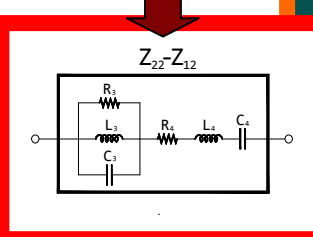
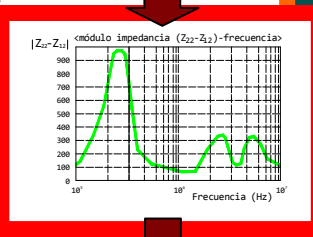
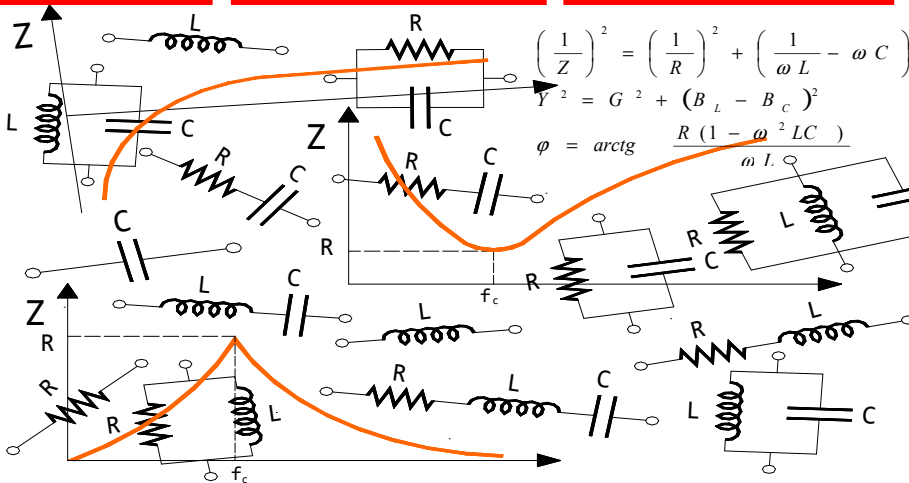
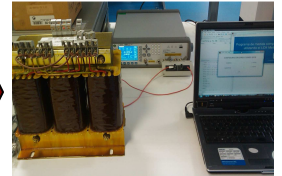
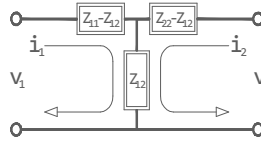
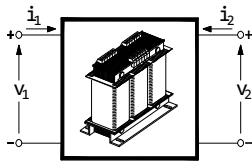


# APORTACIONES AL MODELADO DEL TRANSFORMADOR EN ALTA FRECUENCIA

Cándido Capellán Villacián



Tesis Doctoral

Santander, 2012

Director: Dr. D. Mario Mañana Canteli



Universidad de Cantabria.

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética.

---

# Tesis Doctoral

## “APORTACIONES AL MODELADO DEL TRANSFORMADOR EN ALTA FRECUENCIA”

por

Cándido Capellán Villacián



Universidad de Cantabria

Santander, 2012

---

---

# **“Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia”**

© CÁNDIDO CAPELLÁN VILLACIÁN, 2012

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética  
Avd. de los Castros s/n  
Tlf.: +34 942 20 13 70

Universidad de Cantabria.  
39005 Santander, Cantabria, España.

Impresión: Viela Artes Gráficas  
C/ Los Robles, 50 (Pol. Ind. Fuente Ciega)  
Tlf. +34 941 30 51 45  
Haro, La Rioja, España.

**“Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia”**

Tesis presentada como requisito parcial para obtener el grado de Doctor:

Autor:

---

D. Cándido Capellán Villacián

Director:

---

Dr. D. Mario Mañana Canteli

Santander, a        de        de 2012.

---

---

Tesis Doctoral.

---

**A mi familia**

---

---

---

## Agradecimientos

Estas líneas desean expresar mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que de uno u otro modo han contribuido a que esta tesis sea una realidad.

Gracias a mi tutor, Mario Mañana Canteli por conseguir que a lo largo del camino siguiera con paso firme y constante sin desviarme de la senda. Sin él, nunca habría alcanzado la meta. Es un placer, y un honor, trabajar con personas de su talento y talante.

Gracias a Isabel Carriles Ripoll, secretaria del Departamento, por su paciencia.

Gracias a Alberto Arroyo y Enrique Hervás, miembros del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética, por su importante y desinteresada ayuda.

Gracias al Sr. Raúl Esteve, de la empresa CROVISA, por su amable colaboración.

Gracias a mi familia: mis hermanos Fede y Clara, mis suegros M<sup>a</sup> Cruz y Paco, tíos, cuñados, primos y sobrinos, siempre han estado ahí cuando les he necesitado brindándome su apoyo y energía; en especial gracias a mis padres Federico y M<sup>a</sup> Isabel por su cariño incondicional y porque con su generoso esfuerzo han hecho posible que llegase hasta aquí. Sin duda unos padres magníficos, de diez.

Gracias, por fin, a Berta, por su amor, tiempo regalado y comprensión, al fin llegó a entender el por qué de mi empeño en doctorarme a pesar de las dificultades. También expresarla mi admiración; en mitad de la elaboración de esta Tesis pasamos momentos difíciles que, “gracias a nuestra Virgen de la Vega”, supimos superar juntos. Si tuviera que desvelar los secretos: la Fe, el amor, la lucha y la ilusión por seguir adelante.

Gracias a todos aquellos que, desde mi olvido, no han sido citados expresamente pero han colaborado a llevar a buen puerto esta tesis. Ellos saben quienes son.

No quisiera acabar esta lista de agradecimientos sin recordar a mis abuelos Federico, Felisa, Cándido y Alejandra. Ya no están aquí, pero sin duda para mi han sido un excelente ejemplo de vida. Gracias.

A todos, mil y mil gracias.

---



---

**RESUMEN**

Sobre todo en el área de las comunicaciones, es común encontrar sistemas eléctricos o electrónicos trabajando en amplios rangos de frecuencia (de decenas a millones de hercios); su utilización va en aumento, y conocer la respuesta de los dispositivos que los integran con respecto a la misma, también. Un medio de predecir tal respuesta, se basa en el empleo de técnicas singulares de diseño orientadas a la creación de modelos equivalentes capaces de simular el comportamiento original del dispositivo.

Como punto y seguido, la presente Tesis aborda este tema para uno de los dispositivos más utilizados en la transmisión y distribución de energía eléctrica: el transformador.

En primer lugar, para disponer de documentación puesta al día, se han recopilado y analizado los trabajos más relevantes referidos al modelado del transformador en alta frecuencia.

Seguidamente, tomando como base experimental un transformador trifásico de laboratorio de 4 kVA, se han planteado los montajes y metodologías asociadas para conseguir los modelos de baja y alta frecuencia. Los modelos obtenidos pueden ser sintetizados a circuitos RLC y su precisión evaluada mediante sencillos montajes.

Inicialmente, se somete a prueba al modelo clásico de BF para determinar la frecuencia máxima hasta la que puede ser utilizado. A continuación, se propone un nuevo modelo en AF y su respuesta se evalúa y valida mediante medidas. El comportamiento en AF de los transformadores de potencia está caracterizado por la aparición de puntos de resonancia debidos a los efectos inductivos y capacitivos que se producen en los devanados, tanque y núcleo.

### **ABSTRACT**

It is not unusual in communication systems to find electric or electronic systems working in the range of frequencies that goes from Hz to MHz); their use is growing up day after day. Modelling is a useful technique able to provide a suitable knowledge about the behaviour of all the devices operated at high frequencies.

This thesis approaches this topic to the case of the transformer, which is one of the devices most widely used in the transmission and distribution of electrical energy.

A state of the art about high-frequency modelling is summarized and the most relevant research works are analysed.

By using a 4 kVA three-phase power transformer, a set-up facility and the associated methodology has been proposed in order to develop a method able to obtain both the low and high-frequency models. The obtained model can be synthesized using passive LCR circuits. The accuracy of the model is then evaluated using the set-up facility.

In initial experiments, the classic low-frequency model is put to the test in order know the maximum frequency at which the model can be used. After that, a new high-frequency model is proposed and its response is evaluated and validated with measurements. The high-frequency behaviour of the power transformer is characterized by several resonance points due to inductive and capacitive effects from the windings, tank, and core.

## Signos convencionales y abreviaturas.

### Signos convencionales:

<b>A:</b> sección o superficie	<b>K:</b> constante	<b>t:</b> tiempo
<b>B:</b> densidad flujo magnético	<b>L:</b> inductancia <b>l:</b> longitud	<b>V, E, v, U:</b> tensión <b>Vol:</b> volumen
<b>C:</b> capacitancia	<b>M:</b> inductancia mutua <b>m, m<sub>r</sub>:</b> relación transformación	<b>X:</b> reactancia
<b>D:</b> diámetro	<b>N:</b> número de espiras <b>n:</b> constante de Steinmetz	<b>Y:</b> admitancia
<b>e:</b> espesor	<b>P:</b> potencia activa	<b>Z:</b> impedancia
<b>F, f.m.m.:</b> fuerza magnetomotriz <b>f:</b> frecuencia	<b>Q:</b> potencia reactiva <b>Q<sub>f</sub>:</b> factor calidad	<b>Φ:</b> flujo magnético <b>μ:</b> permeabilidad <b>ρ:</b> resistividad <b>σ:</b> conductividad <b>φ:</b> ángulo desfase <b>δ:</b> densidad <b>ω:</b> frecuencia angular
<b>G:</b> conductancia	<b>R:</b> resistencia óhmica	
<b>H:</b> intensidad campo magnético	<b>S:</b> potencia aparente	
<b>I, i:</b> intensidad	<b>T:</b> temperatura	
<b>J:</b> densidad de corriente		

### Abreviaturas:

**AF/AAFF:** Alta Frecuencia/s.

**AIEE:** American Institute of Electrical Engineers.

**ANSI:** American National Standards Institute.

**ANSYS Multiphysics™:** Programa para realizar de forma compartida análisis estructurales, térmicos, de fluidos, acústicos y electromagnéticos.

**AT:** Alta Tensión.

**ATP/EMTP:** Alternative Transients Program/ElectroMagnetic Transient Program.

**BF/BBFF:** Baja Frecuencia/s.

**BT:** Baja Tensión.

**COMSOL:** Software de análisis y resolución por EF para aplicaciones físicas y de ingeniería.

**CRO:** Cathode Ray Oscilloscope (osciloscopio de rayos catódicos).

## Signos convencionales y abreviaturas

---

**EEFF:** Elementos Finitos

**ELMER (*Multiphysics*):** Programa de elementos finitos para análisis mutifísicos.

**EMAP (*ElectroMagnetic Analysis Program*):** Programa en 3 dimensiones basado en el método de los elementos finitos para análisis electromagnéticos.

**FEMM (*Finite Element Method Magnetics*):** Programa de EF destinado a problemas en 2 dimensiones en bajas frecuencias. Específico para el electromagnetismo.

**FDB:** Frequency Dependent Branch (brazo o rama dependiente de la frecuencia).

**FFT:** Fast Fourier Transformer (transformada rápida de Fourier).

**FLUX:** Programa modular de Diseño Asistido por Ordenador basado en EF (en 2D y 3D).

**FRA:** Frequency Response Analysis (análisis de respuesta en frecuencia).

**FT :** Function Transfer (función de transferencia).

**GPIB:** General Purpose Interface Bus (bus para periféricos de propósito general).

**IEEE:** Institute of Electrical and Electronics Engineers

**MATLAB:** MATrix LABoratory (programa de cálculo numérico orientado a matrices).

**MAXWELL 3D:** Programa de diseño electromagnético para la simulación y el análisis electromagnético y electromecánico de componentes de automoción, militares, aeroespaciales y de aplicaciones industriales.

**MF:** Media Frecuencia.

**NEMA:** National Electrical Manufacturers Association.

**PLC:** Power Line Communication (transmisión de datos a través de las líneas de potencia).

**PSCAD/EMTDC:** Software para la simulación de sistemas eléctricos y electrónicos de potencia.

**PWM:** Power Width Modulation (modulación de anchura de pulso).

**RAE:** Real Academia de la Lengua Española.

**Trafo:** Transformador.

**VF o VA:** Vector Fitting (vector de ajuste).

**VFTO:** Very Fast Transient Overvoltage (transitorios muy rápidos de sobretensión).

**ZBD:** Transformador de corriente alterna de Ziperowsky, Bláthy y Deri.

**INDICE GENERAL**

Resumen .....	vii
Signos convencionales y abreviaturas .....	ix
Índice general .....	xi
Listados de figuras, gráficos y tablas .....	xvi

**Capítulo I: Introducción**

I.1.- Introducción .....	CI-3
I.2.- Objetivo de la tesis .....	CI-5
I.3.- Motivación de la tesis .....	CI-6
I.4.- Organización de la tesis .....	CI-7
I.5.- Aportaciones de la tesis .....	CI-9

**Capítulo II: Generalidades**

<b>II.1.- EL TRANSFORMADOR CLÁSICO</b> .....	CII-3
<b>II.1.1.- Nociones básicas</b> .....	CII-3
II.1.1.1.- Núcleos .....	CII-4
II.1.1.2.- Devanados .....	CII-6
II.1.1.3.- Aislamientos .....	CII-8
II.1.1.4.- Enfriamiento de transformadores .....	CII-10
II.1.1.5.- Tipos y clasificación de transformadores .....	CII-12
II.1.1.6.- Problemas de los transformadores .....	CII-14
<b>II.1.2.- Principio de operación. Fundamentos</b> .....	CII-16
II.1.2.1.- Transformador ideal .....	CII-17
II.1.2.2.- Transformador real en carga .....	CII-22
II.1.2.3.- Circuito equivalente simplificado .....	CII-24
II.1.2.4.- Transformadores trifásicos .....	CII-28
<b>II.1.3.- Pérdidas eléctricas y magnéticas</b> .....	CII-35
II.1.3.1.- Pérdidas magnéticas ( $P_N$ ) .....	CII-36
II.1.3.2.- Pérdidas eléctricas ( $P_{Cu}$ ) .....	CII-38
<b>II.1.4.- Ensayos en el transformador</b> .....	CII-39
II.1.4.1.- Polaridad de los devanados .....	CII-40
II.1.4.2.- Curva B-H del material magnético del núcleo .....	CII-41
II.1.4.3.- Resistencia óhmica de los devanados .....	CII-42
II.1.4.4.- Ensayo de vacío .....	CII-43
II.1.4.5.- Ensayo de cortocircuito .....	CII-46
II.1.4.6.- Ciclo de histéresis del material del núcleo .....	CII-52

<b>II.2.- CARACTERIZACIÓN DEL TRANSFORMADOR EN BF</b> .....	CII-55
<b>II.2.1.- Datos del transformador de laboratorio</b> .....	CII-62
II.2.1.1.- Datos de la placa de características .....	CII-62
II.2.1.2.- Datos del fabricante .....	CII-63
II.2.1.3.- Dimensiones geométricas .....	CII-63
II.2.1.4.- Valores eléctricos nominales .....	CII-64
<b>II.2.2.- Ensayos en el transformador de laboratorio</b> .....	CII-65
II.2.2.1.- Polaridad de los devanados .....	CII-65
II.2.2.2.- Curva B-H del material magnético del núcleo .....	CII-66
II.2.2.3.- Resistencia óhmica de los devanados .....	CII-69
II.2.2.4.- Ensayo de vacío .....	CII-71
II.2.2.5.- Ensayo de cortocircuito .....	CII-78
II.2.2.6.- Ciclo de histéresis del material del núcleo .....	CII-82
<b>II.2.3.- Modelo circuital en BF</b> .....	CII-84
II.2.3.1.- Validación del modelo circuital en BF .....	CII-86
II.2.3.1.1.- $m_T$ del modelo circuital en BF con parámetros constantes .....	CII-87
II.2.3.1.2.- $m_T$ del modelo circuital en BF con parámetros variables .....	CII-89
II.2.3.2.- Conclusiones sobre el modelo circuital en BF .....	CII-91
<b>II.2.4.- Modelo de Elementos Finitos en BF</b> .....	CII-94
II.2.4.1.- Validación del modelo de EEFF en BF .....	CII-95
II.2.4.2.- Conclusiones sobre el modelo computacional de EEFF en BF .....	CII-97
<b>II.3.- EL TRANSFORMADOR A ALTAS FRECUENCIAS</b> .....	CII-98
<b>II.3.1.- Características de amplitud y fase</b> .....	CII-102
 <b>Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF</b>	
<b>III.1.- INTRODUCCIÓN</b> .....	CIII-3
<b>III.2.- MODELOS FÍSICOS</b> .....	CIII-5
<b>III.2.1.- Modelo de TRAN-ANH</b> .....	CIII-5
III.2.1.1.- Modelo en media frecuencia (MF) .....	CIII-6
III.2.1.1.1.- Medidas en el modelo MF .....	CIII-7
III.2.1.1.2.- Determinación de parámetros en el modelo MF .....	CIII-7
III.2.1.1.3.- Comparación resultados entre trafo real y modelo MF .....	CIII-10
III.2.1.1.4.- Señal de transferencia del modelo MF .....	CIII-10
III.2.1.2.- Modelo en alta frecuencia (AF) .....	CIII-11
III.2.1.2.1.- Medidas en el modelo AF .....	CIII-11
III.2.1.2.2.- Determinación de parámetros en el modelo AF .....	CIII-12
III.2.1.2.3.- Señal de transferencia del modelo AF .....	CIII-12

<b>III.2.2.- Modelo de ABED</b> .....	CIII-13
<b>III.2.2.1.-</b> Consideraciones del modelo de Elementos Finitos .....	CIII-13
<b>III.2.2.2.-</b> Cálculo de los parámetros de alta frecuencia .....	CIII-14
<b>III.2.2.3.-</b> Modelo global .....	CIII-15
<b>III.2.3.- Modelo de ABEYWICRAMA</b> .....	CIII-16
<b>III.2.3.1.-</b> Modelo global .....	CIII-17
<b>III.2.3.2.-</b> Cálculo de los parámetros del circuito .....	CIII-19
<b>III.2.3.3.-</b> Resultados .....	CIII-23
<b>III.2.4.- Modelo de LU (I)</b> .....	CIII-24
<b>III.2.4.1.-</b> Modelo del circuito dinámico del transformador de AF .....	CIII-25
<b>III.2.4.2.-</b> Modelado de los efectos térmicos sobre la histéresis .....	CIII-27
<b>III.2.4.3.-</b> Parámetros del circuito .....	CIII-28
<b>III.2.4.4.-</b> Implementación en Software MATLAB/SIMULINK .....	CIII-29
<b>III.2.5.- Modelo de LU (II)</b> .....	CIII-31
<b>III.2.5.1.-</b> Modelo dinámico trafo de AF con capacidades de dispersión ....	CIII-31
<b>III.2.5.2.-</b> Medida de las capacidades de dispersión .....	CIII-33
<b>III.2.6.- Modelo de MOFIZUL</b> .....	CIII-37
<b>III.2.6.1.-</b> Modelos de transformador a baja, media y alta frecuencia .....	CIII-38
<b>III.2.6.2.-</b> Implementación MATLAB .....	CIII-40
<b>III.2.7.- Modelo de SIADA</b> .....	CIII-41
<b>III.2.7.1.-</b> Modelo de transformador .....	CIII-42
<b>III.3.- MODELOS BLACK-BOX</b> .....	CIII-45
<b>III.3.1.- Modelo de SABIHA</b> .....	CIII-45
<b>III.3.1.1.-</b> Red Two-port .....	CIII-46
<b>III.3.1.2.-</b> Medidas experimentales .....	CIII-47
<b>III.3.1.3.-</b> Modelo de transformador propuesto .....	CIII-48
<b>III.3.1.4.-</b> Determinación de parámetros .....	CIII-49
<b>III.3.1.5.-</b> Validación del modelo .....	CIII-49
<b>III.3.2.- Modelo de LU (III)</b> .....	CIII-50
<b>III.3.2.1.-</b> Modelos transformadores AF con capacitancias de dispersión ....	CIII-51
<b>III.3.2.2.-</b> Determinación experimental de las capacitancias de pérdidas ....	CIII-53
<b>III.3.3.- Modelo de BIERNACKI</b> .....	CIII-56
<b>III.3.3.1.-</b> Red de N-puertos representada por las matrices [Z], [Y] y [S] ....	CIII-57
<b>III.3.3.2.-</b> Flujo de potencia en la red Two-port .....	CIII-58
<b>III.3.3.3.-</b> Representación del circuito equivalente .....	CIII-59
<b>III.3.4.- Modelo de ZHANG</b> .....	CIII-61
<b>III.3.4.1.-</b> Parámetros S, función transferencia, ajuste y reducción de orden .	CIII-61
<b>III.3.4.2.-</b> Modelado de los devanados del transformador .....	CIII-62



## Índice General

---

III.3.5.- Modelo de GUSTAVSEN .....	CIII-62
III.3.5.1.- Medida de la matriz de admitancias Y .....	CIII-63
III.3.6.- Modelo de ZHONGYUAN .....	CIII-64
III.3.6.1.- Pasos para la determinación del modelo .....	CIII-65
III.3.6.2.- Reducción de orden del modelo .....	CIII-67
III.4.- CONCLUSIONES Y TABLA COMPARATIVA .....	CIII-69
III.5.- DISEÑO DEL TRANSFORMADOR EN AF .....	CIII-71
<b>Capítulo IV: Modelado del transformador en AF</b>	
IV.1.- INTRODUCCIÓN .....	CIV-3
IV.2.- MODELO CIRCUITAL PROPUESTO DE AF .....	CIV-5
IV.2.1.- Alcance del modelo .....	CIV-8
IV.2.2.- Estructura del modelo .....	CIV-11
IV.2.2.1.- Gráficas <impedancia-frecuencia> .....	CIV-20
IV.2.2.2.- Síntesis de curvas a circuitos RLC .....	CIV-25
IV.2.2.2.1.- Síntesis de la curva <impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ )-frecuencia> .....	CIV-28
IV.2.2.2.2.- Síntesis de la curva <impedancia ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ )-frecuencia> .....	CIV-31
IV.2.2.2.3.- Síntesis de la curva <impedancia ( $Z_{12}$ )-frecuencia> .....	CIV-33
IV.2.2.2.4.- Resumen .....	CIV-35
IV.2.3.- Determinación de parámetros .....	CIV-36
IV.2.4.- Grado de precisión. Validación .....	CIV-42
IV.2.5.- Modelo circuital resultante .....	CIV-50
IV.3.- RESUMEN DEL MÉTODO .....	CIV-51

## Capítulo V: Conclusiones y futura investigación

V.1.- CONCLUSIONES .....	CV-3
V.2.- LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN .....	CV-10

## **Bibliografía:**

<b>Referencias bibliográficas</b> .....	B-3
---	-----

## **Anexos:**

Anexo A: PLATAFORMA EXPERIMENTAL: TRANSFORMADOR DE LABORATORIO .....	A-3
Anexo B: FUENTE DE ALIMENTACIÓN “PACIFIC POWER 345AMX” .....	A-5
Anexo C: VATÍMETRO DIGITAL “YOKOGAWA WT 1600” .....	A-7
Anexo D: ANALIZADOR DE REDES “AGILENT E4980” .....	A-9
Anexo E: GENERADOR DE ONDA “AGILENT 33120A” .....	A-11
Anexo F: OSCILOSCOPIO “AGILENT 54600B” .....	A-13
Anexo G: MODELO MATLAB/SIMULINK DEL TRANSFORMADOR EN BF.....	A-15
Anexo H: MODELO MATLAB/SIMULINK DEL TRANSFORMADOR EN AF .....	A-15
Anexo I: PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS MATERIALES .....	A-16
Anexo J: CICLO DE HISTÉRESIS DEL MATERIAL DEL NÚCLEO .....	A-17
Anexo K: BANCO DE PRUEBAS .....	A-19

## Listado de figuras

<b>Figura CI-1.-</b> Objetivo de la Tesis .....	CI-5
<b>Figura CII.1.-</b> (a) Transformador ideal con núcleo ferromagnético (b) Representación eléctrica .....	CII-3
<b>Figura CII.2.-</b> Núcleos: (a) Tipo núcleo (b) Tipo acorazado (c) Tipo acorazado distribuido .....	CII-4
<b>Figura CII.3.-</b> Devanados: (a) simétricos (b) y (b1) concéntricos (c) alternados (d) acorazados .....	CII-7
<b>Figura CII.4.-</b> Clasificación de los transformadores .....	CII-13
<b>Figura CII.5.-</b> (a) Transformador ideal en vacío (b) Representación vectorial de magnitudes .....	CII-17
<b>Figura CII.6.-</b> Representación cartesiana de $V_p$ , $E_p$ y $\Phi$ con núcleo carente de pérdidas por histéresis .....	CII-18
<b>Figura CII.7.-</b> Representación cartesiana de $V_p$ , $E_p$ y $\Phi$ con núcleo con pérdidas por histéresis .....	CII-18
<b>Figura CII.8.-</b> Representación vectorial de $V_p$ , $E_p$ , $I_o$ y $\Phi$ con núcleo con pérdidas por histéresis .....	CII-19
<b>Figura CII.9.-</b> Transformador ideal con carga conectada en su secundario .....	CII-20
<b>Figura CII.10.-</b> Transformador real con carga conectada en su secundario .....	CII-22
<b>Figura CII.11.-</b> Representación vectorial de magnitudes del transformador real con carga .....	CII-23
<b>Figura CII.12.-</b> Representación de flujos dispersos y resistencias de los devanados del transformador .....	CII-24
<b>Figura CII.13.-</b> Representación externa de flujos de dispersión y resistencias internas de devanados .....	CII-25
<b>Figura CII.14.-</b> Circuito equivalente del transformador .....	CII-25
<b>Figura CII.15.-</b> (a) circuito del transformador reducido a parámetros del primario (b) Diagrama fasorial ....	CII-26
<b>Figura CII.16.-</b> (a) circuito del transformador reducido a parámetros del secundario (b) Diagrama fasorial .	CII-27
<b>Figura CII.17.-</b> Banco trifásico .....	CII-28
<b>Figura CII.18.-</b> Núcleos del banco trifásico .....	CII-29
<b>Figura CII.19.-</b> Núcleo del transformador trifásico .....	CII-29
<b>Figura CII.20.-</b> Designación de bornes del transformador trifásico .....	CII-31
<b>Figura CII.21.-</b> Conexión de bornes homólogos (a) Yy0, (b) Yy6 .....	CII-31
<b>Figura CII.22.-</b> Índice horario de la conexión Estrella-Estrella de la figura CII.21(a) .....	CII-33
<b>Figura CII.23.-</b> (a) Marcado de polaridades de batería y voltímetro (b) Determinación de polaridades .....	CII-40
<b>Figura CII.24.-</b> Determinación de polaridades por el método de corriente alterna .....	CII-40
<b>Figura CII.25.-</b> Determinación de la curva B-H a distintas frecuencias .....	CII-41
<b>Figura CII.26.-</b> Medición resistencia óhmica devanados método monofásico (a) montaje 1 (b) montaje 2 ...	CII-42
<b>Figura CII.27.-</b> Medida de resistencia óhmica de devanados por método trifásico (a) triángulo (b) estrella ..	CII-43
<b>Figura CII.28.-</b> Ensayo de vacío en transformador monofásico .....	CII-44
<b>Figura CII.29.-</b> Ensayo de vacío en transformador trifásico .....	CII-45
<b>Figura CII.30.-</b> Ensayo de cortocircuito en el transformador monofásico .....	CII-47
<b>Figura CII.31.-</b> Representación del circuito equivalente del transformador monofásico .....	CII-48
<b>Figura CII.32.-</b> Circuito equivalente del transformador monofásico reducido al primario .....	CII-49
<b>Figura CII.33.-</b> Circuito equivalente del transformador monofásico reducido al primario simplificado .....	CII-49
<b>Figura CII.34.-</b> Triángulo de KAPP de circuito equivalente reducido a primario del trafo monofásico .....	CII-50
<b>Figura CII.35.-</b> Ensayo de cortocircuito sobre transformador trifásico en conexión estrella-estrella .....	CII-50
<b>Figura CII.36.-</b> Montaje para la visualización del ciclo de histéresis del núcleo del transformador .....	CII-52
<b>Figura CII.37.-</b> Modelos en BF del transformador de laboratorio .....	CII-55
<b>Figura CII.38.-</b> Caracterización del modelo circuital clásico de BF .....	CII-60
<b>Figura CII.39.-</b> Caracterización del modelo de EF en BF .....	CII-61
<b>Figura CII.40.-</b> Placa de características del transformador de laboratorio .....	CII-62
<b>Figura CII.41.-</b> Dimensiones del transformador de laboratorio .....	CII-63
<b>Figura CII.42.-</b> Corrientes y tensiones de línea y fase según el tipo de conexión: (a) estrella (b) triángulo ....	CII-64
<b>Figura CII.43.-</b> Polaridad de los devanados del transformador de laboratorio .....	CII-65
<b>Figura CII.44.-</b> Bornes de los devanados del transformadores de laboratorio .....	CII-69
<b>Figura CII.45.-</b> Ensayo de vacío a tensión constante y frecuencia variable sobre trafo de laboratorio .....	CII-75
<b>Figura CII.46.-</b> Ensayo de cortocircuito sobre el transformador de laboratorio a frecuencia variable .....	CII-79
<b>Figura CII.47.-</b> Montaje de laboratorio para la visualización del ciclo de histéresis .....	CII-82
<b>Figura CII.48.-</b> Modelo equivalente general en BF del transformador para una fase .....	CII-84
<b>Figura CII.49.-</b> Modelo equivalente en BF del transformador de laboratorio de parámetros frecuencias ....	CII-85
<b>Figura CII.50.-</b> Validación modelo circuital en BF de parámetros constantes: medida de $m_T$ en vacío .....	CII-87

<b>Figura CII.51.-</b> Validación modelo circuital en BF de parámetros constantes: medida de $m_T$ en carga .....	CII-88
<b>Figura CII.52.-</b> Validación modelo circuital en BF de parámetros variables: medida de $m_T$ en vacío .....	CII-89
<b>Figura CII.53.-</b> Validación modelo circuital en BF de parámetros variables: medida de $m_T$ en carga .....	CII-90
<b>Figura CII.54.-</b> Modelo de Elementos Finitos (EEFF) del transformador de laboratorio .....	CII-94
<b>Figura CII.55.-</b> Validación modelo de EEFF en BF: medida de $m_T$ en vacío .....	CII-96
<b>Figura CII.56.-</b> Validación modelo de EEFF en BF: medida de $m_T$ en carga .....	CII-97
<b>Figura CII.57.-</b> Representación eléctrica aproximada de una bobina .....	CII-99
<b>Figura CII.58.-</b> Circuito equivalente del transformador de AF .....	CII-99
<b>Figura CII.59.-</b> Circuitos equivalentes simplificados del transformador de AF .....	CII-100
<b>Figura CII.60.-</b> Circuitos equivalentes simplificados del transformador a frecuencias intermedias .....	CII-101
<b>Figura CIII.1.-</b> Clasificación de modelos del transformador en AF .....	CIII-4
<b>Figura CIII.2.-</b> Modelo del transformador de potencia en MF de Tran-Anh .....	CIII-6
<b>Figura CIII.3.-</b> Esquemas de conexión para medida de impedancias en circuito abierto y cortocircuito .....	CIII-7
<b>Figura CIII.4.-</b> Esquemas de conexión para la medida de las capacitancias .....	CIII-7
<b>Figura CIII.5.-</b> Circuito equivalente de la impedancia de fuga .....	CIII-8
<b>Figura CIII.6.-</b> Circuito equivalente de la impedancia de magnetización $Z_m$ .....	CIII-8
<b>Figura CIII.7.-</b> Circuito equivalente para la capacitancia $C_{12}$ del modelo MF .....	CIII-9
<b>Figura CIII.8.-</b> Configuración para la medida de la señal de transferencia en MF .....	CIII-10
<b>Figura CIII.9.-</b> Una de las conexiones utilizadas para la medida de la señal de transferencia .....	CIII-10
<b>Figura CIII.10.-</b> Modelo de transformador de potencia en AF de Tran-Anh .....	CIII-11
<b>Figura CIII.11.-</b> Configuración para la medida de la señal de transferencia en AF .....	CIII-12
<b>Figura CIII.12.-</b> Croquis de la geometría del transformador en EEFF utilizada en el modelo de Abed .....	CIII-14
<b>Figura CIII.13.-</b> Circuito equivalente de transformador de alta frecuencia de Abed .....	CIII-15
<b>Figura CIII.14.-</b> Modelo global del transformador de alta frecuencia de Abeywickrama .....	CIII-17
<b>Figura CIII.15.-</b> Modelo en 3D mostrando los dominios computacionales de Abeywickrama .....	CIII-22
<b>Figura CIII.16.-</b> Sección transversal del núcleo con las trayectorias de las corrientes de Eddy .....	CIII-26
<b>Figura CIII.17.-</b> Modelo del circuito dinámico del transformador de alta frecuencia de Lu .....	CIII-27
<b>Figura CIII.18.-</b> Equivalente de par de capas de una trayectoria de corrientes de Eddy .....	CIII-28
<b>Figura CIII.19.-</b> Diagrama de flujo del modelo de circuito dinámico de Lu .....	CIII-30
<b>Figura CIII.20.-</b> Transformador de dos devanados con capacidades de dispersión .....	CIII-32
<b>Figura CIII.21.-</b> Modelo dinámico del transformador de AF con capacidades de dispersión de Lu .....	CIII-32
<b>Figura CIII.22.-</b> Modelo dinámico aproximado del trafo de AF con capacidades de dispersión de Lu .....	CIII-33
<b>Figura CIII.23.-</b> Circuito equivalente para la medida de la capacidad entre devanados $C_{pso}$ .....	CIII-33
<b>Figura CIII.24.-</b> Medida de la capacidad equivalente $C_{strp}$ supuesto el transformador carente de núcleo .....	CIII-34
<b>Figura CIII.25.-</b> Medida de la capacidad equivalente $C_{strs}$ supuesto el transformador carente de núcleo .....	CIII-34
<b>Figura CIII.26.-</b> Circuito equivalente de una bobina .....	CIII-34
<b>Figura CIII.27.-</b> Circuito eléctrico para la medida de $C_{str}$ utilizando un inductor externo .....	CIII-35
<b>Figura CIII.28.-</b> Circuito eléctrico para la medida de $C_{str}$ mediante un condensador externo .....	CIII-36
<b>Figura CIII.29.-</b> Circuito eléctrico para determinar $C_{str}$ de una bobina con núcleo bajo escalón de tensión ...	CIII-37
<b>Figura CIII.30.-</b> Circuito equivalente general del transformador en AF .....	CIII-38
<b>Figura CIII.31.-</b> Modelo equivalente del transformador de baja frecuencia de Mofizul .....	CIII-39
<b>Figura CIII.32.-</b> Modelo equivalente del transformador de media frecuencia de Mofizul .....	CIII-39
<b>Figura CIII.33.-</b> Modelo equivalente del transformador de alta frecuencia de Mofizul .....	CIII-40
<b>Figura CIII.34.-</b> Esquema para la adquisición de datos del transformador .....	CIII-41
<b>Figura CIII.35.-</b> Circuito equivalente del devanado de AT de un transformador .....	CIII-43
<b>Figura CIII.36.-</b> Circuito equivalente general del transformador de Siada .....	CIII-44
<b>Figura CIII.37.-</b> Representación Black-Box del transformador .....	CIII-45
<b>Figura CIII.38.-</b> Parámetros de impedancia del cuadripolo (a) Red two-port (b) circuito equivalente T .....	CIII-46
<b>Figura CIII.39.-</b> Medidas (a) Impulso tensión en primario (b) Impulso tensión en secundario .....	CIII-47
<b>Figura CIII.40.-</b> Modelo de transformador de alta frecuencia de Sabiha .....	CIII-48
<b>Figura CIII.41.-</b> Modelo de transformador de dos devanados con capacidades de dispersión .....	CIII-51
<b>Figura CIII.42.-</b> Modelo de transformador con capacidades de dispersión reducido a primario .....	CIII-52
<b>Figura CIII.43.-</b> Modelo de transformador con una única capacidad de dispersión .....	CIII-52

# Índice General

<b>Figura CIII.44.-</b> Cuadripolo equivalente de un transformador de dos devanados con núcleo magnético .....	CIII-53
<b>Figura CIII.45.-</b> Bobina con capacidad de dispersión bajo excitación de onda cuadrada .....	CIII-55
<b>Figura CIII.46.-</b> Red arbitraria con N-puertos .....	CIII-57
<b>Figura CIII.47.-</b> Determinación de parámetros (parámetros-S) de un two-port .....	CIII-58
<b>Figura CIII.48.-</b> Representación del modelo de transformador Two-port de Biernacki .....	CIII-60
<b>Figura CIII.49.-</b> Medida de elementos de la columna $j$ th de la matriz $Y$ .....	CIII-63
<b>Figura CIII.50.-</b> Modelo general de red Two-port con ondas incidentes (“ $a_k$ ”) y reflejadas (“ $b_k$ ”) .....	CIII-65
<b>Figura CIII.51.-</b> Circuito equivalente en “ $\Pi$ ” del transformador .....	CIII-66
<b>Figura CIII.52.-</b> Circuito equivalente sintetizado para un polo real y un residuo .....	CIII-67
<b>Figura CIII.53.-</b> Circuito equivalente para síntesis de pares de polos complejos .....	CIII-67
<b>Figura CIII.54.-</b> Criterios para el diseño de un transformador de AF de Petkov .....	CIII-72
<b>Figura CIII.55.-</b> Aspectos del modelado y diseño del transformador en AF .....	CIII-80
<b>Figura CIV.1.-</b> Objetivo capítulo IV: método para hallar el modelo circuital en AF de un transformador .....	CIV-4
<b>Figura CIV.2.-</b> Fases de la metodología aplicada a la obtención del modelo circuital en AF .....	CIV-6
<b>Figura CIV.3.-</b> Transformador de laboratorio considerado como un Black-box .....	CIV-6
<b>Figura CIV.4.-</b> Transformador de laboratorio equiparado a un cuadripolo en “ $T$ ” .....	CIV-7
<b>Figura CIV.5.-</b> Integración de la arquitectura PLC dentro de la red eléctrica .....	CIV-9
<b>Figura CIV.6.-</b> Transformador de laboratorio equiparado a un cuadripolo .....	CIV-11
<b>Figura CIV.7.-</b> Configuraciones internas del cuadripolo .....	CIV-13
<b>Figura CIV.8.-</b> Ensayo de vacío en un cuadripolo .....	CIV-14
<b>Figura CIV.9.-</b> Cuadripolo en “ $T$ ” representado parámetros de impedancia .....	CIV-15
<b>Figura CIV.10.-</b> Ensayo vacío en el cuadripolo en “ $T$ ” para determinar $Z_{11}$ .....	CIV-16
<b>Figura CIV.11.-</b> Ensayo vacío en el cuadripolo en “ $T$ ” para determinar $Z_{12}$ .....	CIV-16
<b>Figura CIV.12.-</b> Ensayo vacío en el cuadripolo en “ $T$ ” para determinar $Z_{22}$ .....	CIV-16
<b>Figura CIV.13.-</b> (a) Fase del transformador como cuadripolo (b) Circuito en $T$ equivalente .....	CIV-17
<b>Figura CIV.14.-</b> Estructura tipo del modelo circuital en AF .....	CIV-18
<b>Figura CIV.15.-</b> Proceso seguido para llegar a la estructura de un modelo circuital en $T$ .....	CIV-19
<b>Figura CIV.16.-</b> Método para la medida de $Z_{12}$ .....	CIV-20
<b>Figura CIV.17.-</b> Medida impedancia $Z_{11}$ .....	CIV-21
<b>Figura CIV.18.-</b> Medida impedancia $Z_{22}$ .....	CIV-22
<b>Figura CIV.19.-</b> Medida impedancia $Z_{12}$ .....	CIV-23
<b>Figura CIV.20.-</b> Valor impedancia en función de la frecuencia en un circuito RLC paralelo .....	CIV-29
<b>Figura CIV.21.-</b> Síntesis de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) a circuitos RLC .....	CIV-30
<b>Figura CIV.22.-</b> Síntesis de la impedancia ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ ) a circuitos RLC .....	CIV-32
<b>Figura CIV.23.-</b> Síntesis de la impedancia $Z_{12}$ a circuitos RLC .....	CIV-34
<b>Figura CIV.24.-</b> Configuración general modelo circuital del transformador de laboratorio en AF .....	CIV-35
<b>Figura CIV.25.-</b> Valores característicos de una curva tipo .....	CIV-36
<b>Figura CIV.26.-</b> Modelo circuital en AF propuesto del transformador de laboratorio previo a la validación .....	CIV-41
<b>Figura CIV.27.-</b> Proceso de validación del modelo circuital de AF .....	CIV-42
<b>Figura CIV.28.-</b> Montaje para la obtención de la $m_T$ en AF en el transformador de laboratorio .....	CIV-46
<b>Figura CIV.29.-</b> Modelo circuital por fase para transformador de laboratorio CROVISA 195H240 .....	CIV-50
<b>Figura CIV.30.-</b> Base de la estructura del modelo circuital .....	CIV-51
<b>Figura CIV.31.-</b> Ensayos de vacío sobre el cuadripolo para determinar las impedancias $Z_{11}$ , $Z_{22}$ y $Z_{12}$ .....	CIV-52
<b>Figura CIV.32.-</b> Síntesis de una curva de impedancia a un circuito RLC .....	CIV-53
<b>Figura CIV.33.-</b> Estructura en $T$ del modelo circuital .....	CIV-53
<b>Figura CIV.34.-</b> Validación del modelo circuital .....	CIV-54
<b>Figura A.1.-</b> Transformador trifásico de 4 kV .....	A-3
<b>Figura A.2.-</b> Placa de características .....	A-3
<b>Figura A.3.-</b> Dimensiones geométricas del transformador de laboratorio .....	A-4
<b>Figura B.1.-</b> Fuente de alimentación Pacific Power 345AMX .....	A-5
<b>Figura C.1.-</b> Frontal vatímetro Yokohama WT 1600 .....	A-7
<b>Figura C.2.-</b> Vista trasera de canales y conectividad.....	A-7

---

## Tesis Doctoral

### “Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia “

<b>Figura D.1.-</b> Analizador de redes “Agilent E4980A” .....	A-9
<b>Figura E.1.-</b> Generador de onda “Agilente 33120A” .....	A-11
<b>Figura F.1.-</b> Osciloscopio “Agilent 54600B” .....	A-13
<b>Figura G.1.-</b> Modelo MATLAB/SIMULINK del transformador en BF .....	A-15
<b>Figura H.1.-</b> Modelo MATLAB/SIMULINK del transformador en AF .....	A-15
<b>Figura J.1.-</b> Ciclo de histéresis de un material ferromagnético .....	A-17
<b>Figura J.2.-</b> Ciclos de histéresis: (a) material con altas pérdidas (b) material blando: bajas pérdidas .....	A-18
<b>Figura K.1.-</b> Conexión estrella del primario del transformador en el ensayo de vacío .....	A-19
<b>Figura K.2.-</b> Utilización de un solo devanado secundario .....	A-19
<b>Figura K.3.-</b> Disposición de elementos para los ensayos de vacío y cortocircuito .....	A-19
<b>Figura K.4.-</b> Detalle de conexión de los canales del vatímetro en los ensayos de vacío y cortocircuito .....	A-19
<b>Figura K.5.-</b> Montaje para la medida de la relación de transformación $m_T$ en BF con carga .....	A-20
<b>Figura K.6.-</b> Montaje para la medida del ciclo de histéresis del material del núcleo .....	A-20
<b>Figura K.7.-</b> Disposición de elementos en los ensayos de AF .....	A-20
<b>Figura K.8.-</b> Detalle del analizador vectorial utilizado en los ensayos de AF .....	A-20

## Listado de gráficos

<b>Gráfico CII.1.-</b> Dependencia de la frecuencia de parámetros del trafo laboratorio (valores por unidad) .....	CII-57
<b>Gráfico CII.2.-</b> Respuesta en frecuencia FRA de un transformador comercial (adaptado de [MITC11]) .....	CII-58
<b>Gráfico CII.3.-</b> Relación de transformación $m_T$ del transformador de laboratorio en vacío y carga .....	CII-59
<b>Gráfico CII.4.-</b> Pérdidas en el núcleo frente a la inducción magnética en el transformador de laboratorio .....	CII-67
<b>Gráfico CII.5.-</b> Curva magnética B-H del material V400-50A del núcleo del transformador de laboratorio .....	CII-67
<b>Gráfico CII.6.-</b> Efecto lupa tramo inicial de la curva B-H del material magnético V400-50A .....	CII-68
<b>Gráfico CII.7.-</b> Valor de la resistencia de pérdidas en el núcleo $R_{Fe}$ a diferentes frecuencias .....	CII-77
<b>Gráfico CII.8.-</b> Valor de la inductancia de magnetización $L_M$ a diferentes frecuencias .....	CII-77
<b>Gráfico CII.9.-</b> Valor de la resistencia de cortocircuito $R_{cc}$ a diferentes frecuencias .....	CII-81
<b>Gráfico CII.10.-</b> Valor de la inductancia de cortocircuito $L_{cc}$ a diferentes frecuencias .....	CII-81
<b>Gráfico CII.11.-</b> Ciclo de histéresis a 50 Hz .....	CII-83
<b>Gráfico CII.12.-</b> Ciclo de histéresis a 158 Hz .....	CII-83
<b>Gráfico CII.13.-</b> Ciclo de histéresis a 500 Hz .....	CII-83
<b>Gráfico CII.14.-</b> Ciclo de histéresis a 5000 Hz .....	CII-83
<b>Gráfico CII.15.-</b> Curvas de variación de parámetros del modelo en BF en función de la frecuencia .....	CII-84
<b>Gráfico CII.16.-</b> Variación de $m_T$ en el modelo de parámetros constantes: en vacío .....	CII-87
<b>Gráfico CII.17.-</b> Variación de $m_T$ en el modelo de parámetros constantes: en carga .....	CII-88
<b>Gráfico CII.18.-</b> Variación de $m_T$ en el modelo de parámetros variables: en vacío .....	CII-89
<b>Gráfico CII.19.-</b> Variación de $m_T$ en el modelo de parámetros variables: en carga .....	CII-90
<b>Gráfico CII.20.-</b> Variación de $m_T$ en el transformador y en el modelo de EEFF: en vacío .....	CII-96
<b>Gráfico CII.21.-</b> Variación de $m_T$ en el transformador y en el modelo de EEFF: en carga .....	CII-97
<b>Gráfico CIII.1.-</b> Evolución en el número de estudios sobre modelos del transformador en AF .....	CIII-3
<b>Gráfico CIV.1.-</b> Módulo de la impedancia $Z_{11}$ .....	CIV-21
<b>Gráfico CIV.2.-</b> Argumento de la impedancia $Z_{11}$ .....	CIV-21
<b>Gráfico CIV.3.-</b> Módulo de la impedancia $Z_{22}$ .....	CIV-22
<b>Gráfico CIV.4.-</b> Argumento de la impedancia $Z_{22}$ .....	CIV-22
<b>Gráfico CIV.5.-</b> Módulo de la impedancia $Z_{12}$ .....	CIV-23
<b>Gráfico CIV.6.-</b> Argumento de la impedancia $Z_{12}$ .....	CIV-23
<b>Gráfico CIV.7.-</b> Módulo de la impedancia $Z_{11}$ - $Z_{12}$ .....	CIV-24
<b>Gráfico CIV.8.-</b> Argumento de la impedancia $Z_{11}$ - $Z_{12}$ .....	CIV-24
<b>Gráfico CIV.9.-</b> Módulo de la impedancia $Z_{22}$ - $Z_{12}$ .....	CIV-25
<b>Gráfico CIV.10.-</b> Argumento de la impedancia $Z_{22}$ - $Z_{12}$ .....	CIV-25

# Índice General

---

<b>Gráfico CIV.11.-</b> Puntos y parámetros característicos de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) .....	CIV-28
<b>Gráfico CIV.12.-</b> Descomposición de la curva del módulo de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) .....	CIV-30
<b>Gráfico CIV.13.-</b> Puntos y parámetros característicos de la impedancia ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ ) .....	CIV-31
<b>Gráfico CIV.14.-</b> Descomposición de la curva del módulo de la impedancia ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ ) .....	CIV-32
<b>Gráfico CIV.15.-</b> Puntos y parámetros característicos de la impedancia ( $Z_{12}$ ) .....	CIV-33
<b>Gráfico CIV.16.-</b> Descomposición de la curva del módulo de la impedancia $Z_{12}$ .....	CIV-34
<b>Gráfico CIV.17.-</b> Módulo y frecuencia de puntos característicos de las curvas ABC, CDE y EFG .....	CIV-38
<b>Gráfico CIV.18.-</b> Módulo y frecuencia de puntos característicos de las curvas HIJ, JKL, LMN y NOP .....	CIV-39
<b>Gráfico CIV.19.-</b> Módulo y frecuencia de puntos característicos de las curvas QRS, STU, UVW y WXY .....	CIV-40
<b>Gráfico CIV.20.-</b> Impedancia $\langle Z_{11} \rangle$ transformador laboratorio Vs Impedancia $\langle Z_{11} \rangle$ modelo circuital .....	CIV-43
<b>Gráfico CIV.21.-</b> Impedancia $\langle Z_{22} \rangle$ transformador laboratorio Vs Impedancia $\langle Z_{22} \rangle$ modelo circuital .....	CIV-44
<b>Gráfico CIV.22.-</b> Impedancia $\langle Z_{12} \rangle$ transformador laboratorio Vs Impedancia $\langle Z_{12} \rangle$ modelo circuital .....	CIV-44
<b>Gráfico CIV.23.-</b> Impedancia $\langle Z_{11}$ - $Z_{12} \rangle$ trafo laboratorio Vs Impedancia $\langle Z_{11}$ - $Z_{12} \rangle$ modelo circuital .....	CIV-45
<b>Gráfico CIV.24.-</b> Impedancia $\langle Z_{22}$ - $Z_{12} \rangle$ trafo laboratorio Vs Impedancia $\langle Z_{22}$ - $Z_{12} \rangle$ modelo circuital .....	CIV-45
<b>Gráfico CIV.25.-</b> Relación de transformación del transformador laboratorio Vs la del modelo circuital .....	CIV-46
<b>Gráfico CIV.26.-</b> Curvas impedancia-frecuencia del cuádrupolo T equivalente (módulos) .....	CIV-52

## Listado de tablas

<b>Tabla CII.1.-</b> Curva magnética B-H del material del núcleo del transformador de laboratorio (50Hz) .....	CII-66
<b>Tabla CII.2.-</b> Resistencia media de los devanados del primario .....	CII-70
<b>Tabla CII.3.-</b> Resistencia media de los devanados del secundario (bornes rojo-negro) .....	CII-70
<b>Tabla CII.4.-</b> Ensayo de vacío en el transformador de laboratorio (conexión Yy0) .....	CII-71
<b>Tabla CII.5.-</b> Pérdidas magnéticas $P_N$ causadas por fenómenos de histéresis y por corrientes de Foucault ...	CII-74
<b>Tabla CII.6.-</b> Valores componentes rama de magnetización del transformador de laboratorio a 50 Hz .....	CII-74
<b>Tabla CII.7.-</b> Componentes de la rama de magnetización del trafo de laboratorio a diferentes frecuencias ...	CII-76
<b>Tabla CII.8.-</b> Valores de $R_{cc}$ y $X_{cc}$ del modelo clásico del trafo de laboratorio a diferentes frecuencias .....	CII-80
<b>Tabla CII.9.-</b> $L_{cc}$ en función de la frecuencia .....	CII-85
<b>Tabla CII.10.-</b> $R_{cc}$ en función de la frecuencia .....	CII-85
<b>Tabla CII.11.-</b> $L_m$ en función de la frecuencia .....	CII-85
<b>Tabla CII.12.-</b> $R_{Fe}$ en función de la frecuencia .....	CII-85
<b>Tabla CII.13.-</b> Relación de transformación en transformador y modelos en vacío y carga .....	CII-91
<b>Tabla CII.14.-</b> Frecuencias límite de validez de los modelos circuitales .....	CII-91
<b>Tabla CIII.1.-</b> Ecuaciones del circuito reducidas para las pruebas de circuito abierto y cortocircuito .....	CIII-54
<b>Tabla CIII.2.-</b> Tabla comparativa de características de diferentes modelos de transformador de AF .....	CIII-70
<b>Tabla CIV.1.-</b> Variación de la impedancia con la frecuencia en circuitos RLC .....	CIV-26
<b>Tabla CIV.2.-</b> Valores de los componentes RLC que sintetizan las curvas de la impedancia $\langle Z_{11}$ - $Z_{12} \rangle$ .....	CIV-38
<b>Tabla CIV.3.-</b> Valores de los componentes RLC que sintetizan las curvas de la impedancia $\langle Z_{22}$ - $Z_{12} \rangle$ .....	CIV-39
<b>Tabla CIV.4.-</b> Valores de los componentes RLC que sintetizan las curvas de la impedancia $\langle Z_{12} \rangle$ .....	CIV-40
<b>Tabla A.1.-</b> Corrientes y tensiones de línea y fase en conexión estrella y triángulo .....	A-4
<b>Tabla I.1.-</b> Propiedades térmicas aproximadas de los materiales .....	A-16
<b>Tabla J.1.-</b> Materiales magnéticos blandos .....	A-18

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos





### I.1.- Introducción.

En el ámbito de la ciencia, y más concretamente en campos relacionados con la física, la electricidad y la electrónica, es habitual citar un dispositivo clave por formar parte de la mayoría de los sistemas eléctricos conocidos: el “transformador”.

El transformador basa su funcionamiento en el fenómeno de inducción electromagnética, descubierto por Michael Faraday en 1831. Tras este hallazgo surgen inventos como la bobina de Ruhmkorff (1850), capaz de generar tensiones de decenas de voltios a partir de una tensión continua, o la creación del primer dispositivo de núcleo de hierro de Lucian Gaulard y John Dixon Gibbs (1882), que años más tarde desembocan en la creación del primer modelo de transformador ZBD de corriente alterna de los ingenieros húngaros Zipernowsky, Bláthy y Deri, construido en 1885 para uso comercial por William Stanley (Westinghouse).

Según el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (RAE), define:

**Transformador:** Aparato eléctrico para convertir la corriente alterna de alta tensión y débil intensidad en otra de baja tensión y gran intensidad, o viceversa.

Otra definición se puede extraer del “Diccionario de uso del español” del Maria Moliner:

**Transformador:** Aparato eléctrico que transforma el voltaje de una corriente sin alterar su potencia.

Aún siendo ambas definiciones correctas, debido a su concisión, no llegan a expresar la esencia de funcionamiento y utilidad que encierra un dispositivo de sus características. Más explícitas y técnicas son expresiones relativas al transformador como las citadas por autores como E. Ras [RASO84] y E. Harper [ENRI05]:

“Los transformadores se definen como máquinas estáticas que tienen la misión de transmitir, mediante un campo electromagnético alterno, la energía eléctrica de un sistema, con determinada tensión, a otro sistema con tensión deseada” [RASO84].

“Los transformadores constan de circuitos eléctricos y magnéticos que interactúan debido a la presencia de un flujo magnético; las corrientes eléctricas fluyen a través de los circuitos eléctricos, mientras que los flujos magnéticos lo hacen a través de los circuitos magnéticos formados por núcleos de hierro. La interacción entre las corrientes y los flujos son el principio de transferencia de energía ligada a los cambios en los niveles de tensión y corriente” [ENRI05].

## Capítulo I: Introducción

---

Ambas citas, más académicas, completan las dadas por el diccionario aportando rasgos en su definición que revelan parte de los fenómenos eléctricos y magnéticos que intervienen en su funcionamiento.

Pero definiciones y conceptos técnicos aparte, resulta interesante resaltar la presencia de este dispositivo en nuestra rutina diaria; basta con echar una mirada al entorno que nos rodea. Toda clase de equipos eléctricos y electrónicos: motores, electrodomésticos, ordenadores, .... funcionan en gran medida gracias a transformadores; por no hablar del importante papel que juega en la distribución del suministro eléctrico.

Algunas de las aplicaciones citadas podrían ser consideradas como “clásicas” en cuanto al rango de frecuencia de operación de los sistemas (50-60 Hz). En la actualidad, el progreso de la tecnología, sobre todo en el área de las comunicaciones, ha conducido a la utilización de nuevos sistemas en los cuales juega un papel preponderante el procesado de señales a altas frecuencias o altas velocidades de conmutación. Como ejemplo, hablando de aplicaciones de banda ancha de las utilizadas en comunicaciones, se puede tratar de señales que van de los 1,6 Mhz a los 30 Mhz. Se plantean entonces nuevos escenarios en el que los equipos que conforman los sistemas deben adaptarse para trabajar a frecuencias cada vez más elevadas.

También el transformador necesita adaptarse; adaptación que puede comenzar por su estudio desde el punto de vista del desarrollo de técnicas o mecanismos que permitan explicar y predecir su comportamiento frente a las altas frecuencias.

En la física, la matemática o la electricidad, una técnica comúnmente utilizada para llegar a conocer y entender los resortes que dictan e influyen en el comportamiento de sistemas más o menos complejos, consiste en plantear **modelos equivalentes** individualizados capaces de simular cualitativamente y/o cuantitativamente la conducta del original. Estos “modelos” permiten la variación de características o de condiciones de contorno de forma sencilla facilitando el estudio y análisis del sistema.

En el transformador, y para bajas frecuencias, es una práctica clásica el plantear su modelo equivalente ya que facilita la comprensión de los fenómenos físicos que en él se desarrollan o la resolución de problemas de índole eléctrica en los que interviene.

A altas frecuencias, si bien existen modelos generales resultado de simplificaciones conceptuales, el plantear un modelo equivalente de garantías exige recurrir a técnicas especiales de diseño. La literatura presenta algunas, todas ellas diferentes en función del autor y de las características que desea incorporar a su modelo.

## I.2.- Objetivo de la Tesis.

Profundizando en el estudio de técnicas para el trazado de modelos equivalentes del transformador en AF como medio para estudiar y analizar su comportamiento, se plantea un procedimiento general para el diseño del modelo circuital<sup>(1)</sup> en AF del transformador de potencia. El estudio y desarrollo de la metodología se lleva a cabo sobre un transformador de laboratorio tomado como base experimental.

Como complemento al estudio, se ahonda en las posibilidades que ofrece el planteamiento en AF de su modelado computacional<sup>(2)</sup> en EEFF.

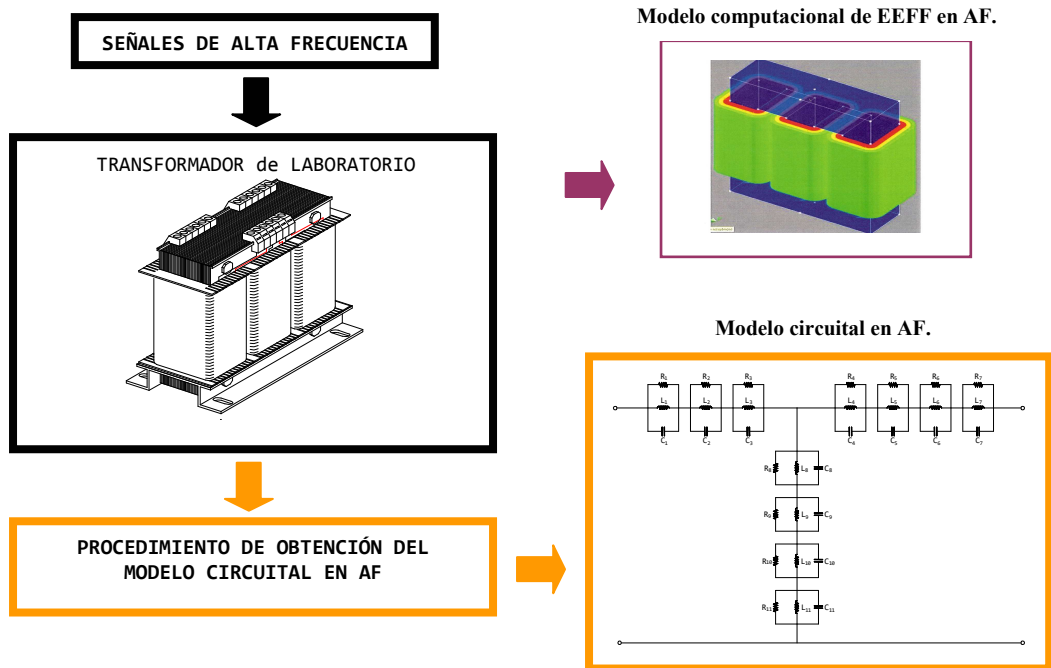


Figura CI.1.- Objetivo de la Tesis.

En ambos modelos, su grado de precisión (validez) queda determinado por comparación entre parámetros eléctricos en el dominio de la frecuencia, medidos en el transformador de laboratorio (experimentales) y sobre los propios modelos (simulados).

<sup>(1)</sup> "modelo circuital": su estructura está formada por una serie de resistencias, inductancias y condensadores conectados entre sí de acuerdo a criterios físicos, eléctricos o geométricos.

<sup>(2)</sup> "modelo computacional": basado en métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales.

### I.3.- Motivación de la Tesis.

Un dispositivo como el transformador está presente en la mayoría de sistemas considerados “clásicos”, entendidos como tales aquellos que funcionan a las frecuencias normales de operación (50-60 Hz), sin embargo, no ocurre igual en los nuevos sistemas de alta frecuencia donde corre el peligro de quedar excluido de la mayor parte de configuraciones debido en gran medida a lo imprevisible de su comportamiento.

Un ejemplo claro de exclusión se presenta en la arquitectura de la tecnología PLC (del Inglés, Power Line Communications), donde el transformador es directamente “puenteado” por equipos electrónicos a fin de evitar que las señales de alta frecuencia lo atraviesen (PLC se basa en la transmisión de datos a través de las redes eléctricas existentes permitiendo el acceso a Internet de banda ancha desde un simple enchufe).

Adaptar las capacidades del transformador clásico a sistemas operando a altas frecuencias, parece una tarea compleja; en gran medida debido a la dependencia y a la conducta no lineal de algunos de sus parámetros con respecto a la frecuencia.

Frente a lo dicho, es razonable proponer como motivo para la tesis la presunción de que *<un mejor conocimiento del comportamiento del transformador frente a las AAF, sería capaz de incentivar en su integración en los nuevos sistemas que operan a frecuencias elevadas (p.e. PLC)>*.

Actualmente el estudio del comportamiento del transformador trabajando a AAF comienza por el desarrollo de técnicas o mecanismos que sirvan para su análisis. Merced al desarrollo del software informático, la técnica aborda este problema a través del diseño de modelos circuitales equivalentes, que son implementados computacionalmente para la realización de simulaciones. La literatura relacionada con el diseño e implementación de modelos circuitales, no es excesivamente prolifera, y evidencia que si bien la implementación no suele presentar dificultades, sí que se manifiestan en su diseño o construcción, donde en ausencia de denominadores comunes, no existe una metodología unificada de diseño y cada autor propone su modelo y su método. Es por tanto, una realidad que supone una motivación añadida que,

*<No existen criterios unificados en una metodología de diseño, para el desarrollo de “modelos circuitales” equivalentes del transformador en AF>*.

En resumen, la motivación original (*un mayor conocimiento del comportamiento del transformador en AF*), deriva y concreta técnicamente en una segunda: la búsqueda de un método de diseño de su modelo circuital en AF (tema central de la tesis).

### I.4.- Organización de la Tesis.

La tesis se organiza en torno a cinco capítulos que constituyen la estructura considerada necesaria para alcanzar el objetivo de definir el proceso general de diseño de un modelo circuital en AF de un transformador de potencia.

Dicho de forma abreviada, los capítulos I y II son de carácter general e introductorio, si bien presentan alguna particularidad, en concreto el capítulo II. Los capítulos III y IV, forman el núcleo de la tesis; contienen, respectivamente, la documentación relativa al tema y la solución propuesta al problema planteado. El capítulo V recoge las conclusiones y las posibles líneas futuras de investigación en este campo. Como en todo documento de estas características, también se dedica un apartado a la recopilación de la bibliografía consultada, y otro, denominado “anexos”, encargado de agrupar informaciones, cálculos y datos complementarios considerados de interés.

El contenido más detallado de cada uno de los capítulos es el siguiente:

#### Capítulo I: Introducción.

Recoge la presentación formal del documento; se expone de forma clara y concisa el objetivo fundamental de la tesis, así como el motivo que ha inducido a su búsqueda. También se enumeran las aportaciones derivadas como consecuencia de su elaboración.

#### Capítulo II: Generalidades.

Comienza por el repaso a la teoría fundamental del transformador en BF (nociones básicas, principio de funcionamiento, tipos de pérdidas y ensayos más usuales).

Seguidamente, presenta la particularidad a que se ha hecho referencia: la caracterización de un transformador de laboratorio en BF, o dicho de otro modo, el conjunto de ensayos, pruebas y cálculos realizados para obtener su modelo circuital en BF, así como el análisis llevado a cabo para ampliar sus prestaciones al máximo. Además, la caracterización se extiende a la exploración de las posibilidades que ofrece el diseño de un modelo computacional en EEFF. El diseño de ambos modelos, y la determinación de su grado de exactitud, marca el rango de frecuencias dentro del cual estos son válidos.

Para acabar, se hace un repaso a la morfología y características de los modelos comúnmente utilizados para simular el comportamiento del transformador en AF.

## **Capítulo I: Introducción**

---

### **Capítulo III: Modelos y diseño del transformadores en AF.**

Recoge lo que en el mundo anglosajón se denomina “Estado del Arte”, es decir, la recopilación de la literatura relacionada con el tema tratado; en el caso que nos ocupa, el modelado del transformador a altas frecuencias. Contiene un total de 13 modelos de transformador en AF, propuestos por distintos autores, seleccionados por su relevancia y clasificados según el tipo al que pertenecen (físicos (7) o caja negra [black-box] (6)). Constituyen el fundamento para el desarrollo de la tesis puesto que de su revisión se deducen las pautas básicas de la metodología de modelado aquí propuesta.

Su parte final se compone de diferentes aspectos de diseño del transformador en AF que ofrecen un valor añadido aplicable al modelado.

### **Capítulo IV: Modelado del transformador en AF.**

Aquí se desarrollan los pasos seguidos en el diseño del modelo circuital en AF del transformador de laboratorio escogido como base experimental; a saber, alcance del modelo, estructura del modelo, determinación de parámetros y grado de precisión (validez). Se acompaña de los convenientes ensayos, pruebas y cálculos realizados.

El proceso de diseño seguido para el modelo del transformador de laboratorio permite describir el método general de diseño.

### **Capítulo V: Conclusiones y futura investigación.**

En este capítulo se presenta la lista de conclusiones más relevantes derivadas de la tesis, así como aspectos hacia los que debieran encaminarse futuras líneas de investigación.

### **Bibliografía.**

Contiene en una lista ordenada alfabéticamente la documentación consultada en la redacción de la tesis. La notación empleada consta de seis dígitos; los cuatro primeros hacen referencia al autor, los dos últimos, al año de publicación.

### **Anexos.**

En “anexos” se recopila información de diferente índole que complementa la presentada a lo largo de la tesis.

### I.5.- Aportaciones de la Tesis.

La presente tesis se sirve de fundamentos existentes en la configuración de modelos circuitales en AF del transformador, para desarrollar una metodología general de diseño.

El proceso requiere una exhaustiva revisión de la bibliografía relacionada con su cálculo y diseño la cual evidencia la aparición de temas periféricos ligados al objetivo de la tesis que dan lugar, de forma indirecta, a su análisis.

Así, es posible considerar como aportaciones derivadas de la tesis, las siguientes:

- El planteamiento de una metodología general de diseño y cálculo de modelos circuitales en AF para transformadores de potencia (tema central de la tesis).
- La recopilación de la literatura representativa relacionada con el modelado de transformadores operando a altas frecuencias (por cuanto es necesaria para la revisión de la documentación comparada).
- La clasificación de los modelos de transformador en AF recopilados de acuerdo al concepto empleado para su diseño: geometría y propiedades físicas, parámetros equivalentes, síntesis de curvas y función de transferencia. Clasificación que da lugar, básicamente, a tres tipos de modelo: elementos finitos, físicos y black-box (ver la Figura CIII.1).
- La clasificación de los modelos de transformador en AF vistos de acuerdo a sus principales características: tipo de modelo, rangos de frecuencia que cubren, estructura o diseño, tipo de simulación empleada sobre el mismo para su validación o elementos calculados en su diseño (ver Tabla CIII.2).
- El análisis comparado de los modelos del cual se deducen los pasos básicos que encauzan su modelado, es decir, alcance del modelo, estructura del modelo, cálculo de parámetros del modelo y grado de precisión del mismo (por cuanto no se habían descrito pautas generales de elaboración en el diseño de modelos circuitales en AF).
- La recopilación de los mecanismos principales que intervienen y han de ser tenidos en cuenta en el diseño de nuevos modelos circuitales en AF (pérdidas en el núcleo, en los devanados, efectos térmicos, histéresis magnética, capacitancias y en menor medida, los sistemas de aislamiento).



## Capítulo I: Introducción

---

- La recopilación de los procesos utilizados en el cálculo de los parámetros que conforman la estructura del modelo (medida de impedancias, admitancias, coeficientes de dispersión, métodos numéricos, computacionales,...).
- El planteamiento de una plataforma experimental para la medida de parámetros característicos del transformador en alta frecuencia que posteriormente son empleados en el diseño de modelos circuitales.
- La ampliación y divulgación de la bibliografía relativa al diseño y características del modelado del transformador a AAFF.
- Un análisis detallado de las prestaciones que presenta el modelo circuital en BF de un transformador. Sus capacidades y limitaciones estudiadas sobre un transformador de laboratorio.
- El estudio de las posibilidades y limitaciones ofrecidas por FLUX3D (EEFF), en el planteamiento de un modelo computacional en AF del transformador.

Como aportación adicional, el desarrollo de esta tesis ha servido de marco para la formación de recursos humanos de la Universidad de Cantabria. Como contribución se ha comenzado la elaboración de un proyecto fin de carrera. Es de esperar que este sea el primero de otros muchos proyectos o tesis de doctorado, que tomen como punto de partida el presente trabajo.

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos



## II.1.- El transformador clásico.

Se entiende por transformador “clásico” (monofásico o trifásico), aquel construido bajo criterios tradicionales de diseño, empleado en aplicaciones usuales (suministro eléctrico, industria, hogar, ...), y que opera a la frecuencia nominal de funcionamiento (50-60 Hz).

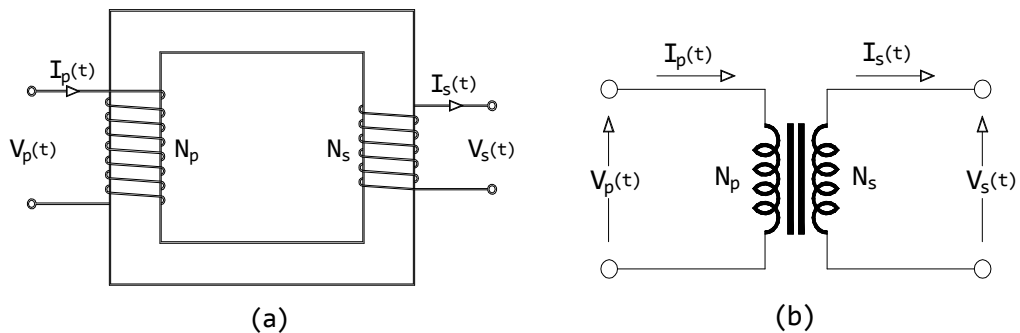
Antes de abordar cualquier tipo de estudio, resulta de interés refrescar aspectos básicos del mismo y aquellos otros que lo ligan o relacionan con el tema central de la tesis; así a modo de introducción, el presente capítulo:

- Repasa su teoría fundamental (componentes, principio de funcionamiento, ...).
- Analiza los modelos equivalentes del mismo en BF (circuitual y computacional).
- Repasa sus características principales cuando se emplea a AAFF.

### II.1.1.- Nociones básicas.

El transformador convierte energía eléctrica de un cierto nivel de tensión, en energía eléctrica de otro nivel de tensión, por medio de la acción de un campo magnético. El principio de operación se basa en el concepto de tensión inducida en una bobina derivado de la Ley de Faraday [ENRI05].

En su forma más simple un transformador está formado por dos devanados, aislados entre si eléctricamente y arrollados alrededor de un mismo núcleo de material ferromagnético, que se ejercen inducción mutua. Uno de los devanados denominado “primario” recibe la potencia eléctrica, el otro, denominado “secundario”, es el encargado de entregarla a una red exterior.



**Figura CII.1.-** (a) Transformador ideal con núcleo ferromagnético. (b) Representación eléctrica.

En ocasiones, como ocurre en transformadores de radiofrecuencia, no hay núcleo alguno y se dice que se trata de un transformador de núcleo de aire; en otras, el núcleo puede estar constituido por un haz compacto de alambres finos de hierro, siendo el aire el camino de retorno para el flujo magnético.

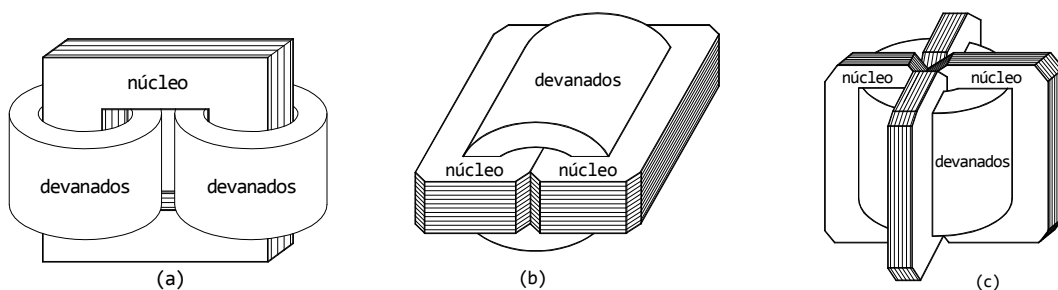
Las características físicas de construcción del transformador dependen del servicio al que va destinado. Por ejemplo, en transformadores de comunicaciones se exige un alto grado de fidelidad en la reproducción de señales en una amplia gama de frecuencias y tensiones; los materiales, proporciones del núcleo y disposición de los devanados se rigen de acuerdo a la obtención de características eléctricas y magnéticas que den origen a respuestas satisfactorias y una distorsión tolerable. En este tipo de transformadores el calentamiento tiene una importancia secundaria.

Por el contrario, en transformadores destinados a sistemas de potencia interesan características eléctricas como son gran rendimiento, baja regulación de tensión y gran rigidez dieléctrica; siendo, el calentamiento un factor de suma importancia para la determinación de sus características físicas [SMIT81].

### II.1.1.1.- Núcleos.

Desde el punto de vista de la construcción del núcleo, hay básicamente dos tipos de núcleos de hierro que difieren en su geometría para alojar los devanados:

- El tipo *núcleo*, en el cual dos grupos de devanados abrazan a un núcleo único (véase Figura CII.2 (a)).
- El tipo *acorazado*, en el cual el flujo que atraviesa a un único grupo de devanados está compuesto por dos componentes existentes en circuitos magnéticos en paralelo (véase Figura CII.2 (b)).



**Figura CII.2.-** Núcleos: (a) Tipo núcleo (b) Tipo acorazado (c) Tipo acorazado distribuido

Una modificación del segundo tipo es el llamado *acorazado distribuido* (figura CII.2 (c)), corrientemente utilizado en transformadores de distribución de determinadas potencias.

El diseño de núcleo acorazado ofrece la ventaja de proporcionar un mejor soporte mecánico y de permitir una mejor sujeción de las bobinas.

Eléctricamente, no hay mucha diferencia entre los dos tipos de construcción. De hecho, en ambos, las bobinas se colocan de forma concéntrica. Existen pequeñas diferencias en cuanto a la distribución del flujo magnético en ambos tipos de núcleos, lo que hace que se presenten variaciones en el diseño de las bobinas.

El núcleo es el elemento encargado de acoplar magnéticamente los arrollamientos de los devanados. Bajo carga normal, los esfuerzos mecánicos a que se halla sometido son los correspondientes a los pesos de las distintas partes del transformador, sin embargo, en condiciones extraordinarias, como un cortocircuito, se ve sometido a enormes esfuerzos electrodinámicos debido a que estos son proporcionales a los cuadrados de las intensidades de las corrientes que circulan por los devanados [SMIT81].

Los núcleos de transformadores de potencia para sistemas de potencia suelen construirse con láminas de acero recocido apiladas unas sobre otras. En los tipos tradicionales se utiliza acero al silicio que contiene un 4% de silicio ya que este material proporciona un buen compromiso entre costo, facilidad de manipulación, pequeñas pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault, y gran permeabilidad a inducciones magnéticas relativamente elevadas.

Los núcleos se suelen hacer funcionar a inducciones magnéticas alternas máximas comprendidas entre 1 y 1,85 teslas.

Un avance importante en el diseño y construcción de núcleos de transformador lo ha constituido el empleo de Hipersil, un acero al silicio que a las excitaciones corrientes presenta una permeabilidad superior en una tercera parte a la que suelen tener los aceros al silicio ordinarios. El Hipersil debe emplearse de manera que el flujo sea paralelo a la dirección de la laminación.

En transformadores de pequeño tamaño, la capa de óxido que se forma entre láminas puede constituir un aislante suficiente para evitar las corrientes de Foucault; por el contrario, en núcleos mayores, las láminas se barnizan o revisten de una delgada capa de de vidrio adherido al acero.

La construcción de los tipos de núcleo vistos tiene algunos inconvenientes:

- Tienen dos o tres entrehierros dependiendo de la forma de troquelado de la lámina empleada.
- Se necesita un gran trabajo para ensamblar o apilar las láminas.
- Existen regiones del núcleo donde la dirección del flujo es perpendicular a la del laminado, aumentándose la pérdida en el núcleo y la corriente de excitación.

A pesar de estas dificultades, estos diseños se emplean muchísimo en transformadores de potencia y distribución de tamaños grandes.

Cuando se forman núcleos con láminas troqueladas, se suelen colocar con las juntas entre ellas solapadas; este sistema da un núcleo rígido y reduce la reluctancia introducida por las interrupciones de las láminas en cada ángulo. Si las láminas de capas sucesivas no están interfoliadas dan lugar a una junta franca que tiene un pequeño entrehierro y una mayor reluctancia que la solapada. Como la junta franca es más fácil de ensamblar, se emplea en núcleos de transformadores en los que no es importante la robustez mecánica (audiofrecuencia).

### **II.1.1.2.- Devanados.**

En los devanados es donde se genera el flujo magnético. Las espiras que los constituyen se encuentran aisladas respecto del núcleo y entre sí por medio de materiales aislantes como algodón, papel o barniz.

Se clasifican de acuerdo a la forma en que son arrollados al núcleo como: devanados simétricos, concéntricos, alternados y acorazados [RASO84].

En el devanado simétrico, el primario y secundario están montados en distintas columnas del circuito magnético (Figura CII.3 (a)). El fin de esta subdivisión es reducir la fuga magnética entre primario y secundario.

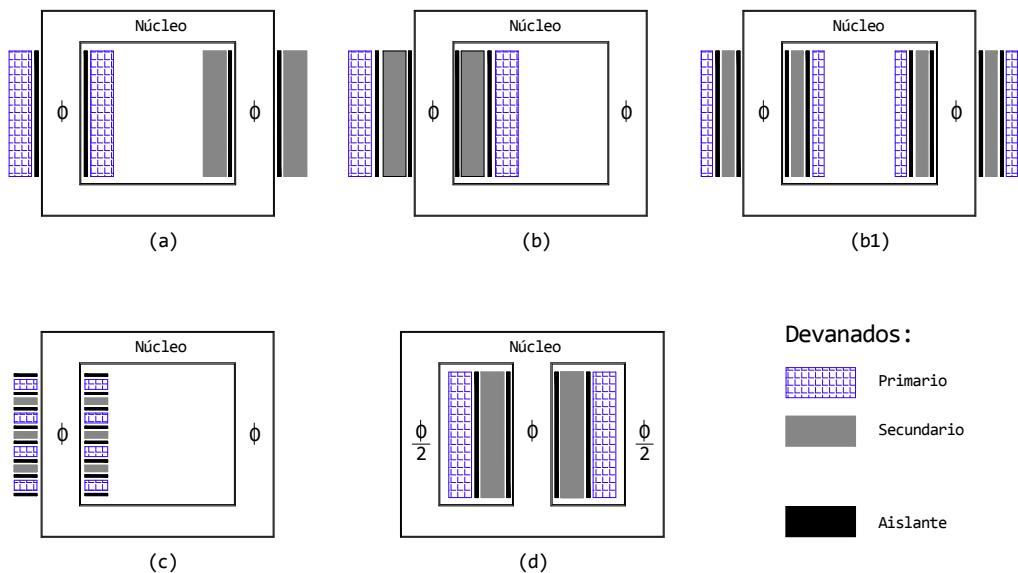
Los devanados concéntricos suelen tener el devanado de baja tensión situado inmediatamente junto al núcleo, estando el devanado de alta tensión arrollado sobre este y estando separados entre sí y del núcleo por barreras aislantes (Figura CII.3 (b)).

Una variante de este tipo se presenta cuando se arrolla la mitad de las espiras de cada devanado en columnas diferentes (Figura CII.3 (b1)).

Los devanados alternados están constituidos por discos o bobinas de ambos devanados situadas alrededor de la columna (o columnas), de forma intercalada (Figura CII.3 (c)) y separadas por el correspondiente material aislante.

Los devanados acorazados están arrollados sobre una columna central que le provee de una mayor robustez mecánica (Figura CII.3(d)).

En los casos (a), (b), (b1) y (c), los circuitos magnéticos son análogos, sin embargo el caso (d) presenta un circuito magnético con dos caminos de derivación; por la columna central se establece un flujo  $\Phi$ , mientras que por las columnas exteriores su valor es  $\Phi/2$ .



**Figura CII.3.-** Devanados: (a) simétricos (b) y (b1) concéntricos (c) alternados (d) acorazados

En el caso de devanados recorridos por corrientes elevadas, se producen en las espiras esfuerzos dinámicos diametralmente opuestos de repulsión que tienden a dar una forma circular a la misma y esfuerzos axiales que tienden a “alargar” el devanado.

En los transformadores pequeños de baja tensión se emplea hilo redondo, pero en los transformadores grandes los conductores suelen ser rectangulares.



Para reducir la pérdida adicional debida a la distribución no uniforme de la corriente por el interior del conductor, los conductores grandes se dividen en hebras o cabos ligeramente aislados entre sí y traspuestos en el devanado. Si los cabos son de igual tamaño, de manera que cada uno abraza el mismo flujo total, la corriente total se divide por igual entre los cabos y se reduce a un mínimo las pérdidas en el cobre [SMIT81].

### **II.1.1.3.- Aislamientos.**

En general, la pérdida de energía en los dispositivos eléctricos se manifiesta en forma de calor a razón de 860 kcal por cada kW/h de energía generada [SMIT81]. Cuando el dispositivo alcanza una temperatura de funcionamiento estacionaria, el calor disipado por la acción combinada de los efectos de conducción, convección y radiación iguala la cantidad de calor producida por el dispositivo.

En los transformadores, son los aislantes quien en mayor medida notan el efecto del calentamiento (sin despreciar el que tiene sobre el cobre conductor de la corriente y sobre los materiales magnéticos). Resulta por tanto lógico pensar que, como en otras maquinas eléctricas, su vida útil depende en gran medida del comportamiento de sus aislamientos para las condiciones normales de funcionamiento.

Las asociaciones de fabricantes de equipo eléctrico y las normas nacionales e internacionales han clasificado cuatro tipos básicos de aislamiento con especificaciones y límites de temperatura:

- Aislamiento clase A: Diseñado para soportar incrementos de hasta 55° C.

- Aislamiento clase B: Diseñado para soportar incrementos en las bobinas de hasta 80° C.

- Aislamiento clase F: Diseñado para soportar incrementos en las bobinas de hasta 115° C.

- Aislamiento clase H: Diseñado para soportar incrementos de temperatura de hasta 150° C cuando la temperatura ambiente es de 40° C. Soporta “puntos calientes” de 220° C.

Los materiales aislantes de esta clase los componen la mica, fibra de vidrio, asbestos, elastómeros, y siliconas o resinas a base de estos. Las normas ANSI y NEMA establecen que un aislamiento clase H puede operar a 150° C hasta por 20.000 horas [ENRI05].

Otra clasificación la aportó el AIEE (actualmente IEEE):

- Aislamiento clase O: Puede soportar zonas calientes de hasta 90° C. Está constituido por algodón, seda, papel materiales orgánicos similares que no estén impregnados ni sumergidos en líquido dieléctrico.

- Aislamiento clase A: puede soportar zonas calientes de hasta 105° C. Lo constituye:

- Algodón, seda, papel y materiales orgánicos análogos cuando estén impregnados o sumergidos en líquido dieléctrico.

- Materiales moldeados laminados con henchidor de celulosa, resinas fenólicas y otras resinas de propiedades análogas.

- Películas y hojas de acetato de celulosa y otros derivados de la celulosa de propiedades análogas.

- Barnices (esmalte) aplicados a los conductores.

- Aislamiento clase B: Pueden soportar puntos o zonas calientes de hasta 130° C. Este grupo está constituido por mica, amianto, fibra de vidrio, y materiales inorgánicos análogos en forma reforzada con sustancias orgánicas aglutinantes. Con fines estructurales solamente, pueden emplearse materiales de la clase A en pequeña proporción.

- Aislamiento clase C: No especifica límite de temperatura para el “punto caliente”. Esta clase está constituida enteramente por mica, porcelana, vidrio, cuarzo y materiales inorgánicos análogos.

El deterioro de los aislantes orgánicos de las clases A y B, a temperatura elevada, se desarrolla de forma gradual sin cambios bruscos. El material se reseca y carboniza, volviéndose quebradizo y haciéndole perder resistencia mecánica más que rigidez dieléctrica. Tras una carbonización severa, la rigidez dieléctrica también se ve afectada, pero el fallo se asocia más a defectos mecánicos del aislante originados por vibraciones o esfuerzos mecánicos en los cortocircuitos [SMIT81].

V.M. Montsinger [MONT30] demostró que la velocidad de deterioro mecánico se duplica en cada incremento de la temperatura de 8° C sobre la nominal. Además, el deterioro es más rápido cuando el aislante está impregnado en aceite que cuando no.

### II.1.1.4.- Enfriamiento de transformadores.

El deterioro de los materiales aislantes, debido fundamentalmente a los efectos de la temperatura, se retarda considerablemente con el empleo de medios de enfriamiento adecuados tanto para el núcleo como para el devanado.

Otro aspecto favorecido por una buena refrigeración es el aumento en la potencia útil del transformador tanto en cuanto es el calentamiento, más que otras consideraciones mecánicas o eléctricas, quien determina sus límites admisibles.

Normalmente, en transformadores que poseen una superficie externa relativamente grande frente a su volumen, la refrigeración por radiación y por convección suele ser suficiente para mantener la temperatura de funcionamiento por debajo del límite máximo que puede soportar el aislante sin llegar a deteriorarse. Este caso suele darse en transformadores de pequeño tamaño. Sin embargo, a medida que aumenta su tamaño, el volumen crece como el cubo de sus dimensiones lineales mientras que su superficie lo hace como el cuadrado de las mismas; por tanto, para pérdidas dadas por unidad de volumen de las partes en funcionamiento, el calor que hay que disipar por unidad de superficie crece proporcionalmente a las dimensiones lineales. Luego, al ir aumentando el tamaño del transformador, hay que aumentar la superficie en contacto con el ambiente o dotarle de medios artificiales para acelerar la disipación de calor. A menudo se combinan ambos medios para favorecer la refrigeración [SMIT81].

Por “medios artificiales” se entienden los distintos sistemas de refrigeración. Se clasifican de acuerdo al agente refrigerante que intervine [aire (A), aceite (O) o agua (W)]. Citando aquellos que utilizan el aire como elemento refrigerante, se da lugar a sistemas de,

- *Refrigeración por aire (enfriamiento tipo AA)*: El transformador se enfría por medio del aire que lo atraviesa por convección. Se recomienda en transformadores situados en el interior de edificios puesto que reduce el riesgo de combustión propia.

- *Refrigeración por corriente de aire (enfriamiento tipo AFA)*: Se fuerza la circulación del aire que atraviesa el transformador por medio de ventiladores. Se utiliza en transformadores con tensiones inferiores a 4.000 voltios en los que su tamaño y peso deben ser reducidos.

o los que se valen de la inmersión en aceite de aquellas partes del transformador bajo funcionamiento como sistema de refrigeración. Entre las propiedades del aceite se deben encontrar: gran rigidez dieléctrica, poca viscosidad, bajo punto de congelación, elevado punto de ignición y estar exento de ácidos corrosivos, álcalis y azufres.

El aceite cumple una doble función: por un lado facilita la extracción de calor del núcleo y devanados, y a la vez, proporciona propiedades aislantes apreciablemente buenas.

Entre los sistemas de refrigeración que utilizan el aceite como base refrigerante se encuentran los siguientes:

- *Inmersión en aceite, autorefrigeración (enfriamiento tipo OA)*: La mayoría de los transformadores de distribución utilizan este sistema. Consiste en sumergir núcleo y devanados en un tanque que contiene el aceite. Normalmente el tanque está provisto de una serie de aletas por toda su superficie que facilitan el enfriamiento del aceite.
- *Inmersión en aceite, refrigerado por aire forzado (enfriamiento tipo OA/FA)*: en este sistema se manda aire fresco a los radiadores del tanque que contiene el aceite mediante inyectores de aire o ventiladores regulados por termostato.
- *Inmersión en aceite, refrigeración por agua (enfriamiento tipo OW)*: El aceite caliente se refrigera mediante agua que circula por un serpentín que rodea la parte interior del tanque que contiene el aceite.
- *Refrigeración por aceite forzado (enfriamiento tipo OF)*: Se hace circular el aceite por medio de bombas por un circuito de refrigeración exterior compuesto generalmente por un serpentín de agua.

El aceite para transformadores es muy volátil y si se vaporiza hay riesgo de explosión, o aún cuando no explotara puede quemarse produciendo una llama intensa y calor. Por esta razón los transformadores refrigerados por aceite suelen utilizarse en el exterior, y si tuvieran que instalarse en el interior de naves o edificios, habrían de hallarse confinados en recintos especiales que cumplan los requisitos de seguridad para las personas, las instalaciones y el mobiliario.

Se conoce la peligrosidad de la refrigeración por aceite cuando es utilizada en transformadores situados en el interior de naves o edificios y las limitaciones de refrigeración por aire cuando las tensiones son elevadas o los espacios en que están alojados los transformadores son de dimensiones reducidas. Para solventar ambos problemas se han desarrollado compuestos químicos como el Pyranol, Inerteen, o Chlorextol que no son volátiles, ni combustibles, ni explosivos, para sustituir al aceite, y que como este, son capaces de cumplir con la doble función de aislar y refrigerar los devanados [SMIT81] [ENRI05].

### II.1.1.5.- Tipos y clasificación de los transformadores.

Las utilidades y aplicaciones del transformador son múltiples. Pueden distinguirse diferentes tipos. Los más ilustrativos:

- Transformador de impedancia: sirve para igualar las impedancias de carga y fuente consiguiendo la máxima transferencia de potencia. Se utiliza por ejemplo en la adaptación de antenas y líneas de transmisión.
- Transformador de medida y protección: proporciona aislamiento galvánico entre el primario y el secundario consiguiendo:
  - Aislar o separar los circuitos y aparatos de medida, protección, etc., de la AT.
  - Evitar perturbaciones electromagnéticas y reducir las corrientes de cortocircuito a valores admisibles a los sensibles aparatos de medida.
  - Obtener intensidades de corriente, o tensiones, proporcionales a las que se desea medir o vigilar, y transmitir las a los aparatos apropiados.

Como se deduce de sus características, se utiliza como elemento de adaptación de señales para la medida de magnitudes de circuitos y equipos o como elemento activador de otros dispositivos destinados a la protección de los mismos.

- Transformador de soldadura eléctrica: constituidos por un primario de pocas espiras y un secundario con un solo conductor de cobre de gran sección.
- Transformador de audio frecuencia: utilizado en la reproducción de sonido, su cálculo y diseño presenta gran complejidad debido a las altas frecuencias relativas de trabajo (en ocasiones se superan los 12.000 Hz) y señales con forma de onda complejas y variables.
- Transformador de alimentación (monofásico): se utiliza en la mayoría de aplicaciones para el hogar (electrodomésticos). A veces incorpora fusibles que interrumpen su circuito primario cuando este alcanza una temperatura excesiva evitando así que se quemara.
- Transformador de potencia trifásico: de aplicación en las sucesivas transformaciones que sufre la corriente eléctrica desde su generación, transporte y consumo, y en la mayoría de aplicaciones industriales (alimentación a motores, equipos eléctricos y electrónicos,...). Consta normalmente de tres bobinados primarios y tres secundarios que pueden ser conectados de diferentes formas tanto a la fuente como a la carga (triángulo o estrella), variando así sus relaciones entre tensiones y corrientes entre primario y secundario.

- Transformador de pulsos: es un tipo especial de transformador preparado para proporcionar respuestas muy rápidas (baja autoinducción), generalmente en un régimen de pulsos. Un caso particular del mismo es el llamado Transformador de línea empleado en televisores de CRT para generar la alta tensión y la corriente para las bobinas de deflexión horizontal. Un tipo de Transformador de línea es el llamado Transformador con diodo dividido el cual incorpora un diodo rectificador para proporcionar la tensión continua directa al tubo del televisor CRT.

- Transformador Balun: utilizado para transformar líneas equilibradas en no equilibradas y viceversa.

- Transformador de comunicaciones: con buenas características frecuencia-fase en un amplio rango de frecuencias, sus usos más frecuentes son cambiar la tensión de un generador, aislar la corriente continua entre circuitos, cambiar la impedancia aparente de una carga, permitir puestas a tierra independientes de los circuitos primario y secundario, e invertir la fase de una tensión.

Variantes de los transformadores de comunicaciones son: el Transformador de bobina de inducción, el Transformador de bobina repetidora y el Transformador híbrido o de tres devanados, todos ellos utilizados en telefonía [SMIT81].

Una clasificación de los diferentes tipos de transformador según la clase de transformación que realizan, utilización y ubicación, se muestra en la Figura CII.4.

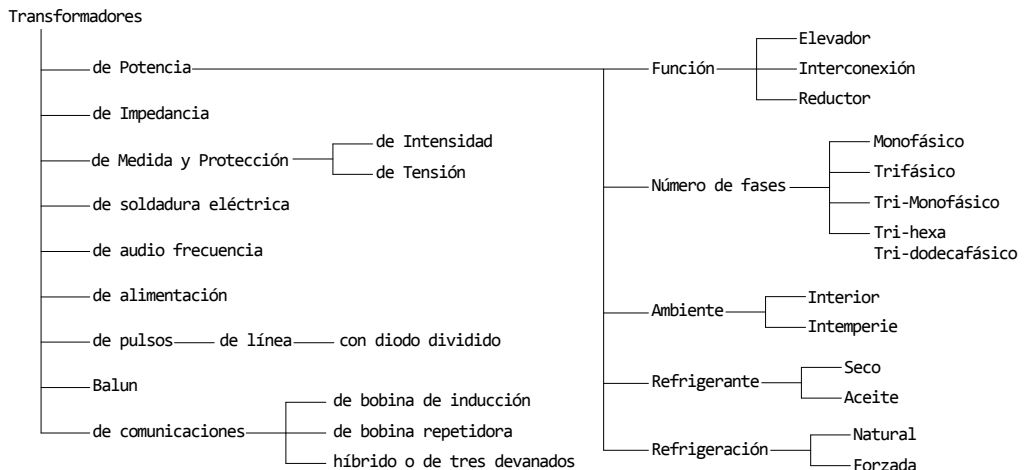


Figura CII.4.- Clasificación de los transformadores.

### II.1.1.6.- Problemas de los transformadores.

La mayoría de los problemas en sistemas donde intervienen transformadores pueden ser resueltos considerando estos como dispositivos ideales; sin embargo, la realidad y la práctica evidencian ciertas divergencias entre sus características reales e ideales. Considerar características del transformador lo más próximas a la realidad es de suma importancia ya que afectan al comportamiento del sistema del que forma parte.

Algunos de los fenómenos que intervienen en las características del transformador real y que se ignoran en el ideal son [SMIT81]:

a) *Pérdidas*: En el transformador real se dan pérdidas en el cobre de los devanados además de pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault en el núcleo, que afectan a su rendimiento. Estas pérdidas, en transformadores que suministran potencias de algunos vatios, generan sobre todo problemas de costo.

Aún cuando el costo de las pérdidas no es importante en transformadores pequeños de comunicaciones, las pérdidas pueden tener importancia en otro sentido: afectan a la amplificación, distorsión y características de respuesta del circuito a las frecuencias. Por tanto es importante predecirlas, comprender sus efectos y la forma en que varían con las condiciones de funcionamiento.

En el análisis de problemas en que intervienen pérdidas, suele ser suficientemente preciso desprestigiar las fugas magnéticas y las corrientes de excitación [SMIT81].

b) *Refrigeración*: Las pérdidas se manifiestan en forma de calor en el interior de los devanados y del núcleo; la eficacia con que se disipe determina la elevación de temperatura y por tanto la duración del aislante. Las pérdidas dan lugar a muchos problemas térmicos de importancia económica (costo inicial frente a duración).

