
- Precisa el cálculo del gradiente de la función
- Si A es una matriz mal condicionada tiene una convergencia muy lenta
- Cuando A está muy mal condicionada no converge al mínimo

Por tanto, no es aconsejable su uso en problemas cuya matriz Hessiana A esté muy mal condicionada.

Método de las direcciones conjugadas de Powell

- No requiere estimación del gradiente
- Utiliza búsquedas lineales para llegar al mínimo en cada dirección de minimización. Para estas pruebas se ha elegido el algoritmo de minimización lineal de Brent [Press'92]
- Es el método más lento de los tres cuando la matriz está bien condicionada
- Al empeorar el condicionamiento el número de iteraciones aumenta relativamente poco.
- El error relativo de la solución es apreciable si la matriz A está mal condicionada

Gradiente conjugado

- Precisa el cálculo del gradiente de la función
- Es el más rápido de los tres métodos
- Es el que mejor converge
- Es el que produce menor error relativo

A partir de estas propiedades se prevé que al aplicar estos métodos en la minimización de sección recta, el algoritmo del gradiente conjugado será el que ofrezca un mejor comportamiento.

A continuación se presentan las pruebas de minimización de sección recta con restricciones realizadas sobre objetos canónicos para demostrar la viabilidad de los métodos de optimización no lineal. Las tres geometrías simples escogidas para optimizar son:

- Optimización de la sección recta de un diedro asimétrico (placas de distinto tamaño)
- Optimización de la sección recta de un elipsoide
- Optimización de la sección recta de un conjunto de dos elipsoides

Se han elegido estos tres problemas por ser sencillos y porque la RCS tiene una expresión cerrada [Maffet'89]. Además, son tres problemas muy distintos entre sí, lo cual hace que la minimización de la RCS de cada uno de ellos sea un problema particular, con propiedades muy distintas.

La minimización de la RCS de un diedro se ha elegido por dos razones. La primera es que se trata de un problema de una sola variable: el ángulo interno del diedro. La segunda es que la minimización de la RCS de un diedro es un problema de gran importancia práctica en el diseño de aviones de baja detectabilidad, puesto que las dobles reflexiones producidas en los diedros que forman el estabilizador horizontal con el vertical o las alas con el fuselaje pueden proporcionar una contribución importante a la RCS del avión.

El segundo problema analizado ha sido la minimización de la sección recta de un elipsoide. Este es un problema de cuatro variables: el tamaño de cada uno de los tres semiejes del elipsoide y la orientación del elipsoide. Además presenta la particularidad de tener una función de RCS con un comportamiento bastante suave al variar distintos parámetros.

Por último, se estudia la minimización de la RCS de dos elipsoides. El motivo de este análisis es que la presencia de dos objetos separados una cierta distancia produce cancelaciones de fase y una variación rápida de la RCS. Este es el problema que más se aproxima al caso de optimización de objetos arbitrarios que se plantea en la sección 7.3.3 de este capítulo.

A continuación se van a presentar los resultados de las pruebas más representativas de entre todas las que se han realizado.

7.3.1 Optimización de diedros

Los diedros que se forman entre los estabilizadores horizontal y vertical y entre las alas y el fuselaje de los aviones pueden aportar una contribución muy importante a la RCS. Por ello, en el diseño de aviones de baja detectabilidad se ha trabajado para reducir en lo posible dicha contribución. Esta es la razón por la que existe una amplia bibliografía que analiza el comportamiento de los diedros [Maffet'89].

En este trabajo se ha analizado la optimización de la RCS de un diedro porque permite estudiar el comportamiento de la RCS y los criterios de minimización en función de una única variable: el ángulo interno del diedro.

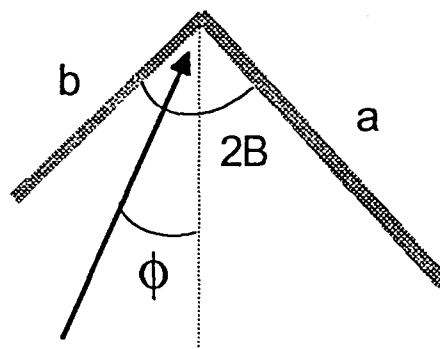


Figura 7-7: Diedro asimétrico de ángulo interno $2B=90^\circ$

En todas las pruebas realizadas se ha partido de un diedro de 90° con los parámetros que se definen en la figura 7-7, y cuyos valores son $Ka=45$, $Kb=30$. El ángulo de incidencia se ha restringido al interior del diedro, y la variable a optimizar es el ángulo interno $2B$. Únicamente se ha considerado la simple y doble reflexión en las caras del diedro, pero no la difracción en aristas.

En la figura 7-8 se muestra la RCS del diedro de 90° presentado arriba en función del ángulo de incidencia respecto a la bisectriz. En los extremos de la gráfica se encuentran dos máximos correspondientes a la reflexión especular de las placas para las direcciones de incidencia perpendiculares a cada una de ellas. Los valores bastante elevados de RCS obtenidos para incidencias oblicuas a las dos caras los provoca la contribución de las dobles reflexiones. El desplazamiento del máximo central hacia un lado de la gráfica se debe a que el diedro es asimétrico, lo cual también repercute en que los dos máximos obtenidos por la reflexión especular en las direcciones perpendiculares a cada una de las placas no sean de la misma magnitud.

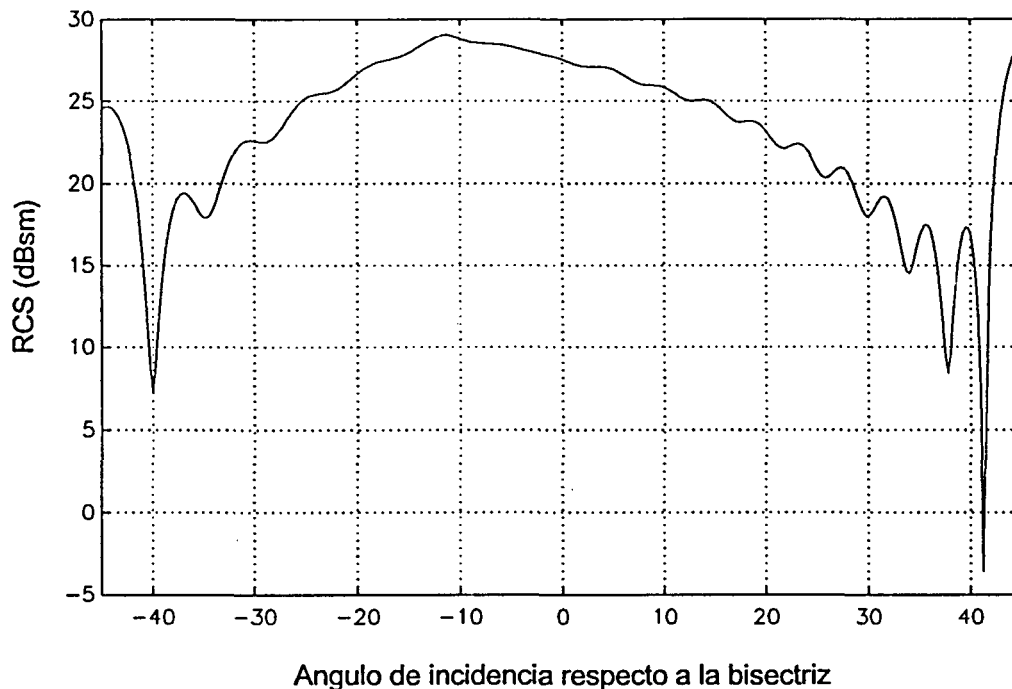


Figura 7-8: RCS del diedro del ejemplo con $2B=90^\circ$ en función del ángulo de incidencia respecto a la bisectriz.

En todos los problemas se ha mantenido constante el tamaño de las placas, porque sino se llega a la solución trivial: tamaño de las placas nulo. Además, se ha impuesto que el ángulo interno del diedro se encuentre entre los valores de $2B=60^\circ$ y $2B=120^\circ$ para que tenga sentido físico: los diedros que se forman en los aviones están dentro de este margen de valores.

1^{er} PROBLEMA

ENUNCIADO: Optimización del ángulo interno del diedro de sección recta mínima para una dirección de incidencia fija ($\phi=-11,30^\circ$). La gráfica de la figura 7-9 representa la RCS para el ángulo de incidencia $\phi = -11,3^\circ$ en función del ángulo interno del diedro. En esta figura se observa que la función presenta varios mínimos. Sin embargo, todos los algoritmos han convergido a $2B=133,6^\circ$.

En la figura 7-10 se muestra la RCS en función de la dirección de incidencia para el diedro de $2B=133,6^\circ$. Comparando con la RCS del diedro de 90° de la figura 7-8 se observa una clara disminución de la contribución de las dobles reflexiones para las incidencias oblicuas a las caras del diedro y la presencia del nulo en $-11,3^\circ$.

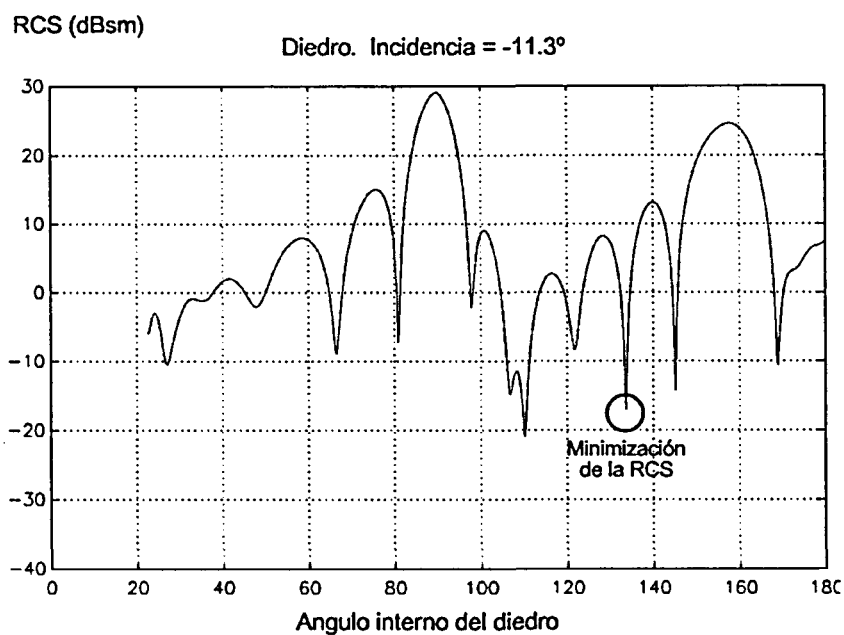


Figura 7-9: RCS de un diedro en función del ángulo interno del mismo para la incidencia $\phi = -11,3^\circ$ (mínimo en $2B = 133,6^\circ$)

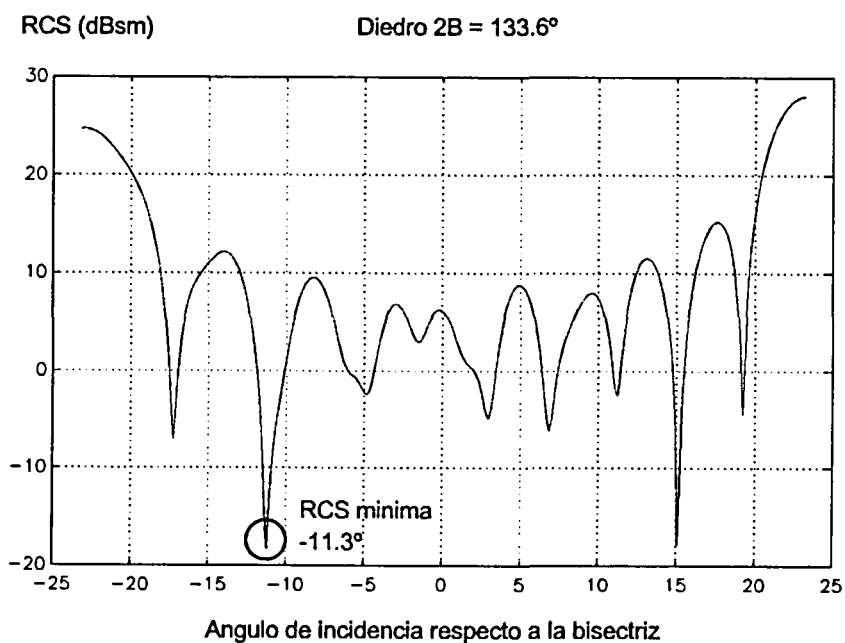


Figura 7-10: Valor de la RCS en función de la incidencia para $2B = 133,6^\circ$

2º PROBLEMA

ENUNCIADO: Minimizar la RCS media para todo el conjunto de direcciones de incidencia en el interior del diedro, excluyendo los lóbulos de reflexión simple en las placas.

En la figura 7-11 se representan dos funciones: por un lado se muestra la RCS media del conjunto de direcciones de incidencia interiores al diedro excluyendo los lóbulos de reflexión simple de las placas (línea de trazo discontinuo) y, por otro, la RCS máxima para estas mismas incidencias (línea continua). Las dos gráficas se representan en función del ángulo interno del diedro. Puede observarse que las dos tienen un comportamiento bastante similar, pero la gráfica de la RCS media es más suave que la del máximo de RCS, lo cual favorece un mejor comportamiento de los métodos de optimización, es decir, facilita el camino hacia el mínimo global y no hacia un mínimo local. Según estas gráficas, la RCS media mínima se obtiene para un ángulo interno $2B=107,5^\circ$. A este valor convergen los tres métodos de optimización estudiados.

