

## **II - ASPECTES GENERALS I DESCENS DELS PREUS**

### **1 - Introducció**

L'estudi formal de les subhastes com a mecanisme d'assignació del preu i de la propietat d'un bé és relativament recent, els seus inicis només compten 50 anys. La recerca en aquest camp es fa des de la teoria de jocs, concretament com a jocs no cooperatius d'informació imperfecta. Aquest enfocament sembla molt adequat en tant que una subhasta té unes regles molt ben definides i uns jugadors fàcilment identificables.

Inicialment la investigació se centrà majoritàriament en el cas de la venda d'un sol bé; treballs com el de Smith i Case (1975) o el de Wilson (1979) són excepcions. En algunes ocasions s'ha parlat de plantejaments fets sobre la venda teòrica d'un bé únic per intentar entendre una situació en la qual es ven diversos objectes, tot i que Engelbregh-Wiggans (1980) ja va comentar que les dues situacions presentaven nombroses diferències i que les subhastes múltiples mereixien un tractament específic. Aquest fet potser permet entendre l'antagonisme existent entre alguns resultats teòrics i d'altres empírics com ara el referit al comportament dels preus al llarg de la sessió. Mentre que els models més clàssics i generals indiquen que els preus al llarg de la sessió haurien de ser constants o augmentar, els estudis empírics, que són relativament escassos i recents, recullen una tendència a la baixa. Aquest és un punt central de dos

dels tres treballs exposats en els capítols següents i, per això, es fa una revisió específica sobre el tema.

Aquest capítol està dividit en dues grans parts. La primera conté aspectes generals sobre els diferents mecanismes de subhasta ja clàssics. Bones explicacions genèriques del que s'ha desenvolupat en aquest camp són les revisions de McAfee i McMillan (1987), Wilson (1992) i, tot i que menys general, Milgrom (1987). La revisió de Engelbrecht-Wiggans (1980), actualment una mica obsoleta atès que posteriorment s'ha fet aportacions molt importants, té una bona estructura al presentar els diferents treballs classificats pels majors elements de la subhasta als quals fa referència (compradors, estratègies, objectes i funció de guanys). L'article de Wolfstetter (1996) es pot veure com una introducció a les subhastes; al igual que l'escrit de Klemperer (1999), que té la virtut de posar èmfasi en l'evolució de la literatura. Amb aquesta orientació introductòria, també es troba sense gran dificultat capítols o subcapítols de llibre [veure, per exemple, Fudenberg i Tirole (1991), McMillan (1996), Salanié (1997) o Wolfstetter (1999)]. Més recent i pròxim, en el sentit que ha aparegut a *Investigaciones Económicas*, és l'article de Burguet (2000). També val la pena esmentar revisions d'estudis experimentals o empírics com la de Kagel (1995) i la de Hendricks i Paarsch (1995); la de Hansen (1985) és més antiga però molt interessant atès que repassa les conclusions d'uns quants estudis empírics en relació al que prediu la teoria. Finalment, resta esmentar una monografia de diversos autors que s'ha fet clàssica editada per Engelbrecht-Wiggans, Shubik i Stark (1983), els dos volums que han aparegut l'any 2000 recollint les majors aportacions a aquest camp d'estudi des dels seus inicis fins avui [Klemperer (2000)] i també un llibre dedicat íntegrament a la teoria de subhastes [Krishna (2002)].

La segona part se centra exclusivament en l'estudi del comportament dels preus en subhastes múltiples i a la seva vegada té dues parts: un recull dels treballs que han

estudiat empíricament el comportament dels preus al llarg de la sessió (ja sigui amb dades de subhastes reals o fruit de simulacions), i un altre que conté els treballs que han estudiat possibles causes del fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió. Entre les revisions específiques sobre aquest tema, lògicament escasses, cal esmentar un article clàssic que assenta les característiques teòriques del comportament dels preus en encants seqüencials: Weber (1983).

## 2 - L'elecció d'una subhasta com a mètode de venda

Tot té un preu -però quin? Si es desitja vendre un bé del qual es desconeix el preu, una possible solució és organitzar una subhasta. Des d'èpoques remotes, arreu del món aquest mecanisme de determinació del preu i la propietat d'un bé ha estat emprat per transferir béns i drets en situacions en les quals no hi havia un preu *a priori*, ja sigui perquè són béns únics o escassament venuts, com les obres d'art o el suposat crani de Descartes<sup>1</sup>, o perquè el preu varia molt ràpidament. Val a dir que alguns dels béns venuts en encant tenen un cost d'oportunitat molt baix pel venedor, fins i tot nul (mercaderies de segona mà actualment inútils pels seus propietaris: cas d'alguns béns heretats, i probablement també dels presoners fets esclaus en moltes antigues campanyes com les de la reconquesta espanyola).

El venedor escull la forma de venda, com a agent racional només opta per organitzar una subhasta si aquest *a priori* sembla el mètode que li permet obtenir el major preu, o sigui si és el procediment que maximitza el seu guany esperat. Milgrom (1987) argumenta que l'estès ús, tant temporal com geogràfic, de les subhastes és en part degut al fet que l'assignació resultant és eficient en el sentit que pertany al nucli (*core*) i

---

<sup>1</sup> Le Temps 4/XI/1912, citat per Darmon (1989, p. 25).

conseqüentment és estable (no hi ha reassignació, revenda, atès que és Pareto òptima). Ell mateix complementa aquesta característica, necessària però no forçosament suficient, per justificar l'àmplia existència de les subhastes assenyalant els avantatges d'aquesta família de mecanismes d'assignació quan el venedor té una posició negociadora pobre, és a dir quan el seu conjunt d'informació és reduït. I, a més a més, fa notar que si es fixa un preu mínim de reserva adequat, aleshores un venedor informat pot considerar que per a ell és òptim vendre en subhasta.

Dit així, pot semblar que tot s'hauria de vendre en subhasta, però coexisteixen molts altres mecanismes altament emprats. El mateix Milgrom (1987) recorda que en una subhasta s'estableix un preu per a cada ítem que es ven i, de fet, aquest procediment s'utilitza bàsicament quan s'ha de fixar preus individuals, és a dir en béns que no tenen un preu de mercat clar *a priori*. Altrament, el venedor indica el preu. La informació juga doncs un paper fonamental en l'elecció del mètode, així com al llarg de tot el procés.

Però, fins i tot quan un preu és desconegut, l'únic procediment per establir-lo no és la subhasta. El preu pot ser fruit d'una negociació, pot determinar-lo una comissió d'experts... En una subhasta el preu és generat per la competència entre el agents, així no té gaire sentit recórrer a una subhasta si només hi ha un venedor i un comprador.

En aquest treball, per defecte, se suposa que hi ha un venedor que actua com a monopolista i  $n$  compradors que competeixen entre ells per adquirir el bé<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Es podria donar la situació contrària: un comprador i  $n$  venedors, les explicacions són fàcilment adaptables a aquesta situació que és senzillament a l'inrevés. D'altra banda, el cas en el qual hi ha molts compradors i molts venedors, com ara a la borsa, és objecte d'estudi de les subhastes dobles (*double auctions*) de les quals aquí no se'n parla.