En transformadores pequeños los problemas térmicos suelen ser relativamente sencillos, pero se hacen extraordinariamente complicados en los grandes transformadores de potencia debido a que al aumentar el tamaño, las pérdidas crecen más deprisa que el área de la superficie que debe disiparlas en forma de calor [SMIT81].

c) *Fugas magnéticas*: En ausencia de fugas magnéticas, la razón de tensiones entre primario y secundario difiere de la razón del número de espiras tan solo en las caídas óhmicas en los devanados.

Las fugas magnéticas contribuyen a la caída de tensión a través del transformador con una componente reactiva adicional y aumentan la diferencia entre la razón de tensiones y la razón ideal. Como la caída de tensión es inductiva, no solo depende de la carga sino que crece con la frecuencia por lo que la razón de tensiones de un transformador de comunicaciones es diferente a frecuencias altas que a frecuencias bajas.

Aún cuando la frecuencia de un sistema de potencia se mantiene constante, el consumo varía y por tanto también la tensión de secundario (aún manteniendo la tensión del primario constante).

Las fugas magnéticas introducen problemas importantes en los circuitos de comunicaciones y de potencia; para su análisis se suele permitir despreciar la corriente de excitación, las pérdidas en el núcleo y las resistencias de los devanados.

Sin embargo, por otro lado, las fugas magnéticas tienen un efecto beneficioso la reducir las corrientes excesivamente intensas debidas a cortocircuitos accidentales [SMIT81].

d) *Corriente de excitación*: En los sistemas de potencia, la corriente de excitación suele hacer disminuir el factor de potencia y, por tanto, intensifica la corriente requerida para alimentar una determinada carga, incrementa las pérdidas en el cobre en las líneas de transmisión y generadores, incrementa la potencia aparente necesaria de los generadores e incrementa la regulación de tensión. Además de estos efectos perjudiciales, los armónicos de las corrientes de excitación pueden originar una fuerte interferencia inductiva en los circuitos de comunicaciones adyacentes.

En los circuitos de comunicaciones, la corriente de excitación origina una caída de tensión en la impedancia interna del generador al que se conecta el primario del transformador y así hace que la tensión entre los terminales del primario sea diferente a la fuerza electromotriz del generador. Este efecto es particularmente importante a frecuencias bajas, cuando la corriente de excitación puede ser relativamente intensa.

La característica de la respuesta a bajas frecuencias está determinada principalmente por la corriente de excitación; además de este efecto la falta de linealidad magnética del núcleo introduce armónicos en la forma de onda de la tensión.

Así pues, la corriente de excitación será importante en los problemas en que intervenga la respuesta a las frecuencias y a la distorsión por armónicos en los circuitos de comunicaciones.



En cualquier caso, es interesante mantener la corriente de excitación tan débil como sea posible. En el análisis de problemas en que interviene, suele ser permisible despreciar las fugas magnéticas, y en los problemas de sistemas de potencia suelen despreciarse además las impedancias de los circuitos primarios [SMIT81].

e) *Campo eléctrico*: En la proximidad de los devanados aparecen campos eléctricos que causan la aparición en los mismos de capacidades propias y mutuas, capacidades a tierra y capacidades a circuitos adyacentes.

En los circuitos de comunicaciones, los efectos de estas capacidades son importantes a frecuencias elevadas e incluso pueden llegar a causar un comportamiento del transformador totalmente diferente del previsible si se despreciaran las capacidades.

En los transformadores de potencia, el problema que plantea es el diseño del aislante; el gradiente de potencial en el aislante en condiciones normales de funcionamiento afecta a su duración, y por tanto es un factor a tener en cuenta a la hora de determinar el valor de la tensión normal de funcionamiento [SMIT81].

f) *Problemas de fabricación*: Además de los problemas relativos a características eléctricas, térmicas y mecánicas de los transformadores, el diseñador debe enfrentarse a otros de fabricación no menos importantes. La meta es el mejor compromiso entre calidad del producto y coste.

Factores que contribuyen a reducir el coste son: la producción en cantidad con procesos mecanizados, normalización de las partes, desarrollo de diseños validos para una gran variedad de aplicaciones y la eliminación de materiales de desperdicio [SMIT81].

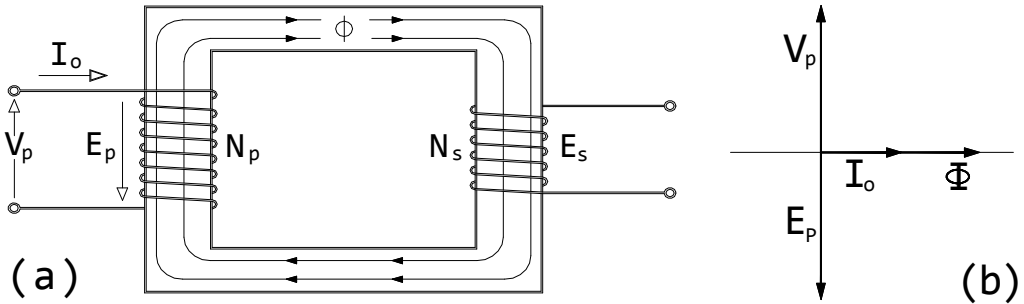
g) *Otras consideraciones*: factores a considerar, sobre todo en transformadores de potencia, son el coste de la instalación, mantenimiento y reparaciones. El transporte puede tener un efecto importante especialmente en unidades grandes. En ocasiones se debe considerar el tamaño y peso, el ruido magnético, la apariencia y el peligro de incendio [SMIT81].

### **II.1.2.- Principio de operación. Fundamentos.**

El estudio del principio de operación comienza por el análisis del transformador monofásico ideal en vacío (no se consideran pérdidas), para después pasar al estudio del transformador monofásico real en carga (considerando pérdidas eléctricas y magnéticas).

**II.1.2.1.- Transformador ideal.**

Considérese el transformador en vacío de la Figura CII.5 (a), ideal, por carecer de pérdidas eléctricas (no existen resistencias en los devanados ni flujos de dispersión), y magnéticas (se supone el núcleo del transformador carente de ciclo de histéresis).



**Figura CII.5.-** (a) Transformador ideal en vacío (b) Representación vectorial de magnitudes.

Al alimentar el primario del transformador con una tensión alterna de valor  $V_p$  se desencadena un proceso por el cual (ver Figura CII.5) [RASO84]:

- Se genera en el devanado primario  $N_p$ , una corriente sinusoidal,  $I_o$ , desfasada  $90^\circ$  en retardo con respecto a  $V_p$ . Esta corriente se denomina de vacío o de excitación.
- La corriente  $I_o$  provoca un flujo  $\Phi$  en el circuito magnético, igualmente sinusoidal y en fase con esta corriente.
- El devanado secundario  $N_s$ , sometido a la variación de flujo, origina en extremos de éste una fuerza electromotriz  $E_s$  desfasada  $90^\circ$  en retardo con el flujo  $\Phi$  que la provoca.

Una visión más intuitiva de la relación entre las magnitudes anteriores se representa de forma cartesiana en la figura CII.6, donde en la parte izquierda se ha dibujado la característica B-H del material ferromagnético del núcleo (ciclo de histéresis nulo≈sin pérdidas por histéresis). La relación  $I_o$ - $\Phi$ , correspondiente al circuito magnético, viene dada por la misma curva B-H, utilizando nuevas escalas; basta evidenciar las proporcionalidades existentes entre  $I_o$  y H, por un lado, y entre  $\Phi$  y B por otro, referidas al circuito de la Figura CII.5 (a).

$$H \cdot l = N_p \cdot I_o \quad \text{y} \quad B \cdot A = \Phi \quad \text{[II.1]}$$

donde,

- H = intensidad de campo magnético;                      B = densidad de flujo magnético
- l = longitud media del circuito magnético;            A = sección transversal del núcleo

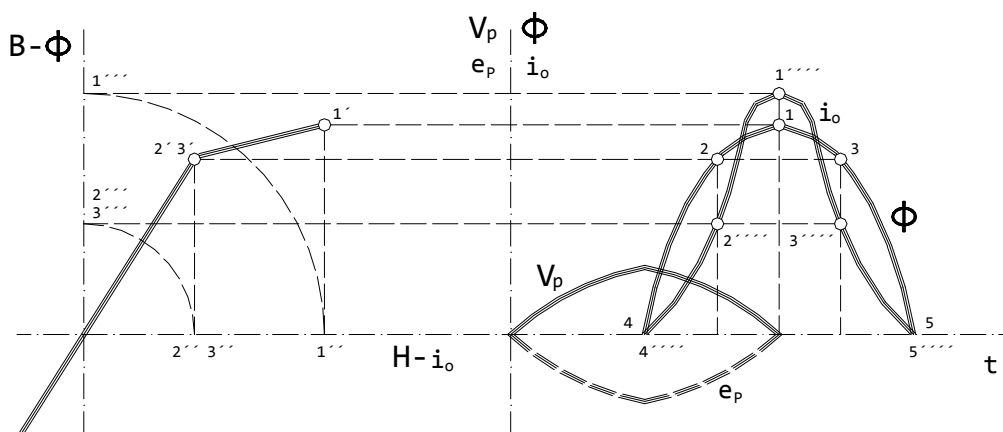


Figura CII.6.- Representación cartesiana de  $V_p$ ,  $E_p$  y  $\Phi$  con núcleo carente de pérdidas por histéresis.

En la parte derecha se han dibujado (solo una semionda para mayor claridad), las magnitudes  $V_p$  (tensión de alimentación del primario),  $E_p$  (fuerza electromotriz generada en el devanado primario), y  $\Phi$  (flujo que circula a través del circuito magnético).

Como se observa, la forma de onda de la corriente  $i_o$  es ligeramente "acampanada"; la causa se encuentra en la naturaleza sinusoidal del flujo  $\Phi$  y relación de no linealidad entre éste y la corriente  $i_o$ , que niega la posibilidad a esta última de ser sinusoidal.

Un paso adelante en el análisis lo constituye considerar que el circuito ferromagnético posee pérdidas por histéresis. La nueva representación cartesiana de las magnitudes  $V_p$ ,  $E_p$  y  $\Phi$ , se recoge en la Figura CII.7.

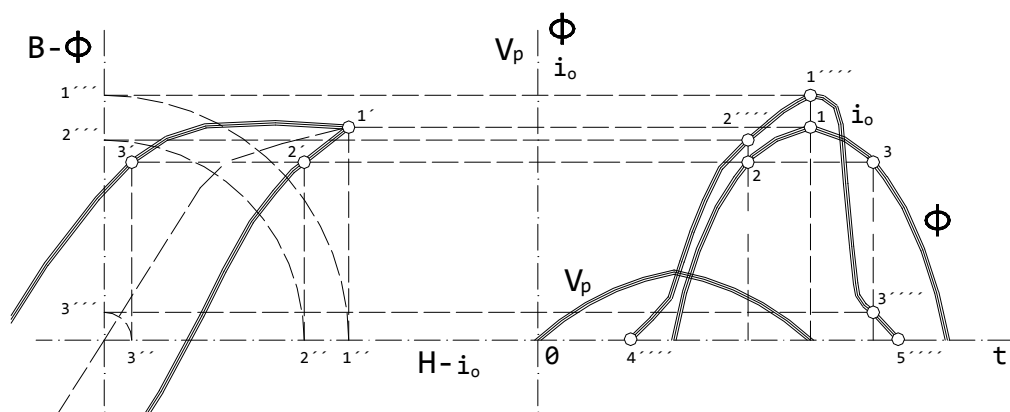
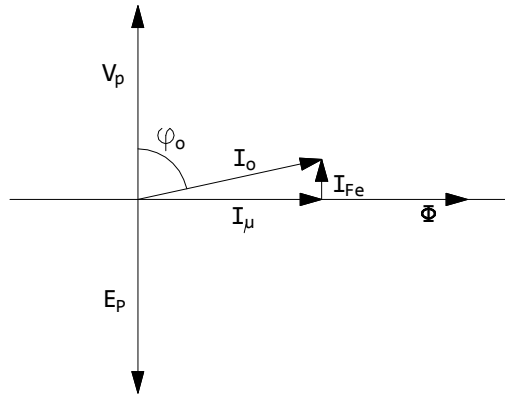


Figura CII.7.- Representación cartesiana de  $V_p$ ,  $E_p$  y  $\Phi$  con núcleo con pérdidas por histéresis.

Como se observa, la corriente  $I_o$  sigue teniendo forma “acampanada” pero presenta una mayor deformación; por otro lado, también varía el valor del desfase con respecto de la tensión  $V_P$ , que aún siendo cercano a  $90^\circ$ , ya no lo es, pasa a ser  $\varphi_o$ .

La representación vectorial de la nueva situación, en la que se considera el circuito ferromagnético con pérdidas por histéresis, se muestra en la Figura CII.8.



**Figura CII.8.** Representación vectorial de  $V_P$ ,  $E_P$ ,  $I_o$  y  $\Phi$  con núcleo con pérdidas por histéresis.

Sobre la representación se observa que la corriente de vacío o excitación,  $I_o^{(3)}$ , puede ser descompuesta en otras dos denominadas  $I_\mu$  e  $I_{Fe}$ . La corriente  $I_\mu$  es la causante de la magnetización del núcleo. La corriente  $I_{Fe}$  es la causante de las pérdidas en el núcleo.

Puesto que la potencia absorbida de la red por el transformador vale:

$$\text{Potencia absorbida de la red} = V_P \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o \quad [\text{II.2}]$$

y el valor de las pérdidas en el núcleo se puede calcular como:

$$\text{Pérdidas en el núcleo} = V_P \cdot I_{Fe} \quad [\text{II.3}]$$

Se puede escribir la siguiente relación,

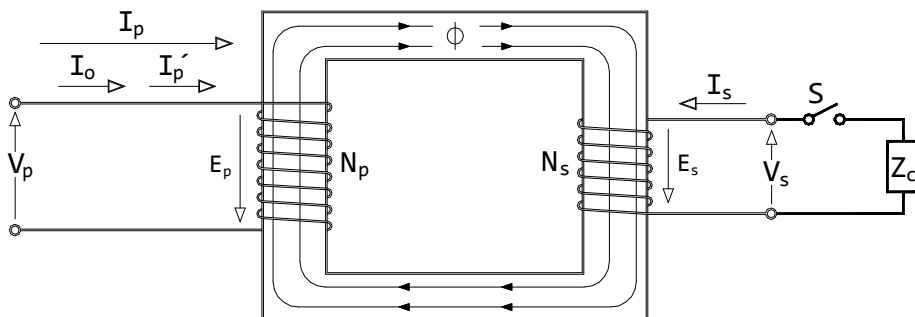
$$\text{Potencia absorbida de la red} = V_P \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = V_P \cdot I_{Fe} = \text{Pérdidas en el núcleo} \quad [\text{II.4}]$$

válida para el caso del transformador ideal en vacío y con núcleo con ciclo de histéresis.

<sup>(3)</sup> [RASO84]: Es conveniente considerar la corriente de vacío  $I_o$  como de naturaleza sinusoidal, para ello se define una senoide equivalente que la sustituye, que:

- Tiene el mismo valor eficaz que el de la curva real de  $I_o$ .
- Posee una componente activa ( $I_{Fe}$ ), que justifica las pérdidas en el núcleo.

Otro paso más en el análisis del transformador ideal se obtiene suponiendo conectada una carga ( $Z_c$ ) en el secundario, tal y como muestra la Figura CII.9, y estudiando los procesos físicos que se desarrollan [RASO84].



**Figura CII.9.-** Transformador ideal con carga conectada en su secundario.

Cuando se cierra el interruptor S:

- a) Por el secundario circula, motivada por  $V_s$ , una corriente alterna  $I_s$ .
- b) Esto significa que sobre el circuito magnético actúa una nueva fuerza magnetomotriz  $N_s \cdot i_s$  (antes de cerrar el interruptor solo existía una f.m.m.  $N_p \cdot i_o$ ), que tiende a alterar el flujo alterno  $\Phi$  creado por la excitación de vacío  $N_p \cdot i_o$ . Para razonar el proceso, supóngase que lo disminuye.
- c) Admitido lo anterior, la  $e_p = -N_p \frac{d\phi}{dt}$ , sufrirá una disminución en la misma proporción con que disminuye el flujo  $\Phi$ .
- d) Puesto que de un principio se ha supuesto  $V_p = -E_p$  (transformador ideal), y como  $V_p$  no sufre alteración (tensión que proporciona la compañía suministradora) por el hecho de que el transformador este en carga, resulta que, en contra de lo supuesto en c), el flujo  $\Phi$  no puede disminuir.
- e) La aparente contradicción desaparece, si se admite que por el primario aparece una corriente suplementaria  $i'_p$ , que se superpone a  $i_o$ , y que genera una nueva f.m.m.,  $N_p \cdot i'_p$ .

Para que el flujo  $\Phi$  no resulte alterado, según exige d), bastará que cuantitativamente se verifique que,

$$N_p \cdot i'_p = N_s \cdot i_s \quad [\text{II.5}]$$

y que ambas fuerzas magnetomotrices se compensen, es decir, tengan efectos opuestos.

Por tanto, la corriente del primario del transformador ideal en carga es,

$$i_p = i_o + i'_p \quad [\text{II.6}]$$

y el valor de  $i'_p$  (siendo  $m=N_P/N_S$ ),

$$i'_p = -\frac{i_S}{m} \quad [\text{II.7}]$$

Resumen de los principales fenómenos motivados por la puesta en carga del transformador ideal son:

1º) En régimen de carga, el flujo  $\Phi$  es prácticamente el mismo que en vacío. Dicho de otra forma, la tensión aplicada  $V_P$  (que se supone constante) impone un valor del flujo  $\Phi$ , cualquiera que sea la carga (plena, media o vacío).

2º) En el establecimiento del flujo intervienen las f.m.m.  $N_P \cdot i_P$  y  $N_S \cdot i_S$  (suponiendo que la reluctancia  $R_m$  es constante), la fuerza magnetomotriz  $F_m$  será:

$$\left. \begin{array}{l} \text{en carga} \quad F_m = N_P \cdot i_P + N_S \cdot i_S = R_m \cdot \phi_{\text{carga}} \\ \text{en vacío} \quad F_m = N_P \cdot i_o = R_m \cdot \phi_{\text{vacío}} \end{array} \right\} \phi_{\text{carga}} = \phi_{\text{vacío}}$$

$$N_P \cdot i_P + N_S \cdot i_S = N_P \left( i_P + \frac{N_S}{N_P} \cdot i_S \right) = N_P \cdot i_o$$

$$i_P = i_o - \frac{N_S}{N_P} \cdot i_S = i_o + i'_p \quad [\text{II.8}]$$

en otras palabras, cualquiera que sea el régimen de carga, la suma de las f.m.m. del primario y del secundario es igual a la f.m.m. en vacío. Vectorialmente:

$$-I'_p = I_S \cdot \frac{N_S}{N_P} = I_S \cdot \frac{1}{m}$$

$$I_p = I_o + I'_p \quad [\text{II.9}]$$

### II.1.2.2.- Transformador real en carga.

Considerar el transformador real funcionando con una carga  $Z_c$  conectado al mismo, supone asumir [RASO84]:

- que las resistencias de los devanados primario y secundario ( $R_p$  y  $R_s$ ) son distintas de 0.
- que el circuito magnético posee pérdidas por histéresis.
- que existen flujos de dispersión en ambos devanados que dan lugar a la aparición de las reactancias de dispersión  $X_p$  y  $X_s$ .

En la Figura CII.10 se representa el esquema del transformador en carga; el valor de las resistencias de los devanados  $R_p$  y  $R_s$ , y el de las reactancias de dispersión  $X_p$  y  $X_s$ , se dibujan fuera de los devanados para mayor claridad.

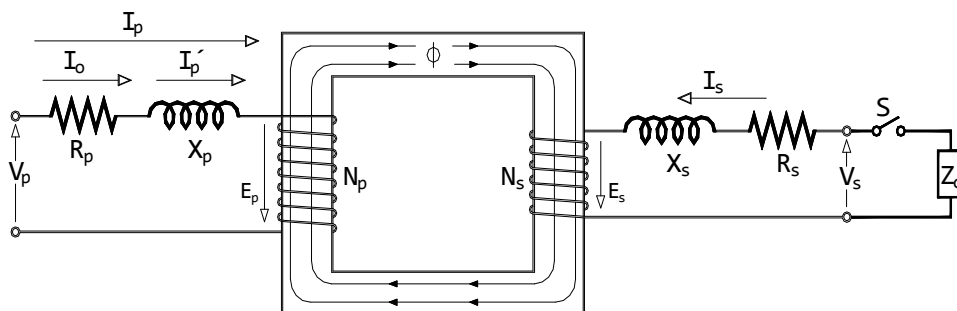


Figura CII.10.- Transformador real con carga conectada en su secundario.

Cuando se cierra el interruptor S:

- Se origina una nueva f.m.m.  $N_s \cdot I_s$ , que tiende a alterar el flujo  $\Phi$  (antes de cerrar el interruptor S, sobre el circuito magnético no existía más que la f.m.m.  $N_p \cdot I_o$ ). Supongamos que lo disminuye.
- La supuesta disminución del flujo  $\Phi$ , ocasiona que disminuya  $E_p$ ,

$$E_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad [\text{II.10}]$$

- La ecuación del circuito primario, antes de cerrar el interruptor (régimen de vacío), era,

$$\bar{I}_o = \frac{\bar{V}_p - N_p \frac{d\phi}{dt}}{R_p + j \cdot X_p} \quad [\text{II.11}]$$

Al consumarse el efecto de la carga,  $E_p$  sufre una variación, no así  $V_p$  que es la tensión de la compañía suministradora. Luego la corriente de vacío  $I_o$  queda alterada, por haber variado la diferencia  $V_p - E_p$ . La nueva corriente (de carga) se designa por  $I_p$ ; es posible descomponerla en dos sumandos:

$$\bar{I}_p = \bar{I}_o + \bar{I}'_p \quad [\text{II.12}]$$

Puesto que las caídas de tensión en  $R_p$  y  $X_p$  son muy pequeñas, la  $E_p$ , aún cuando disminuida tiene un valor análogo a  $V_p$ . La conclusión es que, en carga, el flujo  $\Phi$  tiene casi el mismo valor que en vacío. Otra consecuencia es que las pérdidas en el hierro son casi constantes desde el régimen de vacío hasta el de plena carga (tales pérdidas son función del flujo  $\Phi$ , y como se ha visto, este apenas varía en régimen de carga).

La representación vectorial de las caídas de tensión que se dan en el transformador real en carga se muestra en la Figura CII.11. Las ecuaciones relativas al mismo son:

Corrientes: 
$$\bar{I}_p = \bar{I}_o + \bar{I}'_p = \bar{I}_o - \bar{I}_s \cdot \frac{1}{m} = \bar{I}_o - \bar{I}_s \frac{N_s}{N_p} \quad [\text{II.13}]$$

Tensiones primarias: 
$$\bar{V}_p - \bar{I}_p \cdot R_p - \bar{I}_p \cdot jX_p + E_p = 0 \quad [\text{II.14}]$$

Tensiones secundarias: 
$$\bar{E}_s - \bar{I}_s \cdot R_s - \bar{I}_s \cdot jX_s = \bar{I}_s \cdot \bar{Z}_C = \bar{V}_s \quad [\text{II.15}]$$

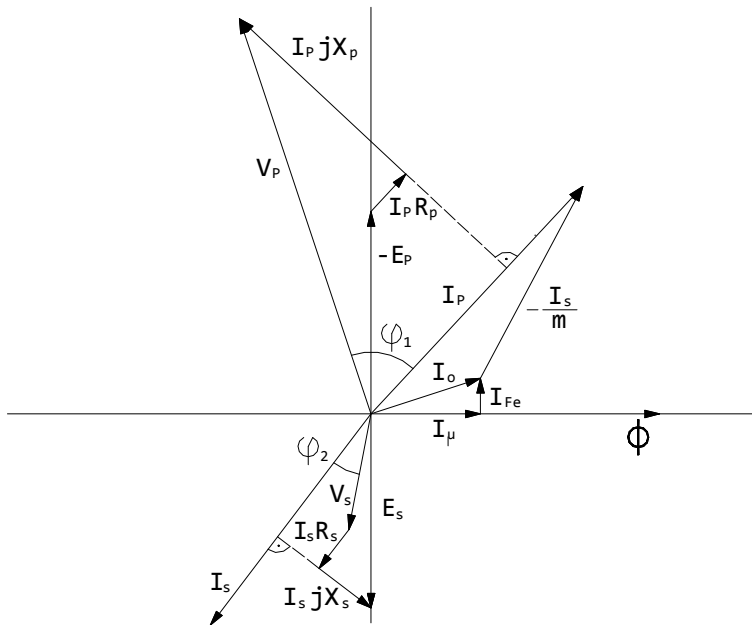


Figura CII.11.- Representación vectorial de magnitudes del transformador real con carga.



### II.1.2.3.- Circuito equivalente simplificado.

Reducir los valores del transformador a la tensión de uno de sus arrollamientos es una operación de gran utilidad en el estudio de sistemas eléctricos a base de varias tensiones nominales (como p.e. la red de distribución eléctrica).

Antes de proceder a la simplificación, se deben citar los aspectos que intervienen en el transformador y su tratamiento (ya vistos en el apartado anterior) [ENRI05].

- Por una parte, los flujos dispersos de los devanados primario y secundario (diferentes según se trabaje en vacío o en carga); los voltajes inducidos por los mismos tienen un comportamiento similar a caídas de tensión que podrían ser denominadas como “caídas de tensión por reactancia de dispersión”.

- Por otra, la resistencia que posee cada devanado y que origina una caída de tensión resistiva en los mismos.

La Figura CII.12 muestra ambos aspectos: las resistencias intrínsecas de los devanados primario y secundario ( $R_p$  y  $R_s$ ), y los flujos de dispersión ( $X_p$  y  $X_s$ ) que aparecen a partir del flujo total (el flujo total producido por la corriente es la suma de del flujo mutuo más los flujos de dispersión).

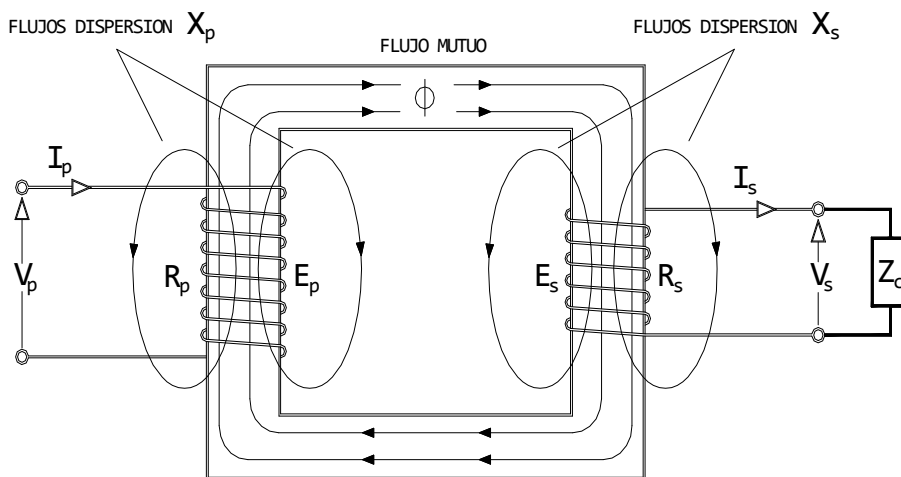


Figura CII.12.- Representación de flujos dispersión y resistencias de los devanados del transformador.

Normalmente estos efectos se representan dibujándolos fuera del esquema anterior, tal y como muestra la Figura CII.13.

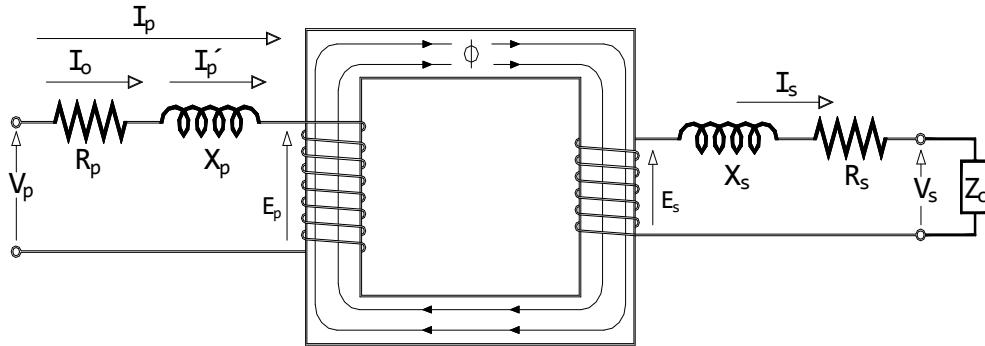


Figura CII.13.- Representación externa de flujos de dispersión y resistencias internas de devanados.

El circuito equivalente a reducir, es entonces el mostrado en la Figura CII.14; la rama de magnetización, a efectos del circuito equivalente, podría ser eliminada.

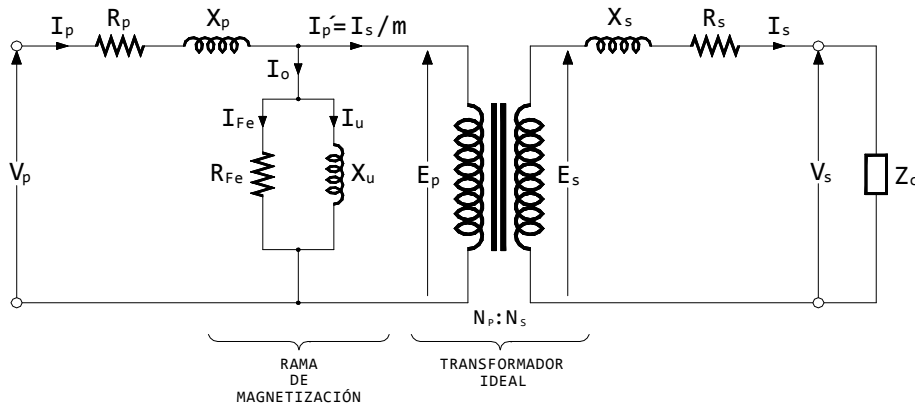


Figura CII.14.- Circuito equivalente del transformador.

Sobre la Figura CII.14,  $R_p$  y  $R_s$  son las resistencias de los devanados primario y secundario respectivamente, y  $X_p$  y  $X_s$  las reactancias de dispersión.  $Z_c$  representa la carga aplicada.

En ocasiones se desprecia el valor de la corriente de vacío; se puede justificar dado que las caídas de tensión son todas proporcionales a la corriente de carga.

## Capítulo II: Generalidades

### Reducción de parámetros del secundario al primario.

A partir de la Figura CII.14, despreciando el valor de la corriente de vacío (por tanto la rama de magnetización), y considerando la relación de transformación  $m$ , se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\bar{V}_p = R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + \bar{E}_p \quad \text{[II.16]}$$

$$\bar{E}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + jX_s \cdot \bar{I}_s + \bar{V}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + jX_s \cdot \bar{I}_s + \bar{Z}_c \cdot \bar{I}_s \quad \text{[II.17]}$$

teniendo en cuenta la relación de transformación  $m$ ,

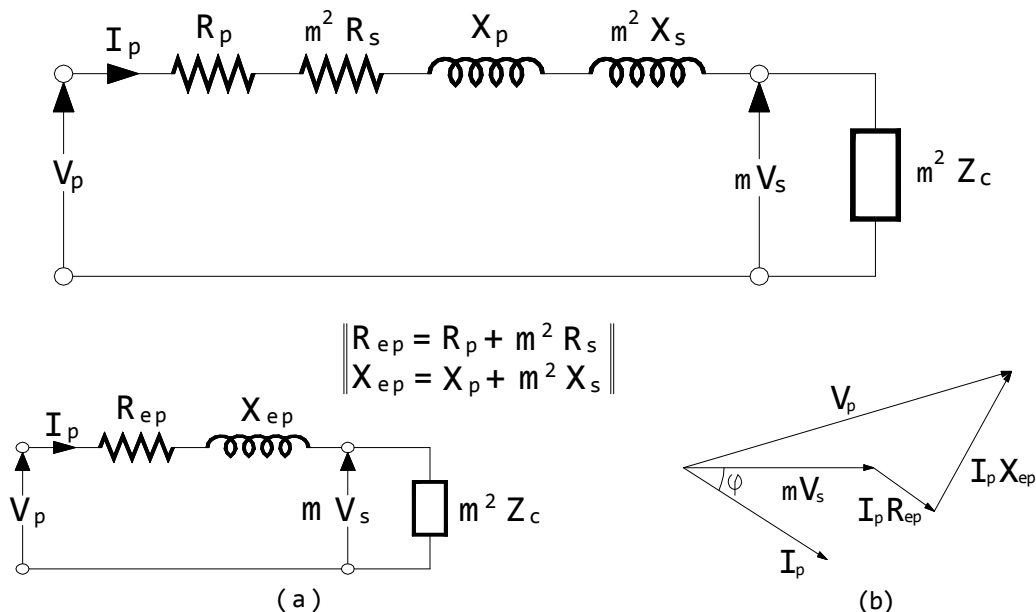
$$m = \frac{E_p}{E_s} = \frac{I_s}{I_p} \Rightarrow E_p = m \cdot E_s; I_s = m \cdot I_p \quad \text{[II.18]}$$

luego la tensión vista desde el primario del transformador se puede poner como,

$$\bar{V}_p = R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + m \cdot \bar{E}_s \quad \text{[II.19]}$$

$$\bar{V}_p = R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + m^2 \cdot R_s \cdot \bar{I}_p + m^2 \cdot jX_s \cdot \bar{I}_p + m^2 \cdot \bar{Z}_c \cdot \bar{I}_p \quad \text{[II.20]}$$

Por tanto, el circuito del transformador reducido al primario queda tal como muestra la Figura CII.15 (a); también se dibuja su diagrama fasorial (Figura CII.15 (b)).



**Figura CII.15.-** (a) Circuito del transformador reducido a parámetros del primario. (b) Diagrama fasorial.

Reducción de parámetros del primario al secundario.

Aplicando un razonamiento equivalente, se puede expresar en primer lugar la tensión vista desde el secundario como,

$$\bar{V}_s = -R_s \cdot \bar{I}_s - jX_s \cdot \bar{I}_s + \bar{E}_s \quad \text{[II.21]}$$

teniendo en cuenta la relación de transformación,

$$m = \frac{E_p}{E_s} = \frac{I_s}{I_p} \Rightarrow E_s = \frac{E_p}{m}; I_p = \frac{I_s}{m} \quad \text{[II.22]}$$

de donde se pueden deducir las siguientes relaciones,

$$\bar{E}_p = \bar{V}_p - R_p \cdot \bar{I}_p - jX_p \cdot \bar{I}_p; \quad \bar{E}_s = \frac{\bar{V}_p}{m} - \frac{R_p}{m^2} \cdot \bar{I}_s - \frac{jX_p}{m^2} \cdot \bar{I}_s \quad \text{[II.23][II.24]}$$

y por tanto, el valor de la tensión vista desde el secundario se puede escribir como,

$$\bar{V}_s = \frac{\bar{V}_p}{m} - \frac{R_p}{m^2} \cdot \bar{I}_s - \frac{jX_p}{m^2} \cdot \bar{I}_s - R_s \cdot \bar{I}_s - jX_s \cdot \bar{I}_s \quad \text{[II.25]}$$

ya la representación del circuito del transformador reducido al secundario queda entonces como muestra la Figura CII.16 (a):

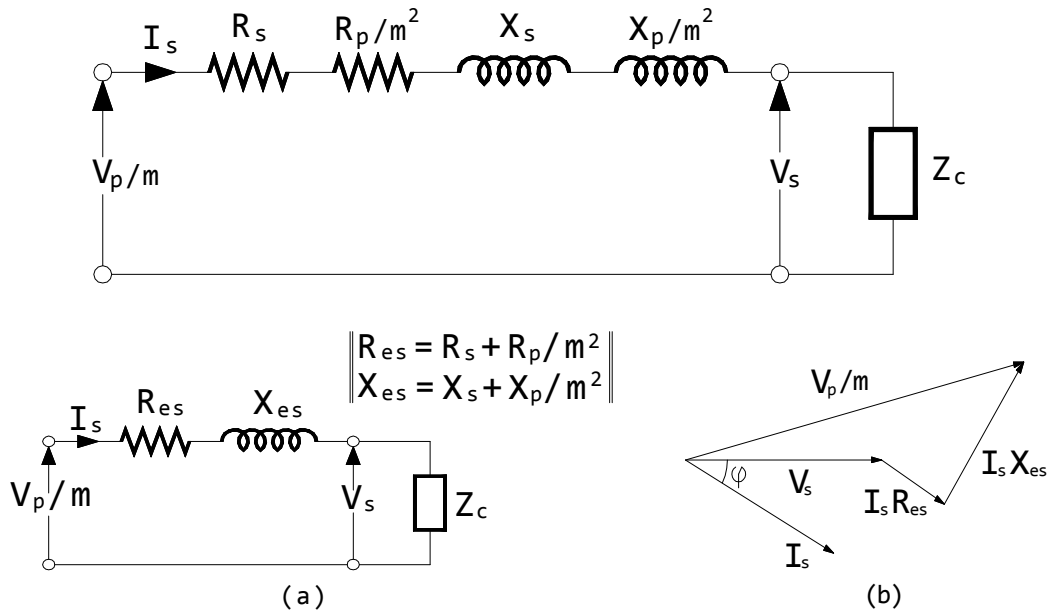


Figura CII.16.- (a) Circuito del transformador reducido a parámetros del secundario. (b) Diagrama fasorial.

### II.1.2.4.- Transformadores trifásicos.

Puesto que tanto la generación como la distribución de energía eléctrica se realiza en base a sistemas trifásicos, es preciso disponer de transformadores capaces de convertir un sistema trifásico de un determinado valor, en otro sistema trifásico de un valor diferente.

Una transformación trifásica puede ser conseguida utilizando tres transformadores monofásicos (uno por fase), denominándose al conjunto como *Banco Trifásico*.

Otra solución consiste en utilizar un núcleo trifásico que cumpla los requisitos necesarios para la transformación trifásica, constituyendo en este caso un *Transformador Trifásico*.

Para llegar al *transformador trifásico* se puede imaginar un transformador compuesto por tres transformadores monofásicos en los que el comportamiento de ambos sea idéntico como el que se muestra en la Figura CII.17. Alimentando las fases del *banco trifásico* mediante corrientes trifásicas, se originan los flujos  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  y  $\Phi_3$  en cada núcleo.

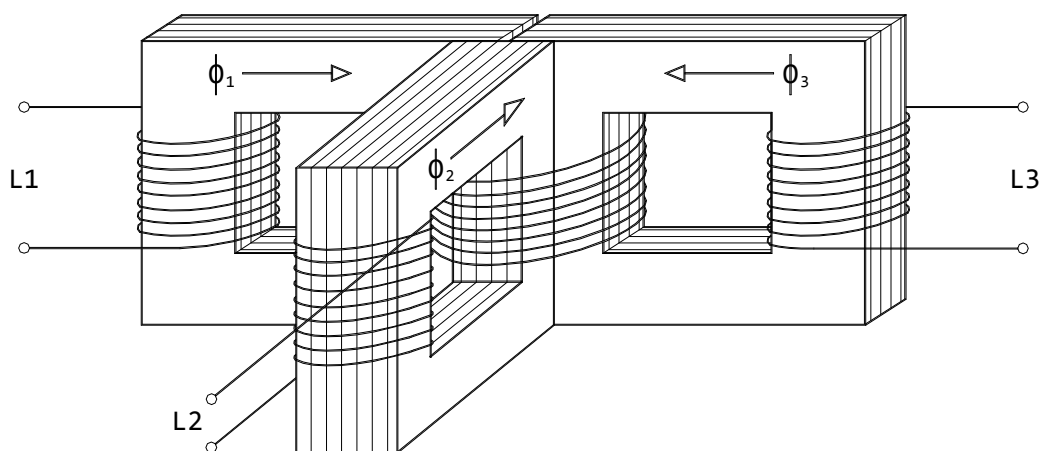
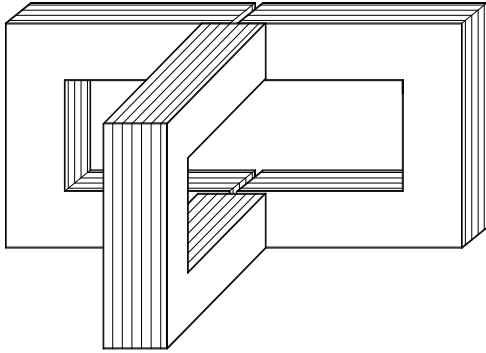
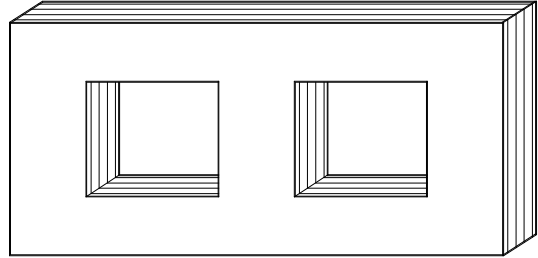


Figura CII.17.- Banco trifásico.

Puesto que todos ellos son iguales y desfasados  $120^\circ$  entre sí, su suma vectorial en la columna central es nula. Posteriormente la columna central puede ser suprimida quedando el núcleo del *banco trifásico* como muestra la Figura CII.18. Por último, puede ser reducido a un núcleo como el mostrado en la Figura CII.19, quedando así constituido el típico núcleo del *transformador trifásico* sobre el cual se arrollan los devanados.



**Figura CII.18.**- Núcleos del banco trifásico.



**Figura CII.19.**- Núcleo del transformador trifásico.

La ventaja del transformador trifásico sobre el banco trifásico es la reducción de tamaño que se consigue en el circuito magnético.

Cada columna del transformador trifásico se puede considerar como un transformador monofásico. Así, cuando un banco o transformador trifásico funciona con cargas equilibradas, todos los transformadores monofásicos del banco o todas las columnas del transformador trifásico están igualmente cargados y bastará con estudiar uno solo de ellos mediante su circuito equivalente.

Se ha de tener en cuenta entonces, que las tensiones y corrientes a utilizar en dicho circuito equivalente deben ser las de fase del primario y del secundario y que la potencia a emplear es la tercera parte de la total.

Bajo estas consideraciones, puede ser utilizada la formulación obtenida en el estudio del transformador monofásico para el estudio de las transformaciones trifásicas con cargas equilibradas [POZU00].

### Núcleos:

Al igual que en los transformadores monofásicos, la disposición del circuito magnético clasifica a los transformadores trifásicos en transformadores *de tipo acorazado*, en los que el circuito magnético forma una coraza que protege los devanados, y *de tipo núcleo*, en el que el circuito magnético es un núcleo rodeado por los devanados (las características entre ambos son diferentes cuando la suma instantánea de los flujos de las fases no es nula).

## Capítulo II: Generalidades

---

### Devanados y Aislamiento:

Los devanados de un transformador se pueden clasificar en Baja y Alta Tensión; a efectos constructivos los criterios de elaboración de ambos son diferentes.

Generalmente, los devanados de Baja Tensión se construyen de una única espiral (en una o varias capas superpuestas) de conductor de sección circular o de tipo placa.

Los conductores de sección circular se usan para pequeñas potencias y su diámetro suele estar comprendido entre 3 y 3.5 mm; su aislamiento puede ser de algodón o papel.

Para potencias medias y altas se usa el conductor tipo rectangular en forma de placa con aislamiento de papel.

Los devanados de Alta Tensión, con muchas espiras y corrientes relativamente bajas, son conductores circulares de diámetros comprendidos entre 2.5 y 3 milímetros.

Las bobinas de los devanados de Alta tensión, dependiendo de la técnica de fabricación usada y del nivel de tensión, pueden ser: de tipo helicoidal con conductores en varias capas y de tipo discoidal con varias bobinas superpuestas en forma de disco.

Normalmente, ambos devanados, de Alta y de Baja Tensión, van alojados sobre las columnas de forma concéntrica, siendo el devanado de Baja quien ocupa la posición interior, y el de Alta, la exterior.

Otra consideración a tener en cuenta se refiere al sentido de bobinado, derecha o izquierda, de cada devanado. El sentido en que circula la corriente por el devanado alrededor del núcleo determina el sentido del flujo magnético que lo atraviesa [SMIT81].

### Designación de bornes:

Suponiendo que la disposición de los arrollamientos (sentido de bobinado “dextrorsum” o “sinistrorsum”), en una columna se repite en el resto, se dice que dos extremos de arrollamientos de una misma columna tienen igual polaridad si, al circular un flujo común, poseen potenciales positivos (ó negativos) en relación con los opuestos.

Como representa la Figura CII.20 (a), dos extremos con la misma polaridad se designan por A-a, y los opuestos (también de igual polaridad entre si), por A'-a'. De igual manera para el resto de columnas tenemos los devanados B-b, B'-b', C-c y C'-c'. En la Figura CII.20 (b), se representa la disposición y designación de los bornes de un transformador según la recomendación UNESA 5201 B<sup>(4)</sup>.

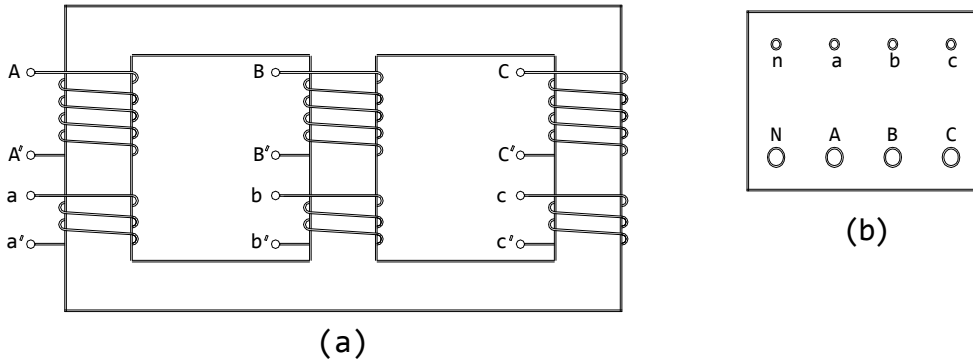


Figura CII.20.- Designación de bornes del transformador trifásico.

A los bornes (de alta y baja) con la misma letra se les llama homólogos; pueden conectarse a bornes homólogos, extremos de arrollamiento de igual polaridad (Figura CII.21 (a)) o bien de polaridad opuesta (Figura CII.21 (b)).

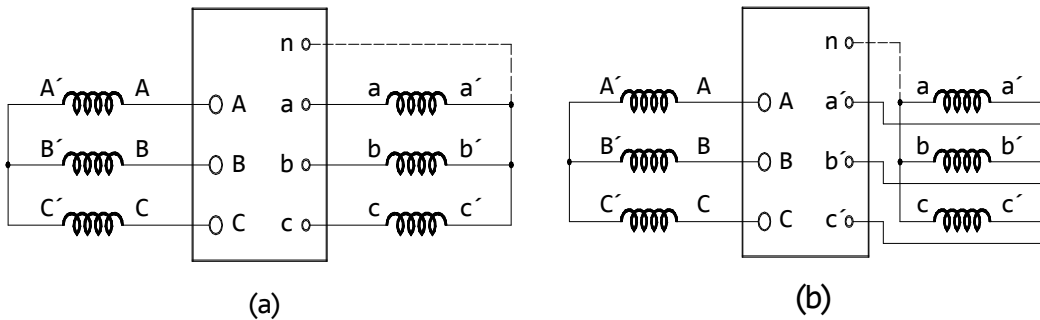


Figura CII.21.- Conexión de bornes homólogos (a) Yy0, (b) Yy6.

Luego los conceptos homólogos e igual polaridad no son equivalentes; cuando los bornes homólogos son de polaridades contrarias se indica mediante una tilde colocada junto a la letra indicativa. De esta forma los bornes homólogos están señalados por la misma letra, y la indicación suplementaria (tilde o no) informa sobre las polaridades [RASO84].

<sup>(4)</sup> Realmente, la recomendación UNESA 5201B prescinde del símbolo N al referirse solo a transformadores de distribución. Pero la CEI 76 aconseja indicar si la conexión en el neutro es en estrella o zig-zag a base de YN ó ZN y yn ó zn (devanados alta y baja tensión respectivamente).



## Capítulo II: Generalidades

---

### *Tipos de conexión de los devanados:*

En un transformador trifásico, los arrollamientos de los devanados primarios y secundarios pueden conectarse de acuerdo a tres esquemas de conexión: Estrella, Triángulo o Zigzag.

La conexión elegida para el primario depende de la tensión del sistema de alimentación, en tanto que la del secundario de la tensión del sistema que se desea obtener.

De forma general, es posible afirmar que para el primario, si la tensión nominal de una bobina corresponde a la tensión compuesta del sistema de alimentación, los devanados se conectan en triángulo; si corresponde a la tensión simple, se conectan en estrella. En el caso del secundario, si la tensión nominal de una bobina corresponde a la tensión compuesta del sistema que se desea obtener, los devanados se conectan en triángulo; si corresponde a la tensión simple, se conectan en estrella [RASO84].

### *Índice horario:*

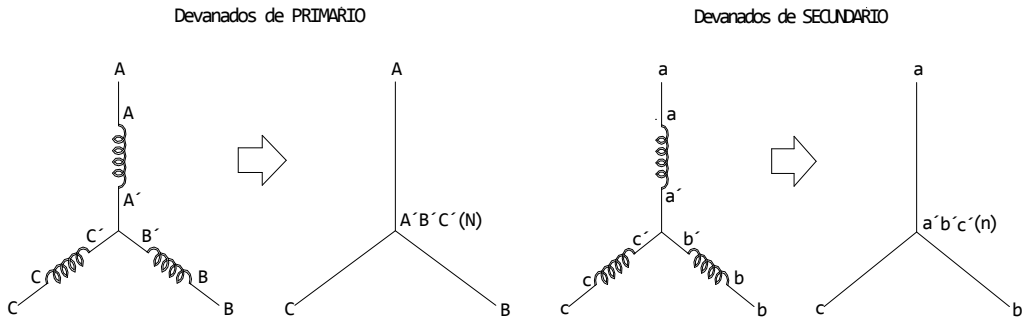
A efectos de nomenclatura, la conexión de un transformador se designa nombrando, por este orden, la conexión del devanado de tensión mayor (Estrella Y o Triángulo D), la del devanado de menor tensión (Estrella y, Triángulo d o Zigzag z), y el desfase (por ejemplo, para la conexión del transformador de la Figura CII.21 (a), por tratarse de una conexión Estrella-Estrella con un desfase 0, la nomenclatura debiera ser: Yy0).

Los desfases hacen referencia a la diferencia de fases entre las tensiones primarias y las correspondientes secundarias. Cuando se alude a desfases se entienden en vacío, haciendo caso omiso de las caídas de tensión internas del transformador que aparecen en los regímenes de carga.

Añadir que los desfases se entienden en base a la aplicación de un sistema directo de tensiones sobre los arrollamientos de tensión más elevada, según el orden de secuencia alfabética ABC (aún cuando los desfases, de forma general, son independientes del orden de sucesión de fases, esta situación no se da para todos los acoplamientos).

Los desfases a efectos de nomenclatura se dan como múltiplos de un ángulo de 30° (por ejemplo, a un desfase de tensiones de 180° le corresponde un valor 6 ( $180^\circ/30^\circ = 6$ )). Puesto que el desfase adquiere valores comprendidos entre 0 y 11, se representa sobre un cuadrante horario y se denomina índice horario [RASO84].

A modo ilustrativo, en la Figura CII.22 se representa el índice horario para la conexión Yy0 de la Figura CII.21 (a). Como se observa, si se superponen los segmentos correspondientes a dos devanados homólogos (por ejemplo A-A' y a-a'), el desfase es 0.



**Figura CII.22.** - Índice horario de la conexión Estrella-Estrella de la figura CII.21 (a).

Relación de transformación:

Por relación de transformación se entiende el cociente numérico que existe entre las tensiones en los primarios y secundarios del transformador trifásico o del banco trifásico.

Dicho esto, y pensando en transformaciones trifásicas, es lógico pensar que pueden ser definidos dos tipos de acuerdo a si se relacionan tensiones de línea o de fase; así se tiene,

- **Relación de transformación  $m$ :** es el cociente entre las tensiones de fase del primario y del secundario, o dicho de otro modo, el cociente entre el número de espiras de uno de los primarios  $N_p$  y uno de los secundarios  $N_s$  del transformador o banco trifásico.

$$m = \frac{V_{Fp}}{V_{Fs}} = \frac{N_p}{N_s} \approx \left( \frac{I_{Fs}}{I_{Fp}} = \frac{E_p}{E_s} \right) \quad [II.26]$$

- **Relación de transformación  $m_T$ :** es el cociente entre las tensiones de línea del primario y del secundario del transformador; es el valor que normalmente se aporta como dato.

$$m_T = \frac{V_{Lp}}{V_{Ls}} = \frac{I_{Ls}}{I_{Lp}} \quad [II.27]$$

La relación que existe entre  $m$  y  $m_T$  depende del tipo de conexión del transformador o banco trifásico [RASO84][SMIT81].

## Capítulo II: Generalidades

---

Potencia y rendimiento de un transformador trifásico:

- Por potencia de un transformador trifásico se conoce a la potencia aparente máxima (P) que pueden suministrar los tres devanados del secundario del transformador sin riesgo de calentamiento excesivo [RASO84].

$$P = 3 \cdot V_{F_S} \cdot I_{F_S} = 3 \cdot V_{F_P} \cdot I_{F_P} \quad [\text{II.28}]$$

donde,

$V_{F_S}$ ,  $I_{F_S}$ ,  $V_{F_P}$  e  $I_{F_P}$ , son las tensiones e intensidades de fase del primario y secundario del transformador.

Independientemente del tipo de conexión de los devanados (Estrella o Triangulo), la potencia del transformador expresada en función de las tensiones y corrientes de línea es:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_{L_P} \cdot I_{L_P} = \sqrt{3} \cdot V_{L_S} \cdot I_{L_S} \quad [\text{II.29}]$$

donde,

$V_{L_P}$ ,  $I_{L_P}$ ,  $V_{L_S}$  e  $I_{L_S}$ , son las tensiones e intensidades de línea del primario y secundario del transformador.

- El rendimiento del transformador, se define como el cociente entre la potencia activa útil entregada por el mismo y la potencia total consumida.

$$\eta = \frac{P_U}{P_T} = \frac{P_U}{P_U + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{P_S}{P_P} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{L_S} \cdot I_{L_S} \cdot \cos \varphi}{\sqrt{3} \cdot V_{L_S} \cdot I_{L_S} \cdot \cos \varphi + P_{Fe} + P_{Cu}} \quad [\text{II.30}]$$

donde,

$P_U$ , es la potencia activa útil entregada por secundario del transformador.

$P_T$ , es la potencia total consumida por el transformador.

$P_{Fe}$ , son las pérdidas en el hierro o magnéticas.

$P_{Cu}$ , son las pérdidas en el cobre.

$P_S$ , es la potencia activa en el secundario del transformador.

$P_P$ , es la potencia en el primario del transformador.

$V_{L_S}$ , es la tensión de línea del secundario del transformador.

$I_{L_S}$ , es la intensidad de línea del secundario del transformador.

$\cos \varphi$ , el factor de potencia.

### II.1.3.- Pérdidas eléctricas y magnéticas.

La puesta en servicio de los transformadores lleva aparejada, como en otros dispositivos eléctricos, una pérdida de potencia en forma de calor (potencia útil no aprovechada). Los transformadores, por tratarse de dispositivos electromagnéticos, tienen la peculiaridad de que las pérdidas originadas sean de dos tipos: magnéticas y eléctricas [RASO84][SMIT81].

$$\text{Pérdidas en el transformador} = P. \text{ magnéticas} + P. \text{ eléctricas} = P_N + P_{Cu}$$

Las pérdidas magnéticas, también llamadas pérdidas en el núcleo o en el hierro ( $P_N$ ), son debidas a fenómenos de histéresis, a las corrientes parásitas o de Foucault, y a los flujos de dispersión; todos ellos ejercen diferentes efectos sobre el núcleo del transformador que se traducen en pérdidas de potencia. Suponiendo la tensión prácticamente constante, dichas pérdidas también lo son, independientemente del valor de la carga conectada al secundario. Estas pérdidas se obtienen experimentalmente del ensayo de vacío.

Las pérdidas por histéresis se disminuyen utilizando materiales para el núcleo de buena calidad (p.e. utilizar un acero "duro" incrementa el calentamiento del núcleo).

Para disminuir las pérdidas por corrientes parásitas de Foucault se construyen núcleos constituidos por chapas magnéticas (lo más finas posible), de alta permeabilidad, bajo campo coercitivo y baja resistencia óhmica.

Las pérdidas eléctricas, también llamadas pérdidas en el cobre ( $P_{Cu}$ ), son las ocasionadas por el efecto Joule ( $R \cdot I^2$ ) al atravesar la corriente los devanados primario y secundario (estos suelen fabricarse de cobre o aluminio, y presentan una resistencia óhmica). Estas pérdidas, en condiciones nominales se determinan mediante el ensayo de cortocircuito.

Aunque sabidos, resulta interesante recordar los siguientes puntos:

- Con el transformador en vacío, únicamente se dan pérdidas magnéticas (las pérdidas eléctricas son muy pequeñas puesto que solo circula  $I_0$  por el devanado primario).
- Con el transformador en cortocircuito, las pérdidas magnéticas son despreciables ya que el flujo que circula es un 5% del nominal. Las eléctricas son las mismas que corresponden al régimen de plena carga.
- Con el transformador en carga, ya que el flujo magnético es el mismo que en vacío, las pérdidas magnéticas permanecen constantes. Las eléctricas son las mismas que en cortocircuito.
- Las pérdidas de ambos tipos, lo son de potencia, y se manifiestan en forma de calor.

### II.1.3.1.- Pérdidas magnéticas ( $P_N$ ).

Cuando se aplica una tensión al devanado primario y se mantiene el secundario en circuito abierto, de manera que no se transfiere energía de un devanado a otro, se origina una pequeña corriente en el primario denominada corriente de vacío ( $I_0$ ).

Dicha corriente puede ser descompuesta en otras dos:

- Una, denominada corriente de magnetización ( $I_\mu$ ), es la encargada de producir el flujo magnético alterno en el núcleo.
- La otra, que podría ser denominada corriente de pérdidas ( $I_{Fe}$ ), es la componente que toma en consideración el constante cambio de magnetización del núcleo y es por tanto responsable de las pérdidas magnéticas en el núcleo.

Los fenómenos causantes de las pérdidas magnéticas están asociados a la existencia de flujos y corrientes alternas creadas por la corriente  $I_{Fe}$ ; son tres [RASO84][ENRI05]:

1) Fenómenos de histéresis: Todo material magnético responde ante un flujo alterno en función de su propiedad para conservar su imanación o de oponerse a una variación de su estado magnético (ciclo de histéresis, curva B-H).

Cuando se conecta el devanado primario a la tensión de alimentación, se produce en el núcleo una fuerza magnetomotriz alterna que crea un campo magnético de intensidad H continuamente reorientado. La reorientación no es lineal, si no que responde al llamado ciclo de histéresis. El campo H creado en el seno del material conduce a la agitación de sus moléculas, y como consecuencia a su calentamiento.

Las pérdidas magnéticas debidas a fenómenos de histéresis ( $P_h$ ) pueden ser evaluadas mediante la fórmula:

$$P_h = K_h \cdot f \cdot B_m^n \text{ (vatios/unidad de masa del núcleo)} \quad [\text{II.31}]$$

donde,

$K_h$ , constante dependiente del volumen del núcleo y calidad del acero.

$f$ , frecuencia de la tensión de alimentación.

$B_m$ , densidad de flujo máximo en el núcleo.

$n$ , constante de Steinmetz (su valor varía entre 1,5 para aceros viejos y 2 para nuevos).

Como se observa, las pérdidas por histéresis ( $P_h$ ) son directamente proporcionales al flujo ( $\Phi=B \cdot A$ ) y al número de cambios de ciclo del mismo por segundo (frecuencia).

2) Corrientes parásitas de Foucault (corrientes circulantes de Eddy): Están originadas por corrientes en el material magnético producidas por fuerzas electromotrices inducidas por los flujos variables en el tiempo (siempre que varíe el flujo magnético en un medio, aparece un campo eléctrico en el mismo). Como el flujo es sinusoidal, también lo son las fuerzas electromotrices y por ende las corrientes de Foucault. Su presencia origina una pérdida de energía en el material (proporcional a  $R \cdot I^2$ ), absorbiéndose dicha energía del circuito que crea el campo y disipándose en forma de calor en el medio.

Las pérdidas magnéticas debidas a corrientes parásitas de Foucault ( $P_e$ ) son evaluadas mediante la fórmula:

$$P_e = K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot e^2 \text{ (vatios/unidad de masa del núcleo)} \quad [\text{II.32}]$$

donde,

$K_e$ , constante dependiente del volumen del núcleo y calidad del acero.

$f$ , frecuencia de la tensión de alimentación.

$B_m$ , densidad de flujo máximo en el núcleo.

$e$ , espesor de las laminaciones del núcleo.

Su valor depende de la frecuencia ( $f$ ) y del máximo valor del flujo ( $\Phi_m = B_m \cdot A$ ) y son por tanto independientes de la carga (el flujo se mantiene constante cualquiera que sea el valor de la carga).

3) Flujos de dispersión: Debidas a las líneas de flujo que eslabonan a ambos devanados, su participación en las pérdidas en el núcleo es muy pequeña frente a la que origina el flujo principal  $\Phi$  en las pérdidas por histéresis. Por tanto, es lícito no considerarlas.

Resumiendo, las pérdidas magnéticas  $P_N$ , se deben principalmente a la suma de dos efectos: los fenómenos de histéresis y las corrientes de Foucault.

Pérdidas en el núcleo  $P_N =$  Pérdidas por histéresis + Pérdidas por corrientes de Foucault

$$P_N = K_h \cdot f \cdot B_m^n + K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot e^2 \quad [\text{II.33}]$$

Normalmente, el valor de las pérdidas magnéticas se evalúa en el ensayo de vacío. Es lógico que así sea puesto que en tal ensayo el vatímetro mide la potencia absorbida de la red (ver apartado § II.1.4.4) [II.34].

$$\text{Lectura del vatímetro} = V_p \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = V_p \cdot I_{Fe} = \text{pérdidas en el núcleo (} P_N \text{)}$$

Es posible escribir la siguiente relación para expresar el valor de las pérdidas magnéticas, en el núcleo o hierro [II.35]:

$$\text{Pérdidas magnéticas } P_N = V_p \cdot I_{Fe} = K_h \cdot f \cdot B_m^n + K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot e^2 = \text{lectura vatímetro}$$

La práctica demuestra que las pérdidas magnéticas se pueden considerar independientes de la temperatura, aunque realmente disminuyen levemente si esta aumenta.

### **II.1.3.2.- Pérdidas eléctricas (P<sub>Cu</sub>).**

Dada la resistencia óhmica que presentan ambos devanados, se producen por efecto Joule al ser atravesados por una corriente (R·I<sup>2</sup>). Normalmente son denominadas pérdidas eléctricas, en el cobre o en el devanado. Se determinan en el ensayo de cortocircuito.

Se pueden considerar la suma de las pérdidas puras y las pérdidas adicionales.

$$\text{Pérdidas eléctricas (P}_{Cu}) = \text{Pérdidas puras} + \text{Pérdidas adicionales} \quad [\text{II.36}]$$

1) Pérdidas puras: Debidas en exclusiva al paso de la corriente, uniformemente distribuida a través de los devanados. Pueden ser halladas, conocido el valor de las resistencias de ambos devanados, mediante la inyección de una corriente continua del mismo valor eficaz al de la corriente nominal alterna. Para el devanado primario son igual a R<sub>p</sub>·I<sub>p</sub><sup>2</sup>, y para el secundario R<sub>s</sub>·I<sub>s</sub><sup>2</sup>.

$$\text{Pérdidas puras} = R_p \cdot I_p^2 + R_s \cdot I_s^2 \quad [\text{II.37}]$$

Aumentan con la temperatura pero son independientes de la frecuencia.

2) Pérdidas adicionales: Provocadas por corrientes de Foucault cuyo origen reside en el flujo de dispersión que atraviesa la masa de los arrollamientos y se superponen a las principales (efecto pelicular y de proximidad). Dependen de la no uniformidad con que la corriente alterna se distribuye en la sección de los conductores.

Puesto que las pérdidas eléctricas se determinan mediante el ensayo de cortocircuito (ver apartado § II.1.4.5), las pérdidas adicionales pueden ser halladas por diferencia entre estas y las pérdidas puras.

Disminuyen con la temperatura (coeficiente negativo de resistividad).

### II.1.4.- Ensayos en el transformador.

Sobre el transformador se pueden realizar diferentes tipos de ensayos capaces de evaluar, cada uno de ellos por separado, características concretas del mismo.

Es posible realizar “ensayos de medida” como: la medida de la resistencia óhmica de los arrollamientos, la medida de la relación de transformación o grupo de conexión, la medida de las pérdidas y de la corriente de vacío, la medida de las pérdidas debidas a la carga, y la medida de las pérdidas de cortocircuito; también se llevan a cabo “ensayos dieléctricos” como son: el ensayo por tensión aplicada a la frecuencia industrial, el ensayo por tensión inducida; e incluso se ejecutan “ensayos tipo” como: el ensayo de calentamiento, el ensayo con impulso tipo rayo, el ensayo de nivel de ruido y los ensayos de características del aceite.

Los de mayor interés y utilidad para el desarrollo de la tesis son los seis siguientes:

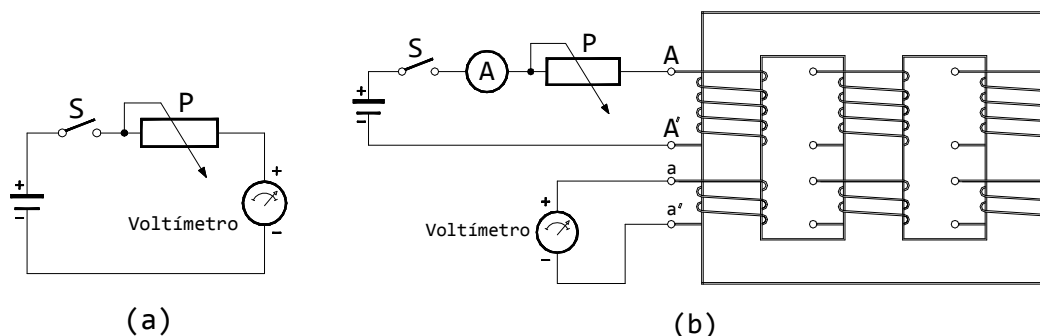
- 1) Polaridad de los devanados: determina la polaridad de los bornes de los devanados que permiten realizar las conexiones estrella o triángulo con el índice horario deseado.
- 2) Curva B-H del material magnético del núcleo: Define el comportamiento magnético del núcleo a diferentes frecuencias.
- 3) Resistencia óhmica de los devanados: mide la resistencia óhmica de los devanados del transformador de utilidad en el cálculo del circuito equivalente.
- 4) Ensayo de vacío: entre otras cosas sirve para el cálculo de las pérdidas por histéresis, las pérdidas por corrientes de Foucault (unidas conforman las pérdidas en el núcleo), la potencia reactiva del transformador en vacío y la corriente de vacío.
- 5) Ensayo de cortocircuito: Sirve para determinar las pérdidas en el cobre, la impedancia equivalente del transformador, la resistencia equivalente, la inductancia equivalente y la tensión de cortocircuito, de aplicación al cálculo del circuito equivalente.
- 6) Ciclo de histéresis del material del núcleo: Permite obtener la representación gráfica del ciclo de histéresis del material del núcleo, es decir, los diferentes estados por los que pasa el material ferromagnético a lo largo de su ciclo de trabajo. Proporciona una visión intuitiva de la cantidad de energía disipada por los fenómenos de histéresis del material (tamaño de la superficie encerrada en el lazo de histéresis).



### II.1.4.1.- Polaridad de los devanados.

Se suelen utilizar dos métodos diferentes para determinar la polaridad de los devanados, uno en corriente continua y otro en corriente alterna [RASO84].

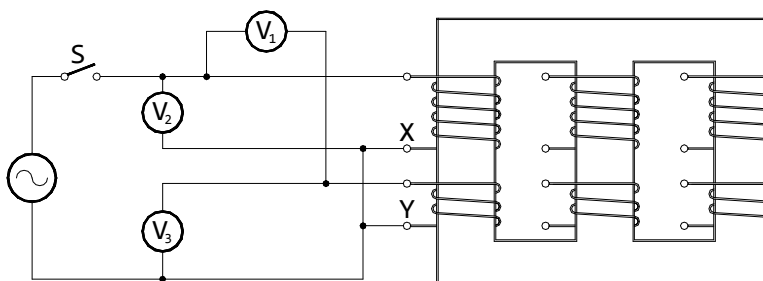
Método por corriente continua: Se marcan las polaridades de la batería y el voltímetro (ver Figura CII.23 (a)), y seguidamente se conectan a los devanados primario y secundario del transformador tal y como muestra la Figura CII.23 (b). Si se ha acertado al unir las polaridades correspondientes de los arrollamientos, el voltímetro tenderá a desviarse en igual sentido que cuando se marcaron las polaridades.



**Figura CII.23.** - (a) Marcado de polaridades de batería y voltímetro. (b) Determinación de polaridades.

Método por corriente alterna: Se unen al azar dos terminales, uno del devanado primario (X) y otro del correspondiente secundario (Y); se aplica una tensión alterna y se realizan mediciones voltimétricas (ver Figura CII.24); se pueden presentar seis casos, que quedan reducidos a cuatro, según sean las lecturas de los voltímetros:

$V_1=V_3-V_2$  o  $V_1=V_2-V_3 \rightarrow X-Y$  igual polaridad,  $V_1=V_2+V_3$  o  $V_1=-(V_2+V_3) \rightarrow$  polaridad opuesta



**Figura CII.24.** - Determinación de polaridades por el método de corriente alterna.

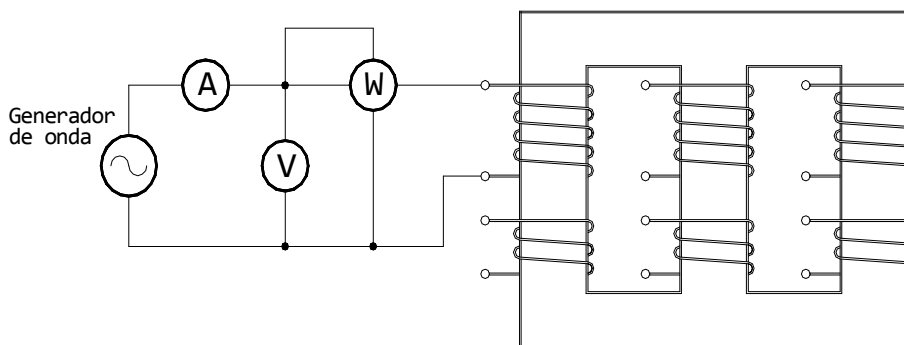
**II.1.4.2.- Curva B-H del material magnético del núcleo.**

En el vacío la densidad de flujo magnético B es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético H y se expresa por la relación:  $B = \mu_0 \cdot H$  ( $\mu_0$ , constante magnética del vacío =  $4\pi \cdot 10^{-7}$ ); la curva B-H es por tanto una línea recta (el vacío nunca se satura sin importar que tan grande pueda ser la intensidad de campo magnético H).

Sin embargo, en un material magnético, la densidad de flujo B está ligada a la intensidad de campo magnético H mediante la expresión  $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$  ( $\mu_r$ , permeabilidad relativa del material magnético); como  $\mu_r$  es no constante (varía con el valor de la densidad de flujo B), la relación B-H es no lineal. En tal caso, la fórmula es poco práctica y se prefiere mostrar tal relación por medio de curvas.

En ocasiones, puede resultar interesante obtener la curva B-H del material magnético a diferentes frecuencias a fin de registrar como varia su forma y poder llegar así a predecir su comportamiento.

Un medio de trazar las curvas B-H del material magnético del núcleo a diferentes frecuencias, se realiza con la ayuda de un generador de onda (por la exactitud, la repetitividad de la onda aplicada y la posibilidad de variación de la frecuencia de la señal); se inyectan escalonadamente diferentes valores de tensión a distintas frecuencias (las más representativas), y se registran las lecturas de los aparatos de medida para posteriormente calcular, por formulación, los valores de la densidad de flujo B y la intensidad de campo H (ver Figura CII.25). Finalmente, se plasman los valores obtenidos, para cada frecuencia, en una gráfica.



**Figura CII.25.-** Determinación de la curva B-H a distintas frecuencias.

### II.1.4.3. Resistencia óhmica de los devanados.

Los devanados del transformador poseen su propia resistencia óhmica que en condiciones de funcionamiento dan lugar a una caída de tensión resistiva. Su medida puede ser realizada por dos métodos: el monofásico y el trifásico [RASO84] [ENRI05].

*Método Monofásico:* Se determinan mediante un voltímetro y un amperímetro (también es posible recurrir a puentes de medida); como muestra la Figura CII.26, pueden ser realizados dos montajes. Consideraciones a tener en cuenta al realizar la prueba son:

- El "montaje 1" se emplea en la medición de resistencias de bajo valor, del orden de décimas de ohmio (devanado secundario).
- El "montaje 2", en la medida de resistencias superiores al ohmio (devanado primario).
- Conviene una impedancia del voltímetro muy alta (para reducir la corriente absorbida por el mismo), y muy baja en el amperímetro (menor caída de tensión en sus extremos).
- La medición está afectada de un error sistemático ya que el amperímetro también mide la corriente absorbida por el voltímetro.
- La medición se debe realizar con máquina fría (temperatura ambiente) y evitar un calentamiento excesivo del devanado.
- El valor medido de la resistencia a temperatura ambiente se corrige a la temperatura de 75°C (en transformadores de devanado de cobre). La expresión empleada es:

$$R_c = \frac{234,5 + T_c}{234,5 + T_m} \cdot R_m = K \cdot R_m \quad [\text{II.38}]$$

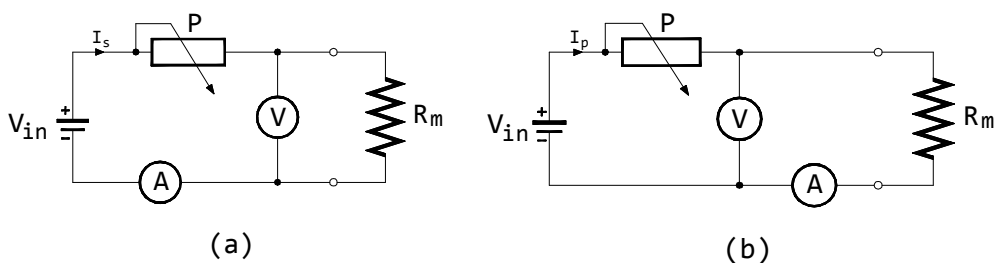
donde,

$R_c$  = Valor de la resistencia corregida a la temperatura  $T_c$ .

$T_c$  = Temperatura a la cual se desea corregir el valor de la resistencia medida a  $T_m$ .

$R_m$  = Valor de la resistencia medida.

$T_m$  = Temperatura a la cual se mide la resistencia ( $R_m$ ).

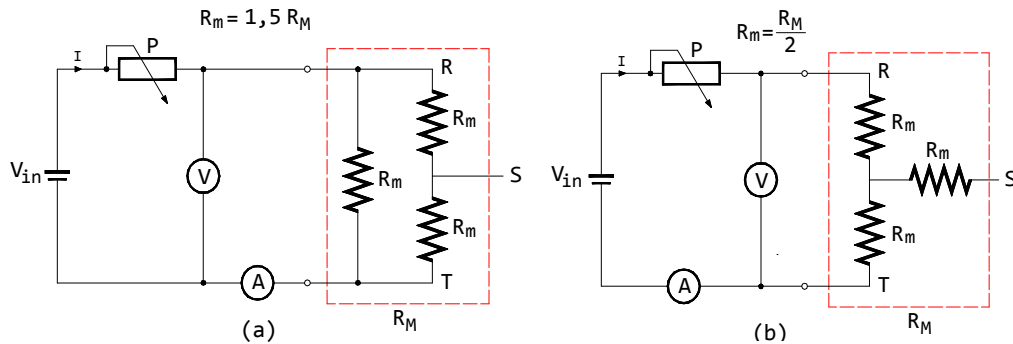


**Figura CII.26.** Medición resistencia óhmica devanados método monofásico (a) montaje 1 (b) montaje 2.

Método trifásico: Por el método trifásico, el valor de la resistencia óhmica de los devanados depende del tipo de conexión de los mismos.

Así se tiene, que en caso de estar conectados en triángulo, el valor de resistencia de uno de los devanados ( $R_m$ ), se obtiene multiplicando por 1,5 el valor obtenido de la medida ( $R_M$ ) entre un par de terminales RS, ST o TR (ver Figura CII.27 (a)).

Si la conexión de los devanados es en estrella, el valor de la resistencia óhmica de uno de los devanados ( $R_m$ ) se obtiene dividiendo entre 2 el valor obtenido de la medida ( $R_M$ ) entre un par de terminales RS, ST o TR (ver Figura CII.27 (b)).



**Figura CII.27.-** Medida de resistencia óhmica de devanados por método trifásico (a) triángulo (b) estrella.

Las consideraciones tenidas en cuenta para el método monofásico son aplicables, salvando las diferencias, para el método trifásico.

#### II.1.4.4.- Ensayo de vacío.

El objetivo de la prueba de vacío es, básicamente, determinar las pérdidas magnéticas ( $P_N$ ) del transformador debidas a fenómenos de histéresis, corrientes parásitas de Foucault y a flujos de dispersión (este último efecto se considera despreciable) [RASO84].

Cuando se ejecuta el ensayo de vacío, el devanado sobre el que se efectúa (generalmente el mayor tensión, el primario), se alimenta a la tensión nominal, mientras que el otro permanece en circuito abierto. En estas circunstancias la corriente que circula por el devanado alimentado es muy pequeña ( $I_0$ ), y como el valor de la resistencia óhmica ( $R_p$ ) y de la reactancia de dispersión ( $X_p$ ) también lo son, las caídas de tensión en ambas son perfectamente despreciables ( $R_p \cdot I_0 \approx X_p \cdot I_0 \approx 0$ ). Se tiene entonces la corriente de vacío ( $I_0$ ), que puede ser descompuesta en sus componentes de magnetización ( $I_\mu$ ) y de pérdidas ( $I_{Fe}$ ), la cual forma un ángulo  $\varphi_0$  con la tensión de alimentación  $V_p$  (ver Figura CII.8).

## Capítulo II: Generalidades

Normalmente se considera la corriente de vacío  $I_o$  como de naturaleza senoidal (en realidad equivale a una onda sinusoidal deformada, como se muestra en la Figura CII.7); la senoide que sustituye a la forma de onda real posee el mismo módulo y argumento que la real, es decir:

1º.- Tiene el mismo valor eficaz ( $I_o$ ) que la curva real de la corriente de vacío.

2º.- Tiene una componente activa ( $I_{Fe}$ ) que justifica las pérdidas en el núcleo.

La primera condición determina el módulo de  $I_o$ . Puesto que un amperímetro mide intensidades eficaces, durante el ensayo de vacío se coloca uno en el devanado alimentado quedando así registrado el valor eficaz de  $I_o$ , y por tanto, su módulo.

La segunda condición determina la posición (argumento) del vector  $I_o$  con respecto a la tensión aplicada  $V_p$  (como se observa en la Figura CII.8, el vector  $I_o$  tiene un desfase  $\varphi_o$  con respecto a la tensión de alimentación  $V_p$ ).

Las pérdidas magnéticas (pérdidas de potencia en el núcleo en forma de calor), se pueden obtener como el producto de la tensión de alimentación por la intensidad que provoca dichas pérdidas, es decir:

$$P_N = V_p \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = V_p \cdot I_{Fe} \quad [\text{II.39}]$$

Por otra parte, colocar un vatímetro en el devanado alimentado supone medir la potencia absorbida de la red y, por ende, las pérdidas magnéticas o en el núcleo ( $P_N$ ).

$$P_N = V_p \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = V_p \cdot I_{Fe} = \text{lectura del vatímetro} \quad [\text{II.40}]$$

La Figura CII.28 muestra la disposición de los aparatos de medida en la realización del ensayo de vacío sobre un transformador monofásico.

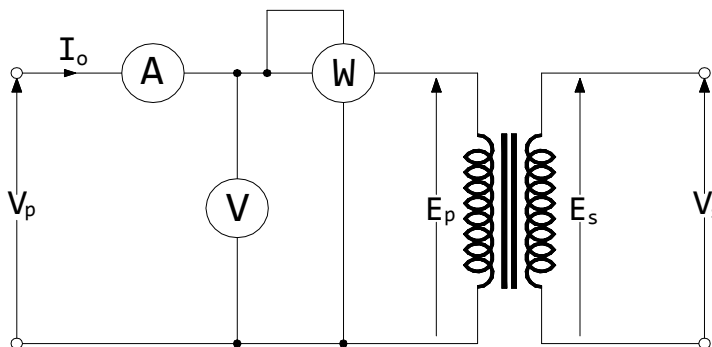


Figura CII.28.- Ensayo de vacío en transformador monofásico.

Cuando se traza el equivalente monofásico, los valores correspondientes son:

- La corriente de vacío  $I_o$  es la que se pone en el equivalente monofásico ( $I_o=I_p$ ).
- La tensión del equivalente, es la correspondiente a la tensión de alimentación  $V_p$ .
- El valor del desfase  $\varphi_o$  es,  $\cos \varphi_o = P_N / V_p I_o$  [II.41]
- La corriente de pérdidas  $I_{Fe}$  es,  $I_{Fe} = I_o \cos \varphi_o$  [II.42]
- La corriente de magnetización  $I_\mu$  es,  $I_\mu = I_o \sen \varphi_o$  [II.43]
- La resistencia de pérdidas  $R_{Fe}$ ,  $R_{Fe} = V_p / I_{Fe}$  [II.44]
- La reactancia de magnetización  $X_\mu$ ,  $X_\mu = V_p / I_\mu$  [II.45]

En el caso de realizar el ensayo de vacío sobre un transformador trifásico, y suponiendo una conexión estrella-estrella, el esquema del montaje es el que muestra la Figura CII.29.

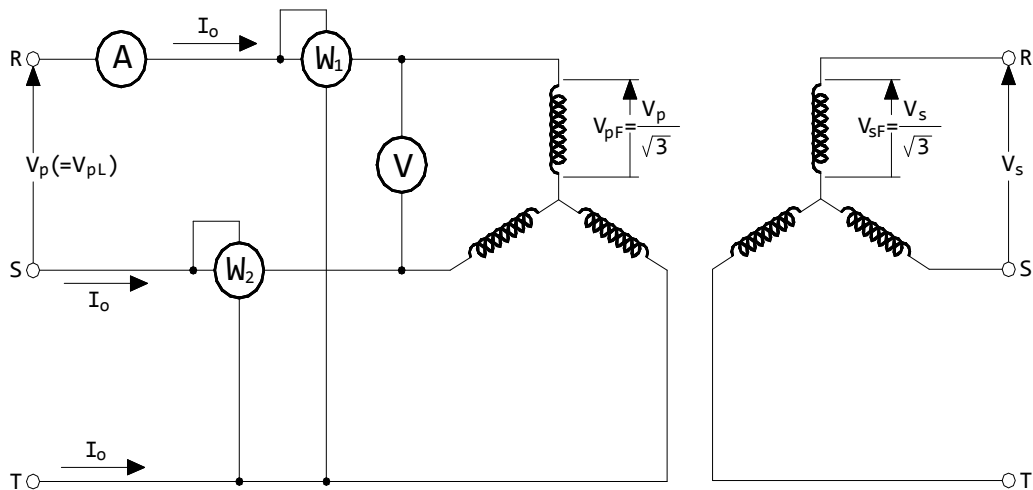


Figura CII.29.- Ensayo de vacío en transformador trifásico.

Como se observa, la lectura de la potencia absorbida de la red, y por tanto el valor de las pérdidas magnéticas o en el núcleo, se realiza por medio de dos vatímetros,  $W_1$  y  $W_2$ , (conexión Aron) y es igual a:

$$P_N = W_1 + W_2 = \sqrt{3} \cdot V_p \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = \sqrt{3} \cdot V_p \cdot I_{Fe} \quad [II.46]$$

A la hora de trazar el equivalente monofásico del transformador trifásico en conexión estrella-estrella, se tiene que:

- La corriente de vacío  $I_o$  se mantiene inalterable puesto que coincide con la tensión de fase de la conexión estrella-estrella ( $I_o=I_{pF}$ ).
- La tensión que corresponde poner entre terminales de entrada del equivalente monofásico, corresponde al valor de la tensión de fase, es decir [II.47],  $V_{pF} = V_p / \sqrt{3}$
- El valor del desfase  $\varphi_o$  se calcula como,  $\cos \varphi_o = P_N / \sqrt{3} \cdot V_p \cdot I_o$  [II.48]
- La corriente de pérdidas  $I_{Fe}$  es,  $I_{Fe} = I_o \cdot \cos \varphi_o$  [II.49]
- La corriente de magnetización  $I_\mu$  es,  $I_\mu = I_o \cdot \text{sen} \varphi_o$  [II.50]
- La resistencia de pérdidas  $R_{Fe}$ ,  $R_{Fe} = V_p / \sqrt{3} \cdot I_{Fe}$  [II.51]
- La reactancia de magnetización  $X_\mu$ ,  $X_\mu = V_p / \sqrt{3} \cdot I_\mu$  [II.52]

Como se observa, el cálculo de los valores de los parámetros del equivalente monofásico del transformador monofásico es prácticamente directo, sin embargo, en el caso de calcular el equivalente monofásico de un transformador trifásico hay que prestar especial atención al tipo de conexión de sus devanados para establecer las relaciones oportunas ya que estas difieren en función de si las conexiones son estrella o triángulo.

### II.1.4.5.- Ensayo de cortocircuito.

Con esta prueba es posible determinar experimentalmente, parámetros y valores importantes para el trazado del circuito equivalente monofásico del transformador ( $Z_{cc}$ ,  $R_{cc}$ ,  $X_{cc}, \dots$ ), las pérdidas en los devanados o en cobre ( $P_{cc}$ ), y pérdidas en el núcleo ( $P_N^*$ ).

Ensayo de cortocircuito		- Parámetros del circuito equivalente monofásico ( $Z_{cc}$ , $R_{cc}$ , ...).
		- Pérdidas en los devanados o en el cobre ( $P_{cc}$ ):
		- Pérdidas Puras (efecto Joule).
		- Pérdidas adicionales (corrientes de Foucault):
		- Pérdidas por histéresis y corrientes parásitas
		- Pérdidas en el núcleo*.

Con respecto al valor que presentan estos parámetros durante el ensayo de cortocircuito, se deben hacer dos salvedades de importancia.

La primera hace referencia a las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas: puesto que son debidas a los flujos de dispersión sobre los elementos constructivos del trafo, pueden ser, por su naturaleza, incluidas dentro de las pérdidas adicionales.

La segunda se refiere a las pérdidas en el núcleo del ensayo de cortocircuito\* ( $P_N^*$ ): debido a que la tensión aplicada durante el ensayo (tensión de cortocircuito  $U_{cc}$ ), es muy pequeña frente a la nominal (aproximadamente el 5%), resulta que el flujo también ve minorado su valor en esta proporción. Por consiguiente, y como la pérdidas en el núcleo son proporcionales al cuadrado de la densidad de flujo  $B$ , son despreciables frente a las halladas en el ensayo de vacío [RASO84].

De lo descrito, se puede concluir que los valores que básicamente se extraen del ensayo de cortocircuito son:

Ensayo de cortocircuito	- Parámetros del circuito equivalente monofásico
	- Pérdidas en los devanados o en el cobre
	- Pérdidas Puras (efecto Joule)
	- Pérdidas adicionales (corrientes de Foucault)

El ensayo de cortocircuito se efectúa alimentando el devanado primario a la tensión de cortocircuito ( $U_{cc}$ ), es decir, aquella para la cual por el primario circula la intensidad nominal ( $I_p \approx I_{cc}$ ), estando el devanado secundario cortocircuitado.

Durante el ensayo se registra: la tensión de cortocircuito ( $U_{cc}$ ), la intensidad de cortocircuito ( $I_{cc} \approx I_p$ ), la potencia absorbida ( $P_{cc} = W =$  pérdidas en el cobre) y la temperatura; además, con el fin de obtener resultados fiables, el ensayo se realiza rápidamente a fin de evitar el calentamiento excesivo del conductor de los devanados, cuyo valor de resistencia debe permanecer constante a lo largo del ensayo.

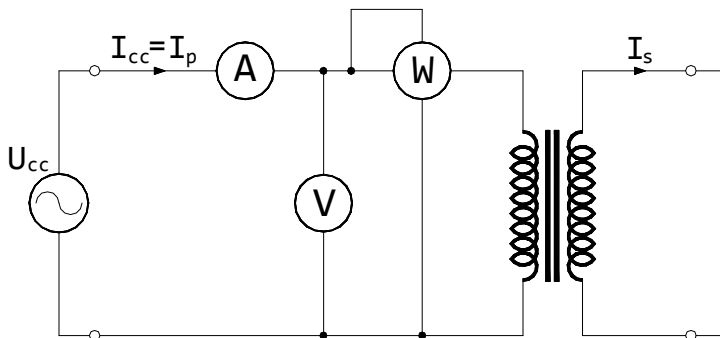


Figura CII.30.- Ensayo de cortocircuito en el transformador monofásico.



De los datos registrados se obtiene:

- La impedancia equivalente del transformador,  $Z_{cc}$ :  $Z_{cc} = U_{cc} / I_{cc}$  [II.53]

- La resistencia equivalente del transformador,  $R_{cc}$ :  $R_{cc} = P_{cc} / I_{cc}^2$  [II.54]

- La reactancia equivalente del transformador,  $X_{cc}$ :  $X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2}$  [II.55]

- El desfase tensión-intensidad de cortocircuito,  $\varphi_{cc}$ :  $\cos \varphi_{cc} = P_{cc} / U_{cc} I_{cc}$  [II.56]

- La caída tensión en la resistencia equivalente,  $U_{Rcc}$ :  $U_{Rcc} = U_{cc} \cos \varphi_{cc}$  [II.57]

- La caída tensión en la reactancia equivalente,  $U_{Xcc}$ :  $U_{Xcc} = U_{cc} \sin \varphi_{cc}$  [II.58]

Generalmente, los valores de la tensión de cortocircuito ( $U_{cc}$ ), la caída de tensión en la resistencia equivalente ( $R_{cc}$ ), y la caída de tensión en la reactancia equivalente ( $X_{cc}$ ), no se dan en valor absoluto (voltios), si no en forma relativa:

$$\varepsilon_{cc} \% = (U_{cc} / V_p) \cdot 100 = ((Z_{cc} \cdot I_p) / V_p) \cdot 100; \quad [II.59]$$

$$\varepsilon_{Rcc} \% = (U_{Rcc} / V_p) \cdot 100 = ((R_{cc} \cdot I_p) / V_p) \cdot 100; \quad [II.60]$$

$$\varepsilon_{Xcc} \% = (U_{Xcc} / V_p) \cdot 100 = ((X_{cc} \cdot I_p) / V_p) \cdot 100; \quad [II.61]$$

Estos valores, expresados en tanto por ciento, son más significativos que en valores absolutos; indican el tanto por ciento de caída de tensión respecto a la nominal cuando por el elemento considerado circula la corriente nominal. Además, con la operación de reducción a una determinada tensión (reducción de secundario a primario o viceversa), varía el valor de  $Z_{cc}$ , pero no el de  $\varepsilon_{cc}$ .

Estos valores se representan sobre un triángulo de tensiones (triángulo de KAPP), calculado a partir del circuito equivalente del transformador monofásico (Figura CII.31).

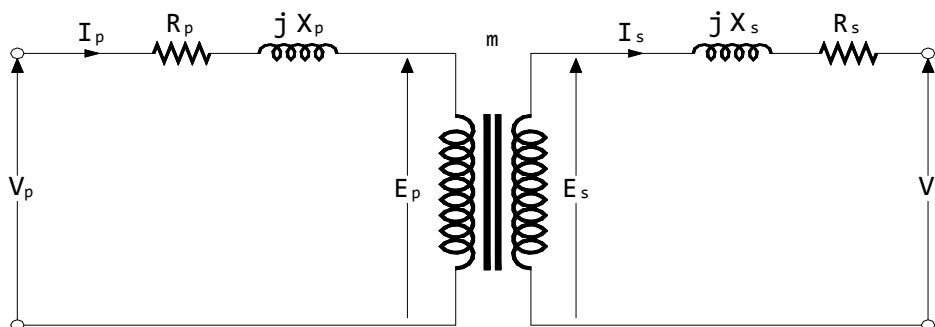


Figura CII.31.- Representación del circuito equivalente del transformador monofásico.

Del análisis del circuito de la Figura CII.31, se tiene que:

$$\bar{V}_p = R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + \bar{E}_p = R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + m \cdot \bar{E}_s \quad [\text{II.62}]$$

$$\bar{E}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + jX_s \cdot \bar{I}_s + \bar{V}_s = R_s \cdot m \cdot \bar{I}_p + jX_s \cdot m \cdot \bar{I}_p + \bar{V}_s \quad [\text{II.63}]$$

Luego entonces se puede escribir:

$$\begin{aligned} \bar{V}_p &= R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + m \cdot (R_s \cdot m \cdot \bar{I}_p + jX_s \cdot m \cdot \bar{I}_p + \bar{V}_s) \\ \bar{V}_p &= R_p \cdot \bar{I}_p + jX_p \cdot \bar{I}_p + m^2 \cdot R_s \cdot \bar{I}_p + m^2 \cdot jX_s \cdot \bar{I}_p + m \cdot \bar{V}_s \\ \bar{V}_p &= (R_p + m^2 \cdot R_s) \cdot \bar{I}_p + j(X_p + m^2 \cdot X_s) \cdot \bar{I}_p + m \cdot \bar{V}_s \end{aligned} \quad [\text{II.64}]$$

Se puede representar entonces el transformador reducido a valores de primario tal y como muestra la Figura CII.32.

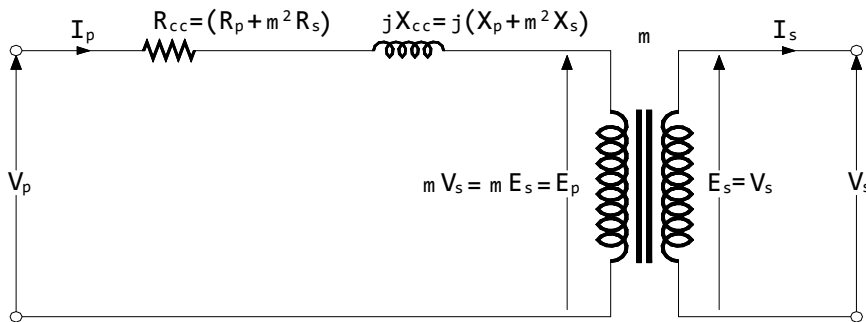


Figura CII.32.- Circuito equivalente del transformador monofásico reducido al primario.

Valores que para el ensayo de cortocircuito son:  $V_p = U_{cc}$ ,  $V_s = 0$ ,  $I_p = I_{cc}$ ; por tanto el circuito de la Figura CII.32 puede ser simplificado al circuito de la Figura CII.33.

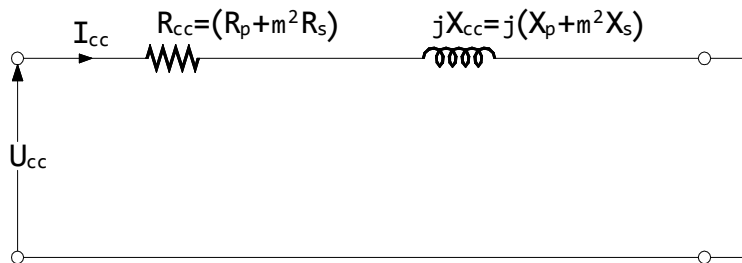
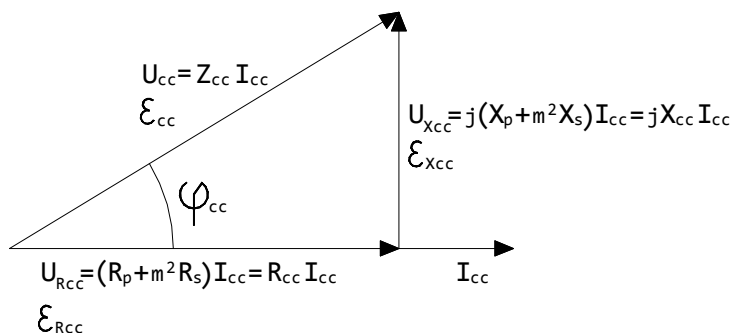


Figura CII.33.- Circuito equivalente del transformador monofásico reducido al primario simplificado.