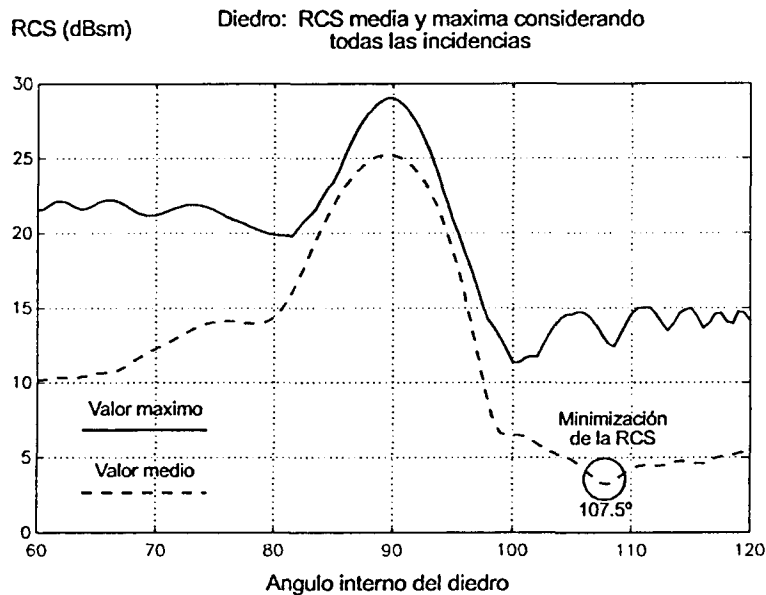


Figura 7-11: RCS media y máxima considerando todas las incidencias internas al diedro (mínimo en $2B=107,5^\circ$)

En la figura 7-12 se muestra el valor de la RCS del diedro que se ha obtenido como resultado ($2B=107,5^\circ$) en función del ángulo de incidencia respecto de la bisectriz. Puede observarse que los valores de RCS para incidencias en el interior del diedro todavía son más bajos que los obtenidos en el ejemplo anterior (figura 7-10).

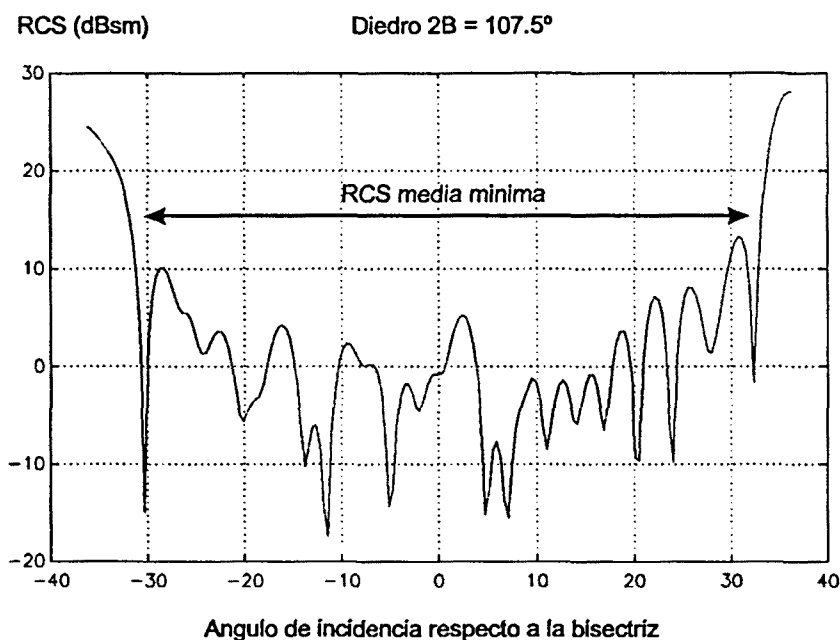


Figura 7-12: RCS del diedro de ángulo interno $2B=107,5^\circ$ respecto al ángulo de incidencia.

3^{er} PROBLEMA

ENUNCIADO: Minimizar la RCS media para direcciones de incidencia comprendidas en el intervalo entre -10° y 10° .

La curva continua de la gráfica de la figura 7-13 representa la función RCS máxima para ángulos de incidencia comprendidos entre -10° y 10° y la curva en trazo discontinuo representa el valor medio de la RCS para estas direcciones de incidencia. Ambas curvas se han representado en función del ángulo interno del diedro ($2B$). Puede observarse que, igual que en el segundo problema, las dos curvas son bastante paralelas: los máximos y mínimos principales se encuentran prácticamente en los mismos valores del ángulo interno del diedro. También en este caso puede observarse como la función de la RCS media es más suave que la RCS máxima. Observando esta gráfica se deduce que el resultado de la minimización de ambas funciones debería ser prácticamente el mismo. Sin embargo, al aplicar técnicas de minimización no lineal se llega más fácilmente al valor del mínimo utilizando la RCS media que con la RCS máxima, porque es más suave y no presenta tantos máximos y mínimos relativos. Con las técnicas de minimización estudiadas se ha llegado al mínimo global $2B=111.8^\circ$.

En la figura 7-14 se presenta la RCS del diedro $2B=111,8^\circ$ en función del ángulo de incidencia. Puede observarse que en el intervalo entre -10° y 10° , los máximos relativos

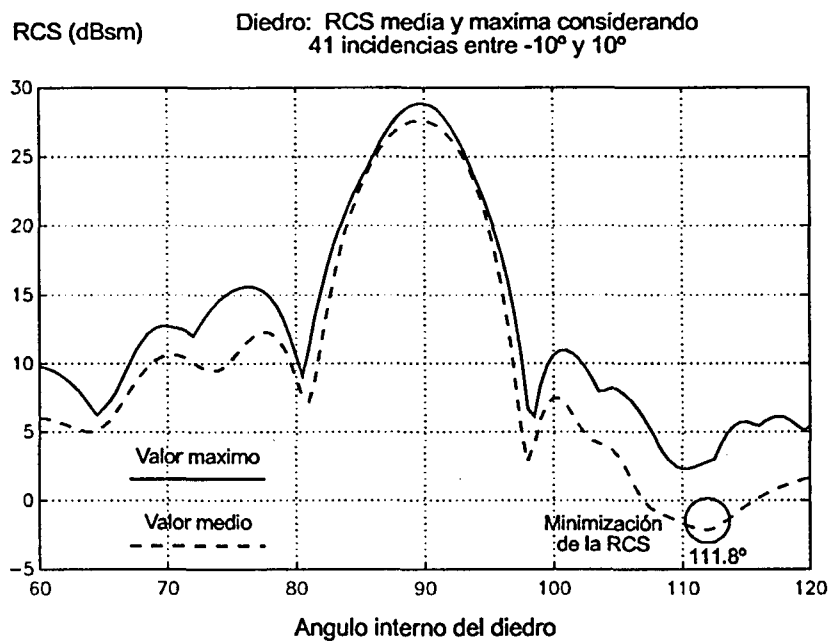


Figura 7-13: RCS media y máxima en función del ángulo interno del diedro para incidencias comprendidas entre -10° y 10° : mínimo en $2B=111,8^\circ$

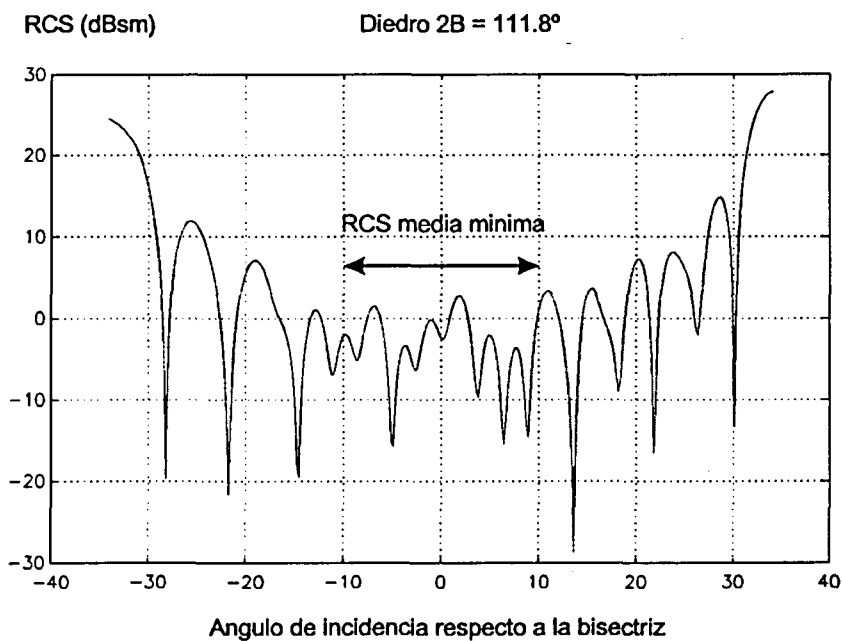


Figura 7-14: Valor de la RCS de un diedro asimétrico con ángulo interno $2B=111,8^\circ$ en función del ángulo de incidencia.

son más bajos que en los casos anteriores.

7.3.2 Optimización de un elipsoide

El segundo problema que se ha estudiado ha sido la minimización de la RCS de un elipsoide. El motivo de esta elección ha sido que la función de la RCS en este caso es una función de 4 variables: los tres semiejes de la elipse más la orientación de la misma y, además, al ser un objeto sencillo en el que no hay reflexiones múltiples ni cancelaciones de fase, su función de RCS tiene un comportamiento suave. El elipsoide se muestra en la figura 7-15, indicando las variables a optimizar (a , b y c son los semiejes y ϕ la orientación del semieje a respecto a la dirección de incidencia).

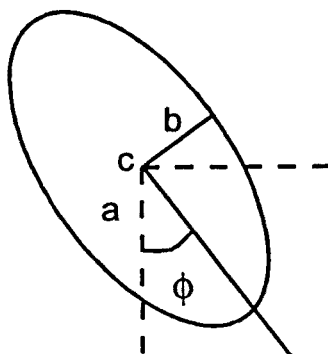


Figura 7-15: Elipsoide de semiejes a , b , c orientado en dirección ϕ .

Inicialmente se hizo alguna prueba en la que sólo se imponía como restricción el mantenimiento del volumen a un valor constante. En este caso, como ya se había previsto, se llega a un tamaño nulo de los semiejes de la elipse perpendiculares a la dirección de observación, lo cual no tiene ningún sentido físico pero sí demuestra el buen funcionamiento de los métodos de optimización.

Un problema más realista es el siguiente:

ENUNCIADO: Minimización de la sección recta de un elipsoide para una dirección de incidencia de 15° , con las restricciones geométricas:

- Tamaño máximo de los semiejes igual a 4
- Tamaño mínimo de los semiejes igual a 0,1
- Volumen constante

El objeto inicial es una esfera de radio 1. El resultado obtenido con cada uno de los tres métodos estudiados se muestra en la siguiente tabla. Se han incluido también los resultados obtenidos con el método simplex de minimización que proporciona el

software matemático MATLAB versión 3.5. La tabla muestra los valores finales de las variables, el número de iteraciones y el número de operaciones requeridas por cada uno de los métodos.

	Gradiente descendiente	Powell	Simplex (MATLAB)	Gradiente conjugado	Grad. conj. 1/2 penaliz.
a	3.98	0.19	4.00	4.00	3.99
b	0.53	4.00	0.61	0.60	0.59
c	0.46	1.28	0.41	0.41	0.42
phi	15.0	-75.0	15.0	34.1	18.3
RCS (dBλ ²)	-19.0	-19.1	-19.1	-18.2	-19.6
iter	569	15	437	12	12
Kflops	1748	155	66	45	41

Si se analizan los resultados que se presentan en la tabla se deduce que todos los métodos llegan a un mínimo de RCS. El gradiente conjugado es el más rápido, aunque para que llegue al mismo mínimo requiere un valor menor de la penalización (comparar los valores obtenidos en las dos últimas columnas). El que presenta el peor comportamiento es el método del gradiente descendiente. Por otro lado, se observa que el elipsoide que obtiene el método de Powell queda orientado en $\phi = -75^\circ$ mientras que los demás métodos orientan el elipsoide en la dirección $\phi = 15^\circ$, que era el resultado esperado. Esto es debido a que el método de Powell ha hecho coincidir la dirección de incidencia con la del eje "b", llevando el tamaño del mismo al máximo permitido ($b=4$) y minimizando el tamaño de los otros dos semiejes dentro de los límites que permiten las restricciones. Los demás métodos han hecho coincidir la dirección de incidencia con el eje "a" y han minimizado el tamaño de los semiejes "b" y "c". Ambos resultados son equivalentes

7.3.3 Optimización de un conjunto de dos elipsoides

La presencia de dos objetos separados una distancia eléctricamente grande produce cancelaciones de fase y una variación muy rápida de la RCS. Por ello, es el ejemplo canónico que más se aproxima a los problemas reales de minimización de sección recta de objetos arbitrarios.

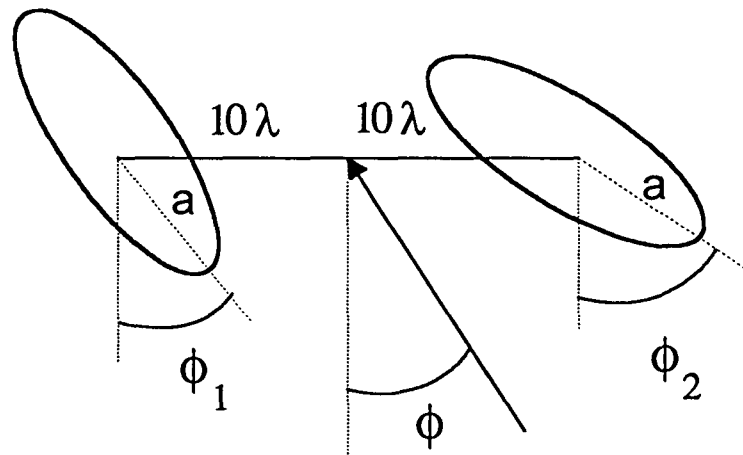


Figura 7-16: Dos elipsoides separados 20λ . ϕ es la dirección de observación y ϕ_1 y ϕ_2 las direcciones de cada uno de los semiejes "a" de las elipse.

El problema que se ha analizado en todas las pruebas es el que se presenta en la figura 7-16. La separación entre los elipsoides es de 20λ y la forma inicial son dos esferas de radio 1λ . Este problema tiene ocho grados de libertad: el tamaño de los tres semiejes de cada elipsoide y la orientación de los elipsoides respecto a la dirección de incidencia.

La interferencia entre las contribuciones de los dos elipsoides provoca rápidas oscilaciones de la RCS. Este efecto se pone de manifiesto en la gráfica de la figura 7-17, que presenta la curva de RCS de dos esferas de radio 1λ con una separación entre centros de 20λ . En esta gráfica se pueden apreciar multitud de máximos y mínimos estrechos, los cuales demuestran que una pequeña variación del ángulo de incidencia puede provocar una variación grande del valor de la RCS.