Alguns dels procediments de subhasta tenen la virtut de ser ràpids: la velocitat a la qual s'estableix el preu pot condicionar l'elecció d'un encant com a mètode de venda (el peix, les flors... s'ha de vendre amb celeritat). Una altra raó, de caràcter més social, és la seva atribuïda transparència. Així, les vendes judicials i administratives a Espanya es realitzen mitjançant subhastes. Actualment, queden regulades per la *Ley de Enjuiciamiento Civil* 1/2000 de 7 de gener que en el capítol IV parla *del procedimiento de apremio* als articles 643 a 675, i pel capítol VI: *Enajenación de bienes embargados* (articles 139 a 152) del *Reglamento General de Recaudación* (1997) respectivament. També és un mecanisme emprat en circumstàncies extraordinàries, com ara en l'època de les grans desamortitzacions espanyoles.

### 3 - La subhasta com a joc

Un cop delimitat l'espai en el qual es desenvolupa un encant, cal descriure com és el mecanisme en sí. Una subhasta es pot veure com un joc no-cooperatiu d'informació imperfecta. En aquest joc hi participen  $n+1$  agents: un venedor pel qual es reserva el subíndex zero i  $n$  licitadors  $\{1, 2, \dots, i, j, \dots, n\}$ . Inicialment se suposa que el venedor només disposa d'un bé que valora en  $v_0$ ;  $v_0$  és el valor de reserva del venedor. El valor de reserva de cada licitador  $v_i$ , que és la quantitat màxima que l'individu  $i$  està disposat a pagar, és positiu o nul. El conjunt d'aquests valors està ordenat de major a menor i, per simplicitat, se suposa que no hi ha dos valors de reserva iguals<sup>3</sup>,  $v_1 > v_2 > \dots > v_n \geq 0$  i  $v_i \neq v_j \quad \forall i, j \mid i \neq j$ .

---

<sup>3</sup> A la pràctica pot donar-se aquesta coincidència: en cas de col·lisió, la normativa establerta *a priori* per la sala que organitza la subhasta preveu la resolució del conflicte. En alguns models formals, els autors proposen resoldre l'assignació de la situació de coincidència mitjançant el llançament d'una moneda.

Una circumstància molt important que cal especificar sobre els valors de reserva dels compradors és si són independents entre ells o no. El supòsit d'independència implica que els compradors no revisen les seves valoracions al augmentar els seus coneixements sobre les valoracions d'altri. Els models que contempen aquest supòsit són coneguts com a models de valors privats. En l'altre extrem es troba els models de valor comú.

La finalitat del joc és establir el preu i la propietat del bé. El resultat depèn de les regles concretes del mecanisme i de les licitacions dels compradors. Sigui  $B_i$  la licitació del comprador  $i$ , i per  $B_{-i}$  es denota les licitacions de la resta de compradors. En aquest context, l'estratègia d'un comprador busca establir una licitació  $B_i$  que sigui la millor resposta a les licitacions de la resta de compradors en cada moment del joc. Així, el conjunt d'estratègies d'un comprador es correspon amb el conjunt de licitacions possibles. La licitació d'un comprador depèn de la informació de la qual disposa i que considera rellevant. Sota supòsit d'independència i depenent del tipus de mecanisme de subhasta, aquesta informació pot ser exclusivament la seva valoració del bé; a no ser que s'especifiqui el contrari se suposa que es compleix la condició d'independència de les valoracions. Per defecte, també se suposa que els compradors són del mateix tipus. Al llarg de l'anàlisi es busca equilibris simètrics, o sigui una estratègia vàlida per a qualsevol comprador.

Cada comprador escull aquella estratègia (licitació) que li genera el major guany esperat. Sigui  $P$  el preu d'adjudicació, en el cas més senzill el guany d'un comprador és  $v_i - P$  si efectivament s'emporta l'ítem, i  $0$  altrament (suposant que la no adjudicació no genera ni guanys ni pèrdues). En terminologia de jocs  $(v_i - P, 0)$  es coneix com a funció de pagament. Per tant, el guany esperat d'un comprador  $i$ , que es nota  $G_i$ , és igual a  $(v_i - P) \text{Pr ob}(i \text{ s' endugui el bé})$ . A fi que un comprador racional participi en la

subhasta cal que es compleixi  $G_i \geq 0 \quad \forall i$ . A què correspon el preu i quina és la probabilitat que un comprador  $i$  adquireixi el bé? La resposta depèn de les regles concretes del procediment.

El procediment el tria el venedor, en paraules de McAfee i McMillan (1987) actua com el líder del joc que descriu Stackelberg, és qui fa el primer moviment, i en això condiciona l'actuació de la resta de jugadors (els licitadors). El seu objectiu és apoderar-se del màxim excedent: és a dir de tota la diferència  $v_i - v_0$  (se suposa que  $v_i \geq v_0$ , altrament no hi hauria venda). El venedor desitja vendre el bé al comprador que està disposat a pagar més, i exactament pel preu màxim que aquesta persona pot arribar a oferir, però que no coneix amb certesa. Suposant que finalment es ven l'objecte, el problema pel venedor és  $\max[E(P) - v_0]$  s.a.  $E(P) - v_0 \geq 0$ ; és a dir maximitzar el seu guany esperat; aquest és el camp d'estudi clàssic de les subhastes òptimes.

Si hi hagués informació perfecta el venedor sabria que el valor de reserva més elevat és  $v_i$  i, per tant, vendria el bé per aquest preu. Aquest mecanisme de venda li reportaria el màxim benefici possible i no li caldria recórrer a una subhasta, tot i que un encant en el qual s'establís un preu de reserva, és a dir un preu mínim per sota del qual l'objecte no s'adjudica,  $r/r = v_i$ , li reportaria al venedor el mateix benefici (ignorant els costos d'organització).

Tanmateix, sovint el venedor desconeix els preus de reserva dels diferents compradors. Necessita un mecanisme de venda que li permeti extreure aquesta informació, si més no parcialment. Una subhasta ho possibilita en tant que no és el venedor qui proposa els preus possibles sinó els compradors, i fent això revelen informació. Ara bé, els compradors transmeten que per un determinat preu estan

interessats pel bé mentre competeixen entre ells, és a dir que solament es genera informació mentre hi ha competència. És la competició pel bé el que genera informació. Cal dir que la informació no és completa; la quantitat que es desvela al llarg del procés depèn del tipus de mecanisme.

#### 4 - Els mecanismes de subhasta

Per subhasta s'entén diversos mecanismes; en la literatura teòrica se'n distingeixen generalment quatre: la subhasta anglesa, l'holandesa, la de primer preu i la de segon preu. Tots aquests procediments assignen el bé al comprador que realitza la major oferta, altrament s'estaria explícitament emprant un procediment que facilitaria que l'adjudicació no fos al comprador que valora més el bé, possibilitant-se així la posterior revenda; en aquest sentit l'assignació no seria eficient.

##### 4.1 - La subhasta a l'alça

En la **subhasta anglesa, a l'alça o progressiva** es genera una seqüència d'ofertes cada cop més elevades que els compradors (com a mínim un) assumeixen consecutivament fins que s'arriba a un preu per sobre del qual el bé aparentment ja no interessa a ningú. Aleshores la subhasta s'atura, el bé s'adjudica a qui hagi acceptat el preu més elevat per aquesta quantitat.

En el món real, en sales diferents tenen lloc subhastes angleses aparentment poc similars. Pot haver-hi un subhastador que anunciï oralment els preus a l'alça o, alternativament, que el procés estigui informatitzat, i els preus apareguin en terminals d'ordenador o en una gran pantalla. A més a més, la subhasta pot desenvolupar-se en



varies sales simultàniament, també pot succeir que els compradors siguin remots i hi participin mitjançant el telèfon o qualsevol altre sistema. D'altra banda, és possible que siguin els mateixos compradors els qui articulin la sèrie de preus a l'alça, com passa en la subhasta del clàssic joc del bridge. La forma en la qual els compradors van assumint els diferents preus pot, al seu torn, estar més o menys informatitzada. En alguns casos els compradors en comptes d'anunciar que els interessa el bé per aquell preu han de fer l'inrevés, informar que deixen d'estar-hi interessats i volen abandonar la subhasta, com ara passa en el pòquer. L'increment dels preus pot ser constant, sense perjudici per a qualsevol altra opció.