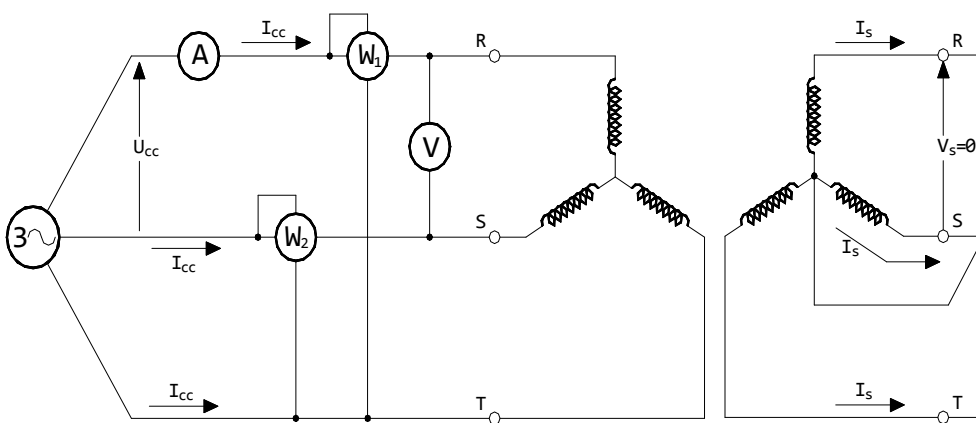
A partir de este circuito ahora es fácil dibujar el triángulo de KAPP de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\bar{U}_{cc} = R_{cc} \cdot \bar{I}_{cc} + jX_{cc} \cdot \bar{I}_{cc} \quad [\text{II.65}]$$



**Figura CII.34.-** Triángulo de KAPP de circuito equivalente reducido a primario del trafo monofásico.

En el caso de ejecutar el ensayo de cortocircuito sobre el transformador trifásico, la evaluación de los valores de las lecturas de los aparatos, dependen del tipo de conexión. La Figura CII.35 muestra la disposición de los aparatos de medida en el caso de un transformador en conexión estrella-estrella.



**Figura CII.35.-** Ensayo de cortocircuito sobre transformador trifásico en conexión estrella-estrella.

Si se desea trazar el equivalente monofásico del transformador trifásico en conexión estrella-estrella, se debe tener en cuenta que: la corriente de cortocircuito ( $I_{cc}$ ), corresponde con las intensidades de línea y fase nominales de la conexión estrella, es decir  $I_{cc} = I_{línea} = I_{fase}$ . La tensión de cortocircuito ( $U_{cc}$ ) es una tensión de línea. Y la suma de lecturas de ambos vatímetros ( $W_1+W_2$ ), proporciona el valor de las pérdidas en los tres devanados de cobre ( $P_{cc}$ ).

A partir de estas consideraciones y de los datos registrados por los aparatos, se obtienen los siguientes parámetros del ensayo de cortocircuito:

- La impedancia equivalente del transformador,  $Z_{cc}$ , se calcula considerando el valor de la tensión de cortocircuito del transformador trifásico reducida a su valor equivalente en transformador monofásico, es decir, la tensión de fase:  $Z_{cc} = U_{cc} / \sqrt{3}I_{cc}$  [II.66]

- Puesto que la potencia absorbida en el ensayo de cortocircuito corresponde al transformador trifásico, para el equivalente monofásico la potencia absorbida es la tercera parte; luego la resistencia equivalente del transformador,  $R_{cc}$ :  $R_{cc} = P_{cc} / 3I_{cc}^2$  [II.67]

-El ángulo de cortocircuito,  $\varphi_{cc}$ :  $\cos \varphi_{cc} = R_{cc} / Z_{cc}$  [II.68]

- La reactancia equivalente del transformador,  $X_{cc}$ :  $X_{cc} = Z_{cc} \sin \varphi_{cc}$  [II.69]

El cálculo de los parámetros para trazar el circuito equivalente en el caso del transformador trifásico, difieren del efectuado en caso del equivalente del transformador monofásico. Esto es debido a la adaptación que es preciso realizar desde los valores de línea de la conexión estrella hasta valores equiparables de fase.

Con respecto al valor de las pérdidas en los devanados ( $P_{cc}$ ) es interesante apuntar que:

- son proporcionales a la resistencia de los devanados, a la intensidad ( $RI^2$ , ley de Joule) y aumentan con la temperatura.

- son las mismas que a plena carga (la corriente que circula es la misma, la nominal).

- están formadas por dos sumandos:

Pérdidas en los devanados  $P_{cc} = \text{Pérdidas Puras} + \text{Pérdidas adicionales}$

- Se pueden medir mediante corriente continua.  
- Aumentan con la temperatura pero son independientes de la frecuencia.

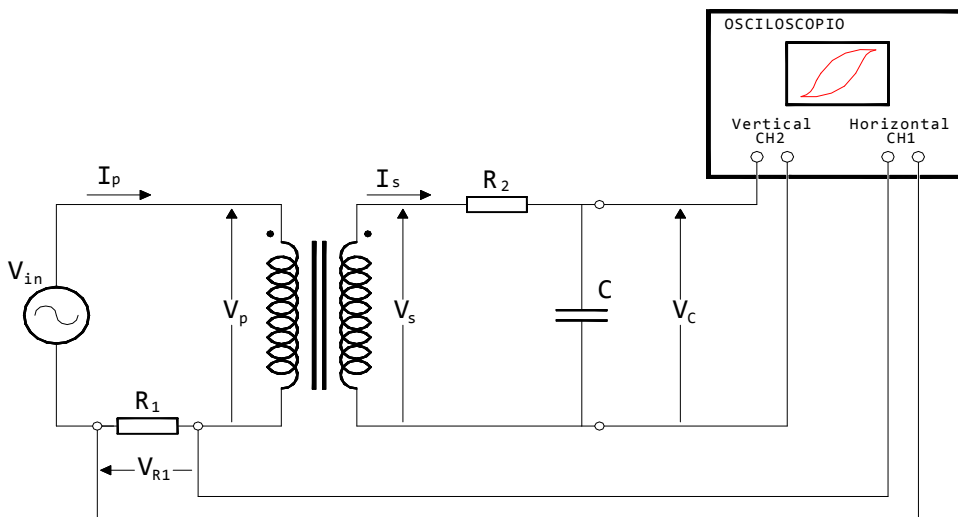
- Se hallan de forma indirecta por diferencia entre las pérdidas en los devanados ( $P_{cc}$ ) y las pérdidas puras.  
- Están creadas por corrientes parásitas de Foucault cuyo origen reside en flujos dispersos que atraviesan la masa de los arrollamientos y se superponen a las principales (efecto piel y proximidad).  
- Disminuyen con la temperatura (resistividad).

### II.1.4.6.- Ciclo de histéresis del material del núcleo.

El ciclo de histéresis se debe a la reorientación de los dominios magnéticos que conforman el material del núcleo durante el proceso de imanación y desimanización provocado por el campo magnético alterno aplicado.

Las pérdidas por histéresis, que se manifiestan en forma de calor, son proporcionales al ciclo de histéresis, por lo que a la hora de reducirlas se deben construir núcleos con materiales en los que el área de dicho ciclo de histéresis sea lo menor posible.

En ocasiones es interesante visualizar el ciclo de histéresis como medio intuitivo de conocer la pérdida de potencia por histéresis magnética. Visualizarlo requiere buscar fórmulas para medir magnitudes proporcionales al campo magnético  $H$ , y a la inducción magnética  $B$ , que puedan ser medidas con relativa facilidad sobre el transformador. La Figura CII.36 muestra un esquema posible [ALAR04].



**Figura CII.36.-** Montaje para la visualización del ciclo de histéresis del núcleo del transformador.

Se ha dispuesto una resistencia  $R_1$  en serie con un primario del transformador, que se alimenta mediante una tensión alterna proporcionada por un generador de onda. En el secundario se ha colocado una resistencia  $R_2$  en serie con el condensador  $C$ . Midiendo la caída de tensión en  $R_1$  con el canal horizontal del osciloscopio, la caída de tensión en el condensador  $C$  con el canal vertical, y componiendo ambas entradas, se obtiene el ciclo de histéresis del material del núcleo del transformador.

La visualización es posible gracias a las relaciones existentes, por un lado, entre la caída de tensión  $V_{R1}$  en la resistencia  $R_1$  y el campo magnético  $H$ ; y por otro, entre la caída de tensión  $V_c$  en el condensador y la inducción magnética  $B$ .

Relación entre la caída de tensión  $V_{R1}$  en la resistencia  $R_1$  y el campo magnético  $H$ .

La intensidad de campo magnético se conoce como el gradiente de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) por unidad de longitud del circuito magnético.

$$H(t) = \frac{F(t)}{l} = \frac{N_p \cdot i_p(t)}{l} \quad [\text{II.70}]$$

donde,

$H$  = Intensidad de campo magnético en el instante  $t$  (Av/m).

$F$  = Fuerza magnetomotriz f.m.m. en el instante  $t$  (Av).

$N_p$  = Número de espiras del devanado.

$I_p$  = Intensidad aplicada al devanado en el instante  $t$  (A).

$l$  = Longitud media del circuito magnético (m).

Puesto que la intensidad que circula por el primario del transformador es  $I_p$ , y su valor es el mismo que atraviesa la resistencia  $R_1$ , en virtud de la ley de Ohm es posible escribir la intensidad que circula por el devanado como:

$$i_p(t) = \frac{v_{R1}(t)}{R_1} \quad [\text{II.71}]$$

y la expresión [II.70] puede ser escrita como:

$$H(t) = \frac{N_p}{l \cdot R_1} \cdot v_{R1}(t) \quad [\text{II.72}]$$

que relaciona la caída de tensión  $V_{R1}$  en la resistencia y el campo magnético  $H$ .

Relación entre la caída de tensión  $V_c$  en el condensador  $C$  y la inducción magnética  $B$ .

La f.e.m. inducida en el devanado secundario como consecuencia del flujo variable que lo atraviesa es (Ley de Faraday):

$$v_s(t) = -N_s \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = -N_s \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt} \quad [\text{II.73}]$$

## Capítulo II: Generalidades

---

donde,

$v_s(t)$  = Tensión en extremos del devanado secundario en el instante  $t$ .

$N_s$  = Número de espiras del devanado secundario.

$A$  = Sección transversal del material por el que circula el flujo magnético.

$B(t)$  = Inducción magnética en el instante  $t$ .

La caída de tensión  $V_c$ , en extremos del condensador en un instante  $t$  es:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_s(t) \cdot dt \quad [\text{II.74}]$$

donde,  $i_s(t)$  es la intensidad que circula por el devanado secundario en el instante  $t$ .

Si se eligen los valores del condensador  $C$  y de la resistencia  $R_2$  lo bastante grandes, la reactancia que ofrezca el condensador ( $X_c=1/2\pi f$ ), será pequeña frente a la resistencia  $R_2$ ; en consecuencia, la intensidad que circule por el devanado secundario en el instante  $t$  es:

$$i_s(t) = \frac{v_s(t)}{R_2} \quad [\text{II.75}]$$

Combinando las expresiones [II.73], [II.74] y [II.75]:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t \frac{V_s(t)}{R_2} \cdot dt = \frac{N_s \cdot A}{C \cdot R_2} \cdot \int \frac{dB(t)}{dt} \cdot dt = \frac{N_s \cdot A \cdot B(t)}{C \cdot R_2} \quad [\text{II.76}]$$

despejando el valor de la inducción magnética  $B(t)$ :

$$B(t) = \frac{C \cdot R_2}{N_s \cdot A} \cdot V_c(t) \quad [\text{II.77}]$$

Que demuestra la relación de proporcionalidad entre la tensión en extremos del condensador  $V_c(t)$  y la inducción magnética  $B(t)$ .

## II.2.- Caracterización del transformador en BF.

Generalmente el transformador de potencia trabaja a las frecuencias normales de operación (50-60Hz); bajo estas condiciones, es una práctica habitual el trazado y utilización de su modelo clásico equivalente en BF cuando se quiere calcular parámetros propios del mismo u otros ajenos pertenecientes a los circuitos en los que interviene.

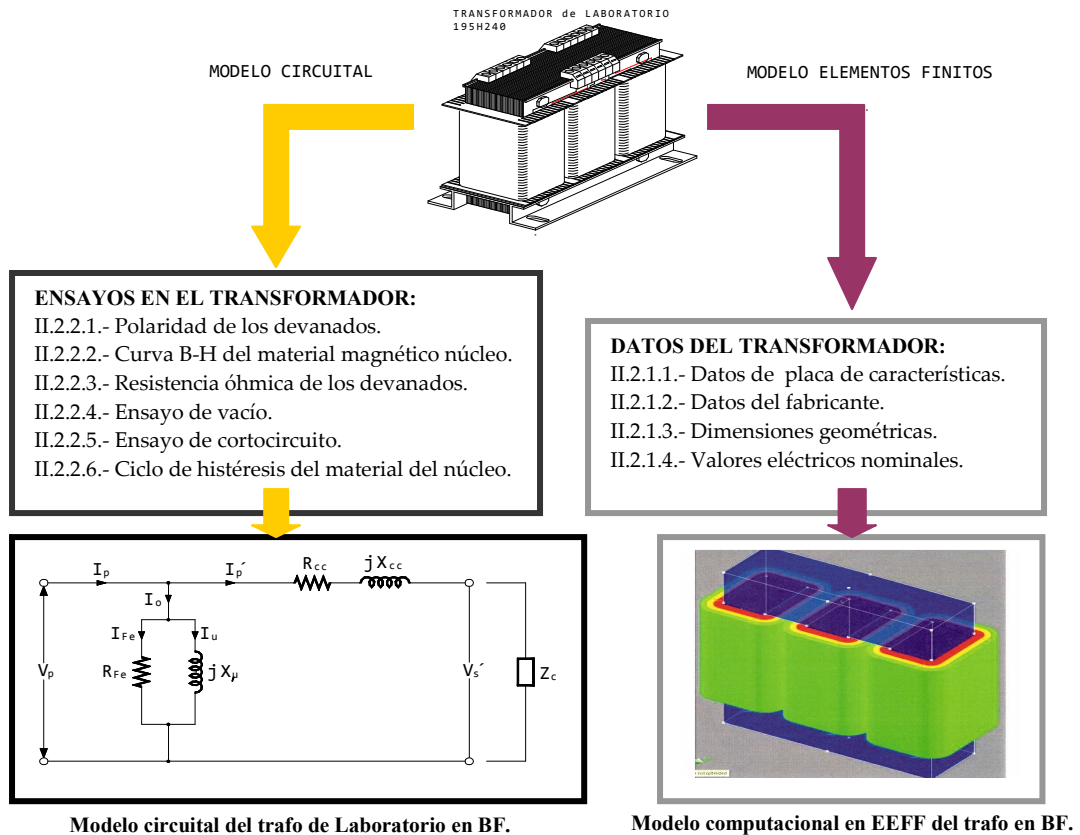


Figura CII.37.- Modelos en BF del transformador de laboratorio.

Además del modelo equivalente clásico, pueden ser trazados otros basados en herramientas informáticas que aportan un mayor número y precisión en las magnitudes físicas a simular; un ejemplo es el llamado modelo en Elementos Finitos (EEFF).



La Figura CII.37 recoge ambos tipos derivados del transformador de laboratorio tomado como base experimental; junto a ellos datos y ensayos de interés<sup>(5)</sup> para su caracterización.

Cuando el modelo equivalente en BF es utilizado en el cálculo de sistemas que operan a frecuencias de 50-60 Hz, es de esperar que los resultados obtenidos se ajusten en gran medida a la realidad. Sin embargo, se plantea la duda de pensar que ocurrirá si el mismo modelo es empleado a frecuencias más elevadas.

Establecer su frecuencia límite de validez equivale a marcar la frontera a partir de la cual es necesario el planteamiento de nuevos modelos, diferentes en estructura al clásico, capaces de seguir describiendo el comportamiento del transformador.

En este contexto, la caracterización del transformador en BF permite averiguar dicho límite. Con el fin de presentar una comparativa de las prestaciones de ambos modelos, tal caracterización se lleva a cabo sobre ambos: circuital y en EEFF.

### Caracterización del modelo circuital clásico en BF:

La caracterización busca analizar hasta qué frecuencia es válido el modelo para la simulación manteniendo su morfología inalterable; su adaptación sólo debe provenir de la modificación en los valores de los parámetros que lo conforman. Es pues un estudio encaminado principalmente al análisis de las prestaciones de su estructura.

Con anterioridad, un análisis completo ha de comenzar por definir qué ocurre con el modelo cuando sus parámetros calculados a 50 Hz se mantienen constantes y se le aplican frecuencias superiores a las que para en principio fue calculado, es decir, en primer lugar se ha de tratar de establecer el límite natural del modelo ante la frecuencia.

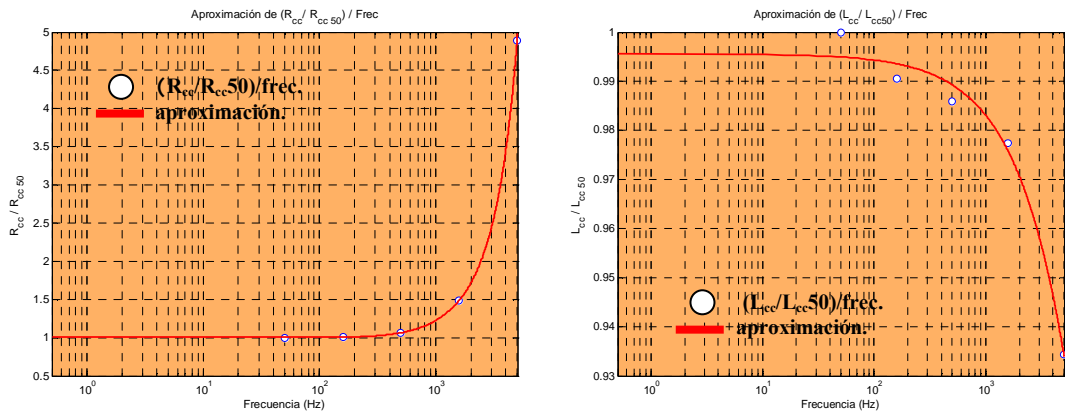
Si se desea aplicar el análisis desde los dos puntos de vista descritos, el modelo circuital clásico en BF que se obtenga a partir de datos del propio transformador de laboratorio y de ensayos realizados sobre el mismo a 50 Hz, ha de ser un modelo singular capaz de permitir el cálculo del valor de los parámetros que lo constituyen en función de la frecuencia. Es decir, lo que se podría denominar: un modelo frecuencial clásico en BF.

---

<sup>(5)</sup> Se dice “de interés” y no “necesarios” porque no todos ellos son de utilidad para el desarrollo de los modelos; sin embargo, determinan características que permiten completar una visión global del transformador o definen valores empleados para la elaboración de otros ensayos. Son estrictamente necesarios: los ensayos de vacío y cortocircuito, en el caso del modelo circuital, y los datos relativos a la geometría, y a las características eléctricas y de materiales, en el caso del modelo computacional en elementos finitos (EEFF).

El trazado de un modelo de tales características es posible dadas las dependencias que la resistencia e inductancia del transformador tienen en relación con la frecuencia [ARRI94].

El Gráfico CII.1 (adaptado de la Figura 9.23 de [ARRI94]), muestra tales dependencias en el transformador de laboratorio (en valores por unidad referidas a 50 Hz) para los valores de la resistencia e inductancia de cortocircuito ( $R_{cc}$  y  $L_{cc}$ ), que también se dan para las componentes de la rama de magnetización ( $R_{Fe}$  y  $L_{\mu}$ ). Dependencias que permiten proponer modelos para simular la impedancia de los transformadores, fuera de la zona de saturación, en estudios de penetración de armónicos [ARRI94].



**Gráfico CII.1.-** Dependencia de la frecuencia de parámetros del trafo laboratorio (valores por unidad).

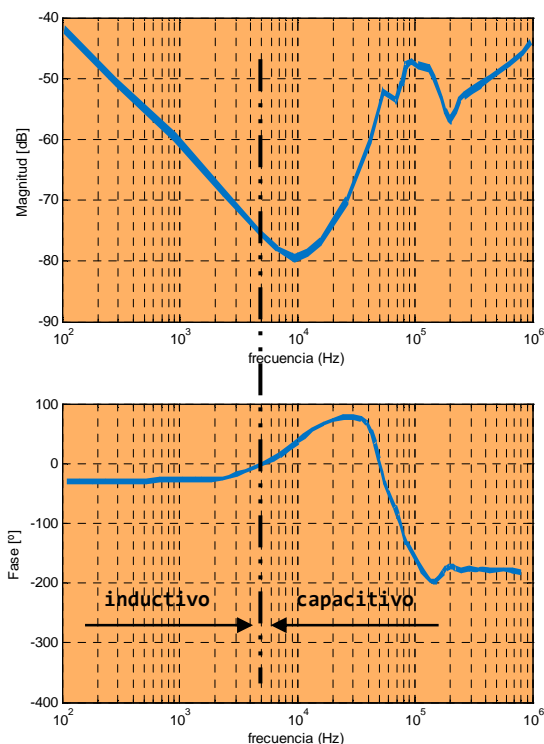
En principio, la lógica hace pensar que es posible prolongar la vida de un modelo de estas características por cuanto siendo sus parámetros ajustables, se adaptan a las necesidades de cada momento. Sin embargo, la acción de los fenómenos físicos que se desencadenan a altas frecuencias establece el límite de su validez.

En la industria se está comenzando a realizar ensayos frecuenciales (FRA) que a pesar de estar enfocados en principio al estudio del deterioro del transformador, pueden ser utilizados en primera instancia para determinar sus características. Se obtienen así gráficas como la mostrada en el Gráfico CII.2 para un transformador comercial [MITC11].

Su revisión detallada pone en evidencia que, si se considera un rango de frecuencias suficientemente amplio, todo transformador presenta cambios en el valor del argumento de su impedancia. Dicho de otro modo, zonas en que la impedancia pasa de ser predominantemente inductiva a predominantemente capacitiva.

Esta circunstancia aplicada a la determinación de la validez del modelo frecuencial en BF explica que este no sirva a frecuencias por encima de las cuales predomine el carácter eminentemente capacitivo del transformador. Baste decir que el modelo está formado exclusivamente por resistencias e inductancias, y por tanto, difícilmente puede ser capaz de simular la presencia de capacitancias.

Sobre el Gráfico CII.2, que representa los resultados de un ensayo FRA aplicado en dos de los terminales de AT (Dyn1), de un transformador comercial estando su secundario en circuito abierto [MITC11]; se aprecia como el argumento presenta un cambio de signo alrededor de los 5 kHz.



**Gráfico CII.2.-** Respuesta en frecuencia FRA de un transformador comercial (adaptado de [MITC11]).

De lo expuesto y a la vista de las gráficas, lo primero que se podría afirmar, a falta de cualquier otro tipo de información, es que para este transformador, el modelo circuital clásico en BF de parámetros ajustables en frecuencia posiblemente no serviría para frecuencias superiores a los 5 kHz.

La certeza de que en todo transformador existe un paso por cero en el valor del argumento de la impedancia permite asegurar un límite para su validez. Y por tanto de igual manera que para el ejemplo, en el transformador de laboratorio ha de darse una frecuencia a partir de la cual la morfología del modelo frecuencial no sea valida; momento en el que se ha de pasar al diseño y cálculo de nuevos modelos con morfologías preparadas para las medias y altas frecuencias. En el propósito de la caracterización está encontrar esta frecuencia límite.

La caracterización comienza fijando un rango de frecuencias para la misma; en el caso del transformador de laboratorio se encuentra comprendido entre 50 y 5.000 Hz (rango impuesto por la instrumentación utilizada y por resultados observados en la literatura).

Una vez establecido el espectro, la caracterización se desarrolla de acuerdo a un proceso que contiene los siguientes puntos (ver Figura CII.38):

1º.- La ejecución de los ensayos de vacío y cortocircuito sobre el transformador de laboratorio a cuatro frecuencias diferentes comprendidas dentro del rango fijado; en este caso, 50, 158, 500, 1.581 y 5.000 Hz (ver § II.2.2.4 y § II.2.2.5). Se obtienen de esta manera valores significativos de los parámetros del modelo clásico que permiten obtener posteriormente las funciones matemáticas que definen su variación con la frecuencia, es decir, el modelo frecuencial (ver § II.2.3).

2º.- Conocida la evolución de los parámetros del modelo con respecto a la frecuencia se trazan los dos tipos a analizar: el de parámetros constantes a 50 Hz y el frecuencial.

3º.- Se establece un método para el cálculo de la frecuencia límite de ambos modelos, es decir, para la determinación de su máxima frecuencia de validez (ver § II.2.3.1).

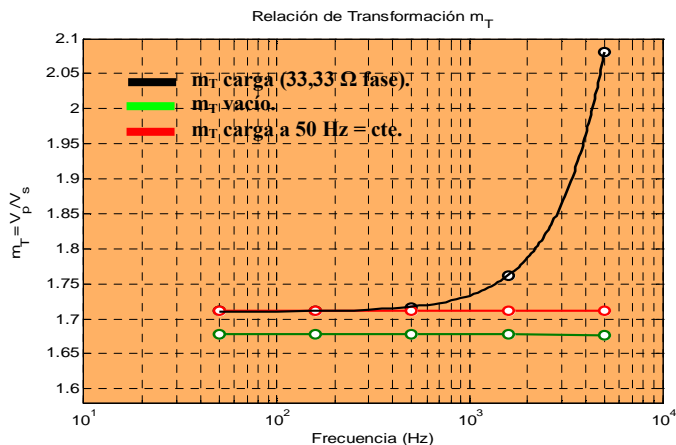


Gráfico CII.3.- Relación de transformación  $m_T$  del transformador de laboratorio en vacío y carga.

En este caso se ha optado por comparar la relación de transformación ( $m_T$ ) calculada a diferentes frecuencias sobre el transformador de laboratorio, con la hallada en el mismo rango de frecuencias sobre los modelos. La frecuencia a la que la divergencia entre ambas se sitúe en torno a un 5%, se considera como la límite funcional, o dicho de otra forma, la frecuencia hasta la cual el modelo presenta un comportamiento adecuado.

El Gráfico CII.3 muestra, a modo ilustrativo, la representación de la variación de la relación de transformación  $m_T$  con respecto a la frecuencia en el transformador de laboratorio; se lleva a cabo tanto en vacío como en carga. Estas curvas son las que serán utilizadas para comparar con las halladas en los modelos bajo las mismas condiciones.

La Figura CII.38 muestra a grandes rasgos los pasos que componen el proceso de caracterización del modelo circuital clásico en BF del transformador de laboratorio.

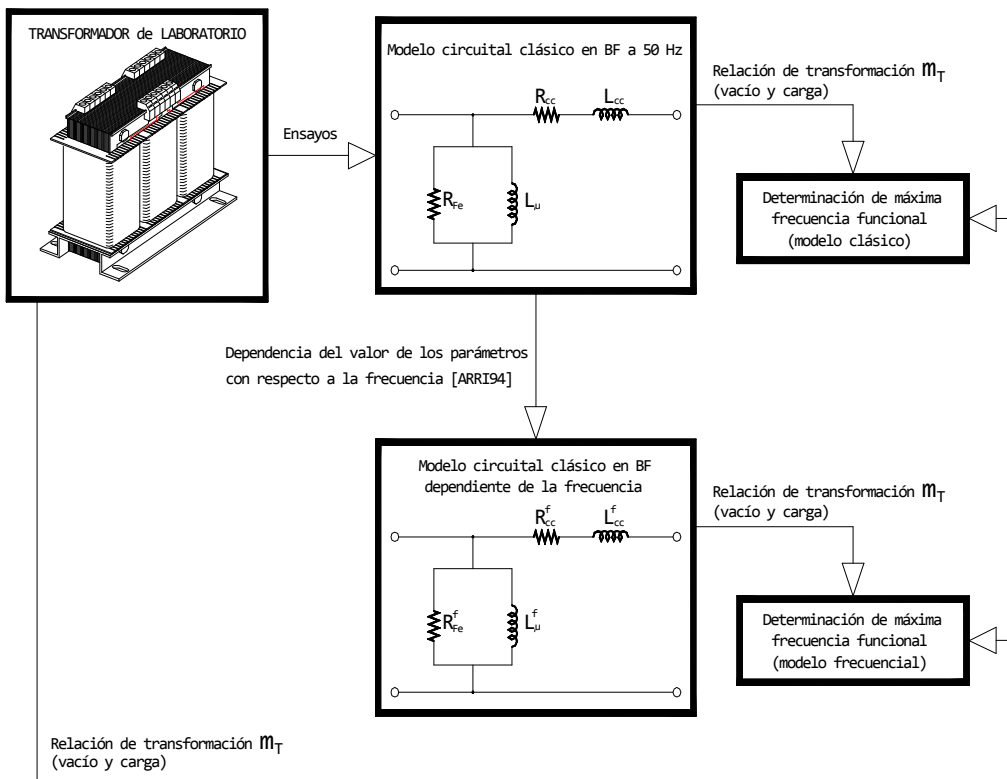


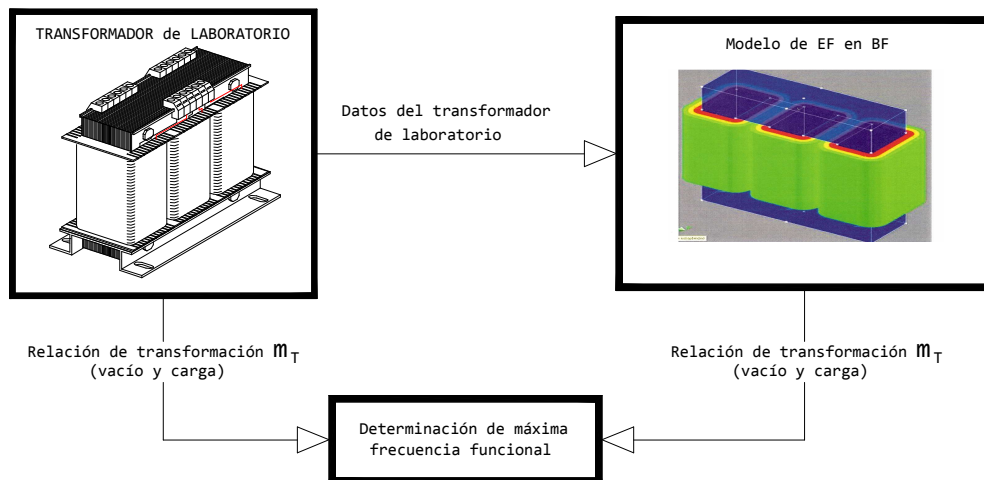
Figura CII.38.- Caracterización del modelo circuital clásico de BF.

### Caracterización del modelo de EEFF en BF:

El diseño del modelo de EEFF en BF es prácticamente directo. Se obtiene a partir de los datos recogidos en los apartados § II.2.1.1 al § II.2.1.4.

Su caracterización, como ocurre en el caso del modelo circuital clásico en BF y estableciendo paralelismos, debiera contener un método similar en la determinación del límite de frecuencia hasta el cual el modelo en EEFF es válido.

Los modelos en EEFF presentan una particularidad: su comportamiento es válido mientras el programa que lo desarrolla y simula (en este caso FLUX3D) contenga información completa sobre las características de los materiales que componen el transformador a la frecuencia de simulación. En la Figura CII.39 se muestra esquemáticamente el proceso de caracterización seguido en este caso: se comparan las relaciones de transformación,  $m_T$ , obtenidas por un lado del trafo de laboratorio, y por otro, del modelo en EEFF (dentro del rango de frecuencias permitido por la instrumentación utilizada, es decir, de 50 a 5.000 Hz). La frecuencia límite de validez del modelo vendrá dada por el valor en que  $m_T$  comience a divergir por encima del 5%.



**Figura CII.39.-** Caracterización del modelo de EF en BF.

En los siguientes apartados se recoge todo lo necesario (datos, ensayos, cálculos y simulaciones), para llevar a cabo la caracterización de ambos modelos.

### II.2.1.- Datos del transformador de laboratorio.

Se denominan datos del transformador aquellos que provienen de:

- la placa de características,
- conversaciones con el fabricante del transformador,
- sus dimensiones geométricas,
- valores eléctricos calculados a partir de datos anteriores (p.e.: corrientes y tensiones de línea y de fase).

Además de aportar la información básica necesaria para el análisis del transformador, establecen las condiciones de partida en cuanto a: equipos de medida, valores de tensión, de intensidad, de potencia, etc., necesarios para realizar los ensayos y pruebas bajo las premisas de seguridad oportunas tanto para las personas como para los equipos.

#### II.2.1.1.- Datos de la placa de características.

De la placa de características del transformador de laboratorio se extrae la siguiente información básica:

- Transformador trifásico de 4 kVA de potencia aparente.
- La frecuencia de operación es de 50 – 60 hercios.
- El transformador cuenta con un devanado primario y dos secundarios, donde:
  - tensiones nominales del primario,
    - $U_{1N} = 400$  voltios, en conexión estrella,
    - $U_{1N} = 230$  voltios en conexión triángulo,
  - tensiones nominales de los secundarios,
    - $U_{2N} = 230$  voltios en conexión estrella,
    - $U_{2N} = 132$  voltios en conexión triángulo.



Figura CII.40.- Placa de características del transformador de laboratorio.

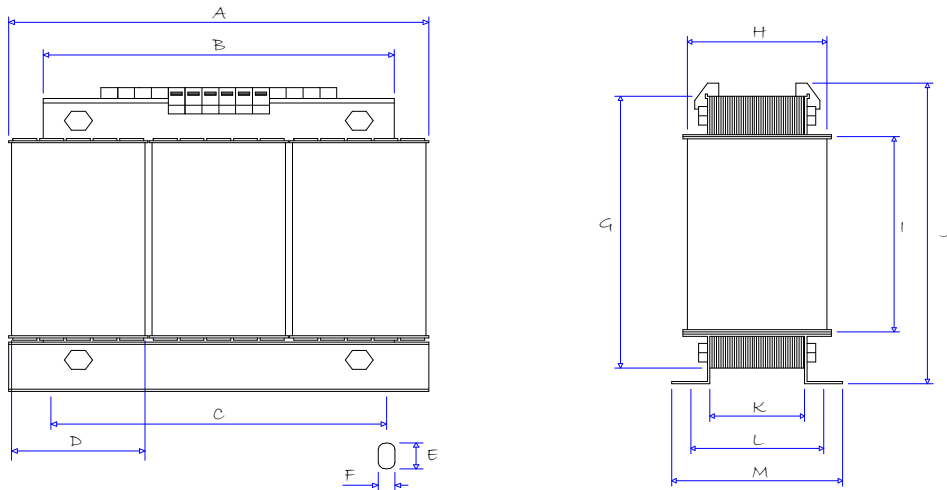
**II.2.1.2.- Datos del fabricante.**

Datos aportados por el fabricante del transformador (CROVISA), son:

- Arrollamiento concéntrico (secundario arrollados al núcleo y primario sobre este).
- Número de espiras por columna de los devanados primarios  $N_p = 230$  espiras.
- Número de espiras por columna de los devanados secundarios  $N_s = 137$  espiras.
- Primario realizado con hilo de cobre de diámetro  $D_p = 1,80$  mm.
- Secundario realizado con hilo de cobre de diámetro  $D_s = 1,60$  mm.
- Resistividad del cobre  $\rho_{Cu} = 1,77 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ .
- Densidad del material del núcleo  $\delta = 7850 \text{ Kg/m}^3$
- Conductividad del material del núcleo  $\sigma = 4822130 \text{ 1/ohm}\cdot\text{m}$ .
- Denominación chapas del núcleo 3U1 150/177 (calidad del núcleo V400-50A).
- Espesor de las chapas del núcleo  $e = 0,0005$  m.
- Sección útil de cada columna  $A_u = 50 \times 75$  mm.
- Factor de empaquetamiento  $F_{ep} = 0,97$ .

**II.2.1.3.- Dimensiones geométricas.**

La Figura CII.41 muestra, en alzado y perfil, las dimensiones básicas del transformador.



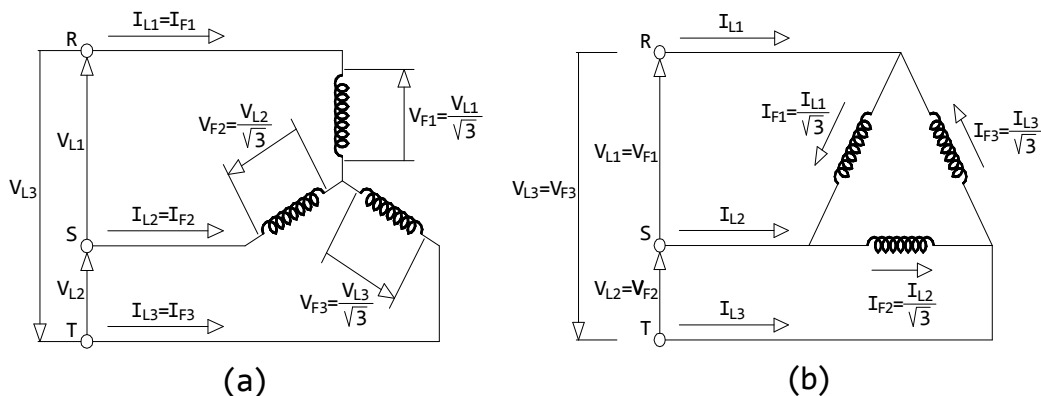
Marca	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Dimensión (mm)	295	250	238	95	20	12	250	125	150	260	77	130	140

**Figura CII.41.-** Dimensiones del transformador de laboratorio.



### II.2.1.4. - Valores eléctricos nominales.

Los valores eléctricos nominales, difieren según el tipo de conexión de sus terminales (estrella o triángulo). Así, los valores de las tensiones e intensidades de línea y fase son los siguientes (suponiendo conectados los dos devanados secundarios):



DEVANADO PRIMARIO						
CONEXIÓN	$S_N$	$V_{L1}$	$V_{F1}$	$I_{L1}$	$I_{F1}$	$V_{P1}$
Estrella	4000 VA	400 v	230 v	5,77 A	5,77 A	565 v
Triángulo	4000 VA	230 v	230 v	10 A	5,77 A	325 v

DEVANADOS SECUNDARIOS						
CONEXIÓN	$S_N$	$V_{L2}$	$V_{F2}$	$I_{L2}$	$I_{F2}$	$V_{P2}$
Estrella	2000 VA	230 v	132 v	5 A	5 A	325 v
Triángulo	2000 VA	132 v	132 v	8,74 A	5 A	186 v

**Figura CII.42.** - Corrientes y tensiones de línea y fase según el tipo de conexión: (a) Estrella (b) Triángulo.

donde,

$S_N$  es la potencia aparente del transformador.

$V_{L1}$  y  $V_{L2}$  son las tensiones de línea del primario y secundario, respectivamente.

$V_{F1}$  y  $V_{F2}$  son las tensiones de fase del primario y secundario, respectivamente.

$I_{L1}$  y  $I_{L2}$  son las intensidades de línea del primario y secundario, respectivamente.

$I_{F1}$  y  $I_{F2}$  son las intensidades de fase del primario y secundario, respectivamente.

$V_{P1}$  y  $V_{P2}$  son las tensiones de pico del primario y secundario, respectivamente.

## II.2.2.- Ensayos en el transformador de laboratorio.

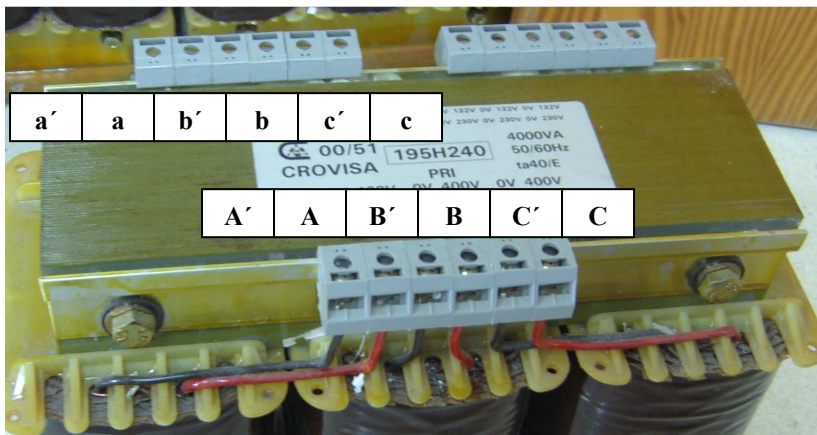
Los ensayos realizados sobre el transformador de laboratorio sirven para la obtención de características propias del mismo que son de utilidad en el cálculo de su equivalente circuital. Pero aún siendo esto cierto, no todas son de aplicación práctica directa; algunas son de utilidad previa o básica.

Entre las primeras se pueden destacar: la medida de la resistencia óhmica de los devanados, el ensayo de vacío y el ensayo de cortocircuito. Entre las que son de utilidad previa son destacables: la prueba que determina la polaridad de los devanados, la prueba que obtiene la curva B-H del material magnético del núcleo, y la prueba para la determinación del ciclo de histéresis del material del núcleo.

### II.2.2.1.- Polaridad de los devanados.

Se dice que dos extremos de arrollamientos de una misma columna tienen igual polaridad si, al circular un flujo común, poseen potenciales positivos (o negativos) en relación con los opuestos.

Utilizando un osciloscopio o aplicando el *método por corriente continua* (ver § II.1.4.1) a cada una de las columnas, se obtienen las polaridades para los bornes mostradas en la Figura CII.43 (puesto que solo se utiliza un devanado secundario, las polaridades son marcadas únicamente sobre uno de los dos, siendo las polaridades del otro irrelevantes).



**Figura CII.43.-** Polaridad de los devanados del transformador de laboratorio.

## Capítulo II: Generalidades

Durante la prueba el potenciómetro sirve de protección para los devanados, y lectura del amperímetro permite observar que la intensidad que circula no supera en ningún momento los 2,89 A (intensidad de fase nominal del devanado primario cuando se utiliza un único devanado secundario). Para evitar cualquier tipo de riesgo, la tensión continua aplicada se incrementada progresivamente desde cero voltios, hasta observar que se produce un desplazamiento de la aguja del voltímetro (ver Figura CII.23).

### II.2.2.2.- Curva B-H del material magnético del núcleo.

En el § II.1.4.2, se define un método para obtener la curva de magnetización del material (curva B-H) a diferentes frecuencias. Sin embargo, conocida la denominación de la chapa del núcleo del transformador (3U1 150/77) y su calidad (V400-50A), es posible recurrir a la búsqueda de características para el material, experimentadas y contrastadas, a la frecuencia de 50 Hz. Así, es posible obtener la Tabla CII.1 que relaciona la intensidad de campo magnético H, la densidad de flujo magnético B y las pérdidas en el núcleo P<sub>N</sub>; sobre la tabla también se recoge la variación de la permeabilidad absoluta  $\mu$ .

Curva magnética material V400-50A			
Intensidad campo magnético (H) (Amperios-espira/metro) o (A-e/m)	Densidad flujo magnético (B) (Weber/metro2) o (Teslas)	Perdidas en el núcleo (PN) (medidas en W/Kg)	Permeabilidad $\mu$
H	B	PN	$\mu$
0,0000	0,000000	0,000	0,00345672
28,9835	0,100188	0,030	0,00496031
40,2949	0,199875	0,090	0,00643034
46,6272	0,299829	0,200	0,00764452
52,2297	0,399271	0,320	0,00852534
58,5665	0,499299	0,460	0,00882795
68,0176	0,600456	0,620	0,00934228
74,8996	0,699733	0,800	0,00939240
85,0121	0,798468	1,000	0,00904120
99,4501	0,899148	1,220	0,00825312
121,0487	0,999030	1,460	0,00714896
153,7771	1,099347	1,730	0,00566314
211,8938	1,199984	2,040	0,00377482
343,7375	1,297546	2,410	0,00185029
754,7981	1,396596	2,880	0,00072745
2061,9640	1,499972	3,420	0,00035654
4484,7480	1,598976	3,960	0,00021480
7899,2750	1,696744	4,380	0,00012857
14000,0000	1,800000	4,740	0,00007917
24000,0000	1,900000	5,100	0,00006490

Fuente: Tabla ensayo standard Epstein para material V400-50A (50 Hz)

Tabla CII.1.- Curva magnética B-H del material del núcleo del transformador de laboratorio (50 Hz).

A partir de los datos de la Tabla CII.1, es posible obtener la gráfica que relaciona las pérdidas en el núcleo  $P_N$ , frente al valor de la inducción magnética  $B$  (Gráfico CII.4) y la que relaciona la intensidad de campo  $H$  y la densidad de flujo  $B$  (Gráficos CII.5 y CII.6)<sup>(6)</sup>.

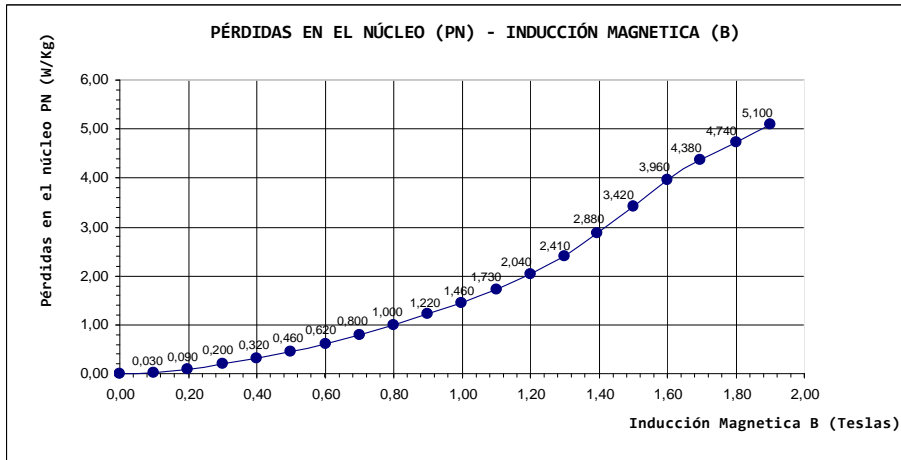


Gráfico CII.4.- Pérdidas en el núcleo frente a la inducción magnética en el transformador de laboratorio.

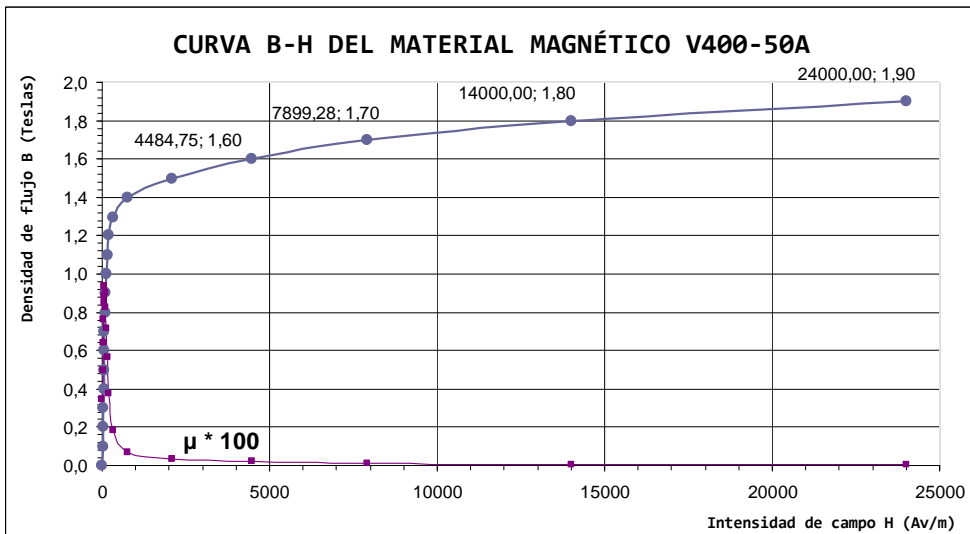
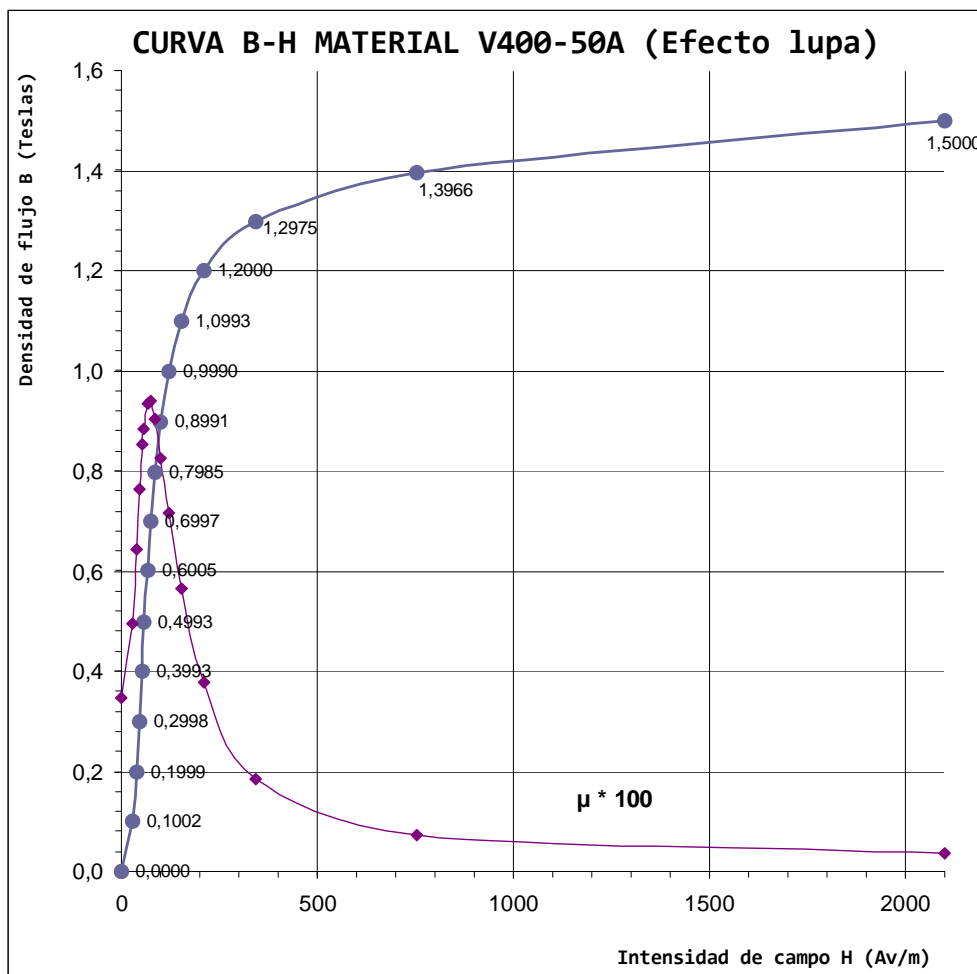


Gráfico CII.5.- Curva magnética B-H del material V400-50A del núcleo del transformador de laboratorio.



**Gráfico CII.6.-** Efecto lupa tramo inicial de la curva B-H del material magnético V400-50A.

<sup>(6)</sup> En la actualidad, la teoría del magnetismo es insuficiente para permitir la predicción de las propiedades magnéticas de los materiales a partir de consideraciones puramente teóricas, aún conociendo con total precisión la composición del material. Esta insuficiencia de la teoría no constituye un gran inconveniente, ya que aunque fuera posible tal predicción, el proceso que entrañase no sería lo suficientemente sencillo como para tener utilidad. El proceso que suele seguirse para determinar las propiedades de las aleaciones magnéticas, como por ejemplo la citada curva B-H, consiste en efectuar medidas de cada una de las propiedades sobre muestras de material [SMIT81].

**II.2.2.3.- Resistencia óhmica de los devanados.**

Aparte de las caídas de tensión en las reactivancias de dispersión de los devanados, creadas por los flujos inducidos eslabonados, cada devanado también presenta una resistencia óhmica que provoca una caída de tensión resistiva (ver § II.1.2.2. y § II.1.2.3.).

La medida de la resistencia óhmica de cada uno de los devanados se realiza utilizando el *método monofásico*, y puesto que su resistencia óhmica se espera no supere el valor de  $1 \Omega$ , se utiliza el montaje 1 (ver § II.1.4.3).

Normalmente la temperatura medida de los devanados, a temperatura ambiente (en este caso  $23^{\circ}\text{C}$ ), se corrige a la temperatura de  $75^{\circ}\text{C}$  (ver § II.1.4.3.).

No se incluye la medida de la resistencia óhmica del devanado secundario verde-amarillo ya que para la caracterización del transformador en BF solo se utiliza un devanado secundario (bornes rojo-negro).

Precauciones que se deben tomar a la hora de efectuar las mediciones son: procurar que la prueba no se prolongue en exceso para evitar el calentamiento excesivo de los devanados, y controlar que en ningún caso la intensidad que circula por los devanados no supere los 2,89 A, en el caso de los devanados del primario, y los 5 A en el caso de los devanados del secundario (intensidades de fase nominales por devanado).

Esquemáticamente, la disposición que toman los bornes de los devanados del primario y de los secundarios del transformador, de acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba de polaridad de los devanados (Figura CII.43), y con la especificación entre paréntesis del devanado al que pertenecen (A, B o C), se muestra en la Figura CII.44.

ESQUEMA DE BORNES DEL TRANSFORMADOR DE LABORATORIO:



**Figura CII.44.-** Bornes de los devanados del transformador de laboratorio.

## Capítulo II: Generalidades

Utilizando los canales de tensión y corriente del vatímetro digital WT1600 se obtienen los siguientes resultados (Tablas CII.2 y CII.3).

DEVANADO PRIMARIO (Montaje 1)						
RESISTENCIA	V	I	RmX	RmX a 75°C	Rm media	Rm media a 75°C
Rm (devanado A, bornes 1-2)	0,761	1,614	0,4715	0,5667	0,4713	0,5665
Rm (devanado B, bornes 3-4)	0,763	1,618	0,4716	0,5668		
Rm (devanado C, bornes 5-6)	0,762	1,618	0,4710	0,5661		

**Tabla CII.2.-** Resistencia media de los devanados del primario.

DEVANADO SECUNDARIO (Montaje 1)						
RESISTENCIA	V	I	RmX	RmX a 75°C	Rm media	Rm media a 75°C
Rm (devanado A, bornes 1-2)	0,641	1,623	0,3949	0,4747	0,3931	0,4724
Rm (devanado B, bornes 3-4)	0,638	1,627	0,3921	0,4713		
Rm (devanado C, bornes 5-6)	0,638	1,627	0,3921	0,4713		

**Tabla CII.3.-** Resistencia media de los devanados del secundario (bornes rojo-negro).

donde,

V, es la tensión aplicada al devanado correspondiente (A, B o C) durante la prueba.

I, es la intensidad que circula por el devanado correspondiente (A, B o C) durante la prueba.

R<sub>mX</sub>, es la resistencia medida del devanado correspondiente (A, B o C) a la temperatura ambiente.

R<sub>m media</sub>, es la resistencia óhmica resultante de la media aritmética de las resistencias de los devanados A, B y C. Se puede considerar como la resistencia óhmica del devanado.

R<sub>m media a 75°C</sub>, igual a la anterior pero corregido su valor a la temperatura de 75°C.

Resumiendo, las resistencias medias de los devanados de acuerdo al ensayo de laboratorio realizado son:

- Resistencia media de los devanados del primario: 0,4713 Ω (0,5665 Ω a 75°C).

- Resistencia media devanado secundario (bornes rojo-negro): 0,3931 Ω (0,4724 Ω a 75°C).

---

Tesis Doctoral

“Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia “

**II.2.2.4. - Ensayo de vacío.**

La prueba de vacío determina las pérdidas magnéticas ( $P_N$ ), también llamadas pérdidas en el núcleo o en el hierro, que se manifiestan en el núcleo en forma de calor. Nacen de la existencia de flujos y corrientes alternas producidas por: fenómenos de histéresis ( $P_h$ ), corrientes parásitas de Foucault ( $P_e$ ) y flujos de dispersión.

Puesto que las pérdidas originadas por los flujos de dispersión en el total de las pérdidas magnéticas son mínimas, estas pueden ser despreciables. Las pérdidas en el núcleo quedan por tanto reducidas a las originadas por la histéresis y las corrientes de Foucault.

$$P_N = P_h + P_e \quad \text{[II.78]}$$

Además de las pérdidas magnéticas ( $P_N$ ), del ensayo de vacío se obtiene información para el cálculo de los componentes de la rama de magnetización del equivalente monofásico (corriente de vacío  $I_0$ , corriente magnetizante  $I_\mu$ , ...).

Esquemáticamente,

- Ensayo de vacío
- Pérdidas en el núcleo ( $P_N$ ):
    - Pérdidas por histéresis ( $P_h$ ).
    - Pérdidas por corrientes de Foucault ( $P_e$ ).
  - Valores de la rama de magnetización:
    - Corriente vacío  $I_0$ , corriente magnetizante  $I_\mu$ , ...

Pérdidas en el núcleo ( $P_N$ ): El ensayo de vacío en el transformador de laboratorio se realiza de acuerdo al montaje de la Figura CII.29. El transformador se dispone en conexión Y-Y con índice horario cero, el primario se alimenta a la tensión nominal ( $V_{pN}=400$  V) a la frecuencia de 50 Hz y el secundario carece de carga. La lectura del valor de las pérdidas en el núcleo ( $P_N$ ) se efectúa mediante dos vatímetros dispuestos en conexión Aron.

Los resultados del ensayo se muestran en la Tabla CII.4:

ENSAYO DE VACIO DEL TRANSFORMADOR TRIFASICO DE LABORATORIO (Conexión Yy0)											
$V_{pN}$	$V_{R S}$	$V_{S T}$	$V_{R T}$	$f$	$A_R$	$A_S$	$A_T$	$I_0$	$W_1$	$W_2$	$P_N = (W_1+W_2)$
(V)	(V)	(V)	(V)	(Hz)	(A)	(A)	(A)	(A)	(W)	(W)	(W)
400	400	399,55	400,88	50	0,26	0,20	0,26	0,24	82,00	-2,90	79,10

**Tabla CII.4.-** Ensayo de vacío en el transformador de laboratorio (conexión Yy0).



## Capítulo II: Generalidades

---

donde,

$V_{pN}$ , es la tensión de línea nominal del primario del transformador.

$V_{RS}$ ,  $V_{ST}$  y  $V_{RT}$ , son las tensiones de línea entre las fases correspondientes.

$f$ , es la frecuencia de la señal.

$A_R$ ,  $A_S$  y  $A_T$ , son las intensidades de línea y fase que circulan a través de los devanados.

$I_o$ , es la corriente de vacío (promedio de las intensidades de línea o fase).

$W_1$  y  $W_2$ , son la lectura de los vatímetros (conexión Aron).

$P_N$ , es la potencia absorbida por el transformador de la red en vacío.

Debido a la naturaleza de las conexiones, las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ , no tienen en sí mismas un significado físico como potencia de alguna parte del primario del transformador; sin embargo, su suma algebraica representa la potencia activa total absorbida por el transformador de la red, y puesto que  $I_o \cdot \cos \varphi_o = I_{Fe}$ , su valor coincide con el de las pérdidas en el núcleo:

$$W_1 + W_2 = P_N = \sqrt{3} \cdot V_{pN} \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = \sqrt{3} \cdot V_{pN} \cdot I_{Fe} = 79,10W \quad [\text{II.79}]$$

donde (ver Figura CII.8),

$\varphi_o$ , es el ángulo de desfase entre la corriente  $I_o$  y la tensión del primario  $V_{pN}$ .

$I_{Fe}$ , es la corriente causante de las pérdidas en el núcleo.

El ensayo proporciona el valor global de las pérdidas en el núcleo ( $P_N=79,10$  W), sin distinguir qué cantidad se debe a pérdidas por histéresis ( $P_h$ ) y cual a las corrientes de Foucault ( $P_{Cu}$ ). De la teoría y resultados experimentales se ha llegado a fórmulas empíricas para evaluar ambos tipos:

$$\text{Pérdidas por histéresis: } P_h = K_h \cdot f \cdot B_m^n \cdot Vol \text{ (vatios)} \quad [\text{II.80}]$$

$$\text{Pérdidas por corrientes de Foucault: } P_e = K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot e^2 \cdot Vol \text{ (vatios)} \quad [\text{II.81}]$$

donde,

$K_h$ , es una constante que depende del volumen y calidad del acero del núcleo.

$f$ , es la frecuencia de alimentación (50 Hz).

$B_m$ , es la densidad de flujo máxima en el núcleo.

$n$ , es la constante de Steinmetz (entre 1,5 para aceros viejos y 2 para nuevos).

$K_e$ , es una constante que depende del volumen y la conductividad del acero del núcleo).

$e$ , es el espesor de las chapas que conforman el núcleo del transformador.

$Vol$ , es el volumen útil del núcleo (considerando el factor de empaquetamiento).

De las expresiones [II.80] y [II.81] se desconocen los valores de la densidad de flujo máxima  $B_m$ , del volumen útil del núcleo  $Vol$  y el de las constantes  $K_h$  y  $K_e$ .

- El valor del volumen útil del núcleo, es decir, considerando en el cálculo el factor de empaquetamiento  $F_e = 0,97$ , es (ver dimensiones en Figura CII.41): [II.82]

$$Vol = (250 \cdot 250 \cdot (77 \cdot 0,97)) - 2 \cdot (150 \cdot 50 \cdot (77 \cdot 0,97)) \approx 3562500 \text{mm}^3 \approx 0,0035625 \text{m}^3$$

- El valor de la densidad de flujo máxima  $B_m$  se determina de forma sencilla: A partir del valor de las pérdidas en el núcleo  $P_N = 79,10 \text{ W}$ , y conocidos los valores del volumen útil del núcleo ( $Vol$ ) y el de la densidad del material ( $\delta$ ), se hallan las pérdidas por kilogramo de núcleo:

$$\frac{P_N}{\text{Kilogramo}} = \frac{P_N}{Vol \cdot \delta} = \frac{79,10 \text{ W}}{0,0035625 \text{m}^3 \cdot 7.859 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}} = 2,828 \frac{\text{W}}{\text{Kg}} \quad [\text{II.83}]$$

Con este valor, entrando en la curva que relaciona la densidad de flujo  $B$  con las pérdidas en el núcleo por kilogramo (Gráfico CII.4), se obtiene el valor de la densidad de flujo máxima  $B_m$ :

$$B_m = 1,37 \text{ Teslas} \quad [\text{II.84}]$$

- El valor de las constantes  $K_h$  y  $K_e$  se determinan por formulación. Conocido el dato de la conductividad del material  $\sigma = 4822130 \text{ 1}/(\text{ohm} \cdot \text{m})$ , el valor de la constante  $K_e$  es:

$$K_e = \frac{\pi^2 \cdot \sigma}{6} = \frac{\pi^2 \cdot 4822130}{6} = 7932082,61 \quad [\text{II.85}]$$

El valor de  $K_h$  puede ser determinado a partir de la expresión compuesta por las fórmulas [II.78], [II.80] y [II.81]:

$$P_N = P_h + P_e = K_h \cdot f \cdot B_m^n \cdot Vol + K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot e^2 \cdot Vol \quad [\text{II.86}]$$

$$79,10 = K_h \cdot 50 \cdot 1,37^2 \cdot 0,0035625 + 7932082,61 \cdot 50^2 \cdot 1,37^2 \cdot 0,0005^2 \cdot 0,0035625$$

despejando el valor de  $K_h$  resulta:  $K_h = 137,44$  [II.87]

## Capítulo II: Generalidades

Las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault son por tanto [II.88] y [II.89]:

$$P_h = K_h \cdot f \cdot B_m^n \cdot Vol = 137,44 \cdot 50 \cdot 1,37^2 \cdot 0,0035625 = 45,94W$$

$$P_e = K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot e^2 \cdot Vol = 7932082,61 \cdot 50^2 \cdot 1,37^2 \cdot 0,0005^2 \cdot 0,0035625 = 33,14W$$

La Tabla CII.5 recoge ambos valores y el tanto por ciento que representa cada una de ellas sobre el total de las pérdidas en el núcleo ( $P_N=79,10$  W).

PÉRDIDAS MAGNÉTICAS (POR HISTÉRESIS Y FOUCAULT)	
$P_N = 79,10$ W	
Pérdidas por histéresis ( $P_h$ ) (W)	Pérdidas de Foucault ( $P_e$ ) (W)
45,94	33,14
58%	42%

**Tabla CII.5.** - Pérdidas magnéticas  $P_N$  causadas por fenómenos de histéresis y por corrientes de Foucault.

Valores de la rama de magnetización: El valor de los componentes de la rama de magnetización hallados a partir de la expresión [CII.79] para 50 Hz son (ver Tabla CII.6):

RAMA DE MAGNETIZACIÓN					
$\cos\varphi_o$	$\varphi_o$	$I_{Fe}$ (A)	$I_\mu$ (A)	$R_{Fe}$ ( $\Omega$ )	$X_\mu$ ( $\Omega$ )
0,475	61,64	0,114	0,211	2025,79	1094,5

**Tabla CII.6.** - Valores componentes rama de magnetización del transformador de laboratorio a 50 Hz.

donde,

- El valor del desfase  $\varphi_o$  se calcula como,  $\cos\varphi_o = P_N / \sqrt{3} \cdot V_{pN} \cdot I_o$  [II.90]

- La corriente de pérdidas  $I_{Fe}$  es,  $I_{Fe} = I_o \cdot \cos\varphi_o$  [II.91]

- La corriente de magnetización  $I_\mu$  es,  $I_\mu = I_o \cdot \text{sen}\varphi_o$  [II.92]

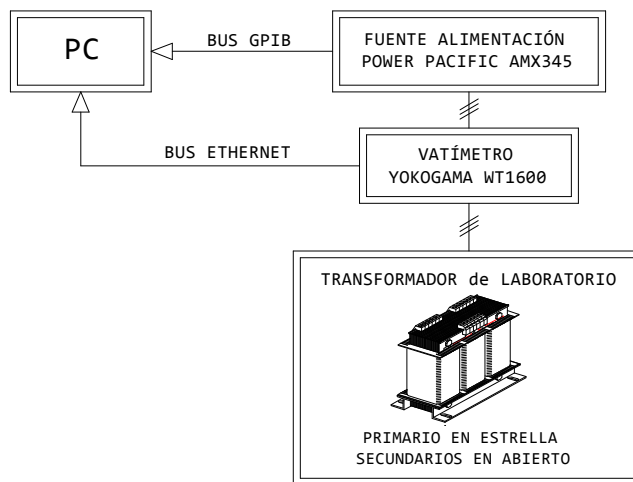
- La resistencia de pérdidas  $R_{Fe}$ ,  $R_{Fe} = V_{pN} / \sqrt{3} \cdot I_{Fe}$  [II.93]

- La reactancia de magnetización  $X_\mu$ ,  $X_\mu = V_{pN} / \sqrt{3} \cdot I_\mu$  [II.94]

Los valores de  $R_{Fe}$  y  $X_{\mu}$  así calculados bastarían para representar la rama de magnetización a 50 Hz con buena exactitud; sin embargo, la caracterización completa del modelo circuital clásico en BF exige la posibilidad de obtenerlos a diferentes frecuencias.

Un medio de obtener los parámetros  $R_{Fe}$  y  $X_{\mu}$  en función de la frecuencia, se basa en el ajuste de curvas mediante polinomios. Antes, las curvas se determinan por extensión del ensayo de vacío a diversas frecuencias (en este caso particular se han seleccionado las de 50, 158,1, 500, 1.581 y 5.000 Herzios).

Con el objeto de dotar al ensayo de una precisión mayor a la obtenida en el caso llevado a cabo para 50 Hz, además de conseguir la versatilidad necesaria, se realiza un montaje como el que aparece en la Figura CII.45.



**Figura CII.45.** - Ensayo de vacío a tensión constante y frecuencia variable sobre trafo de laboratorio.

- La fuente proporciona durante el ensayo valores de tensión de alimentación constantes (400 V de línea) permitiendo alcanzar frecuencias de hasta 5.000 Hz.
- El vatímetro registra valores de fase de magnitudes como la tensión, la intensidad o la potencia (activa, aparente y reactiva).
- El transformador de laboratorio se conecta con su primario en configuración estrella y dejando ambos secundarios en circuito abierto.
- El PC registra datos referentes a la señal inyectada por la fuente alimentación y de las medidas obtenidas el vatímetro, para posteriormente implementarlas en un software (MATLAB) que calcula el resto de datos necesarios para generar las gráficas oportunas.

## Capítulo II: Generalidades

Una vez se inyecta la señal de 400 V de tensión de línea a la primera de las frecuencias escogidas (50 Hz), se registran los valores de tensión de fase ( $V_{F0}$ ), intensidad de fase ( $I_{F0}=I_{L0}=I_0$ ), potencia consumida por fase ( $P_{F0}$ ) y  $\cos\varphi_0$ , en cinco instantes de tiempo diferentes (a intervalos de 5 s.). Los datos, obtenidos por fase, se promedian para conseguir un único valor por magnitud y son utilizados para el cálculo de los parámetros de la rama de magnetización ( $R_{Fe}$  y  $X_\mu$ ). El proceso se repite con el resto de frecuencias.

La Tabla CII.7 muestra los resultados con los valores ya promediados por fase:

VALORES RAMA MAGNETIZACIÓN A DIFERENTES FRECUENCIAS							
FRECUENCIAS (Hz)	PARÁMETROS						
	V <sub>F0</sub> (V)	I <sub>F0</sub> (A)	P <sub>F0</sub> (W)	cosφ <sub>0</sub>	X <sub>μ</sub> (Ω)	R <sub>Fe</sub> (Ω)	L <sub>μ</sub> (H)
50	230,51	0,24	26,42	0,478	1102,70	2503,81	3,51
158,1	230,50	0,09	15,08	0,727	4072,82	3668,95	4,10
500	230,47	0,06	8,35	0,604	5277,87	6773,53	1,68
1581	230,43	0,03	5,58	0,807	10728,41	10131,37	1,08
5000	230,51	0,02	4,35	0,968	65345,11	13054,76	2,08

**Tabla CII.7.-** Componentes de la rama de magnetización del trafo de laboratorio a diferentes frecuencias.

donde si  $P_{F0}$ ,  $V_{F0}$  e  $I_{F0}$  son valores de fase se tiene,

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_{F0}}{V_{F0} \cdot I_{F0}} \quad [\text{CII.95}] \quad R_{Fe} = \frac{V_{F0}}{I_{Fe}} = \frac{V_{F0}}{I_{F0} \cdot \cos\varphi_0} \quad [\text{CII.96}]$$

$$X_\mu = \frac{V_{F0}}{I_\mu} = \frac{V_{F0}}{I_{F0} \cdot \sin\varphi_0} \quad [\text{CII.97}] \quad L_\mu = \frac{X_\mu}{2\pi f} \quad [\text{CII.98}]$$

siendo:

$\cos\varphi_0$ , ángulo desfase entre la corriente de vacío ( $I_{F0}$ ) y la tensión de fase en vacío ( $V_{F0}$ ).

$P_{F0}$ , potencia de fase de vacío.

$V_{F0}$ , tensión de fase en vacío.

$I_{F0}$ , intensidad de fase de vacío.

$I_{Fe}$ , la corriente de pérdidas en el núcleo.

$X_\mu$ , la reactancia de magnetización.

$I_\mu$ , la corriente de magnetización del núcleo.

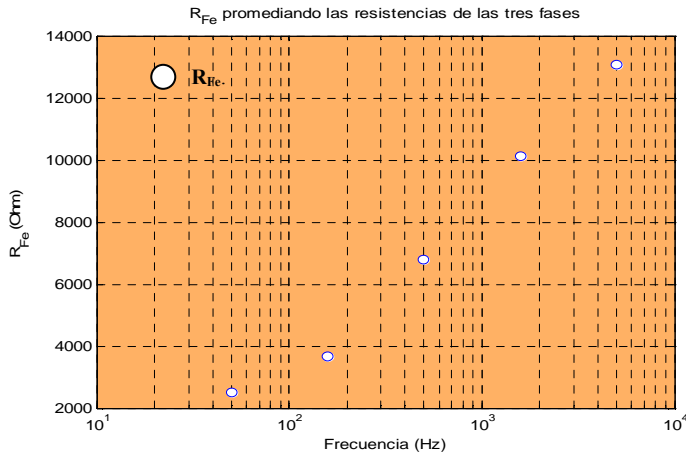
$L_\mu$ , la inductancia de magnetización.

$R_{Fe}$ , la resistencia que representa las pérdidas en el núcleo.

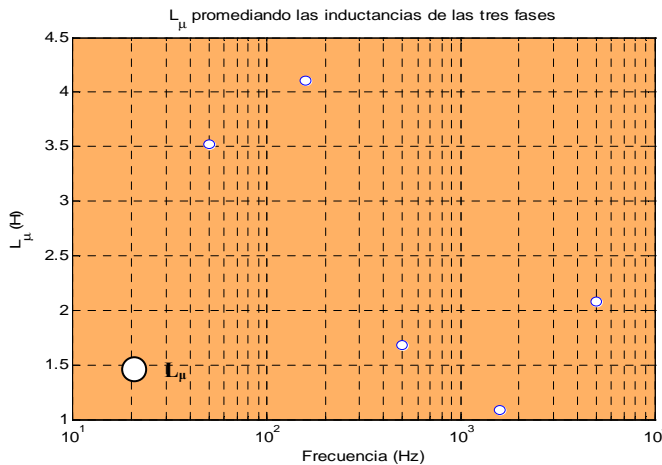
(Las divergencias que puedan darse entre los valores de  $R_{Fe}$  calculados y los medidos mediante el vatímetro se debe a que estos últimos son valores promediados por fase).

Los valores de  $R_{Fe}$  y  $L_{\mu}$  obtenidos, son guardados hasta que vuelven a ser vistos en el apartado § 2.3 donde son empleados en el diseño del modelo circuital clásico en BF. Como se observa, los valores de las reactancias se expresan en henrios; por un lado, se desea resaltar su dependencia directa con respecto a la frecuencia, por otro, este modo de representación es de utilidad práctica en la aplicación del método de validación.

Los Gráficos CII.7 y CII.8 representan los valores de  $R_{Fe}$  y  $L_{\mu}$  de la Tabla CII.7 estando la frecuencia expresada en escala logarítmica sobre el eje de ordenadas.



**Gráfico CII.7.-** Valor de la resistencia de pérdidas en el núcleo  $R_{Fe}$  a diferentes frecuencias.



**Gráfico CII.8.-** Valor de la inductancia de magnetización  $L_{\mu}$  a diferentes frecuencias.

### II.2.2.5. - Ensayo de cortocircuito.

Mediante el ensayo de cortocircuito se determinan básicamente dos tipos de valores: las pérdidas de potencia en el cobre  $P_{Cu}$  (ver § II.1.4.5) y los parámetros característicos del transformador (como por ejemplo su impedancia equivalente  $Z_{cc}$ ).

Ensayo de cortocircuito	<ul style="list-style-type: none"><li>- Pérdidas en los devanados o en el cobre (<math>P_{cc}</math> o <math>P_{Cu}</math>)</li><li>- Pérdidas Puras (efecto Joule)</li><li>- Pérdidas adicionales (corrientes de Foucault)</li><li>- Parámetros del circuito equivalente monofásico (<math>Z_{cc}</math>, <math>R_{cc}</math>, ...).</li></ul>
-------------------------	---

El valor de las pérdidas en los devanados o en el cobre ( $P_{cc}$  o  $P_{Cu}$ ) es el mismo que a plena carga ya que en el ensayo de cortocircuito circulan las corrientes nominales.

Las pérdidas puras son pérdidas óhmicas debidas al valor de la resistencia de los devanados y a la corriente que circula por ellos. Representan pérdidas de potencia en forma de calor (efecto Joule) con origen en los devanados de cobre sin que intervengan corrientes de Foucault en los conductores u otros elementos. Pueden ser medidas mediante corriente continua.

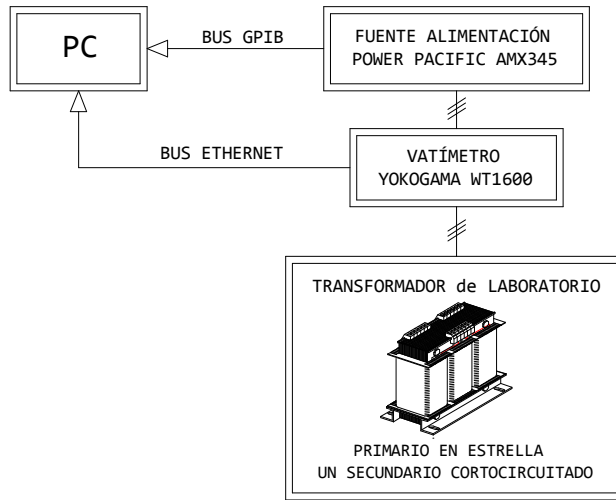
Las pérdidas adicionales dependen de la no uniformidad con la que la corriente alterna se distribuye en la sección de los conductores, y son producto del flujo disperso ligado a la circulación de la corriente. Pueden ser calculadas por diferencia entre las pérdidas en el cobre ( $P_{Cu}$ ), determinadas en el ensayo de cortocircuito, y las pérdidas puras (halladas en corriente continua).

$$\text{Pérdidas adicionales} = \text{Pérdidas en el cobre } P_{Cu} - \text{Pérdidas puras}$$

La prueba de cortocircuito se efectúa alimentando progresivamente (mediante un generador de onda) los devanados primarios de acuerdo a un triángulo equilibrado de tensiones ( $U_{cc}$  compuesta), que provoque intensidades de corriente nominales, estando los bornes secundarios cortocircuitados.

El esquema básico del montaje para el desarrollo del ensayo (ver Figura CII.35), responde a una conexión Aron similar a la utilizada en el ensayo de vacío. Con el fin de obtener resultados fiables, la prueba se debe realizar con la máxima rapidez para evitar el calentamiento excesivo en los conductores de los devanados, cuyo valor de resistencia se debe mantener constante durante la prueba.

A fin de realizar la caracterización con la máxima precisión posible, el ensayo de cortocircuito se realiza de acuerdo a un montaje similar al visto en la Figura CII.45 para el ensayo de vacío. En esta ocasión se cortocircuita uno de los devanados secundarios.



**Figura CII.46.**- Ensayo de cortocircuito sobre el transformador de laboratorio a frecuencia variable.

El ensayo realizado, busca la posibilidad de obtener el valor de los parámetros  $R_{cc}$  y  $X_{cc}$  del modelo a diferentes frecuencias. Como en vacío, el método utilizado se basa en el ajuste de curvas de resistencia e inductancia frecuenciales mediante polinomios.

Seleccionando una frecuencia de 50 Hz en la fuente de alimentación y partiendo de cero, se inyecta progresivamente una tensión trifásica en el devanado primario hasta conseguir que la intensidad de línea (o fase) que circule por mismo sea la nominal ( $I_n$ ); en este caso, con un solo devanado secundario cortocircuitado, la potencia nominal del transformador es la mitad y por tanto, su valor es [CII.99]:

$$\frac{S_N}{2} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \approx 3 \cdot V_F \cdot I_n \rightarrow \frac{4.000kVA}{2} = 3 \cdot 230V \cdot I_n \Rightarrow I_n = \frac{2.000kVA}{3 \cdot 230V} = 2,89A$$

Alcanzado el valor de la intensidad nominal ( $I_n$ ), se registran los valores de la potencia de cortocircuito ( $P_{cc}$  o  $P_{Cu}$ ), la tensión de cortocircuito ( $U_{cc}$ ) y la intensidad de cortocircuito ( $I_{cc} \approx I_n$ ). Las medidas se toman en distintos instantes de tiempo lo cual permite obtener valores promediados para los parámetros  $R_{cc}$  y  $X_{cc}$  a esa frecuencia.



## Capítulo II: Generalidades

El proceso se repite para el resto de frecuencias. Como resultado se obtiene la Tabla CII.8.

RESISTENCIA Y REACTANCIA CORTOCIRCUITO A DIFERENTES FRECUENCIAS							
FRECUENCIAS (Hz)	PARÁMETROS						
	U <sub>cc</sub> (V)	I <sub>cc</sub> (A)	P <sub>cc</sub> (W)	cosφ <sub>cc</sub>	X <sub>cc</sub> (Ω)	R <sub>cc</sub> (Ω)	L <sub>cc</sub> (H)
50	5,10	2,87	14,09	0,963	0,49	1,70	0,00157
158	6,71	2,90	14,50	0,745	1,54	1,72	0,00155
500	15,19	2,92	15,47	0,349	4,84	1,80	0,00154
1581	47,43	3,08	23,87	0,163	15,20	2,52	0,00153
5000	134,96	2,89	69,29	0,178	45,87	8,34	0,00146

Tabla CII.8.- Valores de R<sub>cc</sub> y X<sub>cc</sub> del modelo clásico del trafo de laboratorio a diferentes frecuencias.

donde si P<sub>cc</sub>, U<sub>cc</sub> e I<sub>cc</sub> son valores de fase se tiene<sup>(7)</sup>:

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{cc}} \quad [\text{CII.100}] \quad R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2}; \quad [\text{CII.101}]$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \quad [\text{CII.102}] \quad \cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{cc}} \quad [\text{CII.103}] \quad L_{cc} = \frac{X_{cc}}{2\pi f} \quad [\text{CII.104}]$$

siendo:

P<sub>cc</sub>, la potencia de cortocircuito expresada para una fase (P<sub>cc total</sub>/3).

U<sub>cc</sub>, la tensión de cortocircuito para una fase.

I<sub>cc</sub>, la intensidad de cortocircuito (coincide con las intensidades de fase y nominal).

Z<sub>cc</sub>, es la impedancia equivalente del transformador de una fase.

R<sub>cc</sub>, es la resistencia de cortocircuito para una fase.

X<sub>cc</sub>, es la reactancia de cortocircuito para una fase.

cosφ<sub>cc</sub>, es el coseno del ángulo cortocircuito (desfase tensión-corriente de cortocircuito).

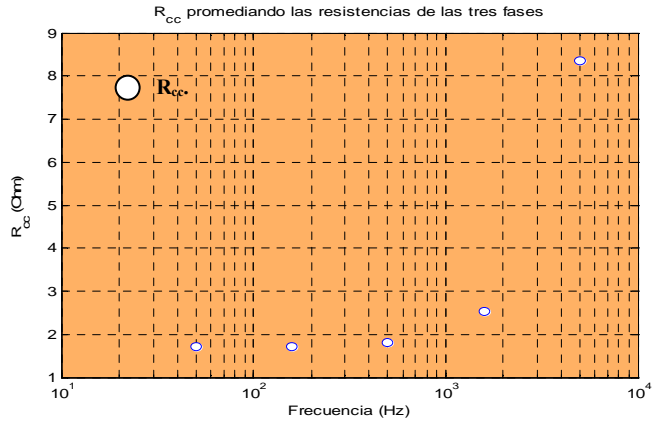
Los valores hallados de los parámetros R<sub>cc</sub> y L<sub>cc</sub> son recogidos y utilizados en el apartado donde se diseña el modelo circuital clásico en BF dependiente de la frecuencia del transformador de laboratorio (§ II.2.3).

<sup>(7)</sup> Los mismos valores expresados suponiendo P<sub>cc</sub>, U<sub>cc</sub> e I<sub>cc</sub>, valores de línea son:

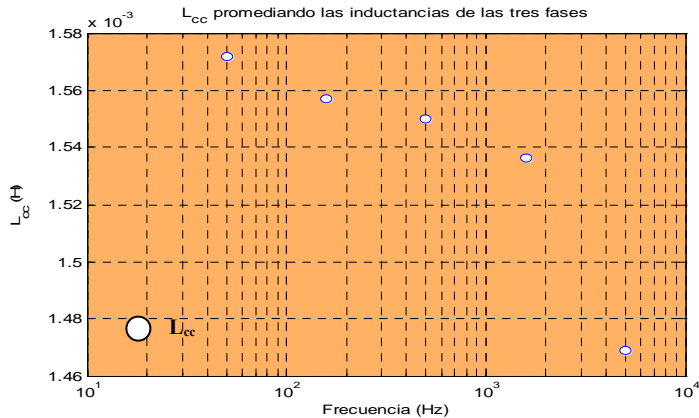
$$Z_{cc} = U_{cc} / \sqrt{3} \cdot I_{cc} \quad [\text{CII.105}] \quad R_{cc} = P_{cc} / 3 \cdot I_{cc}^2 \quad [\text{CII.106}]$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \quad [\text{CII.107}] \quad \cos \varphi_{cc} = P_{cc} / \sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_{cc} \quad [\text{CII.108}]$$

Los Gráficos CII.9 y CII.10 representan, con la frecuencia expresada en escala logarítmica, los valores de la resistencia e inductancia de cortocircuito de la Tabla CII.8.



**Gráfico CII.9.-** Valor de la resistencia de cortocircuito  $R_{cc}$  a diferentes frecuencias.



**Gráfico CII.10.-** Valor de la inductancia de cortocircuito  $L_{cc}$  a diferentes frecuencias.

El rango de frecuencias cubierto por el ensayo de cortocircuito alcanza, al igual que como ocurriría en el ensayo de vacío, los 5.000 Hz. Estos límites vienen impuestos por la instrumentación utilizada (5.000 Hz es la máxima frecuencia que la fuente de alimentación es capaz de suministrar).

### II.2.2.6.- Ciclo de histéresis del material del núcleo.

La representación del ciclo de histéresis, da idea de los diferentes estados por los que pasa el material ferromagnético del núcleo a lo largo del ciclo de trabajo. Su importancia radica en su utilidad para analizar parámetros y propiedades magnéticas del material, como por ejemplo, la energía disipada por los fenómenos de histéresis (ver Anexo J).

El montaje de la Figura CII.47 permite visualizarlo gracias a las proporcionalidades existentes entre la intensidad que circula por el primario del transformador ( $I_p$ ) y la intensidad de campo (H), por un lado, y la caída de tensión en el condensador (C) y el campo magnético (B), por otro (ver también § II.1.4.6).

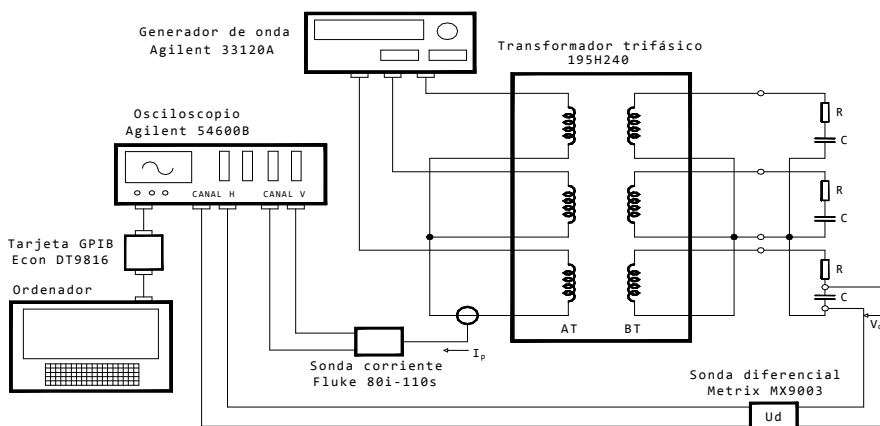


Figura CII.47.- Montaje de laboratorio para la visualización del ciclo de histéresis.

Durante la prueba, el primario y el secundario del transformador han de estar aislados eléctricamente; la tensión de prueba es  $V_{in}=230$  V por fase (devanado primario en Y); no debe haber contactos del transformador a tierra para evitar “conflictos de tierras” (las señales en el devanado secundario son débiles); la resistencia R, del divisor de tensión, es de un valor de  $33,33 \Omega$ ; por un canal del osciloscopio se procede a medir la intensidad  $I_p$  del primario, por otro la caída de tensión en el condensador C; C es de un valor lo suficientemente elevado como para asegurar que presenta una baja reactancia ( $C=16 \mu F$ ).

Los Gráficos CII.11, CII.12, CII.13 y CII.14 muestran la evolución que toma la forma del ciclo histéresis del material del núcleo a diferentes frecuencias. Se observa como en principio el valor del campo coercitivo aumenta con la frecuencia para después decaer a frecuencias más elevadas. El valor es mínimo a las frecuencias extremas.

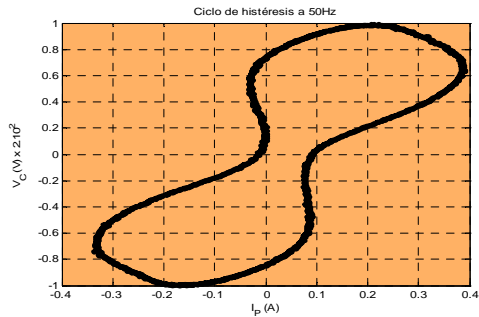


Gráfico CII.11.- Ciclo de histéresis a 50 Hz.



Gráfico CII.12.- Ciclo de histéresis a 158 Hz.

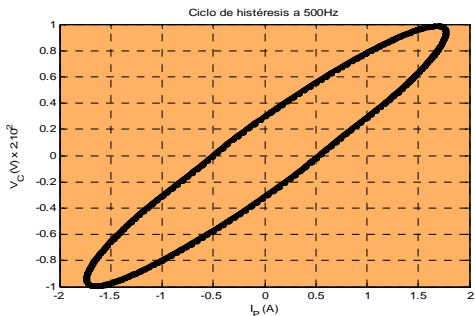


Gráfico CII.13.- Ciclo de histéresis a 500 Hz.

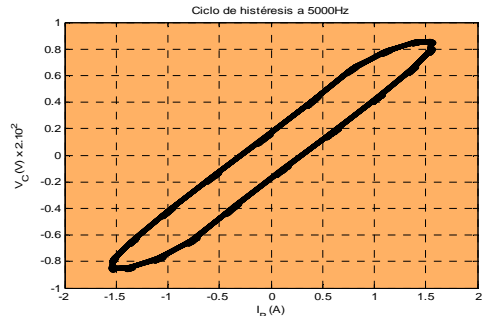


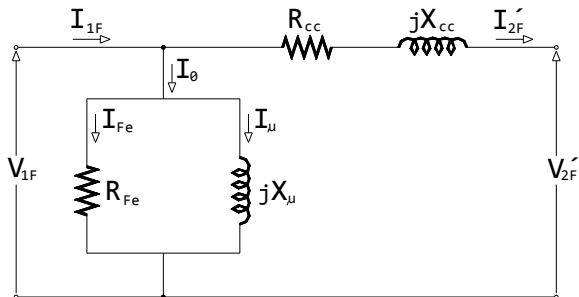
Gráfico CII.14.- Ciclo de histéresis a 5.000 Hz.

Un bajo valor del campo coercitivo a 50 Hz indica que ha sido realizada una selección adecuada para el material del núcleo del transformador, es decir, un material blando de bajas pérdidas por histéresis. Por otro lado, también se observa como el área encerrada por el ciclo histéresis (un índice de la cantidad de potencia disipada en un ciclo de trabajo), disminuye con el aumento de frecuencia; tal circunstancia entra en contradicción con la hipótesis de que las pérdidas por histéresis (y por tanto el área del lazo) son proporcionales a la frecuencia [II.31]. Es posible demostrar la relación entre la frecuencia y la cantidad de flujo que penetra en el núcleo; cuanto mayor es, menor es el flujo. Se podría elucubrar que un mayor peso de este parámetro en el valor de las pérdidas explicaría el citado fenómeno.

A la vista de los gráficos sería posible seguir planteando cuestiones relacionadas con el ciclo de histéresis, sin embargo, debido a los objetivos y alcance de la presente tesis, estas y otras quedan pendientes para análisis más exhaustivos de futuros trabajos.

## II.2.3.- Modelo circuital en BF.

La estructura de un modelo circuital clásico en BF se muestra en la Figura CII.48:



$V_{1F}$ , tensión de fase.  
 $I_{1F}$ , intensidad de fase.  
 $I_0$ , corriente de vacío.  
 $I'_{2F}$ , corriente de fase del devanado secundario reducida al primario.  
 $V'_{2F}$ , tensión de fase del devanado secundario reducida al primario.

Figura CII.48.- Modelo equivalente general en BF del transformador para una fase.

A partir de los ensayos de vacío y cortocircuito realizados a las frecuencias tipo (ver Tablas CII.7 y CII.8), se pueden dibujar las curvas que rigen la variación del valor de los parámetros del modelo en función de la frecuencia (Gráfico CII.15).

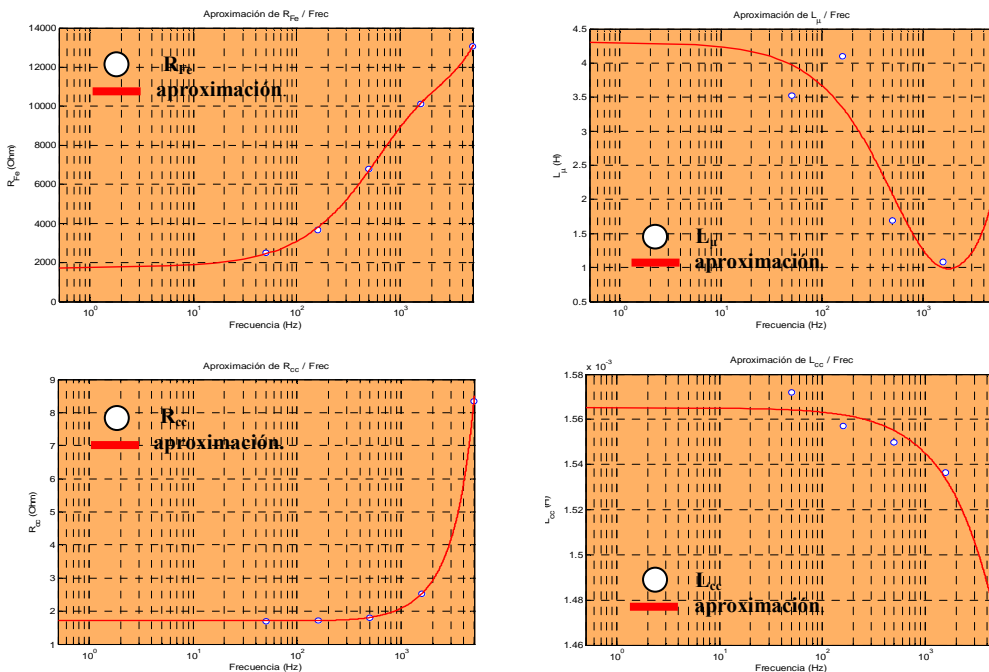


Gráfico CII.15.- Curvas de variación de parámetros del modelo en BF en función de la frecuencia.

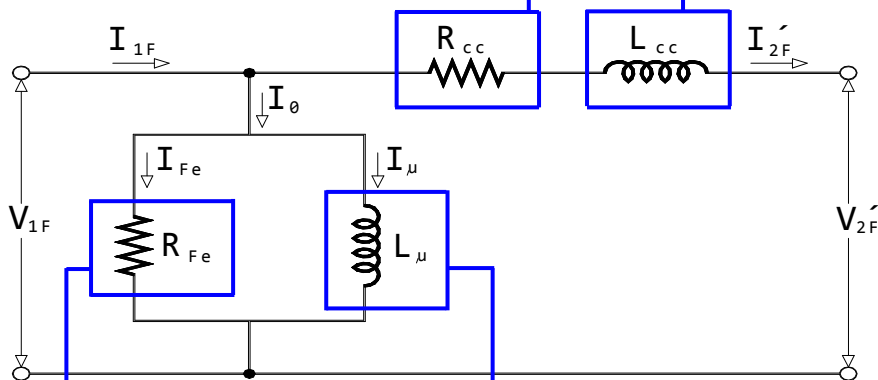
Las curvas son aproximadas mediante expresiones matemáticas del tipo exponencial ( $a \cdot \exp(b \cdot x) + c \cdot \exp(d \cdot x)$ ), mediante MATLAB. Estas ecuaciones permiten obtener el valor de los parámetros que componen modelo general en BF del transformador de laboratorio a cualquier frecuencia dentro del rango ( ver Tablas CII.9, CII.10, CII.11 y CII.12).

$L_{cc}(H) = f\{frec\}$
$L_{cc}\{frec\} = 4,617 \cdot 10^{-6} \cdot \exp(-0,000986 \cdot f) + 0,001561 \cdot \exp(-1,214 \cdot 10^{-5} \cdot f)$

Tabla CII.9.-  $L_{cc}$  en función de la frecuencia.

$R_{cc}(\Omega) = f\{frec\}$
$R_{cc}\{frec\} = 0,2627 \cdot \exp(-0,002237 \cdot f) + 1,449 \cdot \exp(0,0003503 \cdot f)$

Tabla CII.10.-  $R_{cc}$  en función de la frecuencia.



$L_{\mu}(H) = f\{frec\}$
$L_{\mu}\{frec\} = 3,788 \cdot \exp(-0,001892 \cdot f) + 0,1593 \cdot \exp(0,0002784 \cdot f)$

Tabla CII.11.-  $L_{\mu}$  en función de la frecuencia.

$R_{Fe}(\Omega) = f\{frec\}$
$R_{Fe}\{frec\} = 9,630 \cdot \exp(6,085 \cdot 10^{-5} \cdot f) - 7,903 \cdot \exp(-0,001802 \cdot f)$

Tabla CII.12.-  $R_{Fe}$  en función de la frecuencia.

Figura CII.49.- Modelo equivalente en BF del transformador de laboratorio de parámetros frecuenciales.

### II.2.3.1.- Validación del modelo circuital en BF.

A priori, el modelo general ha sido diseñado para simular el comportamiento del transformador de laboratorio entre los 50 y los 5.000 Hz, por cuanto sus parámetros son adaptables a la frecuencia aplicada. Sin embargo, aún siendo teóricamente así, en la práctica pueden ser encontradas frecuencias para las cuales la precisión del modelo comience a decaer. La validación se encarga de este aspecto.