En los problemas que se presentan a continuación se han impuesto las siguientes restricciones:

- Tamaño máximo de los semiejes igual a la mitad de la distancia entre centros de los elipsoides, para que no se solapen uno con otro.
- Volumen de cada elipsoide constante

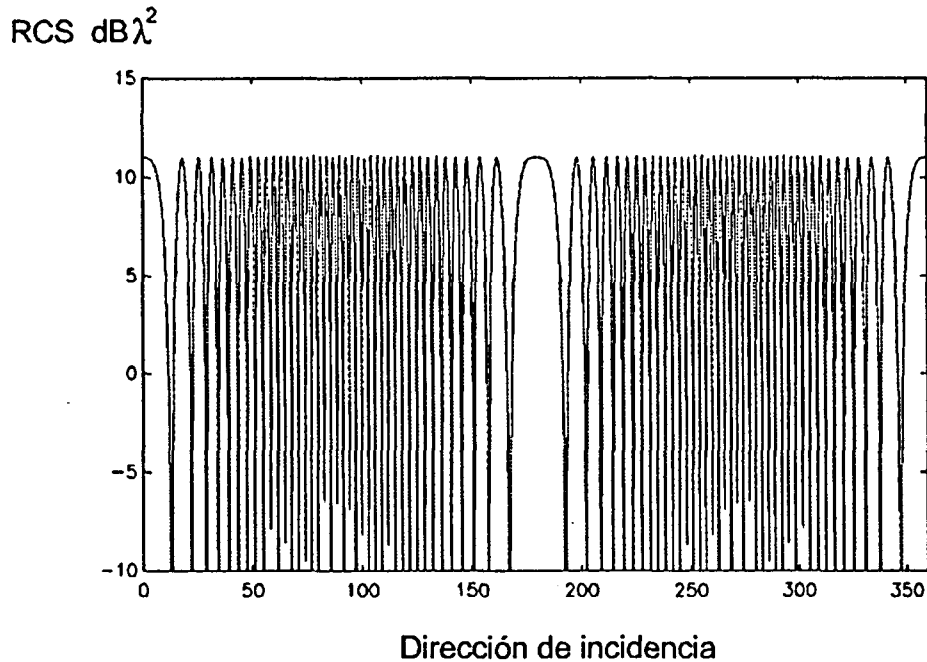


Figura 7-17: RCS de 2 esferas separadas 20λ respecto a la dirección de incidencia

1^{er} PROBLEMA

ENUNCIADO: Minimización de la RCS de dos elipsoides separados 20λ para la dirección de incidencia de 15° .

En la tabla siguiente se presentan los resultados obtenidos por los tres métodos que se han utilizado en el análisis.

	Gradiente descendiente	Powell	Gradiente conjugado
ϕ_1	0°	-85°	-2.9°
ϕ_2	0.3°	41°	4.4°
Iteraciones	13	12	17
Kflops	98	337	133
RCS($\text{dB}\lambda^2$)	-5.6	-9.2	-18.5°

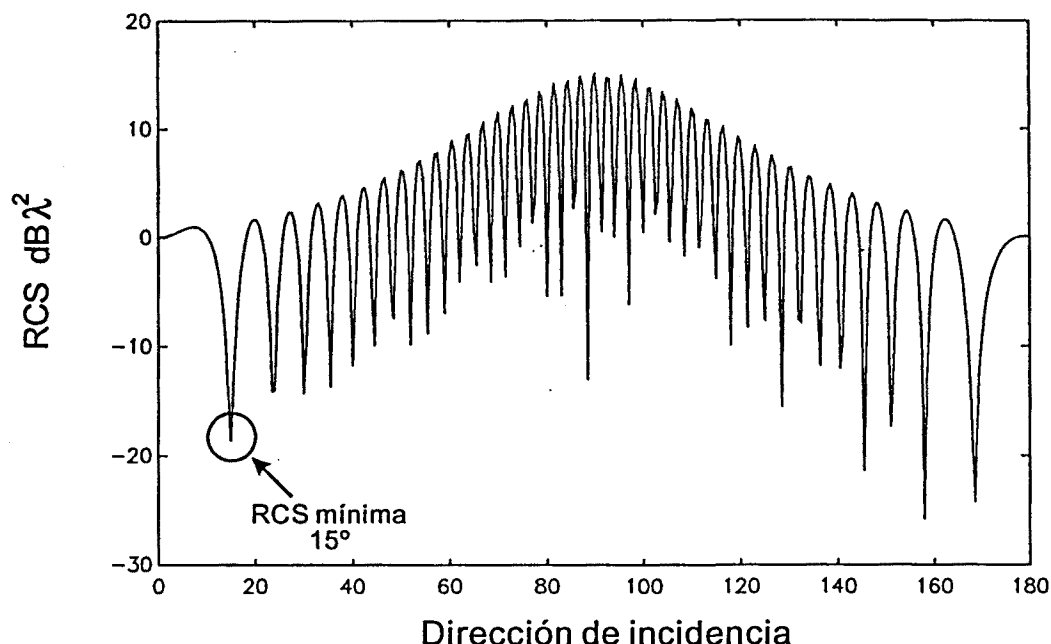


Figura 7-18: RCS ($db\lambda^2$) respecto a la dirección de incidencia de los elipsoides obtenidos como solución con el método del gradiente conjugado

En la figura 7-18 se presenta la RCS en función del ángulo de incidencia de los dos elipsoides obtenidos en la solución del gradiente conjugado. A partir de la gráfica y de la tabla anterior se llega a las siguientes conclusiones:

- La función presenta infinidad de mínimos estrechos lo cual repercute en una gran dificultad de convergencia de los métodos de optimización. Por ejemplo, el método simplex del MATLAB no llegaba a converger nunca.
- El resultado al que llegan los métodos no es más que una cancelación de fase para $\phi=15^\circ$. No se optimizan los semiejes.
- El gradiente conjugado es el que obtiene la mejor solución

2º PROBLEMA

ENUNCIADO: Minimización de la RCS media para direcciones de incidencia comprendidas entre 15° y 45°

Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

	Gradiente descendiente	Powell	Gradiente conjugado
ϕ_1	16.2°	35.6°	24.5°
ϕ_2	16.8°	17.6°	22.0°
Iteraciones	69	32	28
Mflops	17.3	28.8	0.71
RCS(dB λ^2)	-2.1	-16.9	-8.9°

A partir de estos resultados se concluye que la función presenta un comportamiento algo mejor que el observado en el primer problema de este ejemplo, ya que presenta una mejor convergencia hacia un resultado físico. El método de Powell es el que consigue el mejor mínimo en este caso, sin embargo el gradiente conjugado es el más rápido de los tres.

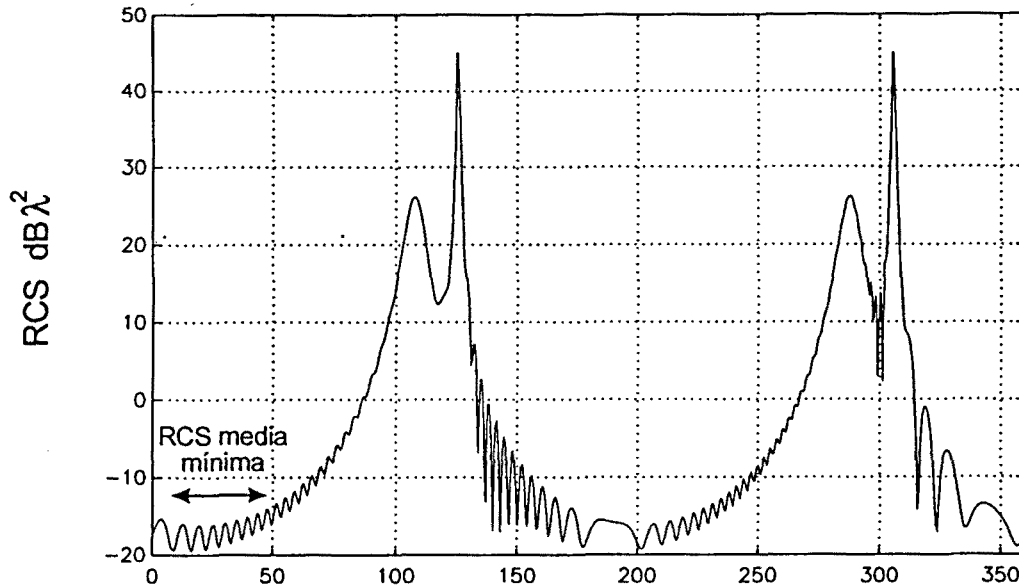


Figura 7-19: RCS respecto al ángulo de incidencia de las dos elipses que minimizan la RCS media en el intervalo entre 15° y 45° obtenidos con el método de Powell.

En la gráfica de la figura 7-19 se muestra la RCS del sistema de dos elipsoides que ha obtenido el método de Powell. Puede observarse que en las direcciones de incidencia comprendidas entre 15° y 45° (direcciones de interés) los valores de RCS son muy bajos. Se ha pasado de máximos relativos de unos 12 dB para el sistema de las dos

esferas (figura 7-17) a máximos de unos -13dB en la solución obtenida por el método de Powell. También se aprecia que una disminución de la RCS en estas direcciones ha provocado un aumento en otras, puesto que se observan máximos de 27dB y 45dB en torno a las direcciones de 110° y 125° respectivamente.

7.3.4 Conclusiones

Los resultados obtenidos en la optimización de formas simples permiten extraer las siguientes conclusiones:

- **Criterio de optimización:** La minimización de la RCS media en un intervalo de direcciones de incidencia permite una buena convergencia de los métodos.
- **Restricciones:** Las restricciones de área y/o volumen constantes junto a la limitación de los tamaños máximo y mínimo del objeto son muy efectivos.
- **Métodos:** El método del gradiente conjugado es el que proporciona el mejor compromiso entre número de operaciones y convergencia a un mínimo.

7.4 OPTIMIZACION DE OBJETOS COMPLEJOS

Una vez estudiado el comportamiento de los métodos de optimización no lineal con restricciones en la minimización de la RCS de formas simples, estamos en disposición de aplicarlos a la minimización de la RCS de objetos arbitrarios.

7.4.1 Planteamiento del problema

Tal como se ha comprobado en la minimización de la RCS del sistema de dos elipsoides presentado en la sección anterior, en la función de RCS aparecen muchas oscilaciones que hacen que los métodos de optimización tengan una convergencia lenta hacia la solución. Son oscilaciones que aparecen para pequeñas variaciones de la geometría, de la frecuencia y/o del ángulo de incidencia, que pueden llegar a imposibilitar la búsqueda del mínimo global. Además, hay que tener en cuenta que en los problemas de minimización reales los objetos son mucho más complejos que el sistema de dos elipsoides y, por tanto, las funciones de RCS pueden presentar un comportamiento peor. Por ello, en general lo más efectivo es utilizar estimaciones de la RCS con funciones suaves, aunque no sean aproximaciones muy precisas. Esto permite llegar al mínimo global de la función y no pararse en un mínimo local, puesto que una reducción de la estimación de la RCS conduce, en general, a una disminución simultánea de la función RCS.

Como se ha indicado anteriormente, el cálculo de la sección recta radar se realiza mediante el programa *GRECO* de procesamiento gráfico presentado en el capítulo 5. Con dicho programa se pueden obtener distintas aproximaciones de la RCS. Una de ellas es la aproximación de óptica física de primer orden, en la que aparecen muchas oscilaciones espúreas debidas a la transición artificial entre las regiones iluminadas y de sombra [Rius'91]. Se consigue una pequeña mejora al estimar la RCS según óptica física con el principio de fase estacionaria. En procesamiento gráfico esto se puede llevar a cabo fácilmente ponderando la contribución de cada pixel del modelo con el brillo del pixel, que es proporcional al coseno del ángulo θ formado por la normal a la superficie y la dirección de incidencia (ver capítulo 3).

Otra estimación de la RCS, que proporciona una función todavía más suave, consiste en sumar el brillo de todos los pixels sin tener en cuenta la fase:

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} C_s^2 \left(\sum_p \cos\theta \right)^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} C_s^2 \left(\sum_p L_p \right)^2 \quad (7.29)$$

donde L_p es el brillo de cada pixel que, con los parámetros de iluminación adecuados (ver capítulo 5), es igual a $\cos\theta$. El sumatorio incluye sólo los pixels con $L_p > 0$. Esta estimación de RCS es una cota superior de la RCS obtenida por óptica física con aplicación de fase estacionaria, pero de variación más suave y el cálculo es más eficiente al no tener en cuenta la fase.

La minimización de esta estimación de RCS equivale a eliminar en lo posible las zonas más brillantes de la imagen, es decir, las zonas de reflexión especular. La figura 7-20 muestra dos gráficas de la RCS de un objeto sencillo: una calculada por óptica física más fase estacionaria y la otra estimada mediante la suma del brillo de los pixels. Puede observarse que la minimización de la estimación de RCS conduce al mínimo de la RCS por óptica física, con la ventaja de evitar las oscilaciones debidas a cancelaciones de fase, lo cual facilita la convergencia de los métodos de optimización.

En los resultados de optimización de objetos complejos que se presentan en este capítulo se ha utilizado como función objetivo la estimación de la RCS como suma del brillo de los pixels. Las variables a optimizar son las coordenadas de los puntos de control de las superficies paramétricas o las coordenadas de los vértices del modelo de facetas. Las restricciones son las mismas que en el caso de formas simples: dimensiones máxima y mínima, área y volumen. También en este caso las restricciones se han tratado mediante el método de penalización.