Sobre el tipus de bé que es transacciona mitjançant un encant a l'alça, cal dir que, actualment, és el mecanisme més emprat per vendre obres d'art i antiguitats. No obstant això, històricament s'ha emprat per adjudicar tot tipus d'ítem; valgui d'exemple recordar que els corredors de coll, que actuaven com agents oficials als encants vells on podia acudir-hi tothom qui desitgés vendre quelcom a públic encant, i que van subsistir fins a mitjans del segle XIX, pregonaven els articles amb un crit especial: 'Qui en dóna més? [Amades (1950), vol. 5, p. 683-718], que correspon a una subhasta a l'alça. Avui en dia, algunes matinades als encants de Barcelona encara es pot veure subhastes a l'alça en les quals els preus, tradicionalment, s'han cantat en duros.

Altres procediments, que tenen un nom propi, són variants d'una subhasta a l'alça. Així la *subhasta japonesa*, en la qual els licitadors proposen preus simultàniament i tenen la possibilitat d'anar fent contraofertes en un espai de temps limitat que marca el subhastador; sembla que el subhastador espera sentir una oferta que arribi a les expectatives de preu que ell s'havia fet per aturar la subhasta [Smith (1990), p. 18-19]. En aquest cas, la subhasta no s'ha de veure com un mecanisme per determinar el preu, sinó només per decidir-ne el propietari. Es tracta doncs d'una subhasta anglesa en la qual es limita l'espai de temps per fer ofertes. La idea d'acotar el temps també es troba

en subhastes europees com a mínim des de finals de l'edat mitjana: es coneix el sistema de la candela: mentre dura la flama d'una espelma es pot fer puges; la primera referència anglesa a aquesta tècnica sembla que és de l'any 1490 [Learnmount (1985), p. 18]. Mitjançant aquest mateix procediment al segle XVII es va vendre *au plus offrant* els béns del Cardenal Mazarin que havia aplegat una col·lecció de quadres important. També existia una segona variant molt similar a la de l'espelma que consistia en limitar el temps amb un rellotge de sorra [Naegelen (1988), p. 9].

Una subhasta anglesa es pot veure com un seguit de licitacions en el temps,  $B_{it}$   $t \in \{1, 2, \dots, m\}$  on  $B_{it}$  és l'oferta que realitza el comprador  $i$  en el moment  $t$ . La sèrie d'ofertes és ascendent:  $B_{it} < B_{it+1} \quad \forall i, j$  on  $i$  i  $j$  denoten licitadors.

Al llarg del procés hi va havent licitacions mentre hi ha algun comprador disposat a assumir un preu superior a la darrera oferta; per  $B_{it} > v_2$  només un comprador està disposat a adquirir el bé  $i$ , per tant, ningú no fa cap contraoferta: la subhasta s'atura. El bé s'adjudica per un preu  $P = v_2 + \epsilon = B_{i=1} = m$ ,  $\epsilon$  essent una quantitat positiva tan petita com es vulgui<sup>4</sup>. Evidentment, encara que  $v_1 > B_{it}$ , el comprador no es sobrelicita a ell mateix<sup>5</sup>. Aquesta política atura el flux d'informació i deixa en l'incògnit precisament per la valoració que el venedor més cobeja saber, la més elevada.

El preu resultant depèn de quin comprador assumeix l'oferta  $B_{it} = v_2$ . Si  $B_{it} = v_2$  on  $i=2$ , aleshores, hi ha una contraoferta  $B_{1m} = v_2 + \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ); mentre que quan  $B_{it} = v_2$  on  $i=1$  no hi

---

<sup>4</sup> A la pràctica això no sempre és cert. Les regles de moltes sales estableixen augments constants per determinats trams, és a dir que les licitacions es fan en un espai discret i no continu.

<sup>5</sup> Se suposa que els agents són racionals; en les subhastes de caritat no té perquè ser cert.

ha contraoferta i  $t=m$ . En el cas continu  $\epsilon$  pot ser tan petit com es vulgui, en el límit el preu de les dues situacions és  $v_2$ . Aquest és el resultat amb el qual es treballa<sup>6</sup>.

Clarament, per un comprador  $i$  és una estratègia estrictament dominant en tot moment  $t$ ,  $\sigma_{it}^*$ , anar acceptant quantitats superiors mentre la darrera oferta realitzada no hagi estat assumida per a ell mateix i sigui inferior al seu valor de reserva.

$$\sigma_{it}^* \begin{cases} \text{ofertir } B_{it} = B_{j_{t-1}} + \epsilon & \text{on } j \neq i \text{ i } \epsilon > 0 & \text{si } B_{j_{t-1}} + \epsilon < v_i \text{ on } j \neq i \\ \text{no licitar} & & \text{si } B_{j_{t-1}} + \epsilon \geq v_i \text{ o si } j = i \end{cases}$$

Aquesta estratègia, que és independent del posicionament dels compradors envers al risc, genera un preu final igual a la darrera oferta realitzada  $P=B_{im}=v_2$ . Aquest resultat és segur. Val a dir que si  $B_{j_{t-1}} + \epsilon = v_i$  per  $i \neq j$ , aleshores, el comprador  $i$  seria indiferent envers licitar o no licitar. Però, en un espai continu aquest problema no sorgeix.

---

<sup>6</sup> Milgrom (1987) descriu molt bé els problemes de la transposició de resultats continus i discrets pels diferents mecanismes.

Vickrey (1961) dedueix que el preu esperat<sup>7</sup> és en mitjana igual a  $\frac{n-1}{n+1}$ , amb una variància igual a  $\frac{2(n-1)}{(n+2)(n+1)^2}$  quan les valoracions dels compradors provenen independentment d'una distribució uniforme  $[0,1]$ . És interessant destacar un detall molt raonable: a major competència (més licitadors) major preu esperat. Aquest fet té una explicació molt senzilla: si d'una distribució uniforme  $[0,1]$  s'extreu independentment  $n > 2$  observacions, la probabilitat que no hi hagi dues o més observacions superiors a  $v$  on  $v \in [0,1]$  és  $g(v,n) = v^n + n v^{n-1} (1-v)$ , aquesta funció decreix si  $n$  augmenta. Aquest resultat es manté si els valors de reserva dels licitadors provenen d'una distribució qualsevol  $F(v)$  contínua i diferenciable [veure Harris i Raviv (1981)]. Transposant aquest resultat a subhastes reals, indica que el venedor ha de difondre que organitza una subhasta, la qual cosa es fa; valgui d'exemple mencionar que ja en el segle XVIII algunes sales britàniques editaven catàlegs previs a les subhastes de col·leccions importants. Algunes d'aquestes obres són al *British Museum*. Actualment

---

<sup>7</sup> Vickrey (1961) planteja el problema en els termes següents: atès que els valors de reserva dels compradors estan extrets independentment d'una distribució uniforme  $[0, 1]$ , la probabilitat que un individu tingui el segon valor de reserva més elevat i que aquest estigui comprès entre  $v$  i  $v+dv$  es correspon amb la probabilitat que dos individus tinguin un valor superior a  $v$  i només un tingui un valor superior a  $v+dv$ , on  $dv$  és una quantitat tan petita com es vulgui. La probabilitat que un individu tingui un valor inferior a  $v$  és  $v^n$ , per tant, la probabilitat que  $n-2$  individus tinguin simultàniament un valor inferior a  $v$  és  $v^{n-2}$ . De la mateixa manera, considera que  $1-v^{n-1} dv$  és la probabilitat que un individu tingui un valor superior a  $v+dv$ . Per tant  $v^{n-2} \cdot v^{n-1} dv$  és la probabilitat buscada. Aquesta situació pot donar-se  $n(n-1)$  vegades atès que qualsevol dels  $n$  individus pot tenir el valor de reserva més elevat o el segon més elevat de forma no simultània.