En la validación se determina el espectro de frecuencias dentro del cual el modelo guarda un grado de exactitud aceptable con respecto al transformador en base a la comparación de algún tipo de parámetro medible y representativo en ambos, modelo y transformador.

Puesto que en principio la morfología del modelo en BF esta diseñada para la frecuencia de 50 Hz, la validación es posible abordarla desde dos puntos de vista (ver § II.2):

- En uno, se mantiene constante el valor de los parámetros del modelo calculados para la frecuencia de 50 Hz y es únicamente la frecuencia el parámetro sometido a variación.
- En el otro, el modelo mantiene la misma morfología pero el valor de sus parámetros varía en función de la frecuencia aplicada en cada instante.

La validación es por tanto doble. Por un lado trata de determinar hasta que frecuencia son validas las prestaciones del modelo clásico, por otro, cual es su límite máximo cuando, manteniendo su morfología inalterable, se varía el valor de sus parámetros.

Como se citó en § II.2, de las posibles maneras de llevar a cabo la validación (p.e. medida de la impedancia o de la tensión transferida al secundario), se ha optado por la medida y comparación de la relación de transformación,  $m_T$ , como parámetro clave del análisis. La elección responde a dos consideraciones básicas: la dependencia de su valor con respecto a la frecuencia y su facilidad de determinación.

El valor de  $m_T$  se determina en condiciones de vacío y carga sobre modelo y transformador a las frecuencias características utilizadas durante el proceso.

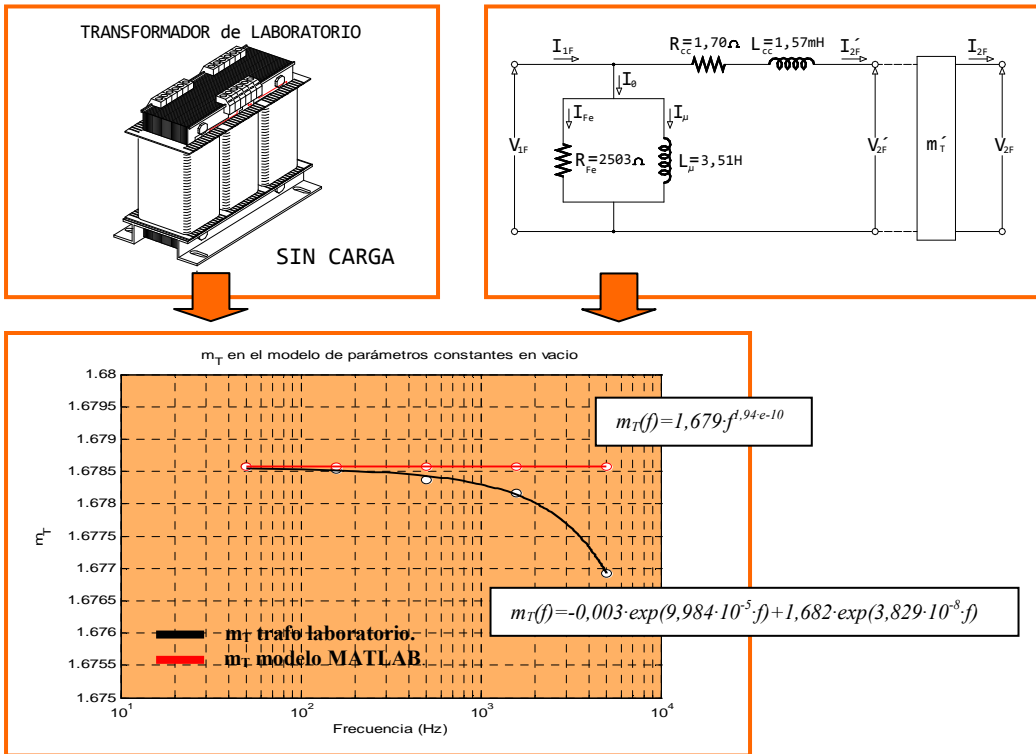
Posteriormente, a fin de ser representadas gráficamente, se aproxima su valor mediante funciones exponenciales en todo el rango de frecuencias. El valor de la frecuencia para la cual la divergencia entre curvas supere el 5%, se considera como la de límite de validez.

Las medidas sobre el transformador se efectúan experimentalmente en el laboratorio, las ejecutadas en el modelo son simuladas sobre su implementación en MATLAB.

**II.2.3.1.1.-  $m_T$  del modelo circuital en BF con parámetros constantes.**

Para el modelo clásico de parámetros constantes la evolución de la relación de transformación,  $m_T$ , en función de la frecuencia, en transformador y modelo son:

**EN VACÍO:**



**Gráfico CII.16.-** Variación de  $m_T$  en el modelo de parámetros constantes: en vacío.

**Figura CII.50.-** Validación modelo circuital en BF de parámetros constantes: medida de  $m_T$  en vacío.

Los valores de la relación de transformación obtenidos en el modelo circuital ( $m'_T$ ) son corregidos al correspondiente de fase del transformador de laboratorio ( $m_T$ ). Recordar que en el modelo circuital,  $V'_{2F}$  en realidad representa la tensión de fase del secundario del transformador reducida a valores del primario y que  $m_T$  hace referencia a valores de primario y secundario, es decir,  $m_T = V_{1F}/V_{2F}$ .



## Capítulo II: Generalidades

### EN CARGA:

La carga aplicada al transformador es resistiva, equilibrada, conectada en estrella y de un valor igual  $33,33 \Omega$  por fase<sup>(8)</sup>.

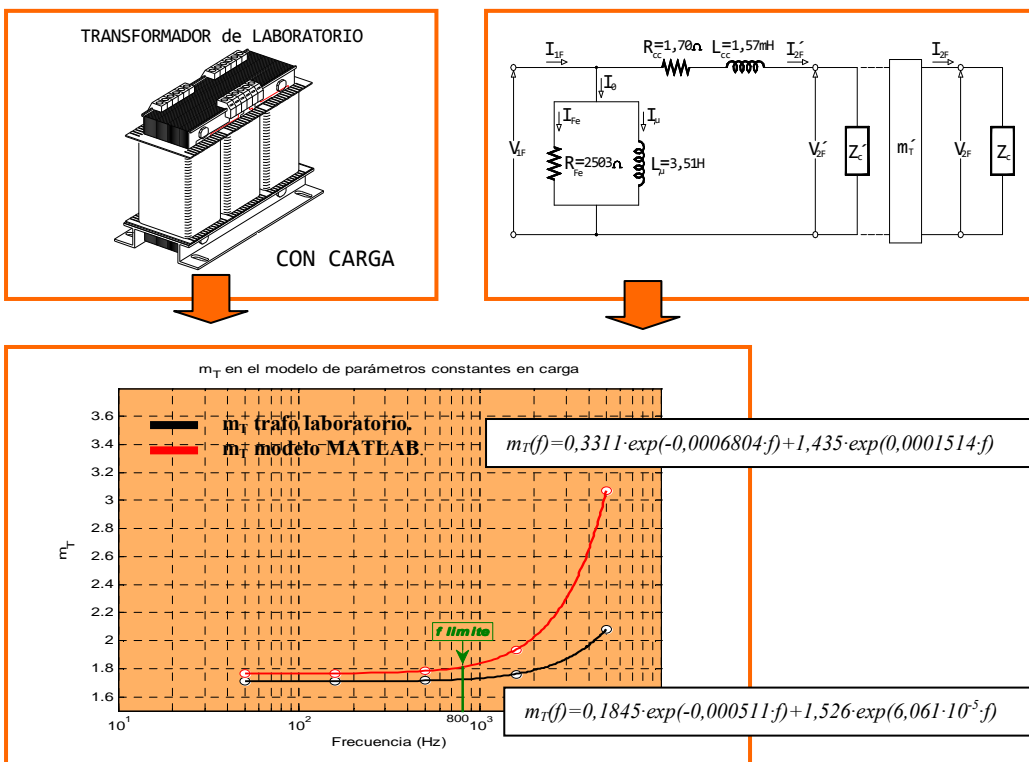


Gráfico CII.17.- Variación de  $m_T$  en el modelo de parámetros constantes en carga.

Figura CII.51.- Validación modelo circuital en BF de parámetros constantes: medida de  $m_T$  en carga.

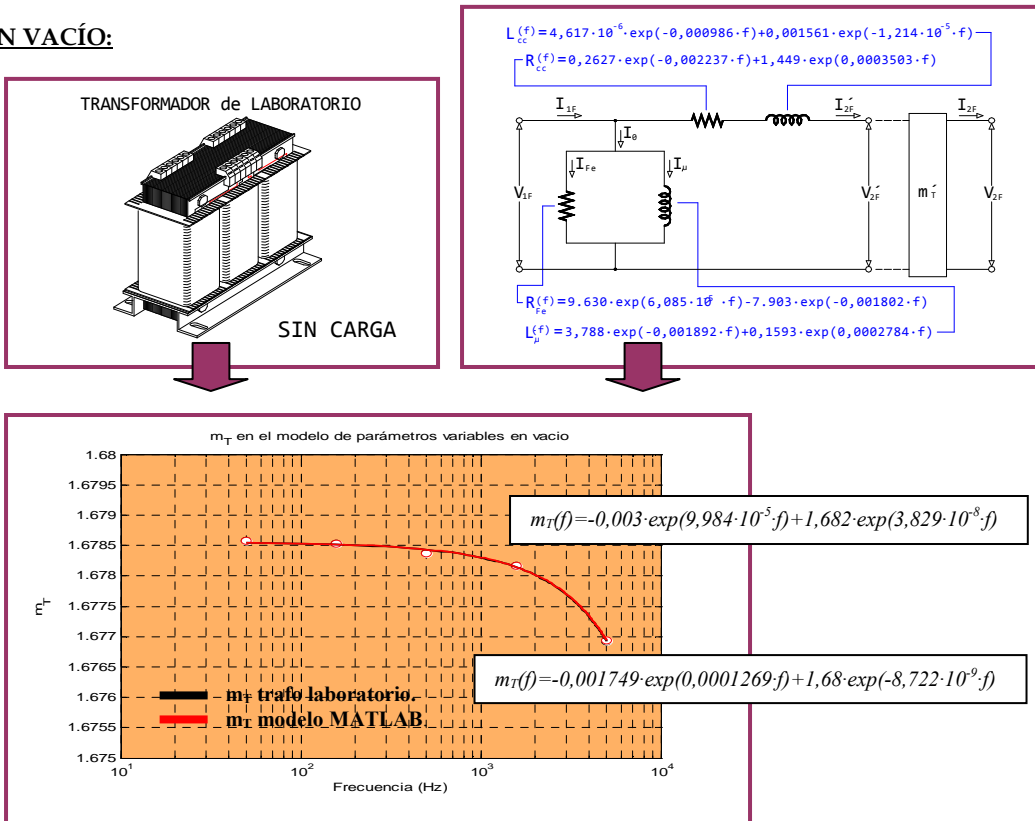
En ambas gráficas, junto a las curvas correspondientes, se añaden las expresiones exponenciales que las ajustan. Sobre el Gráfico CII.17 también se indica la frecuencia para la cual la divergencia en el valor de la relación del transformador del modelo difiere un 5% con respecto a la obtenida en el transformador de laboratorio (800 Hz).

<sup>(8)</sup> Esta resistencia supone un consumo de potencia aparente de 1.568 VA, muy cercana a los 2.000 VA de plena carga. La diferencia no implica ningún inconveniente en un ensayo que pretende determinar como difiere la relación de transformación del transformador y modelo en carga, de la obtenida en vacío.

**II.2.3.1.2.-  $m_T$  del modelo circuital en BF con parámetros variables (frecuencial).**

Al igual que para el caso del modelo de parámetros constantes, la relación de transformación  $m_T$  se obtiene en condiciones de vacío y de carga.

**EN VACÍO:**



**Gráfico CII.18.-** Variación de  $m_T$  en el modelo de parámetros variables: en vacío.

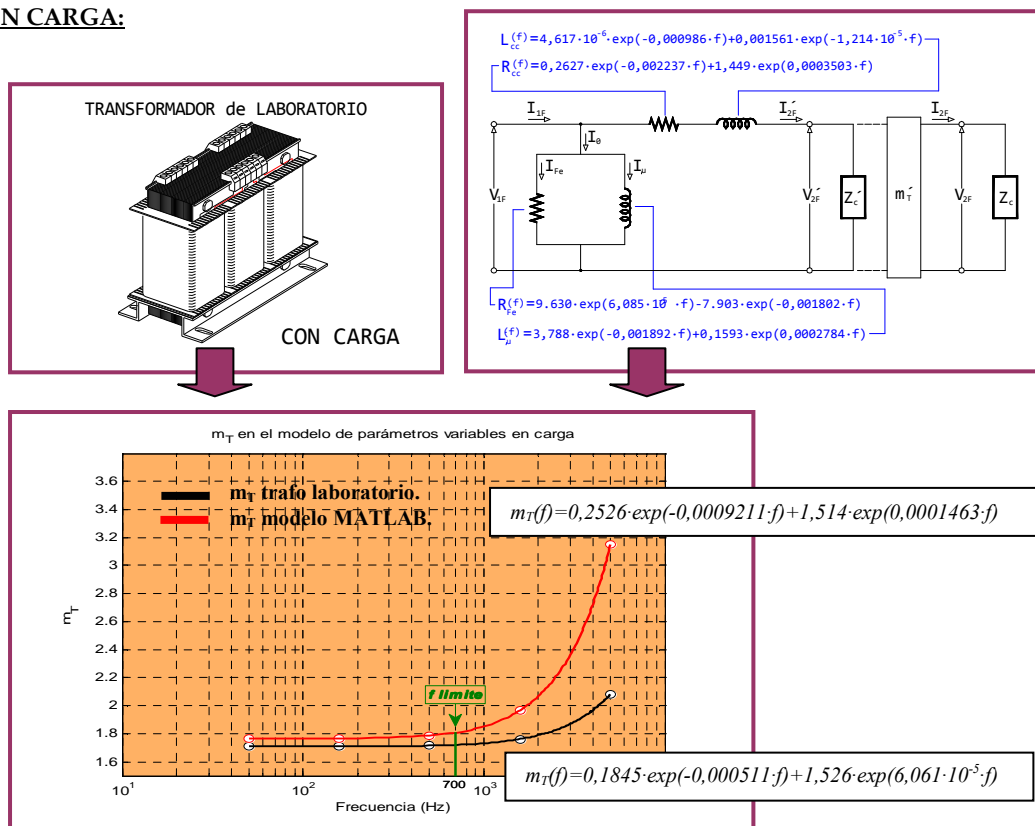
**Figura CII.52.-** Validación modelo circuital en BF de parámetros variables: medida de  $m_T$  en vacío.

Como se observa, las curvas obtenidas para el transformador y modelo prácticamente coinciden en el rango de frecuencias analizado por cuanto el valor de la relación de transformación,  $m_T$ , en el modelo se va auto-ajustando a cada frecuencia para coincidir con el valor real. A la vista de los resultados en vacío, a priori, todo parece indicar que el modelo es perfectamente capaz de simular el comportamiento del transformador.

## Capítulo II: Generalidades

Sin embargo, cabe hacerse la pregunta sobre qué ocurriría en el caso de extender el cálculo más allá de la frecuencia de 5.000 Hz; no tanto por el valor de la relación de transformación del modelo, que en principio parece seguir una tendencia monótona, si no por cuanto la conducta que esta pueda tomar en el transformador de laboratorio.

### EN CARGA:



**Gráfico CII.19.-** Variación de  $m_T$  en el modelo de parámetros variables: en carga.

**Figura CII.53.-** Validación modelo circuital en BF de parámetros variables: medida de  $m_T$  en carga.

En el Gráfico CII.19 se aprecia que bajo condiciones de carga la tendencia de ambas curvas es casi coincidente hasta la frecuencia de 700 Hz (como se observa difiere de la frecuencia límite de 800 Hz obtenida en el caso del modelo de parámetros constantes).

**II.2.3.2.- Conclusiones sobre el modelo circuital en BF.**

La Tabla CII.13 muestra los valores que toma la relación de transformación,  $m_T$ , en las mismas gráficas a las frecuencias tipo escogidas para el transformador de laboratorio y modelos, tanto en vacío como en carga.

RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN ( $m_T$ )						
Frecuencia (Herzios)	Transformador de laboratorio		Modelos MATLAB			
	en vacío	en carga	de parámetros constantes		de parámetros variables	
			en vacío	en carga	en vacío	en carga
50	1,67856	1,71078	1,67857	1,76544	1,67857	1,76544
158,1	1,67852	1,71119	1,67857	1,76704	1,67853	1,76795
500	1,67836	1,71606	1,67857	1,78303	1,67836	1,78750
1581	1,67816	1,76183	1,67857	1,93563	1,67816	1,96634
5000	1,67691	2,08088	1,67857	3,06962	1,67692	3,14801

**Tabla CII.13.-** Relación de transformación en transformador y modelos en vacío y carga.

La Tabla CII.14 recoge las frecuencias para las cuales la relación del transformación,  $m_T$ , hallada por el modelo diverge un 5% de la medida experimentalmente sobre el transformador de laboratorio (ver Gráficos CII.16, CII.17, CII.18 y CII.19):

FRECUENCIAS LÍMITE DE LOS MODELOS CIRCUITALES EN BF			
Parámetros constantes		Parámetros variables	
Vacío	Carga	Vacío	Carga
-	800 Hz	-	700 Hz

**Tabla CII.14.-** Frecuencias límite de validez de los modelos circuital.

A la vista de los resultados obtenidos y mostrados en las gráficas y tablas anteriores, pueden ser realizadas las siguientes observaciones:

Sobre el modelo circuital de parámetros constantes en vacío.

En el peor de los casos, dentro del espectro de frecuencias analizado (50 a 5.000 Hz), las diferencias en el valor de la relación de transformación,  $m_T$ , entre modelo y transformador son del orden de milésimas (en cualquier caso inferiores al 5%, motivo por el cual no aparece valor alguno en la Tabla CII.13).

## Capítulo II: Generalidades

---

Sin embargo, la tendencia exponencial decreciente de la relación de transformación en el transformador cuando aumenta la frecuencia, y el aspecto lineal que sigue en el modelo ( $m_T$  se mantiene prácticamente constante puesto que  $V_p \approx V_s$ ), indica que a frecuencias superiores estas diferencias se acrecientan y en algún momento alcanzan y superan el 5% establecido como límite de validez. Aún con todo, este extremo no ha sido comprobado.

### Sobre el modelo circuital de parámetros constantes en carga.

En carga las curvas presentan un aspecto similar, ambas son exponenciales crecientes, si bien la del modelo MATLAB es más acentuada. Hasta la frecuencia de 800 Hz siguen trayectorias paralelas con diferencias entre ellas inferiores al 5%, manteniendo así el modelo un comportamiento adecuado, válido para la simulación. A partir de esta frecuencia la validez del modelo (bajo la carga considerada), decae.

La forma de las curvas indica que la atenuación de la señal transferida al secundario aumenta exponencialmente con la frecuencia por cuanto esta depende de la relación de transformación; así se tienen a la frecuencia de 5.000 Hz atenuaciones de señal del orden del 18% para el transformador y del 42% para el modelo MATLAB.

### Sobre el modelo circuital de parámetros variables en vacío.

La curva de la relación de transformación,  $m_T$ , para el transformador de laboratorio es la misma que la obtenida en el análisis del modelo de parámetros constantes ya que el ensayo es el mismo (transformador en vacío bajo prueba en el espectro de frecuencias estimado). La trayectoria de la curva del modelo MATLAB prácticamente coincide con la anterior debido a que para cada frecuencia se recalculan los parámetros del modelo para que la relación de transformación se ajuste a la del transformador. La duda está en conocer que ocurrirá a frecuencias superiores a los 5.000 Hz, no tanto por la curva marcada por el modelo, que seguirá una tendencia más o menos monótona, si no por lo imprevisible de la marcada por el transformador de laboratorio.

### Sobre el modelo circuital de parámetros variables en carga.

En esta ocasión, al igual que ocurriera con el caso analizado para el modelo de parámetros constantes, las curvas vuelven a mostrar la atenuación que introducen tanto el transformador como el modelo en la señal transferida al secundario bajo condiciones de carga. La del transformador, sigue siendo la misma, el 18%; para el modelo MATLAB de parámetros variables sube a un 44% (ambas referenciadas a 5.000 Hz).

Por otro lado, en el hipotético caso de extender el ensayo a frecuencias superiores, todo parece indicar que la curva hallada para el modelo MATLAB llegue a ser asintótica no más allá de los 7.000 Hz. Para el transformador esta misma situación se puede dar entre los 20.000 y 30.000 Hz. En cualquier caso, lo interesante es observar la casi coincidencia en las curvas (con un error no superior al 5%), hasta la frecuencia de 700 Hz, momento a partir del cual se puede considerar el modelo como no válido.

### Conclusiones finales.

- A mayor frecuencia se produce un aumento exponencial en la atenuación de la señal transferida al secundario del transformador bajo condiciones de carga.
- La sola observación de la dependencia de la frecuencia de la relación de transformación en la prueba en vacío sobre el transformador de laboratorio, evidencia la aparición de fenómenos internos que impiden mantener una  $m_T$  constante.
- Los modelos, sometidos a condiciones de carga, son capaces de simular el comportamiento del transformador hasta ciertas frecuencias (800 Hz en el caso del modelo de parámetros constantes y 700 Hz en el de parámetros variables).
- En contra de lo esperado, el modelo de parámetros constantes muestra sus prestaciones, bajo las mismas condiciones, en un rango de frecuencias superior (50-800 Hz), al del modelo de parámetros variables (50-700 Hz).
- El modelo circuital clásico en BF, tanto de parámetros constantes como variables, presenta limitaciones impuestas por la propia morfología del modelo. Para empezar, carece de capacitancias que representen los efectos capacitivos que aparecen en los devanados del transformador a AAFF.

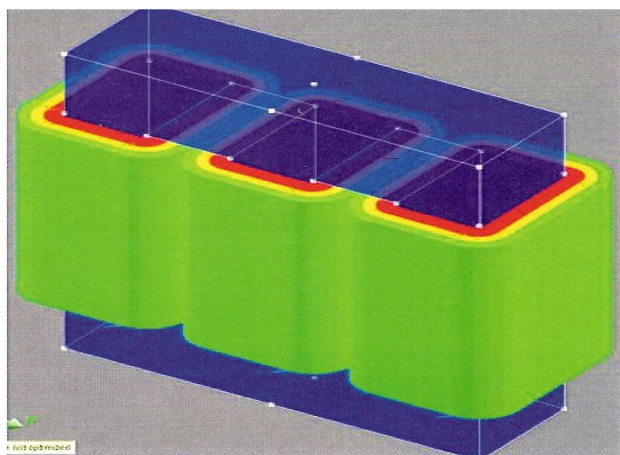
La frecuencia se rebela como el factor determinante en el diseño de modelos circuitales para el transformador. El intentar alargar la vida del modelo circuital clásico en BF al máximo de sus posibilidades ha servido para comprobar que muestra limitaciones insalvables si no son aplicadas morfologías diferentes capaces de simular los fenómenos físicos que se desencadenan a AAFF en el seno del transformador.

En resumen, la caracterización llevada a cabo parece demostrar la necesidad de búsqueda de técnicas de diseño de modelos circuitales especialmente desarrollados para simular el comportamiento del transformador a AAFF.

### II.2.4.- Modelo de Elementos Finitos en BF.

La elaboración del modelo en elementos finitos (EEFF) proporciona una exactitud en las simulaciones que no puede ser alcanzada por un modelo circuital. La exactitud proviene de su capacidad para aislar los efectos de los fenómenos ajenos al propio transformador (p.e., los efectos capacitivos de los cables de conexión de los ensayos). Resulta por tanto un complemento excelente para entender fenómenos que se dan en el modelo circuital.

El modelo en EEFF se obtiene de forma directa introduciendo parte de los datos del transformador de laboratorio recogidos en § II.2.1.1, § II.2.1.2, § II.2.1.3 y § II.2.1.4, en Flux3D. La Figura CII.54 muestra el resultado de la implementación.



**Figura CII.54.-** Modelo en Elementos Finitos (EEFF) del transformador de laboratorio.

FLUX es un programa modular de Diseño Asistido por Ordenador (firma CEDRAT), basado en el método de Elementos Finitos. Calcula, en 2D y 3D los estados magnético, eléctrico o térmico de dispositivos electro-técnicos. Estos estados permiten el acceso a numerosas magnitudes físicas locales o globales: campo, potencial, flujo, corrientes, potencia, energía, fuerza, etc.. Magnitudes que resultarían difíciles de obtener por otros métodos analíticos, medidas o ensayos. Incorpora numerosas funcionalidades que hacen de él un programa preciso y fiable, como por ejemplo análisis multiparamétrico, acoplamientos con circuitos externos y acoplamientos cinemáticos de rotación y de traslación, acoplamientos con otros programas como SPEED®, MATLAB/Simulink®, y la posibilidad de llevar a cabo análisis en régimen estático, armónico y transitorio.

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico muy general para la resolución de ecuaciones diferenciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física. El método se basa en dividir el cuerpo, estructura o dominio (medio continuo), sobre el que están definidas ciertas ecuaciones integrales que caracterizan el comportamiento físico del problema, en una serie de subdominios no intersectantes entre si denominados elementos finitos. Una importante propiedad del método es la convergencia, si se consideran particiones de elementos finitos sucesivamente más finas la solución numérica calculada converge rápidamente hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones [GONZ06].

La elección de FLUX frente a otras herramientas informáticas como: ELMER (*Multiphysics*), EMAP, FEMM, ANSYS o MAXWELL, se debe a la facilidad de implementación del transformador en el programa y a la potencialidad de las características que presenta (análisis de dispositivos sometidos a campos, análisis en regímenes estático, armónico y transitorio, generador de malla mixto, análisis multiparamétrico, acoplamiento magnético/eléctrico/térmico y mecánico, circuito eléctrico externo, materiales superconductores, amplias capacidades de importación (Iges, tep, DXF, Autocad®, Ideas®, Nastran®, Patran®, Pro Engineer®, Solidworks®, ...), modelos avanzados de pérdidas en el hierro y Co-simulación con MATLAB/Simulink®).

En FLUX resulta de suma importancia una buena definición de los materiales ya que en función de la misma se les asignan sus propiedades físicas; para ello cuenta con una base de datos que contiene características de diferentes tipos de materiales y añade la posibilidad al usuario de crear los suyos propios.

También resulta de trascendencia conocer los términos bajo los que se pretende resolver el problema; se debe fijar el punto inicial y final de la simulación, así, como si esta es temporal o espacial, el número de intervalos y el método de evolución de los intervalos.

### **II.2.4.1.- Validación del modelo de EEFF en BF.**

La validación del modelo en EEFF sigue un proceso similar al empleado en la validación del modelo circuital (§ II.2.3.1.1 y § II.2.3.1.2). En este caso se utiliza únicamente la determinación en el rango de frecuencias establecido, de la relación de transformación  $m$  tanto en el transformador de laboratorio como en el modelo. Posteriormente se comparan para determinar la frecuencia a la cual la diferencia porcentual entre ambas es del 5%. Las curvas se hallan y comparan en condiciones de vacío y de carga.



## Capítulo II: Generalidades

Los Gráficos CII.20 y CII.21 muestran el resultado de los ensayos (que en el caso de los efectuados sobre el transformador de laboratorio ya han sido realizados en la validación del modelo circuital, § II.2.3.1.1). Como se observa, en ambos casos las relaciones de transformación  $m_T$  calculadas para transformador y modelo siguen trayectorias prácticamente coincidentes hasta la frecuencia de 700 Hz; esto en principio indica que el modelo de EEFF podría ser utilizado en simulaciones hasta este rango de frecuencia. La explicación del por qué de este límite de validez se encuentra en limitaciones internas del propio programa de EEFF (ver conclusiones § II.2.4.2).

La diferencia en las formas de la trayectoria de la relación de transformación  $m_T$  halladas en vacío y carga para el modelo circuital (§ II.2.3.1.1) y las representadas en los Gráficos CII.20 y CII.21, son debidas al factor de escala empleado.

### EN VACÍO

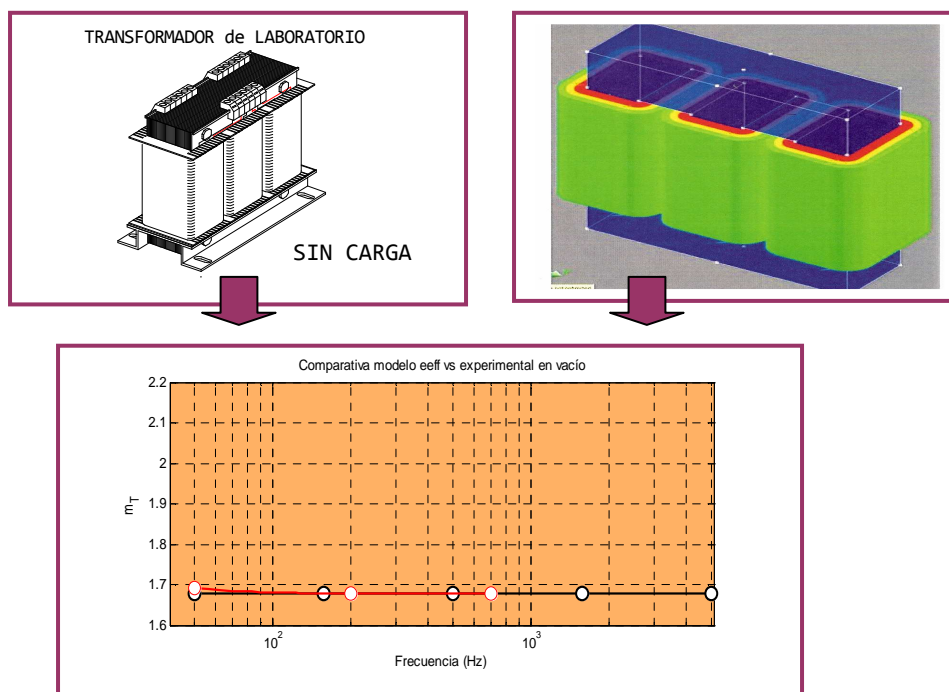
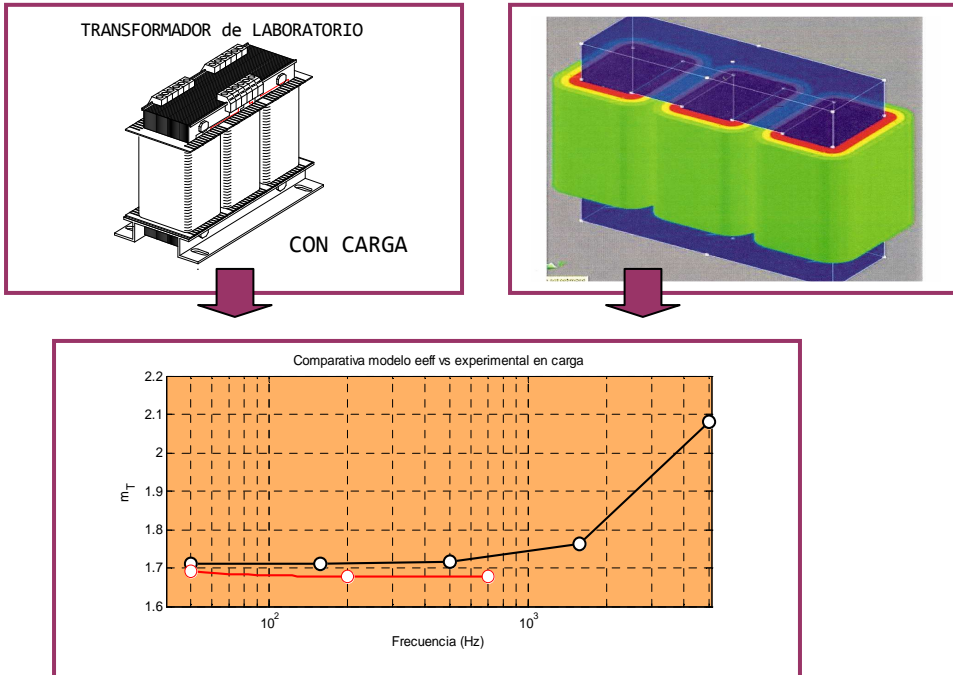


Gráfico CII.20.- Variación de  $m_T$  en el transformador y en el modelo de EEFF: en vacío.

Figura CII.55.- Validación modelo de EEFF en BF: medida de  $m_T$  en vacío.

**EN CARGA**



**Gráfico CII.21.-** Variación de  $m_T$  en el transformador y en el modelo de EEFF: en carga.

**Figura CII.56.-** Validación modelo de EEFF en BF: medida de  $m_T$  en carga.

**II.2.4.2.- Conclusiones sobre el modelo de EEFF en BF.**

El modelo de EEFF únicamente es posible utilizarlo para simulaciones realizadas por debajo de 700 Hz. El problema no se debe tanto a restricciones del software, si no a aquellas que provienen de la carencia de datos. Por encima de 700 Hz no han sido caracterizadas características físicas de los materiales necesarias para la resolución de las ecuaciones diferenciales. Bajo estas circunstancias el programa no es capaz de devolver resultados a esas frecuencias.

En resumen, actualmente este tipo de modelo presenta limitaciones provenientes de la caracterización de materiales que impiden profundizar en su estudio a AAF; se deja por tanto abierta una vía a futuros estudios encaminados por este campo<sup>(9)</sup>.

### II.3.- El transformador a Altas Frecuencias.

Los transformadores utilizados en sistemas de potencia (50-60 Hz), suelen funcionar a tensión y frecuencia relativamente constante, y las características eléctricas suelen ser: gran rendimiento, poca regulación de tensión y corriente de excitación débil. Sin embargo, en muchas aplicaciones importantes de los transformadores, la tensión y la frecuencia varían entre amplios límites. Por ejemplo, cabe mencionar los sistemas utilizados en la transmisión de sonido, en los cuales los transformadores deben funcionar en toda la banda de frecuencias audibles. Otras aplicaciones importantes de los transformadores se dan en circuitos de mando, medida y comunicaciones: para cambiar la tensión de un generador, para cambiar la impedancia aparente de una carga, para aislar la corriente continua entre circuitos, para permitir puestas a tierra independientes de los circuitos primario y secundario, o para invertir la fase de una tensión.

Es importante resaltar que aun siendo un dispositivo de diseño relativamente sencillo (carece de partes móviles), su desarrollo en procesos que requieren trabajar a AAF, puede ser compleja debido al comportamiento no lineal de algunos de sus parámetros y a la dependencia de la frecuencia de otros. Además, durante su funcionamiento a estas frecuencias, se llevan a cabo procesos físicos relevantes a gran velocidad.

Como sea que las características internas del transformador también dependen de la frecuencia, su comportamiento no será el mismo para las distintas ondas senoidales del espectro. En definitiva, en la transformación se originarán distorsiones de mayor o menor consideración [SMIT81].

En el trazado del circuito equivalente del transformador de AF, intervienen de forma determinante las capacidades entre espiras y entre devanados. En primer lugar, recordar que una bobina real puede representarse de acuerdo al esquema de la Figura CII.57 (a), donde se muestran las capacidades entre espiras de forma simplificada.

Además, el conductor que conforma la bobina  $L$  tiene una resistencia  $R$ , lo cual lleva a considerar el esquema de la Figura CII.57 (b) a base de características localizadas meramente aproximado; si se analiza, se advierten imperfecciones [RASO84]:

<sup>9)</sup> Una solución al problema deriva de la caracterización de probetas de los distintos materiales que conforman el trafo y la posterior introducción de los datos obtenidos en la base de datos de FLUX. Otra, de la adquisición de paquetes de software FLUX que incluyan la citada caracterización a esas frecuencias. Si bien, estos son dos extremos a considerar, la presente tesis no los aborda. El primero por alcance de la obra, el segundo debido a que, consultado el fabricante del programa, en la actualidad no se cuenta con dicha caracterización.

- La bobina puede poseer núcleo ferromagnético, lo cual conlleva pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas.
- Incluso sin material ferromagnético, la presencia de masas conductoras provoca pérdidas por corrientes parásitas.
- La existencia de materiales ferromagnéticos puede ser causa de que  $L$  no sea lineal.
- Con frecuencias elevadas se acusa el "efecto piel" (la variabilidad de la resistencia  $R$ ).

A pesar de lo dicho, generalmente se suele utilizar el esquema de la Figura CII.57 (b), por su simplicidad, y se supone que los elementos que lo constituyen son constantes dentro del campo de utilización (frecuencias e intensidades).

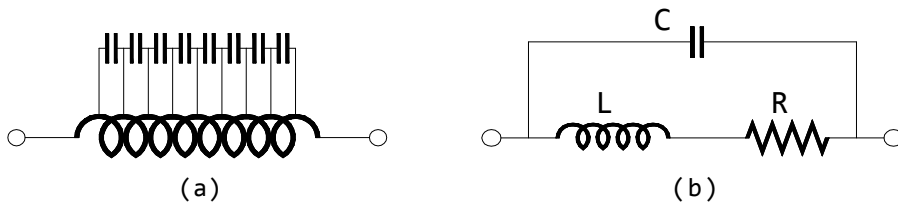


Figura CII.57.- Representación eléctrica aproximada de una bobina.

De acuerdo a estas premisas, y aún siendo resultado de simplificaciones conceptuales, es posible trazar un equivalente para el transformador de AF apropiado, Figura CII.58.

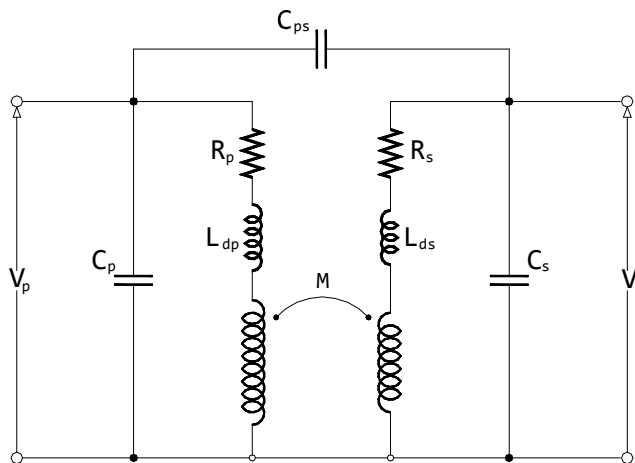


Figura CII.58.- Circuito equivalente del transformador de AF.

## Capítulo II: Generalidades

donde,

$R_p$  y  $R_s$ , son las resistencias de los devanados primario y secundario, respectivamente.

$L_{dp}$  y  $L_{ds}$ , son las reactancias de dispersión de los devanados primario y secundario.

$M$ , es la inductancia mutua entre el devanado primario y secundario.

$C_p$  y  $C_s$ , son las capacidades paralelo de los devanados primario y secundario.

$C_{ps}$ , es la capacidad entre el devanado primario y el secundario.

El circuito equivalente de la Figura CII.58, podría ser más complicado si se quisiera representar las pérdidas en el núcleo del transformador. Se prescinde de ellas en atención a lo reducidas que suelen ser a frecuencias elevadas.

Aún puede simplificarse más el circuito de la Figura CII.58, si se efectúa la reducción al primario de los elementos del secundario; en la Figura CII.59 (a) se muestra tal reducción y en la Figura CII.59 (b) se representa el mismo esquema asociando dos cuadripolos.

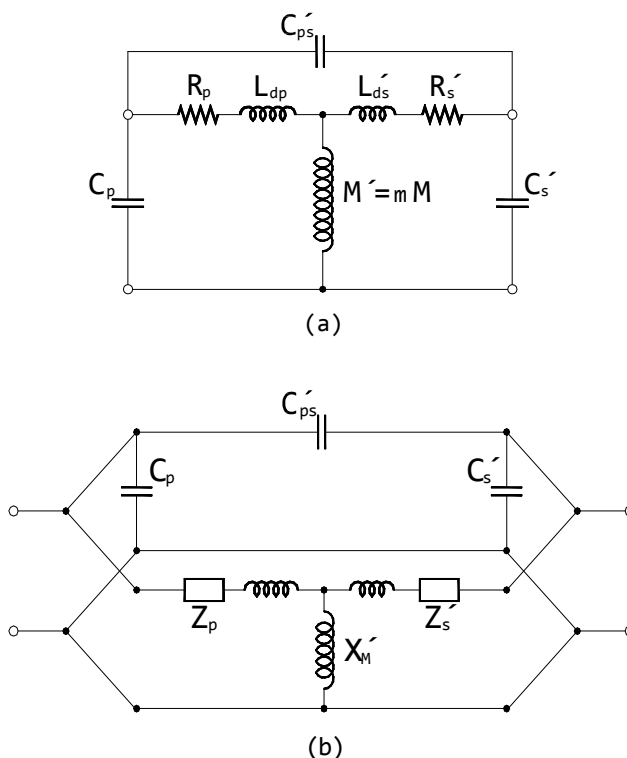
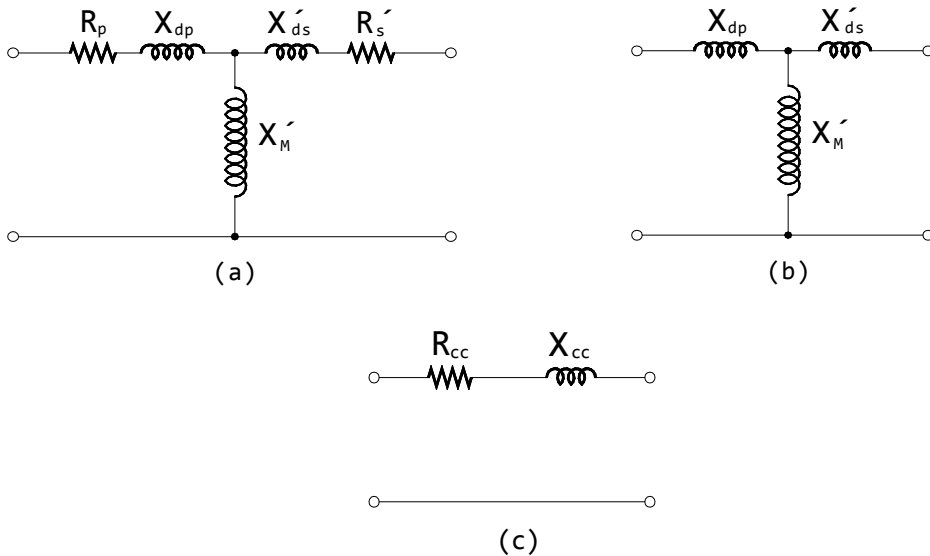


Figura CII.59.- Circuitos equivalentes simplificados del transformador de AF.

Si las frecuencias no son muy elevadas, puede servir, con suficiente aproximación, el circuito de la Figura CII.60 (a); si se trata de frecuencias medias, las reactancias pueden ser mucho mayores a las resistencias, quedando el circuito aún mas reducido, tal y como muestra la Figura CII.60 (b), e incluso se puede llegar a la simplificación del circuito de la Figura CII.60 (c) [RASO84].



**Figura CII.60.-** Circuitos equivalentes simplificados del transformador a frecuencias intermedias.

Es posible entonces llegar a la conclusión de que el esquema equivalente del transformador varía según la gama de frecuencias a las que va destinado.

De los efectos provocados en el transformador a altas frecuencias (Impedancia de cortocircuito, saturación, pérdidas en el hierro, corrientes parásitas y acoplamientos capacitivos), quizás sean los acoplamientos capacitivos los que tengan mayor influencia en el desarrollo del modelo debido al distinto valor que toman dependiendo de la disposición y diseño de los arrollamientos.

A modo de resumen se podría concluir que los modelos de transformador de AF normalmente utilizados, son resultado de simplificaciones conceptuales, cubren un espectro de frecuencias limitado y su forma varía según sea el rango de estas que cubre.

### II.3.1.- Características de amplitud y fase.

En un gran número de aplicaciones de los transformadores a la técnica de las comunicaciones, es fundamental que no exista distorsión entre las señales de entrada y salida, es decir, que las funciones que las representan sean lo más semejantes posible.

En la transformación de tensión de una onda sinusoidal se suele dar:

- la relación entre amplitudes  $V_p/V_s$ ,
- el desfase  $\varphi_{ps}$ , entre los vectores  $V_p$  y  $V_s$ .

Es evidente la dependencia de la frecuencia, tanto del cociente de las tensiones de entrada y salida, como del ángulo de desfase entre ambas.

A la característica  $V_p/V_s$  función de la frecuencia, se la denomina de *amplitud- frecuencia*, también *respuesta a la frecuencia* y, más impropriamente, *característica de frecuencia* (lo ideal es que esta característica sea plana o muy aplanada).

La característica anterior, por si sola, no evita la distorsión. Al ser el desfase  $\varphi_{ps}$ , función de la frecuencia, unas componentes frecuenciales sufrirán corrimiento de fase respecto a otras. La función de  $\varphi_{ps}$  constituye la *característica desfase-frecuencia* o, brevemente, *característica de fase* [RASO84].

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos





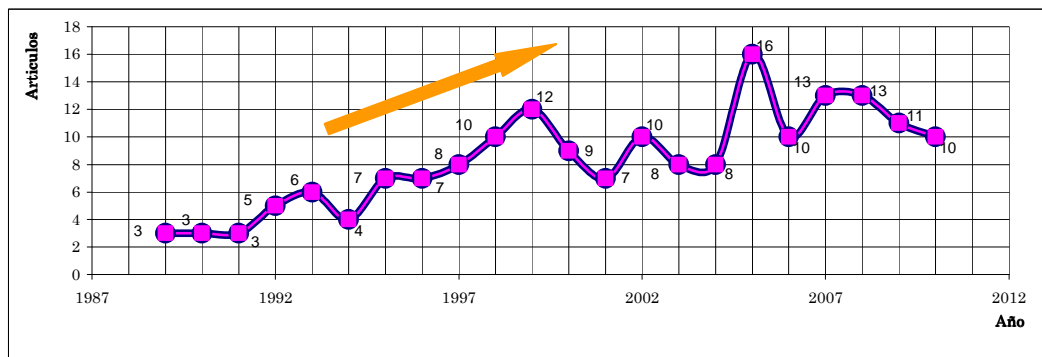
### III.1.- Introducción

La tecnología eléctrica ha desarrollado modelos equivalentes del transformador que son capaces de simular su comportamiento con un elevado grado de exactitud a las frecuencias normales de operación (ver § II.2, capítulo II). Sin embargo, su conducta no es la misma cuando se hallan inmersos en sistemas que funcionan con señales de AF.

Al igual que ocurre con los sistemas convencionales, convendría disponer de modelos específicos preparados para simular su conducta a estas AAF. Como se ha visto, aunque existen algunos, resultan generalistas, no cubren las frecuencias más elevadas o no se ajustan a las características específicas de un transformador determinado.

En orden a paliar el problema es continua la búsqueda de modelos más versátiles, capaces de incorporar, por ejemplo, los fenómenos físicos que se desencadenan a estas frecuencias o de reproducir fielmente el funcionamiento de un transformador concreto.

Aún tratándose de un problema de extraordinaria complejidad, debido al difícil tratamiento de los factores que intervienen, en los últimos 20 años se ha observado un notable incremento en el número de estudios que tienen como base el desarrollo de este tipo de modelos. El Gráfico CIII.1 muestra la evolución cronológica en su número (exclusivamente referida a artículos IEEE publicados).



**Gráfico CIII.1.-** Evolución en el número de estudios sobre modelos del transformador en AF.

Básicamente, los modelos descritos en la literatura permiten su división, en cuanto al concepto empleado para su diseño, en tres grandes bloques:

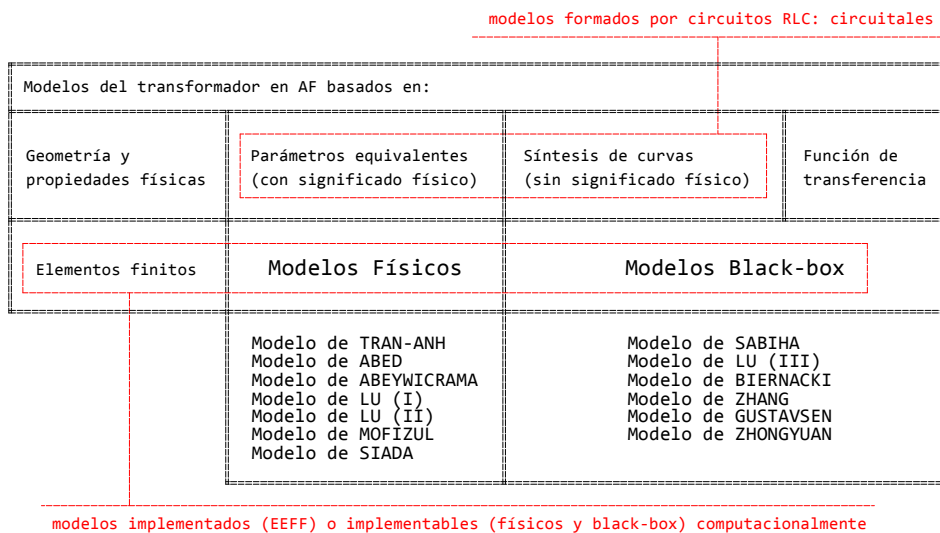
1º.- Los obtenidos a partir de la geometría y propiedades físicas del transformador. Por ejemplo, aquellos representados por el método de elementos finitos (EEFF).

## Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

2º.- Aquellos constituidos por redes de componentes pasivos (resistencias, inductancias y condensadores) conectados entre sí de acuerdo a criterios personales del autor. Cada componente involucrado tiene un significado, simula alguno de los fenómenos que se desencadenan a AAF. Podrían ser denominados **modelos físicos**.

3º.- Los centrados en la consecución de una respuesta acorde a la ofrecida por el transformador. Prescinden del análisis de cualquier fenómeno físico. Pueden ser obtenidos a través de la síntesis de curvas a redes RLC o bien estar basados únicamente en la función de transferencia del trafo. Podrían ser denominados **modelos black-box**.

Los modelos físicos y los modelos black-box obtenidos por síntesis, pueden ser además, debido a su estructura, denominados modelos circuitales; y de forma general, todos ellos pueden ser implementados computacionalmente (MATLAB, EMT, etc.).



**Figura CIII.1.-** Clasificación de modelos del transformador en AF.

A continuación, se presenta una selección de modelos físicos y black-box, extraída de la bibliografía IEEE; de su revisión, se obtienen los rasgos globales de las técnicas que rigen su modelado (conclusiones) y características generales de diseño (tabla comparativa).

EXPOSICIÓN DE MODELOS  $\Rightarrow$  CONCLUSIONES Y TABLA COMPARATIVA  
 (“Físicos” y “Black-Box”)

A final del capítulo, como complemento, también se añaden aspectos relativos al diseño del transformador en AF que aportan otra visión e ideas para su modelado.

### III.2.- Modelos Físicos.

Los modelos físicos están formados por redes de componentes, normalmente resistencias, inductancias y condensadores, conectados entre si de acuerdo a configuraciones que son capaces de simular fenómenos físicos que se desarrollan en el transformador cuando este trabaja a AAF (p.e. inductancias de fuga, de magnetización, las capacitancias que aparecen entre elementos constructivos, etc.); consiguen un objetivo doble: por un lado analizan algunos de los fenómenos que se desencadenan en el transformador a AAF, y por otro, el modelo obtiene respuestas que se ajustan a las ofrecidas por el transformador bajo estudio. Normalmente se elaboran de acuerdo a consideraciones de índole magnética, eléctrica e incluso térmica o constructiva.

Puesto que pueden ser implementados computacionalmente, su validación puede ser llevada a cabo por comparación entre parámetros característicos medidos en el transformador de laboratorio, y el valor de los mismos parámetros simulados sobre el modelo implementado en uno de estos programas computacionales (p.e. MATLAB).

#### III.2.1.- Modelo de TRAN-ANH.

Los autores T. Tran-Anh, P. Auriol y T. Tran-Quoc [TRAN06], proponen dos modelos de transformador para frecuencias de hasta 10 MHz. La división se debe a dos motivos fundamentales: el primero, la dificultad que supone el realizar un único modelo que cubra amplios espectros de frecuencia; el segundo, la diferenciación introducida por la medida de la impedancia del transformador que pone de manifiesto que por encima de una determinada frecuencia el núcleo de hierro no tiene efecto en el valor de la medida de la impedancia característica.

Los modelos propuestos son:

- Modelo de media frecuencia (MF) hasta 100 kHz: donde el núcleo de hierro es incluido en el modelo como parte del transformador ideal.
- Modelo de alta frecuencia (AF) de 100 kHz a 10 MHz: donde el transformador ideal, y con él el núcleo, desaparecen del modelo.

Ambos modelos son representados por circuitos simples RLC, que son de fácil implementación en software de simulación tipo ATP/EMTP que permite simular la respuesta del modelo y comparar los resultados con las medidas realizadas sobre el transformador.

### III.2.1.1.- Modelo en media frecuencia (MF).

La Figura CIII.2 presenta el modelo en media frecuencia de un transformador trifásico, con núcleo de hierro y conexión triángulo-estrella resultado de añadir al modelo del transformador ideal los siguientes elementos:

- 1.- Impedancia de fugas de los devanados de cada fase ( $Z_l$ ).
- 2.- Impedancia de magnetización de los devanados de cada fase ( $Z_m$ ).
- 3.- Capacitancias de los devanados que incluyen:
  - Capacitancia entre devanados y masa ( $C_1$  y  $C_2$ )
  - Capacitancias entre la parte externa e interna de los devanados del lado de alta tensión, AT, y la parte exterior de los devanados del lado de baja tensión, BT (denominadas genéricamente  $C_{12,1}$  y  $C_{12,2}$ , respectivamente).

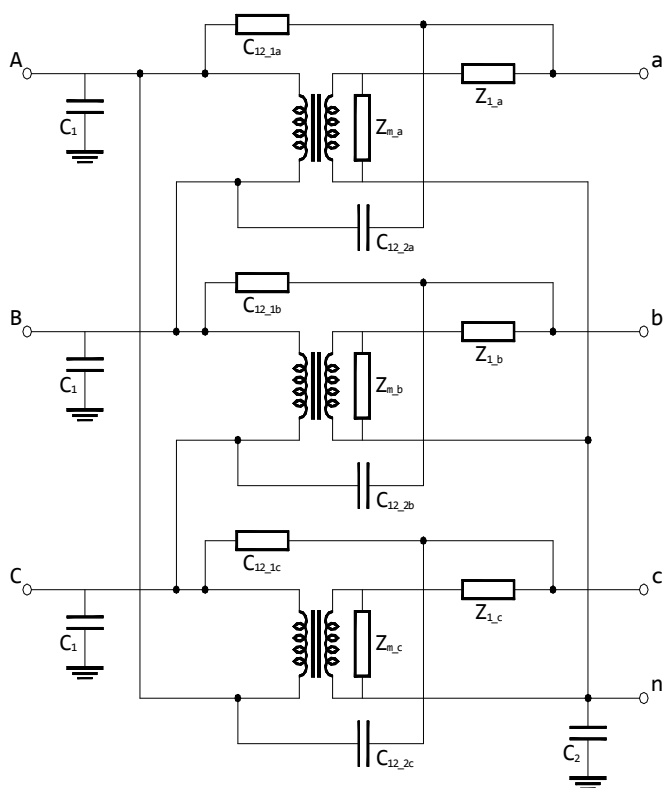
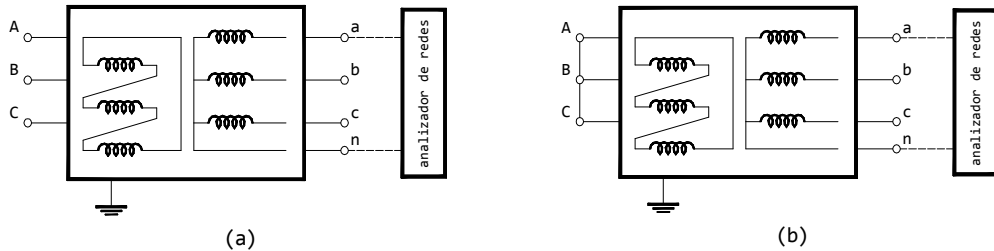


Figura CIII.2.- Modelo del transformador de potencia en MF de Tran-Anh.

**III.2.1.1.1.- Medidas en el modelo MF.**

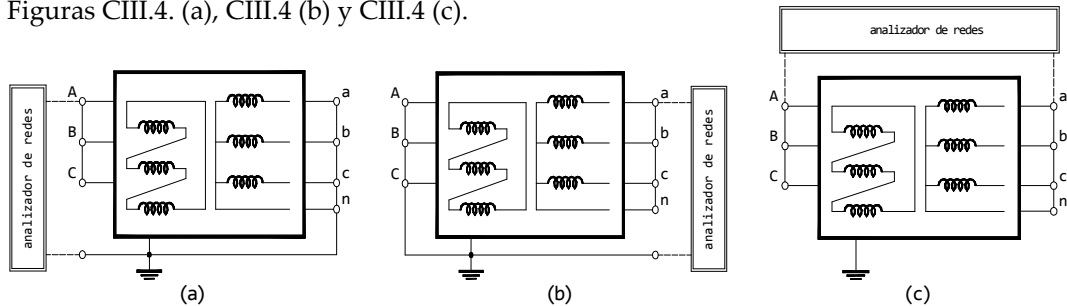
Los parámetros del modelo se determinan a partir de la medida de impedancias en el dominio de la frecuencia mediante un analizador de redes. Se necesitan tres clases de medidas: en circuito abierto, en cortocircuito y la medida de las capacitancias.

La Figura CIII.3 muestra los esquemas de conexión para la toma de medidas en circuito abierto (a) y en cortocircuito (b).



**Figura CIII.3.-** Esquemas de conexión para medida de impedancias en circuito abierto y cortocircuito.

Para la medida de las capacitancias, es necesario realizar tres configuraciones diferentes que se denominan Capa1, Capa2 y Capa3 las cuales corresponde respectivamente a las Figuras CIII.4. (a), CIII.4 (b) y CIII.4 (c).



**Figura CIII.4.-** Esquemas de conexión para la medida de las capacitancias.

**III.2.1.1.2.- Determinación de parámetros en el modelo MF.**

1) Impedancia de fuga ( $Z_l$ ).

De acuerdo al esquema de la Figura CIII.3 (b), cuando se tienen cortocircuitados los terminales del devanado primario (AT), no circula flujo en el núcleo de hierro y por tanto la impedancia de magnetización se vuelve cero.

Por otro lado, las fases del lado de baja tensión (BT) están en circuito abierto, lo que significa que la impedancia equivalente es infinita; en realidad, las capacitancias tienen un valor mucho más elevado que el de la impedancia de fuga de la fase medida. Por consiguiente, la medida reproduce la impedancia de fuga característica de la fase correspondiente. Puesto que esta es inductiva y lineal,  $Z_1$  puede ser representada por una resistencia y una inductancia en paralelo como se muestra en la Figura CIII.5.

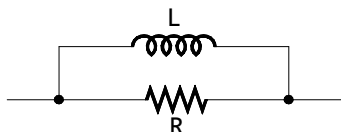


Figura CIII.5.- Circuito equivalente de la impedancia de fuga

El valor de la inductancia ( $L$ ) se determina utilizando la expresión:  $L = \frac{\Delta|Z(f)|}{2\pi\Delta f}$  [III.1]

donde,

$\Delta|Z(f)|$ : variación de magnitud de la impedancia en el intervalo frecuencias estimado.

$\Delta f$ : variación de la frecuencia.

El valor de la resistencia  $R$  puede ser calculado como la parte real de la admitancia del circuito abierto  $Y_1 = 1/Z_1$ . Para las fases "b" y "c" el resultado es el mismo que para la "a".

### 2) Impedancia de magnetización ( $Z_m$ ).

Cuando el devanado primario (AT) está abierto, la impedancia medida corresponde a la impedancia de fuga ( $Z_1$ ) y de magnetización ( $Z_m$ ) en serie (Figura CIII.3 (a)).

La medida de la impedancia en circuito abierto (Figura CIII.3 (a)) presenta una diferencia con respecto a la medida en cortocircuito consistente en una zona anti-resonante (se manifiesta como un pico en la magnitud de la impedancia), en la zona de bajas frecuencias. La diferencia se debe a la presencia de la impedancia de magnetización  $Z_m$ ; que con esta característica puede ser representada por un circuito paralelo RLC:

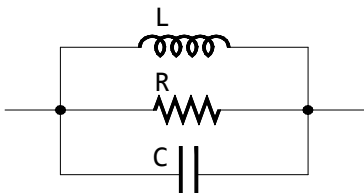


Figura CIII.6.- Circuito equivalente de la impedancia de magnetización  $Z_m$ .

Los valores de los componentes R, L y C son calculados de acuerdo a las siguientes

expresiones:  $R = |Z(\omega_0)|$  [III.2];  $L = \frac{R}{Q\omega_0}$  [III.3];  $C = \frac{Q}{\omega_0 R}$  [III.4]

donde,  $\omega_0$ : velocidad angular del punto de anti-resonancia  
 Q : factor de calidad calculado en la banda de -3dB

Mientras que las medidas en circuito abierto para las fases “a” y “c” son muy similares, para la fase “b” difieren. Esto se debe a que el bobinado de la fase “b” se realiza sobre la columna central del transformador lo que le confiere un valor del punto de anti-resonancia mayor que el de las fases “a” y “c”. Como consecuencia, los parámetros de la impedancia de magnetización ( $Z_m$ ) para las fases “a” y “c” son los mismos, mientras que la fase “b” tiene los suyos propios.

3) Capacitancias.

En la medida de las capacitancias (montajes Figura CIII.4), donde todos los terminales están cortocircuitados, las impedancias de fuga y magnetización se ignoran.

Se supone que  $C_1$  y  $C_{12}$  representan la capacitancia total de cada fase entre el devanado primario (AT) y masa, y la capacitancia entre devanados (AT y BT), respectivamente.

En la medida de la “Capa1” aparece una resonancia que casi desaparece en la medida de la “Capa3”. La aparición de esta resonancia indica que a la capacitancia del modelo ( $C_{12}$ ) es necesario añadir un circuito R, L, C, que la represente (ver Figura CIII.7)

El cálculo de la capacitancia  $C_{12}$  se lleva a cabo en dos pasos:

- Paso 1: Se realizan las medidas de las capacitancias de “Capa1”, “Capa2” y “Capa3” a 100 kHz para poder plantear así un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$C_1 + C_{12} = \text{Capa1}; \quad C_2 + C_{12} = \text{Capa2}; \quad C_1 + C_2 = \text{Capa3}$$

- Paso 2: Después de calcular  $C_{12}$ , se determina el valor de los elementos del circuito equivalente (Figura CIII.7) con la ayuda de un analizador de redes.

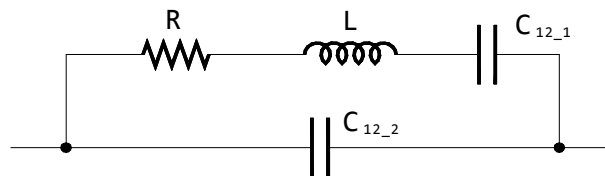


Figura CIII.7.- Circuito equivalente para la capacitancia  $C_{12}$  del modelo MF.



### III.2.1.1.3.- Comparación resultados entre transformador real y modelo MF.

Para la validación del modelo propuesto, se implementa en ATP/EMTP y mediante la función FREQUENCY SCAN se simulan características del modelo en el dominio de la frecuencia. La comparación entre las medidas tomadas en el transformador real y la simulación demuestra la buena aproximación del modelo.

### III.2.1.1.4.- Señal de transferencia del modelo MF.

Calcular la función de transferencia del modelo y comparar su respuesta con la medida real, representa un paso de suma importancia para demostrar su validez.

Para determinarla se considera el modelo como un “two-port” al cual se conecta un generador; también se conectan dos osciloscopios a la entrada y salida del “two-port” para medir la forma de la señal de tensión entre los terminales.

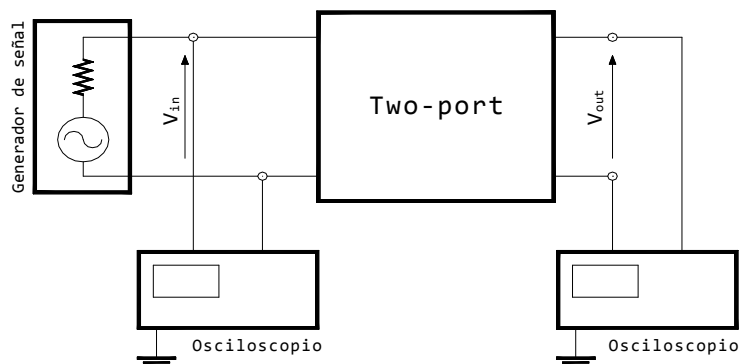


Figura CIII.8.- Configuración para la medida de la señal de transferencia en MF.

Comparar ambas funciones de transferencia (real y del modelo), supone llevar a cabo medidas bajo diferentes escenarios, uno de ellos se muestra en la Figura CIII.9.

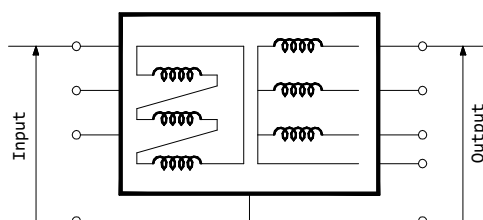


Figura CIII.9.- Una de las conexiones utilizadas para la medida de la señal de transferencia.

### III.2.1.2.- Modelo en alta frecuencia (AF).

En el modelo AF, el transformador ideal (y por tanto el núcleo), desaparece de la configuración; se tienen en cuenta: Resonancias y Capacitancias (iguales a las del modelo en MF salvo que la capacitancia  $C_{12}$  es pura, sin el circuito RLC en paralelo).

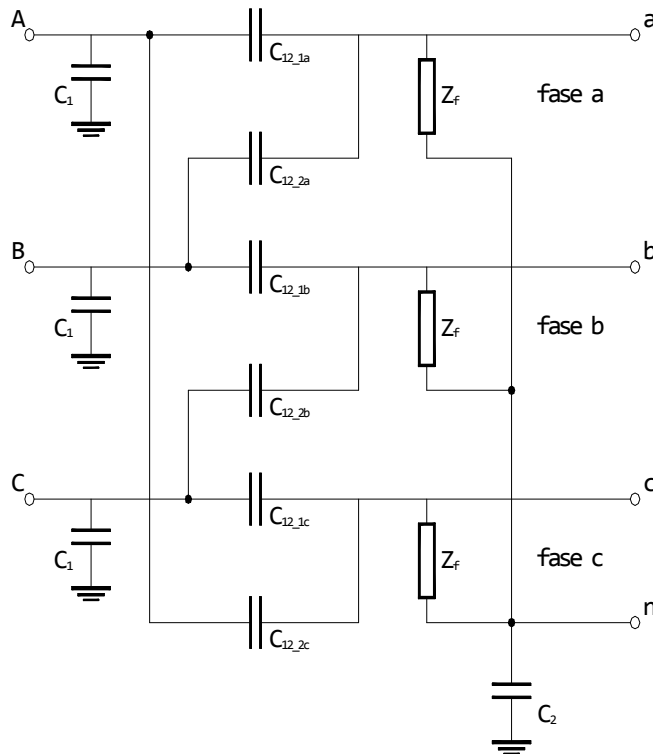


Figura CIII.10.- Modelo de transformador de potencia en AF de Tran-Anh.

#### III.2.1.2.1.- Medidas en el modelo AF.

Para determinar los parámetros del modelo de alta frecuencia (AF), solo se evalúa el valor de la resonancia. Puesto que el valor de la impedancia equivalente de las capacitancias es relativamente mucho mayor que  $Z_f$  (resonancia), es suficiente la medida en circuito abierto (Figura CIII.3 (a)) para el propósito buscado.

### III.2.1.2.2.- Determinación de parámetros en el modelo AF.

#### 1) Resonancia ( $Z_i$ ).

Dado que la medida para las tres fases es la misma, solo es necesario realizarla en una de ellas; el circuito equivalente es, obviamente, el mismo para las tres fases.

En realidad,  $Z_i$  tiene la misma frecuencia característica que  $Z_m$ , y por tanto puede ser representada por un circuito RLC en paralelo; el cálculo de parámetros es como el de  $Z_m$ .

#### 2) Capacitancias.

El sistema de capacitancias usado en el modelo AF es el mismo al utilizado en el modelo de media frecuencia (MF).

### III.2.1.2.3.- Señal de transferencia del modelo AF.

En orden a verificar el buen comportamiento del modelo se procede a utilizar un equipo capaz de chequear automáticamente, en alta frecuencia, la función de transferencia.

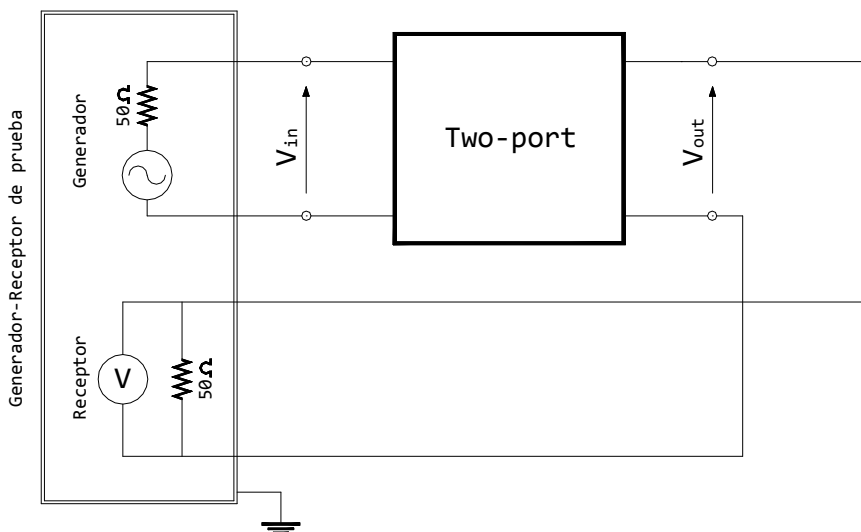


Figura CIII.11.- Configuración para la medida de la señal de transferencia en AF.

Al igual que en el caso de media frecuencia, comparar ambas funciones de transferencia (real y del modelo), supone llevar a cabo medidas bajo diferentes escenarios.

### **III.2.2.- Modelo de ABED.**

El modelo de transformador propuesto por Nagy Y. Abed y Osama A. Mohammed [ABED10], añade una rama de alta frecuencia que permite representar las resonancias serie y paralelo desde la media a la alta frecuencia causadas por capacitancias aparecidas entre las espiras del bobinado o entre las espiras y tierra. Los parámetros de los devanados en alta frecuencia son obtenidos mediante un análisis no lineal por Elementos Finitos (EEFF). La capacitancia propia de cada conductor y las mutuas entre las espiras, son calculadas por un análisis electrostático en EEFF.

La respuesta en frecuencia se obtiene acoplado al modelo en EEFF, circuitos eléctricos externos. Esta técnica permite realizar la representación física del comportamiento no lineal de la magnetización así como poner en evidencia la fuerte dependencia de los parámetros del transformador con la frecuencia. La respuesta en frecuencia se ajusta con funciones racionales. Esta función ajustada se utiliza para elaborar la rama dependiente de la frecuencia (*frequency dependent branch*, FDB), la cual es conectada en paralelo con la frecuencia nominal del modelo. La rama FDB permite representar el comportamiento del transformador en un amplio espectro de altas frecuencias.

#### **III.2.2.1.- Consideraciones del modelo de Elementos Finitos.**

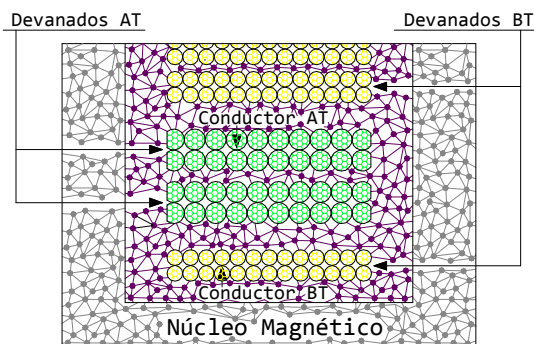
Puesto que parte del análisis del modelo se realiza por medio de EEFF, se han de definir los criterios básicos de diseño.

La simulación se realiza sobre un transformador monofásico de 125 kVA, 60 Hz. Los devanados primario y secundario se representan por rectángulos de un material de la librería del software de EEFF. El núcleo magnético es de un material magnético no lineal isotrópico definido por su curva de saturación.

Cabe indicar que el modelo EEFF tiene 11.254 elementos de segundo orden con 22.541 nudos (Figura CIII.12).

El campo magnético dentro del transformador es regido por ecuaciones no lineales en derivadas parciales en las que intervienen la tensión aplicada, la densidad de corriente, la reluctancia magnética y la conductividad eléctrica.

La corriente en el circuito es regida por ecuaciones de malla que consideran los vectores de tensión y corriente de cada malla, las matrices de resistencias e inductancias, la matriz inversa de capacitancias y la matriz de tensión no lineal.



**Figura CIII.12.-** Croquis de la geometría del transformador en EEF utilizado en el modelo de Abed.

### III.2.2.2.- Cálculo de los parámetros de alta frecuencia.

Cuando al transformador se le aplica una serie de pulsos modulados en anchura (PWM), su resistencia, inductancia y capacitancia, desarrollan un comportamiento diferente al que mantendrían a bajas frecuencias.

Los efectos piel y proximidad de los devanados causan que el valor de la resistencia sea mucho mayor que a bajas frecuencias.

El valor de la inductancia decrece con el incremento de la frecuencia de operación.

La capacitancia de los devanados, cuyo efecto solo se nota a altas frecuencias, se distribuye en varias partes del mismo (espira a espira y espira a tierra).

#### A) Cálculo de la resistencia.

La resistencia y la inductancia del transformador se calculan, en función de la frecuencia, por métodos numéricos en los cuales se incluyen los efectos de las corrientes de Eddy en el conductor y en el núcleo de hierro. Considerar este efecto exige asignar dos propiedades al material del núcleo: la permeabilidad no lineal y la resistividad.

La solución, no lineal, se obtiene asignando diferentes valores de permeabilidad a la malla dependiendo del vector de la densidad de flujo.

El cálculo del valor de la resistencia en función de la frecuencia pone de manifiesto la fuerte dependencia entre ellas, mostrando que la primera crece a mayor ritmo cuanto mayor es la frecuencia.

### B) Cálculo de la inductancia.

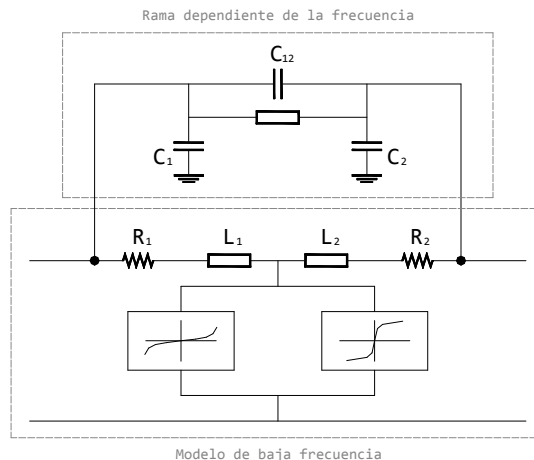
Se considera la inductancia global  $L$  para un conductor que incluye la auto inductancia del conductor escogido, así como la inductancia mutua debida a otros conductores. Con el incremento de la frecuencia, hay menos penetración de flujo en el hierro lo que causa que a partir de una determinada frecuencia la inductancia sea casi constante.

### C) Cálculo de la capacitancia.

Calcular las capacitancias electrostáticamente, exige considerar que estas son función de la geometría más que de la frecuencia. Se asume que el análisis electrostático es un análisis lineal en el que el campo eléctrico es proporcional a la tensión aplicada. El análisis determina la distribución de un potencial escalar causado por la tensión aplicada. La matriz de capacitancias a tierra se calcula a partir de la energía electrostática almacenada al aplicar una tensión sobre los devanados.

### III.2.2.3.- Modelo global.

El modelo global consta de dos ramas en paralelo: una para bajas y otra para altas frecuencias.



**Figura CIII.13.-** Circuito equivalente de transformador de alta frecuencia de Abed.

La rama de baja frecuencia es responsable de la respuesta del transformador para operaciones de potencia, mientras que la rama de alta frecuencia captura señales dinámicas de alta frecuencia, tales como sobretensiones o picos de corriente.

### III.2.3.- Modelo de ABEYWICRAMA.

Los autores N. Abeywickrama, Y. V. Serdyuk y S. M. Gubanski [ABEY08], presentan el modelo de un transformador trifásico y su diagnóstico por el análisis de su respuesta en frecuencia (FRA).

El análisis de la respuesta en frecuencia (FRA) es una técnica pionera para evaluar la integridad mecánica de los transformadores de potencia. Con anterioridad, la medida de las inductancias de fuga era el método tradicional para detectar cambios en la geometría del devanado. Sin embargo, la práctica demuestra que por este método solo se detectan las deformaciones radiales, mientras que las deformaciones axiales apenas son observables ya que estas apenas producen cambios en el flujo de las pérdidas.

En el método FRA, la respuesta a altas frecuencias está únicamente determinada por la geometría del transformador. Las deformaciones mecánicas cambian el valor de los parámetros capacitivos e inductivos, y estas desviaciones son vistas en el espectro de FRA; las características del sistema de aislamiento (papel, cartón y aceite), y de los componentes del circuito magnético (acero del núcleo), también influyen en el valor de las inductancias y capacitancias provocando desviaciones en la respuesta en frecuencia.

El modelo planteado incluye el comportamiento en alta frecuencia de las láminas del núcleo y el aislamiento teniendo en cuenta la dependencia de la frecuencia de la permeabilidad de los materiales aislantes (papel, cartón y aceite), del núcleo magnético y de los conductores e integra todos los parámetros para simular la respuesta en frecuencia de la impedancia en circuito abierto, en cortocircuito y entre los devanados primario y secundario.

Las características de los elementos del modelo son calculados por el método de elementos finitos (EEFF). La correcta representación de cada elemento del modelo es analizada por comparación con los resultados de las medidas en el transformador real.

Se pueden utilizar fórmulas analíticas basadas en sencillas representaciones geométricas o en cálculo numérico, para estimar los parámetros del circuito.

El efecto diamagnético de los devanados y el de la permeabilidad del material del núcleo (que cuenta para las características de las uniones entre los yugos y columnas), se incluyen en los cálculos de inductancias y resistencias, los cuales se implementan en un software de elementos finitos (EEFF).

A la hora de calcular capacitancias y conductancias se tiene en cuenta la dependencia de la frecuencia de la permeabilidad del aislante de papel o cartón bajo diferentes condiciones (por ejemplo de humedad y temperatura).

**III.2.3.1.- Modelo global.**

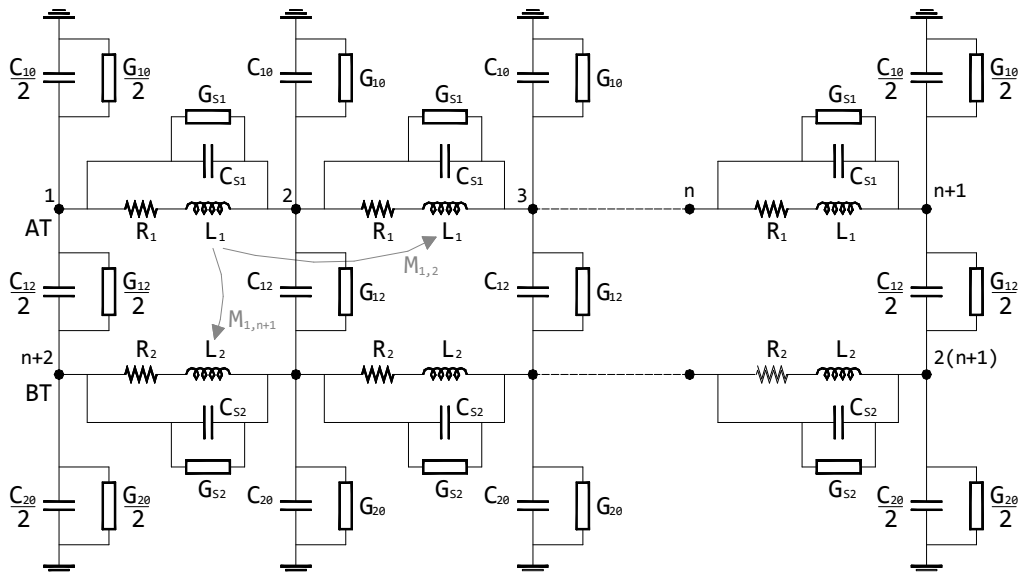
El modelo global se representa mediante un conjunto de inductancias, capacitancias y resistencias que consta de diferentes partes.

El tamaño de la sección de devanado debe ser lo bastante pequeña como para considerar que la corriente que fluye es constante; su tamaño mínimo viene determinado por el ancho de banda deseado para el modelo y por la geometría de los devanados.

A frecuencias relativamente bajas (de 50 Hz a unos pocos cientos de Hercios), el efecto capacitivo de la corriente no es significativo por lo que solo la fuerza electromotriz inducida y la caída de tensión se tienen en cuenta para el modelado de un devanado que está constituido por su autoinductancia, la inductancia mutua, y la resistencia.

A altas frecuencias esta aproximación no es valida y la corriente comienza a hacerse significativa, debido a lo cual se añaden acoplamientos capacitivos que representan los efectos entre las diferentes partes del modelo o con otros cuerpos conductivos.

Se obtiene entonces el modelo completo del transformador como un conjunto de bloques interconectados (Figura CIII.14).



**Figura CIII.14.-** Modelo global del transformador de alta frecuencia de Abeywickrama.



### Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

---

Los parámetros del modelo son los siguientes:

$C_{10}$ ,  $C_{20}$  capacitancia a tierra de los devanados de alta (AT) y baja tensión (BT);  
 $G_{10}$ ,  $G_{20}$  conductancia a tierra de los devanados de alta (AT) y baja tensión (BT);  
 $C_{12}$ ,  $G_{12}$  capacitancia y conductancia entre los devanados de alta (AT) y baja tensión (BT);  
 $C_{S1}$ ,  $C_{S2}$  capacitancia serie de los devanados AT y BT;  
 $G_{S1}$ ,  $G_{S2}$  conductancia serie de los devanados AT y BT;  
 $L_1$ ,  $L_2$  inductancias de los devanados AT y BT;  
 $R_1$ ,  $R_2$  resistencias de los devanados AT y BT;  
 $M_{i,j}$  inductancia mutua entre los  $i$ th y  $j$ th elementos de los devanados.

El modelo global consiste en una serie de elementos capacitivos, inductivos y resistivos todos dependientes de la frecuencia. Las ramas de resistencias e inductancias representan las pérdidas en corriente continua y alterna (efectos piel y proximidad), y las pérdidas por corrientes de Eddy.

El circuito modelo se implementa en MATLAB como un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento físico de los elementos del circuito (implementarlos en Pspice ofrece mayor dificultad, sobre todo en lo que se refiere a la inductancia mutua cuando esta depende de la frecuencia).

El modelo consta en  $n$  pares de bloques relativos a los devanados de alta (AT) y baja (BT), resultando  $2(n+1)$  nodos y  $2n$  ramas inductivas con sus correspondientes capacitancias, conductancias y resistencias. Si se considera el balance de corrientes en cada nodo y las relaciones tensión–corriente en cada elemento inductivo, se obtendrá el menor número de variables [corrientes inducidas ( $i$ ) y tensiones en los nodos ( $v$ )] para representar el modelo, como un modelo espacial de estado multipuerta en el cual el vector de estado ( $X$ ) esta formado por tensiones de nodo ( $V$ ) y corrientes inducidas ( $I$ ).

La ecuación matricial, que representa la respuesta en frecuencia de todas las tensiones de nodo y corrientes inducidas, se expresa como:

$$X^* = A \cdot X + B \cdot V_k \quad \text{[III.5]}$$

donde,

$$X^* = \begin{bmatrix} V^* \\ I^* \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -C^{-1}G & C^{-1}\Gamma \\ -L^{-1}\Gamma^T & -L^{-1}R \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -C^{-1}G \\ L^{-1}P \end{bmatrix}$$

Identificando cada uno de los elementos que intervienen:

$V^*$  e  $I^*$  son, respectivamente, las derivadas de las matrices  $V$  e  $I$ .

$L$  y  $R$  son las matrices cuadradas para la inductancia efectiva (propia y mutua) y para la resistencia de los devanados.

Las matrices  $C$  y  $G$  representan la capacitancia y la conductancia entre partes de los devanados y de los elementos conectados a tierra.

La matriz  $\Gamma$  conecta las ecuaciones de tensión y corriente (consiste en 1, -1 y 0).

Las matrices  $P$  y  $Q$  están formadas por columnas extraídas de las matrices  $\Gamma$ ,  $C$  y  $G$  al aplicar tensión externa a un nodo.

Es posible obtener la función de transferencia de todas las variables de estado con respecto a la tensión aplicada ( $V_k$ ) tomando la transformada de Laplace de:

$$H(s) = X(s)/V_k(s) = (sI - A)^{-1} \cdot B \quad \text{[III.6]}$$

Donde  $s$  es el operador de Laplace,  $A$  y  $B$  son constantes e  $I$  es la matriz identidad; esta última tiene el número de columnas y filas igual al de la matriz de estado  $X$ .

En el caso de transformadores trifásicos, los cuales se consideran como tres transformadores monofásicos conectados en cualquiera de sus configuraciones (estrella o triángulo), las matrices descritas se modifican para tener en cuenta el acoplamiento mutuo entre los devanados de diferentes ramas del transformador y las conexiones de los devanados. El número de filas y columnas de las matrices es 3 veces mayor que para los monofásicos.

### **III.2.3.2.- Cálculo de los parámetros del circuito.**

Las capacitancias y las conductancias del modelo son aproximadas por medio de fórmulas analíticas basadas en consideraciones geométricas. La misma aproximación no se aplica en el caso de la naturaleza compleja y anisótropa del núcleo laminado, por lo que se utiliza el método de EEFF para hallar las inductancias y resistencias del modelo.

#### **A) Capacitancia y conductancia.**

La capacitancia del sistema físico se define por su geometría y la permeabilidad relativa del material dieléctrico. En los dieléctricos aparecen pérdidas debidas a fenómenos de polarización y conducción. En el modelo propuesto, aparece una rama paralela que representa estas pérdidas.

La admitancia  $Y$  del circuito paralelo expresada por medio de su permeabilidad relativa ( $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ ) y capacitancia geométrica ( $C_{Geo}$ ) es:

$$Y = j\omega\epsilon^* C_{Geo} = \omega\epsilon'' C_{Geo} + j\omega\epsilon' C_{Geo} = G + j\omega C \quad [III.7]$$

donde  $C = \epsilon' C_{Geo}$  y  $G = \omega\epsilon'' C_{Geo}$  representan la capacitancia y conductancia del circuito paralelo del modelo (p.e.  $C_{10}$  y  $G_{10}$  en la Figura CIII.14).

Para transformadores en los cuales se utilizan varios materiales dieléctricos, se tiene en cuenta el orden geométrico de los componentes aislantes para calcular su permeabilidad relativa efectiva; también se tiene en cuenta la permeabilidad del papel ( $\epsilon_p^*$ ), cartón ( $\epsilon_{pb}^*$ ) y aceite ( $\epsilon_{oil}^*$ ), las cuales pueden ser obtenidas a partir de medidas de su respuesta en frecuencia en muestras de estos materiales.

### B) Inductancia efectiva y resistencia.

Considerando las grandes diferencias en las dimensiones de los componentes de un transformador de potencia, donde el tamaño del núcleo puede ser del orden de metros y el diámetro de los devanados del orden de milímetros, desarrollar un modelo detallado y preciso que reproduzca los procesos electromagnéticos es una tarea complicada. Medios de cálculo que simultáneamente incluyan tamaños de componentes tan dispares exige la aplicación de recursos informáticos de gran capacidad.

Esta desventaja se supera desarrollando un análisis a dos niveles: uno para pequeños y otro para grandes tamaños. Primero, la permeabilidad compleja efectiva de los componentes del núcleo y devanados se calcula a nivel de pequeña escala (2-D) para después utilizar estos parámetros en el modelo de gran tamaño (3-D) a fin de calcular las inductancias y las resistencias.

#### B.1) Permeabilidad relativa efectiva del núcleo laminado.

Un núcleo de un transformador se compone de un número de láminas de acero apiladas y recubiertas individualmente por una capa aislante para evitar los efectos de las corrientes de Eddy.

Si se considera una única lámina sometida a un flujo magnético ( $B$ ) variable con el tiempo, aparecen corrientes de Eddy generadas en cada plano de la lámina a causa de la conductividad finita de la lámina debida a fenómenos de inducción de Faraday.

Asumiendo una permeabilidad magnética anisótropa y lineal, y una conductividad eléctrica isotrópica de la lámina, las relaciones para el material se escriben como:

$$B = \mu H \quad \text{y} \quad J = \sigma E \quad \text{[III.8]} \quad \text{y} \quad \text{[III.9]}$$

donde  $\mu$  es el tensor de la permeabilidad y  $\sigma$  la conductividad eléctrica de la lámina.

Se establecen relaciones que dan lugar al cálculo de los valores para la componentes “x” e “y” de la permeabilidad compleja efectiva. Estas relaciones consideran la profundidad del efecto piel y la frecuencia angular del campo magnético. La componente “z” de la permeabilidad se calcula a partir del factor de empaquetamiento del conjunto de láminas del núcleo. Conocidas las componentes de la permeabilidad compleja efectiva, es posible expresar el tensor de permeabilidad.

También es posible tener en cuenta otro problema relacionado con la estructura del núcleo del transformador, ya que las diferentes regiones del núcleo magnético se caracterizan por diferentes permeabilidades efectivas. Esto incluye yugos, culatas, y uniones. En estas regiones el solapamiento de láminas y elementos requiere una especial consideración. Las propiedades magnéticas en las láminas difieren de estas regiones debido al cambio de la dirección del bobinado. Puesto que es difícil de abordar y resolver este problema analíticamente, se escoge una sección transversal al sentido del flujo en una de estas regiones y se modela por el método de elementos finitos (EEFF). De esta forma es posible el cálculo de la permeabilidad relativa en estas zonas.

### B.2) Efecto diamagnético de los conductores.

Cuando una corriente alterna circula a través del devanado del transformador, aparecen varios efectos: el efecto piel que confina la corriente hacia la superficie del conductor, el efecto proximidad que influye en la distribución de corriente debido a los campos magnéticos generados por conductores adyacentes, y los efectos geométricos asociados a la acción de un campo magnético transversal proveniente del resto de sistemas magnéticos.

Todos estos efectos están interrelacionados entre si y dependen de la geometría de los devanados y de la estructura del núcleo magnético que dicta la distribución de los campos magnéticos.

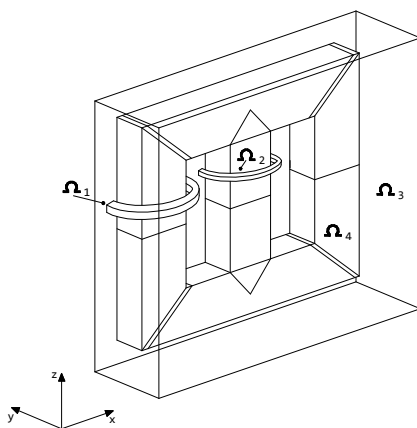
Los fenómenos mencionados producen un efecto diamagnético que tiende a repeler el flujo que circula por el volumen de los conductores.

La permeabilidad compleja efectiva en los conductores debida al efecto mencionado, se representa por una parte real menor a la unidad que refleja el efecto diamagnético, y por una parte imaginaria que refleja las pérdidas asociadas con los efectos piel y proximidad.

Una porción de los devanados de baja tensión (BT) y alta tensión (AT) se pueden representar como un conductor sólido de secciones rectangular y circular, respectivamente, junto con huecos de aire y capas de aislante. Se considera entonces que el conductor es infinitamente largo en la dirección transversal al plano de la sección para resolver el problema electromagnético en 2-D, el cual puede ser representado como una composición de medios heterogéneos con la estructura periódica de una celda elemental conteniendo un conductor. La permeabilidad compleja efectiva de cada medio se evalúa resolviendo el problema del campo en esta celda aplicando una unidad de campo magnético en la direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Puesto que la celda analizada en 2-D esta situada sobre un plano radial de un sistema de coordenadas cilíndricas, el tensor de permeabilidad compleja se transforma a coordenadas cartesianas en el modelo de gran tamaño en 3-D.

### B.3) Modelo 3-D de gran tamaño en EEFF.

Para el estudio del modelo 3-D en EEFF se representa la mitad del núcleo aprovechando la simetría del sistema. Se definen cuatro dominios:  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $\Omega_3$  y  $\Omega_4$  (Figura CIII.15).



**Figura CIII.15.** Modelo en 3-D mostrando los dominios computacionales de Abeywickrama.

$\Omega_1$  y  $\Omega_2$  son las secciones de los devanados de alta (AT) y baja (BT) tensión, el volumen  $\Omega_3$  corresponde al medio que rodea al núcleo y  $\Omega_4$  es el volumen del núcleo.

Puesto que la dependencia de los efectos de la frecuencia ya están incorporados en el cálculo del tensor de permeabilidad efectivo para el núcleo y el volumen de los conductores, el problema se plantea desde un punto de vista magnetostático.

Esta es una aproximación artificial la cual evita que se requiera una alta resolución para resolver el problema debido al decremento de la profundidad del efecto piel a altas frecuencias. Al mismo tiempo, esta aproximación refleja las características principales de la representación de un proceso físico real electromagnético. La solución final se obtiene resolviendo separadamente el problema magnetostático para cada frecuencia con los valores correspondientes de la permeabilidad compleja efectiva. Se obtienen entonces los valores de los tensores ( $\mu_{\text{efi}}$ ) de permeabilidad para cada uno de los dominios ( $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $\Omega_3$  y  $\Omega_4$ ), numéricamente.

Teniendo resuelto el modelo en 3-D, se estiman la resistencia e inductancia efectiva de los devanados, bien por el método del balance de energías o bien calculando el voltaje inducido en los devanados.

### **III.2.3.3.- Resultados.**

La validez del modelo se demuestra simulando la respuesta en frecuencia (desde 100 Hz hasta 1 MHz), de la impedancia en circuito abierto y de la impedancia entre los devanados primario y secundario. La simulación demuestra que la inclusión de las propiedades del material de las láminas, del aislante y de los conductores mejora y afecta a la respuesta en frecuencia.

#### **A) Efecto de las uniones del núcleo y de las propiedades diamagnéticas de los conductores.**

La introducción de las uniones del núcleo incide en un incremento de la inductancia a bajas frecuencias (por debajo de 10 kHz). Por el contrario, la introducción de las propiedades diamagnéticas de los conductores parecen no tener casi influencia a frecuencias por debajo de 100 kHz. Sin embargo, a altas frecuencias (por encima de los 100 kHz), comienzan a mostrarse aunque de una manera muy débil (la máxima reducción de la inductancia a la frecuencia de 1 MHz es del 5%).

La inclusión de las juntas del núcleo pone de manifiesto la mejora a la respuesta en frecuencia en circuito abierto (entre 10 kHz y 100 kHz), de la impedancia.

## Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

---

El efecto es menor con la inclusión de las características diamagnéticas las cuales no muestran cambios significativos entre lo medido y la simulación.

Por otro lado, cuando los devanados primario y secundario son unidos para simular la impedancia entre ambos devanados, la influencia de las uniones del núcleo no se muestra porque las fugas de campo se presentan fuera del núcleo.

### B) Efecto de las características del aislamiento de los materiales.

El contenido de humedad, envejecimiento y la temperatura afectan a la permeabilidad compleja relativa de los materiales usados como aislantes en los transformadores, los cuales a su vez afectan en el valor de las capacitancias y conductancias del modelo.

La variación de la cantidad de humedad es la característica que más afecta al comportamiento ante variaciones de frecuencia.

El modelo desarrollado en FRA es capaz de simular respuestas a diferentes frecuencias y el cálculo de sus parámetros tiene en cuenta fenómenos dependientes de la frecuencia relativos a la influencia impuesta por la estructura laminada, la presencia de uniones en el núcleo, las propiedades diamagnéticas de los conductores de los devanados, y el estado del aislamiento.

La correcta representación de los parámetros dependientes de la frecuencia del núcleo y de los materiales aislantes conduce a encajar de la mejor forma la respuesta simulada con la medida.

El cálculo de las inductancias podría además ser mejorado si fuera conocido el valor correcto de la permeabilidad local ( $\mu_{xx}$ ) de las láminas de acero.

### III.2.4.- Modelo de LU (I).

A altas frecuencias se evidencian problemas como las pérdidas en el núcleo, el efecto piel, o los efectos térmicos sobre las propiedades magnéticas de los materiales, que llegan a ser significativos. H. Y. Lu, J. G. Zhu, S. Y. R. Hui y V. S. Ramsden [LUZH98] plantean un modelo simple y preciso de transformador que incluye todo tipo de pérdidas en el núcleo y efectos térmicos en la histéresis magnética (características no-lineales B-H del material).

El modelo es simple, de fácil formulación, y se basa en datos suministrados por el fabricante u obtenidos a partir de medidas simples; se llega así a un modelo capaz de predecir el comportamiento del transformador con un alto grado de precisión.

El modelo de circuito dinámico general de un transformador de alta frecuencia incluye todas las características mencionadas, y es apropiado para la simulación de transformadores trabajando a conmutaciones a altas frecuencias.