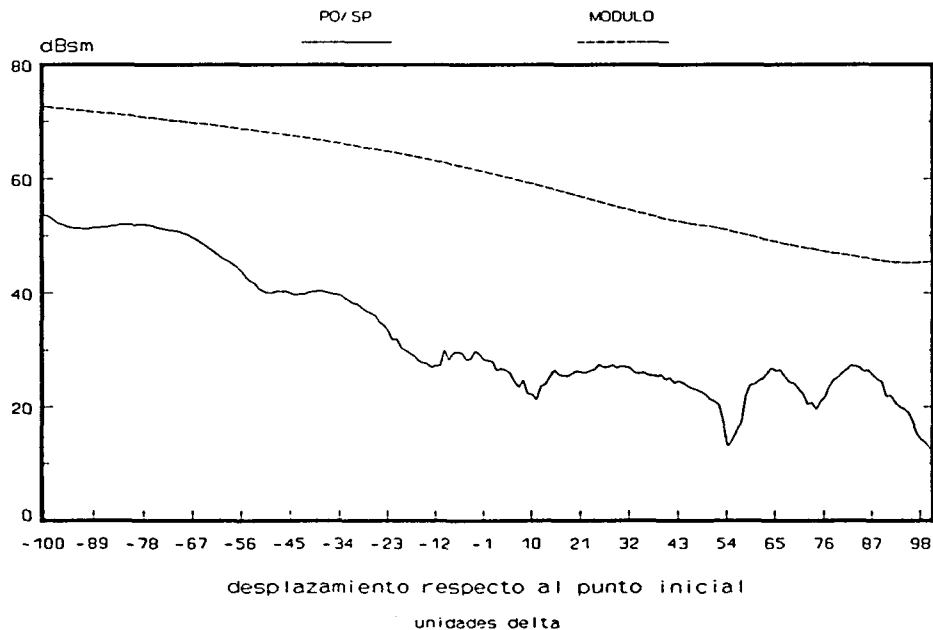


Figura 7-20: Comparación entre el cálculo de RCS por óptica física más fase estacionaria (línea continua) y la estimación sumando el brillo de los pixels (línea discontinua)

7.4.2 Medidas geométricas para el cálculo de las restricciones

En esta primera versión del programa de optimización las únicas restricciones implementadas son medidas geométricas del objeto: dimensiones máximas, área y volumen. Estas dimensiones se calculan de forma diferente para modelos de NURBS y de facetas.

a) Medidas sobre NURBS

Las medidas sobre NURBS se calculan a partir de las coordenadas los puntos de control que los definen. Como trabajar con la superficie real requiere obtener los puntos reales del NURB a partir de los puntos de control, lo cual es muy costoso y poco eficiente, se ha optado por aproximar la superficie real NURB mediante la malla de puntos de control: las medidas geométricas se realizan sobre la malla de puntos de control y no sobre la superficie real. Los inconvenientes de esta aproximación son:

- La superficie real ocupa la concavidad de la malla, por lo que el área y volumen calculados son mayores que los reales.

- No se tiene en cuenta el efecto de las curvas de contorno o *trimming curves*.

Además, para simplificar los cálculos, cuando se trabaja con *NURBS* racionales no se consideran los pesos de los puntos de control. Aunque estas aproximaciones son muy burdas, pueden aplicarse porque lo importante es mantener las medidas dentro de unos márgenes coherentes. Esto se consigue porque imponer como restricción la invarianza de las magnitudes aproximadas hace que las medidas geométricas reales se mantengan prácticamente constantes.

Dimensión máxima

Para cada dirección x , y , z del espacio, la dimensión máxima en esta dirección es la diferencia entre el máximo y el mínimo valor de la coordenada x , y ó z de todos los puntos de control.

Area

El área de la superficie *NURB* se aproxima por el área de la malla de puntos de control (figura 7-21). Esta se obtiene sumando el área de todos los triángulos formados por grupos de tres puntos de control adyacentes (figura 7-22). El área de cada triángulo se calcula a partir de las aristas \vec{v}_1 y \vec{v}_2 .

$$\text{área} = \frac{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|}{2} \quad (7.30)$$

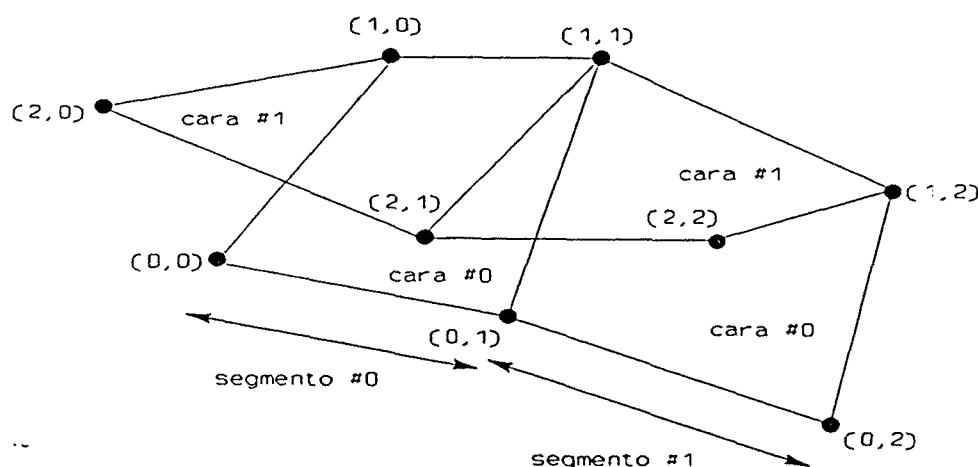


Figura 7-21: Ejemplo de malla de puntos de control de un *NURB* abierto

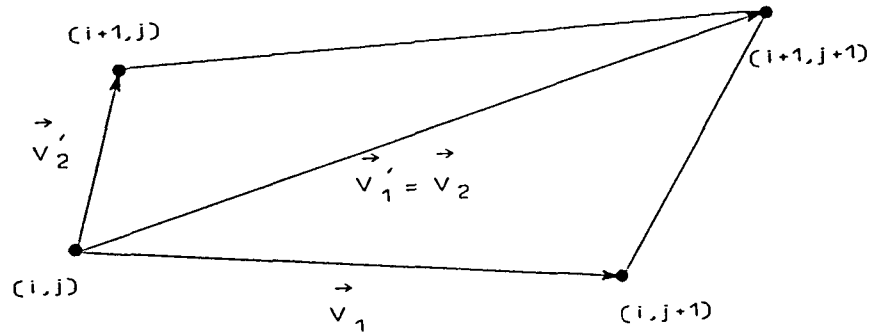


Figura 7-22: Vectores para el cálculo del área de una cara

Volumen

Para poder obtener el volumen se ha de suponer la superficie *NURB* cerrada sobre sí misma. Esto implica que los puntos inicial y final de cada fila de la matriz de puntos de control tienen que ser iguales. Los puntos de la primera fila deben ser todos iguales entre sí y lo mismo para la última fila, tal como se muestra en la figura 7-23.

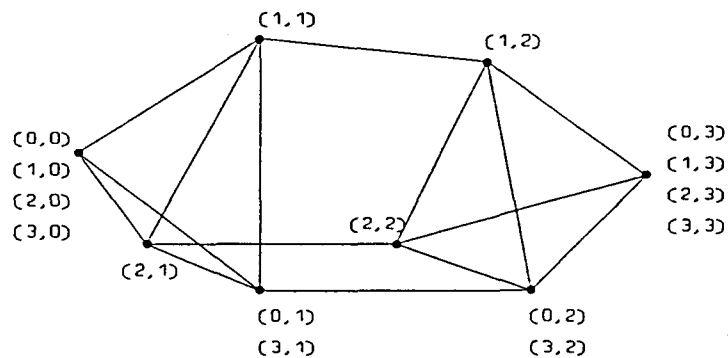


Figura 7-23: Malla de puntos de control de una superficie *NURB* cerrada

El volumen total de la malla de control se calcula sumando los volúmenes de todos los tetraedros formados por cuatro puntos de control adyacentes. La descomposición de la malla en tetraedros se realiza mediante un paso intermedio en objetos con forma de "tejado" (figuras 7-24 y 7-25). El volumen de cada tetraedro se calcula fácilmente a partir de los tres vectores definidos por un vértice y las tres aristas que lo comparten:

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3}{6} \quad (7.31)$$

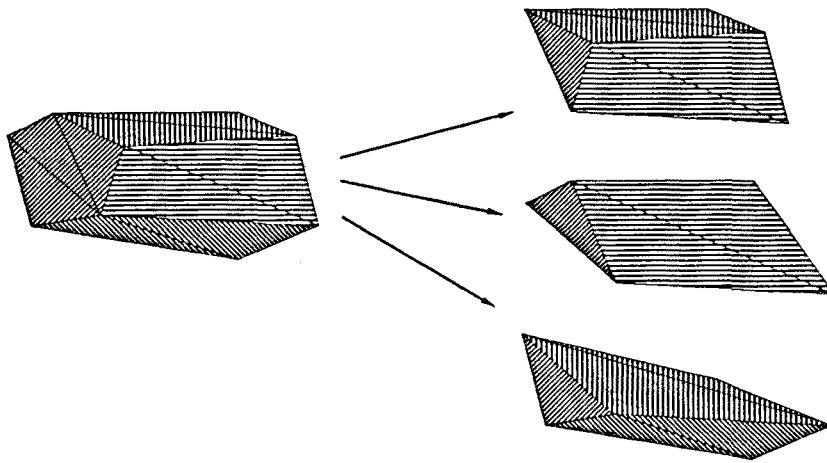


Figura 7-24: Descomposición de la malla en "tejados".

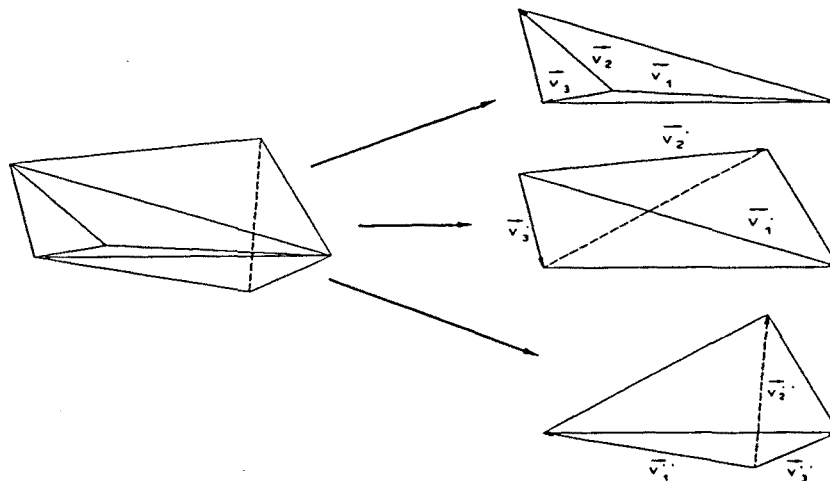


Figura 7-25: Descomposición de un "tejado" en tetraedros.

b) Medidas sobre facetas

Las medidas en objetos modelados por facetas se realizan a partir de las coordenadas de los vértices de las mismas, por lo que en este caso son medidas exactas. A diferencia de las medidas obtenidas de los objetos modelados por *NURBS* aquí las medidas se obtienen para objetos completos, abiertos o cerrados.

Dimensión máxima

El método utilizado es análogo al descrito para las superficies *NURBS*, con la diferencia de que ahora se consideran las coordenadas de los vértices de las facetas en lugar de los puntos de control de los *NURBS*.

Area

El área de un cuerpo facetizado es, evidentemente, la suma de las áreas de las facetas que lo componen. Para hallar el área de una faceta plana con un número n de aristas se divide en $(n-2)$ triángulos (figura 7-26):

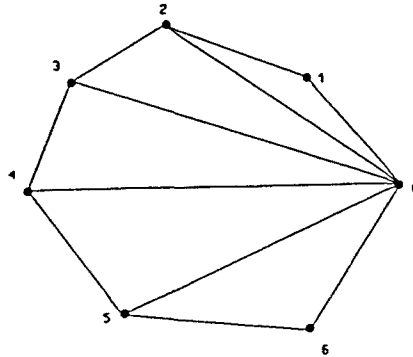


Figura 7-26: Descomposición de una faceta en triángulos

$$A_{\text{faceta}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-2} |\vec{v}_i \times \vec{v}_{i+1}| \quad (7.32)$$

donde n es el número de vértices y \vec{v}_i es el vector que va desde el vértice 0 al i -ésimo.

Volumen

Para calcular el volumen de un objeto modelado por facetas se asocia a cada faceta un prisma normal al plano xy , como se indica en la figura 7-27. El volumen del prisma es

$$V_{\text{prisma}} = A_0 \langle z \rangle \quad (7.33)$$

donde A_0 es el área de la proyección de la faceta sobre el plano XY y $\langle z \rangle$ el valor medio de las coordenadas z de sus vértices. Como el orden de definición de los vértices

de todas las facetas es el mismo, se pueden sumar directamente los volúmenes de los prismas para obtener el volumen total:

$$V_{\text{total}} = \left| \sum_{\text{faceta } k} \langle z \rangle_k A_{ok} \right| \quad (7.34)$$

donde para cada faceta

$$A_o \triangleq \sum_{i=1}^{n-2} \frac{(v_{i,x} v_{i+1,y} - v_{i,y} v_{i+1,x})}{2} \quad (7.35)$$

con la misma notación anterior.

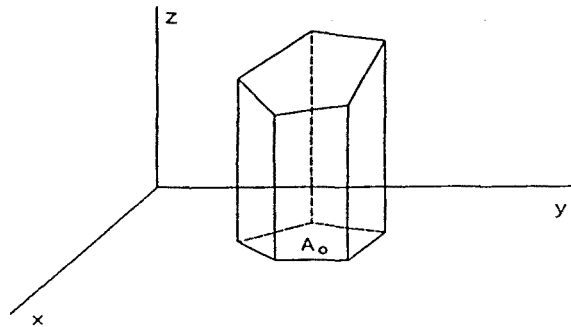


Figura 7-27: Prisma para el cálculo de volumen en modelos de facetas

7.4.3 Implementación de los métodos de optimización

Los dos métodos que se han programado para optimización de objetos complejos son: el método del gradiente descendiente (ver sección 7.2.1), que es sencillo e intuitivo, pero no muy eficiente; y el método de Powell, que presenta mejores características de convergencia. En esta sección nos vamos a limitar a comentar la forma en que se han implementado dichos métodos en la optimización de la sección recta de objetos arbitrarios con el algoritmo de procesamiento gráfico *GRECO*.