El preu esperat és doncs:  $E(p) = \int_0^1 n(n-1)(v^{n-1} - v^n) dv$ . Posteriorment, dedueix la variància del preu mitjançant l'expressió  $\sigma^2 = \int (v-p)^2 f(v) dv$ , o sigui:

$$\sigma_p^2 = \int_0^1 \left(v - \frac{n+1}{n-1}\right)^2 n(n-1)(v^{n-2} - v^{n-1}) dv .$$

són una font de documentació per refer la història d'un quadre i poder donar major solidesa a la seva possible autenticitat.

Pel que fa a l'excedent del comprador que obté el bé és igual a la diferència esperada entre els dos valors de reserva més elevats. McAfee i McMillan (1987) expliquen que aquest és  $\frac{1-F(v_1)}{f(v_1)}$ , on  $F(v)$  és la funció de distribució de la qual s'ha extret

independentment els valors de reserva i  $f(v)$  la de densitat. Vickrey (1961) especifica els resultats per una funció d'origen uniforme  $[0,1]$ . L'excedent del comprador és  $\frac{1}{n+1}$

amb una probabilitat associada igual a  $\frac{n}{n+1}$  i, per tant, el guany esperat és

$$G_i = \frac{n}{(n+1)^2}, \text{ essent la variància } \frac{n}{(n+1)^2(n+2)}, \text{ per } n > 2.$$

En una subhasta anglesa sovint es ven més d'un bé; no obstant això, aquest escenari ha estat menys estudiat. Vickrey (1961) distingeix dos casos de subhastes múltiples de béns homogenis: el simultani i el seqüencial. En el primer cas, una regla que fixi un preu igual a la  $s+1$ -èssima licitació ( $s$ =nombre d'objectes a vendre) genera un resultat Pareto òptim, sempre i quan es compleixi els següents supòsits: 1) cada comprador només desitja un bé (preferències unitàries), 2) no hi ha col·lusió dels compradors, 3) els compradors són simètrics, i 4) els valors de reserva són independents. De fet, en un mecanisme amb aquestes característiques l'honestedat és una estratègia dominant; el preu final és únic i igual a  $v_{s+1}$  [veure també Vickrey (1962)].

També proposa una solució pel cas de preferències no unitàries. Donada la funció de demanda de cada participant, cada unitat s'assigna al comprador amb la licitació més elevada per aquella unitat pel preu més elevat ofert per un altre comprador.

Què cal fer quan no hi ha una regla preestablerta per establir el preu? Vickrey (1961) estudia el cas de la venda seqüencial de dos objectes idèntics a compradors que només desitgen un bé cada un.

En la primera subhasta de la sèrie els compradors han de realitzar les seves ofertes simultàniament (en un sobre), el bé s'adjudica a la persona que ha fet la licitació més elevada pel segon preu més alt (és un mecanisme conegut com a subhasta de segon preu). La segona és progressiva i, un cop realitzada la primera, es pot veure com una subhasta única. Així el preu d'adjudicació serà el segon valor de reserva més elevat dels que restin. Suposant que l'assignació sigui eficient aquest correspon al tercer valor de reserva de la sèrie inicial ( $v_3$ ). Com que se sap que en el segon encant es pot adquirir l'objecte per aquest preu, no té sentit pagar-ne més en el primer (se suposa neutralitat al risc). D'altra banda, pagar menys en el primer pot implicar una assignació ineficient, és a dir la no adjudicació del bé a un dels dos jugadors amb valors de reserva més elevats. En la primera subhasta és raonable intentar oferir el preu esperat de la segona.

Una estratègia que generi aquest resultat, genera un equilibri de Nash. Vickrey (1961) va precisar que l'oferta que hauria de realitzar cada comprador en la primera subhasta

és  $B_i = \frac{n-2}{n-1} v_i$ , d'aquesta manera els preus esperats en les dues subhastes són iguals.

Per tant, **s'espera que en mitjana els preus siguin constants al llarg de la seqüència de ventes**. Tanmateix, l'autor comenta que hi ha diferències de variàncies i

la possibilitat que els resultats no siguin Pareto òptims si els compradors no són simètrics entre la venda seqüencial i un mecanisme de venda simultània en el qual s'establís un preu uniforme igual a  $B_3$ , que com ja s'ha dit correspon a  $v_3$ , i els objectes fossin assignats als dos compradors que haguessin realitzat les ofertes més elevades.

#### 4.2 - La subhasta a la baixa

Un altre mecanisme tradicional és la **subhasta holandesa o a la baixa**. És especialment emprat per vendre productes semblants que apareixen en grans quantitats com ara el peix, les flors, el tabac... No obstant això, qualsevol bé és susceptible de ser subhastat mitjançant aquest procés. La seva existència també és força remota, en el mercat de formatges a Alkmaar, Holanda, sembla ser que se subhasta a la baixa ininterrompudament des del 1345, tot i que possiblement aquesta forma de venda és anterior.

La dinàmica és la següent: el subhastador, ja sigui oralment o mitjançant terminals d'ordinador i de manera constant o no, va proposant una sèrie de preus cada cop més baixos fins que un comprador proclama que per l'últim preu anunciat li interessa el bé. Aleshores la subhasta s'atura, i el comprador en qüestió adquireix el bé per aquell preu. Cap altre participant té la possibilitat de contraoferir, tot i que el subhastador té incentius a acceptar un preu més elevat. Així doncs, l'organitzador ha d'assegurar que manté el procediment establert, ja sigui per imposició legal, pel renom de la sala... per què el procés no es transformi, posteriorment, en una subhasta a l'alça. Clarament, aquest procediment és més ràpid que l'anterior, atès que és exclusivament el subhastador qui marca el *tempo*. Potser el seu recurs per vendre mercaderies peribles

(flors, peix...) que es presenten en grans quantitats està relacionat amb aquesta característica.

De Marchi (1995) diferencia tres variants de subhastes a la baixa que coexistien a Holanda al segle XVII: 1) La clàssica i de referència en aquest escrit en la qual el preu va baixant fins que un comprador accepta l'objecte pel darrer preu anunciat i el procés s'atura. 2) La segona és un mecanisme complex. Inicialment el preu augmenta i després torna a disminuir, però, la segona seqüència comença per sobre del preu de la darrera oferta acceptada en la puja. Aquesta circumstància genera major informació sobre el preu del bé. 3) Finalment, una tercera, en la qual primer els preus baixen i després tornen a pujar, és a dir es permet contraoferir. Potser seria més correcte considerar-la una variant de la subhasta anglesa atès que el preu és fruit de la seqüència de preus a l'alça.