Puesto que los núcleos magnéticos están a menudo excitados con formas de onda no sinusoidales, es importante la predicción precisa del punto instantáneo de operación B-H y la evaluación de todo tipo de pérdidas en el núcleo.

El modelo general de pérdidas en el núcleo se basa en una red de inductancias no-lineales y resistencias. Los efectos de la histéresis se incorporan en las inductancias no-lineales y se calcula con la Teoría de Preisach (modificada para incorporar los efectos térmicos de la histéresis). El resto de pérdidas en el núcleo se incorporan en forma de resistencias no lineales.

### **III.2.4.1.- Modelo del circuito dinámico del transformador de AF.**

Se considera un transformador de dos devanados y se plantean las ecuaciones eléctricas de los devanados primario y secundario.

$$V_p = i_p R_p + N_p \frac{d\Phi_{lp}}{dt} + N_p \frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{[III.10]}$$

$$V_s = i_s R_s + N_s \frac{d\Phi_{ls}}{dt} + N_s \frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{[III.11]}$$

donde  $\Phi_m$  es el flujo mutuo,  $\Phi_{lp}$  y  $\Phi_{ls}$  son los flujos de fuga de los devanados primario y secundario, y los subíndices  $p$  y  $s$  hace referencia a los devanados primario y secundario respectivamente.

Ambas ecuaciones son normalizadas resultando:

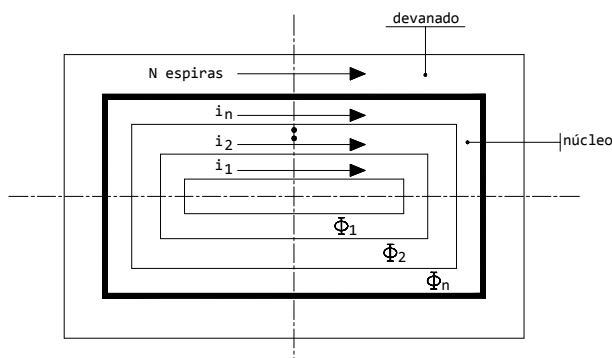
$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{R_p}{N_p^2} (N_p i_p) + \frac{d\Phi_{lp}}{d(N_p i_p)} \frac{d(N_p i_p)}{dt} + \frac{d\Phi_m}{d(N_p i_{ex})} \frac{d(N_p i_{ex})}{dt} \quad \text{[III.12]}$$

$$\frac{V_s}{N_s} = \frac{R_s}{N_s^2} (N_s i_s) + \frac{d\Phi_{ls}}{d(N_s i_s)} \frac{d(N_s i_s)}{dt} + \frac{d\Phi_m}{d(N_p i_{ex})} \frac{d(N_p i_{ex})}{dt} \quad \text{[III.13]}$$

donde,  $N_p i_{ex} = N_p i_p + N_s i_s$



El análisis el circuito magnético se lleva a cabo de acuerdo a la sección transversal del núcleo mostrada en la Figura CIII.16; en ella aparecen las trayectorias de las corrientes de fuga y las trayectorias de sus flujos magnéticos asociados utilizados para el cálculo de las corrientes de Eddy.



**Figura CIII.16.** Sección transversal del núcleo con las trayectorias de las corrientes de Eddy.

Las trayectorias de las corrientes de Eddy están separadas para que su influencia sobre la distribución de la densidad de flujo sea insignificante, es decir, la densidad de flujo en cada trayectoria se supone uniforme. Para conseguir lo expuesto, la anchura máxima de las trayectorias debería ser mas pequeña que la profundidad del efecto piel,  $\delta = \sqrt{2/\sigma\omega\mu}$ , a la frecuencia fundamental de excitación, donde  $\sigma$  es la conductividad,  $\omega = 2\pi f$  la frecuencia angular, y  $\mu$  la permeabilidad.

Se asumen  $n$  lazos de corrientes de Eddy en el núcleo. Las ecuaciones generalizadas del circuito son:

$$R_n i_n + \frac{d(\Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n)}{dt} = 0 \quad \text{[III.14]}$$

.....

$$R_2 i_2 + \frac{d(\Phi_1 + \Phi_2)}{dt} = 0$$

$$R_1 i_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} = 0$$

donde  $R_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ ) es la resistencia equivalente de cada trayectoria de corriente de fuga representada y de las pérdidas anómalas,  $\phi_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ ) el flujo de cada trayectoria, y  $\Phi_m = \sum_{k=1}^n \Phi_k$ .

El conjunto de ecuaciones se representan como un circuito equivalente en forma de red escalonada como el mostrado en la Figura CIII.17.

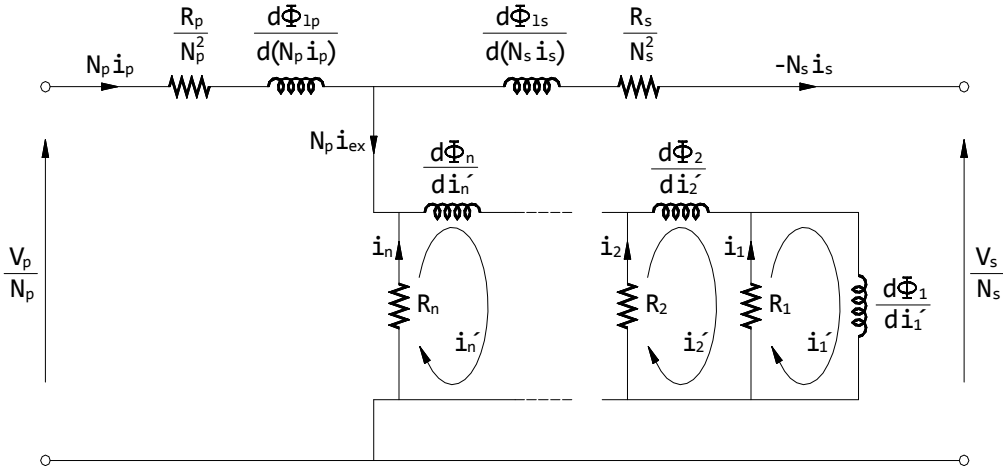


Figura CIII.17.- Modelo del circuito dinámico del transformador de alta frecuencia de Lu.

### III.2.4.2.- Modelado de los efectos térmicos sobre la histéresis.

Los efectos térmicos sobre la histéresis de ferritas blandas se determinan con la medida de los lazos de histéresis a diferentes temperaturas.

Se usa un amplificador diferencial para controlar la forma de la onda de excitación (lo que reduce el error causado por los armónicos), y un ordenador con un sistema de adquisición de datos para generar la función y para la captura de datos. La muestra de material se sitúa en una cámara que es capaz de mantener la temperatura constante en la banda comprendida entre  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Se obtienen los lazos de histéresis a diferentes temperaturas, observando que la densidad del flujo de saturación y la intensidad de campo se reducen linealmente cuando la temperatura se incrementa dentro de ciertos rangos.

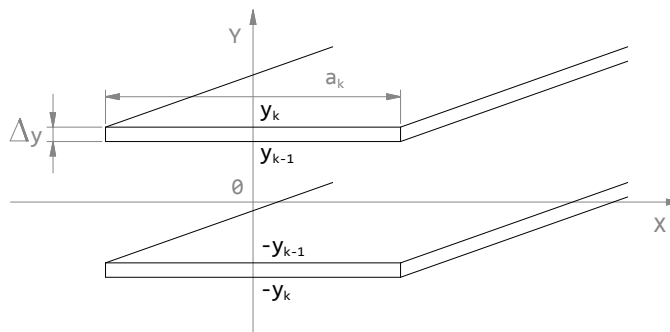
El modelo que permite obtener valores de  $B$  y  $H$ , de manera teórica con un grado de aproximación elevado se basa en el modelo clásico escalar de Preisach de histéresis magnética. Dicho modelo se ha modificado para incorporar los efectos térmicos sobre la histéresis.

### III.2.4.3.- Parámetros del circuito.

Los parámetros del circuito dinámico los constituyen la resistencia equivalente y la inductancia diferencial.

#### Resistencia equivalente:

Se utiliza una red de resistencias para representar las corrientes de Eddy y pérdidas anómalas. Para simplificar el cálculo de dichas corrientes, se suponen dos finas capas de material donde se representan las corrientes de fuga supuestas en la Figura CIII.16.



**Figura CIII.18.-** Equivalente de par de capas de una trayectoria de corrientes de Eddy.

En el camino k-th, la pérdida instantánea total por corrientes de fuga y anómalas se calcula por la expresión:

$$P_{eak} = \sum_i^m \frac{2a_{ik} l_i \Delta y_i}{\sigma_i} J_{ik}^2 r_{Jik} r_{Cik} \quad \text{[III.15]}$$

donde,

m es el número de segmentos con diferentes áreas transversales en el circuito magnético;  $2a_{ik}$  la longitud media del camino k-th,  $l_i$  la longitud del circuito magnético;  $J_{ik}$  la densidad de corriente en  $y=y_k$ ;  $r_{Jik} = [1 + (1 + J_{i(k-1)}/J_{ik}) J_{i(k-1)}/J_{ik}]/3$  un factor que tiene en cuenta la variación de densidad de corriente en el camino k-th;  $r_{Cik} = 1 + C_a/(C_e (|dB_z/dt|_{ik})^{1/2})$  un factor de corrección descrito para las pérdidas anómalas en el camino k-th del segmento i-th;  $C_a$  y  $C_e$  son los coeficientes de las corrientes de fuga y pérdidas anómalas, respectivamente (valores que son obtenidos por el procedimiento de separación de pérdidas del núcleo).

La resistencia equivalente para el camino de corrientes de fuga k-th puede ser calculado por la expresión:

$$R_k = V_k^2 / P_{eak} \quad \text{[III.16]}$$

donde  $V_k$  es la tensión del nodo correspondiente a la rama k-th en el circuito.

### Inductancia diferencial:

Puesto que se considera la histéresis magnética, los inductores diferenciales en el circuito equivalente son no-ideales. La potencia total disipada por los mismos representa las pérdidas por histéresis, que pueden ser calculadas por la expresión:

$$P_h = \sum_{k=1}^n \frac{1}{T} \int_0^T i_k' L(i_k') \frac{di_k'}{dt} dt \quad \text{[III.17]}$$

Se utiliza el modelo escalar de Preisach modificado de histéresis magnética, para trazar el historial de magnetización de cada una de los caminos de corrientes de fuga del núcleo. Las corrientes de malla  $i_k'$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones algebraico no-lineal (la matriz del circuito dinámico).

El campo magnético y la densidad de flujo en los diferentes caminos se obtiene resolviendo el circuito magnético no-lineal usando el método de Newton-Raphson.

Cuando se obtienen dos densidades de flujo consecutivas en dos intervalos de tiempo, la inductancia diferencial correspondiente al camino k-th se calcula mediante la formula:

$$L(i_k') = \frac{d\Phi_k}{di_k'} \approx A_k \frac{B_{jk} - B_{k(j-1)}}{i_{kj}' - i_{k(j-1)'}} \quad \text{[III.18]}$$

donde,  $A_k$  es el área de la sección transversal del camino k-th,  $B_{kj}$  e  $i_{kj}'$  son las densidades de flujo y las corrientes de malla, respectivamente, correspondientes al camino k-th en el intervalo j-th.

### **III.2.4.4.- Implementación en Software MATLAB/SIMULINK.**

El cálculo de todos y cada uno de los parámetros del circuito equivalente, tanto eléctricos como magnéticos, se realiza mediante el software MATLAB/SIMULINK.

El algoritmo es el siguiente:

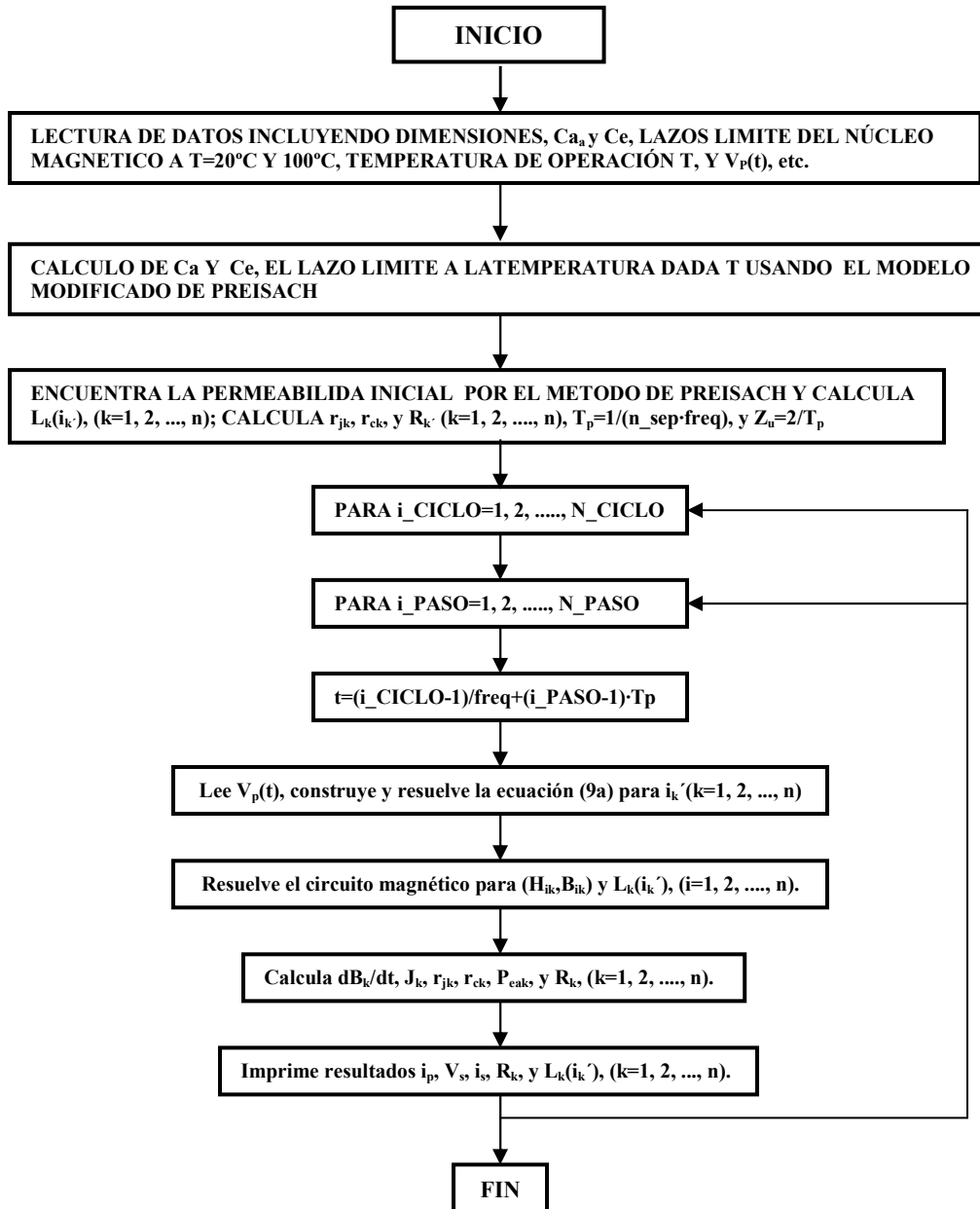


Figura CIII.19.- Diagrama de flujo del modelo de circuito dinámico de Lu.

### III.2.5.- Modelo de LU (II).

Los autores H.Y. Lu, J. G. Zhu, V. S. Ramsden y S. Y. R. Hui [LUZH99] incorporan el efecto de las capacitancias de dispersión dentro del circuito del modelo dinámico de un transformador de alta frecuencia. El modelo no será lo suficientemente preciso a menos que se consideren sus efectos; efectos que se hacen especialmente relevantes cuando se trabaja a frecuencias elevadas.

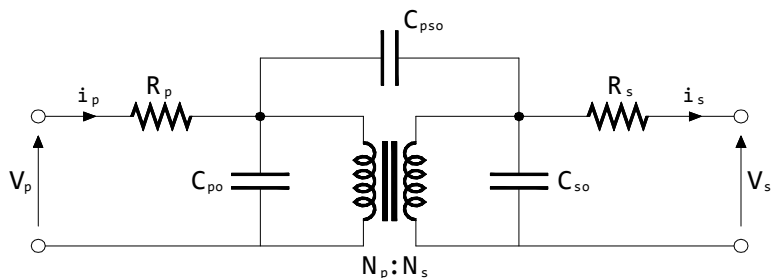
Hay diferentes formas de modelar y posteriormente evaluar la influencia de las capacitancias de dispersión en inductores o transformadores; normalmente se clasifican en tres categorías:

- 1) A partir de parámetros entre espiras de los devanados. Se obtienen expresiones analíticas que requieren conocer una gran cantidad de información sobre la geometría y características electromagnéticas del transformador.
- 2) A partir del comportamiento electrostático del transformador. Desde un punto de vista electrostático, un transformador de dos devanados es un sistema de 3 puertos mientras funciona linealmente.
- 3) A partir de capacitancias equivalentes, obtenidas por medidas experimentales, que modelan el comportamiento físico del transformador.

En el modelo presentado, se adopta la tercera forma incorporando una red de tres condensadores en  $\pi$  al circuito del modelo dinámico del transformador. Las simulaciones de los circuitos se han realizado a frecuencias de hasta 50 kHz.

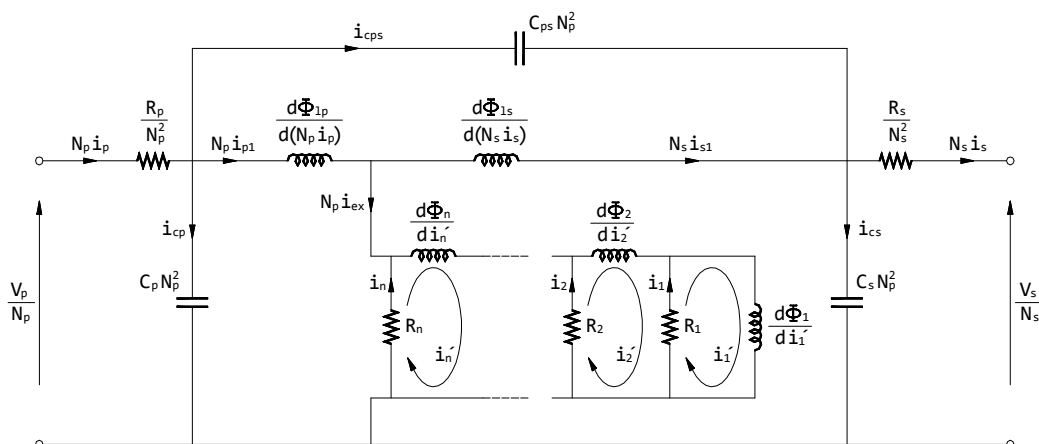
#### III.2.5.1.- Modelo dinámico del transformador de AF con capacidades de dispersión.

Tomando como punto de partida un transformador de dos devanados donde se han representado, las resistencias  $R_p$  y  $R_s$  de los devanados primario y secundario, respectivamente, y las capacidades de dispersión  $C_{po}$  (debida al acoplamiento eléctrico de las espiras del devanado primario),  $C_{so}$  (debida al acoplamiento eléctrico de las espiras del devanado secundario), y  $C_{pso}$  (debida al acoplamiento eléctrico entre los devanados primario y secundario), se representa el circuito equivalente dinámico de alta frecuencia (donde la red de escalones es utilizada para representar la histéresis magnética y las corrientes de Eddy en el núcleo magnético), con sus capacidades de dispersión:



**Figura CIII.20.-** Transformador de dos devanados con capacidades de dispersión.

Estas capacidades son representadas sobre el modelo dinámico del transformador tal y como muestra la Figura CIII.21.



**Figura CIII.21.-** Modelo dinámico del transformador de AF con capacidades de dispersión de Lu.

Las relaciones entre las capacidades de dispersión (determinadas por medidas experimentales), representadas en el transformador de dos devanados (Figura CIII.20), y las mostradas en la aproximación al circuito dinámico del transformador (Figura CIII.21), son expresadas como:

$$C_p = C_{po} + (1 - k) \cdot C_{ps0} \quad \text{[III.19]}$$

$$C_s = k^2 \cdot C_{so} + k \cdot (k - 1) \cdot C_{ps0} \quad \text{[III.20]}$$

$$C_{ps} = k \cdot C_{ps0} \quad \text{[III.21]}$$

donde  $k = N_s / N_p$ .

Puesto que las inductancias de fuga son, en general, pequeñas, el efecto del condensador en ellas es despreciable y por tanto el efecto global de los tres condensadores puede ser aproximado por un condensador equivalente colocado en el primario.

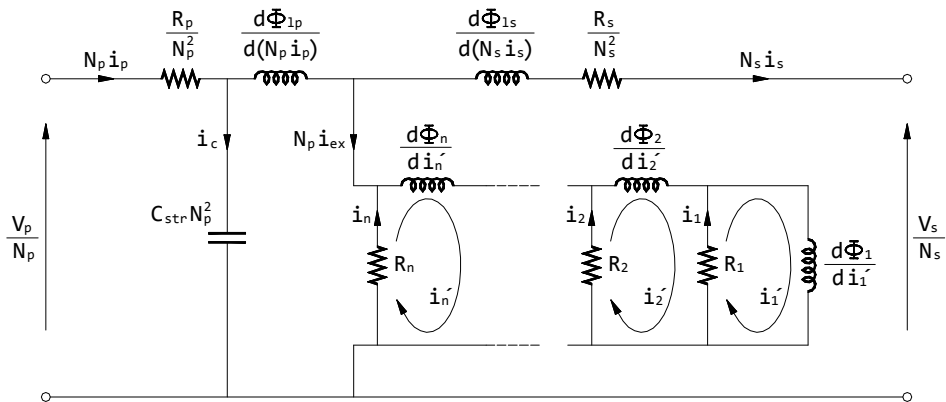


Figura CIII.22.- Modelo dinámico aproximado del trafo de AF con capacidades de dispersión de Lu.

### III.2.5.2.- Medida de las capacidades de dispersión.

Para la medida de las capacidades se elimina la influencia de la no linealidad magnética del núcleo (en realidad, si fuera posible la medida debería ser realizada con el núcleo separado de los devanados), aplicando una corriente de excitación muy pequeña para conseguir que la magnetización en el núcleo se mantenga en la región lineal.

La capacidad debida al acoplamiento eléctrico entre los devanados primario y secundario ( $C_{ps0}$ ), se mide directamente cortocircuitando ambos devanados (ver Figura CIII.23).

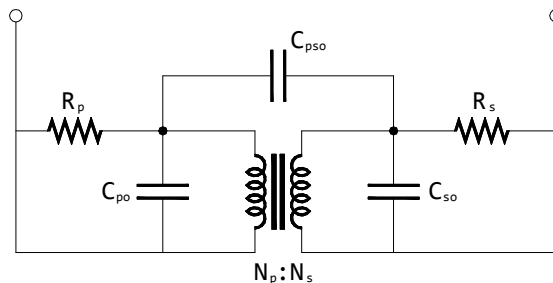


Figura CIII.23.- Circuito equivalente para la medida de la capacidad entre devanados  $C_{ps0}$ .



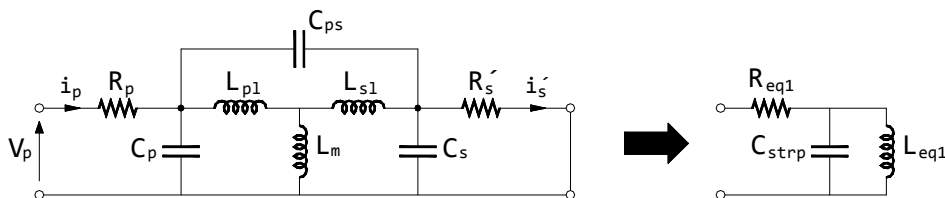
El valor de la capacidad de dispersión  $C_{ps}$  (ver Figura CIII.21), se calcula fácilmente por la relación vista anteriormente:

$$C_{ps} = kC_{ps0} \quad [III.22]$$

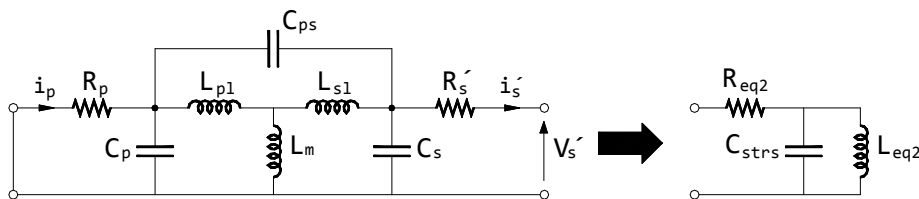
El valor de las capacidades  $C_p$  y  $C_s$  (Figura CIII.21), se determinan mediante las relaciones:

$$C_p = C_{strp} - C_{ps} \quad [III.23] \quad C_s = C_{strs} - C_{ps} \quad [III.24]$$

donde  $C_{strp}$  y  $C_{strs}$  se obtienen suponiendo cortocircuitados los devanados primario y secundario separadamente tal y como muestran las Figuras CIII.24 y CIII.25. En ambos casos se supone el circuito equivalente del transformador sin núcleo.



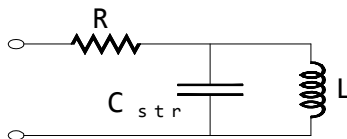
**Figura CIII.24.** Medida de la capacidad equivalente  $C_{strp}$  supuesto el transformador carente de núcleo.



**Figura CIII.25.** Medida de la capacidad equivalente  $C_{strs}$  supuesto el transformador carente de núcleo.

### Medida de la capacidad de dispersión en una bobina.

Las características del comportamiento de una bobina pueden ser representadas por un circuito RLC como el mostrado en la Figura CIII.26, donde  $R$ ,  $L$  y  $C_{str}$  son la resistencia, la propia inductancia y la capacidad de dispersión de la bobina.



**Figura CIII.26.** Circuito equivalente de una bobina.

La medida de la capacidad de dispersión ( $C_{str}$ ) de la inductancia puede ser calculada por varios métodos:

1) Por la impedancia de baja frecuencia y la frecuencia de resonancia forzada:

Puesto que la inductancia de la bobina predomina sobre la impedancia a bajas frecuencias, la inductancia de la bobina se determina mediante la expresión,

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f} \quad \text{[III.25]}$$

donde  $Z$  es la impedancia de la bobina a la frecuencia  $f$  y  $R$  la resistencia de la bobina (medida previamente en corriente continua).

En función de la inductancia y la capacitancia de dispersión, la frecuencia de resonancia  $f_r$  es,

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{str}}} \quad \text{[III.26]} \quad \text{y por consiguiente,} \quad C_{str} = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L} \quad \text{[III.27]}$$

2) Forzando la frecuencia de resonancia con inductancia externa en serie:

En la Figura CIII.27 se muestra el circuito eléctrico para la medida de la capacidad de dispersión de una bobina forzando la frecuencia de resonancia con la ayuda de un inductor externo.

Si,  $L_{ex}$  y  $C_o$  son la inductancia y capacidad del inductor externo, respectivamente,  $R$  es la resistencia total de ambos inductores (externo y el que está bajo prueba), y  $V_s$  es la tensión sinusoidal de excitación.

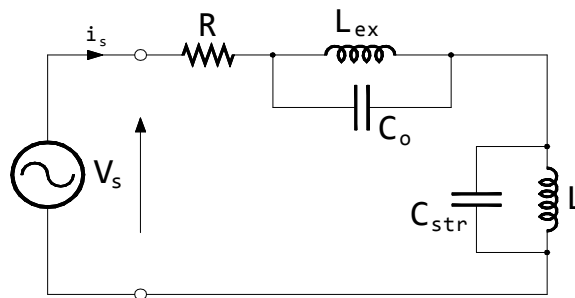


Figura CIII.27.- Circuito eléctrico para la medida de  $C_{str}$  utilizando un inductor externo.

Ajustando la frecuencia de la tensión de excitación, aparecen tres frecuencias de resonancia diferentes ,

$$2\pi f_{r1} = \frac{1}{\sqrt{L_{ex} C_o}} \quad [\text{III.28}]; \quad 2\pi f_{r2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_{ex} L (C_o + C_{str})}{L_{ex} + L}}} \quad [\text{III.29}]; \quad 2\pi f_{r3} = \frac{1}{\sqrt{L C_{str}}} \quad [\text{III.30}];$$

a partir de ellas la capacidad de dispersión puede ser calculada como,

$$C_{str} = \frac{\omega_{r2}^2 - \omega_{r1}^2}{L_{ex} \omega_{r1}^2 (\omega_{r3}^2 - \omega_{r2}^2)} \quad [\text{III.31}]$$

donde,  $\omega_{r1}=2\pi f_{r1}$ ;  $\omega_{r2}=2\pi f_{r2}$ ;  $\omega_{r3}=2\pi f_{r3}$

3) Forzando la frecuencia de resonancia con un condensador externo en paralelo:

Por este método primero se conecta la bobina bajo prueba con una resistencia en serie de  $1 \text{ k}\Omega$  y se mide la frecuencia de resonancia  $f_{r1}$  del circuito. Esta frecuencia puede ser expresada como,

$$f_{r1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L C_{str}}} \quad [\text{III.32}]$$

después se conecta un condensador de valor conocido en paralelo con la bobina tal y como se muestra en la Figura CIII.28, donde R es la resistencia de la bobina, y se mide la frecuencia de resonancia del nuevo circuito. Ignorando la resistencia del núcleo del inductor, la frecuencia de resonancia en este caso es,

$$f_{r2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_{str} + C_{ex})}} \quad [\text{III.33}]$$

Por consiguiente la capacidad de dispersión es,  $C_{str} = \frac{C_{ex}}{(f_{r1}/f_{r2})^2 - 1}$  [III.34]

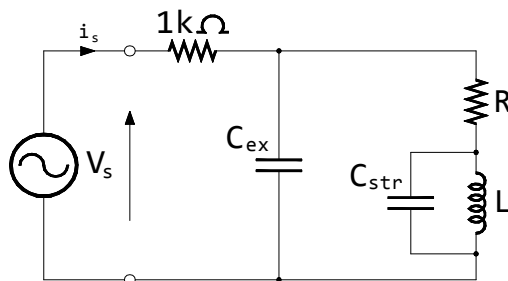
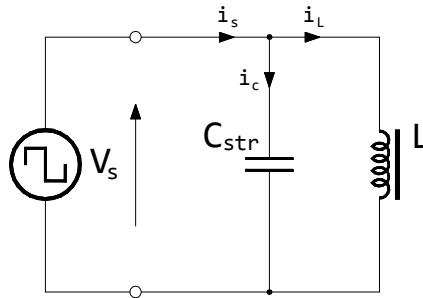


Figura CIII.28.- Circuito eléctrico para la medida de  $C_{str}$  mediante un condensador externo.

4) Por la respuesta a una tensión de excitación de tipo escalón.

La capacidad de dispersión de una bobina con núcleo magnético no se puede medir correctamente con los métodos anteriores debido a la no linealidad del núcleo magnético. En este caso, la capacidad de dispersión puede ser determinada por la respuesta de la bobina ante un escalón de tensión  $V_s(t)$  como muestra la Figura CIII.29.



**Figura CIII.29.-** Circuito eléctrico para determinar  $C_{str}$  de una bobina con núcleo bajo escalón de tensión.

La corriente ( $I_c$ ), que atraviesa la capacidad de dispersión ( $C_{str}$ ), se determina por la diferencia entre la corriente de magnetización ( $I_L$ ), a través del inductor  $L$ , y la corriente proveniente de la fuente ( $I_s$ ). La corriente de magnetización se calcula mediante la red escalonada del modelo.

La capacidad de dispersión, en función de la corriente que la atraviesa  $I_c$ , y la tensión entre sus extremos ( $V_c$ ), es:

$$C_{str} = I_c \Delta t / \Delta V_c \quad [\text{III.35}]$$

### III.2.6.- Modelo de MOFIZUL.

Para Syed Moziful, Kathrin M. Coates y Gerard Ledwich [MOFI97] cada transformador tiene una única función de transferencia que puede ser modelada mediante una cadena de inductancias, capacidades a tierra y capacidades de dispersión entre devanados; A muy altas frecuencias, el flujo magnético no puede penetrar en el núcleo y este se comporta con ciertas particularidades; se asume que las inductancias mutuas se consideran incluidas dentro de las resistencias serie del modelo.

Consideran que los modelos de transformadores que trabajan a frecuencias constantes constituyen una buena base para el desarrollo de transformadores que trabajan a frecuencias variables. Sin embargo, presentan tres grandes limitaciones:

- 1) no tienen en cuenta el comportamiento de sistemas de aislamiento del transformador,
- 2) no consideran los cambios que se producen en el comportamiento del núcleo con respecto a la frecuencia,
- 3) no tienen en cuenta los efectos de la frecuencia variable sobre los parámetros del transformador.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, se propone un circuito general equivalente del transformador (D.A. Douglass), sobre el que se aplican las modificaciones oportunas:

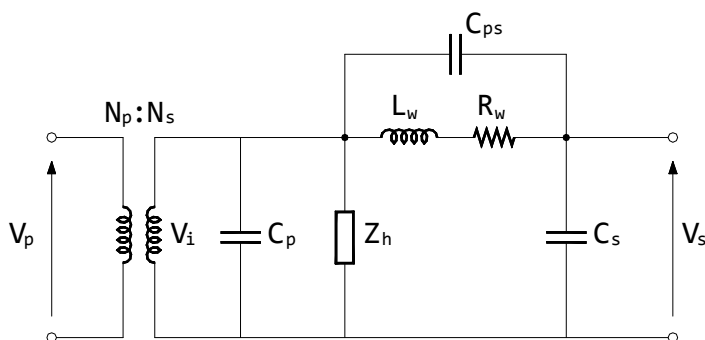


Figura CIII.30.- Circuito equivalente general del transformador en AF.

Sobre el circuito se definen:

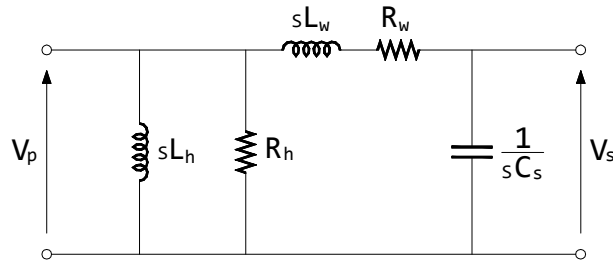
- $C_p$  y  $C_s$ , capacidades a tierra de los devanados primario y secundario, respectivamente.
- $C_{ps}$  es la capacidad entre los devanados primario y secundario.
- $L_w$  es la inductancia de fuga equivalente de los devanados primario y secundario.
- $R_w$ , resistencia equivalente de devanados primario/secundario (referida al secundario).
- $Z_h$  es la impedancia de excitación del núcleo (compuesta por resistencia e inductancia).

### III.2.6.1.- Modelos de transformador a baja, media y alta frecuencia.

El circuito de la Figura CIII.30 es un modelo general del transformador. Sin embargo, dado que está compuesto básicamente por componentes "reactivos", el comportamiento de cada uno de ellos es muy distinto a diferentes frecuencias (algunos incluso pueden llegar a ser innecesarios). Como consecuencia, se presentan tres modelos diferentes (baja, media y alta frecuencia), de acuerdo al rango de frecuencias de trabajo.

Modelo de baja frecuencia.

A frecuencias por debajo de 2 kHz,  $C_{ps}$  tiene poca influencia y se muestra como un circuito abierto. Inversamente, la penetración del flujo en el núcleo es significativa y de ahí que se haga necesaria la inclusión de la impedancia de excitación del núcleo  $Z_h$ . La Figura CIII.31 muestra el modelo de transformador para bajas frecuencias.



**Figura CIII.31.**- Modelo equivalente del transformador de baja frecuencia de Mofizul.

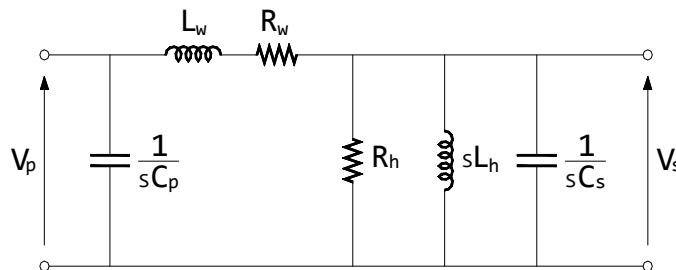
Como se observa, la impedancia  $Z_h$  es una combinación en paralelo de la resistencia  $R_h$  y la inductancia  $L_h$ .

La función de transferencia del modelo es (muestra dos polos y ningún cero):

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{1}{C_s L_w} \frac{1}{s^2 + s \frac{R_w}{L_w} + \frac{1}{C_s L_w}} \quad [\text{III.36}]$$

Modelo de media frecuencia

El modelo para media frecuencia (entre 2 kHz y 80 kHz), se muestra en la Figura CIII.32.



**Figura CIII.32.**- Modelo equivalente del transformador de media frecuencia de Mofizul.

## Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

La función de transferencia es (muestra un cero y tres polos):

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{s \frac{1}{C_s L_w}}{s^3 + s^2 \left( \frac{R_w}{L_w} + \frac{1}{C_s R_h'} \right) + s \left( \frac{1}{C_s L_w} + \frac{R_w}{C_s R_h' L_w} + \frac{1}{L_h' C_s} \right) + \left( \frac{R_w}{C_s L_w L_h'} \right)} \quad [\text{III.37}]$$

$R_h'$  y  $L_h'$  conforman la impedancia de excitación del núcleo referida al secundario.

### Modelo de alta frecuencia.

A altas frecuencias (por encima de 80 kHz), dominan las capacidades y el modelo queda como se muestra en la Figura CIII.33.

La función de transferencia se expresa como: 
$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{C_{ps}}{C_s + C_{ps}} \quad [\text{III.38}]$$

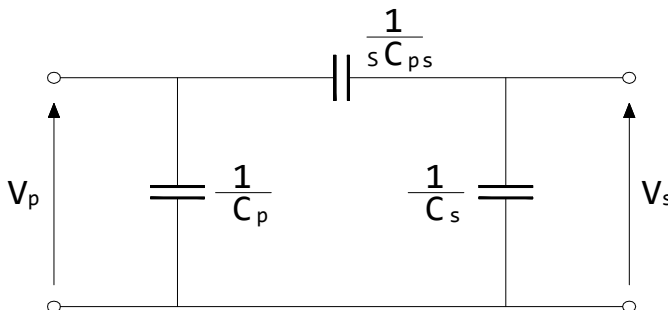
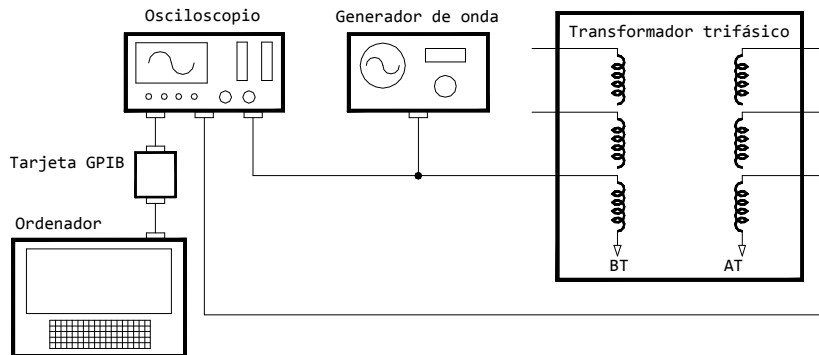


Figura CIII.33.- Modelo equivalente del transformador de alta frecuencia de Mofizul.

### III.2.6.2.- Implementación MATLAB.

A partir de datos tales como: los valores de la tensión de entrada, su frecuencia, la correspondiente tensión de salida y el desfase entre las tensiones de entrada y salida tomados de un transformador, MATLAB encuentra las funciones de transferencia correspondientes a la respuesta en frecuencia.

Los datos se obtienen del transformador a partir de un esquema como el mostrado en la Figura CIII.34.



**Figura CIII.34.-** Esquema para la adquisición de datos del transformador.

Básicamente consiste en un generador de onda que inyecta una señal en uno de los devanados, de un osciloscopio que captura los datos y de un ordenador que almacena la información en un archivo ASCII (la tarjeta GPIB convierte los datos para que estos sean guardados, vía un programa C++, por el ordenador).

Los datos son manipulados por el programa C++ e introducidos en el programa MATLAB que calcula la función de transferencia y los parámetros del transformador de los modelos desarrollados.

### **III.2.7.- Modelo de SIADA.**

La técnica de análisis de respuesta en frecuencia (FRA), es un medio utilizado hoy en día para el diagnóstico de transformadores de potencia. Su principal problema es la correcta interpretación de la respuesta en frecuencia que permita identificar los fallos que pueden darse en el transformador.

En el análisis de respuesta en frecuencia (FRA), se realiza una prueba en el transformador fuera de línea que proporciona las relaciones entre las señales de entrada y salida en función de la frecuencia. Se obtiene así “la huella digital” del transformador que es utilizada para comparar con los resultados de pruebas posteriores con el fin de detectar posibles defectos (FRA es capaz de detectar deformaciones en los devanados, núcleo y elementos de sujeción traducidas en el cambio relativo de las inductancias y capacidades de la estructura del devanado).



Los problemas son identificados de acuerdo a diferentes bandas de frecuencia en base a la experiencia basada en la interpretación de resultados Así se puede decir que,

- a frecuencias menores a 5 kHz los problemas se deben a deformaciones en el núcleo, circuitos abiertos, cortocircuitos y magnetismos residuales;
- a frecuencias entre 10 kHz y 500 kHz los problemas están producidos principalmente por cambios en el volumen del devanado;
- a frecuencias altas superiores a 750 kHz los problemas son debidos al movimiento de las inter-conexiones y devanados;
- si las frecuencias son muy elevadas, mayores a 1 MHz, pueden ser incluso debidos a malas conexiones de los cables exteriores que llegan hasta el transformador.

Ahmed A. Siada y Syed Islam [SIAD07], proponen un modelo de transformador de alta frecuencia utilizando la técnica de la respuesta de análisis en frecuencia. El significado físico de los parámetros del modelo facilita la identificación de los problemas dentro del transformador.

En sistemas lineales, la función de transferencia es independiente de la señal aplicada y solo depende de los parámetros del sistema. El transformador presenta un sistema no lineal y su circuito eléctrico equivalente es una compleja red de elementos resistivos, inductivos, capacitivos y de conductancias entre los devanados de alta y baja tensión. La respuesta en frecuencia del transformador depende de un complejo conjunto de circuitos resonantes en serie y paralelo.

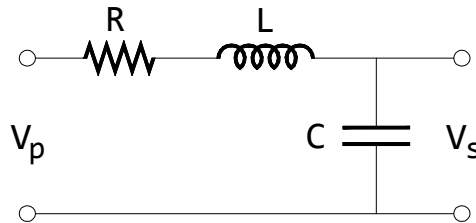
### **III.2.7.1.- Modelo de transformador.**

La aplicación práctica de cualquier técnica de diagnóstico para detectar daños mecánicos en un transformador depende de su sensibilidad a los cambios en las inductancias y capacidades.

Cada transformador tiene su propia función de transferencia que puede ser modelada mediante una cadena de inductancias a tierra y capacidades entre devanados.

El circuito eléctrico equivalente, cuando se trata de altas frecuencias, está formado por un conjunto de elementos del transformador que incluye devanados, núcleo, etc., representados por parámetros eléctricos que pueden ser medidos o calculados. La selección de estos parámetros determina la precisión del modelo.

A la hora de obtener el modelo, Ahmed A. Siada considera la influencia del núcleo en el cálculo de las inductancias. Para ello estudia el comportamiento del transformador con y sin núcleo en un amplio rango de frecuencias. Propone un modelo computacional en cada caso donde las respuestas en frecuencia son comparadas con las respuestas reales. En una primera aproximación se propone el modelo de la Figura CIII.35 que representa el equivalente del devanado de alta tensión de un transformador, con núcleo y sin devanado secundario, para comparar la respuesta en frecuencia del modelo con la respuesta del transformador real y establecer su grado de precisión.



**Figura CIII.35.** Circuito equivalente del devanado de A.T. de un transformador.

En el modelo, R es la resistencia total del devanado, L es la inductancia de fuga total y C representa la capacidad entre los devanados y tierra.

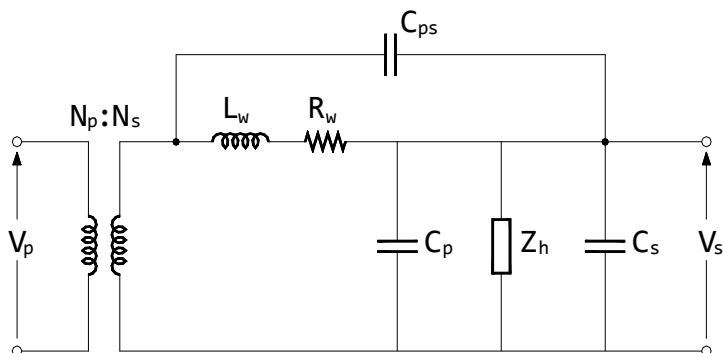
La función de transferencia del modelo de la Figura CIII.35 es:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad \text{[III.39]}$$

A bajas frecuencias la respuesta del modelo presenta diferencias con respecto a la del transformador real debido al efecto del núcleo, mientras que a medias y altas frecuencias la diferencia entre las respuestas se debe a los números puntos de resonancia que presenta el transformador real.

En una segunda aproximación Siada propone el circuito equivalente de un transformador de AF que puede ser utilizado en el análisis de la respuesta en frecuencia (FRA). El modelo se basa en el circuito equivalente general del transformador propuesto por Douglass (Figura CIII.36), en el que todos los parámetros están referidos al secundario.

En la figura,  $C_p$  y  $C_s$  representan las capacidades de los devanados primario y secundario a tierra,  $L_w$  es la inductancia equivalente de fugas de los devanados primario y secundario, y  $Z_h$  es la impedancia de excitación del núcleo (formada por una resistencia y una inductancia en paralelo).



**Figura CIII.36.** - Circuito equivalente general del transformador de Siada.

La función de transferencia del circuito se escribe como:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{\frac{C_{ps}}{C_{eq}} s^2 \left( s + \frac{R_w}{L_w} \right)}{s^3 + s^2 \left( \frac{R_w}{L_w} + \frac{1}{R_h C_{eq}} \right) + s \frac{1}{C_{eq}} \left( \frac{1}{L_h} + \frac{R_w}{L_w R_h} + \frac{1}{L_w} \right) + \frac{R_w}{L_h L_w C_{eq}}} \quad [\text{III.40}]$$

donde  $C_{eq} = C_s + C_p + C_{ps}$

Los valores de los parámetros del modelo se hallan computacionalmente por medio de los datos de diseño del transformador introducidos en un software.

De la función de transferencia y su fase a distintas frecuencias (hasta 1 MHz), se observa la influencia despreciable de la capacitancia a bajas frecuencias y el comportamiento del devanado como una inducción. Se debe a que el flujo que penetra en el núcleo es significativo y por tanto se hace presente la impedancia de excitación del núcleo ( $Z_h$ ). Por otro lado a medida que aumenta la frecuencia, dominan las capacidades en el comportamiento del modelo.

A bajas frecuencias la respuesta experimental tiende a adelantarse con respecto a la del modelo; esto se atribuye al magnetismo residual del núcleo. A muy altas frecuencias el modelo no es capaz de simular las distorsiones que aparecen probablemente causadas por los cables de conexión y otros elementos del transformador. Es por tanto en el rango de las medias frecuencias (de 100 Hz a 100 kHz), cuando el modelo presenta su mejor comportamiento.

### III.3.- Modelos Black-Box.

El enfoque de este tipo de modelos se basa en obtener la FT del transformador sin prestar atención al significado físico del sistema sintetizado. Los modelos Caja-negra o Black-Box, como los físicos, están constituidos por una red de componentes (resistencias, inductancias y condensadores) conectados entre sí. La diferencia estriba en que a esta red se supone no se tiene acceso y, por tanto, el cálculo de sus componentes parte de la medida de las relaciones que se establecen entre su “entrada” y “salida” (tensión, admitancias, dispersión,...). Los componentes del modelo y la FT son obtenidos a través de la información transitoria de tensión y corriente. No es tan importante la explicación física de los fenómenos que se desencadenan y representan los componentes, como obtener una respuesta ajustada a la ofrecida por el transformador real.

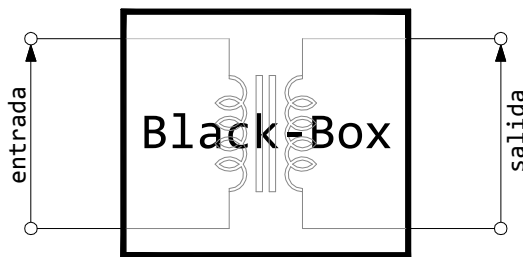


Figura CIII.37.- Representación Black-Box del transformador.

Son modelos capaces de obtener el comportamiento en AF del transformador cuando es difícil obtener otra información acerca del mismo (dimensiones, materiales y geometría).

#### III.3.1.- Modelo de SABIHA.

Una de las razones por la que se trabaja en el modelado del transformador a altas frecuencias, es estudiar la tensión transferida al secundario del transformador cuando se produce un cambio súbito de los valores de tensión en el primario.

El modelo propuesto por Nehmdoh A. Sabiha y Matti Lehtonen [SABI10] está basado en la teoría de los cuadripolos o two-port donde sus parámetros son calculados a dos frecuencias de resonancia medidas experimentalmente. El modelo es apropiado para trabajar tanto bajo condiciones de carga como de vacío.

Para encontrar los parámetros del modelo, se estudia la respuesta en frecuencia del transformador usando medidas experimentales.

### III.3.1.1.- Red Two-port.

Los parámetros constituyentes del cuadripolo son: parámetros de impedancia, parámetros de admitancia, parámetros híbridos y parámetros de transmisión.

Los más simples de calcular son los parámetros de impedancia que exigen la medida de la red en circuito abierto. Por consiguiente, es útil disponer del circuito equivalente en T de los parámetros de impedancia del two-port (Figura CIII.38).

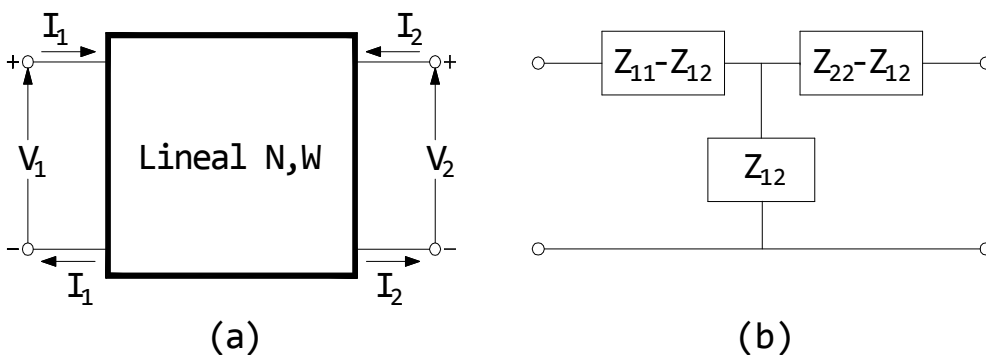


Figura CIII.38.- Parámetros de impedancia del cuadripolo. (a) Red two-port. (b) Circuito equivalente T.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del modelo trazado son:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad \text{[III.41]}$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad \text{[III.42]}$$

Las impedancias ( $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$  y  $Z_{22}$ ) se evalúan haciendo  $I_1 = 0$  (entrada del puerto en circuito abierto) o  $I_2 = 0$  (salida del puerto en circuito abierto), resultando:

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad \text{[III.43]}$$

Donde,  $Z_{11}$  es la impedancia de entrada con salida en circuito abierto,  $Z_{12}$  es la impedancia de transferencia con la entrada en circuito abierto,  $Z_{21}$  es la impedancia de transferencia con la salida en circuito abierto, y  $Z_{22}$  es la impedancia de salida con la entrada en circuito abierto.

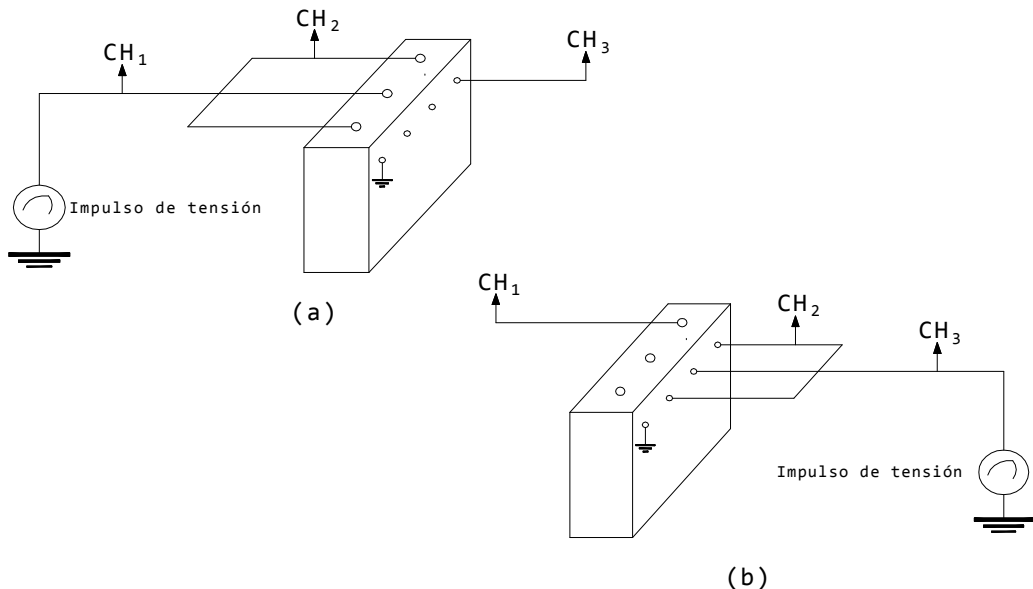
### III.3.1.2.- Medidas experimentales.

Las medidas experimentales consisten en la aplicación de un impulso de tensión sobre un transformador en dos pasos:

Paso 1: Se aplica un impulso de tensión al transformador (sin carga), por el lado del primario estando las fases interconectadas. Se mide la tensión del primario ( $V_1$ ), la corriente de fase del primario ( $I_1$ ), y la tensión del secundario ( $V_2$ ) por medio de los canales CH1, CH2 y CH3, respectivamente (Figura CIII.39 (a)). Se capturan y almacenan dichos valores en un sistema de adquisición de datos.

Paso 2: Con el primario abierto, se aplica el impulso de tensión por el lado de baja tensión que está interconectado (Figura CIII.39 (b)). Se mide la tensión del primario ( $V_1$ ), la corriente del secundario ( $I_2$ ) y la tensión del secundario a través de los canales CH1, CH2 y CH3, respectivamente, del sistema de adquisición de datos.

Se aplica la transformada de Fourier sobre las tensiones y corrientes medidas con el fin de evaluar las impedancias mostradas en [III.41] y [III.42] utilizando las relaciones definidas en [III.43] y obtener las impedancias  $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ,  $Z_{12}$  y  $Z_{22}$ - $Z_{12}$  del circuito equivalente "T" en el dominio de la frecuencia (magnitud y fase).



**Figura CIII.39.-** Medidas. (a) Impulso tensión en primario. (b) Impulso tensión en secundario.

### III.3.1.3.- Modelo de transformador propuesto.

Los parámetros de impedancias obtenidos (magnitud y fase), del circuito equivalente "T", se representan según circuitos RLC, de acuerdo al comportamiento en el dominio de la frecuencia. Los circuitos se ajustan a los resultados de las medidas.

El modelo de transformador de alta frecuencia resultante es el siguiente:

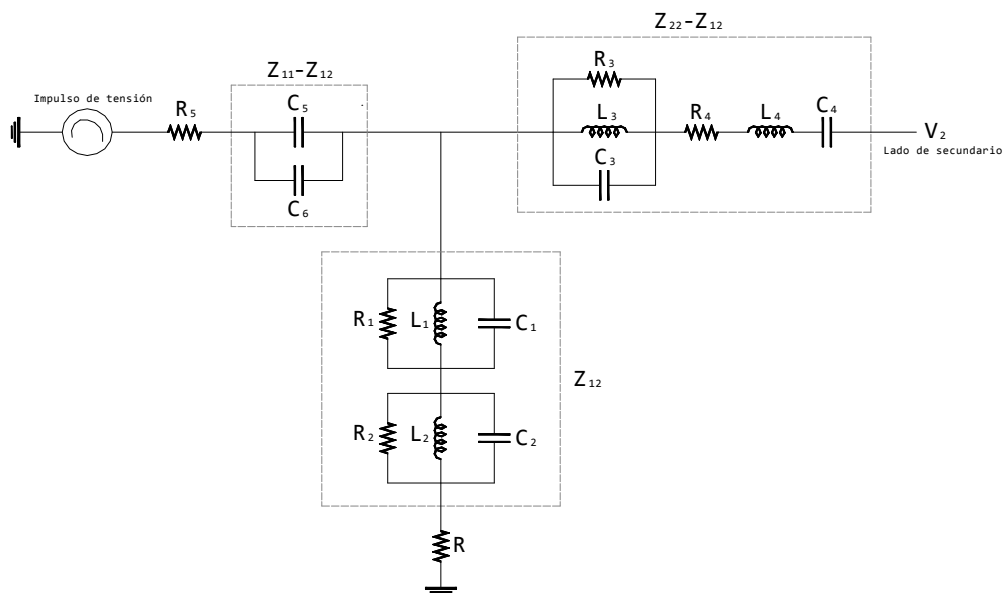


Figura CIII.40.- Modelo de transformador de alta frecuencia de Sabiha.

- La rama  $Z_{11}-Z_{12}$  la forman dos condensadores conectados en paralelo (estimados a las dos frecuencias de resonancia).
- La impedancia  $Z_{12}$  se representa por dos circuitos RLC paralelos conectados en serie. Ambos circuitos  $R_1, L_1, C_1$  y  $R_2, L_2, C_2$ , son estimados a las dos frecuencias de resonancia.
- La rama  $Z_{22}-Z_{12}$  se representa por un circuito paralelo RLC en serie con otro circuito RLC serie. El paralelo,  $R_3, L_3, C_3$ , se estima a la primera frecuencia de resonancia; el serie  $R_4, L_4, C_4$ , a la segunda frecuencia de resonancia. La frecuencia de resonancia serie está afectada por la capacidad y resistencia del circuito anti-resonante ( $C_3$  y  $R_3$ ). Sin embargo, el ajuste de los parámetros compensa y cubre estos efectos.
- Las resistencias  $R_5$  y  $R$  sirven como ajuste de las impedancias  $Z_{11}-Z_{12}$  y  $Z_{12}$ , respectivamente, y por añadidura se utilizan para compensar la situación de carga ( $R$ ) o vacío ( $R_5$ ) del transformador.

**III.3.1.4.- Determinación de parámetros.**

La estimación de los parámetros del modelo se ejecuta usando el análisis de impedancia (impedancia de entrada  $Z_{11}$ , impedancia de salida  $Z_{22}$  e impedancia de transferencia  $Z_{12}$ ):

1) Del análisis de impedancia en el dominio de la frecuencia, se estiman las interconexiones de los elementos R, L y C.

2) Los valores de los elementos del modelo del transformador de alta frecuencia se calculan usando la respuesta en frecuencia de las mencionadas impedancias de acuerdo a los siguientes conceptos:

- A la frecuencia de resonancia ( $f_r$ ):

$$Z = R|_{R_{serie}} \quad \text{e} \quad Y = \frac{1}{R}|_{R_{paralelo}} \quad \text{[III.44]}$$

$$LC = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2} \quad \text{[III.45]}$$

- A muy altas frecuencias:

$$\text{- Para el circuito resonante serie, } \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \& \quad L = \frac{\sqrt{|Z|^2 - R^2}}{\omega} \quad \text{[III.46]}$$

$$\text{de [II.45] el condensador es calculado como, } C = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 L} \quad \text{[III.47]}$$

$$\text{- Para el circuito resonante paralelo, } \frac{1}{\omega L} = 0 \quad \& \quad C = \frac{\sqrt{|Y|^2 - \frac{1}{R^2}}}{\omega} \quad \text{[III.48]}$$

$$\text{de [II.45] la inductancia puede ser calculada como, } L = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 C} \quad \text{[III.49]}$$

**III.3.1.5.- Validación del modelo.**

La validación del modelo se lleva a cabo por la medida de la tensión transferida al secundario en los dominios del tiempo y la frecuencia (con y sin carga).

Las simulaciones en el dominio del tiempo son llevadas a cabo usando ATP/EMTP. La respuesta en frecuencia es estimada usando la Transformada Rápida de Fourier (fft) en MATLAB.



### III.3.2.- Modelo de LU (III).

Las capacitancias dispersas en un transformador se producen por acoplamientos eléctricos parásitos entre elementos conductores del mismo o con otros del exterior. Las más representativas son: Capacitancia espira-espira (entre dos espiras de un mismo devanado ó de dos devanados diferentes), Capacitancia capa-capa (entre dos capas del mismo devanado ó de devanados diferentes), Capacitancias entre los devanados y el núcleo magnético, y capacitancias entre devanados y tierra. Todas ellas tienen una fuerte dependencia de la geometría del transformador.

Las capacitancias dispersas en componentes como inducciones y transformadores que trabajan a alta frecuencia, tienen efectos significativos en el rendimiento de los propios componentes así como en el circuito del sistema eléctrico que los contiene. Actúan produciendo una distorsión de la forma de onda de corriente que va en detrimento de la eficiencia del sistema. Además, las capacitancias dispersas vistas desde el lado de la excitación son responsables de las frecuencias resonantes del sistema.

Los modelos más usuales para el estudio de los efectos de las capacitancias dispersas en componentes magnéticos trabajando a altas frecuencias son: la red con estructura en  $\pi$  de tres capacidades, la red 3-port de seis capacidades, y la red espira-espira basada en capacidades dispersas e inductancias. Entre estos métodos, la red en  $\pi$  y el modelo con una sola capacitancia de dispersión son los más prácticos y convenientes para el propósito de modelar circuitos dinámicos y simulaciones numéricas.

Las técnicas principales para la determinación de las capacitancias dispersas en componentes magnéticos trabajando a alta frecuencia son:

- 1) Aproximación a la resonancia natural (es necesario un analizador de impedancias para determinar las múltiples frecuencias naturales resonantes de la red equivalente del transformador a alta frecuencia).
- 2) Cálculo teórico basado en el análisis electromagnético mediante EEF (se necesita una gran cantidad de información sobre la geometría y el comportamiento electrostático del transformador de alta frecuencia).
- 3) Aproximación por expresiones analíticas utilizando la energía almacenada en campos electrostáticos basada en el análisis electromagnético (es útil principalmente para transformadores con propiedades geométricas específicas).

Las capacitancias dispersas en los circuitos de los modelos de transformadores de alta frecuencia son en realidad parámetros dependientes de la frecuencia debido a las corrientes de Eddy generadas en elementos conductores inmersos en un campo magnético. Aún siendo un factor importante, son escasos los modelos de transformadores de alta frecuencia que tienen en cuenta este punto. Hai Yan Lu, Jian Guo Zhu y S. Y. Ron Hui [LUZH03], proponen métodos para la determinación experimental de capacitancias dispersas en transformadores de alta frecuencia de dos devanados basados en:

- 1) Aproximación mediante cuadripolos
- 2) Aproximación mediante respuesta al escalón de dipolos

La aproximación mediante two-port identifica las capacitancias dispersas de un transformador de dos devanados ajustando los resultados de las pruebas en circuito abierto y cortocircuito de ambos devanados (tensión y corriente), efectuadas dentro del rango de frecuencias de operación normales, en el modelo  $\pi$ .

La aproximación por respuesta al escalón, identifica las capacitancias de dispersión por la corriente de la capacitancia de dispersión que puede ser obtenida restando la corriente inducida a la corriente total de entrada bajo la forma de un escalón de tensión.

### **III.3.2.1.- Modelos de transformadores de AF con capacitancias de dispersión.**

La Figura CIII.41 muestra un transformador de dos devanados donde se han incluido los efectos de las capacitancias de dispersión. Las resistencias de los devanados primario y secundario son  $R_{w1}$  y  $R_{w2}$ , las tensiones del primario y secundario son  $V_1$  y  $V_2$ ;  $C_{10}$ ,  $C_{20}$  y  $C_{120}$  son las capacitancias, respectivamente, del devanado primario, del secundario y la existente entre ambos devanados.

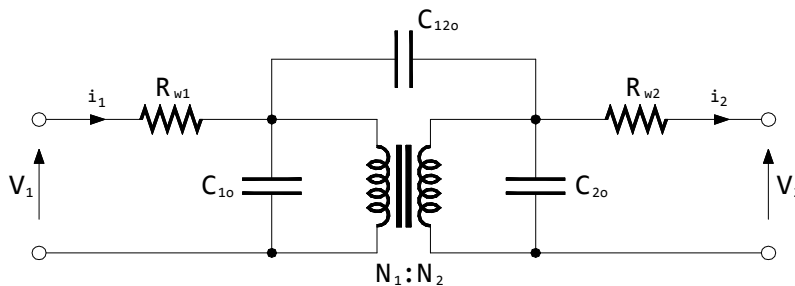
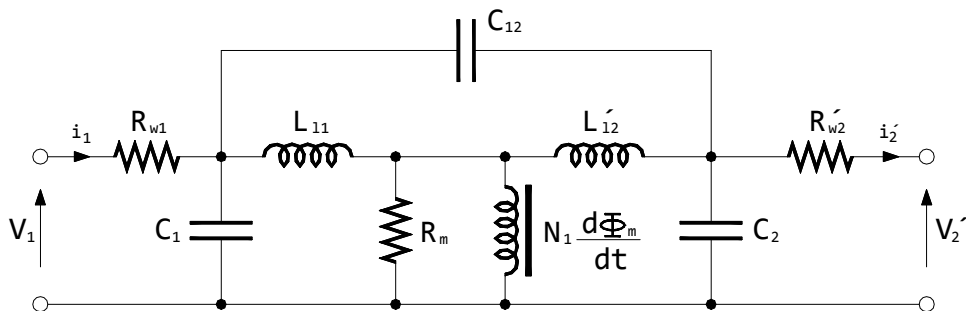


Figura CIII.41.- Modelo de transformador de dos devanados con capacidades de dispersión.

### Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

La Figura CIII.42 muestra el mismo circuito pero con sus parámetros referidos al primario donde  $R_{w1}$ ,  $L_{11}$  y  $R_{w2}$ ,  $L_{12}$  son las resistencias e inductancias de fugas de los devanados primario y secundario, respectivamente,  $R_m$  es la resistencia para las pérdidas en el núcleo, y  $N_1 d\phi_m/dt$  es la fuerza electromotriz generada en el devanado primario.



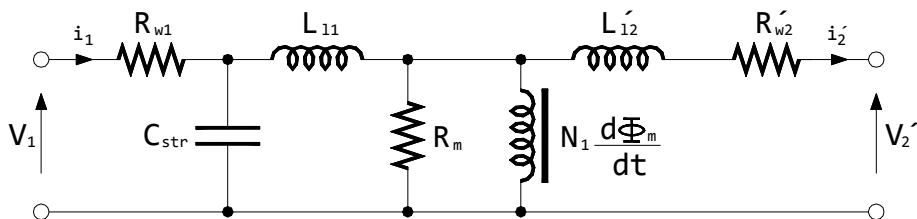
**Figura CIII.42.-** Modelo de transformador con capacidades de dispersión reducido a primario.

Los valores de las capacidades de la Figura CIII.42 se pueden referir a las capacidades de la Figura CIII.41 de acuerdo a las relaciones ( $k = N_2 / N_1$ ):

$$C_1 = C_{1o} + (1 - k)C_{12o} \quad \text{[III.50]}; \quad C_2 = k^2 C_{2o} + k(k - 1)C_{12o} \quad \text{[III.51]}; \quad C_{12} = kC_{12o} \quad \text{[III.52]}$$

Puesto que las inductancias de fugas en un transformador de alta frecuencia son pequeñas comparadas con la inductancias de magnetización, la caída de tensión en estas inductancias es despreciable y, por tanto, el efecto total de las tres capacidades de dispersión puede simplificarse por una única equivalente conectada como muestra la Figura CIII.43.

El valor de esta capacidad equivalente es:  $C_{str} \approx C_1 + C_2$  [III.53]



**Figura CIII.43.-** Modelo de transformador con una única capacidad de dispersión.

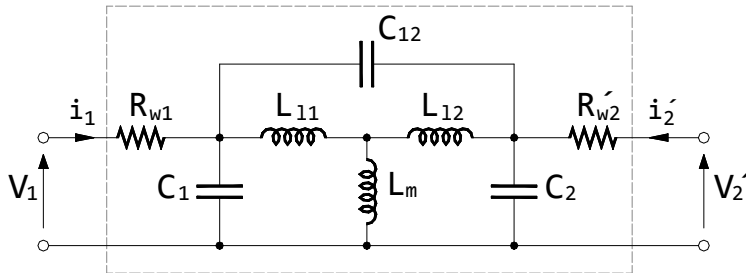
**III.3.2.2.- Determinación experimental de las capacitancias de pérdidas.**

A) Aproximación por redes two-port.

Se trata el circuito equivalente del transformador de AF como un cuadripolo e identifica los parámetros del circuito utilizando la impedancia en circuito abierto y cortocircuito que pueden ser medidas fácilmente bajo excitación sinusoidal. Para eliminar la influencia de la no linealidad magnética en la medida de las capacitancias de pérdidas, las pruebas deberían ser llevadas a cabo, separando los devanados del núcleo. Si no es posible, la corriente de excitación aplicada a los devanados debe ser lo suficientemente pequeña como para que el punto de operación del núcleo permanezca dentro de la región lineal.

A.1) Equivalente two-port de un transformador de alta frecuencia:

El circuito equivalente eléctrico de un transformador de dos devanados con núcleo magnético puede ser modelado como un two-port, tal como se muestra en la Figura CIII.44 en la que  $V_1$  e  $I_1$  son la tensión y corriente del puerto 1 (primario), y  $V_2'$  e  $I_2'$  son la tensión y corriente del puerto 2 (secundario) referidas al primario.



**Figura CIII.44.-** Cuadripolo equivalente de un transformador de dos devanados con núcleo magnético.

Bajo excitación sinusoidal, las ecuaciones que relacionan las tensiones y corrientes entre terminales pueden ser escritas en forma de matrices como,

$$YV = I \tag{III.54}$$

donde  $V = [V_1, V_2']^T$  e  $I = [I_1, I_2']^T$  son los vectores voltaje y corriente de la red, e  $Y$  es la matriz de admitancias que puede ser expresada como,

$$Y = A^{-1}B = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \tag{III.55}$$

donde,

$$A_{11} = R_{\omega 1} + j\omega(L_{l1} + L_m) - \omega^2 R_{\omega 1} (C_{12} L_{l1} + (L_{l1} + L_m) C_1)$$

$$A_{12} = j\omega L_m + \omega^2 C_{12} R'_{\omega 2} (L_{l1} + L_m) - \omega^2 L_m R'_{\omega 2} (C_2 + C_{12})$$

$$A_{21} = j\omega L_m + \omega^2 C_{12} R_{\omega 1} (L_{l1} + L_m) - \omega^2 L_m R_{\omega 1} (C_1 + C_{12})$$

$$A_{22} = R'_{\omega 2} + j\omega(L'_{l2} + L_m) - \omega^2 R'_{\omega 2} (C_{12} L'_{l2} + (L'_{l2} + L_m) C_2)$$

[III.56]

$$B_{11} = 1 - \omega^2 (C_{12} L_{l1} + (L_{l1} + L_m) C_1)$$

$$B_{12} = \omega^2 (L_{l1} C_{12} - L_m C_2)$$

$$B_{21} = \omega^2 (L'_{l2} C_{12} - L_m C_1)$$

$$B_{22} = 1 - \omega^2 (C_{12} L'_{l2} + (L'_{l2} + L_m) C_2).$$

A.2) Identificación de parámetros:

Utilizando la teoría de los cuadriplos se pueden determinar experimentalmente los elementos de la matriz Y por pruebas de circuito abierto y cortocircuito en ambos puertos; y de ahí deducir, a partir de la matriz Y, los parámetros del circuito equivalente del transformador.

La Tabla CIII.1 muestra las ecuaciones del circuito derivadas de (III.54) bajo las condiciones de circuito abierto y cortocircuito. Los subíndices op, os, sp y ss indican respectivamente: primario en circuito abierto, secundario en circuito abierto, primario cortocircuitado y secundario cortocircuitado.

Prueba	Ecuaciones del circuito	
Puerto 2 en circuito abierto, $I_2' = 0$	$I_{1os} = \frac{B_{21}B_{12} - B_{11}B_{22}}{A_{21}B_{12} - A_{11}B_{22}} V_{1os}$	$V_{2os} = \frac{A_{11}I_{1os} - B_{11}V_{1os}}{B_{12}}$
Puerto 2 en cortocircuito, $V_2' = 0$	$I_{1ss} = \frac{B_{21}A_{12} - B_{11}A_{22}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}} V_{1ss}$	$I_{2ss} = \frac{B_{22}V_{1ss} - A_{11}I_{1ss}}{A_{12}}$
Puerto 1 en cortocircuito, $V_1 = 0$	$I_{2sp} = \frac{A_{11}B_{22} - A_{21}B_{12}}{A_{22}A_{11} - A_{21}A_{21}} V_{2sp}$	$I_{1sp} = \frac{B_{12}V_{2sp} - A_{12}I_{2sp}}{A_{11}}$
Puerto 1 en circuito abierto $I_1 = 0$	$I_{2op} = \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}}{A_{22}B_{11} - A_{12}B_{21}} V_{2op}$	$V_{1op} = \frac{A_{12}I_{2op} - B_{12}V_{2op}}{B_{11}}$

**Tabla CIII.1.-** Ecuaciones del circuito reducidas para las pruebas de circuito abierto y cortocircuito.

Se pueden definir dos formas para determinar los parámetros inductivos y capacitivos del circuito mostrado en la Figura CIII.44:

A.2.a) El primer método utiliza un conjunto de datos obtenidos de las pruebas de circuito abierto y cortocircuito en ambos puertos a una frecuencia específica. Las inductancias y capacitancias de pérdidas son obtenidas aplicando las ecuaciones del circuito recogidas en la Tabla CIII.1, a las respuestas de la red bajo las condiciones de circuito abierto y cortocircuito.

A.2.b) El segundo método utiliza múltiples conjuntos de datos, obtenidos de las pruebas de circuito abierto y cortocircuito en ambos puertos, dentro una amplia gama de frecuencias (desde unos pocos kHz a varios cientos de kHz). La identificación de los parámetros del circuito no puede ser encajados para un única frecuencia, ya que en realidad son la media de una amplia gama de frecuencias.

B) Aproximación por respuesta al escalón.

Este método de aproximación determina la capacidad de dispersión global ( $C_{str}$ ) de un transformador de dos devanados por su respuesta ante una señal escalón con el secundario en circuito abierto.

En la Figura CIII.45 se observa que el secundario en circuito abierto se trata como una bobina inductora donde la barra vertical que aparece a su derecha indica la naturaleza no lineal del núcleo magnético. Los valores  $V_s$  e  $i_s$  son la tensión y corriente de excitación, respectivamente,  $i_c$  es la corriente que atraviesa la capacidad de dispersión e  $i_L$  es la corriente de magnetización.

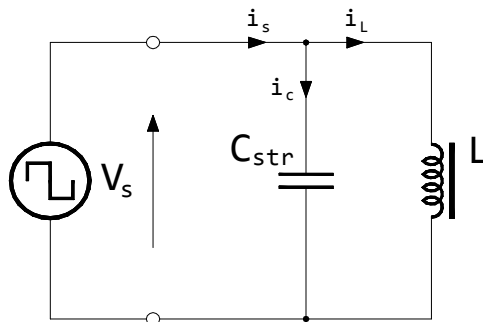


Figura CIII.45.- Bobina con capacidad de dispersión bajo excitación de onda cuadrada.

La corriente  $i_c(t)$  a través de la capacidad puede ser obtenida sustrayendo a la corriente de excitación  $i_s(t)$ , la corriente de magnetización  $i_L(t)$  ( $i_L(t)$  se calcula con precisión por un modelo dinámico generalizado de núcleo magnético de alta frecuencia sin capacidades de dispersión).

La corriente  $i_c(t)$  que atraviesa el condensador puede ser expresada teóricamente como:

$$i_c(t) = C_{str} \frac{dV_c(t)}{dt} \quad \text{[III.57]}$$

donde  $V_c(t)$  es la tensión en extremos del condensador  $C_{str}$  que es determinada como:

$$V_c(t) = V_c(t_0) + \frac{1}{C_{str}} \int_{t_0}^t i_c(t) dt \quad \text{[III.58]}$$

donde  $t_0$  es el tiempo en el momento inicial,  $t$  es el tiempo en el instante considerado, y  $V_c(t_0)$  es la tensión en la capacidad en el instante  $t_0$ .

Por lo tanto, la capacidad de dispersión se calcula como:

$$C_{str} = \frac{\Delta I_c}{\Delta V_c} \quad \text{[III.59]}$$

donde  $\Delta t$  es el incremento de tiempo (muestreo),  $\Delta V_c = V_c(t_0 + \Delta t) - V_c(t_0)$  es la variación de  $V_c$  en el incremento de tiempo  $\Delta t$ , e

$$I_c = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} i_c(t) dt \quad \text{[III.60]}$$

es la corriente media a través del condensador en el incremento de tiempo  $\Delta t$ .

### III.3.3.- Modelo de BIERNACKI.

Los componentes lineales y no lineales de un transformador de banda ancha tales como, las inductancias de fuga y magnetización, las pérdidas magnéticas y en los devanados, y las capacidades de los devanados, son medidos de forma indirecta utilizando la técnica de los coeficientes de reflexión con la matriz de dispersión [S] (S-parámetros). Janusz Biernacki y Dariusz Czarkowski [BIER01], proponen un modelo discreto de transformador obtenido a partir de estas medidas.

Los resultados experimentales obtenidos sobre un transformador de banda ancha de ferrita en un rango de frecuencias comprendido entre 50 MHz y 300 MHz, confirman que la matriz de dispersión [S], es un método preciso y eficaz para obtener modelos de transformadores no lineales.

**III.3.3.1.- Red de N-puertos representada por las matrices [Z], [Y] y [S].**

Los circuitos en general consisten en componentes variables e invariables con el tiempo, lineales y no lineales, que pueden ser conectados entre si a fuentes de señal independientes o a cargas. Cualquiera de estas redes puede ser descrita por sus coeficientes de transferencia en ambas direcciones y las impedancias en sus puertos.

La Figura CIII.46 muestra una red de n-puertos con tensiones y corrientes entrando y saliendo de cada puerto. Si se utiliza la terminología de alta frecuencia,  $V_n^+$  e  $I_n^+$  son las tensiones y corrientes incidentes y  $V_n^-$  e  $I_n^-$  las reflejadas.

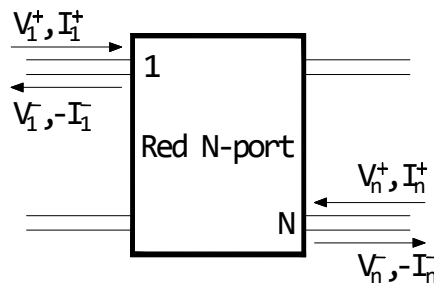


Figura CIII.46.- Red arbitraria con N-puertos.

El valor total de tensión y corriente en cualquier terminal es:

$$V_n = V_n^+ + V_n^- \tag{III.61}$$

$$I_n = I_n^+ - I_n^- \tag{III.62}$$

La representación completa de la red por las matrices impedancia [Z] y admitancia [Y] requiere la medida de tensiones y corrientes complejas e impedancias que en baja frecuencia pueden ser resueltas con técnicas simples (p.e. puentes de impedancias), pero que en alta frecuencia son difíciles de desarrollar. Por consiguiente, los métodos de medida y las limitaciones de los equipos hacen que el uso de las matrices [Z] e [Y] no sean prácticas, además de poco precisas, para tenerlas en cuenta a altas frecuencias.

En alta frecuencia, los valores que pueden ser medidos fácil, precisa y directamente son los coeficientes de reflexión y transmisión. Estos coeficientes forman la base de la matriz de dispersión [S] dependiente de la frecuencia. Mientras que las matrices impedancia y admitancia relacionan la tensión y corriente total en los puertos, la matriz de dispersión relaciona las ondas de tensión incidentes y reflejadas de los puertos.



En una red de n-puertos la matriz de dispersión [S] queda definida como:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad \text{[III.63]}$$

donde  $V_N^+$  es la tensión incidente y  $V_N^-$  la reflejada.

Un elemento específico de la matriz [S] puede ser determinado por:

$$S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+} \quad \text{en } V_k^+ = 0 \text{ para } k \neq j \quad \text{[III.64]}$$

El valor de  $S_{ij}$  se halla a través de la onda incidente de tensión por el puerto  $j$ ,  $V_j^+$ , y midiendo la amplitud de la onda reflejada,  $V_i^-$ , que sale por el puerto  $i$ .

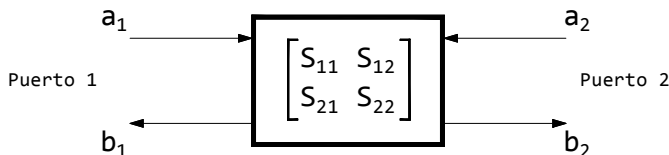
La onda incidente en todos los puertos excepto el  $j^{\text{th}}$  es nula, lo que significa que todos deberían acabar en cargas para prevenir la reflexión. Por eso,  $S_{ii}$  es el coeficiente de reflexión visto desde el puerto  $i^{\text{th}}$  cuando el resto de puertos acaban con cargas.

En la práctica, para medidas de alta frecuencia, los parámetros de dispersión son medidos usando acopladores direccionales y definidos con los puertos acabados en su impedancia característica, normalmente 50 ohmios.

Una vez son conocidos los parámetros de dispersión [S] de la red, se puede realizar analíticamente su conversión a otro tipo de parámetros.

### III.3.3.2.- Flujo de potencia en la red Two-port.

La Figura CIII.47 representa una versión reducida de una red two-port. Se define  $Z_{0n}$  como la impedancia característica real del puerto  $n$ -ésimo; las ondas de tensión incidente y reflejada del puerto  $n$ -ésimo son  $a_n = V_n^+ / (Z_{0n})^{1/2}$  y  $b_n = V_n^- / (Z_{0n})^{1/2}$ , respectivamente.



**Figura CIII.47.-** Definición de parámetros (parámetros-S) de un two-port.

Teóricamente, la potencia total que abandona un puerto más las pérdidas en el mismo, es igual a la suma de la potencia incidente (resaltar que ondas de la forma  $|a_n|^2$  originan potencias que fluyen hacia el interior del cuadripolo y que ondas del tipo  $|b_n|^2$  originan potencias que fluyen hacia el exterior (reflejadas) del mismo). La potencia media del puerto n-ésimo puede expresarse como:

$$P_n = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V_n I_n^*\} = \frac{1}{2} (|a_n|^2 - |b_n|^2) \quad \text{[III.65]}$$

Este resultado es intuitivo ya que supone que la potencia media del puerto n es igual a la potencia de la onda incidente menos la potencia de la onda reflejada. Si se expresa a partir de los parámetros  $S_{nn}$ , queda de la forma:

$$P_n = \frac{1}{2} \left[ |a_n|^2 (1 - |S_{nn}|^2) \right] \quad \text{[III.66]}$$

Si se desea hallar la potencia en la carga, de la definición de los parámetros S, el valor de  $S_{21}$  debe medirse con el puerto 2 debidamente anulado. Con el puerto 2 anulado el valor de  $a_2$  es cero, y ninguna señal puede ser reflejada desde él. El parámetro  $S_{21}$  se define entonces como una relación entre  $b_2$  y  $a_1$ . En esta situación, la potencia media transferida desde el puerto 1 a la carga del puerto 2 es igual a:

$$P_{load} = \frac{1}{2} |S_{21}|^2 \quad \text{[III.67]}$$

La potencia de pérdidas en el interior del two-port se define como la diferencia entre la potencia entrante en el puerto 1 ( $1 - |S_{11}|^2$ ), y la potencia de salida del puerto 2 ( $|S_{21}|^2$ ):

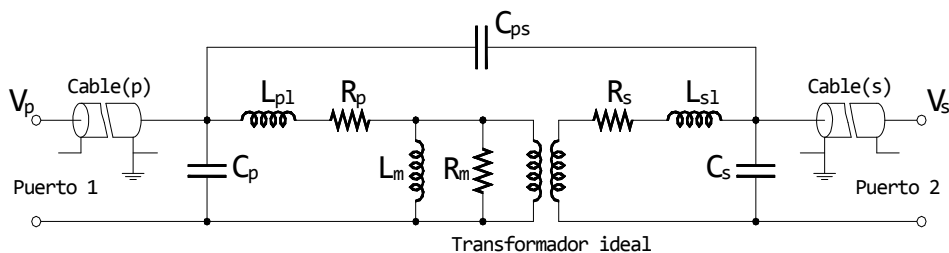
$$P_{loss} = P_1 - P_{load} = (1 - |S_{11}|^2) - |S_{21}|^2 \quad \text{[III.68]}$$

### **III.3.3.3.- Representación del circuito equivalente.**

A frecuencias elevadas las componentes parásitas pueden llegar a tener una influencia significativa. La Figura CIII.48 muestra el modelo de un transformador de alta frecuencia constituido por inductancias, condensadores, resistencias y un transformador ideal como un two-port. El modelo incluye capacitancias de dispersión e inductancias.

Las inductancias de fugas están representadas por  $L_{p1}$  y  $L_{s1}$ , siendo  $L_m$  la inductancia de magnetización. Las resistencias  $R_p$  y  $R_s$  representa las pérdidas resistivas y las pérdidas en el núcleo de ferrita a bajas frecuencias.

La resistencia  $R_m$ , dependiente de la frecuencia, representa las pérdidas por histéresis en el núcleo, la cual incrementa su valor con la frecuencia de trabajo. Para una representación más precisa de las pérdidas en el núcleo, las resistencias  $R_p$  y  $R_s$  también deberían ser dependientes de la frecuencia. El cable que conecta el transformador con los circuitos exteriores es equiparable a una inductancia o una impedancia de valor muy alto (usualmente se considera como una parte de los devanados primario y secundario). Los condensadores  $C_p$  y  $C_s$  representan las capacidades parásitas entre espiras de cada devanado y  $C_{ps}$  es la capacidad parásita entre los devanados primario y secundario.



**Figura CIII.48.**- Representación del modelo de transformador Two-Port de Biernacki.

La matriz de dispersión [S] describe perfectamente el cuadripolo y contiene suficiente información para caracterizar los componentes del modelo de la Figura CIII.48.

El método utilizado para obtener los parámetros del modelo es la técnica de extracción de parámetros. Esta técnica requiere la selección de unos valores iniciales para el modelo y modificarlos iterativamente hasta que las diferencias entre los parámetros-S calculados y los medidos alcancen un mínimo.

Los valores iniciales pueden ser obtenidos utilizando los coeficientes de reflexión, ( $S_{11}$ ) en el puerto 1 con el puerto 2 cortocircuitado y abierto. Estos coeficientes pueden ser medidos ó calculados a partir de la matriz de parámetros S ( $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{22}$ ).  $S_{11}$  se puede convertir en la impedancia de entrada compleja, vista mirando hacia la carga, mediante la siguiente expresión:

$$Z_{in} = Z_o \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \quad \text{[III.69]}$$

Con la presunción de que la impedancia de  $C_p$  es mucho mas grande que la impedancia de  $L_{p1} + L_{s1}$ , la parte real de  $Z_{in}$  medida a la frecuencia más baja con el puerto 2 cortocircuitado representa la suma de  $R_p + R_s n^2$ . Al mismo tiempo, la parte imaginaria de  $Z_{in}$  representa la suma de  $s(L_{p1} + L_{s1} n^2)$ . Con el puerto 2 abierto se puede considerar algo similar para obtener los valores iniciales de  $C_p$ ,  $C_s$ ,  $R_m$  y  $L_m$ .

El puerto 2 puede estar abierto de tres formas diferentes (cable de fase flotante, cable opuesto flotante o ambos flotantes), cada una de ellas con un único circuito equivalente.

### **III.3.4.- Modelo de ZHANG.**

Los transitorios muy rápidos de sobretensión (VFTO: Very Fast Transient Overvoltage) causados por operaciones de conmutación, conexión/desconexión etc., dañan severamente los equipos de potencia, especialmente los transformadores de potencia.

Xile Zhang, Guishu Liang, Qing Xie y Haifeng Sun [ZHAN06] proponen un modelo de alta frecuencia simple y robusto basado en la función de transferencia en orden a estudiar los efectos sobre los devanados del transformador de las sobretensiones.

Los pasos que se siguen para el desarrollo del mismo son los siguientes:

- 1) Se deducen las funciones de transferencia de tensión a partir de los parámetros de la matriz de dispersión medidos mediante un analizador de redes.
- 2) Las funciones de transferencia se ajustan a funciones racionales con el vector de ajuste.
- 3) Se reduce el orden del sistema mediante el método de aproximación de Routh.
- 3) Las funciones de transferencia resultantes se sintetizan en circuitos RLC.

#### **III.3.4.1.- Parámetros S, función transferencia, ajuste y reducción de orden.**

Los parámetros S ( $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  y  $S_{22}$ ) son obtenidos a partir de un analizador de redes. A continuación se hallan las relaciones entre estos y los parámetros de impedancia Z, para un cuadripolo de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$Z_{11} = Z_o \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \quad [\text{III.70}]$$

$$Z_{21} = Z_o \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \quad [\text{III.71}]$$

donde  $Z_o$  es la impedancia de referencia del sistema de medida.

A partir de estos valores, se deduce la función de transferencia del cuadripolo:

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}} \quad [\text{III.72}]$$

Las funciones de transferencia originales se ajustan en primer lugar a funciones racionales mediante el vector de ajuste para después emplear el método de aproximación modificado de Routh para, además de reducir su orden, obtener los datos dominantes que rigen el comportamiento de la función de transferencia.

### **III.3.4.2.- Modelado de los devanados del transformador.**

El modelo para los devanados del transformador se lleva a cabo utilizando la técnica de síntesis de redes basada en funciones de transferencia racionales.

Básicamente consiste en descomponer, en primer lugar, la función de transferencia total en la suma de varias funciones racionales independientes más sencillas. Cada una de estas funciones da lugar a un circuito eléctrico compuesto por resistencias, inductancias y capacidades, agrupadas de acuerdo a la síntesis de la función de transferencia correspondiente; los elementos del circuito RLC resultante son hallados mediante sencillas relaciones matemáticas.

### **III.3.5.- Modelo de GUSTAVSEN.**

El comportamiento de los transformadores de alta frecuencia se caracteriza por la aparición de puntos de resonancia debidos a los efectos inductivos y capacitivos de los devanados, tanque, y núcleo.

El comportamiento del transformador en alta frecuencia puede ser modelado mediante una red eléctrica basada en propiedades geométricas y del material que requiere información detallada sobre el mismo. Una forma diferente de obtener el modelo, es obtener un modelo black-box basado en medidas cuantitativas en los terminales del transformador.

Bjorn Gustavsen [GUST04], describe un modelo black-box lineal de banda ancha dependiente de la frecuencia de un transformador de dos devanados para el cálculo de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia.

La obtención de datos para el modelo parte de un sistema de medida basado en un analizador de redes (los efectos de los cables se minimiza utilizando cables apantallados). La exactitud de los datos se incrementa utilizando una combinación de medidas de corriente y de tensiones de transferencia.

El modelo, basado en una aproximación racional a la matriz de admitancias en el dominio de la frecuencia en el rango de 50 Hz a 1 MHz, es posible incluirlo en un programa de simulación de transitorios electromagnéticos (EMTP).

### III.3.5.1.- Medida de la matriz de admitancias Y.

El comportamiento del modelo de un transformador, en el que solo se consideran sus terminales de entrada y salida, puede ser definido por su matriz de admitancias Y. La matriz relaciona la tensión y corriente en los mismos mediante la expresión:

$$I(s) = Y(s)V(s) \quad \text{[III.73]}$$

Para un transformador de “n” terminales, Y es una matriz simétrica de tamaño “n x n”, mientras que I y V son vectores de longitud “n”.

La medida directa de todos los elementos de la matriz Y se realiza utilizando un procedimiento como el que muestra la Figura CIII.49. Aplicando una tensión al terminal j y cero al resto de terminales se obtiene la columna jth de la matriz Y, donde el elemento Y<sub>ij</sub> es la corriente fluyendo desde tierra hacia el terminal i.

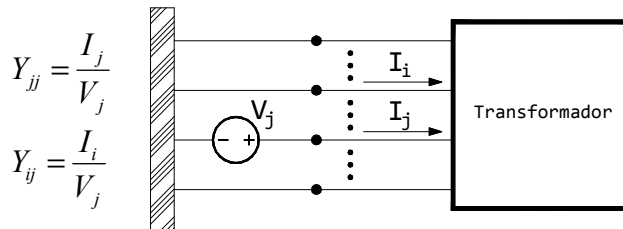


Figura CIII.49.- Medida de elementos de la columna jth de la matriz Y.

Se pueden producir errores de medida cuando se usa la matriz Y en situaciones con diferentes condiciones en los terminales (p.e. con algún terminal abierto). Por lo tanto, se valida el modelo en diversas situaciones.

El modelo resultante es sensible a errores cuando los terminales están abiertos en ambos devanados. Sin embargo, la precisión se mejora incluyendo las tensiones de transferencia en el modelo. La sensibilidad del modelo se reduce a bajas frecuencias, cuando se reduce la relación de tensiones del transformador.

### III.3.6.- Modelo de ZHONGYUAN.

Los modelos de circuitos de transformadores de alta frecuencia son indispensables para simular el estrés de tensión, causados por transitorios de sobre-tensión muy rápidos (VFTO), en los circuitos secundarios a través de las capacitancias de dispersión,

Zhang Zhongyuan, Lu Fangcheng y Liang Guishu [ZHON08], proponen una metodología sistemática para establecer el modelo de un transformador de alta frecuencia (de 100 kHz a 1 MHz), basado en los parámetros de dispersión.

En primer lugar, los parámetros S del cuadripolo del transformador son convertidos a parámetros Y para establecer el circuito equivalente en  $\pi$ . A continuación, se utiliza el vector de ajuste para aproximar las admitancias del circuito equivalente  $\pi$  a funciones racionales consistentes en polos y residuos, reales y complejos conjugados. Por último, se utiliza un método de síntesis de circuitos basado en funciones racionales para construir el modelo.

Cuando se produce una sobretensión se generan señales de varios cientos de megahercios en el primario del transformador. A través de los acoplamientos conductivos, parte de los transitorios pasan a los circuitos secundarios e interfieren con los dispositivos de protección y control.

Los acoplamientos conductivos pueden ser de dos tipos:

- Capacitivos: los transitorios pasan a los cables del secundario a través de las capacidades de dispersión del transformador.
- Puesta a tierra: los transitorios pasan a través de los sistemas a tierra a los cables del secundario y de ahí a los cables de los devanados del secundario.

De ambos acoplamientos, es el acoplamiento a través de las capacidades de dispersión del transformador la que tiene mayor importancia.

Zhang añade a los trabajos dedicados a la simulación de transitorios en los primarios del transformador la influencia que se da entre los circuitos de primario y secundario.

En el modelo propuesto se considera el transformador como una caja negra o black.box en la que se describe su comportamiento por las relaciones entre sus entrada/salida y por sus admitancias.

Con el objetivo de incorporar el modelo a herramientas de simulación (EMTP, MATLAB o Pspice), se aplica la técnica de síntesis de circuitos para obtener el correspondiente modelo equivalente a base de circuitos RLC.

Realizar un modelo que responda fidedignamente en un amplio rango de frecuencias, supone superar dos problemas desde el punto de vista del modelado:

- El primero es la técnica de ajuste. Los métodos de ajuste tienen limitaciones tales como la lentitud y la inestabilidad, además causan problemas numéricos cuando se usan aproximaciones de alto orden combinadas con un amplio rango de frecuencias. El vector de ajuste (VA) supera estos problemas y puede ser aplicado con éxito para aproximar las respuestas en alta frecuencia del transformador.

- El segundo es la complejidad del circuito del modelo. No es usual que una función racional sea descrita por un número de decenas de polos cuando se estudia el comportamiento en alta frecuencia de un transformador de potencia. Además, la complejidad del circuito RLC sintetizado podría ser enorme. En consecuencia, con objeto de simplificar el modelo, se aplica una técnica de reducción de orden del modelo.

### III.3.6.1.- Pasos para la determinación del modelo.

#### Medida de los parámetros S.

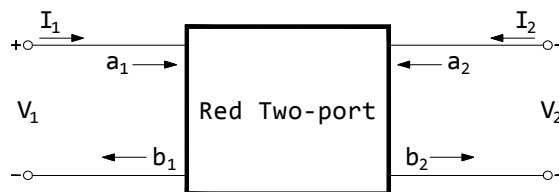
En alta frecuencia (p.e. frecuencias superiores a 1 MHz), es difícil realizar un cortocircuito ideal en el cuadripolo como demanda la medida de los parámetros de impedancia de la matriz Y; es más sencilla la medida de los parámetros S puesto que exige de conexiones y un procedimiento de medida más simple.