Para implementar ambos métodos eficientemente se han estudiado los pasos que requieren un mayor número de operaciones: la estimación del gradiente (sólo en el método del gradiente descendiente) y la búsqueda lineal (común a ambos métodos). La estimación del gradiente implica evaluar $f(X)$ $n+1$ veces, siendo " n " la dimensión de la incógnita X . En la siguiente sección se describe la manera de estimar dicha función con el algoritmo de procesamiento gráfico. Un alto porcentaje de tiempo se invierte en la búsqueda lineal, por lo que es importante elegir un algoritmo eficiente. Por ello, se han

ensayado hasta 4 algoritmos distintos: paso a paso, Newton adaptado, bisección adaptada y el método de Brent. En [Luenberger'89] se describen estos algoritmos.

a) Estimación del gradiente

Al utilizar el método de procesamiento gráfico para la predicción de RCS no se dispone de una expresión analítica de la función $q(X)$ a minimizar. Por tanto, hay que estimar el gradiente de la misma numéricamente. Para ello, se aproximan las derivadas parciales mediante diferencias finitas:

$$\nabla q(X) |_{x_0} \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta q_i(X_0)}{\Delta X_i} \hat{x}_i = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{q(X_0 + \delta \hat{x}_i) - q(X_0)}{\delta} \hat{x}_i \quad (7.36)$$

El valor de $q(X_0)$ se calcula al entrar en el procedimiento y se guarda para calcular cada componente del gradiente, cada una de las cuales necesita una nueva evaluación de $q(X)$. El valor del incremento δ debe ser lo menor posible, pero lo suficientemente grande como para provocar una variación superior a un pixel en la imagen del objeto con el vector modificado $(X_0 + \delta \hat{x}_i)$. Si tal variación fuera inferior a un pixel, la imagen sería la misma, con lo que $q(X_0 + \delta \hat{x}_i) = q(X_0)$ y esta coordenada del gradiente sería nula. Por tanto, el valor mínimo de δ es la dimensión de un pixel.

b) Selección de los puntos a modificar

La selección de los puntos a modificar es un aspecto muy importante del proceso de optimización. Un conjunto reducido de puntos acelera el proceso pero sólo permite una pequeña reducción de la RCS. Es importante, por tanto, seleccionar un número de puntos que satisfaga un compromiso óptimo entre velocidad de cálculo y valor final de la RCS. La posición de estos puntos debe ser escogida para permitir la máxima reducción de RCS.

Los procedimientos de selección de puntos que se han desarrollado hasta el momento son:

- **Conjunto:** El usuario selecciona manualmente y mediante el ratón qué puntos serán modificables en el proceso de optimización.
- **General:** El programa selecciona automáticamente todos los puntos de la superficie *NURB* o todos los vértices de las facetas del objeto.

7.4.4 Resultados

El primer resultado es la optimización automática de una cavidad corta, lo cual se muestra en la figura 7-31. El método de minimización utilizado ha sido el del gradiente descendiente con búsqueda lineal por el método de Newton mejorado y las restricciones impuestas han sido área y volumen constantes. La figura 7-28 muestra 4 gráficas correspondiendo a la evolución de los valores de: la aproximación de óptica física más fase estacionaria (PO/SP), la función objetivo a minimizar $q(X)$, que es la suma del brillo de todos los pixels de la superficie, la evolución del área y del volumen.

El criterio de minimización es la RCS en una dirección fija. Se ha seleccionado un conjunto de 15 puntos de control, lo cual implica 45 variables o grados de libertad. Obsérvese que la reducción de la función objetivo ha sido del orden de unos 14dB, valor muy similar a la reducción de RCS según la aproximación de óptica física más fase estacionaria. Este resultado confirma que una disminución de la estimación de RCS implica una reducción de la RCS con óptica física.

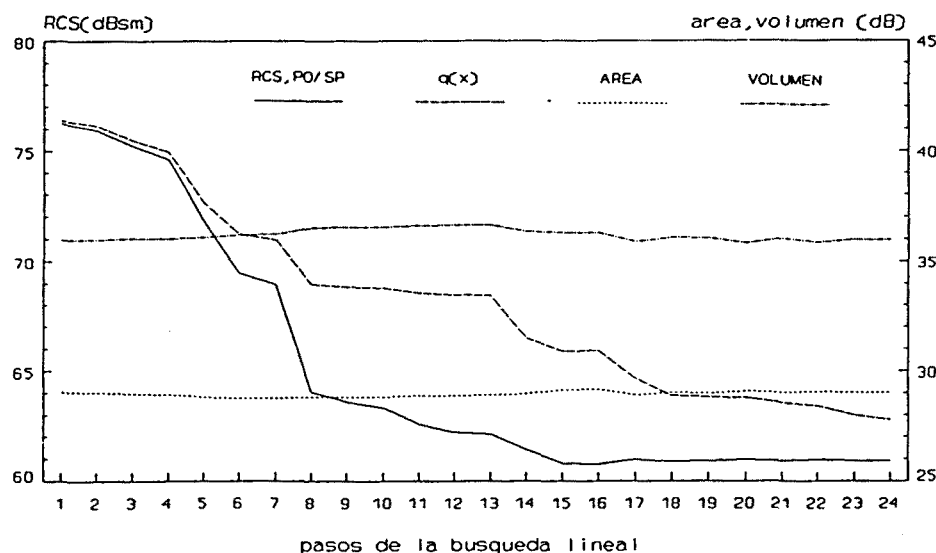


Figura 7-28: Evolución de los parámetros de la cavidad al avanzar la optimización.

El segundo problema que se ha estudiado es la optimización de la parte inferior del fuselaje de un misil para un ángulo de observación fijo. La única restricción es la de área constante y se han seleccionado 16 puntos de control en torno a una zona del fuselaje. En la figura 7-29 se muestran dos vistas del aspecto inicial del fuselaje cuyas características más destacadas son:

$$\text{- Area} = 0,23 \text{ m}^2$$

- Volumen = 0,006 m³
- RCS según óptica física más fase estacionaria (PO/SP) = -6,7 dBsm

Las dos vistas de la parte inferior de la figura 7-29 muestran el aspecto final del fuselaje, después de la minimización. La figura muestra que sólo se ha modificado una zona de la superficie del fuselaje: la más cercana a los puntos de control seleccionados. Las características de este fuselaje después de la optimización son:

- Area = 0,26 m²
- Volumen = 0,007 m³
- RCS con aproximación PO/SP = -17,1 dBsm

En la figura 7-30 se muestra la evolución de las cuatro funciones que se han representado para el ejemplo anterior: la estimación de RCS, la aproximación de óptica física más fase estacionaria (PO/SP), y el área y el volumen del objeto. Obsérvese que la función RCS calculada por PO/SP presenta varios mínimos debidos a cancelaciones de fase, en los que no se detiene el método de optimización. Estos mínimos no son aprovechables para el diseño de aviones de baja sección recta, a causa de la inexactitud en la determinación de parámetros como dirección de incidencia, frecuencia de trabajo, etc. Por el contrario, la minimización de la estimación de RCS (suma del brillo de los pixels) conduce a la eliminación de los puntos de reflexión especular, lo cual proporciona una reducción de RCS mucho más robusta frente a variaciones aleatorias de los parámetros del blanco y del radar.

Finalmente, se presenta el resultado de una optimización con barrido angular en acimut de 0° a 45° con muestras cada 15°. Se han seleccionado 19 puntos de control, con restricciones de área y volumen constantes. El método de optimización elegido ha sido el del gradiente descendiente con método de búsqueda lineal de bisección adaptado. Los valores iniciales del problema son:

- Area = 802m²
- Volumen = 3946 m³
- RCS:

INCIDENCIA	0°	15°	30°	45°
ESTIMACION (dBsm)	73	73.1	73.7	74.6
PO/SP (dBsm)	72.9	73	73.4	74.2

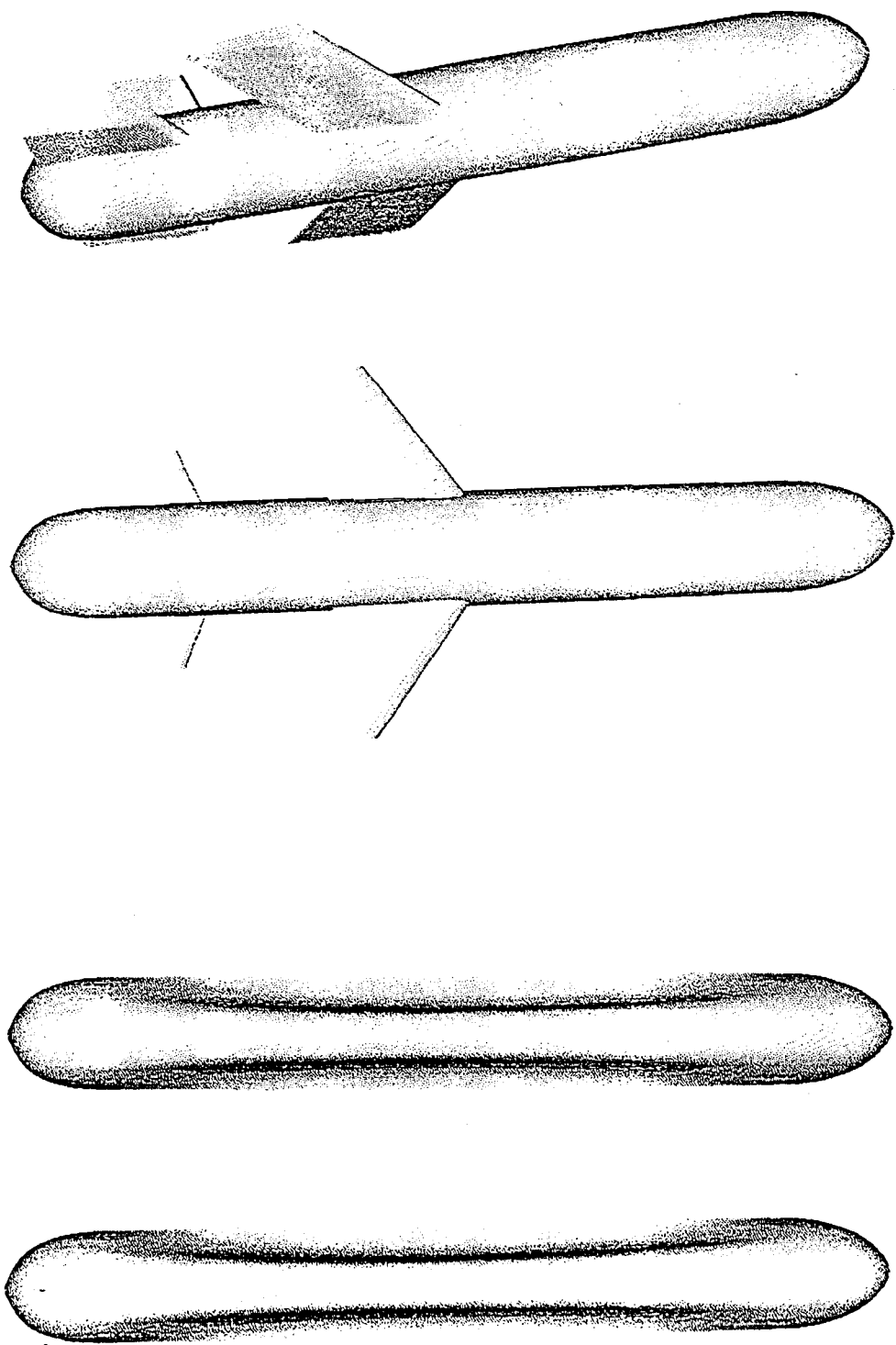


Figura 7-29: Proceso de minimización del fuselaje de un misil genérico

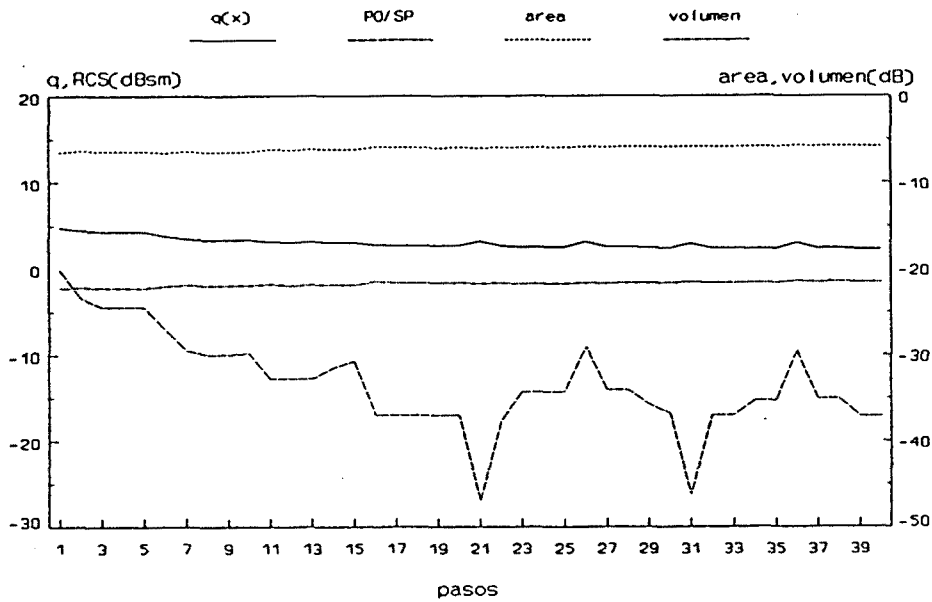


Figura 7-30: Evolución de la función objetivo, la RCS según PO/SP y de los valores de área y volumen en el proceso de optimización del fuselaje del avión

Los obtenidos tras la optimización son:

INCIDENCIA	0°	15°	30°	45°
ESTIMACION (dBsm)	68.2	66.5	66.2	67.8
PO/SP (dBsm)	67.1	64.8	64.2	66.1

A continuación se muestra el aspecto inicial (figura 7-31) y final (figura 7-32) del objeto para los ángulos considerados. La figura 7-33 muestra la evolución de los resultados al avanzar las iteraciones. En este caso la reducción de RCS ha sido mucho menor que la de su estimación.