En una subhasta holandesa els licitadors han de decidir què oferir sense tenir cap informació sobre les preferències de la resta de participants, ja que han de prendre la decisió d'aturar la subhasta abans que ningú no hagi dit res. La subhasta genera informació al venedor sobre el preu que els compradors estan disposats a pagar pel bé en tant que un comprador declara la seva disposició a pagar pel bé el preu al qual para la subhasta. Per la resta de licitadors aquesta informació es pot considerar anecdòtica donat que no es permet fer contraofertes. Tot i així, si el procés es repeteix per altres béns idèntics, aleshores, la informació revelada en la primera subhasta pot ser important. La quantitat d'informació que es genera en una subhasta holandesa envers el venedor i la resta de jugadors és molt inferior a la que es transmet en una subhasta anglesa. En una subhasta a l'alça es va desvelant progressivament informació sobre el bé al llarg de tota la seqüència de preus, mentre que en una a la baixa només se'n genera quan el procés s'acaba.



El comprador que té més opcions a quedar-se el bé és aquell qui està disposat a pagar-lo més car. Tanmateix, per assegurar-se l'adquisició del bé no és necessari que aboni  $v_1$ , tan sols li cal parar la subhasta a<sup>8</sup>  $v_2$ . El problema bàsic per aquest comprador és que desconeix  $v_2$ , tot i així, el seu objectiu és oferir  $v_2$ , i la seva estratègia enfoca aquest objectiu. En aquest sentit, s'assembla a la subhasta seqüencial de béns idèntics ja descrita; el problema pels compradors és equiparable, en ambdues situacions han d'estimar el valor de reserva d'un altre jugador.

Pel comprador decidir quan ha d'aturar la subhasta és relativament complex i, de fet, no té una estratègia dominant. Com escull la seva licitació? Senzillament, dedueix la licitació que maximitza el seu guany esperat. El problema es pot plantejar en els termes següents: escollir  $B_i$  tal que maximitzi  $G_i = (v_i - B_i) \text{Prob}(B_i > B_j \ \forall i \neq j)$ . Es pot substituir  $B_j = v_j$  entenent que  $v_j$  és la licitació màxima un comprador  $j$  realitza atès que sobrevalorar és una estratègia dominada (en cas d'adjudicació la funció de guanys és negativa, mentre que si optés per no licitar seria nul·la). És a dir, s'intenta trobar la licitació mínima que garanteixi l'adjudicació del bé independentment de quina sigui l'estratègia emprada per la resta de compradors. D'altra banda, un comprador també suposa que el seu valor de reserva és el més elevat, altrament no participaria en la subhasta.

Per dur a terme aquest còmput és necessari tenir un mínim d'informació sobre els valors de reserva de la resta de jugadors. Per exemple, se suposa que és *common knowledge* que tots provenen independentment d'una mateixa distribució coneguda.

---

<sup>8</sup> Si el venedor hagués establert un preu de reserva  $r$  tal que  $v_1 > r > v_2$ , aleshores, li caldria oferir  $r$ .

Vickrey (1961) va deduir que l'estratègia era oferir  $B_i = \frac{n-1}{n} v_i$  quan els valors de reserva d'uns compradors neutrals al risc estaven tots extrets independentment d'una distribució uniforme  $[0, 1]$ . Aquesta estratègia genera un equilibri de Nash. Si tothom actua així, l'assignació és eficient. Aquesta estratègia l'apliquen tots els jugadors, cal remarcar que  $\frac{\partial B}{\partial v} > 0$  per  $n \geq 2$ . És a dir que l'ordre de les licitacions és el dels valors de reserva i, per tant, l'ítem s'assigna al comprador amb el major valor de reserva. El preu esperat<sup>9</sup> és  $E(P) = \frac{n-1}{n+1}$  i la variància del preu és igual a  $\frac{(n-1)^2}{n(n+1)^2(n+2)}$ . Val a dir, que no gens sorprenentment, el preu resultant és el mateix que el preu que s'assoleix en una subhasta anglesa; però, la variància és inferior en  $\frac{2n}{n-1}$ . Pel que fa als guanys esperats, cal destacar que les variàncies de la subhasta anglesa i holandesa també són diferents. Concretament, en la subhasta holandesa és  $n^2$  cops més petita i igual a  $\frac{1}{n(n+1)^2(n+2)}$ , per  $n > 2$ .

Per ser més exactes, cal dir que Vickrey (1961) va deduir aquests resultats en el cas d'una subhasta de primera licitació, que com es veurà tot seguit pot equiparar-se a una subhasta holandesa.

---

<sup>9</sup> Seguint un plantejament idèntic al descrit per una subhasta a l'alça, el preu esperat és el resultat de la següent expressió  $\int_0^1 \left(\frac{n-1}{n} v\right) n v^{n-1} dv$ , en la qual el primer terme correspon al preu, o sigui la licitació enunciada, i el segon a la probabilitat que efectivament sigui la més elevada per cadascun dels compradors. La variància del preu és

$$\sigma_p^2 = \int_0^1 \left( \frac{n-1}{n} v - \frac{n-1}{n+1} \right)^2 n v^{n-1} dv.$$

En general, si les valoracions provenen independentment d'una distribució qualsevol  $F(v)$  contínua i diferenciable, amb funció de densitat  $f(v)$ , i se suposa neutralitat en front del risc d'uns compradors que no es coalicionen la funció de pagaments és  $\frac{1-F(v_1)}{f(v_1)}$  i la de guanys  $G_I = \frac{1-F(v_1)}{f(v_1)} F(v_1)^{n-1}$ , on  $F(v)^{n-1}$  és la probabilitat que  $n-1$  valors de reserva siguin inferiors a  $v$  [veure McAfee i McMillan (1987)].

#### 4.3 - La subhasta de primer preu

Les **subhastes de primera licitació o de primer preu** són especialment freqüents en l'adjudicació de projectes públics, és a dir en situacions en les quals hi ha un comprador i més d'un venedor. Actualment, com a mecanisme de venda són corrents en l'adjudicació de drets d'explotació. D'altra banda, a Catalunya a la Baixa Edat Mitjana sembla ser que se subhastava cases i terres mitjançant aquest mecanisme. Era un procés regulat realitzat per corredors autoritzats *cursores publicos et iuratos*; aquests deixaven la casa en venda durant trenta dies i l'adjudicaven a qui n'oferia més [Riu i Pintó (1980-1982ab)]<sup>10</sup>.

Com a mecanisme de venda té una dinàmica molt senzilla: cada licitador fa una oferta en un sobre tancat i el venedor escull l'opció que més li convé, lògicament la major. El bé s'adjudica doncs a la persona que ha realitzat l'oferta més elevada i exactament pel preu que ha anunciat. Aquest procediment facilita que participin en la subhasta compradors que altrament potser no podrien assistir-hi.

---

<sup>10</sup> La descripció trobada fa pensar que es tracta d'aquest mecanisme. Malauradament, no s'hi diu explícitament que les ofertes no es fan públiques conforme es reven; tot i que no sembla probable, no es pot descartar del tot, en aquest cas seria una variant d'una subhasta anglesa.

En cas de ser utilitzada com a mecanisme de compra, l'elecció de l'oferta guanyadora sol incloure l'avaluació d'altres paràmetres diferents al preu, com ara la qualitat, atès que els venedors rarament ofereixen exactament el mateix producte. Cal assenyalar que la llei 13/1995 de 18 de maig de *Contratos de las Administraciones Públicas*, que regula els procediments administratius d'adjudicació en subhasta, només anomena subhasta als processos en els quals la competència és exclusivament en preu, anomenant concursos a la resta.

Formalment, aquest mecanisme és idèntic a una subhasta a la baixa atès que els compradors han de decidir *a priori* què oferir pel bé sense saber res de la resta de compradors, i en cas d'adjudicació es paga la quantitat proposada. Els paràmetres que ha d'afrontar un comprador en els dos tipus d'encant són els mateixos, en les mateixes condicions informatives, i amb les mateixes conseqüències i, per tant, la seva estratègia és la mateixa.