Los parámetros S determinan las relaciones entre la onda incidente “a” y la onda reflejada “b” del two-port. Las nombradas relaciones pueden ser escritas como:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad \text{[III.74]}$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad \text{[III.75]}$$

La Figura CIII.50 muestra el modelo general de una red Two-port con las ondas incidentes (“a<sub>k</sub>”) y reflejadas (“b<sub>k</sub>”).



**Figura CIII.50.-** Modelo general de red Two-port con ondas incidentes (“a<sub>k</sub>”) y reflejadas (“b<sub>k</sub>”).



### Circuito en $\pi$ equivalente.

La ecuación que transforma los parámetros de la matriz de dispersión  $S$  en parámetros de la matriz de admitancia  $Y$  es [III.76]:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{(1+S_{11})(1+S_{22})(S_{12}S_{21})} \begin{bmatrix} Y_1[(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}] & -2Y_1S_{12} \\ -2Y_2S_{21} & Y_2[(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}] \end{bmatrix}$$

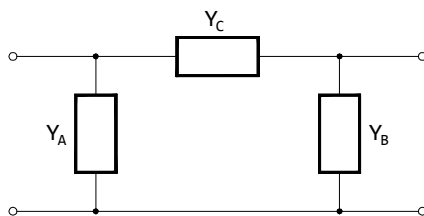
donde  $Y_1 = Y_2 = 1/Z_1 = 1/Z_2$

A partir de los parámetros de la matriz de admitancias se establece el circuito equivalente del modelo en  $\pi$  tal y como muestra la Figura CIII.51, donde las admitancias  $Y_A$ ,  $Y_B$  e  $Y_C$ , se determinan en función de los parámetros de la matriz de admitancias  $Y$  por simple aplicación de la teoría de circuitos para los Two-port:

$$Y_A = Y_{11} + Y_{12} \quad \text{[III.77]}$$

$$Y_B = Y_{22} + Y_{12} \quad \text{[III.78]}$$

$$Y_C = -Y_{12} = -Y_{21} \quad \text{[III.79]}$$



**Figura CIII.51.-** Circuito equivalente en “ $\pi$ ” del transformador.

### Aproximación de las impedancias $Y_A$ , $Y_B$ e $Y_C$ .

El vector de ajuste  $V_A$ , permite ajustar los parámetros de admitancia dependientes de la frecuencia del circuito por medio de funciones racionales usando tanto polos reales como complejos conjugados.

El vector de ajuste aproxima una respuesta en frecuencia,  $f(s)$ , con funciones racionales expresada como la suma de fracciones parciales,

$$f(s) \approx \sum_{k=1}^N \frac{r_k}{s - p_k} + d + se \quad \text{[III.80]}$$

donde los términos  $d$  y  $e$  son opcionales, y  $r_k$  y  $p_k$  son los residuos y polos, respectivamente.

Síntesis.

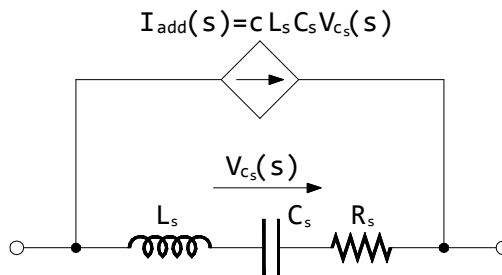
Una vez ajustados los resultados de  $Y_A$ ,  $Y_B$  e  $Y_C$  a funciones racionales se sintetizan a circuitos RLC.

El término constante  $d$  y el término proporcional  $s$  pueden ser sintetizado con una resistencia y una capacidad cuyos valores son  $1/d$  y  $e$ , respectivamente. Para un polo real y un residuo el circuito sintetizado se muestra en la Figura CIII.52.



**Figura CIII.52.-** Circuito equivalente sintetizado para un polo real y un residuo.

Cuando se sintetizan pares de polos complejos se utiliza, por su estabilidad, un circuito RLC en paralelo con una fuente de intensidad controlada como el mostrado en la Figura CIII.53.



**Figura CIII.53.-** Circuito equivalente para síntesis de pares de polos complejos.

**III.3.6.2.- Reducción de orden del modelo.**

Cuando se trabaja a altas frecuencias, la complejidad de los modelos RLC resultantes se convierte en un problema de difícil solución. Por ejemplo, cuando se aplica el vector de ajuste  $V_A$ , para ajustar las admitancias  $Y_A$ ,  $Y_B$  e  $Y_C$ , con el propósito de conseguir un comportamiento lo más preciso posible del modelo en frecuencias comprendidas entre 0,1 MHz y los 50 MHz, el orden de la función (el número de polos), puede alcanzar y superar con facilidad los 60; esto pone de manifiesto la complejidad que puede llegar a alcanzar el modelo. Es necesario por tanto, aplicar técnicas de reducción para simplificar el circuito.

Uno de los sistemas de reducción de orden se basa en la teoría de circuitos empleada en los two-port. La función de transferencia de tensión entre el puerto de entrada y salida puede ser expresada mediante los parámetros de la matriz de dispersión S como:

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = -\frac{Y_{21}}{Y_{22}} = \frac{2S_{12}}{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}} \quad [\text{III.81}]$$

donde  $V_1(s)$  y  $V_2(s)$  son las tensiones de entrada y salida del transformador, respectivamente.

A continuación, se trazan curvas que relacionan el comportamiento de diversas magnitudes (p.e. la tensión de entrada), con la frecuencia y se anota el rango de frecuencias en el cual se localizan las componentes principales que la conforman; se consigue de esta forma centrar, posteriormente, la función de transferencia sobre los puntos más representativos del espectro de frecuencias. El siguiente paso es medir los valores de los parámetros S en el tramo de frecuencias considerado.

A través de este proceso la precisión del modelo es regresiva, pero el número de ramas de circuitos RLC del modelo se reduce en gran medida.

Un factor a tener en cuenta cuando se aplica este método para la reducción del orden de la función de transferencia, consiste en que el valor de la frecuencia del VFTO debe estar comprendido dentro del rango de frecuencias seleccionado para definir el comportamiento representativo de la función de transferencia.

Un sistema más general para la reducción de orden del modelo es la técnica de aproximaciones propuesta por Padé.

### III.4.- Conclusiones y Tabla comparativa.

Fundamentalmente existen dos tipos de modelos circuitales de transformadores de AF, físicos y caja negra (black-box o two-port).

- Los modelos físicos, se basan en configuraciones formadas por entramados de componentes eléctricos (resistencias, inductancias y condensadores), conectados entre sí de acuerdo a criterios técnicos capaces de reproducir fenómenos magnéticos, eléctricos, térmicos y constructivos del transformador.
- Los modelos Black-box o modelos Two port, contienen configuraciones similares a la de los modelos físicos pero confinadas en bloques, que no son otra cosa que una representación gráfica de los procesos internos del modelo a los cuales sólo se tiene acceso a través de sus terminales de entrada y salida. De forma general, se puede considerar un Black-Box como un medio para sintetizar transformadores a circuitos RLC que describen su comportamiento.

Las diferencias entre ambos tipos de modelos son muy sutiles y en ocasiones se pueden plantear dudas para discernir a que tipo pertenece uno u otro modelo. Quizás el rasgo distintivo más pronunciado se encuentre en el método empleado en la búsqueda de los valores de los parámetros del modelo.

Como norma general, los modelos se desarrollan y plantean en base a cuatro aspectos:

#### 1) *Alcance.*

Por *alcance* se entiende el conjunto de fenómenos físicos (en ocasiones uno solo), considerados en el diseño y que el modelo es capaz de reproducir o simular. Aún siendo variados, predominan aquellos que intervienen en el comportamiento del núcleo y devanados (pérdidas en el núcleo, en los devanados, los efectos térmicos, ...).

En otras ocasiones el *alcance* describe una problemática concreta a la cual trata de responder el modelo planteado.

#### 2) *Estructura y composición.*

La *estructura* plasma la conexión entre los diferentes elementos que conforman el modelo que da respuesta al problema expuesto.

Íntimamente relacionada con el *alcance*, generalmente la estructura de un modelo la forma un entramado de resistencias, inductancias y condensadores.

Los autores parten de modelos generales sobre los que realizan las modificaciones que creen oportunas, o bien los diseñan desde cero a partir de criterios propios.

## Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

### 3) *Determinación de parámetros.*

Determinar parámetros equivale a calcular los valores del conjunto de resistencias, inductancias y capacitancias que configuran el modelo. En determinados modelos aparecen parámetros auxiliares como: autoinductancias, inductancias mutuas o admitancias que sirven de valores intermedios para el cálculo de los primeros.

Los mecanismos empleados son variados: por medición de impedancias, por métodos numéricos, por cálculo de la matriz de dispersión o por métodos computacionales.

### 4) *Grado de precisión.*

El *grado de precisión* define la exactitud del modelo y, por tanto, su validez. Cada autor establece su propio método, pero puesto que todo modelo circuital puede ser implementado en programas de cálculo computacional, su exactitud se determina por la comparación de medidas realizadas en el transformador que sirve de base experimental, y las practicadas, por simulación, sobre el modelo implementado computacionalmente.

La Tabla CIII.2 recoge las principales características de los modelos circuitales analizados:

TABLA COMPARATIVA DE MODELOS DE TRANSFORMADORES EN ALTA FRECUENCIA															
Modelos		III.2.1	III.2.2	III.2.3	III.2.4	III.2.5	III.2.6	III.2.7	III.3.1	III.3.2	III.3.3	III.3.4	III.3.5	III.3.6	
Tipo	Físico	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗							
	Black-box								✗	✗	✗	✗	✗	✗	
Datos	Frecuencia	1 < 2.5 kHz													
		2.5 kHz < f ≤ 1 MHz	✗	✗	✗	✗	✗			✗		✗	✗		
		f > 1 MHz	✗					✗	✗	✗		✗			✗
	Diseño	Experimental AF	✗					✗	✗	✗		✗		✗	✗
		Experimental MF	✗		✗	✗	✗	✗			✗		✗		
		Experimental BF						✗							
	Simulación	Elementos finitos		✗	✗										
		EMTP	✗							✗				✗	✗
		Pspice													✗
MATLAB					✗		✗		✗					✗	
Función transferencia							✗	✗				✗		✗	
Cálculo		Impedancias	✗	✗	✗	✗		✗		✗	✗	✗			✗
		Capacitancias	✗	✗	✗		✗	✗		✗	✗	✗	✗		✗
	Inductancias	✗	✗	✗	✗		✗		✗	✗	✗	✗		✗	
Otros															
Año publicación		2006	2010	2008	1998	1999	1997	2007	2010	2003	2001	2006	2004	2008	

Tabla CIII.2.- Tabla comparativa de características de diferentes modelos de transformador de AF.

### III.5.- Diseño del transformador en AF.

Aún cuando se han visto varios aspectos que tienen que ver con el modelado del transformador en AF, existen muchos otros relativos a su diseño que completan el panorama de factores que intervienen o están relacionados con el mismo.

Así, para R. Petkov [PETK95] y [PETK96], en el estudio del diseño y comportamiento de un transformador de alta potencia y alta frecuencia se debe prestar igual atención a los procesos térmicos que a los eléctricos; potencia, frecuencia y temperatura están estrechamente relacionadas.

Aspectos a tener en cuenta son entonces: La potencia en el núcleo de ferrita en relación con la frecuencia aplicada, la densidad de flujo óptima en el núcleo, y las densidades de corriente óptimas para conseguir la mayor eficiencia en el transformador.

Por tanto, en el transformador son determinantes: la selección de materiales, el cálculo de la máxima densidad de flujo para conseguir pérdidas mínimas y definir el óptimo diámetro del devanado. Lo cual lleva a la necesidad de definir: las pérdidas en el núcleo (por debajo de la saturación son la suma de tres mecanismos: histéresis, corrientes de Foucault y flujos de dispersión), las pérdidas en el cobre (depende del coeficiente de resistencia del devanado, por tanto del número de capas y del grosor del conductor) y el modelo térmico.

El equivalente térmico del transformador consta de: la resistencia térmica del devanado, la resistencia térmica entre devanado y ambiente, la resistencia térmica del núcleo y, por último, de la resistencia térmica entre el núcleo y el ambiente. Las expresiones matemáticas, que ligan resistencia con potencia, ponen de manifiesto la estrecha relación entre los fenómenos térmicos y eléctricos que tienen lugar en el transformador.

Un modelo térmico para el devanado pone de manifiesto que la resistencia eléctrica del devanado del primario, depende en gran medida de su radio exterior ( $r_1$ ). A menor valor disminuye la temperatura en el mismo. Las pérdidas en el devanado son directamente proporcionales al cuadrado de la potencia de salida e inversamente proporcionales al cuadrado del producto de la densidad de flujo por la frecuencia.

Un transformador óptimo debe relacionar la pérdida de potencia en los devanados y núcleo con los valores de la densidad de flujo y la frecuencia. La pérdida de potencia total en el transformador es mínima para un valor óptimo de la densidad de flujo a una frecuencia dada.

La Figura CIII.54, muestra esquemáticamente los aspectos considerados por Petkov [PETK95] y [PETK96], en el diseño de transformadores de alta potencia y alta frecuencia:

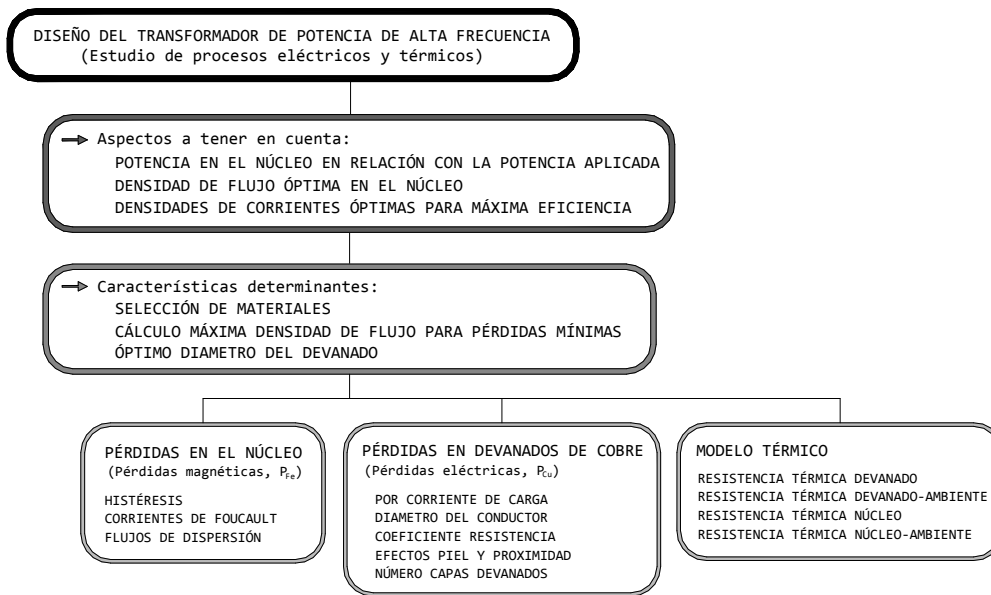


Figura CIII.54.- Criterios para el diseño de un transformador de AF de Petkov.

En la **selección de materiales**, el material del núcleo es determinante; de sus características dependen, para una frecuencia y densidad de flujo dadas, las pérdidas que se dan en el mismo [KHER90] y [HAGG98]. Un buen material para el núcleo debiera tener: pérdidas mínimas, operar a altas frecuencias, alta densidad de flujo de saturación, alto ratio potencia/peso y poseer buenas propiedades térmicas y mecánicas.

Otro factor que condiciona la elección del material del núcleo es la dependencia que su permeabilidad presenta con respecto de la frecuencia; básicamente, la primera decae con el aumento de la segunda [MASI95].

La utilización en el núcleo de metales amorfos mejora considerablemente la reducción de las pérdidas en vacío mejor que los aceros convencionales. De hecho, este material está siendo probado y se ha comprobado que procura unas pérdidas en vacío extremadamente bajas; mucho menores que las pérdidas más bajas halladas en los transformadores de núcleo convencional (denominado acero Hi-B). El metal amorfo se presenta en finas láminas de pequeños calibres, lo que hace difícil un buen apilado.

Las mejoras en la eficiencia de transformadores se basan en mejoras en el material del núcleo (que permitan densidades de flujo mayores), y en el desarrollo de sistemas de aislamiento más compactos.

La relación entre las pérdidas en el núcleo y la densidad de flujo, pone de manifiesto que a mayor densidad de flujo, para una frecuencia dada, mayor es la pérdida obtenida. Se presenta así, buscar una solución de compromiso cuyo objetivo sea calcular el valor **óptimo de la densidad de flujo para obtener pérdidas mínimas**. R. Petkov en [PETK96] desarrolla un método para el cálculo del flujo óptimo ( $B_{opt.}$ ), a una frecuencia dada, que produce las mínimas pérdidas y procura la máxima eficiencia del transformador.

Las pérdidas en los devanados de cobre no solo depende del coeficiente de resistencia del devanado (por tanto del número de capas y del grosor del conductor); otro factor lo constituye el tipo de devanado, convencional o coaxial, utilizado [KHER90]. El devanado coaxial, usado normalmente en transformadores de AF, controla los flujos de fuga, minimiza las pérdidas en el núcleo y evita puntos localizados de calor.

Otros problemas son debidos a la distribución de campos eléctricos en la proximidad de los devanados que origina la aparición de capacidades propias y mutuas, y capacidades a tierra o a circuitos adyacentes. Los efectos de estas capacidades son importantes a frecuencias elevadas y hacen que el transformador se comporte de una manera totalmente diferente de la que sería previsible si se despreciaran [SMIT81]. Así, determinar el **óptimo diámetro del devanado** (y su aislamiento), tiene gran importancia.

Es posible plantear nuevos métodos de cálculo de las **pérdidas en el núcleo**, al margen de la formulación clásica. Así, M. Sippola y R. E. Sepponen [SIPP02], proponen ecuaciones para el diseño de transformadores de alta potencia y frecuencia que estudian las pérdidas en el núcleo, en el devanado y el aumento de su temperatura, a partir de hojas de cálculo que utilizan: las propiedades del material (coeficientes de pérdida de Steinmetz, resistividad de la ferrita, resistividad del cobre), la geometría (área y longitud del núcleo, área y longitud del devanado), el devanado (número espiras, factor de llenado del cobre, ratio de área entre primario y secundario) y parámetros de excitación (tensión de entrada, cambio de frecuencia y componentes armónicos de la corriente).

En el valor de las **pérdidas por histéresis** (calculadas a partir de la ecuación de Steinmetz), intervienen coeficientes de pérdidas (aportados por el fabricante), la temperatura, la frecuencia equivalente (calculada a partir de los cambios de densidad de flujo instantáneos durante un periodo de muestreo) y la densidad de flujo máxima.



Debido a la resistividad finita de la ferrita del núcleo y la capacitancia entre los granos que lo conforman, las pérdidas por corrientes de Foucault son inducidas por el flujo magnético cambiante. En su cálculo intervienen ambos conceptos (resistividad y densidad de flujo), además del valor de la frecuencia y de la superficie de la sección transversal del núcleo.

En los modernos sistemas electrónicos de potencia de AF, se utilizan normalmente las ferritas blandas en el núcleo de inductancias y transformadores a causa de las ventajosas características de alta permeabilidad magnética y bajas pérdidas por corrientes de fuga con frecuencias de excitación elevadas [LUZH98].

Las pérdidas en el cobre son la suma de dos tipos de pérdidas: puras (debidas a la corriente de carga, diámetro/longitud y coeficiente de resistencia del devanado) y adicionales (debidas a los Efectos Piel y Proximidad, y al número de capas del devanado).

Para las pérdidas puras en los devanados, debidas a la corrientes de carga, N. Sippola y R. E. Sepponen [SIPP02] presentan una formulación que define los factores a evaluar para procurar las pérdidas mínimas en el devanado (área de la sección del devanado, longitud media de una espira, número de vueltas de los devanados, factor de llenado, intensidad de carga, relación de áreas de ambos devanados y la resistividad del cobre).

Las pérdidas por efecto Joule son directamente proporcionales a la intensidad que atraviesa el devanado y a su resistencia, por tanto, al diámetro, longitud y coeficiente de resistencia del devanado.

En las pérdidas adicionales influye la geometría de los devanados. Son debidas fundamentalmente al *efecto piel* (asociado a un conductor por el que circula una corriente alterna y consiste en la redistribución de las corrientes hacia la superficie debidas al campo magnético generado por esta corriente. El incremento en la densidad de corriente se observa por el aumento de la resistencia efectiva. Consecuentemente, para una intensidad dada, la potencia disipada ( $I^2R$ ) debería incrementarse), y al *efecto proximidad* (fenómeno por el que las corrientes de Eddy circulantes son inducidas en el conductor por campos magnéticos variables generados cerca de las corrientes llevadas por el conductor). Ambos fenómenos están íntimamente ligados a la frecuencia.

Minimizar las pérdidas en el devanado debido a corrientes de Eddy implica la selección del tipo y dimensiones del conductor y entender la geometría del devanado en las fugas.

En el devanado convencional se producen una gran cantidad de fugas de flujo. Por esta causa se estudian otros tipos de técnicas, como es el uso del devanado coaxial [KEHR90]. Se han investigado diferentes tipos de geometrías para el devanado coaxial, las más aceptadas son la circular y la rectangular.

En el devanado coaxial de transformadores trifásicos, es crucial que la inductancia de fuga, que es la fuente de energía transferida al elemento, sea idéntica en cada fase del transformador para asegurar el balance de la operación. Esto requiere que el transformador sea físicamente simétrico. Las técnicas de devanado coaxial ofrecen soluciones en la construcción de transformadores trifásicos; son una alternativa viable, puesto que contienen las fugas de flujo dentro del espacio entre devanados.

En los devanados convencionales, una considerable cantidad de fugas de flujo entran en el núcleo, resultando zonas localizadas de saturación en el mismo. Este fenómeno se hace crítico en transformadores de alta potencia y frecuencia.

A medida que se aumenta el número de capas del devanado, se incrementa su resistencia (como fue demostrado por Dowell [SIPP02]) y, por tanto, las pérdidas adicionales.

Resulta interesante contar con un modelo térmico del transformador en el proceso de diseño, ya que permite estimar su temperatura a fin de cumplir con las especificaciones de temperatura máxima del material; además, muestra la dependencia de la temperatura en los mecanismos de pérdidas [SIPP02].

En el diseño del modelo térmico se debe tener en cuenta que las propiedades magnéticas de ciertos materiales (ferritas blandas), son sensibles a la variación de temperatura [SNEL00] [SIEM91] haciendo posible que la densidad de flujo de saturación sea la mitad a temperaturas elevadas (p.e. 100°C), que a temperaturas menores (p.e. 20°C).

Dentro de ciertos rangos, la densidad de flujo de saturación varía linealmente con la temperatura [GZHU97].

Las resistencias térmicas lineales son usadas frecuentemente en diseños eléctricos o electrónicos para estudiar la transferencia de calor por conducción. La transferencia de calor por convección y radiación no es lineal y dependen de la diferencia de temperatura instantánea entre el objeto y el ambiente [SIPP02].

Es posible determinar la pérdida total de potencia del transformador dado que la cantidad total de calor transferido por todos sus componentes, debido al aumento de temperatura, la iguala.

Cuando se considera la importancia de los efectos termales en los cálculos de pérdidas, debe notarse que la resistencia del cobre tiene una dependencia con respecto a la temperatura positiva, mientras que las pérdidas en el núcleo se reducen a medida que esta aumenta, llegando a un punto, normalmente sobre los 100° C, donde se oponen al aumento de temperatura [SIPP02].

En su modelo térmico R. Petkov [PETK95], considera:

### A.- Resistencias térmicas del transformador

- 1.- Resistencia de los elementos que transfieren calor por convección.
  - a) Resistencia térmica de convección devanado-ambiente.
  - b) Resistencia térmica de convección núcleo-ambiente.
- 2.- Resistencia de los elementos que transfieren calor por conducción.
  - a) Resistencia térmica del espacio entre núcleo y devanado primario.
  - b) Resistencia térmica de los devanados primario y secundario.

### B.- Modelo térmico del transformador.

### C.- Modelo térmico de los devanados.

La formulación planteada establece relaciones entre diferentes parámetros (coeficiente de transferencia de calor de los devanados; conductividad térmica, espesor y peso del núcleo; temperaturas de los puntos más calientes del devanado; potencias de disipación de núcleo y devanados; resistencias térmicas que se dan por conducción y convección entre núcleo, devanados y ambiente; coeficientes de resistencia de devanados primario y secundario; conductividad del cobre; valores de corriente eficaz en devanados; longitud de los devanados y número de vueltas de devanados, con el fin de llegar a expresiones que le permiten, posteriormente, el cálculo del valor óptimo de pérdidas en el devanado y la densidad óptima de corriente en los mismos.

En resumen, basándose en el análisis eléctrico y térmico del transformador se optimizan valores como: la distribución de pérdidas de potencia en devanados y devanados-núcleo, el espesor de los devanados, la densidad de corriente en los devanados y, por último, la densidad de flujo en el núcleo procurando la máxima eficiencia del transformador.

Otras teorías [OLIV03] [HAGG98] abordan el estudio de la reducción de pérdidas en el núcleo y devanados desde el tratamiento de su refrigeración, la densidad de corriente en los conductores, el volumen de los materiales utilizados en los aislamientos y la utilización de nuevos materiales.

Ahondar en la reducción de pérdidas implica: Investigar el efecto de los campos electromagnéticos sobre las pérdidas en los tanques de los transformadores de distribución, reducir las pérdidas en el transformador en su proceso de fabricación secando correctamente su dieléctrico y estudiar el núcleo en su conjunto.

La inclusión en el diseño de parámetros como: geometría del transformador, pérdidas en el núcleo y devanados, y otras observaciones de tipo térmico no sólo redundan en la reducción de las pérdidas totales, sino también en el tamaño y por tanto coste del transformador [RAZA03].

El empleo, cada vez más común, de formas de tensión y corrientes no sinusoidales a AF las cuales realzan los efectos piel y proximidad, contribuyen al aumento de pérdidas de potencia en el transformador. Es por esto, que otros autores [HURL98] se decantan por nuevas metodologías de diseño que basándose en las propiedades físicas y eléctricas del transformador tengan en cuenta las formas de onda de tensión y corriente, y los efectos de las altas frecuencias. Las características óptimas del núcleo se determinan a partir de especificaciones como: frecuencia, potencia de salida e incremento de temperatura.

La inclusión de los efectos piel y proximidad, y las formas de onda no sinusoidales también pueden ser incluidos en el óptimo diseño de transformadores de AF a través de la corrección de las ecuaciones de diseño tradicionales [KARA06]; en el proceso se consideran efectos eléctricos y térmicos. Como datos de entrada se utilizan la forma de onda de tensión y corriente y el máximo aumento de temperatura aceptable.

El objetivo es la selección del núcleo de menor tamaño que puede entregar la potencia deseada y la determinación de la densidad de flujo y corriente óptimas para llegar a un transformador con alta densidad de potencia y un aumento de temperatura admisible.

Los transformadores, como el resto de sistemas eléctricos, están sujetos a muchos tipos de perturbaciones que producen transitorios eléctricos: pulsos, fallos o funcionamientos rutinarios tales como la conexión y desconexión de la línea y al cambio de cargas inductivas o capacitivas.

Cuando un cambio súbito ocurre, se da una redistribución de la energía eléctrica y magnética almacenada en los elementos capacitivos e inductivos de la red debido a la dinámica del sistema. Esta redistribución de energía no puede ocurrir instantáneamente y el sistema de potencia debe pasar por un estado transitorio antes de que alcance un nuevo estado estable.

Los transitorios en transformadores corriente, produce la acumulación de flujo en el núcleo, un fenómeno que probablemente causa su saturación y, posteriormente, errores sustanciales en la magnitud y ángulo de la fase de las señales generadas.

La respuesta transitoria en transformadores de tensión magnéticos, producida por la disminución súbita de tensión en los terminales del primario, genera oscilaciones internas en el devanado que crea altas frecuencias en el lado secundario.

El efecto predominante en transformadores de corriente es la saturación, mientras que en el transformador de tensión magnético se produce saturación y ferresonancia.

La mayoría de los efectos no lineales en núcleos de hierro son la saturación, las corrientes de fuga, y la histéresis. El grupo de protección de sistemas del IEEE, presenta modelos matemáticos que representan la conducta no-lineal de los núcleos magnéticos de transformadores [TZIO00].

En lo referente a la histéresis, N. Wanga [WANG04] describe un modelo capaz de predecir su curva para AAF y calcular su eficiencia para diferentes tensiones de entrada. Se trata de un modelo dinámico que no cuenta con las restricciones que presentaban los modelos de histéresis (solo podían predecir el comportamiento para la excitación sinusoidal y usaban un modelo lineal para el material del núcleo).

En el cálculo del modelo se utilizan equivalencias entre la tensión y el campo magnético; la corriente a través del inductor se calcula sin tener en cuenta su geometría y el campo magnético, y se usa una resistencia equivalente para representar las corrientes de fuga. El modelo de histéresis del núcleo está basado en un modelo energético.

Resumiendo, el modelo dinámico diseñado, que hace uso de un modelo de núcleo no lineal, da una respuesta más exacta que otros modelos estáticos.

En lo referente a las corrientes de fuga, una de las técnicas normalmente adoptadas para disminuir la inductancia de fuga, es agregar dos bobinados auxiliares al transformador. Si los bobinados son colocados con el mismo número de vueltas, la fuerza electromotriz generada en los bobinados auxiliares sólo es debida al flujo de fuga del primario y secundario. La corriente a través de ellos produce un campo magnético que reduce el flujo de fuga y, por tanto, la inductancia de fuga en el transformador.

En [REDO02], los autores definen y utilizan un modelo matemático para describir la conducta de un transformador que opera con devanados auxiliares, basado en la teoría clásica de los circuitos acoplados electromagnéticamente.

El modelo se discute comparando los resultados experimentales obtenidos de un transformador de prueba y los obtenidos por simulación de la evaluación numérica de ecuaciones diferenciales implementadas en Matlab/Simulink.

También se pueden modelar transformadores de potencia de dos devanados usando variables de estado en el dominio del tiempo [OZGO02]. En la simulación, las fugas y magnetización del inductor son analizadas y asumidas como variables de estado. Las ecuaciones permiten calcular la función de transferencia mediante MATLAB.

En ocasiones se puede abordar el diseño de transformadores de AF a partir del análisis en frecuencia de modelos de transformadores de pequeño tamaño, los cuales aplican una teoría válida para los de mayor tamaño [NISH98]. Los circuitos equivalentes que describen el modelo se analizan teniendo en cuenta las características de frecuencia de núcleos de ferrita de permeabilidad magnética específica.

El estudio del comportamiento del transformador ante las altas frecuencias no debe quedar ceñido a lo que ocurre en su seno, existen otros condicionantes exteriores que le afectan y que podrían ser tratados:

Cuando una onda atraviesa la línea de transmisión y alcanza al transformador, parte es reflejada y parte transmitida a través del mismo. La tensión en sus terminales de entrada y salida depende de la forma de la onda y la relación entre la impedancia surgida en la línea de transmisión y la entrada, y la impedancia de transferencia del transformador. Como la impedancia del transformador depende de la frecuencia, la respuesta del transformador no puede ser determinada sin el conocimiento de estas dependencias.

En [HASM97], se expone una teoría que explica las relaciones entre las líneas de transmisión y los transformadores y se describe un modelo para la medida de impedancia del transformador. Considera la dependencia de la frecuencia del transformador y posibilita el cálculo de la tensión en los terminales de entrada y salida del transformador para diferentes formas de onda de la línea conectada al mismo. El procedimiento íntegro del modelado de un transformador de potencia se basa sobre: medida de la impedancia de transmisión del transformador, cálculo de sus coeficientes de reflexión y transmisión, transformación de la onda incidente del dominio del tiempo al de la frecuencia, modificación de cada armónico de la onda incidente a coeficientes de reflexión y transmisión, y el cambio de transformación del dominio de la frecuencia al del tiempo.

Para este proceso, es práctico considerar el transformador como un cuadripolo.

## Capítulo III: Modelos y diseño del transformador en AF

Se podría continuar enumerando trabajos relativos al modelado y diseño del transformador en AF, ya que los factores involucrados son muchos y variados (topología, transitorios electromagnéticos o calentamiento); sin embargo, los estudios analizados permiten obtener una panorámica global de los aspectos que rodean al transformador en alta frecuencia.

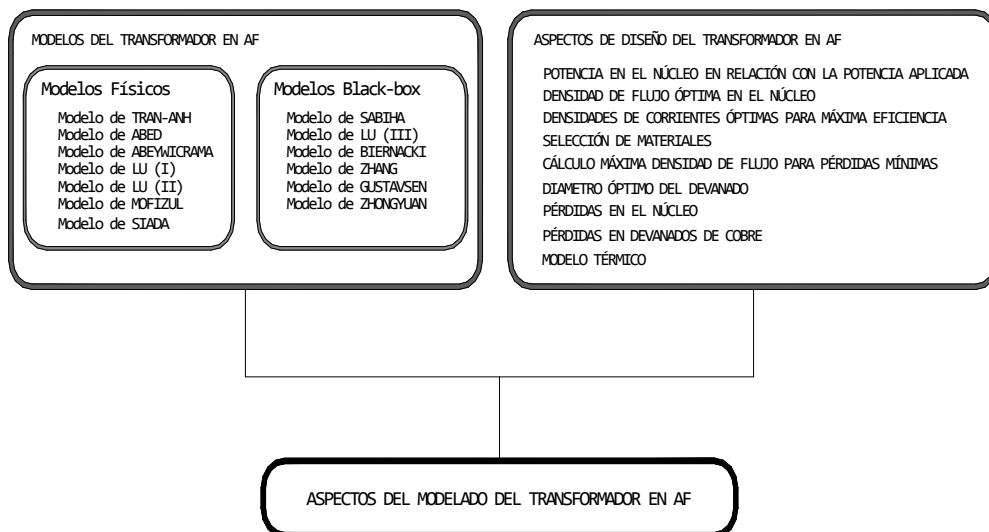


Figura CIII.55.- Aspectos del modelado y diseño del transformador en AF.

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos





### IV.1.- Introducción.

La importancia de disponer de modelos equivalentes para el transformador en AF, radica en su aportación a la comprensión de los mecanismos que gobiernan (efectos térmicos en la histéresis del núcleo, capacitancias, ...), cómo se produce (por cuanto explican los mecanismos), y cómo influye (por cuanto afectan en la conducta de sus partes como p.e. los devanados), la propagación de señales de AF a través del mismo; es por tanto, una herramienta simple y potente para el estudio de su comportamiento, tanto por separado como formando parte de diferentes sistemas.

La aplicación más común puede encontrarse en el campo de las comunicaciones (Internet, telefonía convencional, voz sobre IP, video, audio HDTV, por citar algunas) [TRAN06], pero se extiende a otros campos. Así se encuentran modelos destinados a su utilización conjunta con el análisis de la respuesta en frecuencia (FRA) [ABEY08][SIAD07], modelos para el estudio de la tensión transferida al secundario bajo impulsos de tensión instantáneos en su primario [SABI10], o modelos para el estudio del estrés del transformador en general [ZHON08] o de sus devanados en particular [ZHAN06] bajo transitorios de sobretensión muy rápidos (VFOT).

Su diseño y estructura, por tanto, atiende a consideraciones diversas, cada una de ellas relativas a los aspectos a los que se pretende el modelo de respuesta o represente.

Un factor común a todos los modelos, derivado de la revisión de la literatura relacionada, lo constituye el hecho de que aún con una idea clara de la aplicación y fin último del modelo, no existen criterios unificados de diseño y cálculo, y su obtención se consigue a través de medios diversos; así, en ocasiones, se da la circunstancia de que en modelos destinados a un mismo cometido, los métodos empleados en sus diseños difieran.

Tal circunstancia invita a pensar que el cálculo de modelos de transformador a AAF es un tanto arbitraria y no responde a guiones establecidos, estando basada en criterios o consideraciones personales de cada autor.

Así, como ejemplos, se pueden encontrar modelos calculados a partir de medidas experimentales [TRAN06][SABI10][LUZH03], por métodos numéricos y electrostáticos [ABED10], computacionalmente [ABEY08][LUZH98][LUZH99][SIAD07][MOFI97], por medio de la matriz de dispersión [S] [BIER01], por la de admitancias [Y] [ZHON08][GUST04], o por su función de transferencia [ZHAN06].

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

De forma similar, tal variedad de métodos se da cuando lo que se desea es indicar la precisión del modelo calculado; así, puede ser demostrada a partir de la comparación entre el transformador real y el modelo de magnitudes como son: la impedancia [TRAN06][ABEY08], la tensión o corriente [LUZH98][LUZH99], la función de transferencia [MOFI97], o la atenuación de la señal [SIAD07].

En resumen, se plantea un escenario en el que el diseño del transformador en AF no cuenta con patrones establecidos, y una vez determinado su alcance, la composición de su estructura atiende a criterios personales; y lo mismo ocurre con los métodos de cálculo de los elementos que lo conforman y con la determinación de su grado de precisión.

De acuerdo a lo visto, lo lógico sería pensar en métodos o procedimientos que sirvan para hallar modelos del transformador en AF que unifiquen la determinación relativa a su estructura, cálculo y precisión.

El presente capítulo propone una metodología para cumplir tal objetivo; a tal fin para explicar y demostrar la bondad del método, se diseña, calcula y valida un **modelo circuital en AF**<sup>(10)</sup> equivalente en comportamiento al de un transformador trifásico de laboratorio trabajando a AAF. La metodología, como se verá, es perfectamente extrapolable y aplicable al cálculo de modelos circuitales en AF de otros transformadores.

Representado esquemáticamente el objetivo del capítulo sería, en líneas generales:



**Figura CIV.1.** Objetivo capítulo IV: método para hallar el modelo circuital en AF de un transformador.

<sup>(10)</sup> En un principio, como complemento a este, se estudio la posibilidad del diseño de un modelo computacional de EEFF en AF, sin embargo, como se ha visto en § II.2.4, su planteamiento esta sujeto a condicionantes que quedan fuera del alcance de la presente tesis.

### IV.2.- Modelo circuital propuesto de AF.

Como se citó en el § 3.1 (ver también Figura CIII.1), un modelo circuital está compuesto por un entramado de resistencias, inductancias y condensadores. Aquellos cuya configuración nace de la representación de características geométricas, eléctricas, o de fenómenos físicos que se dan a AAF, se les aplica el adjetivo de físicos; aquellos cuya configuración se entiende como una red de circuitos eléctricos resultado de las relaciones establecidas entre entrada y salida, se denominan black-box.

Proponer una metodología para el modelado de transformadores en AF exige decantarse en primer lugar por uno de los dos tipos.

A priori, la búsqueda de un modelo circuital físico exige conocer datos relativos a las características del transformador en cuestión (materiales y geometría), además de definir los fenómenos físicos que se desea simule el modelo (capacitancias entre espiras, aislamientos, inductancias de fuga,...). Se trataría de un proceso complicado de ejecutar (máxime si no se conocen datos del transformador), y difícil de sistematizar por la gran cantidad de variables que pueden llegar a intervenir y sus combinaciones.

El diseño de un modelo circuital black-box presenta un rasgo singular: permite obtener el modelo del transformador aún careciendo de cualquier tipo de información, en cuanto a materiales o geometría, acerca del mismo. La asunción de esta característica supone una ventaja considerable: la metodología, si se encuentra, es extensible y aplicable a cualquier transformador aún en ausencia de datos. Esta peculiaridad es posible gracias a la propia concepción de un modelo en el que la determinación de la respuesta en función de las relaciones eléctricas entre entrada y salida permite el planteamiento de procesos sistemáticos de cálculo en la determinación de los valores de los componentes que establecen dichas relaciones (resistencias, inductancias y condensadores).

Estas circunstancias, unidas a dos rasgos característicos que debiera poseer toda metodología de modelado como son sistematicidad y funcionalidad, inclina a pensar en un principio en la elección de un modelo circuital black-box como el adecuado para el desarrollo del proceso (ver también § IV.2.1 “alcance del modelo”).

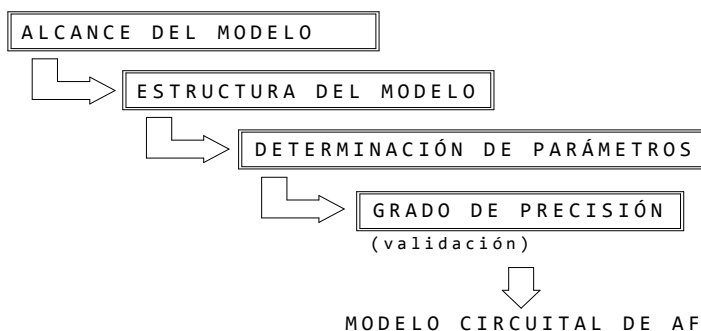
Un método es sistemático por cuanto la consecución ordenada de los pasos que lo definen determina claramente el modelo.

Un método es funcional, por cuanto el método es extensible y puede ser aplicado fácilmente y con éxito al modelado de cualquier transformador.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

---

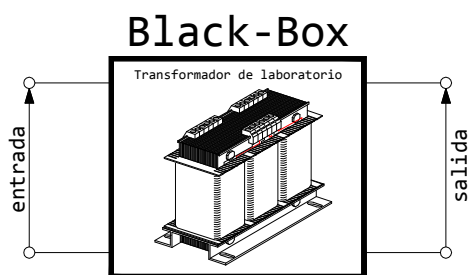
- De la revisión y análisis de la literatura vista en el capítulo III se deduce que, en general, los modelos se desarrollan de acuerdo a cuatros fases: alcance, estructura, determinación de parámetros y grado de precisión (ver § III.4).



**Figura CIV.2.-** Fases de la metodología aplicada a la obtención del modelo circuital en AF.

Las fases, ejecutadas de forma secuencial, sirven de pautas en el desarrollo de la metodología aquí planteada para la obtención del modelo circuital en AF; de su aplicación se consigue uno de los rasgos de la metodología: la sistematicidad.

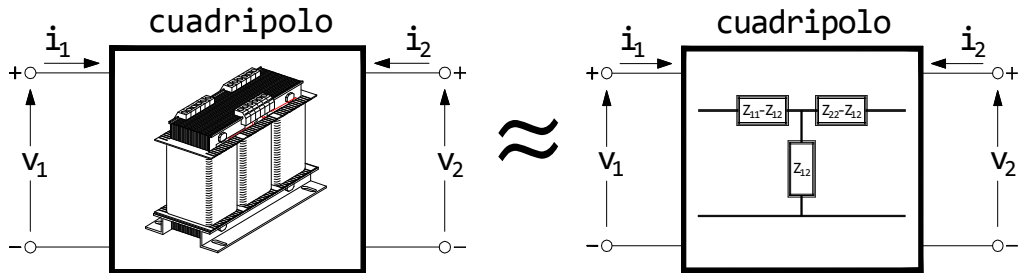
- Al considerar el transformador como un Black-box (cuadripolo) se consigue que el cálculo del modelo sea independiente de sus características; únicamente interesan las relaciones eléctricas establecidas entre su entrada y salida.



**Figura CIV.3.-** Transformador de laboratorio considerado como un Black-box.

Se plantea así un método que puede ser aplicado sobre cualquier transformador y, por tanto, conseguir el otro de los rasgos de la metodología: la funcionalidad.

Básicamente, en el método se equipara el comportamiento del transformador al de un cuadripolo en T en el que los parámetros que lo definen son las relaciones existentes entre las impedancias de entrada, salida y transferencia del circuito T equivalente medidas experimentalmente ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ,  $Z_{22}$ - $Z_{12}$  y  $Z_{12}$ ).



**Figura CIV.4.-** Transformador de laboratorio equiparado a un cuadripolo en "T".

El valor de las relaciones entre impedancias en el dominio de la frecuencia proporciona curvas impedancia-frecuencia que son sintetizadas a circuitos RLC, obteniendo así la estructura del modelo. La determinación de parámetros, es decir, el cálculo de las resistencias, inductancias y condensadores que conforman la estructura del modelo, se realiza por formulación ajustando las curvas impedancia-frecuencia del modelo a las medidas experimentalmente. El grado de precisión, se lleva a cabo comparando los valores de las curvas de dichas impedancias y de la tensión transferida al secundario del transformador medidas experimentalmente, con las mismas obtenidas del modelo en el dominio de la frecuencia mediante MATLAB.

El desarrollo de la metodología necesita contar de una conveniente base experimental capaz de sustentar dos factores fundamentales del proceso:

- Por un lado, servir de soporte físico real, con características propias, al que vincular datos y parámetros del modelo.
- Por otro, servir como referencia para la medida de la precisión, o grado de exactitud, del modelo; o dicho en otras palabras, para demostrar su validez.

En el apartado § II.2 del capítulo II, se han descrito ampliamente las características del transformador de laboratorio de 4 kVA escogido para este cometido (donde además, a modo ilustrativo, se han calculado sus equivalentes circuital y computacional en BF).

### IV.2.1.- Alcance del modelo.

En principio, por alcance del modelo se entiende la fase en que se describen cuestiones a las que se quiere responder el modelo; da pie a definir su filosofía de diseño (físico o black-box) y sus características esenciales (los fenómenos a representar en el caso de modelos físicos o una problemática concreta en el caso de los modelos black-box).

En la presente tesis, el alcance del modelo se plantea en orden a entender la propagación de señales de alta frecuencia en la red de distribución y, en consecuencia, cómo estas se transfieren en el transformador de potencia.

En la actualidad, la transmisión de datos remotos de AF se realiza a través de líneas de telefonía, fibra óptica o de redes 3G, pero es creciente el interés por buscar alternativas que no queden limitadas, en número y ubicación, a los puntos de acceso obligatorio (terminales), o ha zonas geográficas de difícil cobertura (redes 3G).

Actualmente es conocida la tecnología PLC (del inglés Power Line Communications) que permite el acceso a Internet de banda ancha a través de las redes eléctricas existentes (se trata de un sistema similar al ADSL, con la salvedad que en lugar de conectar un módem a la roseta telefónica, se conecta un tipo especial de módem (CPE) al enchufe eléctrico).

La tecnología PLC tiene un ámbito de aplicación concreto: en algún punto de la red de distribución hay un enlace a la red del proveedor de servicios que permite el acceso a los contenidos de la banda ancha (Internet, Telefonía convencional, voz sobre IP, ...).

Su principio es la superposición de una señal de información de baja energía sobre la onda de potencia. Para asegurar la separación conveniente entre los dos sistemas, la señal de información se modula sobre una portadora de frecuencia muy diferente a los 50 Hz de la onda de potencia (en las aplicaciones de banda estrecha va de los 3 a los 148,5 kHz y para las aplicaciones de banda ancha está comprendida entre los 1,6 y los 30 MHz).

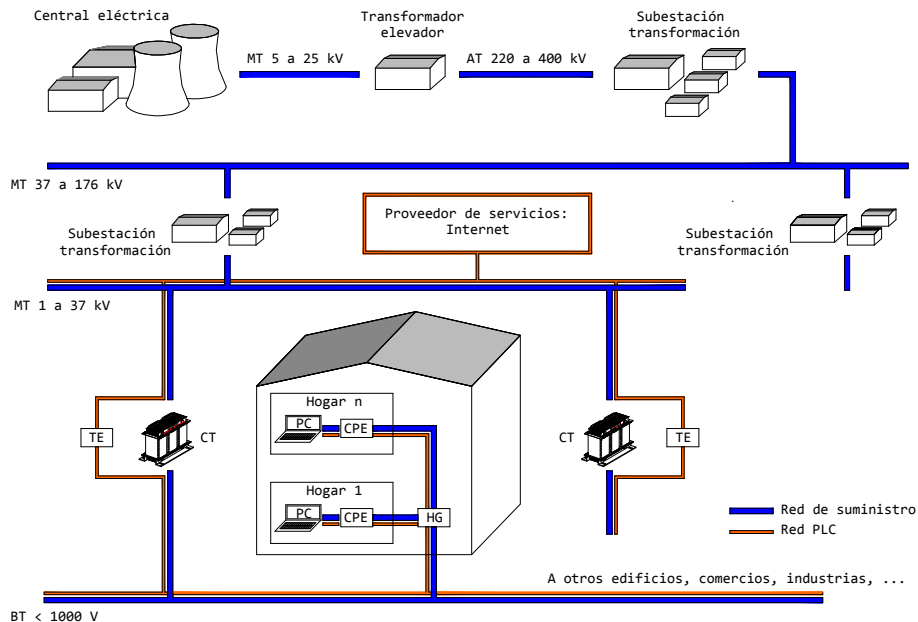
A pesar de sus ventajas (utiliza infraestructuras existentes, alto potencial de cobertura, despliegue rápido y selectivo, fácil instalación, coste de los equipos, tasas de velocidad de transmisión mejores a otras tecnologías como xDSL ó cable, etc.), la tecnología PLC no ha tenido un despegue definitivo en España a pesar de que ENDESA (a través de AUNA) e IBERDROLA lo estén ofreciendo, entre otras, en algunas zonas de Madrid, Barcelona, Zaragoza o Valencia; sin embargo en países como Alemania, Japón y E.E.U.U., PLC si ha tenido una acogida interesante entre los usuarios particulares.

La arquitectura básica de una red PLC se divide en: 1) Red de Acceso, 2) Red de Distribución y 3) la Interconexión con el Proveedor de Servicios.

1) La red de acceso PLC la constituye la red de baja tensión permitiendo al usuario conectarse a los servicios de banda ancha. Cada usuario dispone de un módem PLC (llamado CPE: Customer Premises Equipment) el cual está conectado con el equipo PLC situado en la subestación de transformación de media a baja tensión, llamado TE (transformer Equipment) o HE (Head End), a través de las líneas de baja tensión (aéreas o soterradas). Siempre y cuando la subestación esté lejos del edificio del usuario se necesita la colocación de un dispositivo repetidor, llamado Home Gateway que reinyecta la señal PLC para compensar el ruido y la atenuación introducida por la línea.

2) La red de distribución está constituida por las interconexiones de los diferentes TE instalados en las diversas subestaciones de la red eléctrica de distribución. Las interconexiones se pueden realizar mediante: conexiones PLC de media tensión, enlaces de fibra óptica y por otras tecnologías como xDSL o LMDS (enlaces de microondas).

3) En algún punto de la red de distribución hay un enlace a la red del proveedor de servicios que permite el acceso a los contenidos de la banda ancha (Internet, Telefonía convencional, voz sobre IP, video, audio y HDTV). El equipo PLC encargado del enlace, dependerá del tipo de servicio que se va a ofrecer.



**Figura CIV.5.-** Integración de la arquitectura PLC dentro de la red eléctrica.



Los constantes avances de la tecnología PLC ponen de manifiesto que en un futuro será una clara alternativa a la transmisión de datos, voz y video actuales. Sin embargo, hasta llegar a ese punto, deberá salvar escollos técnicos inherentes a la configuración de la propia red de distribución eléctrica (se trata de combinar los nuevos equipos PLC con otros pensados, en origen, para una función diferente: el transporte de energía eléctrica).

Como mejoras complementarias a PLC podrían considerarse temas como: la atenuación de la señal a grandes distancias (necesidad de receptores de alta sensibilidad), los efectos de reflexión de la señal (producidos por la desadaptación de impedancias), las interferencias de radio aficionados (cables no apantallados), cables no preparados para altas frecuencias (cables preparados para el transporte de energía eléctrica, no de datos), tomas de tierra de mala calidad y, por supuesto, el transformador (actualmente, según datos de la asociación patronal eléctrica UNESA, en el sistema eléctrico español hay 4.200 centros de generación de electricidad y 913.000 kilómetros de tendidos. Esto supone aproximadamente unos 314.000 transformadores eléctricos).

En la red de distribución el transformador de potencia es el elemento físico que conecta las redes de media y baja tensión. En los sistemas PLC se considera como un dispositivo que introduce una fuerte atenuación de la señal transmitida y es puentado por equipos externos. Una vía para integrar el transformador en este tipo de sistemas comienza por estudiar la propagación de las señales PLC en la red de distribución y, por tanto, la compresión de las características de las señales de AF transferidas a través del transformador es indispensable [TRAN06].

Un comienzo supone el planteamiento de modelos equivalentes para el transformador que permitan el análisis de las citadas señales. En orden a ayudar en esta cuestión, el “alcance del modelo” propuesto, se centra en la búsqueda de un modelo equivalente para el trafo que permita ser utilizado en el análisis de las señales de AF que lo atraviesan.

En el modelo poco importa conocer los fenómenos físicos representados por los componentes que lo conforman como si que reproduzca cualitativamente fielmente la forma de las señales transferidas por su homologo real. A tal efecto, y para sistematizar el proceso, se plantea el trazado de modelos equivalentes del transformador en AF que cumplan el requisito expuesto, implementándolos en una metodología de diseño.

De acuerdo a lo visto en el apartado § IV.2, todo hace pensar que una apropiada metodología de diseño ha de inclinarse en este caso, por la búsqueda de modelos circuitales que consideren el transformador como un black-box, cuadripolo o two-port.

### IV.2.2.- Estructura del modelo.

La base del método parte de considerar el transformador como un cuadripolo; “un cuadripolo es un conjunto de elementos eléctricos que tiene cuatro bornes de acceso externo (es decir, dos puertas o puertos). Los cuadripolos se usan para transmitir y filtrar señales, en comunicaciones y también como modelo de líneas de transporte de energía en Electrotecnia. Los cuadripolos se presentan por un rectángulo, (...), en el que no es necesario conocer su estructura interna” [FRAI05]. Si el cuadripolo no tiene generadores internos se denomina pasivo, en caso contrario se denomina activo.

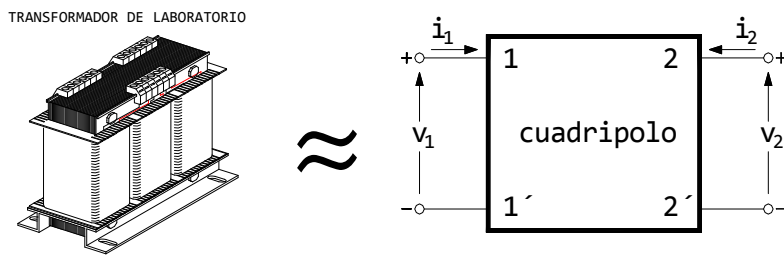


Figura CIV.6.- Transformador de laboratorio equiparado a un cuadripolo.

En la Figura CIV.6, se han señalado los terminales de entrada 1 y 1', y los de salida 2 y 2'; también se indican las variables independientes de entrada y salida ( $v_1$ ,  $v_2$ ,  $i_1$  e  $i_2$ ). Según sean las relaciones establecidas entre las citadas variables se obtienen los diferentes términos que definen el cuadripolo; así, si se expresan las tensiones  $v_1$  y  $v_2$ , en función de las corrientes  $i_1$  e  $i_2$ , se tiene el cuadripolo representado por las impedancias operacionales  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{22}$  y  $Z_{21}$  (que en el caso particular de que las variables no dependan del tiempo se transforman en resistencias).

$$\begin{aligned} v_1 &= Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ v_2 &= Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{aligned} \quad \text{[IV.1]}$$

que puesto de forma matricial queda,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [v] = [Z][i] \quad \text{[IV.2]}$$

donde  $[Z]$  representa la matriz de impedancias del cuadripolo.

Si son las corrientes  $i_1$  e  $i_2$  las expresadas en función de las tensiones  $v_1$  y  $v_2$  se tiene,

$$\begin{aligned}i_1 &= Y_{11}v_1 + Y_{12}v_2 \\i_2 &= Y_{21}v_1 + Y_{22}v_2\end{aligned}\quad [\text{IV.3}]$$

que en su forma matricial queda,

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [i] = [Y][v] \quad [\text{IV.4}]$$

donde  $[Y]$  representa la matriz de admitancias del cuadripolo, que en el caso de señales que no varíen respecto del tiempo se transforman en conductancias. La matriz de admitancias es la inversa de la matriz de impedancias. Además, ambas son simétricas para un cuadripolo pasivo (esta simetría es la expresión del *principio de reciprocidad*).

Si en el cuadripolo se relacionan la tensión y corriente de entrada, con la tensión y corriente de salida, se tiene

$$\begin{aligned}v_1 &= Av_2 + B(-i_2) \\i_1 &= Cv_2 + D(-i_2)\end{aligned}\quad [\text{IV.5}]$$

o en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad [\text{IV.6}]$$

donde la matriz  $[T]$  se llama matriz de transmisión del cuadripolo (la razón del signo menos en la corriente  $i_2$  es histórica y se debe al sentido que debe tener esta corriente para que se transfiera energía de la entrada a la salida [FRAI05], es decir, la corriente real tiene sentido contrario al que se muestra en la Figura CIV.6).

Las relaciones inversas a las que aparecen en [IV.6] son:

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} \Rightarrow [T'] = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \quad [\text{IV.7}]$$

donde la matriz  $[T']$  es la matriz inversa de  $[T]$ .

Los términos contenidos en las matrices de impedancia, admitancia y transmisión<sup>(11)</sup> pueden ser representados en el cuadripolo como un conjunto de elementos internos dispuestos de acuerdo a diferentes configuraciones; así se tiene: el cuadripolo en T, T puentado, Π, L, en escalera y en celosía o puente.

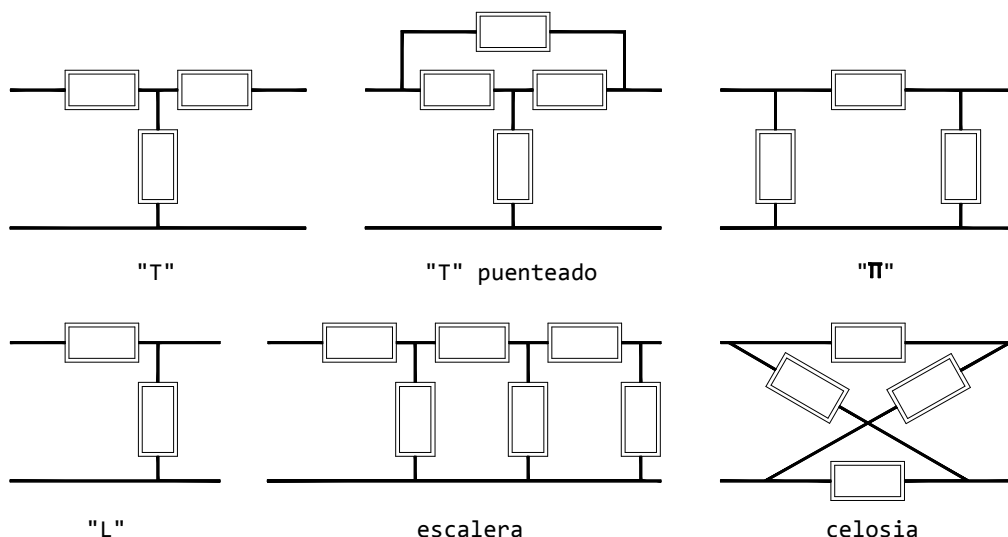


Figura CIV.7.- Configuraciones internas del cuadripolo.

Según sea la configuración elegida, la determinación de los citados elementos internos se lleva a cabo mediante medidas efectuadas en los terminales externos del cuadripolo de acuerdo a los ensayos de vacío o cortocircuito.

<sup>(11)</sup> Pueden ser descritos otros dos tipos de cuadripolos que se añaden a los anteriores y que se utilizan fundamentalmente en el estudio de componentes activos como los transistores. El primero relaciona la tensión de entrada y la corriente de salida con la corriente de entrada y la tensión de salida:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [h] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \quad \text{[IV.8]}$$

en la que [h] es la matriz de parámetros híbridos del cuadripolo. El segundo es la relación inversa de [IV.8]:

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [g] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad \text{[IV.9]}$$

en la que [g] representa la matriz de parámetros híbridos inversos del cuadripolo e inversa de la matriz [h].

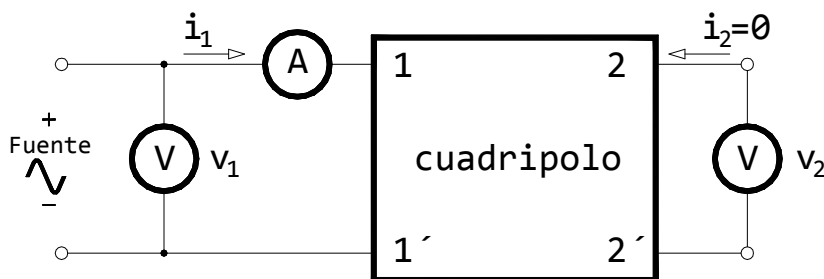
## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

Suponiendo un cuadripolo con una configuración en T, los parámetros que lo definen son impedancias operacionales las cuales se determinan mediante el ensayo de vacío.

Ensayo de vacío en el cuadripolo en T:

Si se alimenta un cuadripolo con una fuente de tensión externa aplicada en los terminales 1 y 1' y se dejan los terminales 2 y 2' en circuito abierto, lo que equivale a decir que  $i_2 = 0$ , al medir con dos voltímetros las tensiones  $v_1$  y  $v_2$ , y con un amperímetro la corriente de entrada  $i_1$  (ver Figura CIV.8), es posible obtener las siguientes relaciones,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix}_{i_2=0} = Z_{11} ; \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}_{i_2=0} = A ; \begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix}_{i_2=0} = Z_{21} ; \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}_{i_2=0} = C = \frac{1}{Z_{21}} \quad [\text{IV.10}]$$



**Figura CIV.8.** - Ensayo de vacío en un cuadripolo.

Si el ensayo se hace desde el otro lado, es decir alimentando por los terminales 2 y 2' dejando 1 y 1' en circuito abierto, se obtienen los siguientes resultados,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}_{i_1=0} = Z_{12} ; \begin{bmatrix} i_2 \\ v_1 \end{bmatrix}_{i_1=0} = \frac{1}{Z_{12}} ; \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}_{i_1=0} = Z_{22} \quad [\text{IV.11}]$$

comparando la tercera expresión de [IV.10] y la primera de [IV.11] se tiene que,

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix}_{i_2=0} = Z_{21} ; \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}_{i_1=0} = Z_{12} \quad [\text{IV.12}]$$

si se cumple que  $Z_{21}$  es igual a  $Z_{12}$ , significa que las expresiones de [IV.12] que definen estos parámetros son iguales, que es en definitiva lo que proclama el *Teorema de Reciprocidad* y que se cumple específicamente en el caso del transformador ( $v_2/i_1 = v_1/i_2$ ).

En función de los parámetros que relacionan, los términos de la matriz de impedancias se pueden definir como<sup>(12)</sup>:

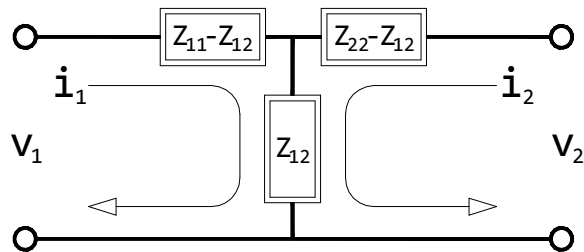
$$Z_{11} = \left[ \frac{v_1}{i_1} \right]_{i_2=0} : \text{Impedancia de entrada con la salida en circuito abierto.}$$

$$Z_{22} = \left[ \frac{v_2}{i_2} \right]_{i_1=0} : \text{Impedancia de salida con la entrada en circuito abierto.}$$

$$Z_{12} = \left[ \frac{v_1}{i_2} \right]_{i_1=0} : \text{Impedancia de transferencia con la entrada en circuito abierto.}$$

$$Z_{21} = \left[ \frac{v_2}{i_1} \right]_{i_2=0} : \text{Impedancia de transferencia con la salida en circuito abierto.}$$

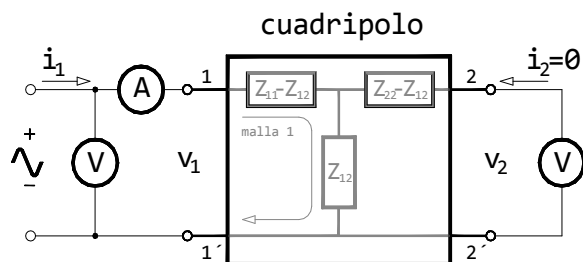
Si a los elementos internos de un cuadripolo en T se le asignan los valores de impedancia mostrados en la Figura CIV.9 ( $Z_{11}-Z_{12}$ ,  $Z_{22}-Z_{12}$  y  $Z_{12}$ ), se demuestra que mediante el ensayo de vacío es posible obtener todos y cada uno de ellos.



**Figura CIV.9.-** Cuadripolo en “T” representando parámetros de impedancia.

<sup>(12)</sup> Los ensayos de vacío y cortocircuito aplicados a ambos lados del cuadripolo son suficientes para determinar los parámetros de los distintos tipos existentes (en “T”, en “Π”, en “L”, en escalera y en celosía o puente), además, permiten identificar cada uno de los términos de las matrices de impedancias, admitancias y transmisión.

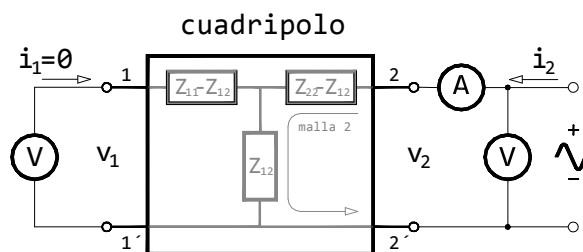
El proceso se realiza de acuerdo a los montajes de las Figuras CIV.10, CIV.11 y CIV.12.



**Figura CIV.10.**- Ensayo vacío en el cuadripolo en “T” para determinar  $Z_{11}$ .

Planteando la ecuación de la malla 1:  
 $v_1 = (Z_{11} - Z_{12})i_1 + Z_{12}i_1 = Z_{11}i_1$   
 se comprueba que la relación entre  $v_1$  e  $i_1$  sigue siendo, en este tipo de configuración,  $Z_{11}$ :

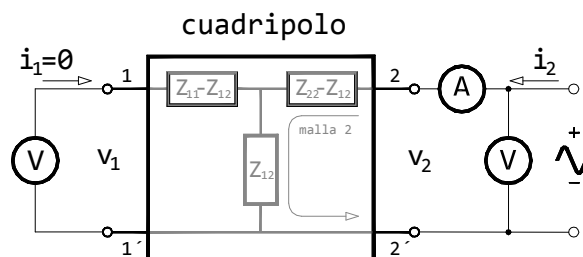
$$Z_{11} = \left[ \frac{v_1}{i_1} \right]_{i_2=0}$$



**Figura CIV.11.**- Ensayo vacío en el cuadripolo en “T” para determinar  $Z_{12}$ .

Lo mismo ocurre en el caso de la impedancia  $Z_{12}$ , donde de acuerdo a la ecuación:  $v_1 = Z_{12}i_2$   
 se sigue manteniendo que:

$$Z_{12} = \left[ \frac{v_1}{i_2} \right]_{i_1=0}$$



**Figura CIV.12.**- Ensayo vacío en el cuadripolo en T para determinar  $Z_{22}$ .

De forma análoga a la vista para  $Z_{11}$ , para  $Z_{22}$  la ecuación de malla 2:  
 $v_2 = (Z_{22} - Z_{12})i_2 + Z_{12}i_2 = Z_{22}i_2$   
 conduce a que el valor de  $Z_{22}$  siga siendo el mismo:

$$Z_{22} = \left[ \frac{v_2}{i_2} \right]_{i_1=0}$$

Como se comprueba, los valores asignados a los parámetros de la configuración en “T” ( $Z_{11}-Z_{12}$ ,  $Z_{22}-Z_{12}$  y  $Z_{12}$ ) permiten conservar las relaciones existentes en el cuadripolo ( $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  y  $Z_{22}$ ) de las variables independientes ( $v_1$ ,  $i_1$ ,  $v_2$  e  $i_2$ ) cuando se realiza el ensayo de vacío. Calculadas las impedancias individuales  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  y  $Z_{22}$ , el valor de las impedancias compuestas ( $Z_{11}-Z_{12}$ ) y ( $Z_{22}-Z_{12}$ ) de la configuración en “T”, se hallan por sustracción<sup>(13)</sup>.

Si se realiza el ensayo de vacío, tal y como se ha descrito, sobre una de las fases de un transformador, es decir, suponiendo esta como un cuadripolo, se obtiene la configuración en T del cuadripolo que presenta el mismo comportamiento que esa fase a la frecuencia aplicada (Figura CIV.13).

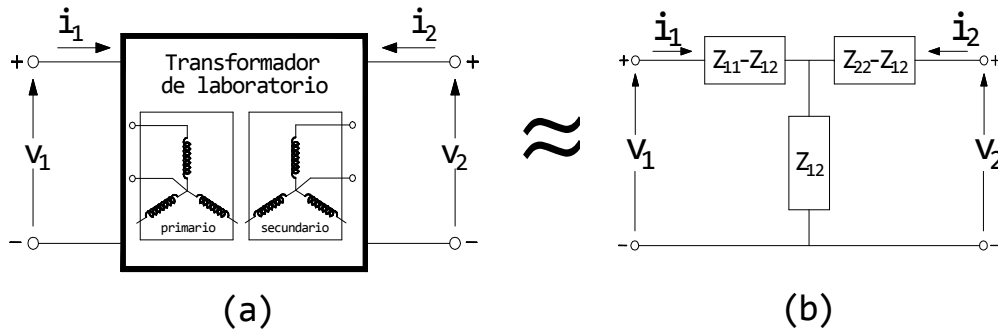


Figura CIV.13.- (a) Fase del transformador como cuadripolo (b) Circuito en "T" equivalente.

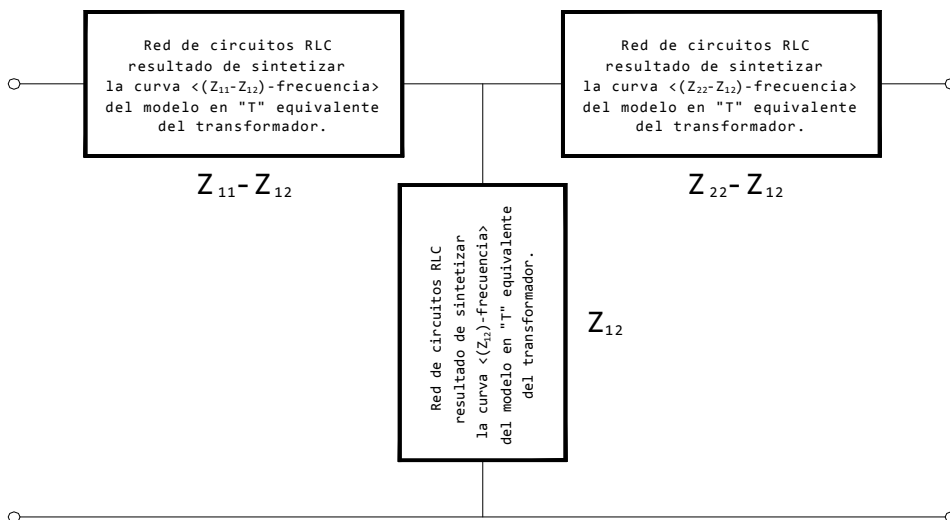
Si la medición y cálculo se extiende a un amplio rango de frecuencias, se obtiene la evolución del valor de las impedancias ( $Z_{11}-Z_{12}$ ), ( $Z_{22}-Z_{12}$ ) y  $Z_{12}$  en función de la frecuencia; relaciones las cuales pueden ser representadas sobre unos ejes. Se obtienen así las gráficas:  $\langle Z_{11}-Z_{12} \rangle$  - frecuencia,  $\langle Z_{22}-Z_{12} \rangle$  - frecuencia e  $\langle Z_{12} \rangle$  - frecuencia.

En consecuencia, se podría pensar en definir una estructura para el modelo circuital similar en forma y valor de los parámetros con respecto a la frecuencia, a la del modelo en T equivalente del transformador.

Así pues, la estructura del modelo circuital se plantea como tres circuitos independientes conectados en T cada uno de los cuales son resultado de sintetizar a redes RLC las curvas análogas  $\langle \text{impedancia-frecuencia} \rangle$  obtenidas mediante ensayo de vacío en el equivalente en T del transformador (ver Figura CIV.14).

<sup>(13)</sup> Tal y como se ha presentado el ensayo, si bien es simple, presenta carencias evidentes; basta pensar que los valores obtenidos son los módulos de las impedancias, pero nada se ha mencionado sobre el valor de los argumentos de las citadas impedancias. Además, los valores son medidos a una única frecuencia; si la pretensión fuera ver la evolución de dichas impedancias en función de la frecuencia, habrían de repetirse los ensayos variando la frecuencia de la fuente y registrando y calculando los valores de las mismas para cada una de estas frecuencias. El ensayo se ha mostrado a modo ilustrativo y resulta por tanto evidente la necesaria adaptación del mismo, y de la instrumentación empleada, a la metodología. En nuestro caso se utilizará un analizador de impedancias vectorial que es capaz de obtener la impedancia compleja.





**Figura CIV.14.-** Estructura tipo del modelo circuital en AF.

La Figura CIV.15 muestra, a modo ilustrativo, el proceso a seguir hasta llegar a la estructura del modelo circuital en T equivalente del transformador (para una fase) que se plantea; a groso modo y de forma resumida consiste en<sup>(14)</sup>:

1º.- Efectuar sobre una fase del transformador los ensayos de vacío (ver Figuras CIV.10, CIV.11 y CIV.12) a diferentes frecuencias para obtener los valores de  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  y  $Z_{22}$ .

2º.- Realizar el cálculo de los valores  $Z_{11}-Z_{12}$ ,  $Z_{22}-Z_{12}$  y  $Z_{12}$  de la configuración en T equivalente en el rango de frecuencias muestreado y plasmar los resultados en gráficas <impedancia-frecuencia> (baste fijar este concepto sin entrar en detalles, como se verá más adelante). En realidad la impedancia se representa según dos tipos de gráfica: una <módulo impedancia-frecuencia> y la otra <argumento impedancia-frecuencia>.

3º.- Analizar cada una de las gráficas por separado en cuanto a su forma y sintetizarla a redes de circuitos RLC.

4º.- Conectar entre si las redes RLC en T de manera ordenada para conseguir el modelo circuital buscado.

<sup>(14)</sup> El cálculo de las resistencias, inductancias y condensadores que conforman los circuitos RLC se expone en el apartado § CIV.2.3. El proceso de validación o exactitud del modelo circuital se desarrolla en el § CIV.2.4.

- Las curvas mostradas en la Figura CIV.15 son supuestas, sirven para ilustrar, a modo de ejemplo, el método.

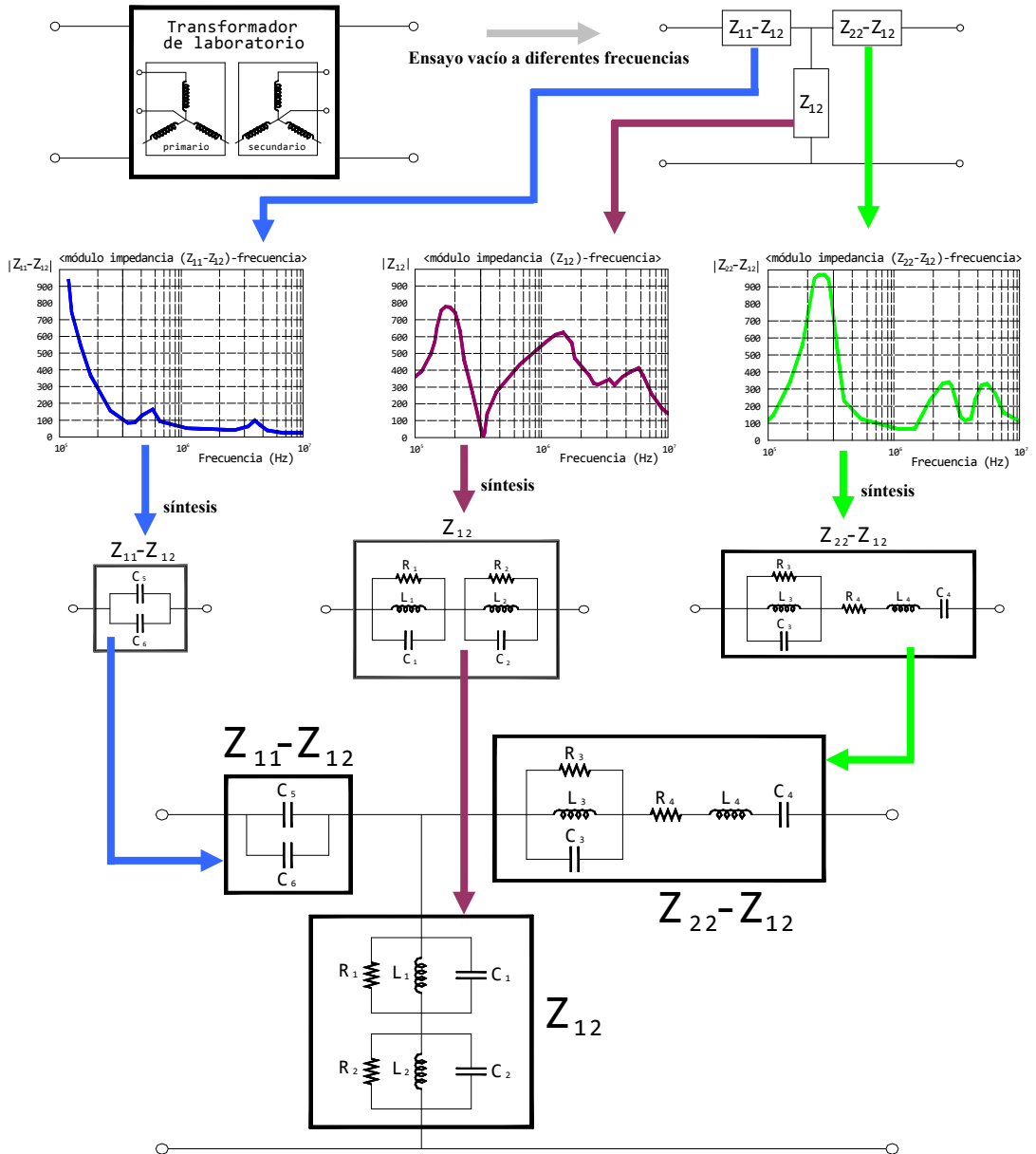


Figura CIV.15.- Proceso seguido para llegar a la estructura de un modelo circuital en T.

### IV.2.2.1.- Gráficas <impedancia-frecuencia>.

Obtener las gráficas <impedancia-frecuencia> para una de las fases del transformador de laboratorio supone determinar el *módulo* y *argumento* de las impedancias de la configuración en T equivalente ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ,  $Z_{22}$ - $Z_{12}$  y  $Z_{12}$ ) a diferentes frecuencias.

En primer lugar se han de calcular por separado el *módulo* y *argumento* de las impedancias  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  y  $Z_{22}$  a través del ensayo de vacío de acuerdo a los montajes vistos en el apartado § IV.2.2 con una salvedad: en lugar de utilizar una instrumentación formada por voltímetros y amperímetros, el ensayo es llevado a cabo con un analizador de redes (en este caso un modelo Agilent E4980A).

El analizador de redes aporta una ventaja importante: permite medir y registrar en un software a través de una tarjeta GPIB, los datos de impedancia correspondientes a un amplio rango de frecuencia en un solo barrido (el espectro de frecuencias abarcado contempla el máximo impuesto por las limitaciones del analizador: de 20 Hz a 2 MHz). Por otro lado, presenta un inconveniente: los terminales que sirven para registrar la señal de respuesta, también son utilizados para inyectar la señal de prueba.

Esta última característica influye en el procedimiento de medida de la impedancia  $Z_{12}$ , la cual no puede ser realizada de forma directa y se debe establecer un método diferente al visto en la Figura CIV.11 para llevarla a cabo.

Si se dispone el montaje de la Figura CIV.16, la impedancia medida por el analizador de redes es la suma de las impedancias parciales ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) y ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ ).

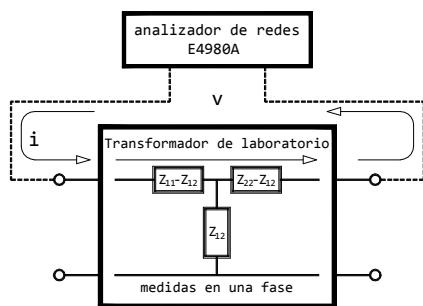


Figura CIV.16.- Método para la medida de  $Z_{12}$ .

Si a esta impedancia se la denomina  $\bar{Z}^*$ , el valor de la impedancia  $\bar{Z}_{12}$  puede ser obtenida a partir de la expresión [IV.13]:

$$\bar{Z}_{12} = \frac{\bar{Z}^* - \bar{Z}_{11} - \bar{Z}_{22}}{-2}$$

A continuación se muestran por separado las gráficas de los *módulos* y *argumentos* obtenidos para las impedancias  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  y  $Z_{12}$ .

Módulo y argumento de la impedancia  $Z_{11}$ .

Se conecta al primario de una de las fases del transformador de laboratorio el analizador de redes y se efectúa un barrido de frecuencia registrando los datos correspondientes al módulo y fase de la impedancia; posteriormente estos datos son llevados a un PC con un software que gestiona las gráficas (MATLAB).

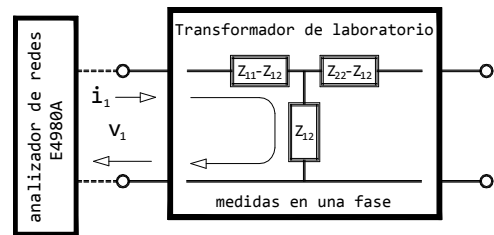


Figura CIV.17.- Medida impedancia  $Z_{11}$ .

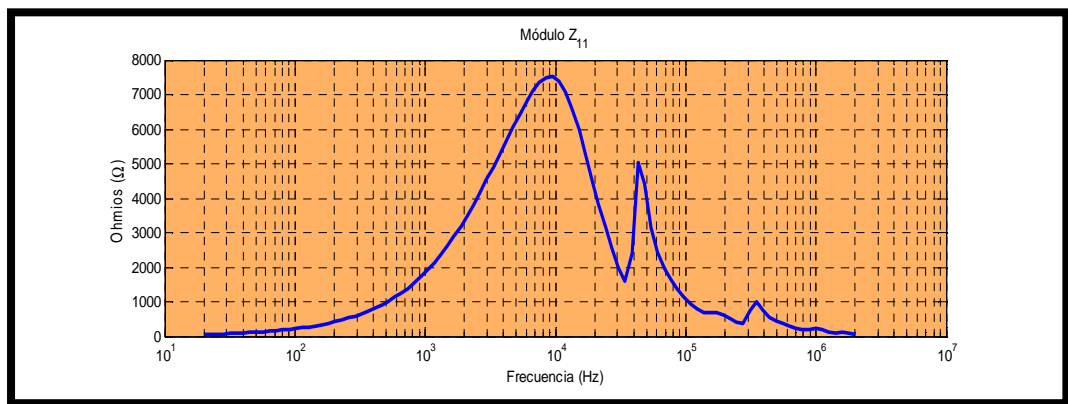


Gráfico CIV.1.- Módulo de la impedancia  $Z_{11}$ .

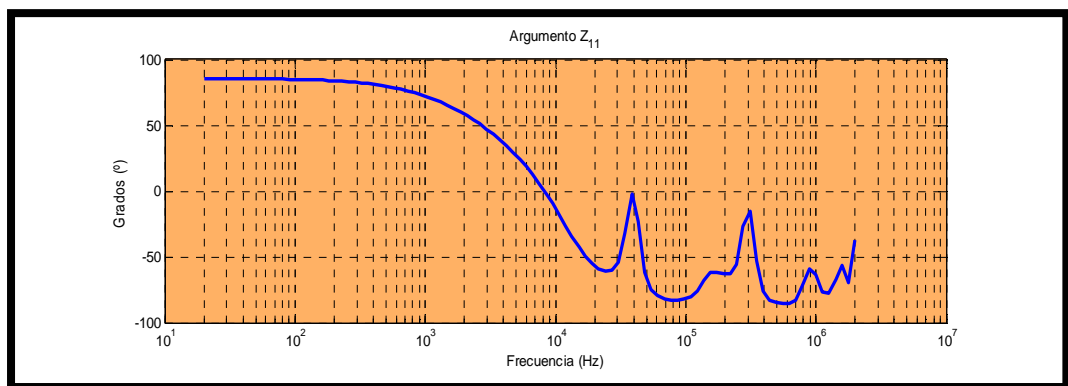


Gráfico CIV.2.- Argumento de la impedancia  $Z_{11}$ .

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

### Módulo y fase de la impedancia $Z_{22}$ .

El procedimiento es similar al del caso anterior, la única diferencia estriba en que en esta ocasión el analizador de redes se conecta al secundario de la fase correspondiente del transformador.

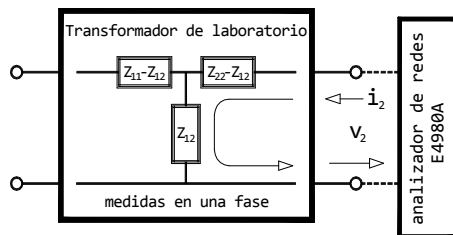


Figura CIV.18.- Medida impedancia  $Z_{22}$ .

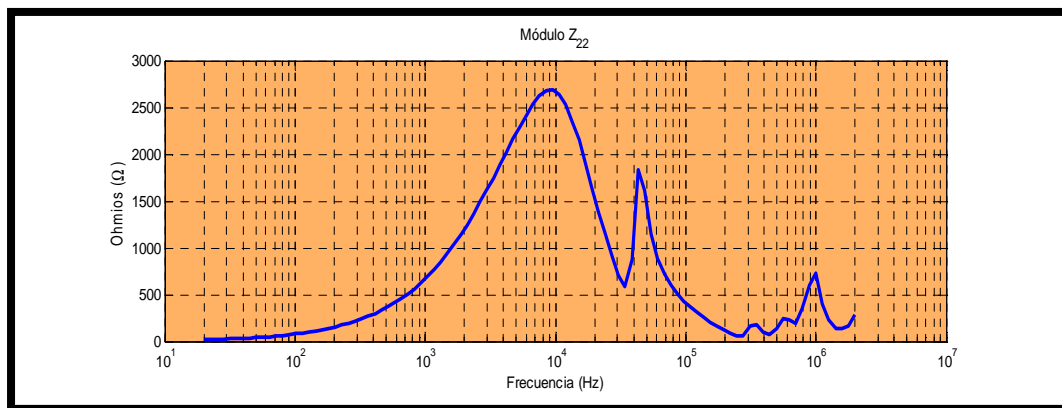


Gráfico CIV.3.- Módulo de la impedancia  $Z_{22}$ .

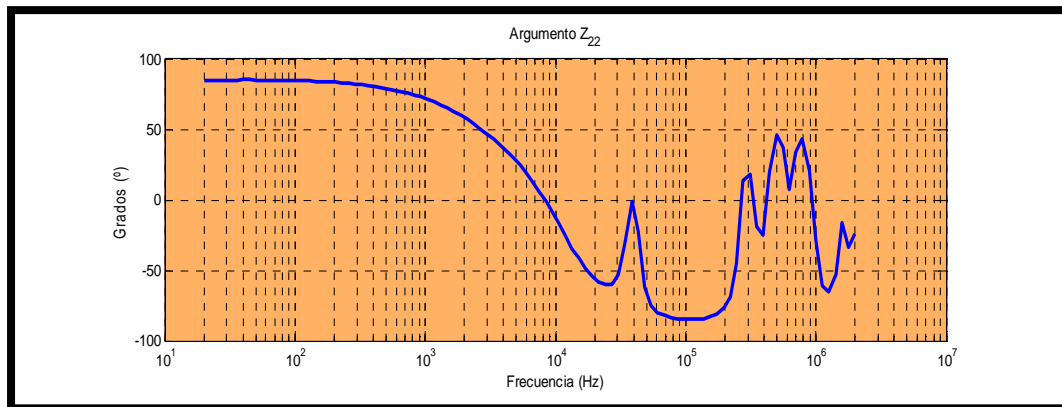


Gráfico CIV.4.- Argumento de la impedancia  $Z_{22}$ .

Módulo y fase de la impedancia  $Z_{12}$ .

En este caso el analizador de redes se conecta entre bornes del primario y secundario de una fase del transformador de laboratorio. Aquí el software encargado de registrar los datos ha de realizar las operaciones previas a su almacenamiento y gestión (ver expresión [IV.13]).

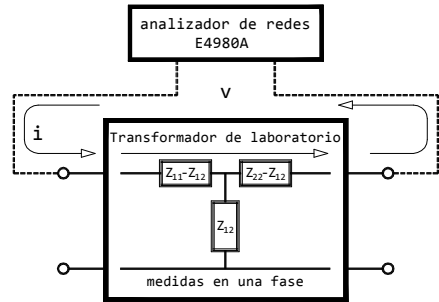


Figura CIV.19.- Medida impedancia  $Z_{12}$ .

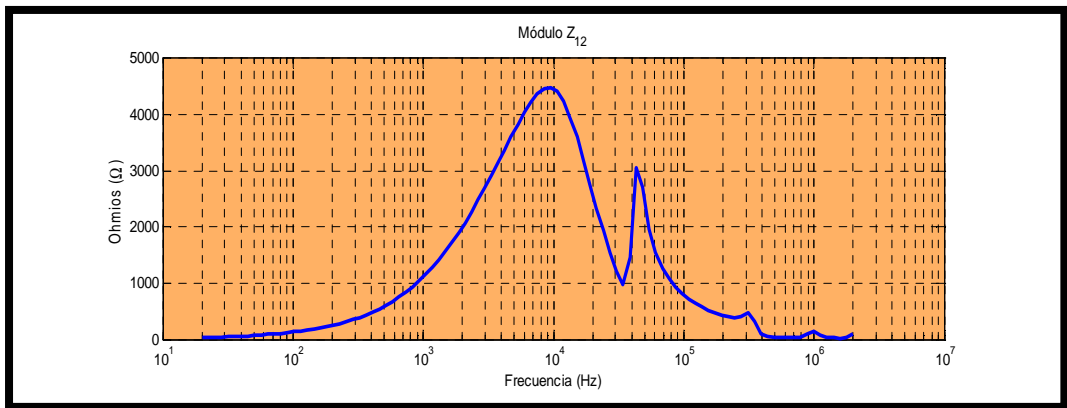


Gráfico CIV.5.- Módulo de la impedancia  $Z_{12}$ .

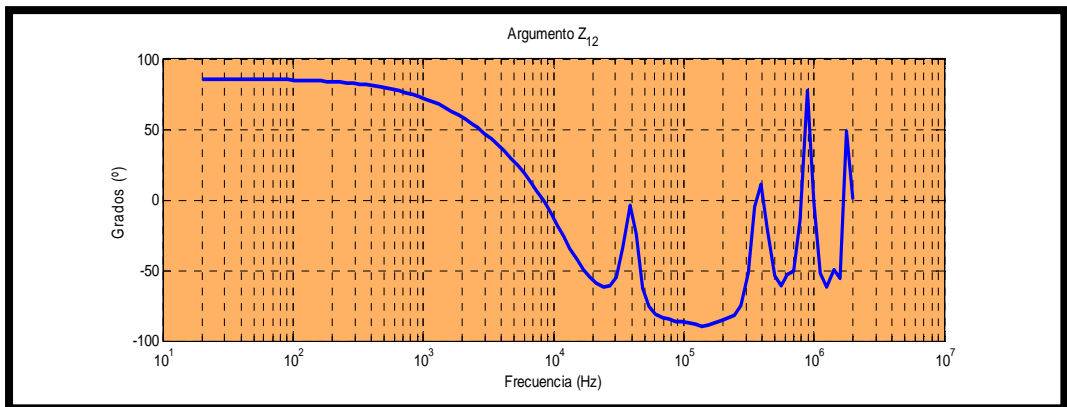


Gráfico CIV.6.- Argumento de la impedancia  $Z_{12}$ .

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

En los anexos se muestra el detalle de las características del transformador y de la instrumentación utilizada en la realización de los ensayos

Como se ha citado, conocido el valor del módulo y argumento de las impedancias  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  y  $Z_{12}$ , en el rango de frecuencias establecido, es posible obtener los valores de módulo y argumento para las impedancias  $(Z_{11}-Z_{12})$  y  $(Z_{22}-Z_{12})$  por sustracción, y obtener así las curvas que completan el modelo en T:

Módulo y fase de la impedancia  $Z_{11}-Z_{12}$ .

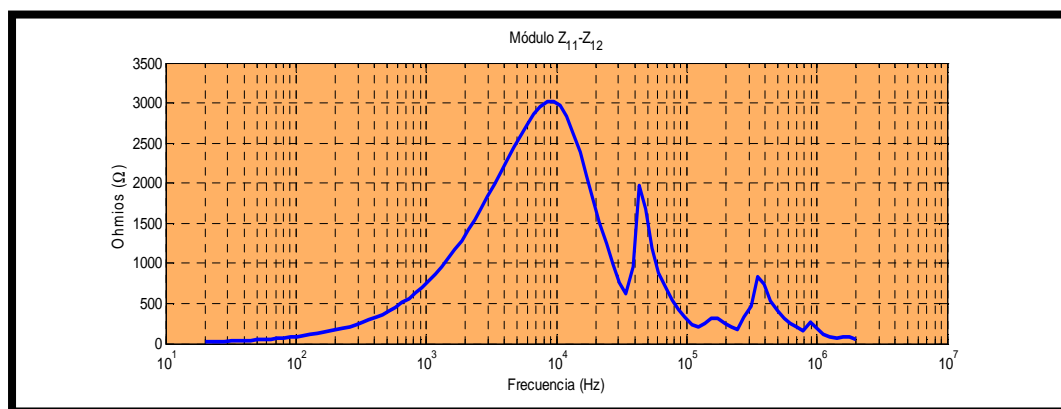


Gráfico CIV.7.- Módulo de la impedancia  $Z_{11}-Z_{12}$ .

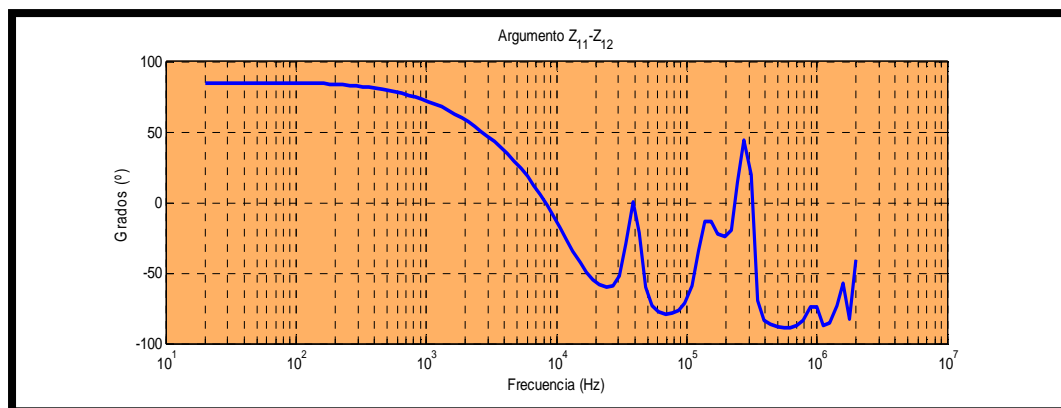


Gráfico CIV.8.- Argumento de la impedancia  $Z_{11}-Z_{12}$ .

Módulo y fase de la impedancia  $Z_{22}$ - $Z_{12}$ .

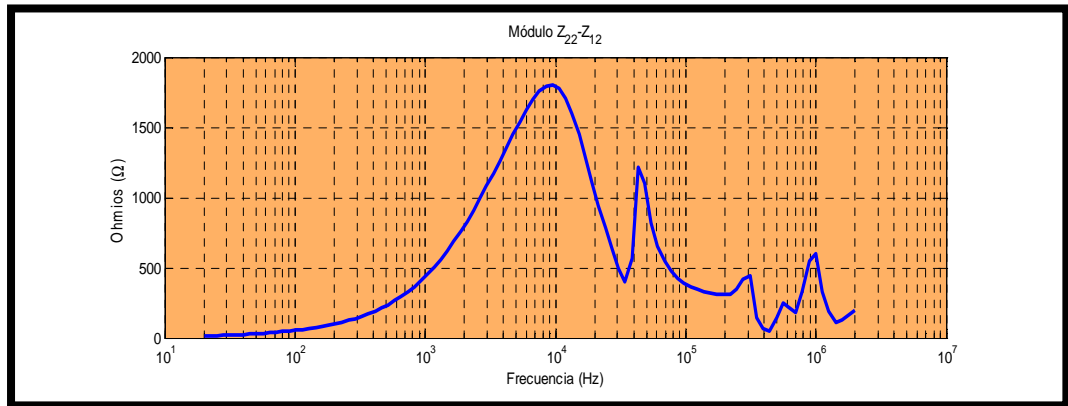


Gráfico CIV.9.- Módulo de la impedancia  $Z_{22}$ - $Z_{12}$ .