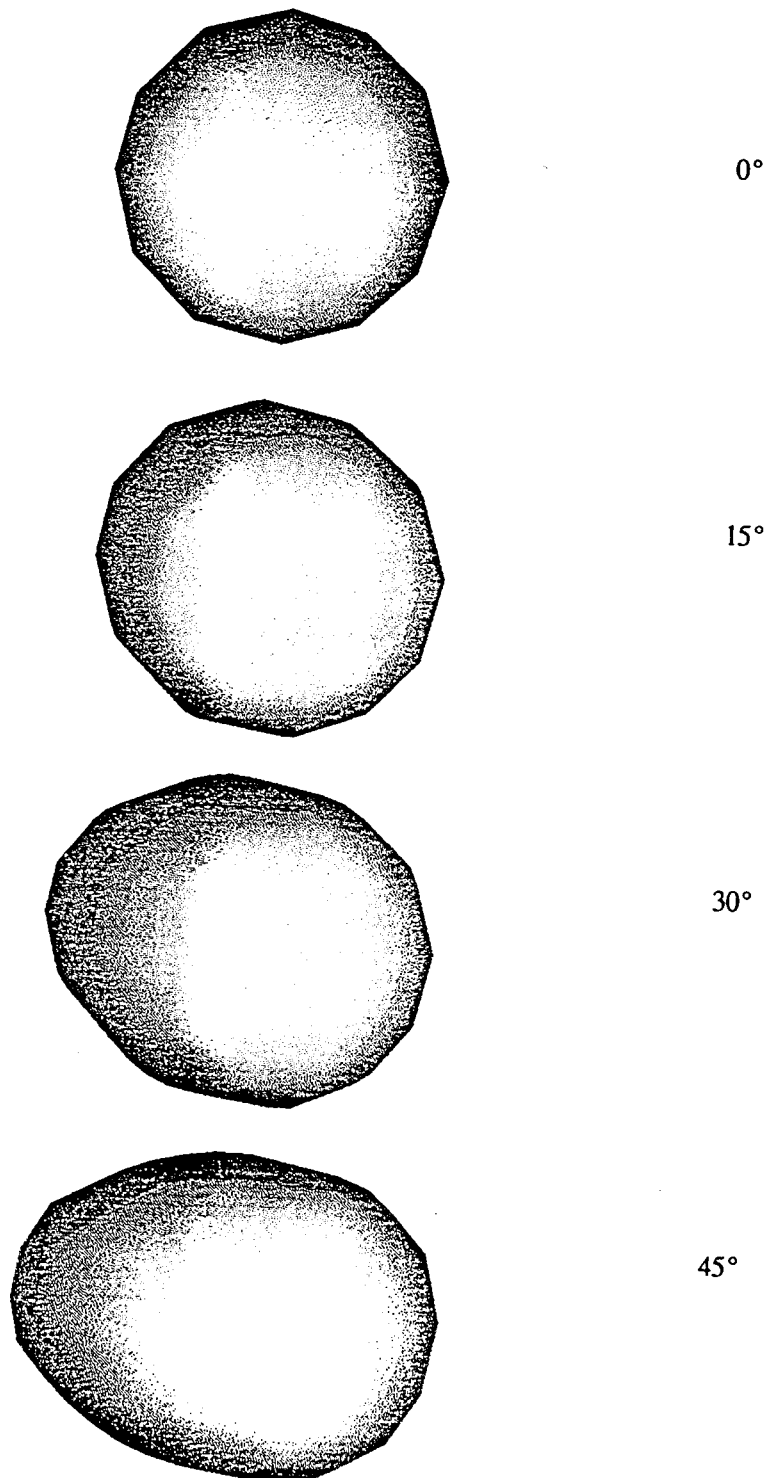


Figura 7-31: Aspecto inicial del objeto para las 4 direcciones de incidencia.

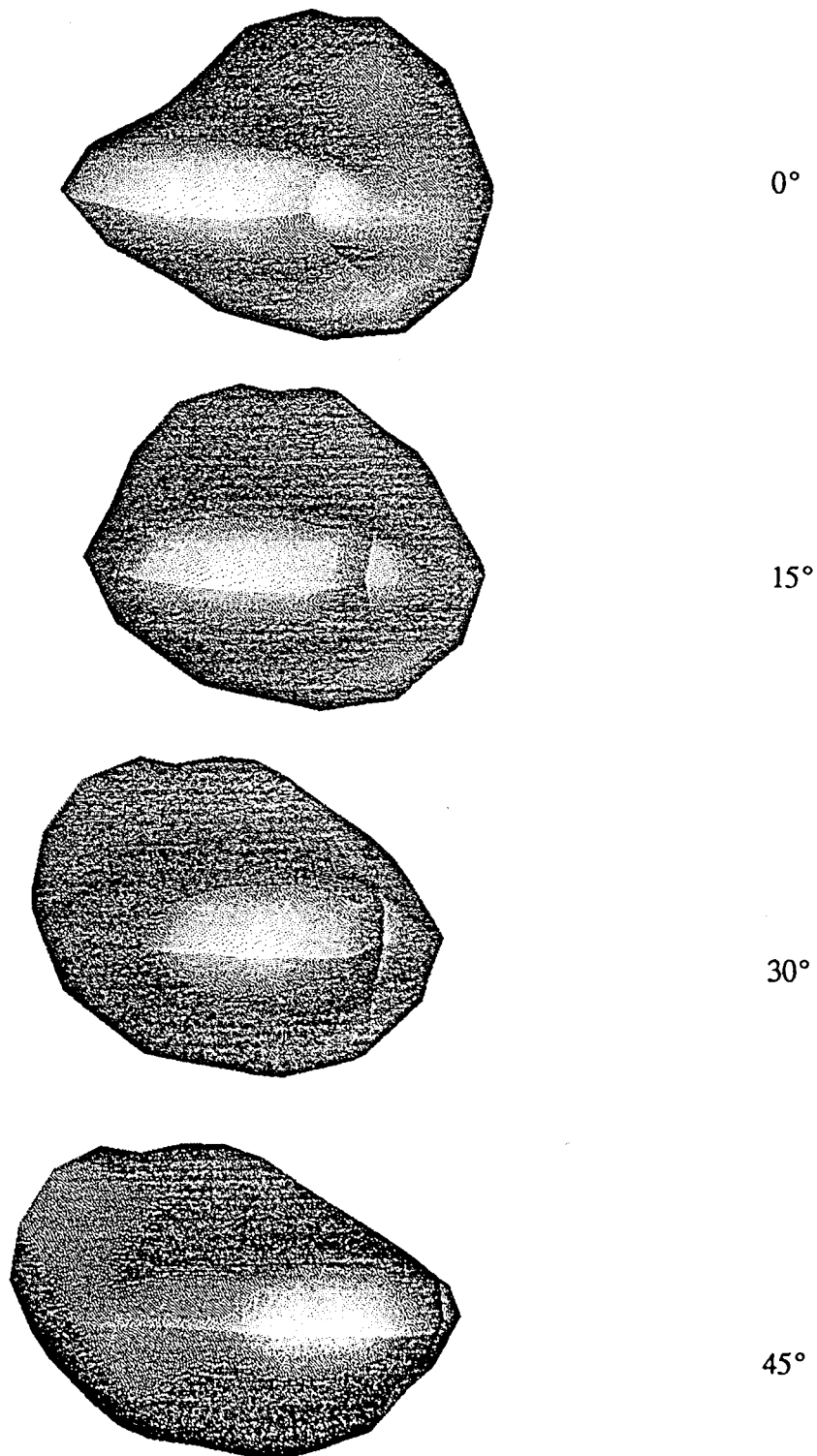


Figura 7-32: Aspecto final del objeto optimizado para cada una de las direcciones de incidencia.

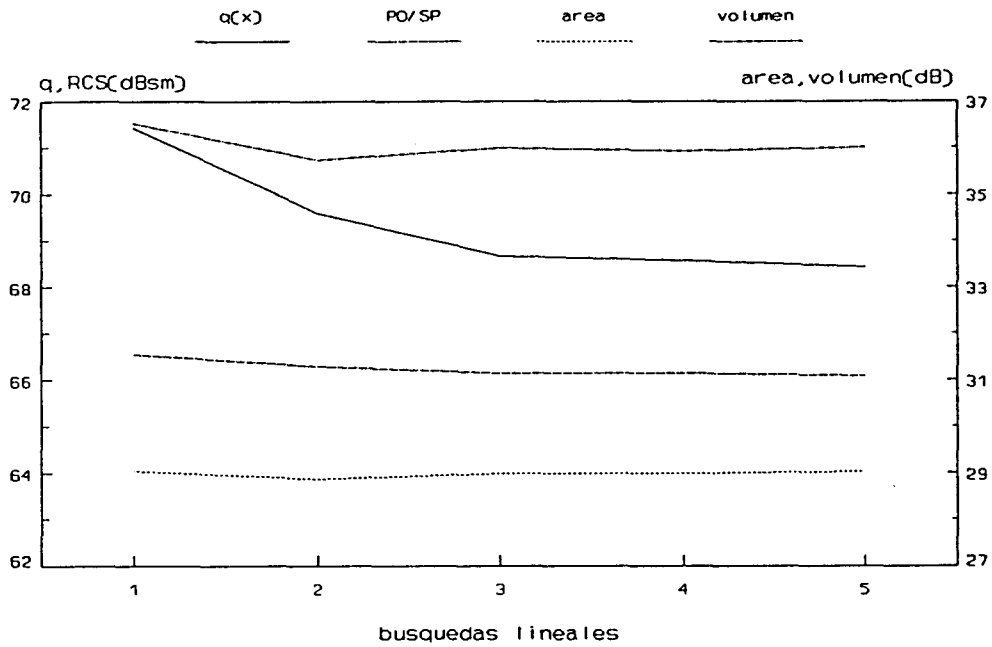


Figura 7-33: Evolución de los valores de la RCS, de la estimación y de las restricciones en el proceso de optimización.

CONCLUSIONES

En esta Tesis se ha estudiado el problema de modelado geométrico de objetos arbitrarios para aplicaciones de análisis electromagnético. El objetivo principal ha sido el desarrollo de un proceso completo, lo más general posible, de modelado, discretización y análisis electromagnético con distintos métodos numéricos y asintóticos.

Se ha utilizado el paquete comercial de CAD I-DEAS para modelar los objetos mediante superficies paramétricas NURB. La aplicación de esta técnica de modelado en electromagnetismo constituye una innovación, y presenta importantes ventajas de concisión y precisión en la definición del modelo. Los modelos de superficies paramétricas se procesan de la siguiente forma en función del método de análisis:

- Elementos de contorno (BEM): Se discretizan las superficies paramétricas en mallas de elementos de contorno utilizando el software I-DEAS.
- Elementos finitos (FEM): Se discretiza el volumen encerrado por las superficies paramétricas en una malla de elementos finitos utilizando el software I-DEAS.
- Gradiente conjugado con transformada rápida de Fourier (CG-FFT): La malla de elementos finitos volumétricos obtenida en el caso anterior se procesa con un algoritmo desarrollado en esta Tesis para obtener una malla regular de elementos cúbicos.
- Métodos de alta frecuencia: Se procesa gráficamente una imagen del modelo de superficies paramétricas para obtener toda la información geométrica del objeto que precisan las técnicas de alta frecuencia.

El método de procesado gráfico se basa en la visualización realista del objeto con los parámetros de iluminación adecuados. La aplicación de este método ha necesitado, por tanto, un estudio de las técnicas de visualización realista tridimensional y del hardware gráfico de las estaciones de trabajo actuales. Asimismo, en esta Tesis se han considerado

nuevas aplicaciones del método de procesamiento gráfico para análisis de antenas de reflector y optimización de formas en alta frecuencia.

En conclusión, se ha alcanzado el objetivo de la Tesis desarrollando un procedimiento automatizado de modelado y discretización de objetos arbitrarios para su análisis con distintas técnicas numéricas y de alta frecuencia. Para ello se ha trabajado de forma coordinada con otras Tesis Doctorales dedicadas a la implementación de los métodos numéricos de elementos de contorno, elementos finitos y gradiente conjugado con transformada rápida de Fourier.

Además, se ha participado activamente en el desarrollo del método de procesamiento gráfico para análisis en alta frecuencia y se han implementado las aplicaciones de análisis de antenas de reflector y optimización de formas.

BIBLIOGRAFIA

[Abad'90] R.Abad, J.I.Casado, P.L.Primo del Val, R.Torres, M.Domingo, F.Rivas, M.F.Cátedra, "Modelos matemáticos para el estudio de la RCS debida a doble reflexión, difracción en aristas, y sombras por eclipse en parches poligonales planos", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pp. 190-194, Vigo, 26-28 de Septiembre de 1990

[Abad'92] J.Abad, N.Duffo, J.M.Rius, A.Cardama, "Cálculo de radiación de cuerpos tri-dimensionales mediante el método de los elementos de contorno", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 89-93, Málaga, 23-25 Septiembre 1992

[Abad'93] J.Abad, N.Duffo, J.M.Rius, J.C.Cruellas, "Application of the boundary element method to 3-D radiation problems", *23rd European Microwave Conference*, Madrid, 6-9 septiembre 1993.

[Alvarez'90] J.M.Alvarez, J.C.Cruellas, M.Ferrando, "A Hibrid Modal - Boundary Element Method for Electromagnetic Scattering from Arbitrary Conducting Wedges", *1990 IEEE Intenational Symposium on Antennas and Propagation*", pp. 1288-1291, Dallas, 7-11 Mayo 1990

[Balanis'82] C.A.Balanis, "*Antenna Theory Analysis and Design*", John Wiley & sons, 1982

[Barr'88b] P.Barry, R.Goldman, "A Recursive Evaluation Algorithm for a Class of Catmull-Rom Splines", *SIGGRAPH*, 88, 199-204

[Bart'87]-R.Bartels, J.Beatty, B.Barsky, "*An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics and Geometric Modeling*", Morgan Kaufmann, Los Altos, CA, 1987

[Boor'78] C. de Boor, "*A Pracical Guide to Splines*", Springer-Verlag, New York, 1978.

[Borup'87] D.T.Borup, D.M.Sullivan, Om P.Gandhi, "Comparison of the FFT Conjugate Gradient Method and the Finite-Difference Time-Domain Method for the 2-D Absorption Problem", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol.MTT-35, No.4, Abril 1987, pp. 383-395

[Broquetas'89a] A.Broquetas, J.Romeu, C.Espinós, L.Jofre, M.Ferrando, "Análisis de la difracción de cuerpos metálicos mediante el método incremental", *IV Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 620-624, Santander, 25-27 Septiembre 1989

[Broquetas'89b] A.Broquetas, J.M.Rius, X.Fábregas, S.Galmes, L.Jofre, "Reconstrucción de la reflectividad y forma de blancos radar", *IV Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 625-628, Santander, 25-27 Septiembre 1989

[Broquetas'90] A.Broquetas, X.Fábregas, J.Xarrie, L.Jofre, A.Cardama, "A Compact System for Radar Cross Section Measurement and Imaging up to 40 Ghz", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'90*, Niza, 13-16 Noviembre 1990

[Broquetas'91] A.Broquetas, J.Romeu, J.M.Rius, A.Elias, A.Cardama, L.Jofre, "Cylindrical Geometry: A Further Step in Active Microwave Tomography", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. MTT-39, No.5, Mayo 1991, pp. 836-844.