Així des de la teoria, **la subhasta de primer preu es veu com una subhasta holandesa**. Les conclusions aplicables a una subhasta a la baixa també ho són a una de primer preu. No obstant això, per decidir quina quantitat oferir és important conèixer el nombre de compradors. En el plantejament d'un model teòric sempre es pot suposar que aquest valor és conegut. Però, en la pràctica el nombre de compradors és susceptible de ser més incert en una subhasta de primer preu que en una subhasta holandesa, atès que en el darrer cas els possibles compradors són observables i en el primer no.

Quan es compara una subhasta de primera licitació i una anglesa la diferència fonamental de cara a l'estratègia és que en la primera no es permet contraofertar, és a dir no es fan públiques les licitacions conforme es reben. Per tant, tot i que el procés

d'admissió de licitacions pugui allargar-se en el temps, com a joc té un sol moviment, cada jugador realitza com a màxim una acció.

#### 4.4 - La subhasta de segon preu

La **subhasta de Vickrey o de segon preu** fou descrita per Vickrey (1961). La dinàmica de funcionament és idèntica a la de la subhasta de primera licitació. Tots els licitadors proposen un preu en un sobre tancat en funció dels quals el venedor escull. Però el resultat és diferent car el venedor es compromet a adjudicar el bé al comprador que ha fet l'oferta més elevada, però aquest només paga un preu igual a la segona oferta més elevada ( $B_2$ ). Per tant, si els participants ofereixen el seu preu de reserva  $v_i$ , el bé se'l queda el comprador que ofereix  $v_1$  per  $v_2$ ; d'aquí el seu nom. Com en el cas de la subhasta holandesa el compromís del venedor a fer pagar  $B_2$  ha de ser creïble; òbviament, el venedor té incentius a demanar la quantitat  $B_1$ .

La subhasta de Vickrey incentiva als compradors a oferir el seu preu de reserva. El fet que l'honestedat sigui una estratègia dominant es conserva encara que el venedor estableixi un preu de reserva. Si aquest fos adequat el mecanisme podria ser òptim pel venedor; és el que s'anomena un mecanisme de revelació directa, o sigui un procediment en el qual la funció de pagaments està establerta de manera que no mentir sigui una estratègia dominant per a tots els licitadors. Myerson (1981) explica que l'estudi de subhastes òptimes es pot limitar a l'estudi de mecanismes de revelació directa. Això és gràcies al que queda recollit en el principi de revelació que estipula que per tot mecanisme factible<sup>11</sup>, existeix un mecanisme de revelació directa equivalent que

---

<sup>11</sup> Un mecanisme és factible si es compleix que els individus actuen racionalment (només participen quan el guany esperat no és negatiu) i si no en treuen res de mentir (condició de compatibilitat d'incentius).

genera les mateixes utilitats esperades per a tots els jugadors. En aquest sentit, sota supòsit d'independència de les valoracions, la subhasta de segon preu és equivalent a una subhasta a l'alça. Els resultats sobre els preus i els guanys esperats així com sobre les seves variàncies són els mateixos.

Perquè no menteixen els possibles compradors? El preu no depèn de la licitació que ells facin, sinó de les d'altri. El preu que paga un comprador  $i$  a qui se li adjudica el bé és independent del fet que hagi revelat  $v_i$  o una quantitat inferior ( $B_i < v_i$ ). La seva licitació només condiciona l'assignació: com més elevada sigui, més fàcilment s'emportarà el bé. Clarament, aquest fet desincentiva la sotsvaloració, o sigui oferir una quantitat inferior al valor de reserva. Pel que fa la sobrevaloració [oferir  $B_i$  tal que  $B_i > v_i$ ] té un risc: pagar més pel bé del valor que aquest té per a un mateix; el límit perquè aquesta situació no es produeixi és el valor de reserva del comprador. Si un comprador  $i$  ofereix  $B_i$  tal que  $B_i > B_2 > v_i$  (1), aleshores la seva funció de pagament és negativa i igual a  $v_i - B_2 < 0$ . En els casos en els quals  $B_i > v_i > B_2$  i  $B_2 > B_i > v_i$  oferir  $B_i$  en comptes de  $v_i$  no canvia els resultats. Així  $G_i(B_i = v_i) \geq G_i(B_i > v_i)$ , la desigualtat és estricta en la situació (1). Així doncs, sobrevalorar és una estratègia estrictament dominada.

És possible que el recurs a aquest procediment sigui més recent. No obstant això, a tall d'anècdota, es pot comentar que Goethe va vendre el manuscrit de *Hermann und Dorothea* el 1797 mitjançant una subhasta de segon preu en la qual havia fixat un preu de reserva [Moldovanu i Tietzel (1998)]. També s'utilitzava regularment aquest mecanisme a finals del segle XIX per vendre segells [Lucking-Reiley (2000)].

Actualment, és el mètode emprat pel mont de Pietat de “La Caixa”. A més a més, la seva utilització en combinació amb altres mètodes com ara una subhasta anglesa és força estesa: les sales de subhastes privades de Barcelona, que venen mitjançant subhasta a l'alça, sovint també ofereixen la possibilitat de fer ofertes privades per correu i aquestes es regeixen per unes regles corresponents a una subhasta de segon preu. Les subhastes judicials i les administratives també contempnen aquesta possibilitat.

L'exemple de la sala “Casa de Subhastes de Barcelona” que a més de les licitacions a sala accepta ofertes enviades prèviament per fax o correu és interessant atès que les ofertes rebudes, o sigui les dels compradors que compren mitjançant una subhasta de segon preu tenen preferència sobre les demés. Així, quan es realitza la subhasta, el propi subhastador representa a la persona que ha enviat l'oferta més elevada, licita per ella, especificant que ho fa *por orden*. Quan per ordre l'objecte surt inicialment per  $x$  i, l'oferta màxima enviada és de  $x+1$  *increment*, el comprador de la sala que desitgi el bé ha de començar assumint  $x+2$  *increments*. Aquesta circumstància es desvela quan declara el seu interès per l'objecte. En el cas que no hi hagi licitant a la sala i que varies persones hagin enviat una oferta per correu el bé s'adjudica a la persona que ha fet l'oferta més elevada pel segon preu més elevat més un increment.

#### 4.5 - Taula-síntesi

A continuació es presenta una petita taula a mode de síntesi el la qual es recull els trets principals dels diferents mecanismes de subhasta (taula I).

<b>Subhasta</b>	<b>Anglesa</b>	<b>Holandesa</b>	<b>1a Licitació</b>	<b>Vickrey</b>
Preu adjudicació	El més alt	L'únic conegut	El més alt	El segon més alt
Comprador	El de major preu	El que l'atura	El de major preu	El de major preu

Temporalitat de les ofertes	Seqüencials	Única	Simultànies*	Simultànies*
Possibilitat de fer contraofertes	Sí	No	No	No
Anunci de l'oferta	Públic	Públic	Privat	Privat
Necessitat compromís venedor	No	Sí	No**	Sí

**Taula I: Els diferents mecanismes de subhasta**

\* En el sentit que el subhastador obre tots els sobres simultàniament; en una subhasta de segon preu sota supòsit d'independència dels valors de reserva i quan no hi ha valors coincidents, aquest fet no és rellevant de cara a l'estratègia.

\*\* Amb les ofertes a la mà el venedor no en té cap de més avantatjosa i en aquest sentit no és necessari el seu compromís. Però, cal un compromís per a no acceptar contraofertes, la qual cosa no passa en una subhasta anglesa atès que el mecanisme les contempla.