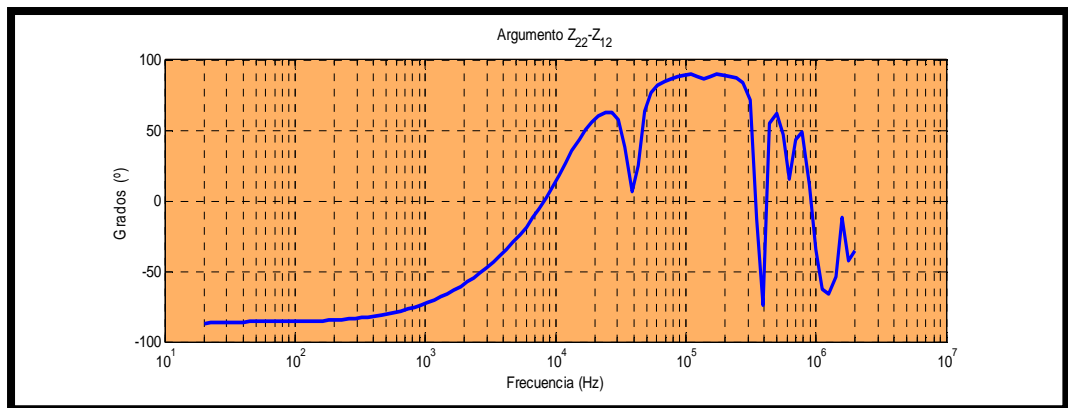


Gráfico CIV.10.- Argumento de la impedancia  $Z_{22}$ - $Z_{12}$ .

### IV.2.2.2.- Síntesis de curvas a circuitos RLC.

En el proceso de diseño del modelo circuital se buscan circuitos capaces de emular por separado cada una de las curvas <impedancia-frecuencia> halladas en el modelo en T equivalente del transformador. Los circuitos, constituidos por componentes discretos, son resultado de la síntesis de las citadas curvas a redes RLC.



## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

La síntesis de las curvas a redes RLC, parte de conocer el comportamiento de la impedancia frente a la frecuencia de las configuraciones básicas (ver Tabla CIV.1).

nº	RED RLC	IMPEDANCIA	GRÁFICA (Z-f)	nº	RED RLC	IMPEDANCIA	GRÁFICA (Z-f)
1		$Z = R$ $\varphi = 0$		7		$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ $\varphi = \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$	
2		$Z = X_L = \omega L = 2\pi fL$ $\varphi = +90^\circ$		8		$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2$ $Y^2 = G^2 + B_L^2$ $\varphi = \arctg R/\omega L$	
3		$Z = X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$ $\varphi = -90^\circ$		9		$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2$ $Y^2 = G^2 + B_C^2$ $\varphi = -\arctg R\omega C$	
4		$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$		10		$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2$ $Y^2 = (B_L - B_C)^2$ $\varphi = \pm 90^\circ$	
5		$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ $\varphi = \arctg \frac{1}{R\omega C}$		11		$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2$ $Y^2 = G^2 + (B_L - B_C)^2$ $\varphi = \arctg \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{\omega L}$	
6		$Z = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ $\varphi = \pm 90^\circ$					

Tabla CIV.1.- Variación de la impedancia con la frecuencia en circuitos RLC.

Conocida la evolución del valor de las impedancias del modelo en T con respecto a la frecuencia, el proceso continúa con un análisis enfocado hacia la determinación de las frecuencias características. Es decir, aquellas en las que la curva presenta algún rasgo distintivo, como por ejemplo, un cambio en su tendencia. Estas frecuencias son tomadas como referentes a la hora de sintetizar las curvas a redes RLC.

En un principio, el número de frecuencias características define la cantidad de redes RLC a emplear para representar la curva con un alto grado de exactitud. En cualquier caso, lo razonable, es la búsqueda de modelos que mantengan un buen equilibrio entre el grado de precisión y un nivel coherente de complejidad. De lo cual, suponiendo una curva que consta de varias frecuencias características, únicamente son consideradas aquellas que dan lugar a un cambio en su tendencia general (se podrían incluso definir criterios que dicten cuando ocurre esto). El problema queda entonces reducido a la síntesis de un número menor de tramos de curva, los cuales yuxtapuestos dan lugar a una representación completa de la curva medida con un grado de precisión aceptable.

En un primer análisis, las curvas que representan el valor de los módulos de las impedancias ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ), ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ ) y  $Z_{12}$  presentan formas semejantes en el tramo de las que se podrían considerar medias-altas frecuencias en el presente estudio (10 kHz a 2 MHz); todas ellas presentan un perfil similar al de una etapa de alta montaña de ciclismo, es decir, con altos y bajos salpicados de picos de mayor envergadura. Este tipo de perfil no se atribuye de forma excepcional para el transformador de laboratorio del presente trabajo, más bien todo lo contrario, se puede considerar un tipo de perfil clásico el cual se encuentra en mediciones efectuadas en otros estudios [TRAN06], [ABEY08] o [SABI10].

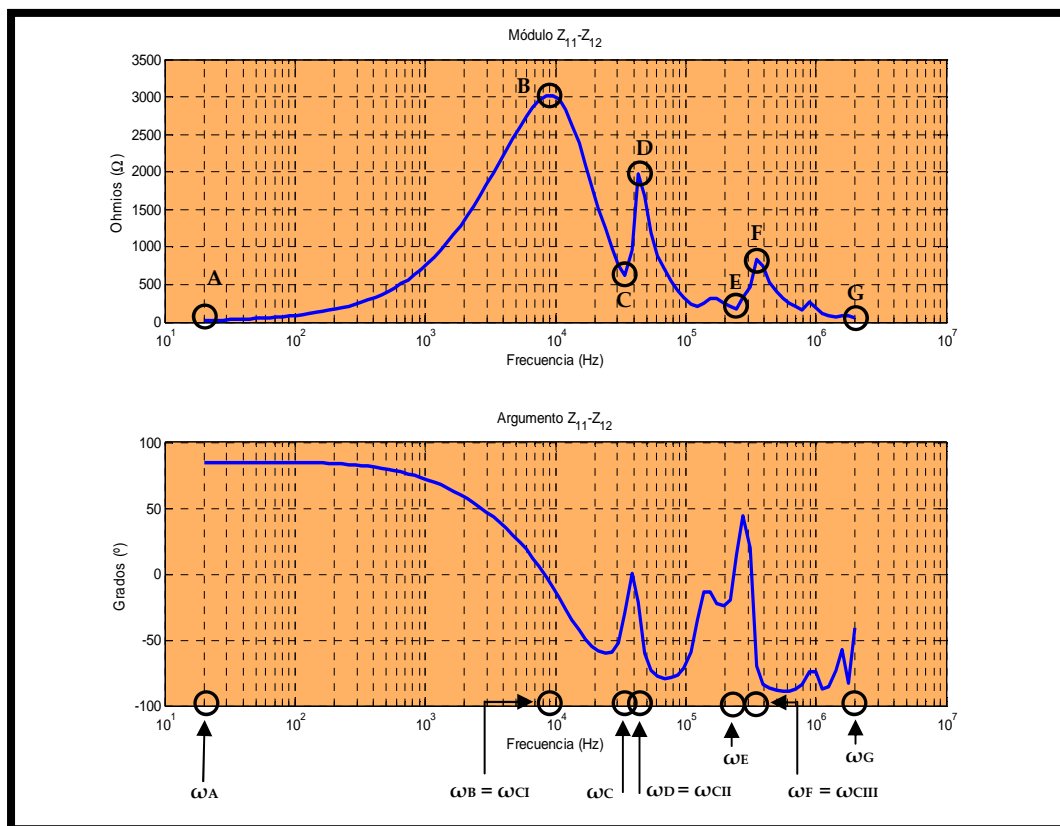
Un análisis más detallado de las curvas permite observar que estos picos de impedancia se producen a frecuencias a las cuales tiene lugar un paso por cero en el valor del argumento de la impedancia; es decir, dicho de otro modo, a aquellas frecuencias donde tensión y corriente están en fase (frecuencias de resonancia). Además, estos picos de impedancia suelen ir acompañados de posteriores puntos de antiresonancia (donde el valor de la impedancia es prácticamente nula), en los que se vuelve a producir un cambio en la tendencia general de la curva.

Por tanto, en principio, como norma para la síntesis de las curvas puede ser suficiente, manteniendo un grado de precisión en el modelo aceptable, tomar como **frecuencias características de referencia, aquellas a las que se producen picos en el módulo de la impedancia cuando el argumento es cero; es decir, las frecuencias de resonancia.**

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

### IV.2.2.2.1.- Síntesis de la curva <impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ )-frecuencia>.

La curva superior de la Gráfica CIV.11 presenta tres picos de impedancia (B, D y F) a frecuencias a las que el argumento sufre un paso por cero:  $\omega_B$  ( $\omega_{CI}$ ),  $\omega_D$  ( $\omega_{CII}$ ) y  $\omega_F$  ( $\omega_{CIII}$ ); en todos los casos, una vez alcanzado el valor máximo, la curva comienza a disminuir conforme aumenta la frecuencia, hasta llegar a sus valores mínimos (C, E y G) a las frecuencias de anti-resonancia.



**Gráfico CIV.11.** Puntos y parámetros característicos de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ).

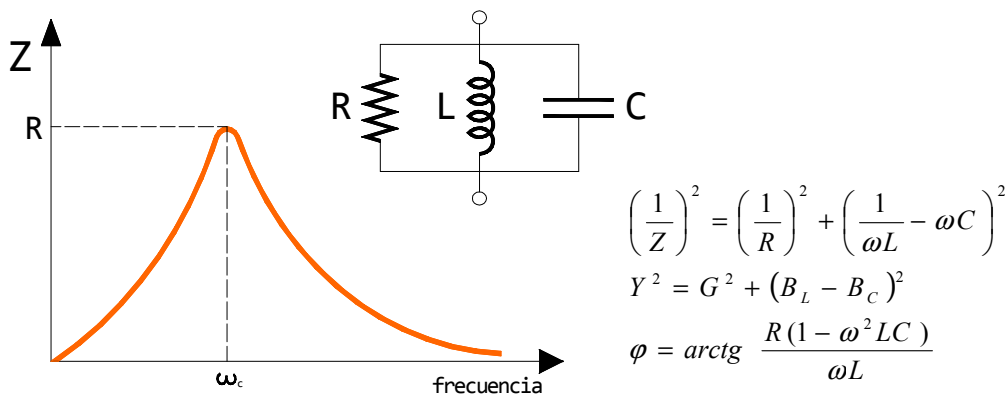
La aparición de estos picos de impedancia se debe a la que podría ser denominada impedancia de magnetización ( $Z_m$ ); para entender el por qué, supóngase el transformador de laboratorio como un transformador ideal al que se añade la denominada impedancia de fugas ( $Z_f$ ) y la citada impedancia de magnetización ( $Z_m$ ).

La impedancia de fugas ( $Z_f$ ) es la impedancia aparecida en el devanado debido a las corrientes de fuga; la impedancia de magnetización ( $Z_m$ ) es la impedancia surgida cuando el devanado es magnetizado. Ambas impedancias están en serie [TRAN06].

Si se efectúa el ensayo de cortocircuito sobre una de las fases del transformador y se registra el valor de la impedancia en función de la frecuencia, el valor obtenido se debe exclusivamente a la impedancia de fuga ( $Z_f$ ) a causa de que no circula apenas flujo por el núcleo y en consecuencia la impedancia de magnetización tiene valor cero ( $Z_m=0$ ). Si a continuación se efectúa el ensayo de vacío sobre la misma fase, aparecen picos superpuestos a la gráfica del ensayo de cortocircuito los cuales pueden ser por tanto atribuidos a la impedancia de magnetización ( $Z_m$ ) [TRAN06]<sup>(15)</sup>.

En resumen, se podría afirmar que los picos de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) del Gráfico CIV.11, a las frecuencias  $\omega_{CI}$ ,  $\omega_{CII}$  y  $\omega_{CIII}$  son debidos al incremento del valor de la impedancia de magnetización ( $Z_m$ ); además, como consecuencia, a dichas frecuencias se evidencia un mínimo en el valor de la corriente que circula por el devanado.

Con esta forma, cada uno de los picos de impedancia de la curva superior del Gráfico CIV.11, podrían ser representados por un circuito RLC paralelo (ver Figura CIV.20).



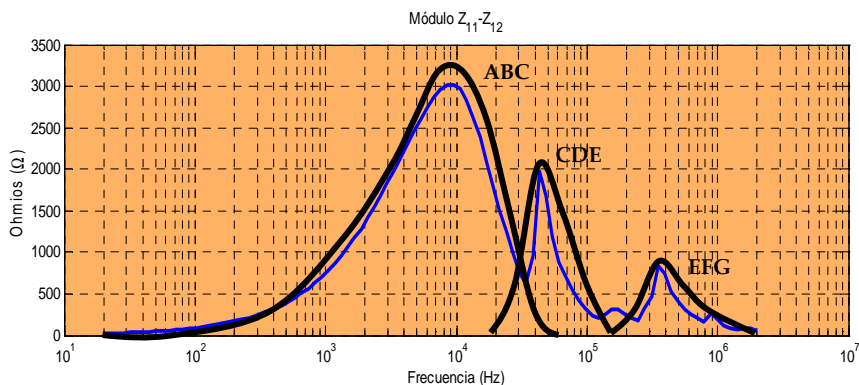
**Figura CIV.20.**- Valor impedancia en función de la frecuencia en un circuito RLC paralelo.

<sup>(15)</sup> [TRAN06] El comportamiento de la impedancia de fugas ( $Z_f$ ) es inductivo y lineal con la frecuencia (esto puede considerarse así entre ciertos márgenes), y por tanto puede ser representado por una inductancia y resistencia en paralelo.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

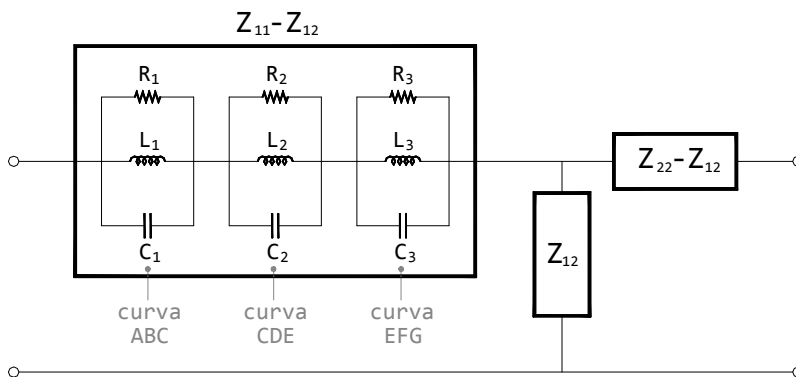
Dependiendo del valor de los parámetros del circuito se obtienen valores distintos para el valor máximo del pico, la pendiente a ambos lados de la frecuencia de corte ( $\omega_c$ ) y su factor de calidad ( $Q_F = \omega_c L/R$ ).

Considerando la síntesis de un pico de impedancia a un circuito RLC paralelo tal y como se ve en la Figura CIV.20, es posible representar la curva para el módulo de la impedancia del Gráfico CIV.11 como la suma de tres curvas independientes discretizadas superpuestas (ABC, CDE y EFG)<sup>(16)</sup>:



**Gráfico CIV.12.-** Descomposición de la curva del módulo de la impedancia ( $Z_{11}-Z_{12}$ ).

Quedando el equivalente eléctrico del módulo de la impedancia ( $Z_{11}-Z_{12}$ ) sintetizado a tres circuitos RLC paralelos conectados en serie:



**Figura CIV.21.-** Síntesis de la impedancia ( $Z_{11}-Z_{12}$ ) a circuitos RLC.

IV.2.2.2.2.- Síntesis de la curva <impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ )-frecuencia>.

Sobre las curvas del Gráfico CIV.13 se indican los puntos y parámetros más característicos para la impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ ).

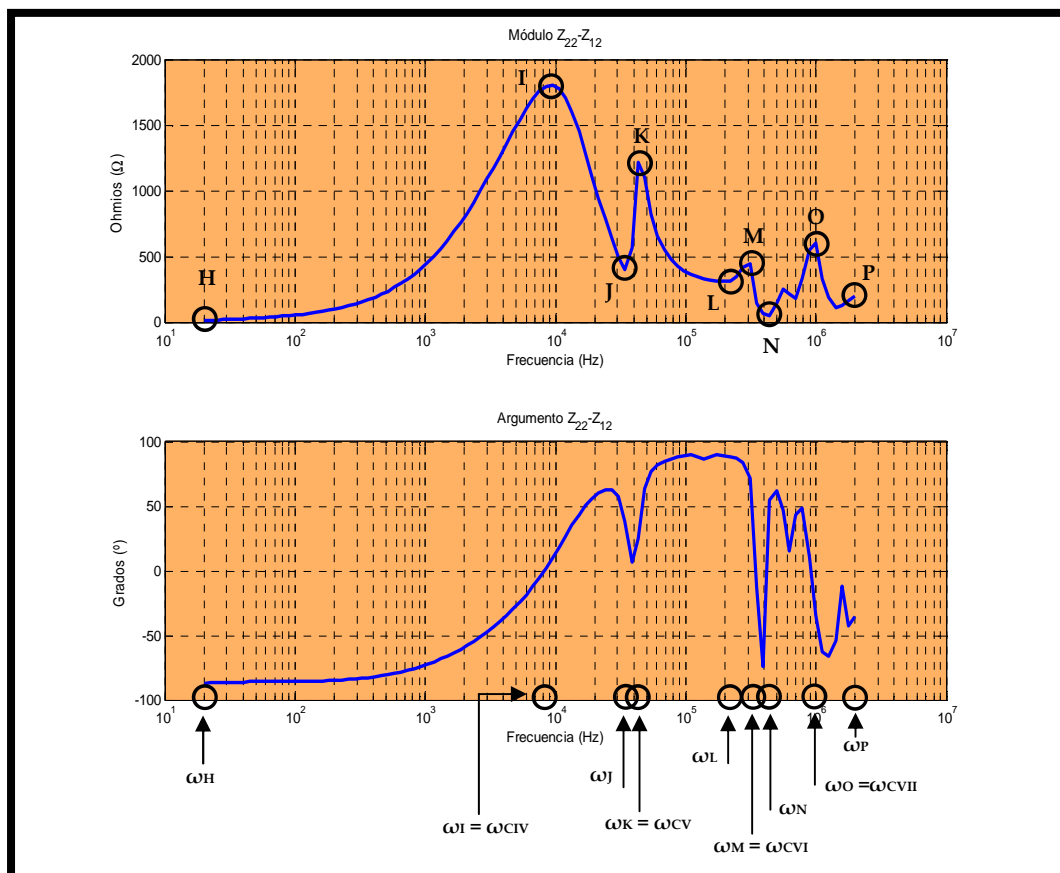


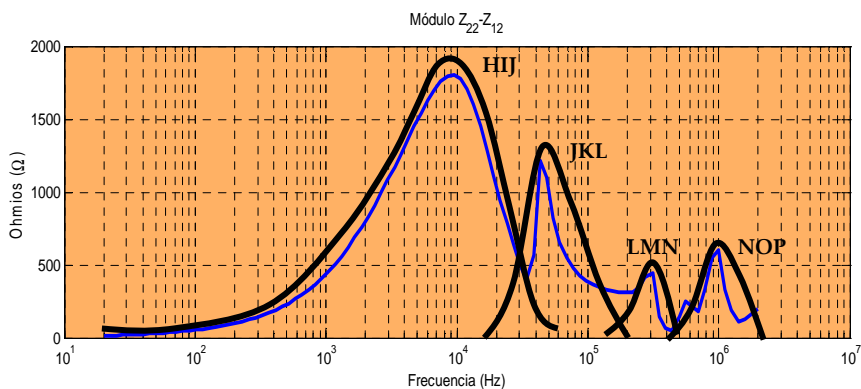
Gráfico CIV.13.- Puntos y parámetros característicos de la impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ ).

<sup>(16)</sup> La síntesis tal y como se ha planteado presenta simplificaciones: la curva se ha suavizado y la representación por tanto carece de todos aquellos valores intermedios que va tomando la curva medida; valores que responden a las diferentes configuraciones RLC que va tomando la impedancia ( $Z_{11}-Z_{12}$ ) a cada frecuencia (resultado de la no linealidad de componentes y parámetros del transformador: devanado, aislante, permeabilidad del núcleo y de sus interrelaciones). Aún así, se alcanza un grado de aproximación suficiente al presentado por la curva medida.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

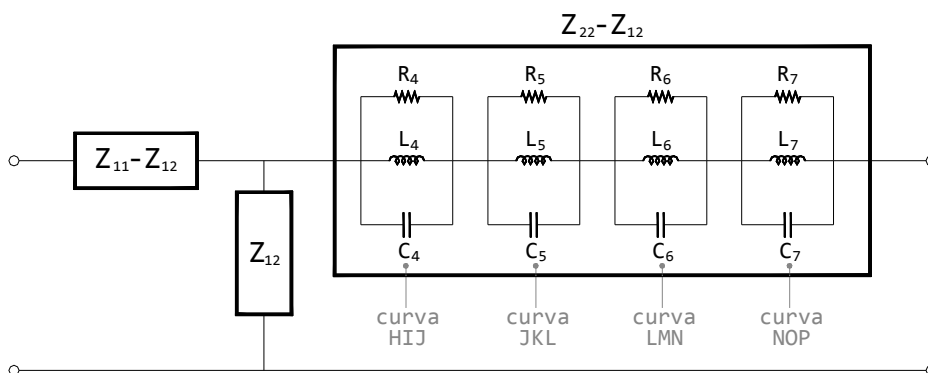
Realizando un análisis análogo al de la curva del Gráfico CIV.11, se observa la presencia de cuatro picos de impedancia (I, K, M y O) a frecuencias a las que el argumento sufre un paso por cero:  $\omega_I$  ( $\omega_{CVI}$ ),  $\omega_K$  ( $\omega_{CV}$ ),  $\omega_M$  ( $\omega_{CVI}$ ) y  $\omega_O$  ( $\omega_{CVII}$ ); y como ocurriera en el caso anterior, una vez alcanza su valor máximo, la pendiente de las curvas decaen conforme aumenta la frecuencia, hasta llegar a valores mínimos (J, L, N y P).

En consecuencia, la curva del módulo de la impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ ) permite ser representada mediante la yuxtaposición de cuatro tramos independientes (HIJ, JKL, LMN y NOP),



**Gráfico CIV.14.-** Descomposición de la curva del módulo de la impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ ).

y el equivalente eléctrico del módulo de la impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ ) puede ser sintetizado a la suma de cuatro circuitos RLC paralelos conectados en serie:

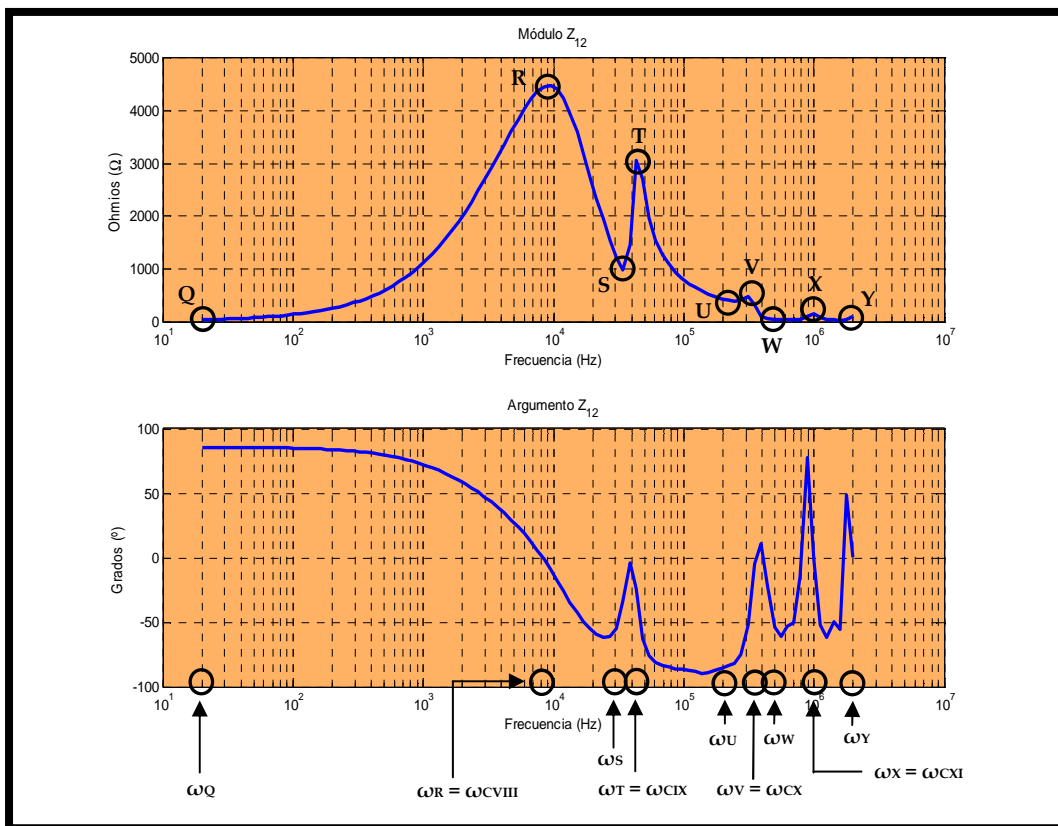


**Figura CIV.22.-** Síntesis de la impedancia ( $Z_{22}-Z_{12}$ ) a circuitos RLC.

### IV.2.2.2.3.- Síntesis de la curva <impedancia ( $Z_{12}$ )-frecuencia>.

El Gráfico CIV.15 muestra las curvas para el módulo y el argumento de la impedancia  $Z_{12}$  sobre las que se ha representado los puntos y parámetros más característicos.

Se observa la presencia de cuatro picos en el módulo de la impedancia (R, T, V y X) a las frecuencias  $\omega_R$  ( $\omega_{CVIII}$ ),  $\omega_T$  ( $\omega_{CIX}$ ),  $\omega_V$  ( $\omega_{CX}$ ) y  $\omega_X$  ( $\omega_{CXI}$ ); como en casos anteriores, una vez alcanzado el valor máximo, comienza un decremento en el valor de la curva conforme aumenta la frecuencia hasta alcanzar valores mínimos (S, U, W e Y).



**Gráfico CIV.15.-** Puntos y parámetros característicos de la impedancia ( $Z_{12}$ ).

Las frecuencias a las cuales se producen los picos de impedancia se indican en la parte inferior sobre la gráfica del argumento; los valores que toman se verán más adelante.



## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

Como en casos anteriores, la curva del módulo de la impedancia ( $Z_{12}$ ) permite ser aproximada mediante una superposición de los diferentes tramos principales que la conforman (QRS, STU, UVW y WXY).

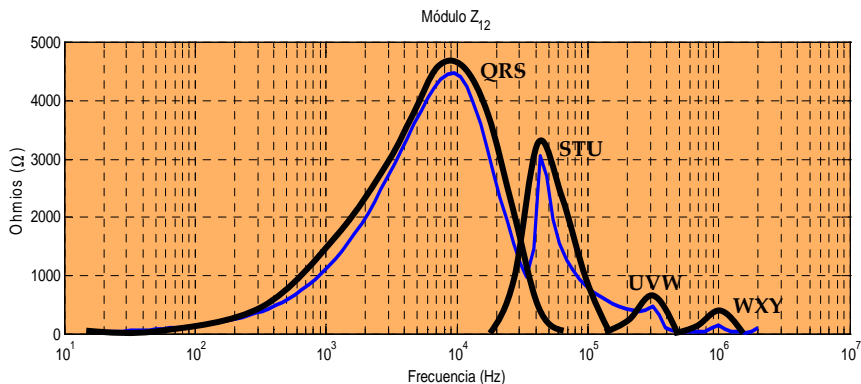


Gráfico CIV.16.- Descomposición de la curva del módulo de la impedancia  $Z_{12}$ .

El circuito eléctrico equivalente para el módulo de la impedancia  $Z_{12}$  resulta:

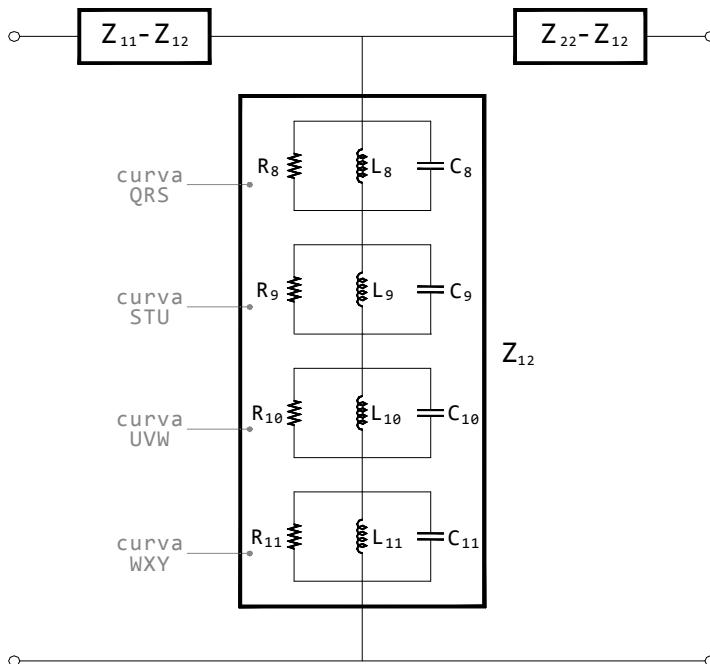


Figura CIV.23.- Síntesis de la impedancia  $Z_{12}$  a circuitos RLC.

IV.2.2.2.4.- Resumen.

Las curvas de impedancia obtenidas ( $(Z_{11}-Z_{12})$ ,  $(Z_{22}-Z_{12})$  y  $Z_{12}$ ) presentan perfiles caracterizados por picos de valor más o menos pronunciado y más numerosos cuanto más altas son las frecuencias de muestreo. Este tipo de perfil se debe fundamentalmente al comportamiento no lineal del núcleo del transformador a AAFF, y que influye en el valor que toma su impedancia. A partir de una determinada frecuencia, distinta para cada trafo, la influencia del núcleo en la medida de la impedancia decae [TRANH06], es entonces cuando cabe la duda de tomar la impedancia como parámetro de diseño.

El análisis de las curvas pone de relieve la correspondencia directa entre los picos de impedancia y las frecuencias de resonancia. Tal circunstancia invita a optar por el discretizado de las mismas de forma individual y su síntesis a circuitos RLC.

En ocasiones, las curvas presentan ligeros desfases entre módulo y argumento, es decir, los módulos alcanzan un pico a frecuencias que no coinciden exactamente con las de resonancia (p.e. pico "V"); en otras, los picos se producen sin un paso claro por cero del valor del argumento (p. e. pico "T"). Ambas circunstancias son atribuibles a solapes entre las curvas discretizadas. Solapamientos que habrán de ser considerados en la determinación de parámetros.

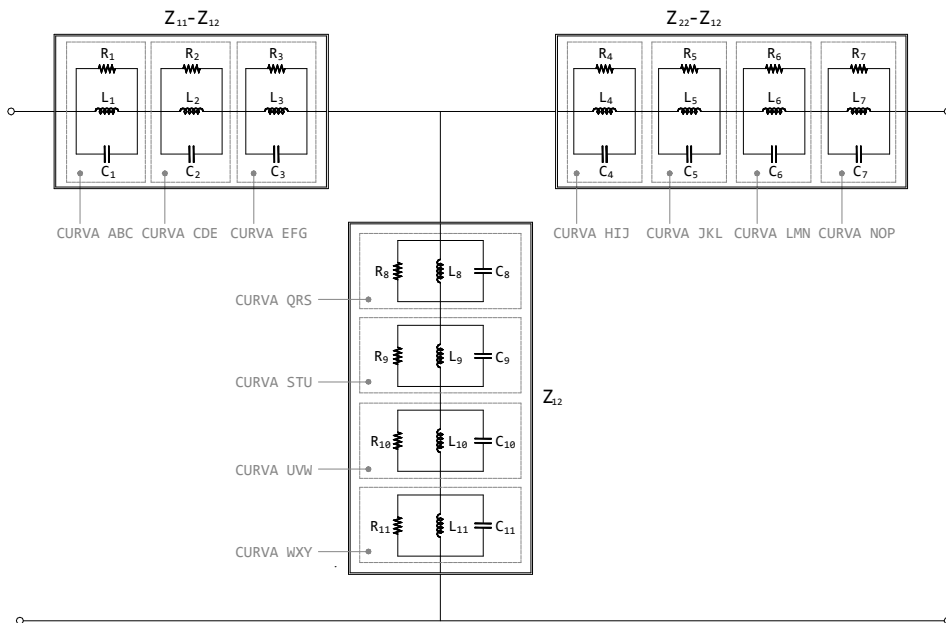


Figura CIV.24.- Configuración general del modelo circuital del transformador de laboratorio en AF.

### IV.2.3.- Determinación de parámetros.

La determinación de parámetros del modelo circuital se lleva a cabo a partir de los valores más representativos que toman las curvas de impedancia en su respuesta en frecuencia. Puesto que todas ellas son resultado de la síntesis del mismo tipo de circuito (RLC paralelo), el procedimiento de cálculo es el mismo para todas ellas.

En la Figura CIV.24 se ha indicado sobre el modelo circuital hallado la correspondencia entre los circuitos RLC y los distintos tramos de curva que modelizan.

El procedimiento general para el cálculo de los parámetros R, L y C de los circuitos RLC paralelo que sintetizan cada curva, es el siguiente:

1º.- Sobre la curva de los módulos de impedancia, se localizan las frecuencias características junto con los valores que toman las impedancias a dichas frecuencias. Son consideradas frecuencias características: la frecuencia extrema inferior ( $\omega_{LX}$ ), la frecuencia extrema superior ( $\omega_{HX}$ ) y la frecuencia de corte ( $\omega_{CX}$ ) (siendo "x" la curva correspondiente, pudiendo tomar por tanto denominaciones comprendidas entre I y XI).

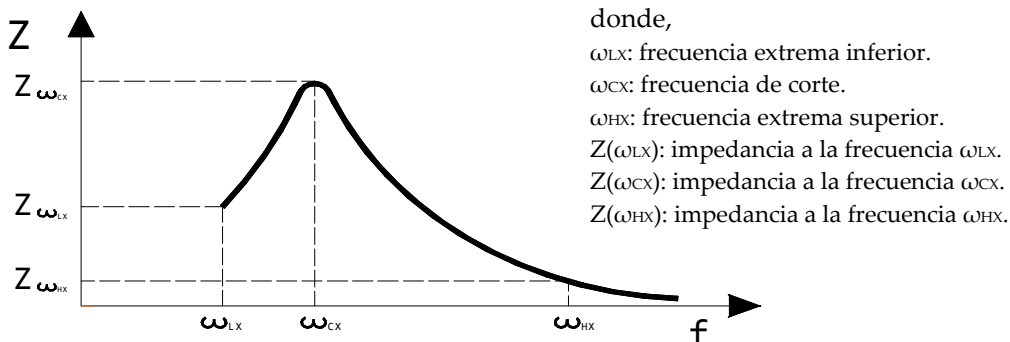


Figura CIV.25.- Valores característicos de una curva tipo.

2º.- Se plantean ecuaciones de contorno para la curva de acuerdo al tipo de red (en esta ocasión la misma en todos los casos: RLC paralela), involucrando valores referentes a la frecuencia de corte y a las frecuencias extremas; a continuación se resuelve el sistema:

La ecuación que define el comportamiento de la impedancia de una red RLC paralelo con respecto a la frecuencia es,

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2 \quad [\text{IV.14}]$$

a partir de la misma se plantea un sistema de ecuaciones bajo las siguientes premisas,

- para las frecuencias de corte ( $\omega = 2\pi\omega_{CX}$ ) se tiene,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\omega L_X} = \omega C_X \Rightarrow L_X C_X = \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow C_X = \frac{1}{4\pi^2 \omega_{CX}^2 L_X} \\ Z_{(\omega_{CX})} = R_X \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{[IV.15]} \\ \text{[IV.16]} \end{array}$$

- para las frecuencias extremas inferiores ( $\omega = 2\pi\omega_{LX}$ ),

$$\left( \frac{1}{Z_{(\omega_{LX})}} \right)^2 = \left( \frac{1}{R_X} \right)^2 + \left( \frac{1}{2\pi\omega_{LX} L_X} - 2\pi\omega_{LX} C_X \right)^2 \quad \text{[IV.17]}$$

Conocido, a través de la curva correspondiente, el valor de las frecuencias  $\omega_{CX}$  y  $\omega_{LX}$ , el valor de  $Z$  a la frecuencia  $\omega_{LX}$  ( $Z_{(\omega_{LX})}$ ), el valor de  $R_X$  ( $Z_{(\omega_{CX})}$ ) y sustituyendo en [IV.17] el valor de  $C_X$  por el mostrado en [IV.5], se obtiene la ecuación,

$$\left( \frac{1}{Z_{(\omega_{LX})}} \right)^2 = \left( \frac{1}{R_X} \right)^2 + \left( \frac{1}{2\pi\omega_{LX} L_X} - \frac{\omega_{LX}}{2\pi\omega_{CX}^2 L_X} \right)^2 \quad \text{[IV.18]}$$

de donde sustituyendo letras por valores numéricos es posible obtener el valor de la inductancia  $L_X$ , y posteriormente, a partir de [IV.15], el del condensador  $C_X$ .

El cálculo puede ser llevado a cabo sin que intervenga el valor de la frecuencia extrema superior ( $\omega_{HX}$ ), y no por ello la curva pierde demasiada exactitud; para comprobar que esto es cierto, se puede hallar el valor de la impedancia a dicha frecuencia ( $Z_{(\omega_{HX})}$ ) y compararlo con el dado por la curva. Calcularlo es sencillo: establecidos los valores de  $R_X$ ,  $L_X$ ,  $C_X$  y el de la frecuencia  $\omega_{HX}$ , basta sustituir valores en la ecuación [IV.19] y despejarlo en cada caso.

$$\left( \frac{1}{Z_{(\omega_{HX})}^*} \right)^2 = \left( \frac{1}{R_X} \right)^2 + \left( \frac{1}{2\pi\omega_{HX} L_X} - 2\pi\omega_{HX} C_X \right)^2 \quad \text{[IV.19]}$$

Los valores característicos de las curvas (módulo de la impedancia y frecuencia), se muestran en los Gráficos CIV.17, CIV.18 y CIV.19; los valores resultantes para los parámetros  $R_X$ ,  $L_X$  y  $C_X$  de cada curva se recogen en las Tablas CIV.2, CIV.3 y CIV.4.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

Curva <impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ )-frecuencia>.

- Puntos característicos de las curvas ABC, CDE y EFG (ver Gráfico CIV.11).

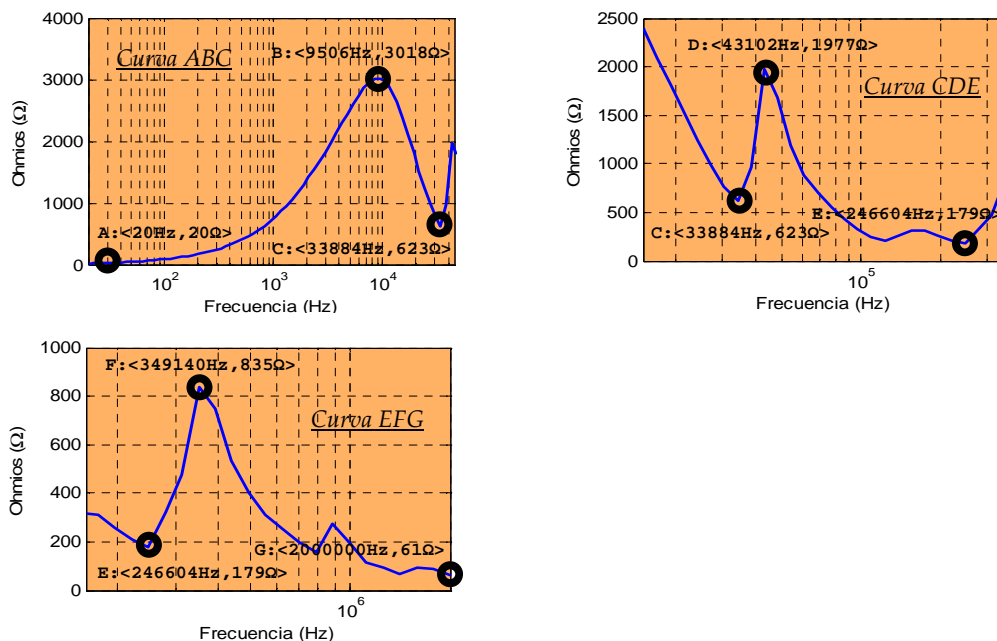


Gráfico CIV.17.- Módulo y frecuencia de puntos característicos de las curva ABC, CDE y EFG.

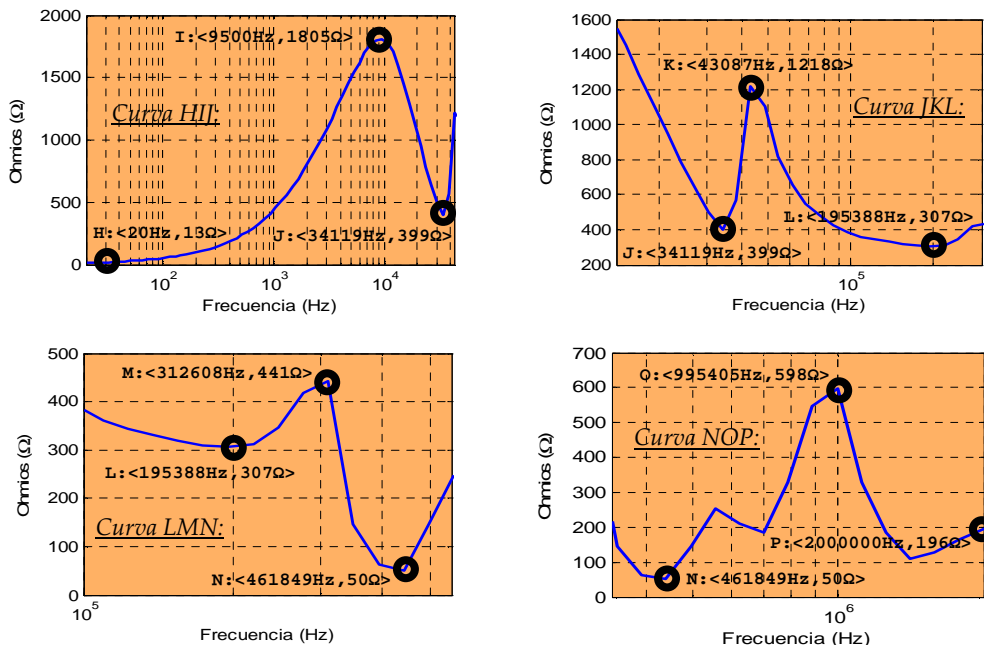
- Determinación de parámetros de los circuitos RLC de las curvas ABC, CDE y EFG.

CÁLCULO COMPONENTES DE CIRCUITOS RLC PARALELO: SINTESIS CURVAS						
Datos	Curva < $Z_{11}$ - $Z_{12}$ >					
	CURVA ABC		CURVA CDE		CURVA EFG	
$\omega_{LX}$ (Hz)	$\omega_A$	20	$\omega_C$	33884	$\omega_E$	246604
$\omega_{CX}$ (Hz)	$\omega_B$	9506	$\omega_D$	43102	$\omega_F$	349140
$\omega_{HX}$ (Hz)	$\omega_C$	33884	$\omega_E$	246604	$\omega_G$	2000000
$Z_{LX}$ (Ω)	$Z_A$	20	$Z_C$	623	$Z_E$	179
$Z_{CX}$ (Ω)	$Z_B$	3018	$Z_D$	1977	$Z_F$	835
$Z_{HX}$ (Ω)	$Z_C$	623	$Z_E$	179	$Z_G$	61
$R_x$ (Ω)	$R_1$	3018	$R_2$	1977	$R_3$	835
$L_x$ (H)	$L_1$	0,1592	$L_2$	1,1778E-03	$L_3$	5,9269E-05
$C_x$ (F)	$C_1$	1,7612E-09	$C_2$	1,1576E-08	$C_3$	3,5060E-09

Tabla CIV.2.- Valores de los componentes RLC que sintetizan las curvas de la impedancia < $Z_{11}$ - $Z_{12}$ >.

Curva <impedancia ( $Z_{22}$ - $Z_{12}$ )-frecuencia>.

- Puntos característicos de las curvas HIJ, JKL, LMN y NOP (ver Gráfico CIV.13).



**Gráfico CIV.18.-** Módulo y frecuencia de puntos característicos de las curvas HIJ, JKL, LMN, y NOP.

- Determinación de parámetros de los circuitos RLC de las curvas HIJ, JKL, LMN y NOP.

CALCULO COMPONENTES DE CIRCUITOS RLC PARALELO: SINTESIS CURVAS								
Datos	Curva <Z <sub>22</sub> -Z <sub>12</sub> >							
	CURVA HIJ		CURVA JKL		CURVA LMN		CURVA NOP	
$\omega_{LX}$ (Hz)	$\omega_H$	20	$\omega_J$	34119	$\omega_L$	195388	$\omega_N$	461849
$\omega_{CX}$ (Hz)	$\omega_I$	9500	$\omega_K$	43087	$\omega_M$	312608	$\omega_O$	995405
$\omega_{HX}$ (Hz)	$\omega_J$	34119	$\omega_L$	195388	$\omega_N$	461849	$\omega_P$	2000000
$Z_{LX}$ (Ω)	$Z_H$	13	$Z_J$	399	$Z_L$	307	$Z_N$	50
$Z_{CX}$ (Ω)	$Z_I$	1805	$Z_K$	1218	$Z_M$	441	$Z_O$	598
$Z_{HX}$ (Ω)	$Z_J$	399	$Z_L$	307	$Z_N$	50	$Z_P$	196
$R_X$ (Ω)	$R_4$	1805	$R_5$	1218	$R_6$	441	$R_7$	598
$L_X$ (H)	$L_4$	0,1034530	$L_5$	0,0007347	$L_6$	0,000212255	$L_7$	1,35684E-05
$C_X$ (F)	$C_4$	2,7130E-09	$C_5$	1,8571E-08	$C_6$	1,22119E-09	$C_7$	1,88413E-09

**Tabla CIV.3.-** Valores de los componentes RLC que sintetizan las curvas de la impedancia <Z<sub>22</sub>-Z<sub>12</sub>>.

# Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

## Curva <impedancia ( $Z_{12}$ )-frecuencia>.

- Puntos característicos de las curvas QRS, STU, UVW y WXY (ver Gráfico CIV.15).

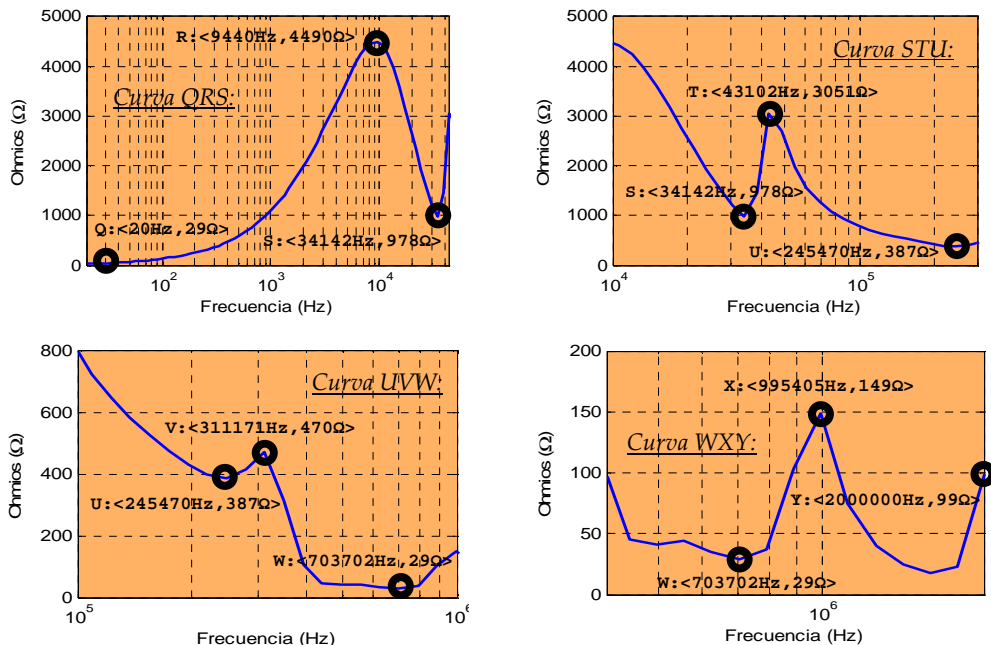


Gráfico CIV.19.- Módulo y frecuencia de puntos característicos de las curvas QRS, STU, UVW y WXY.

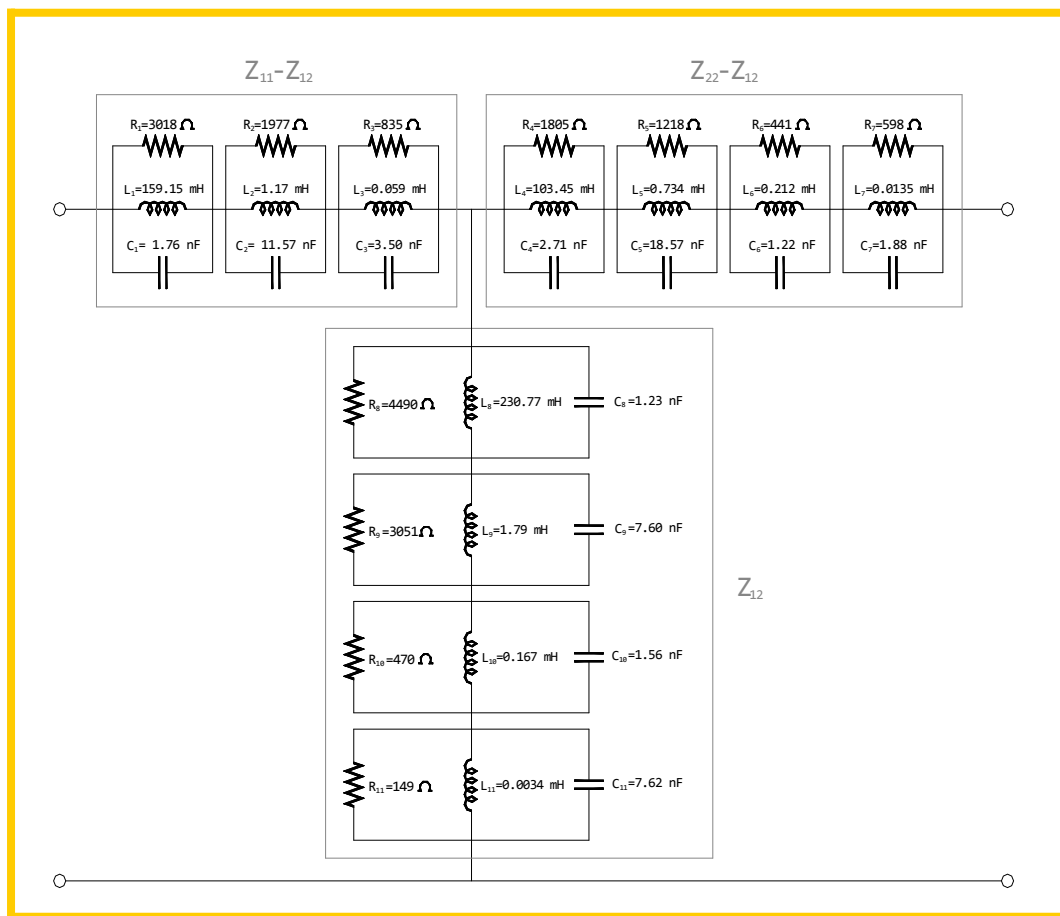
- Determinación de parámetros de circuitos RLC de las curvas QRS, STU, UVW y WXY.

CALCULO COMPONENTES DE CIRCUITOS RLC PARALELO: SINTESIS CURVAS								
Datos	Curva <Z <sub>12</sub> >							
	CURVA QRS		CURVA STU		CURVA UVW		CURVA WXY	
ω <sub>LX</sub> (Hz)	ω <sub>Q</sub>	20	ω <sub>S</sub>	34142	ω <sub>U</sub>	245470	ω <sub>W</sub>	703072
ω <sub>CX</sub> (Hz)	ω <sub>R</sub>	9440	ω <sub>T</sub>	43102	ω <sub>V</sub>	311171	ω <sub>X</sub>	995405
ω <sub>HX</sub> (Hz)	ω <sub>S</sub>	34142	ω <sub>U</sub>	245470	ω <sub>W</sub>	703072	ω <sub>Y</sub>	2000000
Z <sub>LX</sub> (Ω)	Z <sub>Q</sub>	29	Z <sub>S</sub>	978	Z <sub>U</sub>	387	Z <sub>W</sub>	29
Z <sub>CX</sub> (Ω)	Z <sub>R</sub>	4490	Z <sub>T</sub>	3051	Z <sub>V</sub>	470	Z <sub>X</sub>	149
Z <sub>HX</sub> (Ω)	Z <sub>S</sub>	978	Z <sub>U</sub>	387	Z <sub>W</sub>	29	Z <sub>Y</sub>	99
R <sub>X</sub> (Ω)	R <sub>8</sub>	4490	R <sub>9</sub>	3051	R <sub>10</sub>	470	R <sub>11</sub>	149
L <sub>X</sub> (H)	L <sub>8</sub>	0,2307785	L <sub>9</sub>	0,0017930	L <sub>10</sub>	0,0001670	L <sub>11</sub>	0,0000034
C <sub>X</sub> (F)	C <sub>8</sub>	1,23169E-09	C <sub>9</sub>	7,6042E-09	C <sub>10</sub>	1,56636E-09	C <sub>11</sub>	7,62253E-09

Tabla CIV.4.- Valores de los componentes RLC que sintetizan las curvas de la impedancia <Z<sub>12</sub>>.

Los tramos de curva mostrados en los Gráficos CIV.17, CIV.18 y CIV.19 han sido dibujados a diferentes escalas a fin de ofrecer mayor claridad. La formulación propuesta para la determinación de los componentes de las redes RLC ha sido implementada en hojas de cálculo con el objetivo de automatizar el proceso; resultado de tal implementación son las Tablas CIV.2, CIV.3 y CIV.4.

La Figura CIV.26 muestra la representación provisional del modelo circuital en AF resultante propuesto; su visto bueno final queda a expensas de la elaboración del proceso de determinación de su grado de precisión, es decir, de su validación.



**Figura CIV.26.-** Modelo circuital en AF propuesto del transformador de laboratorio previo a la validación.



## IV.2.4.- Grado de precisión. Validación.

La medida del grado de precisión puede ser considerado un proceso de verificación de la validez del modelo. Se lleva a cabo por comparación entre parámetros eléctricos medidos sobre el transformador de laboratorio, y los obtenidos del modelo circuital implementado en MATLAB. Los parámetros se registran en el dominio de la frecuencia; los obtenidos del transformador de laboratorio los son por medida directa (anализador de redes), mientras que los referidos al modelo circuital lo son por simulación (MATLAB).

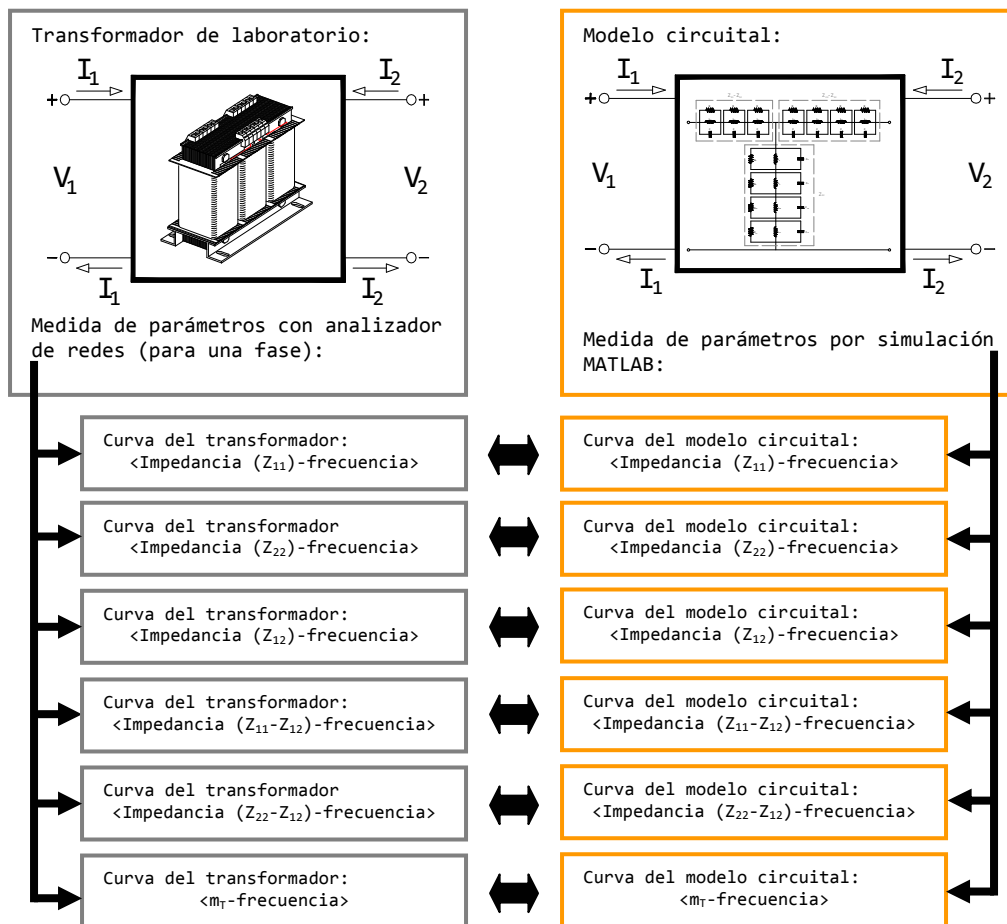


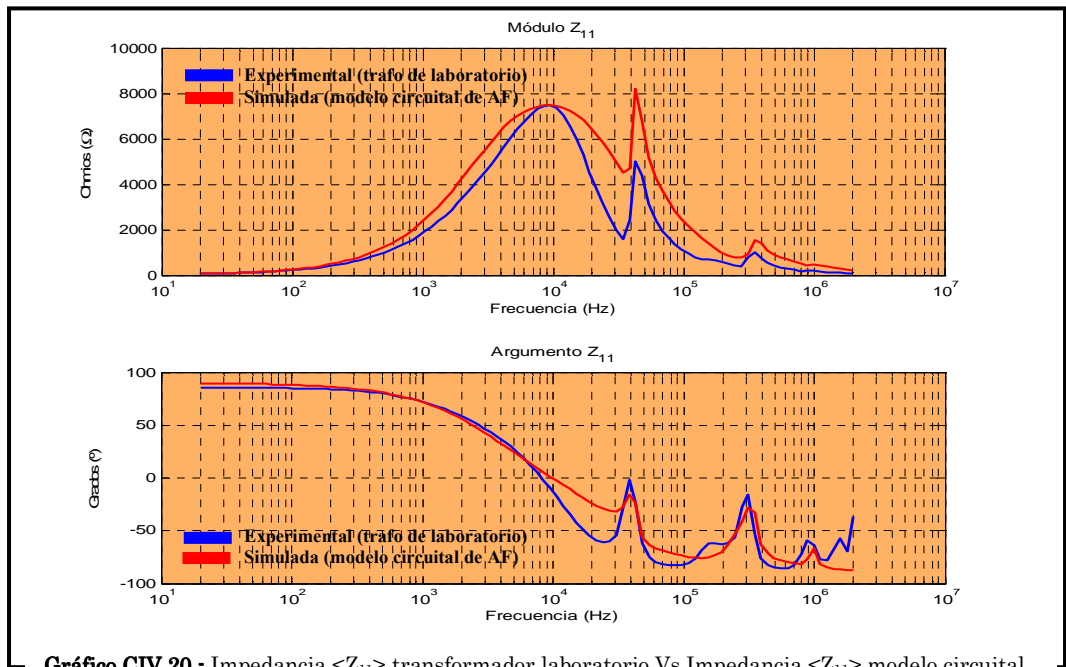
Figura CIV.27.- Proceso de validación del modelo circuital de AF.

La Figura CIV.27 muestra los parámetros involucrados en la validación; básicamente, las impedancias  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{11}-Z_{12}$  y  $Z_{22}-Z_{12}$ , junto con la relación de transformación  $m$  tanto del modelo en T como del transformador de laboratorio.

Las curvas para las impedancias citadas para el transformador de laboratorio ya han sido halladas, de acuerdo a lo expuesto en el apartado § IV.2.2.1, y están registradas en los Gráficos CIV.1 a CIV.10.

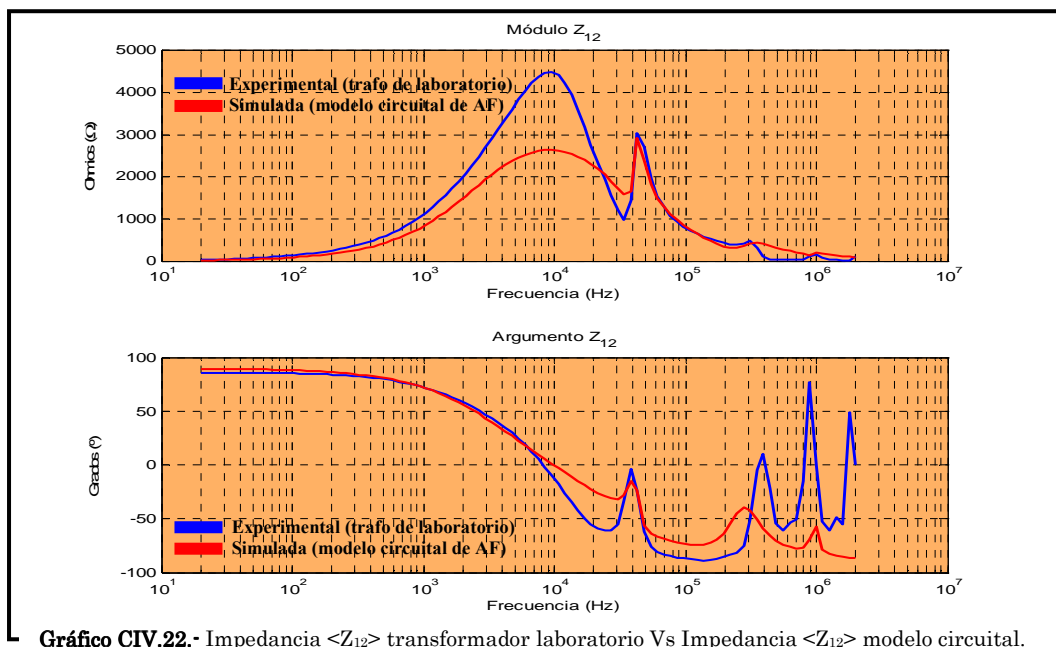
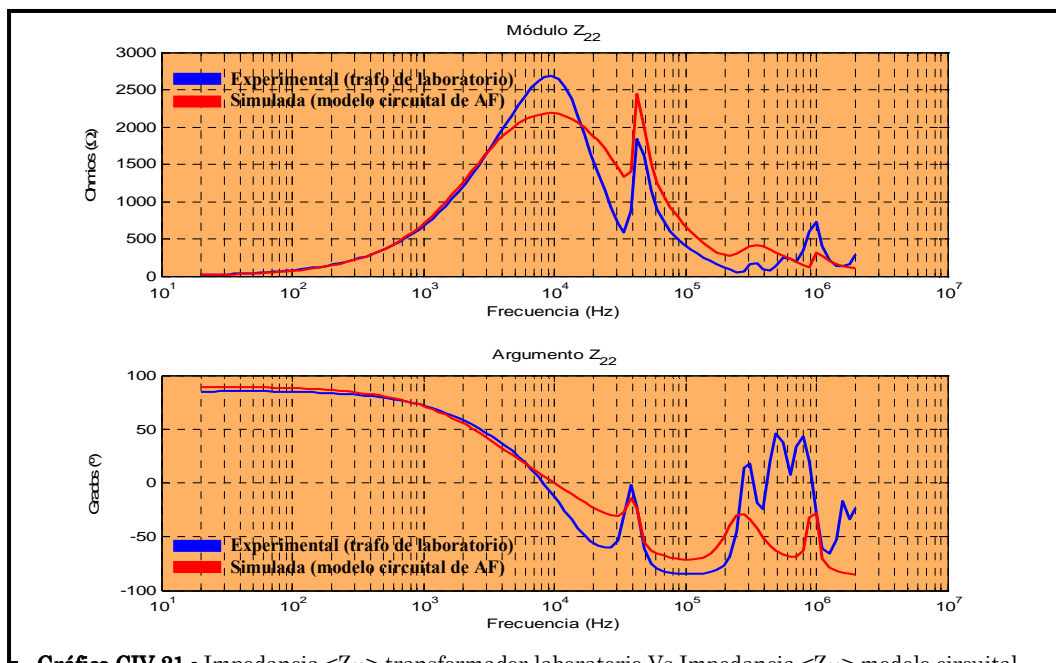
Las curvas de impedancia para el modelo T equivalente se determinan mediante su implementación MATLAB y elaborando montajes virtuales iguales a los realizados sobre el transformador de laboratorio; es decir, suponiendo el modelo como un cuadripolo y sometándolo al mismo tipo de medidas. Evidentemente, la señal inyectada en la simulación MATLAB ha de mantener las mismas características que la señal de prueba empleada durante el registro de parámetros del transformador de laboratorio.

Los Gráficos CIV.20, CIV.21, CIV.22, CIV.23 y CIV.24 muestran superpuestas las curvas de impedancia (módulo y argumento) obtenidas en ambos casos. Sobre ellas se aprecian los tramos de frecuencia en los cuales es mayor su grado de coincidencia.



**Gráfico CIV.20.-** Impedancia  $\langle Z_{11} \rangle$  transformador laboratorio Vs Impedancia  $\langle Z_{11} \rangle$  modelo circuital.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF



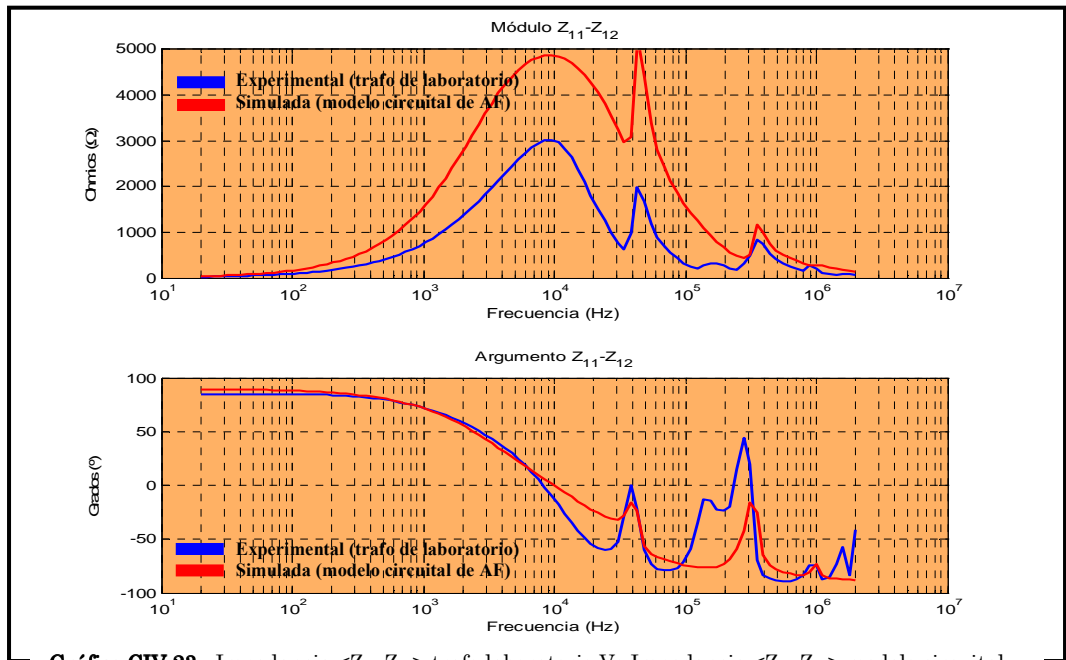


Gráfico CIV.23.- Impedancia  $\langle Z_{11}-Z_{12} \rangle$  trafo laboratorio Vs Impedancia  $\langle Z_{11}-Z_{12} \rangle$  modelo circuital.

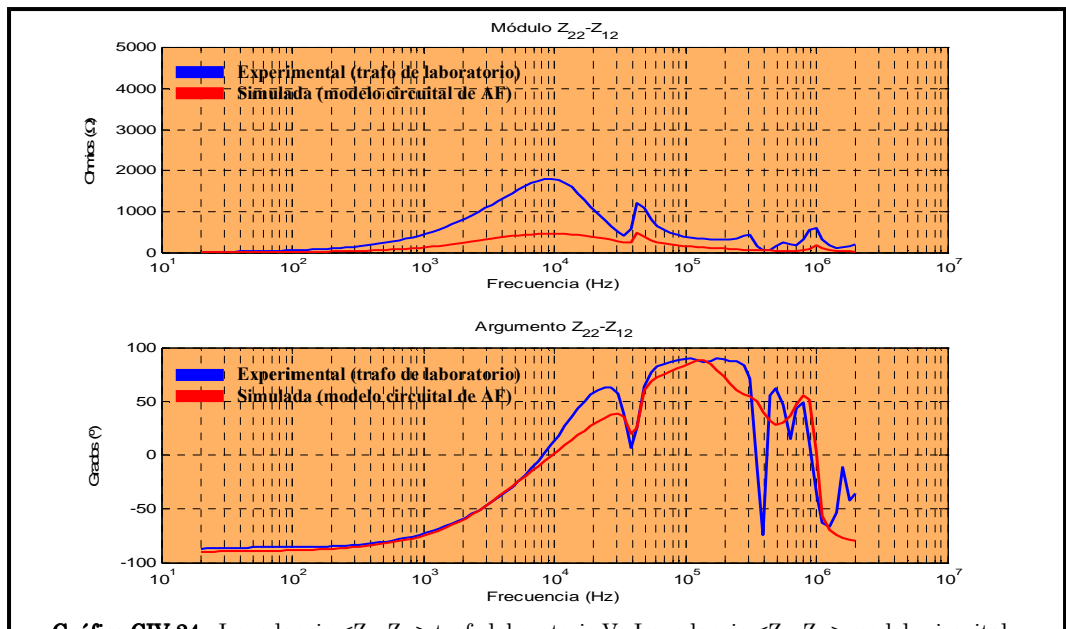
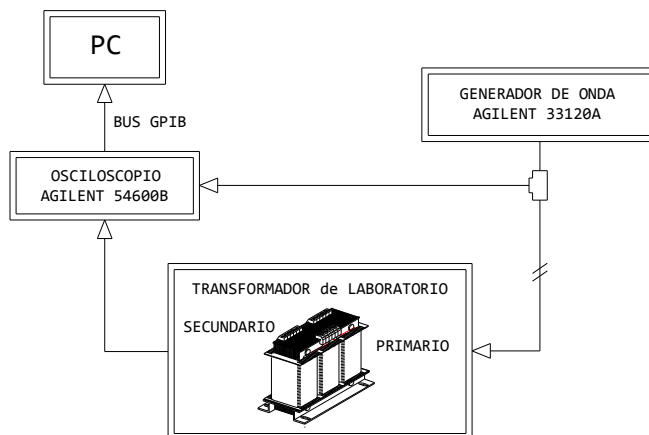


Gráfico CIV.24.- Impedancia  $\langle Z_{22}-Z_{12} \rangle$  trafo laboratorio Vs Impedancia  $\langle Z_{22}-Z_{12} \rangle$  modelo circuital.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

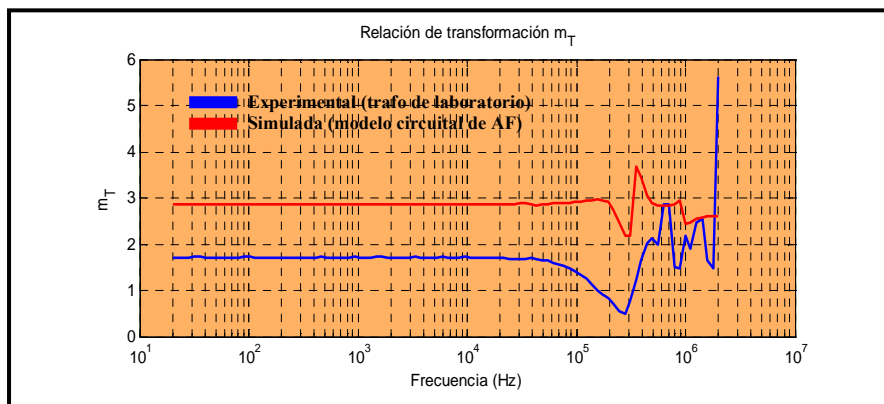
En el transformador de laboratorio, para obtener el gráfico que relaciona la relación de transformación,  $m_T$ , con la frecuencia, se lleva a cabo el montaje de la Figura CIV.28.



**Figura CIV.28.-** Montaje para la obtención de la  $m_T$  en AF, en el transformador de laboratorio.

Los parámetros a medir son la tensión de entrada y salida, para una de las fases del transformador, en el rango de frecuencias comprendido entre 20 Hz y 2MHz; su registro se lleva hasta un ordenador que calcula la relación ( $m_T$ ) entre las mismas y la plasma en una gráfica semi-logarítmica como la mostrada en color azul en el Gráfico CIV.25.

La determinación de  $m_T$  en el modelo implementado en MATLAB se realiza, salvando las diferencias, bajo los mismos criterios; en esta ocasión el propio modelo equivale a una fase del trafo. El resultado de la simulación puede verse en rojo en el Gráfico CIV.25.



**Gráfico CIV.25.-** Relación de transformación del transformador laboratorio Vs la del modelo circuital.

Con respecto a los resultados obtenidos y mostrados en los Gráficos CIV.20 a CIV.25, pueden ser realizadas las siguientes reflexiones:

### Impedancia $Z_{11}$ :

Cualitativamente la forma de la curva concuerda en gran medida con la dada por el transformador; presenta picos de impedancia a frecuencias muy similares, en torno a 9.500, 42.000 y 360.000 Hz. Cuantitativamente ambas curvas presentan valores de impedancia que si bien a medias frecuencias difieren (alcanzan una diferencia máxima de  $3.150\Omega$  a 42.000 Hz), tienden a converger a medida que aumente la frecuencia (en el entorno de los 2 MHz se puede estar hablando del orden de decenas de óhmio).

La búsqueda de una mayor aproximación entre ambas curvas pasa por la búsqueda de redes RLC capaces de ajustar las pendientes de subida y bajada a las dadas por el transformador real; algo difícil de determinar para una impedancia  $Z_{11}$  que no posee una representación eléctrica objetiva en las redes que conforman el modelo.

Entra dentro de lo normal que el orden del valor de la impedancia medida sea mayor que la obtenida para el resto de impedancias, esto se debe a que en realidad  $Z_{11}$  representa la medida de impedancia del devanado primario del transformador, el cual posee el mayor número de espiras y por tanto la mayor resistencia; será por tanto mayor a  $Z_{22}$  (impedancia del devanado secundario), a  $Z_{12}$  (impedancia resultado de la expresión algebraica vista en [IV.13]), y lógicamente a las impedancias ( $Z_{11}-Z_{12}$ ) y ( $Z_{22}-Z_{12}$ ).

### Impedancia $Z_{22}$ :

La  $Z_{22}$  en realidad representa la impedancia del devanado secundario del transformador. De forma análoga a la anterior, la aproximación cualitativa de la curva simulada por el modelo MATLAB se ajusta a la experimental en buena medida. Son puntos relevantes de las curvas los obtenidos a 9.500, 33.000, 42.000, 240.000, 350.000, 700.000, 1.000.000 y 2.000.000 de hercios, donde cuantitativamente los valores de impedancia corresponden con un buen grado de exactitud y mejoran los resultados obtenidos para la impedancia  $Z_{11}$ ; en esta ocasión, en el peor de los casos, la diferencia máxima es del orden de centenas de óhmio ( $750\Omega$  a 33.000 Hz).

Un mayor ajuste de las curvas requiere retocar el valor de los grupos RLC; la dificultad estriba, como en el caso anterior, en determinar sobre cuales se ha de actuar dado la no correspondencia directa entre pico de impedancia y red RLC.

### Impedancia $Z_{12}$ :

Cualitativamente la curva guarda una elevada semejanza con la experimental, donde en líneas generales presenta los picos de impedancia a prácticamente las mismas frecuencias que la curva experimental. Cuantitativamente la curva también se ajusta en gran medida a la hallada para el transformador de laboratorio; únicamente se observa una importante divergencia de valores (del orden de  $1.900 \Omega$ ), en el entorno de los  $10.000 \text{ Hz}$ . Esta discrepancia vista aisladamente no debiera ser de gran relevancia dado que se da a rangos de frecuencias relativamente bajos en un modelo pensado para altas frecuencias; sin embargo, su influencia en el modelo visto en conjunto sí que tiene importancia debido a que interviene en el cálculo del valor del resto de impedancias del modelo (recordar que las otras dos impedancias del modelo corresponden a  $Z_{11}$ - $Z_{12}$  y  $Z_{22}$ - $Z_{12}$ ), dando lugar a solapamientos de valores que si son erróneos distorsionan el resultado final.

La ventaja del ajuste de los valores de la curva del modelo con respecto a casos anteriores se encuentra en que la curva de impedancia  $Z_{12}$  representa por sí sola una impedancia del modelo en T equivalente; como consecuencia, es posible establecer relaciones directas entre los picos de impedancia que presenta y las redes RLC que los simulan (QRS, STU, UVW y WXY). Se podría recurrir por tanto a técnicas más sofisticadas en la síntesis de curvas a fin de obtener mejores resultados.

### Impedancia $Z_{11}$ - $Z_{12}$ :

Cualitativamente la curva de impedancia del modelo es muy similar a su homóloga experimental, como esta, presenta cuatro picos de impedancia a las mismas frecuencias siendo su diferencia más notable el valor cuantitativo que toma la impedancia y que es máximo a la frecuencia de  $43.102 \text{ Hz}$  (en torno a los  $3.000 \Omega$ ). La principal causa de estos desajustes de valor se encuentra en los parámetros que intervienen en el cálculo de la propia impedancia, donde los errores individuales de cada uno de ellos se solapan para dar origen a un error acumulado. Tomando como ejemplo la frecuencia anteriormente citada se tiene que el valor de la  $Z_{11}$  simulada es de aproximadamente  $8000\Omega$  cuando debería ser de unos  $5.000 \Omega$  (ver Gráfico CIV.20), y que el valor de  $Z_{12}$  simulada a la misma frecuencia es de unos  $3.000 \Omega$  (ver Gráfico CIV.21), esto implica que el valor de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) sea de unos  $5.000 \Omega$  ( $8.000 \Omega$ - $3.000 \Omega$ ), tal y como indica la curva simulada, cuando debiera ser de unos  $2.000 \Omega$  (ver Gráfico CIV.23).

Como en el caso de  $Z_{12}$ , la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ) representa por sí sola una impedancia del modelo y su curva pueden ser ajustada en cada tramo (ABC, CDE y EFG) modificando los valores correspondientes a las redes RLC de cada uno de ellos .

### Impedancia $Z_{22}$ - $Z_{12}$ :

Se extraen conjeturas similares a las realizadas para el caso de la impedancia ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ); la curva mantiene cualitativamente una aproximación aceptable que no es capaz de mantener en el ámbito cuantitativo a frecuencias intermedias. Sin embargo, a pesar de ello, las divergencias entre el valor experimental y simulado minoran las obtenidas en el caso anterior (la máxima diferencia es de 1.300  $\Omega$  a 10.000 Hz). Análogamente, el error cometido se debe a la suma de errores parciales cometidos en la síntesis individual de las impedancias  $Z_{22}$  y  $Z_{12}$ . Y al igual que en el caso anterior, este puede ser reducido actuando particularizadamente sobre las redes RLC que representan cada uno de los picos de impedancia (HIJ, JKL, LMN y NOP) con técnicas de síntesis de curvas más precisas.

Como curiosidad reservada a otro tipo de estudio, un análisis detallado de las curvas simuladas pone de manifiesto la aparición de lo que se podrían denominar frecuencias para-resonantes del modelo, es decir, frecuencias a las cuales el argumento de la impedancia no ha sufrido un paso por cero y sin embargo si han originado el pico de impedancia resonante. Esto puede observarse, por ejemplo, para  $Z_{22}$  a frecuencias en torno a los 0,3 y 1 MHz, pero es extensible a las curvas simuladas de  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  y ( $Z_{11}$ - $Z_{12}$ ).

### Relación de transformación $m_T$ :

Como se observa en el gráfico correspondiente (Gráfico CIV.25), la relación de transformación  $m_T$  hallada para el modelo guarda una similitud de forma aceptable, dentro del rango de frecuencias considerado, con respecto a la calculada experimentalmente. La diferencia de valor entre ambas (que se mantiene más o menos constante durante la mayor parte del tramo de frecuencias) denota una atenuación en la señal transferida al secundario debida casi con total seguridad a caídas de tensión internas en los elementos pasivos del propio modelo. Este debiera ser un factor añadido a tener en cuenta en el diseño de modelos circuitales. Factor, que por regla general no ha sido tenido en cuenta en los diseños vistos hasta el momento.

Vistos los gráficos de forma conjunta, dejando al margen las diferencias comentadas en cada uno de ellos, se pueden concluir que el modelo sometido a validación demuestra un grado de exactitud que, si bien puede ser mejorado en el ámbito cuantitativo en el tramo de las frecuencias intermedias, mantiene una concordancia de resultados cualitativos que se podría considerar de muy buena; lo cual invita a pensar que, en principio, tanto la estructura del modelo elegido, como el proceso de diseño aplicado son acertados.



### IV.2.5.- Modelo circuital resultante.

Lo comentado en el apartado anterior (§ IV.2.4), ha determinado que cuantitativamente el modelo propuesto previo a la validación (Figura CIV.26) presenta ciertas divergencias de comportamiento con respecto al transformador de laboratorio, sobre todo en rangos de frecuencia comprendidas entre 20 Hz y 35.000 Hz; estas divergencias disminuyen a frecuencias superiores, presentando entonces el modelo un grado de exactitud cuantitativo, y sobre todo cualitativo, mayor. Como resultado, se puede entender que aún siendo capaz de simular el comportamiento del transformador de laboratorio en el rango de frecuencias considerado con un grado de acierto aceptable, éste ofrece sus mejores prestaciones en el tramo comprendido entre 35 kHz y 2 MHz, donde su grado de precisión es elevado. En primera instancia, el modelo puede ser considerado valido para simular el comportamiento del transformador de laboratorio con un grado estimable.

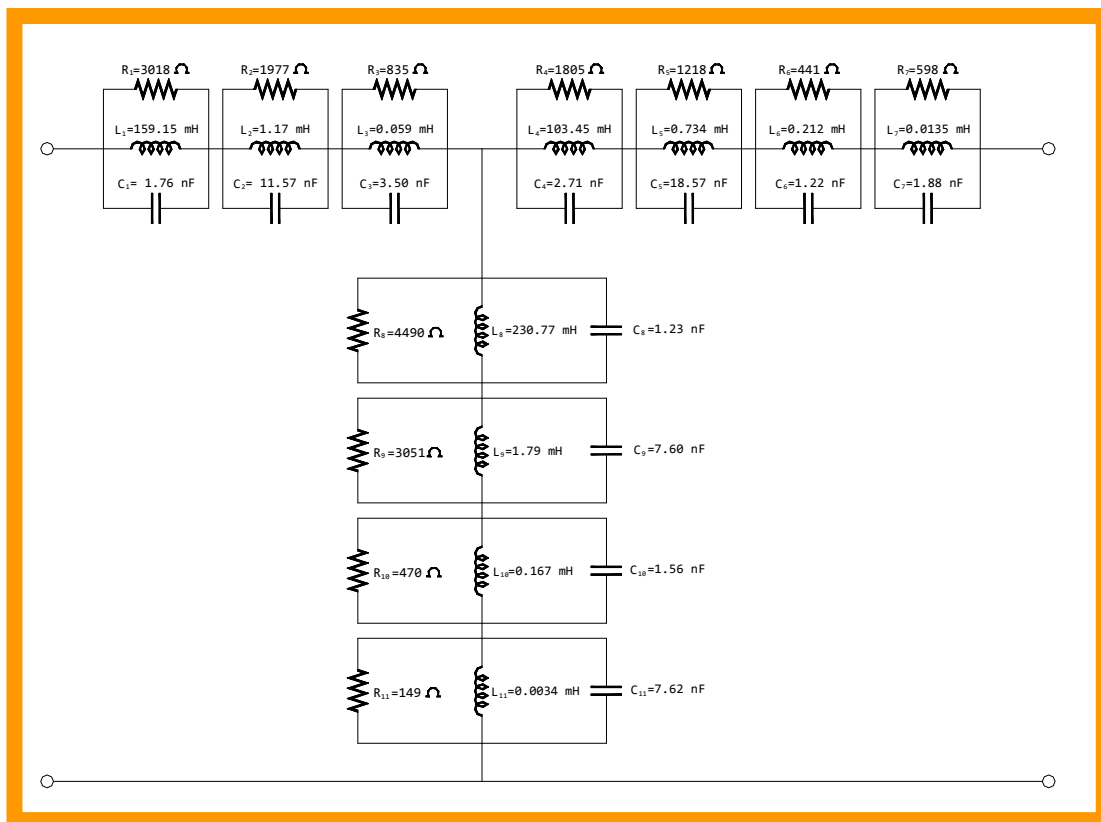


Figura CIV.29.- Modelo circuital por fase para transformador de laboratorio CROVISA 195H240.

### IV.3.- Resumen del método.

El método se desarrolla a partir de **cuatro fases** deducidas de la revisión de la literatura concerniente al desarrollo de modelos de transformadores de alta frecuencia. La consecución ordenada de las mismas conduce, por la propia concepción del método, a la obtención del modelo circuital en AF de transformadores de baja-media potencia.

#### Fase I: Alcance del modelo.

Esta fase, aunque integrada dentro del método, puede ser considerada como previa a su aplicación; su objetivo es justificar la elección de las características que debe reunir el tipo de modelo a trazar en base a una problemática observada (se pueden plantear distintos modelos de acuerdo a problemas concretos: el efecto del núcleo, del aislante, etc.).

En el presente modelo el alcance, o dicho de otra forma, la problemática a la que se busca dar respuesta, nace de la necesidad de contar con un método sistemático y funcional que consiga obtener modelos equivalentes del transformador que permitan el análisis de su comportamiento cuando es atravesado por señales de AF.

#### Fase II: Estructura del modelo.

La estructura del modelo se basa en la teoría de los cuadripolos. Se establece una correspondencia entre las diferentes impedancias que pueden ser medidas entre bornes de entrada y salida de una fase del transformador, y las impedancias que componen un cuadripolo en T.

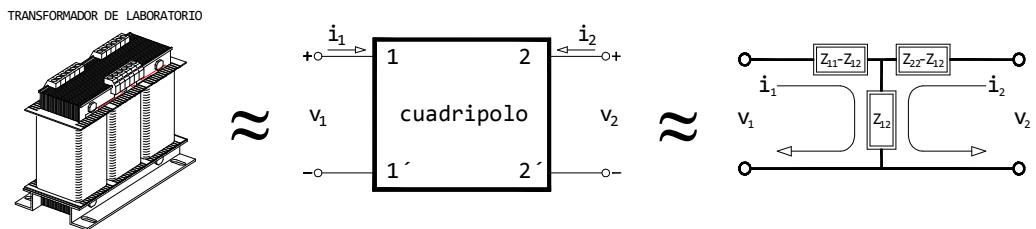


Figura CIV.30.- Base de la estructura del modelo circuital.

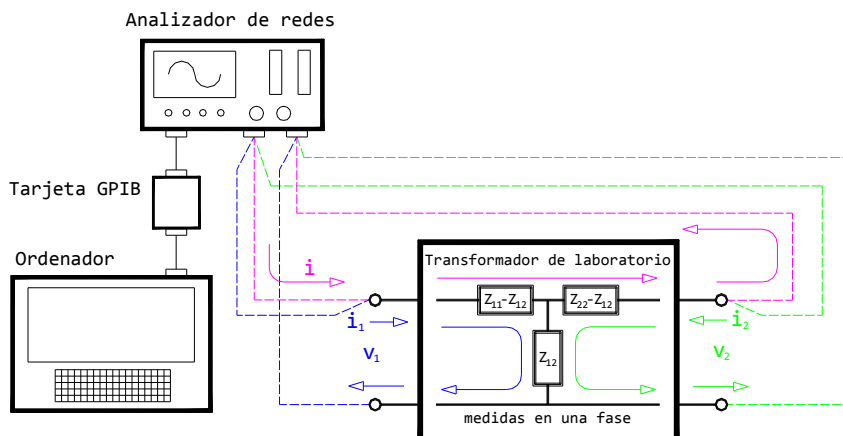
Es decir, las características de impedancia que presenta el transformador a una frecuencia dada, son idénticas a las que presenta su configuración en T equivalente. Se buscan por tanto cuadripolos en T compuestos por circuitos RLC cuya combinación de impedancias adopten, valores similares a los medidos en el transformador.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

En un primer paso se establecen las relaciones de impedancia fundamentales que sirven para hallar las impedancias del cuadripolo en T equivalente, estas son:

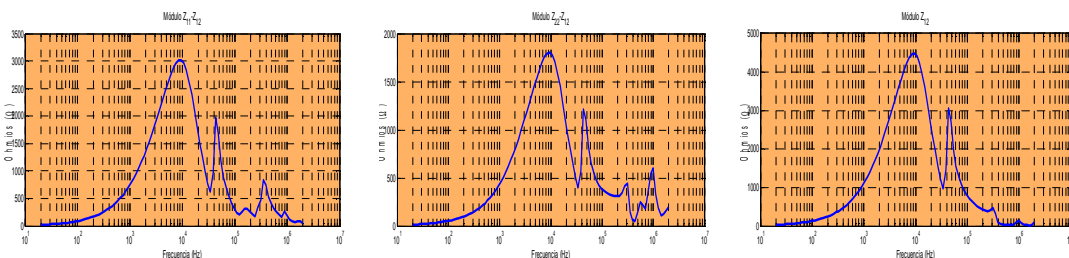
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix}_{i_2=0} = Z_{11}; \quad \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}_{i_1=0} = Z_{22}; \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}_{i_1=0} = Z_{12} \quad \text{o} \quad \begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix}_{i_2=0} = Z_{21} \quad [\text{IV.20}]$$

Se obtienen a través del ensayo de vacío en el transformador en un rango de frecuencias determinado. Se emplea un analizador de redes (este instrumento captura los datos en el espectro de frecuencias deseado y los transmite a través de un GPIB hasta un PC; un software apropiado (por ejemplo, MATLAB), almacena y gestiona la información).



**Figura CIV.31.-** Ensayos de vacío sobre el cuadripolo (trafo) para determinar las impedancias  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  y  $Z_{12}$ .

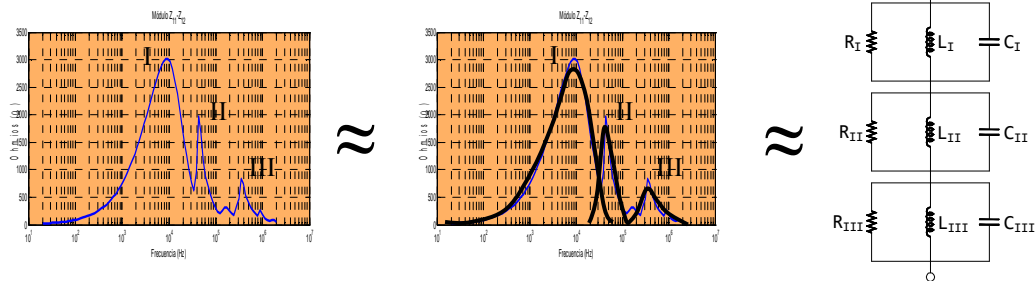
Se consiguen de esta forma las curvas que relacionan el valor de las impedancias  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  y  $Z_{12}$  con la frecuencia. A partir de estas, se calcula por sustracción frecuencia a frecuencia el valor de las impedancias ( $Z_{11}-Z_{12}$ ) y ( $Z_{22}-Z_{12}$ ), obteniéndose así las curvas que relacionan impedancia y frecuencia del cuadripolo T equivalente (Gráfico CIV.26).



**Gráfico CIV.26.-** Curvas impedancia-frecuencia del cuadripolo T equivalente (módulos).

En un segundo paso, cada una de las curvas es analizada por separado con el objetivo de proponer circuitos formados por elementos discretos (RLC), capaces de emular el comportamiento de esas curvas de impedancia con respecto a la frecuencia.

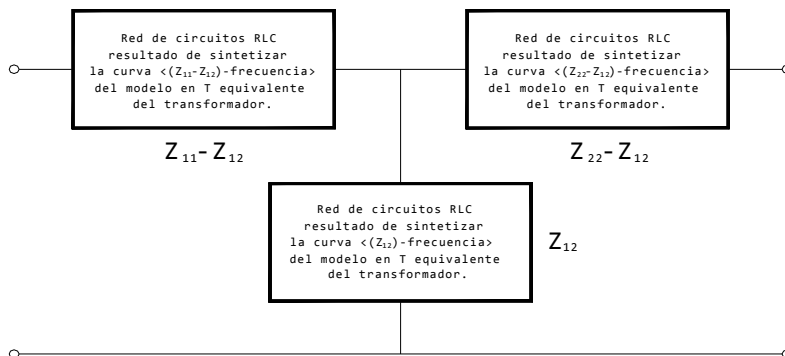
El análisis comienza por la detección de las frecuencias de resonancia, es decir, aquellas en que la curva presenta cambios relevantes de forma (picos o valles pronunciados). A continuación se divide la curva en tramos de acuerdo a dichas frecuencias, y se suaviza el efecto de picos y valles. Se consiguen así curvas con perfiles más sencillos para su síntesis a circuitos RLC (ver Tabla CIV.1), y cuya yuxtaposición representa la curva total del módulo de impedancia (Figura CIV.32).



**Figura CIV.32.-** Síntesis de una curva de impedancia a un circuito RLC.

**Nota:** La Figura CIV.32 se muestra a modo de ejemplo; se observa una curva que presenta tres picos de resonancia la cual ha sido dividida en otras tres; debido a su forma cada una de ellas puede ser sintetizada a un circuito RLC paralelo. La suma de todas, y por tanto de sus circuitos RLC paralelo, representan la curva total.

Se realiza un análisis similar con el resto de curvas de impedancia de la configuración T y como resultado se logran combinaciones de circuitos RLC que las sintetizan. Para acabar se conectan entre si dando lugar al modelo circuital en T del transformador.



**Figura CIV.33.-** Estructura en T del modelo circuital.

## Capítulo IV: Modelado del transformador en AF

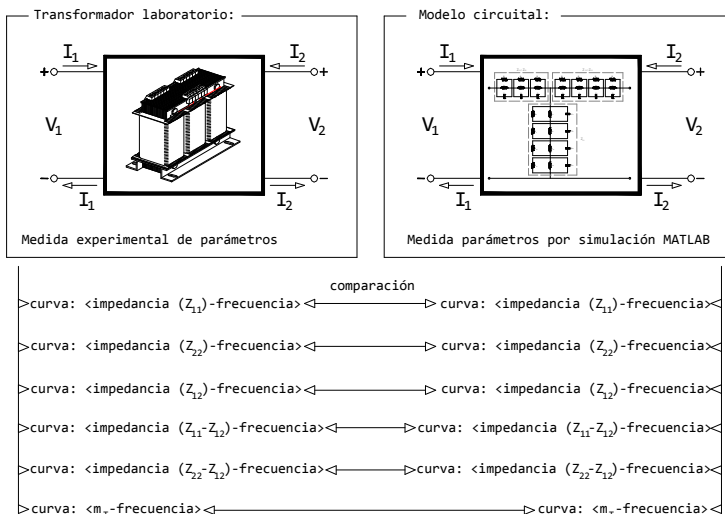
### Fase III: Determinación de parámetros.

Cualquier curva de impedancia puede ser obtenida mediante la yuxtaposición de curvas más simples; tantas como frecuencias de corte contenga. Cada una de estas curvas más simples responde a formas como las vistas en la Tabla CIV.1 (resultado de determinar el valor de la impedancia en función de la frecuencia para diferentes configuraciones RLC). Conocidas las curvas y sus valores característicos, es decir, las frecuencias de corte ( $\omega_{CX}$ ), y las frecuencias extremas inferior y superior ( $\omega_{LX}$  y  $\omega_{HX}$ , respectivamente), los parámetros que componen las redes RLC que las definen, pueden ser determinados aplicando las condiciones de contorno apropiadas a dichas frecuencias sobre las ecuaciones que explican su comportamiento.

La Tabla CIV.1 muestra las principales configuraciones de circuitos RLC junto con las curvas que definen el comportamiento de su impedancia con respecto a la frecuencia y las ecuaciones que la dictan. Estas, o combinaciones de estas configuraciones, deben ser suficientes para sintetizar cualquier curva de impedancia.

### Fase IV: Grado de precisión. Validación.

El grado de precisión (validez) del modelo circuital se determina por comparación del valor que toman parámetros eléctricos, como son las curvas de impedancia y la relación de transformación ( $m_T$ ), medidas experimentalmente en el transformador y obtenidos por simulación computacional sobre el modelo (MATLAB).