[Brunet'89] P.Brunet, "Solid Modeling", *Geometric Modeling: Methods and their Applications*, Proc. III Reunión anual de Eurographics, Sección Española, 24-26 de Abril de 1989, Barcelona

[Brunet'90] P.Brunet, A.Vinacua, "Modelado geométrico: Métodos y aplicaciones", Seminario organizado por M. Felipe Cátedra, Universidad de Cantabria, 3-6 Julio 1990, Santander.

[Burgoon'89] D.A.Burgoon, "Global Illumination Modeling using Radiosity", *Hewlett-Packard Journal*, Vol.40, No.6, Diciembre 1989

[Burke'81] G.J.Burke, A.J.Poggio, "Numerical Electromagnetics Code (NEC) - Method of Moments", Naval Electronics System Command, Tech Doc. 116, Enero 1981

[Cardama'93] A.Cardama, Ll.Jofre, J.M.Rius, J.Romeu, S.Blanch, "Antenas", Edicions UPC, Barcelona, 1993.

[Cátedra'89] M.F.Cátedra, E.Gago, L.Nuño, "A Numerical Scheme to obtain the RCS of Three-Dimensional Bodies of Resonant Size using the Conjugate Gradient Method and

the Fast Fourier Transform", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-37, No. 5, pp. 528-537, Mayo 1989

[Cátedra'90a] M.F.Cátedra, E.Gago, L.Nuño, "3DBODY Computer Code", "*Radar Cross Section of Complex Objects*", IEEE Press, 1990

[Cátedra'90b] M.F.Cátedra, F.Ruiz, E.Gago, "Analysis of Arbitrary Metallic Surfaces Conformed to a Circular Cylinder Using the Conjugate Gradient Fast Fourier Transform (CG-FFT) Method", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-38, No. 2, pp. 286-289, Febrero 1990

[Cátedra'90c] "*Seminario de Técnicas de Cálculo y Medidas de Sección Recta*", organizado por M. Felipe Cátedra, Universidad de Cantabria, Santander, 17-20 Septiembre 1990

[Cátedra'93] M.F.Cátedra, R.P.Torres, F.Rivas, J.Perez, M.Domingo, "RCS analysis code for complex targets modelled with NURBS surfaces", *23rd European Microwave Conference Proceedings*, Madrid, 6-9 Septiembre 1993.

[Clark'82] J.Clark, "The Geometry Engine: A VLSI Geometry System for Graphics", *SIGGRAPH*, 82, 127-133.

[Cohen'85] M.F. Cohen, D.P. Greenberg, "The hemi-Cube: A Radiosity Solution for Complex Environments", *ACM Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH 1985), Vol. 19, no. 3, July 1985, pp. 31-40.

[Cohen'86] M.F. Cohen, D.P. Greenberg, D.S. Immel, P.J. Brock, "An Efficient Radiosity Approach for Realistic Image Synthesis", *IEEE Computer Graphics and Applications*, March 1986, pp. 26-35.

[Cohen'88] M.F. Cohen, S.E. Chen, J.R. Wallace, D.P. Greenberg, "A Progressive Refinement Approach to Fast Radiosity Image Generation", *ACM Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH 1988), Vol. 22, no. 4, August 1988, pp. 75-84.

[Collins'90] J.D.Collins, J.L.Volakis, J.M.Jin, "A Combined Finite Element- Boundary Integral Formulation for Solution of Two-Dimensional Scattering Problems via CG-FFT", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-38, no. 11, November 1990, pp. 1852-1859

[Crispin'65] J.W.Crispin, A.L.Maffett "Radar Cross Section Estimation for Complex Shapes", *IEEE Proc.*, Agosto 1965, pp. 972-983

- [Crispin'68] J.W.Crispin, K.M.Siegel, "*Methods of Radar Cross Section Analysis*", Academic Press, New York, 1968
- [Cruellas'89] J.C.Cruellas, "*Análisis de la difracción de objetos dieléctricos mediante elementos finitos y realimentación modal*", Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, junio 1989.
- [Cruellas'93] J.C.Cruellas, J.Latorre, N.Duffo, "Cálculo de la difracción de objetos completamente inhomogéneos mediante el método de los elementos finitos en computadores de paralelismo masivo", *VIII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Valencia, 22-24 septiembre 1993.
- [Dahmen'89] W.Dahmen, "Smooth Piecewise Quadric Surfaces", capítulo en *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design*, T.Lyche y LL.Schumaker, eds., Academic Press, Boston, 1989, pp.181-193
- [Dewey'88] B.R.Dewey, "*Computer Graphics for Engineers*", Harper & Row, 1988
- [Domingo'90] M.Domingo, F.Rivas, M.F.Cátedra, R.Abad, J.I.Casado, P.L.Primo del Val, R.Torres, "Programa base de GTD-PTD para el cálculo de la RCS de cuerpos conductores modelados por parches planos y teniendo en cuenta simple y doble reflexión, difracción en aristas y eliminación de zonas oclutas" *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 185-189, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Domingo'92] M.Domingo, R.P.Torres, M.F.Cátedra, "Efficient Calculation of Monostatic RCS due to Double Interaction Between Edges and Facets", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'92*, Niza, 12-14 noviembre 1992.
- [Duan'91] D.Duan, Y.Rahmat-Samii, "Scattering from a circular disk: a comparative study of PTD and GTD techniques", *Proc. of the IEEE*, Vol.79, No.10, Octubre 1991.
- [Duffo'90] N.Duffo, J.C.Cruellas, M.Ferrando, "Cálculos electromagnéticos en 3 dimensiones mediante el método de los elementos de contorno", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 324-327, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Duffo'93a] N.Duffo, J.Abad, J.C.Cruellas, Juan M. Rius, "Aplicación del método de los elementos de contorno a problemas de radiación", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 738-742, Valencia, 22-24 Septiembre 1993
- [Duffo'93b] N.Duffo, J.Abad, Juan M. Rius, J.C.Cruellas, "Application of the boundary elements method to 3-d radiation problems", *23rd EUROPEAN MICROWAVE CONFERENCE*, 6-9 septiembre 1993, Madrid, España, pp. 338-340

[Fábregas'90] X.Fábregas, A.Broquetas, "RCS ISAR en campo próximo: Identificación de centros de eco", Documento de pruebas y resultados UPC-ISARCE-PR-001, grupo A.M.R. de la Universidad Politécnica de Cataluña, 18 diciembre 1990.

[Farin'88] G.Farin, "Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A practical Guide", Academic Press, 1988

[Felsen'73] L.B.Felsen, N.Marcuvitz, "Radiation and Scattering of Waves", Prentice-Hall, 1973

[Foley'90] J.D.Foley, A.van Dam, S.K.Feiner, J.F.Hughes, "Computer Graphics, Principles and Practice", Addison-Wesley Publishing Company, 1990.

[Glassner'89] A.S.Glassner, J.Arvo, R.L.Cook, E.Haines, P.Hanrahan, P.Heckbert, "Introduction to Ray-Tracing", Academic Press, 1989

[Gonzalez'90a] S.González, B.García, R.Gómez, "Fundamentos y algoritmos utilizados en el desarrollo de un programa FDTD para el cálculo de la RCS de estructuras bidimensionales", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 744-748, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Gonzalez'90b] S.González, B.García, R.Gómez, I.Sánchez, "Análisis y demostración gráfica de un programa FDTD bidimensional", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 749-753, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Goral'84] C.M. Goral, K.E. Torrance, D.P. Greenberg, B. Battaile, "Modeling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces", *ACM Computer Graphics*, Proceedings of SIGGRAPH 1984.

[Gordon'75] W.B.Gordon, "Far Field Approximation of the Kirchhoff-Helmholtz Representation of Scattered Fields", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-23, No.5, July 1975, pp. 864-876.

[Gouraud'71] H.Gouraud, "Computer Display of Curved Surfaces", Tesis Doctoral, Univ. of Utah, 1971

[Greenberg'86a] D.P. Greenberg, "Ray Tracing and Radiosity", *State of the Art in Image Synthesis*, course notes, *SIGGRAPH 1986*.

[Greenberg'86b] D.P. Greenberg, M.F. Cohen and K.E. Torrance, "Radiosity: A method for computing global illumination", *The Visual Computer*, Vol. 2, no. 5, September 1986.

[Hagen'90] H.Hagen, J.Hoschek, "Curve and Surface Interrogation and Spline Conversion", *Proc. III Reunión Anual de Eurographics*, Sección Española, 24-26 de Abril de 1989, Barcelona.

[Harrington'68] R.F.Harrington, "*Field Computation by Moment Methods*", MacMillan, New York, 1968

[Heras'90a] F. de las Heras, J.L.Fernández Jambriña, "Modelado de superficies curvas mediante hilos y parches en aplicaciones de cálculo de sección radar utilizando el método de los momentos", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 754-758, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Heras'90b] F. de las Heras, J.L.Fernández Jambriña, "Analysis of Electromagnetic Scattering by Resonant Size Curved Surfaces using Method of Moments and Wire Modelling", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'90*, Niza, 13-15 noviembre 1990.

[Hermida'90a] X.Fernández Hermida, A. García Pino, "Spline Modeling to Compute de RCS of Arbitrarily Shaped Cavities by the GO/AI Method", *Proc. of IEEE/URSI Meeting*, Dallas, 7-11 Mayo 1990, p.280

[Hermida'90b] X. Fernández Hermida, V. Santalla del Rio, A.García Pino, "Optica geométrica sobre superficies modeladas mediante splines. Aplicación al cálculo de la RCS de cavidades", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 200-204, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Hermida'91a] X.Fernández Hermida, J.A.Fraga, "Mejoras en el cálculo de la RCS de cavidades de forma arbitraria mediante el método GO+PO", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 200-204, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Hermida'91b] X.Fernández Hermida, J.A.Fraga, J.M.Rius, "Nuevas aplicaciones del modelado geométrico en problemas electromagnéticos", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991

[Hermida'93] X.Fernández Hermida, "*Cálculo de la sección radar de cavidades de forma arbitraria. Aproximación de óptica geométrica*", Tesis Doctoral, Universidade de Vigo, Abril 1993

[I-DEAS] "*I-DEAS Geomod Users Guide*", Structural Dynamics Research Corporation (SDRC), Milford, OH 45150

[Itoh'89] T.Itoh, ed., *"Numerical Techniques for Microwave and Milimeter-Wave Passive Structures"*, John Wiley & Sons., 1989.

[Jin'88] J.M.Jin, V.V.Liepa, "Application of Hybrid Finite Element Method to Electromagnetic Scattering from Coated Cylinders", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-36, pp. 50-54, Enero 1988.

[Jina'90] Workshop: *"RCS of perfectly conducting or coated bodies"*, organizado por Dassault Aviation, Société Mothesim y CNET-PAB La Turbie, Niza, 16 de noviembre de 1990

[Keller'56] J.B.Keller, "Diffraction by a convex cylinder", *IRE Trans. AP-24*, p.313-321, 1956

[Keller'57] J.B.Keller, "Diffraction by an Aperture", *App. Phys.*, Vol.28, No.4, Abril 1957, pp.426-444

[Knott AP'85] E.F.Knott, "The relationship between Mitzner's ILDC and Michaeli's Equivalent currents", *IEEE Trans. Antennas Propag.* Vol. AP-33, No.1, Enero 1985, pp.112-114

[Knott'74] E.F.Knott, T.B.Senior, "Comparison of Three High-Frequency Diffraction Techniques", *Proc. IEEE*, Vol.62, No.11, Noviembre 1974

[Knott'84] E.F.Knott, T.B.A.Senior, "Equivalent Currents for a Ring Discontinuity", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-23, No.3, Marzo 1984, pp.252-258

[Knott'85] E.F.Knott, J.F.Shaeffer, M.T.Tuley, *"Radar Cross Section"*, Artech House, 1985

[Kong'90] J.A.Kong, M.A.Morgan, Eds., *"PIER-2: Progress in Electromagnetic Research. Finite Element and Finite Differences Methods in Electromagnetic Scattering"*, Elsevier, New York, 1990

[Kouyoumian] R.G.Kouyoumjian, P.H.Pathak, "A Uniform GTD approach to EM scattering and radiation", cap. del libro *"Handbook on Acoustic and Elastic Wave Scattering"*, ed. por V.J.Varadan y V.V.Varadan, North Holland Publishers.

[Kouyoumjian'74] R.G.Kouyoumjian, P.H.Pathak, "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an edge in a Perfectly Conducting Surface", *Proc.IEEE*, Vol.62, No.11, Noviembre 1974, pp. 1448-1461

[Llorens'93] V.Llorens, J.J.Mallorquí, "Algoritmo iterativo para la resolución del problema inverso electromagnético utilizando el CGM-FFT y el método de la pseudo-inversa", *VIII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Valencia, 22-24 septiembre 1993

[Luenberger'89] D.G.Luenberger, "*Programación lineal y no lineal*", Addison-Wesley Iberoamericana, México, 1989.

[Lynch'86] D.R.Lynch, K.D.Paulsen, J.W.Strohbehn, "Hybrid Element Method for Unbounded Electromagnetic Problems in Hypertermia", *Int. Journ. Numer. Meth. in Eng.*, vol. 23, pp. 1915-1937

[Maffet'89] A.L.Maffet, "*Topics for a Statistical Description of Radar Cross Section*", John Wiley & Sons, 1989

[Michaeli'84] A.Michaeli, "Equivalent Edge Currents for Arbitrary Aspects of Observation", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-32, No.3, Marzo 1984, pp.252-258. Ver corrección en Vol. AP-23, Febrero 1985, p.227

[Mittra'79] R.Mittra, Y.Rahmat-Samii, V.Galindo-Israel, "An Efficient Technique for Computation of Vector Secondary Patterns of Offset Paraboloid Reflectors", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-27, No. 3, pp.294-304, Mayo 1979.