### **5 - Teorema de l'equivalència**

Els resultats fins aquí exposats (guanys esperats pels diferents agents) són els mateixos amb independència del mecanisme emprat quan les valoracions dels licitadors són independents, els compradors són neutrals en front al risc, no es coalicionen i només se subhasta un bé. Aquest igualtat és coneguda com a **teorema de l'equivalència**.

La primera persona que detectà aquesta igualtat, que després ha estat represa per altres estudiosos [veure, per exemple, Myerson (1981) o Riley i Samuelson (1981)], fou Vickrey (1961). Es pot destacar que aquesta equivalència teòrica es manté en subhastes múltiples sota el supòsit addicional de preferències unitàries [veure Harris i Raviv (1981) pel cas d'una distribució d'origen uniforme, i Maskin i Riley (1989) en un context més general].

De les explicacions de Vickrey (1961) cal recalcar un seguit d'aspectes interessants:

Una subhasta a l'alça i una a la baixa no són del tot equivalents atès que les distribucions dels preus i dels guanys esperats no són idèntiques: les variàncies són diferents. Ja s'ha vist que les d'una subhasta holandesa (o de primer preu) són inferiors a les de l'anglesa (o de segon preu). Aquestes discrepàncies són importants quan es



relaxa el supòsit de neutralitat en front del risc. Concretament, és d'esperar que un venedor avers al risc opti pel procediment amb menor variància associada als seus resultats (la subhasta holandesa o la de primer preu). Val a dir, però, que aquesta anàlisi no inclou aversió al risc en el disseny de les preferències dels compradors.

D'altra banda, Vickrey (1961) també explica les conseqüències de la no homogeneïtat dels compradors (relaxa el supòsit de simetria). Davant de subgrups de licitadors, la subhasta holandesa pot generar resultats que no siguin òptims de Pareto. L'objecte pot ser adquirit per un comprador que no tingui el major preu de reserva, generant-se així la possibilitat de revenda ulterior. En aquest sentit, la subhasta no resulta un mecanisme d'assignació eficient. Així, la subhasta progressiva és superior a l'holandesa i a la de primer preu. L'autor va analitzar el cas de dos compradors, el primer amb un preu de reserva tret d'una distribució uniforme  $[0,1]$ , i l'altre amb un valor constant  $a$ . Els resultats depenen de  $a$ : per  $a > 0,43$  la subhasta a la baixa genera preus superiors, mentre que per  $a < 0,43$  s'inverteix el resultat. Maskin i Riley (1985) també comproven que la vulneració del supòsit de simetria és incompatible amb el teorema de l'equivalència, i expliquen que quan les funcions de distribució de dos tipus de compradors tenen la mateixa forma però suport diferent la subhasta de primer preu és superior a l'anglesa; mentre que si les dues distribucions són diferents tot i estar en el mateix suport es dona la situació inversa.

Què passa quan els licitadors s'associen entre ells i, per tant, no hi ha el mateix grau de competència? Si els compradors estan coalicionats, la competència disminueix i, conseqüentment, el preu. Un exemple d'aquest fet s'ha pogut observar a una de les grans sales dels Estats Units on un grup marxants van acordar no sobre licitar-se entre ells, aconseguint a molt bon preu aquelles obres que bàsicament només els interessaven, en aquell moment, a ells. Respecta a la col·lusió una pregunta interessant és quins mecanismes són més hermètics a personatges com els *subhasteros*, és a dir

aquells grups de licitadors que es reparteixen les subhastes judicials d'aquest país i desincentiven la participació de ciutadans externs a ells. Una estratègia d'aquests personatges és fer ofertes elevades per les peces per les quals els externs demostren interès. Així, una persona externa o bé no aconseguirà l'objecte o bé en paga un preu elevat, quan hagués pogut aconseguir-lo per un preu inferior previ acord amb un *subhastero*. La subhasta anglesa contempla les contraofertes i, en això, és la més vulnerable a aquesta estratègia. Tanmateix, canviar el sistema de subhasta no implica que el problema desaparegui. Per lluitar-hi cal augmentar la competència (facilitant la participació, la qual cosa s'està intentant) atès que els guanys d'un *subhastero* provenen del control de la competència i, per tant, si deixa de poder controlar-la, desapareix la seva font d'ingressos.

La igualtat entre els resultats dels quatre procediments de subhasta descrits tampoc es manté quan es relaxa el supòsit d'independència. Això és fruit de la diferència entre la quantitat d'informació que contempla cada mecanisme a l'hora d'establir el preu. Quan no hi ha independència aquesta informació és rellevant atès que hom és sensible als valors de reserva de la resta de compradors.

## **6 - La maledicció del guanyador**

El cas extrem oposat als models que suposen independència dels valors de reserva dels jugadors queda recollit pels anomenats models de valor comú. La seva particularitat resideix en les característiques de l'article que se subhasta. Es tracta de béns el valor dels quals serà conegut amb certesa *a posteriori*. Així, per exemple les subhastes d'explotació de mines, de reserves petrolíferes, de drets de publicació... El valor real del ítem,  $\bar{v}$ , és objectiu i serà conegut en el futur (és funció de la quantitat

de mineral que s'extreu, del nombre de llibres que es ven...). Els valors de reserva dels compradors depenen de les estimacions que facin de  $\bar{v}$ . Tothom valora  $\bar{v}$  i, per tant, les estimacions realitzades pels participants no són independents entre elles. És doncs un error actuar com si ho fossin. Aquest cas és molt conegut car genera el problema de la maledicció del guanyador (*the winner's curse*); la subhasta la guanya qui ha sobrevalorat en major grau  $\bar{v}$  i, per això, acaba perdent diners. La maledicció del guanyador es pot veure com un problema de selecció aversa modificat [veure Milgrom (1981)].

Sigui  $\hat{v}_i$  l'estimació que el comprador  $i$  realitza de  $\bar{v}$ . Sigui  $\hat{V} = \{\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_i, \dots, \hat{v}_n\}$  el conjunt de totes les estimacions.  $\hat{V}$  és una variable aleatòria amb mitjana  $\bar{v}$  i variància no nul·la ( $\sigma_{\hat{V}}^2 \neq 0$ ). Aquests supòsits són força raonables; impliquen que les seves estimacions no són esbiaixades i que la informació sobre  $\bar{v}$  no és perfecta. Si les estratègies de licitació són com les descrites fins ara i els compradors potencials prenen com a valors de reserva les estimacions de  $\bar{v}$ , aleshores, el preu esperat és  $\hat{v}_2$ . En la mesura que  $\hat{v}_2 > \bar{v}$  la persona a qui se li adjudiqui el bé en la subhasta perdrà una quantitat de diners igual a la diferència entre aquests dos valors ( $\hat{v}_2 - \bar{v} < 0$ ). Quan és d'esperar que  $\hat{v}_2 > \bar{v}$ , i què val aquesta diferència? Per un nombre de compradors ( $n$ ) suficient, la resposta depèn de la forma de la distribució de  $\hat{V}$  i de  $\sigma_{\hat{V}}^2$ . La variància,  $\sigma_{\hat{V}}^2$ , connota la precisió de les estimacions de  $\bar{v}$ , és a dir fins a quin punt és gran la informació que els compradors en el seu conjunt tenen de  $\bar{v}$ . En el cas extrem, si la informació fos perfecta, aleshores,  $\sigma_{\hat{V}}^2 = 0$ , és a dir  $\hat{v}_2 = \bar{v}$ . Però, si  $n$  és suficient, les estimacions no són esbiaixades i la informació és imperfecta, aleshores  $\hat{v}_2 > \bar{v}$ . Clarament, quan es tracta d'un bé de valor comú licitar com si es tractes d'un bé de

valors privats és una mala estratègia. Oren i Williams (1975) van puntualitzar que la maledicció del guanyador pot donar-se amb independència del mecanisme de subhasta (anglesa, holandesa...).