**Figura CIV.34.-** Validación del modelo circuital.

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos



### V.1.- Conclusiones.

- Cada vez es mayor la presencia de las nuevas tecnologías en la vida cotidiana; concretamente, el ordenador e Internet han supuesto un avance extraordinario en el trabajo, el acceso a la información, la comunicación y el ocio. En pocas décadas se ha pasado de los grandes ordenadores y sus aplicaciones, solo accesibles a gobiernos, a los ordenadores de uso común presentes en la mayoría de hogares, oficinas e industrias.

Todo esto ha sido posible en gran medida gracias al desarrollo de las tecnologías de comunicación relacionadas con la transmisión de datos remotos. Actualmente, las más relevantes se basan en la utilización de las líneas telefónicas, la fibra óptica o las redes 3G.

- A pesar de los logros conseguidos, se sigue investigando para mejorar estas vías o incluso buscar otras alternativas que superen los problemas que estas plantean como son las relativas a las limitaciones en número y ubicación a los puntos de acceso obligatorio (como ocurre con los terminales telefónicos y de fibra óptica), o las relativas a zonas geográficas de difícil cobertura (el caso de las redes 3G).

Una de estas nuevas vías se cimienta sobre la tecnología PLC (del inglés Power Line Communications). Basada en la transmisión de datos a través de las redes eléctricas existentes, permite el acceso a Internet de banda ancha mediante un sistema similar al ADSL, conectando el PC a través de un tipo especial de módem (CPE), a un enchufe eléctrico (su principio se basa en la superposición de una señal de información de baja energía y alta frecuencia sobre la onda de potencia). A pesar de sus ventajas (utiliza infraestructuras existentes, alto potencial de cobertura, despliegue rápido y selectivo, fácil instalación, coste de los equipos, tasas de velocidad de transmisión mejores a otras tecnologías como xDSL ó cable), no ha tenido una acogida tan buena en España entre los usuarios particulares como en Alemania o Japón.

- Esta tecnología, basada en la transmisión de señales de AF, combina nuevos equipos con otros pensados en origen para una función concreta y diferente: el transporte de energía. Bajo estas condiciones se presenta un escenario de trabajo más exigente para aquellos equipos pensados y diseñados originalmente para trabajar a las frecuencias normales de operación (50-60 Hz); uno de estos equipos es el transformador de potencia.

- Los problemas inherentes a su propio diseño y fundamento teórico plantea serias dificultades en su adaptación a este tipo de funciones; por no añadir la complejidad de interpretación de los fenómenos físicos que se desencadenan a AAF.



Con este escenario, es evidente pensar en el claro riesgo de exclusión que sufre el transformador de la mayoría de sistemas cuya base sea procesado de señales a AAFF (un ejemplo fehaciente de exclusión lo supone la tecnología PLC).

- Si se desea la integración del transformador en este tipo de sistemas, u otros similares, se ha de acometer un análisis en profundidad de sus características de comportamiento cuando es atravesado por señales de alta frecuencia. Análisis que puede comenzar por el estudio de mecanismos orientados hacia el desarrollo de técnicas que ayuden a predecir su conducta frente a las AAFF.

Una técnica se basa en el planteamiento de **modelos equivalentes** que son capaces de simular cualitativamente y/o cuantitativamente la conducta del dispositivo original (este tipo de modelos tienen una cualidad muy interesante desde el punto de vista práctico: permite obtener la respuesta del dispositivo ante diferentes escenarios sin tener que recurrir a su montaje físico).

- Cuando se trabaja a las frecuencias normales de operación, es decir, 50-60 Hz, y hablando del transformador, se suele utilizar su modelo equivalente ya que facilita en gran medida el estudio y cálculo de los sistemas en los que interviene. Los límites de validez del mismo, están impuestos por la frecuencia a partir de la cual su comportamiento difiere del que ofrece el transformador real.

El estudio de las prestaciones máximas a las que puede llegar este tipo de modelo resulta un paso previo interesante a determinar antes de abordar la búsqueda y planteamiento de otra clase de modelos de diferente morfología. Para este cometido la caracterización del modelo clásico es fundamental.

En el capítulo II, se ha llevado a cabo la citada caracterización para un transformador de laboratorio utilizado como base experimental. Se siguen dos vías: en una se somete al modelo a diferentes frecuencias manteniendo invariable su morfología y el valor de sus parámetros calculados a 50 Hz; en la otra, igualmente se somete al modelo a diferentes frecuencias con su morfología invariable, pero el valor que toman sus parámetros es calculado en cada momento en función de la frecuencia aplicada.

La experiencia aporta principalmente dos conclusiones: el modelo de parámetros constantes presenta un mejor comportamiento que el modelo de parámetros adaptados pero las diferencias no son determinantes (el primero mantiene unas buenas prestaciones hasta los 800 Hz frente a los 700 Hz del segundo); La frecuencia se rebela como un factor clave en el diseño de la estructura del modelo (representación de los efectos capacitivos).

La caracterización del transformador es un medio eficaz de obtener los límites de frecuencia hasta los cuales el modelo clásico es válido para un determinado transformador, y marca la frontera a partir de la cual es necesario recurrir al diseño de nuevos modelos para frecuencias superiores a la calculada.

- Como en los sistemas convencionales, también se dispone de modelos equivalentes del transformador para AAF; sin embargo, son resultado de simplificaciones técnicas y por tanto resultan generalistas, no cubren las frecuencias más elevadas o no se ajustan con la suficiente exactitud a las características específicas de un determinado transformador.

El plantear un modelo equivalente en AF que se ajuste al requisito exigido (igual comportamiento frente a las AAF que el transformador real), parece una tarea difícil de conseguir debido sobre todo a la dependencia y a la conducta no lineal de algunos de los parámetros del transformador con respecto a la frecuencia; como resultado, se ha de recurrir a técnicas especiales de diseño.

- A partir de la revisión de la literatura relacionada con el tema, se aprecia un aumento en las dos últimas décadas de estudios que tienen que ver con el desarrollo de técnicas de diseño de modelos circuitales equivalentes del transformador en AF. Aunque no es excesivamente prolifera, pone de relieve que la implementación computacional de los modelos hallados no presenta las dificultades que manifiesta el diseño, donde no se da un criterio unificado para su trazado; cada autor propone el suyo propio.

- Otra característica que se desprende es que los modelos se diseñan de acuerdo a dos tipos principales: circuitales y computacionales.

Los modelos circuitales, están compuestos por redes de componentes pasivos, conectados entre sí según cuales sean los fenómenos físicos que simulan.

Si además de la representación de determinados fenómenos físicos, otros modelos se centran solamente en la búsqueda y obtención de la respuesta apropiada, se puede llevar a cabo una subclasificación en: modelos Físicos y modelos Black-box.

Los modelos computacionales, se basan en métodos de resolución numéricos ligados a algoritmos matemáticos integrados en programas informáticos. Se obtienen a partir de las características geométricas del transformador (p.e., en el modelo de EEFF), o bien a partir de los propios modelos circuitales (p.e., mediante implementación en MATLAB).

En general, cualquier modelo circuital puede ser implementado en uno computacional (MATLAB, EMTP/ATP,...).

## Capítulo V: Conclusiones y líneas futuras de investigación

---

Los modelos circuitales físicos están formados por redes de resistencias, inductancias y condensadores, conectados entre sí de acuerdo a configuraciones que son capaces de simular fenómenos magnéticos, eléctricos, térmicos o constructivos del transformador.

Los modelos circuitales Black-Box, contiene redes similares a las de los modelos físicos pero confinadas en bloques. A los procesos internos que se desarrollan en su interior solo se tiene acceso a través de relaciones establecidas entre terminales de entrada y salida. Se considera que no es importante dar una explicación a los fenómenos que se desencadenan a AAF; lo que realmente interesa es obtener una respuesta similar a la dada por el transformador real.

En ocasiones las diferencias que separan un modelo físico de otro black-box son tan sutiles que su clasificación puede plantear dudas. Quizás el rasgo distintivo más acusado se encuentre en el medio empleado en el cálculo de los parámetros que lo conforman.

- Un rasgo común a la mayoría de modelos esta relacionado con el proceso de diseño seguido. Comparando los vistos se deduce, que como norma general, estos se plantean y desarrollan de acuerdo a cuatro puntos:

A) Alcance: se describe el conjunto de fenómenos físicos (en ocasiones uno solo), incorporados al diseño del modelo con el fin último de ser simulados por éste. Otras veces, hace referencia a una problemática concreta a la cual el modelo planteado trata de dar respuesta (p.e. determinar como es la forma de la onda de tensión transferida al secundario del transformador).

B) Estructura y composición: la representación eléctrica de las distintas conexiones entre los elementos que conforman el modelo; generalmente resistencias, inductancias y condensadores.

C) Determinación de parámetros: el cálculo del valor del conjunto de resistencias, inductancias y capacitancias que configuran el modelo. Los mecanismos empleados son variados: por medición de impedancias, por métodos numéricos, por cálculo de la matriz de dispersión o por métodos computacionales.

D) Grado de precisión: Determina la exactitud del modelo y, por tanto, su grado de validez; cada autor establece un método propio para hallarla, pero puesto que todo modelo circuitual puede ser implementado computacionalmente, normalmente se determina por la comparación entre medidas realizadas en el transformador real y las practicadas, por simulación, sobre el modelo implementado.

- Derivado de los planteamientos propuestos en el alcance de los diferentes modelos, se deduce que son aspectos relevantes del diseño los siguientes:
  - Los efectos no lineales del núcleo (saturación, permeabilidad, resistividad, corrientes de fuga y la histéresis).
  - La variación del valor de la impedancia con la frecuencia:
    - La resistencia aumenta cuanto mayor es la frecuencia debido a los efectos piel y proximidad sobre los conductores.
    - La inductancia depende de la cantidad de flujo que penetra en el hierro; a partir de una determinada frecuencia su valor es casi constante.
    - A AAF aparecen capacitancias entre espiras de los devanados, entre los propios devanados o entre estos y otras partes constructivas del transformador.
  - Las pérdidas por corriente continua y alterna en los conductores (efectos piel y proximidad), y en el núcleo (corrientes de Eddy).
  - Los efectos térmicos en la histéresis magnética del núcleo.
  - El comportamiento de los sistemas de aislamiento.
  - Las inductancias de fuga y magnetización.
  - La topología de los devanados.
  - Las resonancias producidas por efectos inductivos y capacitivos en los devanados, núcleo y carcasa.
- Otro bloque de aspectos a tener en cuenta viene definido por las técnicas empleadas en el diseño de transformadores de AF (ver § III.5):
  - La relación entre procesos térmicos y eléctricos (potencia, frecuencia y temperatura están estrechamente ligadas).
  - Las pérdidas magnéticas en el núcleo por histéresis, corrientes de Foucault y flujos de dispersión (unidas a una buena selección del material del núcleo).
  - Las pérdidas eléctricas en el cobre debidas a la corriente de carga, el diámetro del conductor, el coeficiente de resistencia, los efectos piel y proximidad y el número de capas de los devanados y tipo de arrollamiento de los mismos.
  - Las resistencias térmicas del trafo, y los modelos térmicos del mismo y los devanados.
  - La refrigeración, la densidad de corriente en los conductores y el volumen de los aislamientos.
  - Los efectos de las corrientes transitorias las cuales provocan la saturación del núcleo.
  - La colocación de devanados auxiliares para la reducción de la inductancia de fuga.
  - Las dependencias entre la impedancia surgida en las líneas de transmisión y la de transferencia del transformador.

## Capítulo V: Conclusiones y líneas futuras de investigación

---

- De lo visto, resulta evidente que el planteamiento y diseño de modelos para el transformador en AF no es un tema nuevo. La proliferación de sistemas que funcionan a frecuencias elevadas y la omnipresencia del transformador incita a su estudio.
- No hay un modelo único que cubra todas las necesidades. Hay que hablar de distintos modelos de AF pensando en su respuesta a diferentes problemáticas o funciones.
- Es posible plantear modelos de carácter eminentemente práctico utilizando una metodología sistemática y funcional, extensible al trazado de modelos para cualquier tipo de transformador y basada en los cuatro puntos de diseño deducidos del estado del arte.
- Estos modelos están principalmente destinados para ser utilizados en el análisis de las señales transferidas por el transformador y contribuir así a su diseño para la integración en sistemas que operan a AAF.
- En el modelo planteado se han mostrado las similitudes entre los parámetros hallados por simulación computacional en el mismo, y experimentalmente en el transformador de laboratorio (impedancias y  $mT$ ); en lo cualitativo en todo el rango de frecuencias, en lo cuantitativo para las más altas del rango. Estas similitudes denotan una buena elección de la estructura y tipo de modelo planteado, e indican que se está en el buen camino.
- La síntesis de curvas de impedancia a circuitos RLC se rebela como un medio eficiente para obtener modelos circuitales. Sin embargo, se debe seguir buscando técnicas que sean de aplicación no solo a las frecuencias de resonancia. Esto revertirá en el mejor ajuste entre curvas simuladas y experimentales y, por tanto, a la precisión del modelo.
- El método de diseño planteado se rebela como un medio práctico y eficaz de plantear modelos circuitales para el transformador en AF. Propone una plataforma experimental portable que reporta un proceso cuyas principales ventajas son su funcionalidad, su grado de sistematización y su fácil aplicación.
- El trazado de un modelo en EEFF, a priori, ha de proporcionar mayor exactitud en las simulaciones a las ofrecidas por un modelo circuital. Esta proviene de su capacidad para aislar fenómenos ajenos al propio trafo (p.e. efectos capacitivos de cables de conexión). Permite calcular el estado magnético, eléctrico y térmico del transformador y, por tanto, el acceso a magnitudes físicas locales o globales como campo, potencial, flujo, energía o temperatura, difíciles de obtener por otros métodos analíticos, medidas o ensayos. Además, incorpora numerosas funcionalidades que le hacen preciso y fiable.

Sin embargo, a pesar de las ventajas citadas, el modelo en EEFF planteado presenta limitaciones (que provienen de la disponibilidad de datos para la resolución de las ecuaciones diferenciales del programa) que impiden obtener un modelo para simulaciones más allá de los 700 Hz. Queda por tanto una puerta abierta en este campo a trabajos venideros.

Resumen de conclusiones:

- Se ha desarrollado un extraordinario avance de las tecnologías de comunicación relacionadas con la transmisión de datos remotos utilizando líneas de telefonía, fibra óptica y redes 3G.
- Esto ha dado origen, buscando su mejora, al nacimiento de otras nuevas tecnologías como PLC, basadas en la transmisión de datos (audio, video o voz sobre IP) a través de las redes eléctricas existentes.
- PLC combina nuevos equipos operando a AAF con otros antiguos pensados para trabajar a frecuencias normales de operación (50-60 Hz), uno de ellos, el transformador de potencia.
- El transformador corre riesgo de exclusión de la mayoría de sistemas basados en el procesado de señales de AF debido a problemas de adaptación tecnológica.
- La integración del transformador en este tipo de sistemas pasa por el desarrollo de técnicas para la predicción de su conducta frente a las AAF: trazado de modelos equivalentes.
- Antes de proceder al diseño de modelos equivalentes del transformador en AF resulta interesante conocer hasta dónde llegan las capacidades del modelo clásico BF: se ha de llevar a cabo una caracterización del mismo como medio de llegar a descubrir sus límites.
- Aún existiendo modelos para el transformador en AF, son generalistas y no responden ante determinadas exigencias.
- En las últimas décadas se ha producido un aumento considerable de la literatura relacionada con el diseño de nuevos modelos para el transformador trabajando a AAF.
- Los modelos se diseñan principalmente de acuerdo a dos tipos: modelos circuitales (que a su vez se dividen en físicos y black-box), y modelos computacionales.
- Como norma general los modelos se plantean y desarrollan de acuerdo a cuatro puntos: alcance, estructura y composición, determinación de parámetros y grado de precisión (validez).
- Los aspectos relevantes en el diseño de los modelos se deriva del planteamiento del alcance de cada uno de ellos.

- Se pueden extraer otros aspectos para el diseño de modelos de la literatura que trata las técnicas empleadas en el diseño de transformadores de AF.
- El planteamiento y diseño de modelos de AF no es un tema nuevo, el aumento de sistemas los que trabajan a estas frecuencias y la necesidad de incorporación del transformador en la mayoría de ellos, ha sido un argumento recurrente para su estudio.
- No hay que hablar de un modelo único y universal; se trata del diseño de diferentes modelos cada uno de los cuales da respuesta a distintas problemáticas o funciones.
- Es posible el diseño de modelos de cometido eminentemente práctico, según un procedimiento funcional y sistemático extensible a cualquier tipo de transformador.
- Este tipo de modelos están pensados y son de utilidad en el análisis de las señales transferidas entre primario y secundario del transformador.
- El modelo planteado proporciona un buen ajuste cualitativo en todo el rango de frecuencias y cuantitativo a las frecuencias más elevadas: buena elección de diseño.
- La síntesis de curvas de impedancia a circuitos RLC es un medio eficiente de diseño de modelos de AF, pero se ha de seguir en la búsqueda de técnicas complementarias.
- El método de diseño planteado es práctico y eficaz debido a su portabilidad, funcionalidad, grado de sistematización y fácil aplicación.
- El trazado de modelos computacionales (como por ejemplo el de EEFF), resultan de gran utilidad y proporcionan mejores resultados en las simulaciones; sin embargo, presentan el handicap de la caracterización de su software a frecuencias elevadas.

### V.2.- Líneas futuras de investigación.

Las posibilidades de líneas de investigación que el modelado del transformador a AAFF ofrece son muy amplias. Mientras algunas pueden derivarse de la presente tesis, otras nacen de las propuestas que la documentan. Entre las primeras cabe destacar:

- La metodología presentada ha sido validada para obtener modelos de AF del transformador por la síntesis simplificada de sus curvas de impedancia a circuitos RLC; sin embargo, cabría establecer protocolos de actuación más exhaustivos en el análisis previo de las curvas, que conlleven a mecanismos automáticos para la determinación del tipo de red RLC a utilizar en los diferentes tramos de la misma.

- Se han sentado las bases de un método. Sin embargo, aún queda por desarrollar y completar la automatización del proceso vía software. En otras palabras, el desarrollo de programas capaces de analizar las curvas de impedancia, sintetizarlas a redes RLC, calcular dichas redes y finalmente, validar el modelo.
- Se ha hablado de la síntesis de curvas de impedancia a circuitos RLC basadas en su forma entre frecuencias características (frecuencias de corte), pero nada se ha dicho sobre el establecimiento de criterios que dicten otros tipos de frecuencias características.
- Puesto que a frecuencias superiores a 2 MHz la influencia del núcleo y, por tanto, el de su impedancias  $Z_m$ , son despreciables, no se sabe si se producirán picos de impedancia y, en consecuencia, se desconoce si tiene, y hasta donde puede llegar, el límite de aplicación del método.
- El modelo no establece relaciones de correspondencia entre los elementos que lo conforman (resistencias, inductancias y condensadores) y los fenómenos físicos que estos representan (por ejemplo: un aislamiento, una capacitancia entre espiras o a tierra, una inductancia de fuga, etc...). Sería por tanto interesante profundizar en el establecimiento de dichas relaciones.
- Se ha constatado el comportamiento no lineal con respecto a la frecuencia del devanado y núcleo de hierro del transformador. Sin embargo, no se han estudiado a fondo los mecanismos que rigen la interrelación entre ambos elementos (y el resto: p.e. aislante y capacitancias) que dan lugar a tal comportamiento.
- Aunque se ha dado una pincelada sobre el por qué de la aparición de los picos de impedancia (debidos principalmente a  $Z_m$ ), el fenómeno merece un estudio más profundo (teoría de Trinh Anh [TRAN06]).
- A partir de los datos obtenidos, se ha abierto una vía muy interesante en el análisis del comportamiento del ciclo de histéresis en el material del núcleo del transformador a diferentes frecuencias (ver § II.2.2.6).

De las segundas puede ser presentado un amplio abanico:

- El estudio de las relaciones entre los componentes de los modelos orientados a resultados, y los fenómenos físicos que representan.



## Capítulo V: Conclusiones y líneas futuras de investigación

---

- El diseño de modelos que consideren las fuertes relaciones existentes entre los procesos térmicos y eléctricos (potencia, frecuencia y temperatura están estrechamente ligadas).
- El estudio de las pérdidas magnéticas en el núcleo por histéresis, corrientes de Foucault y flujos de dispersión (unidas a una buena selección del material del núcleo).
- El diseño y estudio de modelos térmicos para el transformador.
- La variación del valor de la impedancia con la frecuencia (efectos piel y proximidad en los conductores, cantidad de flujo que penetra en el núcleo y aparición de capacitancias).
- Los efectos térmicos de la histéresis magnética.
- El comportamiento de los sistemas de aislamiento.
- Las resonancias producidas por efectos inductivos y capacitivos en los devanados, núcleo y carcasa.

Las líneas de investigación enumeradas son una muestra. Podrían ser añadidas otras resultado de análisis más exhaustivos.

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos

## **Bibliografía**

---

---

**Referencias bibliográficas:**

- [ABED10] N. Y. Abed and O. A. Mohammed, “*Physics-based high-frequency transformer modeling by finite elements*”, IEEE transactions on magnetics, vol. 46, n° 8, pags. 3249-3252. August 2010.
- [ABEY08] N. Abeywickrama, Y. V. Serdyuk and S. M. Gubanski, “*High frequency modeling of power transformers for use in Frequency Response Analysis (FRA)*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 23, n° 4, pags. 2042-2049. October 2008.
- [ALAR04] J. M. Alarcón y M. Alvadalejo. Ciclo de histéresis, trabajo de la licenciatura de Físicas. Universidad de Murcia. Junio 2004.
- [ARRI94] J. Arrillaga y L.I. Eguiluz. Armónicos en sistemas de potencia. Servicio de publicaciones de la Universidad de Cantabria. 1994.
- [BIER01] J. Biernacki and D. Czarkowski, “*High frequency transformer modeling*”, The 2001 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol. 3, pags. 676-679. 2001.
- [DIRE02] Directiva 2002/21/EC of 7 March 2002 on a common regulatory framework for electronic communications networks and services.
- [DORF00] R. C. Dorf y J. A. Svoboda, Circuitos eléctricos. Introducción al análisis y diseño. Marcombo/Alfaomega, México. 2000.
- [ENRI05] G. Enriquez Harper, *Máquinas eléctricas*. Limusa, Noriega editores, México. 2005
- [FRAI05] J. Fraile Mora, *Electromagnetismo y circuitos eléctricos*, McGraw-Hill-Interamericana de España, Madrid. 2005.
- [GONZ06] Pablo Daniel Gonzalez Sedano, Simulación y análisis electromagnético de una máquina síncrona de imanes permanentes. Proyecto Fin de Carrera, Universidad de Cantabria, Octubre 2006.
- [GUST04] B. Gustavsen, “*Wide band modeling of power transformers*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 19, n° 1, pags. 414-422. January 2004.
- [GZHU97] J. G. Zhu, H. Y. Lhu, V. S. Ramsden and K. Traq, “Temperature dependence of magnetic hysteresis of soft ferrites”, International symposium on non-linear electromagnetic systems 1997 (ISEM’97), Braunschweig, Germany.
- [HAGG98] N. K. Haggerty, T. P. Malone and J. Crouse, “*Applying high efficiency transformers*”, IEEE, Industry Applications Magazine, vol. 4, pags. 50-56. 1998.
- [HASM97] T. Hasman, “*Reflection and transmission of traveling waves on power transformers*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 12, n° 4, pags. 1684-1689. 1997.

## Bibliografía

---

- [HURL98] W. G. Hurley, W. H. Wolfle and J. G. Breslin, “*Optimized transformer design: inclusive high frequency effects*”, IEEE transactions on power electronics, vol. 13, n° 4, pags. 651-659. 1998.
- [KARA06] H. R. Karampoorian, Gh. Papi and A. Zadehgo, “*Volume and loss optimization of high frequency transformer for compact switch mode power supply considering corrected waveform factor*”, Power India Conference, IEEE 2006.
- [KHER90] M. H. Kheraluwala, D. W. Novotny and D. M. Divan, “*Design considerations for high power high frequency transformers*”, IEEE Conferences, 21<sup>th</sup> annual IEEE of Power Electronics Specialists Conference (PESC’90), pags. 734-742. 1990.
- [LUZH98] H. Y. Lu, J. G. Zhu, S. Y. R. Hui and V. S. Ramsden, “*Dynamic circuit modeling of a high frequency transformer*”, IEEE Conferences, 29<sup>th</sup> annual IEEE of Power Electronics Specialists Conference (PESC), vol. 2, pags. 1479-1485. 1998.
- [LUZH99] H. Y. Lu, J. G. Zhu, S. Y. R. Hui and V. S. Ramsden, “*Measurement and modeling of stray capacitances in high frequency transformers*”, IEEE Conferences, 30<sup>th</sup> annual IEEE of Power Electronics Specialists Conference (PESC), vol. 2, pags. 763-768. 1999.
- [LUZH03] H. Y. Lu, J. G. Zhu and S. Y. Hui, “*Experimental determination of stray capacitances in high frequency transformers*”, IEEE transactions on power electronics, vol. 18, n° 5, pags. 1105-1112. September 2003.
- [MASI95] J. Masi and W. Thibault, “*New high frequency transformer topologies*”, IEEE conferences, Electrical electronics insulation conference and electrical manufacturing & coil winding conference, pags. 157-161. 1995.
- [MITC11] Steven D. Mitchell and James S. Welsh, “*Modeling power transformers to support the interpretation of Frequency-Response Analysis*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 26, n° 4, pags. 2705-2717. October 2011.
- [MOFI97] S. Moziful, K. M. Coates and G. Ledwich, “*Identification of high frequency transformer equivalent circuit using Matlab from frequency domain data*”, Annual meeting, IEEE Industry Applications Society, Pags. 357-364. New Orleans, Louisiana, October 5-9 1997.
- [MONT30] V. M. Montsinger, “*Loading Transformers by temperature*”, A.I.E.E., Trans., 49, Abril, 1930, pags. 776-790
- [NISH98] N. Nishizuka, M. Sato and Y. Li, “*Analysis of frequency characteristics of small-sized wide-band compound transformers*”, IEEE transactions on Magnetics, vol. 34, pags. 1348-1350. 1998.
- [OLIV03] J. C. Olivares, Y. Liu, J. M. Cañedo, R. Escarela-Perez, J. Driesen and P. Moreno, “*Reducing losses in distribution transformers*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 18, pags. 821-826. 2003.
- [OZGO02] O. Ozgonenel and G. Onbilgin, “*Simulation of power transformer using state variables*”, IEEE power engineering review, vol. 22, pags. 48-50. 2002.

---

Tesis Doctoral

“Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia “

- [PETK95] R. Petkov, “*Design issues of the high-power high-frequency transformer*”, IEEE Conferences, Proceedings of international conference on Power Electronics and Drive Systems, vol. 1, pags. 401-410. 1995.
- [PETK96] R. Petkov, “*Optimum design of a high power, high frequency transformer*”, IEEE transactions on power electronics, vol. 11, nº 1. January 1996.
- [POZU00] M. A. Rodríguez Pozueta, *Transformadores Trifásicos*, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética (DIEE). Universidad de Cantabria. España.
- [RASO84] E. Ras Oliva, *Transformadores de potencia, de medida y de protección*. Marcombo, Boixareu editores, Barcelona. 1994.
- [RAZA03] A. R. A. Razak and S. Taib, “*Design considerations of a high frequency power transformer*”, power engineering conference (PECon 2003), pags. 243-248. 2003.
- [REDO02] L. M. Redondo, E. Margato and J. F. Silva, “*Rise time reduction in high-voltage pulse transformer using auxiliary windings*”, IEEE transactions on power electronics, vol. 17, pags. 196-216. 2002.
- [SABI10] N. A. Sabiha and M. Lehtonen, “*Lightning- induced overvoltages transmitted over distribution transformer with MV spark-gap operation. Part I: High-frequency transformer model*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 25, nº 4, pags. 2472-2480. October 2010.
- [SIAD07] A. A. Siada and S. Islam, “*High frequency transformer computer modeling*”, Power Engineering Conference IEEE (AUPAC), pags 1-5. Australasian Universities, 2007.
- [SIEM91] Siemens, *Ferrites and accessories, data book 1990/1991*.
- [SIPP02] M. Sippola and R. E. Sepponen, “*Accurate prediction of high-frequency power transformer losses and temperature rise*”, IEEE transactions on power electronics, vol. 17, nº 5, pags. 835-847. 2002.
- [SMIT81] E. E. Staff del M.I.T., *Circuitos magnéticos y transformadores*. Editorial Reverté, Barcelona. 2003.
- [SNEL00] E. C. Snelling, *Soft ferrites, properties and applications*, Butterworths & Co. (publishers), second edition.
- [TRAN06] T. Tran-Anh, P. Auriol and T. Tran-Quoc, “*High frequency power transformer modeling for Power Line Communication applications*”, IEEE Conferences, Power systems conference and exposition (PSCE), 2006. pags. 1069-1074.
- [TZIO00] D. A. Tziouvaras, P. McLaren, G. Alexander, D. Dawson, J. Esztergalyos, C. Fromen, M. Glinkowski, I. Hasenwinkle, M. Kezunovic, L. Kojovic, B. Kotheimer, R. Kuffel, J. Nordstrom, and S. Zocholl (Working Group C-5 of the SPS of the IEEE Power System Relaying Committee), “*Mathematical models for current, voltage, and coupling capacitor voltage transformers*”, IEEE transactions on power delivery, vol. 15, no. 1, january 2000.

## **Bibliografía**

---

- [UNE500] UNE-EN 50065, Transmisión de señales por la red eléctrica de baja tensión en la banda de frecuencias de 3 kHz a 148,5 kHz.
- [UNE504] UNE-EN 50412, Equipos y sistemas de comunicación de corriente portadora utilizados en instalaciones de baja tensión en la banda de frecuencias de 1,6 MHz a 30 MHz.
- [WANG04] N. Wang, H. Hauser, T. O'Donnell, M. Brunet, P. Macloskey and S. C. O'Mathuna, "*Hysteresis modelling of high frequency micro-transformers*", IEEE transactions on Magnetics, vol. 40, pags. 2014-2016. 2004.
- [ZHAN06] X. Zhang, G. Liang, Q. Xie and H. Sun, "*Modeling of the transformer windings under VFTO based on transfer function*", International Conference on Power System Technology, pags. 1-4. PowerCon 2006.
- [ZHON08] Z. Zhongyuan, L. Fangcheng and L. Guishu, "*A high-frequency circuit model of a potential transformer for the very fast transient simulation in GIS*", IEEE transactions on power delivery, vol. 23, nº 4, pags. 1995-1999. October 2008.

## **Referencias Internet:**

- <[www.iberdrola.es/ovc/html/micrositePLC/](http://www.iberdrola.es/ovc/html/micrositePLC/)> (accedida por última vez el 8/3/11)
- <[www.plcendesa.com](http://www.plcendesa.com)> (accedida por última vez el 8/3/11)
- <[www.cedrat.com/](http://www.cedrat.com/)> (accedida por última vez el 17/5/11)
- <[www.pacificpower.com](http://www.pacificpower.com)> (accedida por última vez el 14/12/11)
- <[www.yokogawa.com/tm](http://www.yokogawa.com/tm)> (accedida por última vez el 15/12/11)
- <[www.agilent.com](http://www.agilent.com)> (accedida por última vez el 15/12/11)

# Capítulo I:

Introducción

# Capítulo II:

Generalidades

# Capítulo III:

Modelos y diseño del transformador en AF

# Capítulo IV:

Modelado del transformador en AF

# Capítulo V:

Conclusiones y futura investigación

Bibliografía

Anexos





**Anexo A: PLATAFORMA EXPERIMENTAL: TRANSFORMADOR DE LABORATORIO.**

Transformador trifásico de 4 kVA de potencia aparente, un devanado primario y dos secundarios, y con una frecuencia de operación de 50-60 Hz.



**Figura A.1.-** Transformador trifásico de 4 kVA.

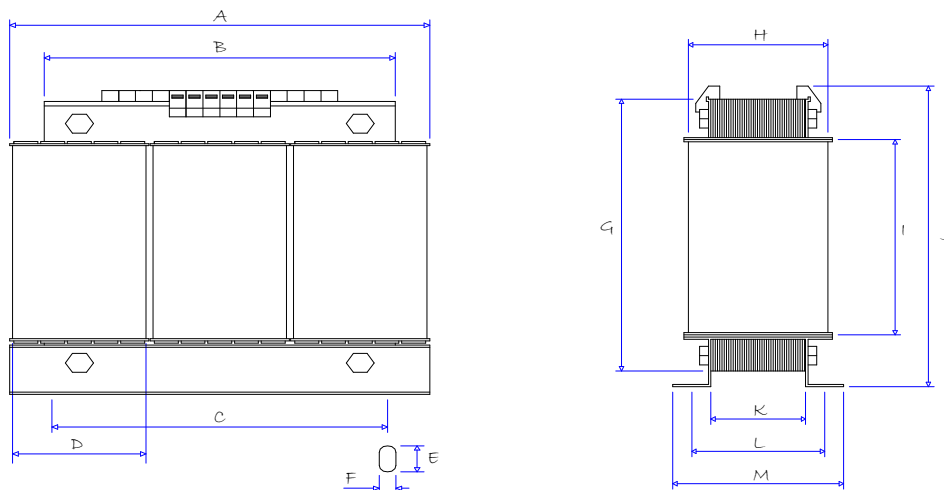


**Figura A.2.-** Placa de características.

Datos constructivos y de materiales:

- Arrollado concéntrico (secundario arrollados al núcleo y primario sobre éste).
- Número de espiras por columna de los devanados primarios  $N_p = 230$  espiras.
- Número de espiras por columna de los devanados secundarios  $N_s = 137$  espiras.
- Primario realizado con hilo de cobre de diámetro  $D_p = 1,80$  mm.
- Secundario realizado con hilo de cobre de diámetro  $D_s = 1,60$  mm.
- Resistividad del cobre  $\rho_{cu} = 1,77 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ .
- Densidad del material del núcleo  $\delta = 7850 \text{ Kg/m}^3$
- Conductividad del material del núcleo  $\sigma = 4822130 \text{ 1/ohm} \cdot \text{m}$ .
- Denominación chapas del núcleo 3U1 150/177 (calidad del núcleo V400-50A).
- Espesor de las chapas del núcleo  $e = 0,0005$  m.
- Sección útil de cada columna  $A_u = 50 \times 75$  mm.
- Factor de empaquetamiento  $F_{ep} = 0,97$ .

Dimensiones geométricas del transformador:



Marca	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Dimensión (mm)	295	250	238	95	20	12	250	125	150	260	77	130	140

**Figura A.3.-** Dimensiones geométricas del transformador de laboratorio.

Valores eléctricos nominales del transformador:

DEVANADO PRIMARIO						
CONEXIÓN	$S_N$	$V_{L1}$	$V_{F1}$	$I_{L1}$	$I_{F1}$	$V_{P1}$
Estrella	4000 VA	400 v	230 v	5,77 A	5,77 A	565 v
Triángulo	4000 VA	230 v	230 v	10 A	5,77 A	325 v

DEVANADOS SECUNDARIOS						
CONEXIÓN	$S_N$	$V_{L2}$	$V_{F2}$	$I_{L2}$	$I_{F2}$	$V_{P2}$
Estrella	2000 VA	230 v	132 v	5 A	5 A	325 v
Triángulo	2000 VA	132 v	132 v	8,74 A	5 A	186 v

**Tabla A.1.-** Corrientes y tensiones de línea y fase en conexión estrella y triángulo.

**Anexo B: FUENTE DE ALIMENTACIÓN “PACIFIC POWER 345AMX”.**

Características, extraídas del catálogo general, de la fuente de alimentación Pacific Power 345AMX utilizada en las pruebas y ensayos:



**Figura B.1.-** Fuente alimentación 345AMX.

**Standard Features:**

- IEEE-488.2 or RS-232C with SCPI compatibility.
- Metering of RMS and Peak Values.
- Continuous Self Calibration (CSC).
- Models with up to 6:1 Peak Current Capability. (AMX)
- Up to 300 VAC Direct Coupled Output.
- 1 Phase / 3 Phase Selectable Output.
- 20–5,000 Hz Full Power Bandwidth. (AMX)
- Power Levels from 500 VA to 30 kVA.
- Externally Referenced Meter Calibration.
- CE or ETL Mark Available.

**AMX Series Three Phase Power Sources**

Direct Coupled Units (20 – 5,000 Hz.)

MODEL	Rated Power (VA) <sup>1</sup>	Output Form <sup>2</sup>	Output Voltage Max <sup>3</sup> (L-N/L)	Output Current <sup>4</sup> (A <sub>rms</sub> )	Input Power Form <sup>5</sup>	Unit Height (in.-U)	Unit Weight (lbs/kg)
305AMX	500	1/2 3	0-135/270 0-135/234	4/2 1.5/0	10	5.25-3U	74/33.6
308AMX	750	1/2 3	0-135/270 0-135/234	6/2 2/0	10	5.25-3U	74/33.6
312AMX	1200	1/2 3	0-135/270 0-135/234	10/3.3 3.3/0	10	5.25-3U	80/36.3
320AMX	2000	1/2 3	0-135/270 0-135/234	18/6 6/0	30	8.75-5U	150/68.2
345AMX	4500	1/2 3	0-135/270 0-135/234	36/12 12/0	30	14-8U	190/86.3
360AMX	6000	1/2 3	0-135/270 0-135/234	48/16 16/0	30	14-8U	195/88.6

1. La potencia de salida es una combinación de tensión de salida, corriente y factor de potencia de la carga.
2. Todas las unidades trifásicas pueden operar también como monofásicas con doble rango de tensión.
3. Rangos de tensión para unidades Standard. La V<sub>max</sub> se logra con tensión nominal a plena carga.
4. Ratios de corriente a 125 voltios eficaces. La corriente puede variar con el factor de potencia.
5. Monofásico: 100, 110, 120, 200, 208, 220, 230, 240, VAC±10%. Trifásico: 208, 220, 240, 380, 400, 416 VAC±10%.

**AMX Power Source Specifications** (V<sub>out</sub> > 25% FS.)

Output Frequency	Line Regulation	Load Regulation (Direct Coupled)	Output Distortion	Ripple And Noise	Response Time
20 to 5,000 Hz Full Power.	0.1% max for a ±10% line change.	0.25% 20 to 2,000 Hz; 0.5% 2,000 to 5,000 Hz. Can be improved to less than 0.03% with CSC engaged.	0.1% THD <sub>avg</sub> from 45 to 1,000 Hz; 0.25% THD <sub>avg</sub> from 1,000 to 5,000 Hz.	-72 dB	5µsec typical to a step load change. Small signal bandwidth is 5 Hz to 50 kHz, typical.

**Three Phase Oscillator/Controller Feature Table** (Common for both AMX and ASX)

MODEL <sup>1</sup>	Output Modes	Output Frequency <sup>2</sup>	Remote Interface	Waveform Library	Transient Functions	Program Library	Program Current Limit	Program Current Protect	Programmable Phase Angle
UPC-3M	1, 2, and 3 phase	15-1,200 Hz.	No	Sine only	No	No	Yes	Yes	No
UPC-3	1, 2, and 3 phase	15-1,200 Hz.	RS-232 Std. GPIB Optional	Sine + 21 Editable	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
UPC-32	1, 2, and 3 phase	20-5,000Hz.	GPIB Std. RS-232 Optional	Sine + 15 Editable	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes

1. Features apply to firmware versions 5.22 and greater. For earlier versions, consult factory.  
 2. Output Frequency limited by amplifier series; ASX-1200Hz., AMX-5,000Hz.  
 3. Current meter accuracy as a percentage of power source full scale range.

**Specifications**

SPECIFICATION		UPC1/UPC3	UPC12/UPC32
FREQUENCY	Range	15-1200 Hz.	20-5,000 Hz.
	Resolution Accuracy	4 Significant Digits ±0.01% of full scale	
VOLTAGE	Range (I-n)	0-150/341	0-150/375
	Resolution	0.1V / 0.5V	0.1V / 0.5V
	Accuracy	0.5% of full scale (CSC Disabled) ±0.05% referenced to Internal Meter (CSC Enabled)	
PHASE ANGLE ØB & ØC relative to ØA	Range	0-359° ± 1°	
	Resolution		
	Accuracy	15.00-150 Hz., ± 0.5° 15.00-300 Hz., ± 1° 15.00-600 Hz., ± 2° 15.00-1200 Hz., ± 3°	± 0.5 °
CURRENT LIMIT	Range	Varies by power source model	
	Resolution Accuracy	0.05% ± 3% ± 1%	
VOLTMETER	Range	0-354V-I-n, 708V-I-I	
	Resolution Accuracy	0.1 V <sub>rms</sub> front panel, 0.001 Vrms via remote interface ± 0.2% F.S. plus Cal ref.	± 0.25% of rdg. 50-500 Hz., +0.1% F.S. 20-5,000 Hz., ± 0.5% F.S.
AMMETER	Full Range	Varies by power source model	
	Display Range	0.01A rms or peak	
	Resolution Accuracy	0.01A <sub>rms</sub> or peak front panel, 0.001A via remote interface ± 0.2% F.S. plus Cal ref.	± 0.25% of rdg. 50-500 Hz., +0.1% F.S. 20-5,000 Hz., ± 0.5% F.S.
kVA METER	Range	XXX.XXX kVA	XXX.XXX kVA
	Resolution Accuracy	± 1% full range	± 1% full range
kW METER	Range	XXX.XXX kW	XXX.XXX kW
	Resolution Accuracy	± 1% full range	± 1% full range
Pf METER	Range	X.XXX	X.XXX
	Resolution Accuracy	X.XXX ± 1% full range	X.XXX ± 1% full range
FREQ. DISPLAY	Range	15.00-1200 Hz.	20.00-5000 Hz.
	Resolution	± 0.01% of F.S. 10.00-99.99 Hz., 0.01 Hz. 100.0-999.9 Hz., 0.1 Hz. 1000-1200 Hz., 1 Hz.	
WAVEFORM SYNTHESIS	HAS Option	Creates waveform by entering magnitude as % of fundamental and specifying phase angle for 2nd through the 51st harmonic	
WAVEFORM ANALYSIS	HAS Option	Reports waveform harmonic content and phase angle relative the fundamental for the 2nd through the 51st harmonic as Total, Odd, and Even harmonic distortion.	
ANALOG INPUTS	AUX-Auxiliary Input	Each phase is algebraically summed with UPC waveform and amplified 25 x to the direct coupled output. ± 10Vac-pk (20Vpk-pk) One input per phase	
	AM-Amplitude Modulation	± 10Vdc (20Vpk-pk) modulates the output voltage ± 100%. One input per phase	
SYNC OUTPUTS	Zero Crossing	Positive Zero Crossing (0°) of Phase A analog output	
	Transient Trigger	Pulse at the start of a transient event. (UPC12/32 only).	
	Transient Pedestal	TTL True when a transient is in progress	
Output Clock		TTL level pulse rate varies w/ Fout	TTL Level pulse 1024 x Fout

© Pacific Power Source, 2011. Reproducido con la Autorización, Cortesía de Pacific Power Source.

**Anexo C: VATÍMETRO DIGITAL “YOKOGAWA WT 1600”.**

Características, extraídas del catálogo general, del vatímetro digital Yokogawa WT 1600.



**Figura C.1.-** Frontal vatímetro Yokohama WT 1600.



**Figura C.2.-** Vista trasera de canales y conectividad.

General Specifications	
Safety standard**	Complying standard EN61010-1 Overvoltage category (Installation category) II <sup>2</sup> Pollution degree 2 <sup>3</sup>
Emission **	Complying standard EN61326 Class A EN61000-3-2 EN61000-3-3 AS/NZS 2064 Class A EN61326 Annex A <sup>4</sup>
Immunity **	Complying standard
Warmup time	Approximately 1 hour
Operating temperature and humidity ranges	5 to 40°C, 20 to 80%RH when not using the printer, 5 to 40°C, 35 to 80%RH when using the printer.(no condensation)
Storage temperature	-25 to 60°C (no condensation)
Operating elevation	2000 meters or less
Insulating resistance	50 MΩ or higher at 500 VDC Between casing and power plug Between voltage input terminals (ganged) and casing Between current input terminals (ganged) and casing Between voltage input terminals (ganged) and current input terminals (ganged) Between input terminals of each element. Between torque/speed input terminals (ganged) and casing Between torque input terminals (ganged) and speed input terminals (ganged) Between input terminals of each element.
Withstand voltage	1500 VAC for one minute at 50/60 Hz Between casing and power plug 3700 VAC for one minute at 50/60 Hz Between voltage input terminals (ganged) and casing Between current input terminals (ganged) and casing Between voltage input terminals (ganged) and current input terminals (ganged) Between input terminals of each element.
Rated supply voltage	100 to 120 VAC, 200 to 240 VAC (switches automatically)
Allowed supply voltage fluctuation range	90 to 132 VAC, 180 to 264 VAC
Rated supply frequency	50/60 Hz
Allowed supply frequency fluctuation range	48 to 63 Hz
Consumed power	Maximum 150 VA (when using internal printer)
External dimensions	Approximately 426 mm (W) x 177 mm (H) x 400 mm (D) (excluding protrusions)
Weight	Approximately 15 kg (main unit with 6 input elements and options installed)

\*1 Emission, immunity and safety standards apply to products having the CE Mark. For all other products, please contact your nearest YOKOGAWA representative as listed on the back cover of this manual.  
\*2 Overvoltage Categories define transient overvoltage levels, including impulse withstand voltage levels. Overvoltage Category II: Applies to equipment supplied with electricity from fixed installations like a distribution board.  
\*3 Pollution Degree: Applies to closed atmospheres (with no, or only dry, non-conductive pollution). Pollution Degree 2: Applies to normal indoor atmosphere (with only non-conductive pollution).  
\*4 Annex A (normative): immunity test requirements for equipment intended for use in industrial locations.

Input			
Parameter	Voltage	Current (5A input element)	Current (50A input element)
Input type	Floating input Resistive potential division method	Shunt input method	
Rated value (range-value)	Crest factor 3 1.5/3/6/10/15/30/60/100/150/300/600/1000V	Direct input:10m/20m/50m/100m/200m/500m/1/2.5A External input:50m/100m/250m/500m/1/2.5/5/10V	Direct input:1/2/5/10/20/50A External input:50m/100m/250m/500m/1/2.5/5/10V
	Crest factor 6 750m/1.5/3/5/7.5/15/30/50/75/150/300/500V	Direct input:5m/10m/25m/50m/100m/250m/500m/1/2.5A External input:25m/50m/125m/250m/500m/1.25/2.5/5V	Direct input:0.5/1/2.5/5/10/25A External input:25m/50m/125m/250m/500m/1.25/2.5/5V
Instrument loss (input resistance)	Approximately 2MΩ	Direct input: Approximately 100mΩ + Approximately 0.07μH External input: Approximately 100kΩ	Direct input: Approximately 2mΩ + Approximately 0.07μH External input: Approximately 100kΩ
Instantaneous maximum allowed input (1 cycle, 20ms duration)	Peak voltage of 4 kV or rms of 1.5 kV (whichever is lower)	Peak current of 30 A or rms of 15 A (whichever is lower) External input: Peak not to exceed 10 times range-value	Peak current of 450 A or rms of 300 A (whichever is lower) External input: Peak not to exceed 10 times range-value
Continuous maximum allowed input	Peak voltage of 1.5 kV or rms of 1 kV (whichever is lower)	Peak current of 10 A or rms of 7 A (whichever is lower) External input: Peak not to exceed 5 times range-value	Peak current of 150 A or rms of 50 A (whichever is lower) External input: Peak not to exceed 5 times range-value
Continuous maximum common mode voltage (50/60Hz)	600 Vrms CATII		
Influence from common mode voltage	With voltage input terminals shorted and current input terminals open (50/60 Hz): ±0.01% of mg or less (±(0.01 × 15/(rated value of mg))% of mg or less for 10-V range or less). Reference value up to 100 kHz: ±(0.1 × % of mg) or less, (±(0.1 × % × 15/(rated value of mg))% of mg or less for 10-V range or less), but no less than 0.01% Or, two times these values for crest factor 6.; frequency unit: kHz		
Input terminal type	Plug-in terminal (safety terminal)	Direct input: Large binding post External input: BNC connector (insulation type)	
A/D converter	Voltage/current input simultaneous conversion, 16-bit resolution, conversion speed (sampling period) of approximately 5 usec		
Switching range-value	Range-value can be set independently for each element, through manual setting, automatic setting, or online setting		
Auto-range function	Increasing range-value: Range-value is increased when rms exceeds 110% of rated value or peak value exceeds approximately 330% (or 660% for crest factor 6) of rated value. Decreasing range-value: Range-value is decreased when peak is 300% (or 600% or less for crest factor 6) or less of lower range-value while rms is 30% or less of rated value.		

## Measurement Functions

Method	Digital multiplication method		
Temperature: 23 ± 3°C	Crest factor 3: Up to 300 (in the valid input range). 3 (when inputting rated values of the measuring range). However, 2 for the 1000 V range.		
	Crest factor 6: Up to 600 (in the valid input range). 6 (when inputting rated values of the measuring range). However, 4 for the 500V range.		
Accuracy Conditions Temperature: 23 ± 3°C Humidity: 30 to 75%RH Input waveform: Sine wave Common mode voltage: 0 V Line filter: OFF Power factor: cosφ = 1 After warm up time has passed Wired condition after zero level compensation or range value change 3-month after calibration Unit for f in accuracy calculation formula is kHz	Frequency	Voltage/Current Accuracy: ± (reading error + measurement range error)	Power Accuracy: ± (reading error + measurement range error)
	DC	0.1% of rdg + 0.2% of mg	0.1% of rdg + 0.2% of mg
	0.5 Hz ≤ f < 10 Hz	0.1% of rdg + 0.2% of mg	0.2% of rdg + 0.3% of mg
	10 Hz ≤ f < 45 Hz	0.1% of rdg + 0.1% of mg	0.1% of rdg + 0.2% of mg
	45 Hz ≤ f ≤ 66 Hz	0.1% of rdg + 0.05% of mg	0.1% of rdg + 0.05% of mg
	66 Hz < f ≤ 1 kHz	0.1% of rdg + 0.1% of mg (Voltage, 5A input element current direct input and external input) 0.2% of rdg + 0.1% of mg (50A input element current direct input)	0.2% of rdg + 0.1% of mg
	1 kHz < f ≤ 50 kHz	0.3% of rdg + 0.1% of mg (Voltage, 5A input element current direct input) (0.015 × f + 0.3)% of rdg + 0.1% of mg (External input) (0.1 × f + 0.2)% of rdg + 0.1% of mg (50A input element current direct input)	0.3% of rdg + 0.2% of mg (Voltage, 5A input element current direct input) (0.02 × f + 0.3)% of rdg + 0.2% of mg (External input) (0.1 × f + 0.2)% of rdg + 0.2% of mg (50A input element current direct input)
	50 kHz < f ≤ 100 kHz	0.6% of rdg + 0.2% of mg (Voltage, 5A input element current direct input) (0.009 × f + 0.6)% of rdg + 0.2% of mg (External input) (0.1 × f + 0.2)% of rdg + 0.2% of mg (50A input element current direct input)	0.7% of rdg + 0.3% of mg (5A input element current direct input) (0.009 × f + 0.9)% of rdg + 0.3% of mg (External input) (0.3 × f + 0.5)% of rdg + 0.3% of mg (50A input element current direct input)
	100 kHz < f ≤ 500 kHz	0.006% of rdg + 0.5% of mg (Voltage, 5A input element current direct input) (0.03 × f - 1.5)% of rdg + 0.5% of mg (External input)	0.008% of rdg + 1% of mg (5A input element current direct input) (0.06 × f - 4)% of rdg + 1% of mg (External input)
	500 kHz < f ≤ 1 MHz	(0.022 × f - 8) of rdg + 1% of mg (Voltage, 5A input element current direct input)	(0.048 × f - 20) of rdg + 2% of mg (5A input element current direct input)
Power factor influence φ is phase angle between voltage and current	When cos φ = 0, 45 Hz to 66 Hz: 0.15% of apparent power reading is added to the above power accuracy. For other frequencies: Reference value For 5 A input element current direct input, add (0.15 + 0.05 × f)% of apparent power reading to the above accuracy. For 50 A input element current direct input, add (0.15 + 0.3 × f)% of apparent power reading to the above accuracy. For external input, add (0.15 + 0.1 × f)% of apparent power reading to the above accuracy. When 0 < cos φ < 1, add (tan φ × influence of power factor = 0) of power reading.		
Effective input range	Voltage, current: Rms and AC: 1% to 110% of rated range-value, DC: 0% to ±110% of rated range-value, Mean: 10% to 110% of rated range-value Power: DC measurement: 0% to ±110% of rated range-value, AC measurement: Up to ±10% of power range-value, with voltage and current within 1% to 110% of rated range-value (Sync source signal level must be 10% or more (20% or more for crest factor 6) of rated range value) Effective input is in the range up to 1000V at Voltage, 5A at 5A input element, 50A at 50A input element and 10V at External input.		
Accuracy of crest factor 6	Add the accuracy of measurement range error (three months accuracy of crest factor 3 after calibration) × 1 to the accuracy three months after calibration.		
One-year accuracy	Add the accuracy of reading error (three months after calibration) × 0.5 to the accuracy three months after calibration.		
Line filter function	Measurement can be made with a line filter inserted in the input circuit. Cutoff frequency (fc): 500 Hz or 5.5 kHz		
Line filter on accuracy	Cut-off frequency of 500 Hz: Voltage, current: Add 0.2% of rdg in range of 45 to 66 Hz. Under 45 Hz, add 0.5% of rdg. Power: Add 0.3% of rdg in range of 45 to 66 Hz. Under 45 Hz, add 1% of rdg. Cutoff frequency of 5.5 kHz: Voltage, current: Add 0.2% of rdg under 66 Hz. At 66 Hz to 500 Hz, add 0.5% of rdg. Power: Add 0.3% of rdg under 66 Hz. At 66 Hz to 500 Hz, add 1% of rdg.		
Temperature coefficient	±0.03% of rdg/°C at 5 to 20°C and 26 to 40°C		
Conditions for detecting lead and lag	Lead and lag are detected correctly when the voltage and current signals are both sine waves, the lead and lag amplitude is greater than or equal to 50% (or 100% for crest factor 6) of the measurement range, the frequency is between 20 Hz to 10 kHz, and the phase angle is ±(5 to 175°). *1		
Measurement lower limit frequency	Data update rate	50 msec	100 msec
	Measurement lower limit frequency	45 Hz	25 Hz
		200 msec	15 Hz
		500 msec	5 Hz
		1 sec	2.5 Hz
		2 sec	1.5 Hz
		5 sec	0.5 Hz

Current and power DC accuracy (5 A input element) -----Add 20 μA to current and 20 μA × (voltage reading) to power  
 Current and power DC accuracy (50 A input element) -----Add 1 mA to current and 1 mA × (voltage reading) to power  
 External input -----Add (0.05/scaling value) A to current and (0.05/scaling value) A × (voltage reading) to power  
 Zero level correction or as a zero level correction in current and power DC accuracy relating to temperature changes following range-value changes, add 10 μA/°C to current and add (10 μA × voltage reading)/°C to power for the 5 A input element. For the 50 A input element, add 1 mA/°C to current and add (1 mA × voltage reading)/°C to power. For external input, add (0.05/scaling value) A/°C to current and add ((0.05/scaling value) A × (voltage reading))/°C to power.  
 Current rms, mean, AC-----Accuracy figures are specified with line filter turned ON for 2 mA or less on a 5 A input element, for 200 mA or less on a 50 A input element, for 10/(scaling value) A or less on an external input.  
 Add (0.006 × P)% at 5 A input element.  
 Add (0.0006 × P)% at 50 A input element.  
 Add 0.1% of range if the display updating period is 50 msec.  
 All accuracy of 0.5 Hz to 10 Hz: Reference values  
 Voltage ----- Reference values in cases where f(Hz) × voltage(V) > 2.2 × 10<sup>7</sup> at 100 kHz or higher.  
 Current ----- Reference values for 20 AAC or higher (except for range of 50 Hz to 400 Hz) or higher.  
 For currents less than 5 mA with frequencies above 1 kHz, the current accuracy and the power accuracy figures are the reference values.  
 Add 20% of rdg to the accuracy above for the accuracy of the waveform display data, voltage peak (Upk), and current peak (Ipk) in the range up to 1 MHz. (Reference Value)  
 Effective input range of Upk and Ipk is within 300% (within ±800% for crest factor 6) in the range. However, within ±200% for the 1000 V range of crest factor 3 (within ±400% in the 500 V range of crest factor 6).  
 rdg: reading, mg: range      Maximum measurement value must be within maximum allowed input.      \*1: Frequency is between 20 Hz to 1 kHz for 50 A Input Element.

© Yokogawa Electric Corporation, 2008. Reproducido con la Autorización, Cortesía de Yokogawa Electric Corporation.

### Tesis Doctoral

“Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia “

**Anexo D: ANALIZADOR DE REDES “AGILENT E4980A”.**

Características principales, extraídas del catálogo general, del medidor de precisión LCR Agilent E4080A.



**Figura D.1.-** Analizador de redes “Agilent E4980A”.

**Table 1. Trigger delay time**

<b>Range</b>	0 s - 999 s
<b>Resolution</b>	100 $\mu$ s (0 s - 100 s) 1 ms (100 s - 999 s)

**Table 2. Step delay time**

<b>Range</b>	0 s - 999 s
<b>Resolution</b>	100 $\mu$ s (0 s - 100 s) 1 ms (100 s - 999 s)

**Measurement terminal:** Four-terminal pair

**Test cable length:** 0 m, 1 m, 2 m, 4 m

**Measurement time modes:** Short mode, medium mode, long mode

**Table 3. Averaging**

<b>Range</b>	1 - 256 measurements
<b>Resolution</b>	1

**Test signal**

**Table 4. Test frequencies**

<b>Test frequencies</b>	20 Hz - 2 MHz
<b>Resolution</b>	0.01 Hz (20 Hz - 99.99 Hz) 0.1 Hz (100 Hz - 999.9 Hz) 1 Hz (1 kHz - 9.999 kHz) 10 Hz (10 kHz - 99.99 kHz) 100 Hz (100 kHz - 999.9 kHz) 1 kHz (1 MHz - 2 MHz)
<b>Measurement accuracy</b>	$\pm$ 0.01%

**Table 5. Test signal modes**

<b>Normal</b>	Program selected voltage or current at the measurement terminals when they are opened or short-circuited, respectively.
<b>Constant</b>	Maintains selected voltage or current at the device under test (DUT) independently of changes in impedance of DUT.

**Measurement functions**

**Measurement parameters**

- Cp-D, Cp-Q, Cp-G, Cp-Rp
- Cs-D, Cs-Q, Cs-Rs
- Lp-D, Lp-Q, Lp-G, Lp-Rp, Lp-Rdc<sup>1</sup>
- Ls-D, Ls-Q, Ls-Rs, Ls-Rdc<sup>1</sup>
- R-X
- Z- $\theta$ d, Z- $\theta$ r
- G-B
- Y- $\theta$ d, Y- $\theta$ r
- Vdc-I<sub>dc</sub><sup>1</sup>

**Definitions**

- Cp Capacitance value measured with parallel-equivalent circuit model
- Cs Capacitance value measured with series-equivalent circuit model
- Lp Inductance value measured with parallel-equivalent circuit model
- Ls Inductance value measured with series-equivalent circuit model
- D Dissipation factor
- Q Quality factor (inverse of D)
- G Equivalent parallel conductance measured with parallel-equivalent circuit model
- Rp Equivalent parallel resistance measured with parallel-equivalent circuit model
- Rs Equivalent series resistance measured with series-equivalent circuit model
- Rdc Direct-current resistance
- R Resistance
- X Reactance
- Z Impedance
- Y Admittance
- $\theta$ d Phase angle of impedance/admittance (degree)
- $\theta$ r Phase angle of impedance/admittance (radian)
- B Susceptance
- Vdc Direct-current voltage
- I<sub>dc</sub> Direct-current electricity

**Deviation measurement function:** Deviation from reference value and percentage of deviation from reference value can be output as the result.

**Equivalent circuits for measurement:** Parallel, Series

**Impedance range selection:** Auto (auto range mode), manual (hold range mode)

**Trigger mode:** Internal trigger (INT), manual trigger (MAN), external trigger (EXT), GPIB trigger (BUS)



## Signal level

**Table 6. Test signal voltage**

<b>Range</b>	0 Vrms - 2.0 Vrms		
<b>Resolution</b>	100 $\mu$ Vrms (0 Vrms - 0.2 Vrms) 200 $\mu$ Vrms (0.2 Vrms - 0.5 Vrms) 500 $\mu$ Vrms (0.5 Vrms - 1 Vrms) 1 mVrms (1 Vrms - 2 Vrms)		
<b>Accuracy</b>	Normal	$\pm(10\% + 1 \text{ mVrms})$	Test frequency $\leq 1$ MHz: spec. Test frequency $> 1$ MHz: typ.
	Constant <sup>1</sup>	$\pm(6\% + 1 \text{ mVrms})$	Test frequency $\leq 1$ MHz: spec. Test frequency $> 1$ MHz: typ.

**Table 7. Test signal current**

<b>Range</b>	0 Arms - 20 mArms		
<b>Resolution</b>	1 $\mu$ Arms (0 Arms - 2 mArms) 2 $\mu$ Arms (2 mArms - 5 mArms) 5 $\mu$ Arms (5 mArms - 10 mArms) 10 $\mu$ Arms (10 mArms - 20 mArms)		
<b>Accuracy</b>	Normal	$\pm(10\% + 10 \text{ } \mu\text{Arms})$	Test frequency $\leq 1$ MHz: spec. Test frequency $> 1$ MHz: typ.
	Constant <sup>1</sup>	$\pm(6\% + 10 \text{ } \mu\text{Arms})$	Test frequency $\leq 1$ MHz: spec. Test frequency $> 1$ MHz: typ.

**Output impedance:** 100  $\Omega$  (nominal)

## Measurement display ranges

Table 10 shows the range of measured value that can be displayed on the screen. For the effective measurement ranges, refer to Figure 1. impedance measurement accuracy example .

**Table 10. Allowable display ranges for measured values**

Parameter	Measurement display range
Cs, Cp	$\pm 1.000000 \text{ aF to } 999.9999 \text{ EF}$
Ls, Lp	$\pm 1.000000 \text{ aH to } 999.9999 \text{ EH}$
D	$\pm 0.000001 \text{ to } 9.999999$
Q	$\pm 0.01 \text{ to } 99999.99$
R, Rs, Rp, X, Z, Rdc	$\pm 1.000000 \text{ a}\Omega \text{ to } 999.9999 \text{ E}\Omega$
G, B, Y	$\pm 1.000000 \text{ aS to } 999.9999 \text{ ES}$
Vdc	$\pm 1.000000 \text{ aV to } 999.9999 \text{ EV}$
Idc	$\pm 1.000000 \text{ aA to } 999.9999 \text{ EA}$
$\theta_r$	$\pm 1.000000 \text{ arad to } 3.141593 \text{ rad}$
$\theta_d$	$\pm 0.0001 \text{ deg to } 180.0000 \text{ deg}$
$\Delta\%$	$\pm 0.0001 \text{ \% to } 999.9999 \text{ \%}$

a:  $1 \times 10^{-18}$ , E:  $1 \times 10^{18}$

## Basic accuracy

Basic accuracy  $A_b$  is given below.

**Table 12. Measurement time mode = SHORT**

Test frequency [Hz]	Test signal voltage				
	5 mVrms - 50 mVrms	50 mVrms - 0.3 Vrms	0.3 Vrms - 1 Vrms	1 Vrms - 10 Vrms	10 Vrms - 20 Vrms
20 - 125	$(0.6\%) \times (50 \text{ mVrms}/V_s)$	0.60%	0.30%	0.30%	0.30%
125 - 1 M	$(0.2\%) \times (50 \text{ mVrms}/V_s)$	0.20%	0.10%	0.15%	0.15%
1 M - 2 M	$(0.4\%) \times (50 \text{ mVrms}/V_s)$	0.40%	0.20%	0.30%	0.30%

**Table 13. Measurement time mode = MED. LONG**

Test frequency [Hz]	Test signal voltage				
	5 mVrms - 50 mVrms	50 mVrms - 0.3 Vrms	0.3 Vrms - 1 Vrms	1 Vrms - 10 Vrms	10 Vrms - 20 Vrms
20 - 100	$(0.25\%) \times (30 \text{ mVrms}/V_s)$	0.25%	0.10%	0.15%	0.15%
100 - 1 M	$(0.1\%) \times (30 \text{ mVrms}/V_s)$	0.10%	0.05%	0.10%	0.15%
1 M - 2 M	$(0.2\%) \times (30 \text{ mVrms}/V_s)$	0.20%	0.10%	0.20%	0.30%

$V_s$  [Vrms] Test signal voltage

© Agilent Technologies, July 2011. Reproducido con la Autorización, Cortesía de Agilent Technologies.

**Anexo E: GENERADOR DE ONDA “AGILENT 33120A”.**

Características, extraídas del catálogo general, del generador de onda Agilent 33120A.



**Figura E.1.-** Generador de onda “Agilent 33120A”.

- 15 MHz sine and square wave outputs
- Sine, triangle, square, ramp, noise and more
- 12-bit, 40MSa/s, 16,000-point deep arbitrary waveforms
- Direct digital synthesis for excellent stability

**Frequency Characteristics**

Sine	100 μHz - 15 MHz
Square	100 μHz - 15 MHz
Triangle	100 μHz - 100 kHz
Ramp	100 μHz - 100 kHz
White noise	10 MHz bandwidth
Resolution	10 μHz or 10 digits
Accuracy	10 ppm in 90 days, 20 ppm in 1 year, 18°C - 28°C
Temp. Coeff	< 2 ppm/°C
Aging	< 10 ppm/yr

**Waveforms**

<b>Standard</b>	Sine, square, triangle, ramp, noise, sin(x)/x, exponential rise exponential fall, cardiac, dc volts.
<b>Arbitrary</b>	
Waveform length	8 to 16,000 points
Amplitude resolution	12 bits (including sign)
Sample rate	40 MSa/s
Non-volatile memory	Four (4) 16,000 waveforms

**Signal Characteristics**

**Sinewave Spectral Purity**

<b>Harmonic distortion</b>	
dc to 20 kHz	-70 dBc
20 kHz to 100 kHz	-60 dBc
100 kHz to 1 MHz	-45 dBc
1 MHz to 15 MHz	-35 dBc
<b>Spurious (non-harmonic)</b>	
DC to 1 MHz	< -65 dBc
1 MHz to 15 MHz	< -65 dBc + 6 dB/octave
<b>Total harmonic distortion</b>	
DC to 20 kHz	<0.04%
<b>Phase noise</b>	<-55 dBc in a 30 kHz band

<b>Squarewave</b>	
Rise/Fall time	< 20 ns
Overshoot	4%
Asymmetry	1% + 5ns
Duty cycle	20% to 80% (to 5 MHz) 40% to 60% (to 15 MHz)
<b>Triangle, Ramp, Arb</b>	
Rise/Fall time	40 ns (typical)
Linearity	<0.1% of peak output
Setting Time	<250 ns to 0.5% of final value
Jitter	<25ns

## Output Characteristics

<b>Amplitude</b> (into 50Ω)	50 mVpp - 10 Vpp <sup>[1]</sup>
Accuracy (at 1 kHz)	± 1% of specified output
<b>Flatness</b> ( <i>sinewave relative to 1 kHz</i> )	
< 100 kHz	± 1% (0.1 dB)
100 kHz to 1 MHz	± 1.5% (0.15 dB)
1 Mz to 15 MHz	± 2% (0.2 dB) Ampl ≥ 3Vrms ± 3.5% (0.3 dB) Ampl < 3Vrms
Output Impedance	50Ω (fixed)
Offset (into 50Ω) <sup>[2]</sup>	+ 5 Vpk ac + dc
Accuracy	± 2% of setting + 2 mV
Resolution	3 digits, amplitude and offset
Units	Vpp, Vrms, dBm
Isolation	42 Vpk maximum to earth
Protection	Short circuit protected ± 15 Vpk overdrive < 1 minute

### Modulation

#### AM

Carrier -3dB Freq.	10 MHz (typical)
Modulation	any internal waveform including Arb
Frequency	10 mHz - 20 kHz
Depth	0% - 120%
Source	Internal/External

#### FM

Modulation	any internal waveform including Arb
Frequency	10 mHz - 10 kHz
Deviation	10 mHz - 15 MHz
Source	Internal only

#### FSK

Internal rate	10 mHz - 50 kHz
Frequency Range	10 mHz - 15 MHz
Source	Internal/External (1 MHz max.)

#### Burst

Carrier Freq.	5 MHz max.
Count	1 to 50,000 cycles or infinite
Start Phase	-360° to +360°
Internal Rate	10 mHz - 50 kHz ± 1%
Gate Source	Internal/External Gate
Trigger	Single, External or Internal Rate

### Sweep

Type	Linear or Logarithmic
Direction	Up or Down
Start F/Stop F	10 mHz - 15 MHz
Speed	1 ms to 500 s ± 0.1%
Trigger	Single, External, or Internal

### Rear Panel Inputs

Ext. AM Modulation	± 5 Vpk = 100% modulation 5kΩ input resistance
External Trigger/ FSK/Burst Gate	TTL low true

### System Characteristics<sup>[3]</sup>

#### Configuration Times<sup>[4]</sup>

Function Change: <sup>[5]</sup>	80 ms
Frequency Change: <sup>[6]</sup>	30 ms
Amplitude Change:	30 ms
Offset Change:	10 ms
Select User Arb:	100 ms
Modulation Parameter Change:	<350 ms

#### Arb Download Times over GPIB

Arb Length	Binary	ASCII Integer	ASCII Real <sup>[8]</sup>
16,000 points	8 sec	81 sec	100 sec
8,192 points	4 sec	42 sec	51 sec
4,096 points	2.5 sec	21 sec	26 sec
2,048 points	1.5 sec	11 sec	13 sec

#### Arb Download Times over RS-232 at 9600 Baud:<sup>[7]</sup>

Arb Length	Binary	ASCII Integer	ASCII Real <sup>[8]</sup>
16,000 points	35 sec	101 sec	134 sec
8,192 points	18 sec	52 sec	69 sec
4,096 points	10 sec	27 sec	35 sec
2,048 points	6 sec	14 sec	18 sec

[1] 100 mVpp - 20 Vpp into open circuit

[2] Offset ≤ 2x pk - pk amplitude

[3] Times are typical. May vary based on controller performance

[4] Time to change parameter and output the new signal.

[5] Modulation or sweep off

[6] Times for 5-digit and 12-digit numbers

[7] For 4800 baud, multiply the download times by two; For 2400 baud, multiply the download times by four, etc.

[8] Time for 5-digit numbers; for 12-digit numbers, multiply the 5-digit numbers by two

**Anexo F: OSCILOSCOPIO “AGILENT 54600B”.**

Características, extraídas del catálogo general, del osciloscopio Agilent 54600B.



**Figura F.1.-** Osciloscopio “Agilent 54600B”.

**54600B 100 MHz oscilloscope**

With 100 MHz bandwidth, two input channels, and sweep speeds from 2 ns/div to 5 ns/div, the 54600B is ideal for benchtop troubleshooting, production test, field service, and education— or anywhere else you need a dependable scope with solid performance.

**Technical Specifications**

<b>Bandwidth</b> CH 1 and 2 ac coupled CH 3 and 4	dc-100 MHz 10 Hz-100 MHz NA
<b>Single shot bandwidth</b>	dc-2 MHz
<b>Number of channels</b>	2
<b>Sensitivity</b> CH 1 and 2 CH 3 and 4	2 mV/div to 5 V/div NA
<b>dc gain accuracy</b>	± 1.5%
<b>Rise time (calculated)</b> CH 1 and 2 CH 3 and 4	<3.5 ns NA
<b>Input impedance</b>	1 MΩ, ~ 18 pF
<b>Input coupling</b> CH 1 and 2 CH 3 and 4	dc, ac or ground NA
<b>Maximum input (dc + peak ac)</b>	400 V
<b>Timebase range (main and delayed)</b>	5 s/div to 2 ns/div
<b>Trigger sources</b>	CH 1, 2, line, or ext.
<b>Horizontal accuracy</b>	± 0.01%
<b>Horizontal resolution</b>	100 ps
<b>Trigger sensitivity</b> dc to 25 MHz 25 MHz to max. bandwidth	0.35 div or 3.5 mV 1 div or 10 mV
<b>Maximum sample rate</b> single shot	20 MSa/s
repetitive	10 GSa/s
<b>Record length</b>	4,000 points 2,000 points
<b>Max. display update rate</b>	: 1,500,000 points/sec

**Vertical System (Agilent 54600B, 54646B, 54602B, 54603B)**

<b>Bandwidth Limit</b>	~ 20 MHz
<b>Inversion</b>	CH 1 and CH 2
<b>CMRR</b>	~ 20 dB at 50 MHz
<b>Dynamic Range</b>	± 8 div from center screen
<b>Input R and C</b>	1 MΩ, ~ 13 pF
<b>Maximum Input</b>	400 V (dc + peak ac)
<b>Math Functions</b>	CH 1 + or - CH 2
<b>Cursor Accuracy<sup>1)(2)</sup></b>	
Single Cursor	Vert. Acc. ± 1.2% of full scale, ± 0.5% of position value
Dual Cursor	Vert. Acc. ± 0.4% of full scale

**Horizontal System**

<b>Cursor Accuracy</b> (Δt and 1/Δt) <sup>2)</sup>	± 0.01% ± 0.2% of full scale ± 200 ps
<b>Delay Jitter</b>	10 ppm ppm (54615B, 54616B/C)
<b>Pretrigger Delay</b> (Negative time)	≥ 10 div
<b>Posttrigger Delay</b> (Trigger to start of sweep)	at least 2,560 div or 50 ms. Not to exceed 100 s.

**Delayed Sweep**

<b>Main Sweep</b>	<b>Delayed Sweep</b>
5 s/div to 10 ms/div	up to 200X main
5 ms/div and faster	up to 2 ns/div
54610B, 15B/16B/16C	up to 1ns/div

## Trigger System

<b>Coupling</b>	ac, dc, LF reject, HF reject, and noise reject. LF and HF: -3db at ~ 50 kHz
<b>Modes</b> 54645A Glitch triggering	Auto, Autolevel, Normal, Single, and TV Minimum width 8 ns, Operators: <, >, or range
<b>TV Triggering</b>	TV line and field. 0.5 div of composite sync for stable display (Ch 1 and Ch 2)
<b>TV Functions</b>	
Line Counting	Delay time calibrated in NTSC and PAL line numbers
All Field Trigger (both fields selected, 54602B and 54610B)	Oscilloscope triggers on the vertical sync pulse in both fields, allowing use with noninterlaced video.
<b>Holdoff</b>	Adjustable from 200 ns to ~ 13 s
<b>External Trigger (54600B, 54603B, 54645A)</b>	
<b>Range Sensitivity</b>	±18V dc to 25 MHz: < 50mV 25 MHz to 100 MHz: < 100mV
<b>Coupling</b>	dc, HF reject and noise reject
<b>Input R and C</b>	1MΩ, ~ 13pf
<b>Maximum Input</b>	400 V (dc + peak ac)

## General

### Power Line Requirements

Line Voltage Range	100 Vac to 240 Vac
Line Voltage Selection	Automatic
Line Frequency	45 Hz to 440 Hz
Max Power	220 VA
Consumption	300 VA (54615B, 54616B/C)
<b>Environmental Characteristics</b>	The instrument meets the requirements of MIL-T-28800D for Type III, Class 3, Style D equipment as described below.

### Ambient Temperature

Operating	-10°C to +55°C
Nonoperating	-51°C to +71°C
<b>Humidity</b> <sup>1)</sup>	
Operating	95% RH at 40°C for 24 Hrs
Nonoperating	90% RH at 65°C for 24 Hrs

### Altitude

Operating	to 4,500 m (15,000 ft)
Nonoperating	to 15,000 m (50,000 ft)

### EMI (Commercial)

<b>EMI (MIL-T-28800D)</b>	Meets requirements in accordance with Paragraph 3.8.3, EMI Type III, and MIL-STD-461C as modified by Table XII.
---------------------------	---

CE01, CE03	Full limits
CS01, CS02, CS06	Full limits
RE01	15 dB relaxation to 20 kHz; exceptioned from 20 kHz to 50 kHz

RE02 (With Opt 002)	Full limits of class A1c and A1f
(Without Opt 002)	10 dB relaxation from 14 kHz to 100 kHz
RS02	Exceptioned
RS03 (With Opt 001)	Slight trace shift from 80 MHz to 200 MHz

## Vibration

Operating: 15 minutes along each of the 3 major axes; 0.025 inch p-p displacement, 10 Hz to 55 Hz in one-minute cycles. Held for 10 minutes at 55 Hz (4 g at 55 Hz).

## X-Y Operation

<b>Z-Blanking</b>	TTL high blanks trace (not available on 54615B, 54616B/C)
<b>Bandwidth</b>	X and Y same as vertical system
<b>Phase Difference</b>	± 3 degrees at 100 kHz ± 3 degrees at 10 MHz (54615B, 54616B/C)

## Display System

<b>Display</b>	7-inch Raster CRT
<b>Resolution</b>	255 vertical by 500 horizontal points
<b>Controls</b>	Front-panel intensity control
<b>Graticule</b>	8 X 10 grid or frame
<b>Autostore</b>	Autostore saves previous sweeps in half bright display and the most recent sweep in full bright display.
<b>Display (54616C)</b>	5.8 inch Active Matrix Color LCD Display

## Acquisition System

### Simultaneous Channels

54600B/54610B, 54615B, 54616B	Channels 1 and 2
54602B	Channels 1 and 2 or 3 and 4
<b>Record Length</b>	4,000 points Vectors off 2,000 points Vectors on and/or single shot
54615B, 54616B/C	5,000 points
54645A	1 million points
<b>Max Update Rate</b>	Vectors off: 1,500,000 points/sec Vectors on: 60 full screens/sec, independent of number of waveforms being displayed
54615B, 54616B/C	500,000 points/sec
54645A	3,000,000 points/sec
<b>Usable Single-Shot Bandwidth</b>	2 MHz, single channel 1 MHz, dual channel
54615B	250 MHz
54616B/C	500 MHz
54645A	50 MHz
<b>Peak Detect</b>	50 ns glitch capture (100 ns dual channel) at sweep speeds of 50 μs/div and greater 1 ns glitch capture
54615B, 54616B/C	1 ns glitch capture
54645A	5 ns
<b>Average</b>	Number of averages selectable at 8, 64, 256

## Advanced Functions

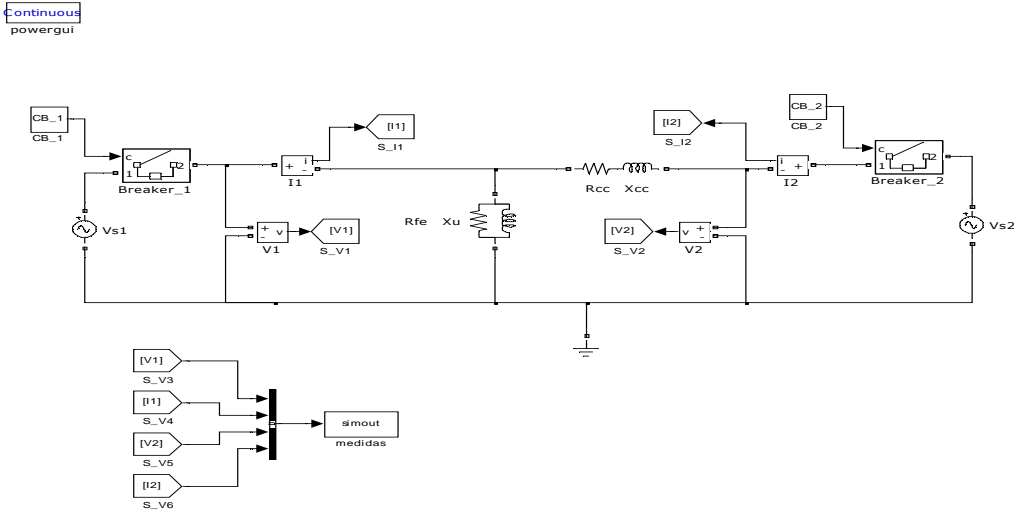
<b>Automatic Measurements</b>	Measurements are continuously updated
Voltage	Vavg, Vrms, Vpp, Vtop, Vbase, Vmin, and Vmax
Time	Frequency, Period, + Width, - Width, Duty Cycle, Rise Time, and Fall Time
Cursors	Manually or automatically placed
<b>Setup Functions</b>	
Autoscale	Sets the vertical and horizontal deflection and the trigger level
Save/Recall	10 front-panel setups
Trace Memory	Two volatile pixel memories

© Agilent Technologies, April 2000. Reproducido con la Autorización, Cortesía de Agilent Technologies.

## Tesis Doctoral

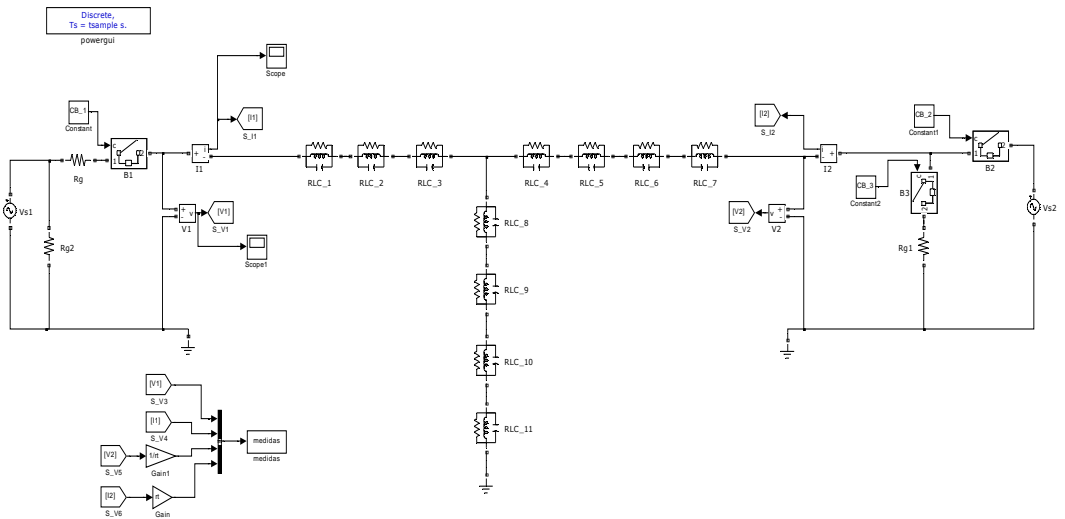
“Aportaciones al modelado del transformador en alta frecuencia “

**Anexo G: MODELO MATLAB/SIMULINK DEL TRANSFORMADOR EN BF.**



**Figura G.1.-** Modelo MATLAB/SIMULINK del transformador en BF.

**Anexo H: MODELO MATLAB/SIMULINK DEL TRANSFORMADOR EN AF.**



**Figura H.1.-** Modelo MATLAB/SIMULINK del transformador en AF.

**Anexo I: PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS MATERIALES.**

Propiedades térmicas aproximadas de los materiales.

PROPIEDADES TÉRMICAS APROXIMADAS DE LOS MATERIALES			
Material	Resistividad (°C cm/W)	Conductibilidad (W/°C cm)	Capacidad calorífica específica (J/cm <sup>3</sup> °C)
Cobre	0,28	3,6	3,3
Aluminio	0,76	1,3	2,3
Hierro batido	1,3	0,79	3,7
Chapa de acero al carbón	2,3	0,43	3,7
Hierro colado	2,5	0,39	3,7
Acero al silicio (longitudinal)	5,8	0,17	3,7
Chapas acero al silicio (transversal)	38-130	0,03-0,008	3,7
Mica (transversal)	360	0,003	2,0
Batista barnizada	500	0,002	1,4
Goma	640	0,002	-
Cartón prensado , aceitado	640	0,002	1,4
Ladrillo	1000	0,001	-
Cartón prensado, seco	1000-1300	0,0008-0,001	-
Tejido sin tratar o fieltro	150	0,00063	-

Fuente: [SMIT81]

**Tabla I.1.-** Propiedades térmicas aproximadas de los materiales.

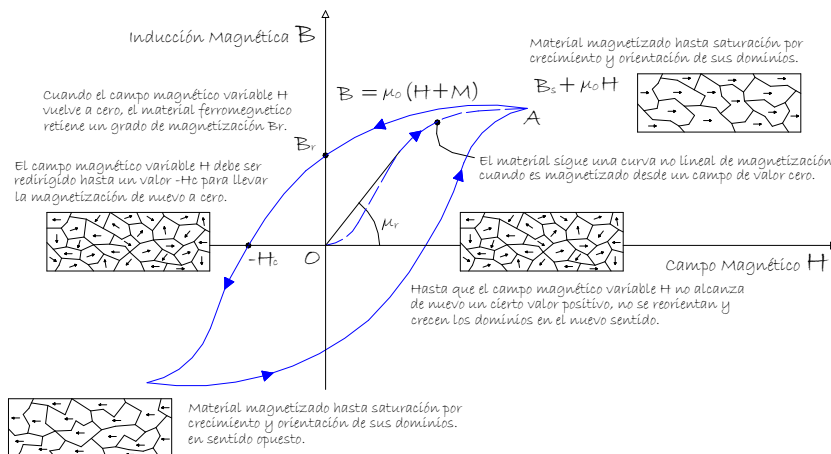
- La conductibilidad calorífica de un material es el calor que circula en unidad de tiempo a través de un cubo unitario por unidad de diferencia de temperatura entre las dos caras opuestas. Se incrementa mucho en materiales fibrosos impregnados.
- La resistividad térmica es el recíproco de la conductibilidad térmica y se puede expresar en grados centígrados centímetro por vatio.
- La capacidad calorífica específica de un material es la energía calorífica acumulada en la unidad de volumen por unidad de aumento de temperatura y puede expresarse en joules por centímetro cúbico por grado centígrado.

**Anexo J: CICLO DE HISTÉRESIS DEL MATERIAL DEL NÚCLEO.**

Los materiales ferromagnéticos ( $\mu_r \gg 1$ ) presentan “dominios magnéticos”, es decir, regiones con un campo magnético resultado de la suma de los campos magnéticos originados por el movimiento de los electrones de los átomos que las forman. En ausencia de un campo magnético externo, los dominios presentan sus campos magnéticos orientados al azar. Si en un momento determinado se aplica un campo magnético externo, los campos magnéticos se orientan progresivamente en la dirección del campo magnético aplicado. Como resultado, este se incrementa gracias a la aportación de los campos magnéticos aportados por los dominios.

Así, en el transformador, la intensidad del campo magnético H inducido por el devanado no solo depende de su número de espiras y de la corriente que circula por el mismo, también depende de la aportación de los campos magnéticos de los dominios del material que conforma el núcleo. Aplicando una intensidad, I, creciente a uno de los devanados, se genera una intensidad de campo magnético H ( $H = N I / l$ ), y una inducción magnética B, ambas crecientes. Si se representa mediante una curva la relación entre ambas se obtiene la llamada “curva de imanación o magnetización del material”.

Si la corriente que circula por la bobina es alterna, los dominios magnéticos están en constante movimiento (imanación y desimanación), ya que tienden a orientarse en la dirección del campo alterno inducido en el devanado. Si se representa el valor del campo magnético H (alterno al igual que el valor de la corriente), en función de la densidad de flujo B, se obtiene el llamado “ciclo de histéresis del material”.

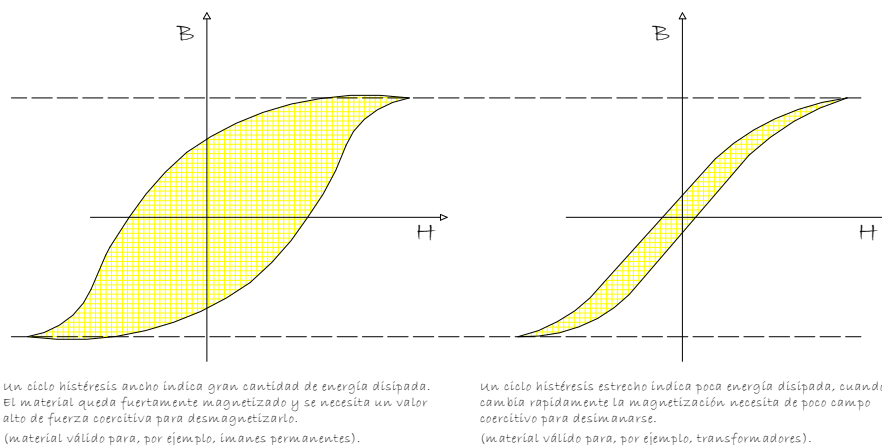


**Figura J.1.-** Ciclo de histéresis de un material ferromagnético.



Las pérdidas en el núcleo por el ciclo de histéresis, son debidas a la disipación de la energía requerida para desplazar los dominios durante los ciclos de imanación y desimanación del material (la presencia de impurezas las aumenta ya que impiden el libre movimiento de los dominios durante estos ciclos). El área encerrada por la curva de histéresis es proporcional a la cantidad de energía disipada por este fenómeno.

Los materiales magnéticos blandos son de fácil imanación y desimanación; presentan curvas de histéresis de apariencia estrecha con bajos campos coercitivos, alta saturación y altas permeabilidades magnéticas ( $\mu = B/H$ ).



**Figura J.2.-** Ciclos de histéresis: (a) material con altas pérdidas (b) material blando: bajas pérdidas.

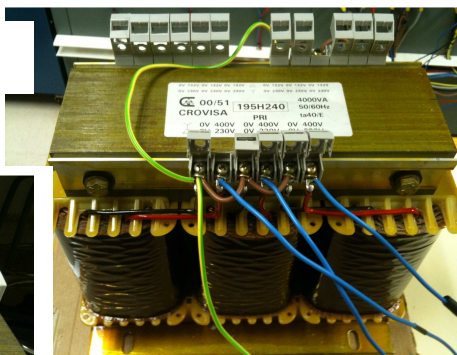
MATERIALES MAGNÉTICOS BLANDOS			
Material y composición	Magnetización saturación B (Teslas)	Fuerza coercitiva H (A-e/cm)	Permeab. relativa $\mu_r$
Hierro magnético, chapa 0,2 cm	2,15	0,38	250
M36 Si-Fe laminado en frío (aleatorio)	2,04	0,36	500
M6 (110) [001], 3,2% Si-Fe (orientado)	2,03	0,06	1500
45 Ni-55 Fe (45 Permalloy)	1,6	0,024	2700
75 Ni-5 Cu-2 Cr-18 Fe (Mumetal)	0,8	0,012	30000
79 Ni-5 Mo-15 Fe-0,5 Mn (Supermalloy)	0,78	0,004	100000
48% MnO-Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , 52% ZnO-Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (ferrita suave)	0,36		1000
36% NiO-Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , 64% ZnO-Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (ferrita suave)	0,29		650

**Tabla J.1.-** Materiales magnéticos blandos.

### Anexo K: BANCO DE PRUEBAS.

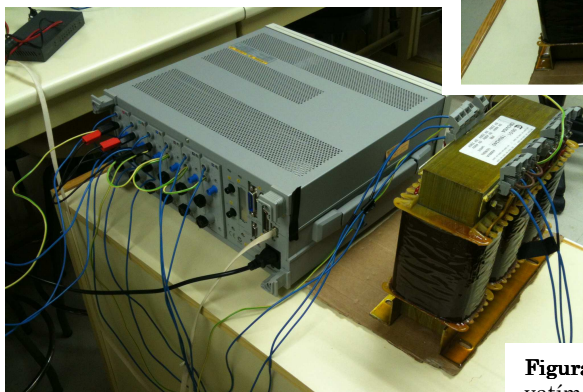
Diferentes detalles de los montajes realizados en las pruebas y ensayos de laboratorio.

**Figura K.1.-** Conexión estrella del primario del transformador en el ensayo de vacío.

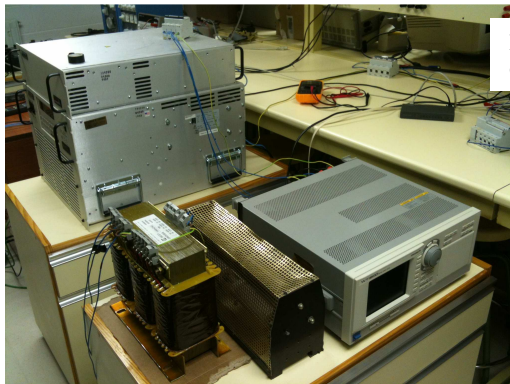


**Figura K.2.-** Utilización de un solo devanado secundario.

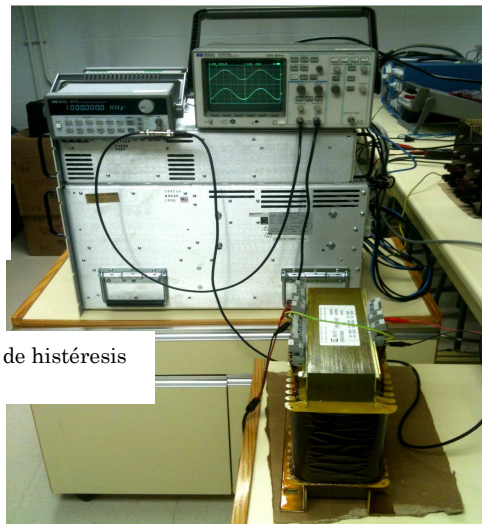
**Figura K.3.-** Disposición de elementos para los ensayos de vacío y cortocircuito.



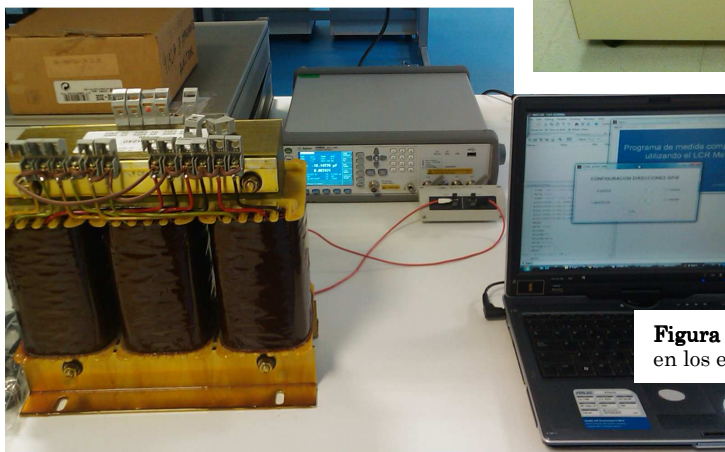
**Figura K.4.-** Detalle de conexión de los canales del vatímetro en los ensayos de vacío y cortocircuito.



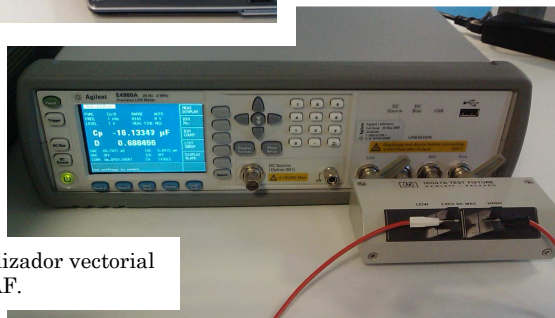
**Figura K.5.-** Montaje para la medida de la relación de transformación  $m_T$  en BF con carga.



**Figura K.6.-** Montaje para la medida del ciclo de histéresis del material del núcleo.

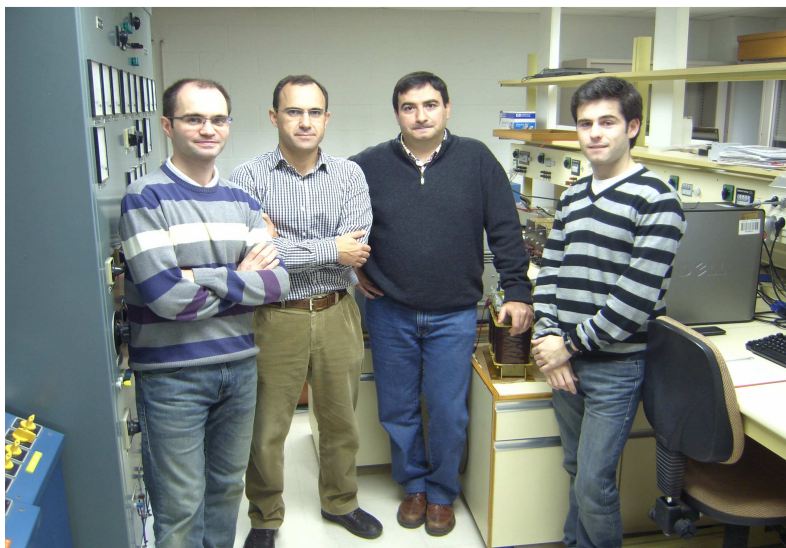


**Figura K.7.-** Disposición de elementos en los ensayos de AF.



**Figura K.8.-** Detalle del analizador vectorial utilizado en los ensayos de AF.

Para finalizar, una foto para el recuerdo con los compañeros que han colaborado en la elaboración de la tesis: Alberto Arroyo (primero por la izquierda), Mario Mañana (segundo por la izquierda) y Enrique Hervás (primero por la derecha).



*Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética.*

*E.T.S. de Ingenieros Industriales y de Telecomunicación.*

Universidad de Cantabria

Santander, Enero de 2012



*Departamento de Ingeniería ELéctrica y Energética.*