[Mitzner'67] K.M.Mitzner, "An integral equation approach to scattering from a body of finite conductivity", *Radio Sci.*, vol.2, pp. 1459-1467

[Mitzner'74] K.M.Mitzner, "*Incremental Length Diffraction Coefficients*", Technical Report No. AFAL-TR-73-296, Northrop Corporation, Aircraft Division, Abril 1974

[Nish'85] T.Nishita, E.Nakamae, "Continuous Tone Representation of Three-Dimensional Objects Taking Account of Shadows and Interreflection", *SIGGRAPH*, 85, 23-30.

[Nuño'93] L.Nuño, "*Análisis de guía-ondas lineales inhomogéneas y anisótropas mediante el método de los elementos finitos*", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, septiembre 1993.

[Pathak'74] P.H.Pathak, R.G.Kouyoumjian, "An analysis of the radiation from apertures in curved surfaces by the geometrical theory of diffraction", *Proc. IEEE*, Vol.62, p.1438-1461, nov. 1974

[Pathak'77] P.H.Pathak, R.G.Kouyoumjian, "On the diffraction on edge excited surface rays", Proc.1977 UNSC/URSI, Standford, CA, 22-24 junio 1977

[Pathak'80] "P.H.Pathak, W.D.Burnside, R.J.Marhefka, "A uniform GTD analysis of the diffraction of electromagnetic waves by a smooth convex surface", *IRE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-28, No.5, p.631-642, sept. 1980

[Pathak'81] "P.H.Pathak, N.Wang, W.D.Burnside, R.G.Kouyoumjian, "Uniform GTD solution for the radiation from sources on a smooth convex surface", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-29, No.4, p-600-621, julio 1981

[Paulsen'88] K.D.Paulsen, D.R.Lynch, J.W.Strohbehn, "Three-Dimensional Finite, Boundary and Hybrid Element Solutions of the Maxwell Equations for Lossy Dielectric Media", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol.MTT-36, No.4, Abril 1988, pp. 682-693

[Perez'92] J.Perez, M.F.Cátedra, "RCS of electrically large targets modelled with NURBS surfaces", *Electronics letters*, Vol. 28, No. 12, pp. 1119-1121, Junio 1992

[Phong'73] B.T.Phong, "*Illumination for Computer Generated Images*", Tesis Doctoral, Univ. of Utah, 1973

[Pizarroso'90] M.Pizarroso, J.Pérez, M.F.Cátedra, "Software geométrico para el cálculo de RCS de sólidos modelados por NURBS", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 195-199, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Press'92] W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, B.P.Flannery, "*Numerical recipes in C*", 2ª Ed., Cambridge University Press, 1992.

[Prieto'92] E.Prieto, J.C.Cruellas, N.Duffo, "Cálculo de la RCS de objetos inhomogéneos mediante el método de los elementos finitos y condiciones de absorción", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Málaga, 23-35 septiembre 1992.

[Rahmat'80] Y.Rahmat-Samii, V.Galindo-Israel, "Shaped Reflector Antenna Analysis Using the Jacobi-Bessel Series", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-28, No.4, pp.425-435, Julio1980

[Ramirez'92] Luis M. Ramirez, Mercè Vall-llossera, Juan M. Rius, Luis Jofre, "Optimización de RCS de blancos radar mediante procesado gráfico", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 573-577, Málaga, 23-25 Septiembre 1992

[Rao'82] S.M.Rao, D.R.Wilton, A.W.Glissom, "Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-30, No.3, pp. 409-417, Mayo 1982

[Rius'87] J.M.Rius, M.Ferrando, L.Jofre, E. de los Reyes, A.Elías and A.Broquetas "Microwave tomography: an algorithm for cylindrical geometries" *ELECTRONICS LETTERS*, Vol 23, number 11, pp. 564-565, 21st May 1987

[Rius'89] J.M.Rius, M.Ferrando, A.Broquetas, L.Jofre, "Métodos híbridos para análisis de la difracción y sección recta radar de cuerpos metálicos complejos", *III Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 616-619, Santander, 25-27 Septiembre 1989

[Rius'90a] J.M.Rius, M.Vall-llossera, M.Ferrando, "Sección recta de blancos radar complejos en tiempo real: aproximación de óptica física", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 180-185, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Rius'90b] J.M.Rius, M.Ferrando, "Real Time Radar Cross-Section of Complex Targets by Physical Optics Graphical Processing", *Proc. 1990 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*", pp. 1280-1283, Dallas, 7-11 Mayo 1990

[Rius'90c] J.M.Rius, M.Vall-llossera, M.Ferrando, "Fast Algorithms for Radar Cross Section Computation of Complex Objects", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'90*, Niza, 13-16 Noviembre 1990

[Rius'90d] J.M.Rius, M.Vall-llossera, "Physical Optics Graphical Processing", *Actas del Workshop: "RCS of perfectly conducting or coated bodies"* Niza, 16 de Noviembre 1990

[Rius'91] J.M.Rius, "*Sección recta de blancos radar complejos en tiempo real*", Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Julio 1991.

[Rius'91a] J.M.Rius, M.Vall-llossera, "High Frequency Radar Cross Section of Complex Objects in Real Time", *1991 IEEE AP-S International Symposium* London, Ontario, Canadá, Junio 1991

[Rius'91b] J.M.Rius, M.Vall-llossera, L.Jofre, "Diseño interactivo de formas de baja detectabilidad radar", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991

[Rius'91c] J.M.Rius, M.Vall-llossera, A.Cardama, "High Frequency RCS of Perfectly Conducting or Coated Complex Objects in Real Time", *21th EUROPEAN MICRO-WAVE CONFERENCE*, 9-12th September 1991, Stuttgart, Germany

[Rius'91d] J.M.Rius, M.Vall-llossera, A.Cardama, "Predicción de RCS de aviones de baja detectabilidad: Nuevas técnicas de procesamiento gráfico", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991

[Rius'91e] J.M.Rius, M.Vall-llossera, A.Cardama, "Real Time RCS of Perfectly Conducting or Coated Radar Targets", *2nd International Conference on ELECTROMAGNETICS IN AEROSPACE APPLICATIONS (ICEAA 91)* 17-20th September 1991, Torino, Italy

[Rius'92a] J.M.Rius, C.Pichot, L.Jofre, J.C.Bolomey, A.Broquetas, J.Goachimowicz, M. Ferrando, "Planar and Cylindrical Active Microwave Temperature Imaging. Numerical Simulations", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol.11, No.4, pp. 457-469, Diciembre 1992

[Rius'92b] Juan M. Rius, Mercè Vall-llossera, A. Cardama, L. Jofre, "RCS of Stealth aircraft: Prediction and Optimization by Graphical Processing Techniques", *1992 URSI Radio Science Meeting*, pág. 527, Chicago, Illinois, USA, 18-25 Julio 1992

[Rius'92d] Juan M. Rius, "Numerical Methods for Radar Cross Section Prediction: from Method of Moments to High-Frequency Graphical Processing", Conferencia Invitada en la Special Technology Session on Electromagnetics en la *First European Conference on Numerical Methods in Engineering*, Bruselas, 7-11 Septiembre 1992

[Rius'92e] Juan M. Rius, M. Vall-llossera, L.Jofre, "GRECO: Graphical Electromagnetic Computing for RCS Prediction in Real-Time", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes (JINA'92)*, Niza, 12-14 Noviembre 1992, pp. 475-478

[Rius'92f] Juan M. Rius, "GRECO: Solutions to cylindrical cavity and 90 degree dihedral problems", Actas de Workshop: *S.E.R. MARSEILLE-92. "Surfaces Equivalentes Radar de corps infiniment conducteurs ou à impédance de surface et de cible inhomogènes"*, Marsella, 10 Noviembre 1992

[Rius'92g] Juan M. Rius, Jose Carlos Sanchez, Mercè Vall-llossera, "Predicción de rcs de aviones stealth mediante procesamiento grafico (GRECO)", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 924-927, Málaga, 23-25 Septiembre 1992

[Rius'93a] Juan M. Rius, Mercè Vall-llossera, "Cálculo de la RCS biestática en alta frecuencia mediante procesamiento gráfico (GRECO)", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 803-808, Valencia, 22-24 Septiembre 1993

[Rius'93b] J.M.Rius, M. Ferrando, L.Jofre, "GRECO: Graphical Electromagnetic Computing for RCS Prediction in Real Time", *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, Abril 1993, pp. 7-17

[Rius'93c] Juan M. Rius, M. Vall-llossera, A. Cardama, L. Jofre, "Fast Ray-Tracing Algorithm for RCS Prediction with GRECO Code", *1993 URSI Meeting*, June 28 - July 2 1993, Ann Arbor, Michigan, USA, pp. 11

[Rius'93d] J.M.Rius, M. Ferrando, L.Jofre, "High Frequency RCS of Complex Radar Targets in Real Time", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol.41, No.9, pp. , September 1993

[Rius'93e] Juan M. Rius, M. Vall-llossera, L. Jofre, "Multiple Reflections and Improvement of Edge Scattering in GRECO RCS Prediction Code", *23rd EUROPEAN MICROWAVE CONFERENCE*, 6-9 septiembre 1993, Madrid, España, pp. 386-387

[Rius'93f] Juan M. Rius, A.Lozano, A.Cardama, "RCS of Engine Inlets by a Spectral Iterative Technique", *23rd EUROPEAN MICROWAVE CONFERENCE*, 6-9 septiembre 1993, Madrid, España, pp. 380-382

[Rius'94] J.M.Rius, A. Lozano, A. Cardama L.Jofre, "Spectral Iterative Algorithm for RCS Computation in Electrically Large or Intermediate Perfectly Conducting Cavities", Aceptado para publicación en *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*.

[Sabaté'91] R.Sabaté, J.M.Rius, "Análisis de antenas de reflector mediante procesamiento gráfico", *VI Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Cáceres, 24-27 Septiembre 1991

[Salazar'89] M.Salazar-Palma, F.Hernández Gil, "Self-adaptative mesh scheme for the finite element analysis of anisotropic multiconductor transmission lines", *IEEE MTT-S Symposium*, Long Beach, 12-16 junio 1989.

[Sederberg'84] T.W.Sederberg, "Implicit Representation of Parametric Curves and Surfaces", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol.28, No.1, Enero 1984, pp.72-84.

- [Sederberg'89] T.W.Sederberg, "Techniques for Cubic Algebraic Surfaces", *IEEE Computer Graphics and Applic.*, Vol.10, No.4, Julio 1990, pp.14-25 y No.5, Septiembre 1990, pp.12-21.
- [Stratton'41] J.A.Stratton, "*Electromagnetic Theory*", McGraw-Hill, New York, 1941
- [Suth'74] I.E.Sutherland, C.W.Hodgman, "Reentrant Polygon Clipping", *CACM*, 17(1), Enero 1974, 32-42
- [Taflove'89] A.Taflove, K.R.Umashankar, "Review of FD-TD Numerical Modeling of Electromagnetic Wave Scattering and Radar Cross Section", *IEEE Proc.*, Vol.77, No.5, Mayo 1989, pp. 682-699
- [Tiller'83] W.Tiller, "Rational B-splines for Curve and Surface Representation", *IEEE Trans. Computer Graphics & Appl.*, Septiembre 1983, 61-69.
- [Ufimtsev'57] P.Ia.Ufimtsev, "Approximate Computation of the Diffraction of Plane Electromagnetic Waves at Certain Metal Bodies: Pt. I. Diffraction Patterns at a Wedge and a Ribbon", *Zh. Tekhn. Fiz.* (URSS), Vol.27, No.8, 1957, pp.1708-1718
- [Vall-llossera'90] M.Vall-llossera, J.M.Rius, M.Ferrando, "Aplicación de algoritmos gráficos de iluminación global al cálculo de interacción electromagnética entre superficies metálicas", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 175-179, Vigo, 26-28 Septiembre 1990
- [Vall-llossera'93] Mercè Vall-llossera, Juan M. Rius, A.Cardama, "Métodos de optimización de sección recta radar con restricciones", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 809-813, Valencia, 22-24 Septiembre 1993
- [Valle'92] L.Valle, F.Rivas, M.F.Cátedra, "Electromagnetic Scattering by Arbitrary Shaped Bodies Modelled with NURBS Surfaces Using the Method of Moments", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes JINA'92*, Niza, 12-14 Noviembre 1992.
- [Vallmitjana'92] Ll.Vallmitjana, N.Duffó, J.C.Cruellas, "Estudio de la difracción en el dominio del tiempo de objetos 2-D mediante el método de los elementos finitos", *VII Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, Málaga, 23-25 septiembre 1992.
- [Vaquer'93] M.Vaquer, J.J.Mallorquí, A.Cardama, Ll.Jofre, "Bidimensional Scattering of TM and TE polarized waves by dielectric bodies using the CG-FFT method: Application to mobile communication systems", "*23rd European Microwave Conference*", Madrid, 6-9 septiembre 1993.

[Versprille'75] K.J.Versprille, "*Computer Aided Design Applications of the Rational B-spline Aproximation Form*", Tesis Doctoral, Syracuse Univ., Syracuse, N.Y., Febrero 1975.

[Villar'90] R.Villar, A.Martín, M.Martínez, "Soluciones PTD en problemas de RCS backscattering", *V Symposium Nacional del Comité Español de la URSI*, pág. 638-642, Vigo, 26-28 Septiembre 1990

[Wallace'89] J.R. Wallace, K.A. Elmquist, E.A. Haines, "A Ray Tracing Algorithm for Progressive Radiosity", *ACM Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH 1989).

[Weghorst'84] H. Weghorst, G. Hooper, D.P. Greenberg, "Improved Computational Methods for Ray Tracing", *ACM Transactions on Graphics* 3, 1 (January 1984); pp. 52-69.

[Whitted'80] T. Whitted, "An Improved Illumination Model for Shaded Display", *Communications of the ACM* 23, 6 junio 1980, pp. 343-349.

[Yashiro'85] K.Yashiro, S.Ohkawa, "Boundary Element Method for Electromagnetic Scattering from Cylinders", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, Vol. AP-33, no. 4, April 1985, pp. 383-389

[Youssef'89] N.N.Youssef, "Radar Cross Section of Complex Targets", *Proc. IEEE*, Vol.77, No.5, Mayo 1989