Aquest fenomen per a vendes d'un sol bé i majoritàriament en subhastes de primera licitació fou força estudiat en la dècada dels 60, principalment en el cas de reserves petrolíferes i de gas atès que algunes empreses van perdre diners, sembla ser que la distribució de les licitacions per aquest tipus de béns té una cua per la dreta [Pelto (1971)] que potser no reflexa una major informació sinó una pitjor qualitat de la mateixa. Tanmateix, l'enorme dispersió de les licitacions pot ser fruit d'una estratègia [Engelbrecht-Wiggans i Weber (1979)]. Una revisió d'aquest camp es pot trobar a Ramsey (1983).

Què han de fer els compradors en aquesta situació? Senzillament, han d'establir com a licitació màxima  $B_i$  tal que  $B_i < \hat{v}_i$ . Si  $B_i = f(\hat{v}_i)$  i  $f'(\hat{v}_i) > 0$  l'assignació és eficient, en el sentit que el bé s'adjudica a la persona que creu que el bé té més valor i, per tant, que està disposada a pagar-lo més car. La diferència entre  $B_i$  i  $\hat{v}_i$  ha de ser suficient com per a què la notícia d'haver-se adjudicat l'ítem no sigui una mala nova i, de fet, depèn de  $\sigma_{\hat{v}}^2$ : a major dispersió, major diferència entre  $B_i$  i  $\hat{v}_i$ . Quan tothom estima  $\bar{v}$ , la informació continguda en els valors de reserva dels altres jugadors és rellevant, és doncs raonable que els compradors revisin els seus valors de reserva en la mesura que reben senyals sobre aquests valors.

## 7 – Entre béns de valor privat i béns de valor comú

El model mixt simètric més important i conegut és l'ideat per Milgrom i Weber (1982a) [veure també Milgrom i Weber (1982b)]. Nogensmenys, hi ha algunes aportacions prèvies entre les quals cal destacar la de Myerson (1981).

Milgrom i Weber (1982a) postulen que les valoracions dels licitadors estan afiliades; consideren que dos vectors estan afiliats si el fet que algunes de les components d'un dels vectors siguin altes fa més probable que les mateixes components de l'altre vector descriuïn el mateix tipus (alts) de valors. Les preferències de cada comprador queden descrites per uns vectors pels quals una part de les seves components reflecteix les informacions pròpies dels compradors i una altra reflecteix les característiques intrínseques de l'objecte.

Concretament, consideren que el valor  $v_i$  d'un comprador  $i$  entre  $n$  licitants es pot expressar:  $v_i = u(\mathbf{S}, X_i, \mathbf{X}_i)$ , on  $\mathbf{S} = (S_1, \dots, S_m)$  és el vector que conté informació addicional sobre el valor del bé, que pot ser observat pel venedor,  $X_i$  recull la informació pròpia del comprador  $i$ , i  $\mathbf{X}_i$  és el vector que recull les pròpies de la resta de compradors. L'aspecte realment innovador del plantejament resideix en el tractament de la informació: els compradors basen les seves valoracions en: (1) les seves preferències personals ( $X_i$ ), (2) les valoracions dels demés ( $\mathbf{X}_i$ ) i (3) la informació addicional sobre les característiques del bé ( $\mathbf{S}$ ).

Els models en els quals els valors de reserva són independents, són aquells on només (1) té valors no nuls; en els de valor comú més senzills això passa amb (3). En aquest model, els autors a més de (1) i (3) inclouen (2), és a dir les valoracions de la resta de compradors, sobre les que es pot rebre senyals. Per exemple, en una subhasta progressiva les licitacions que es van fent públicament són senyals. Així, si al llarg d'una subhasta el comprador rep senyals, ajusta el seu comportament a la nova informació. Això és cert per a qualsevol jugador atès que és un model simètric.

Per tant, el preu esperat en una subhasta està subjecte als transvasaments d'informació. Cal precisar que hi ha dos tipus d'informació: per un cantó les senyals de la resta de compradors (2), i per l'altre informacions addicionals sobre les característiques de l'objecte (3), sobre les quals el venedor podria tenir informació privilegiada i desvelar-la.

Sota supòsit de neutralitat al risc, els autors dedueixen que la subhasta anglesa genera en mitjana un major preu esperat que la de segon preu i aquesta al seu torn també és superior a l'holandesa o a la de primer preu. Això succeeix quan hi ha una certa incertesa sobre les valoracions dels compradors. En una subhasta anglesa al fer públiques les licitacions durant la subhasta es genera informació i, per tant, es redueix el nivell d'incertesa. En conseqüència, els compradors liciten més agressivament (car es redueix el risc de patir el fenomen de la maledicció del guanyador).

El resultat de la subhasta anglesa té en compte les valoracions de la resta de compradors que s'han fet públiques al llarg de la venda. Pel seu cantó, la subhasta de segon preu té en compte explícitament la valoració del comprador que ha fet el segon oferiment més elevat i només aquesta, o sigui que no inclou tanta informació com l'anglesa i, així, els preus esperats són una mica inferiors en mitjana. Pel que respecta a la de primera licitació o a l'holandesa, el preu s'ha de decidir *a priori* sense saber res de les valoracions de la resta de compradors, la incertesa és màxima i, conseqüentment, el model prediu un menor preu en mitjana. Així, els preus esperats dels diferents mecanismes de subhasta s'ordenen en funció del nombre de valoracions de la resta de compradors que es coneguin amb certesa i s'utilitzin a l'hora d'explicitar el preu; queden doncs en el mateix ordre que la quantitat d'informació que reflecteixen (primer l'anglesa, després la de segon preu i, finalment, la de primer preu i l'holandesa).

La reducció de la incertesa incentiva als compradors a licitar més agressivament, en conseqüència, s'espera que els preus siguin superiors. Transmetre informació permet reduir la incertesa; per aquesta raó Milgrom i Weber (1982a) expliquen que pel venedor donar correctament tota la informació que té sobre el bé és una bona política informativa en el sentit que cap altra opció genera majors beneficis, aquest resultat és cert per a tots els mecanismes de subhasta sota supòsit de neutralitat en front del risc.

Milgrom i Weber (1982a) reprenen l'anàlisi sota supòsit d'aversió al risc dels compradors. En aquests cas els resultats no són tan clars. Per un cantó, quan es pot assumir una aversió al risc absoluta (supòsit sens dubte molt restrictiu), aleshores, la subhasta anglesa és superior a la de segon preu i, per ambdós mecanismes, l'honestedat del venedor segueix sent una bona opció informativa. Per l'altre, ja s'ha vist que sota supòsit d'aversió al risc i d'independència de les valoracions dels compradors, la subhasta de primera licitació i l'holandesa són superiors a l'anglesa i a la de segon preu. Finalment, quan els valors estan afiliats, el plus que els compradors estan disposats a pagar per adquirir el bé pot quedar compensat per una forma de licitació menys agressiva que els protegeix contra la maledicció del guanyador. En conseqüència, no queda clar quina subhasta genera en mitjana un major preu esperat.

Si es transposa el raonament sobre la informació desenvolupat per Milgrom i Weber (1982a) a una subhasta seqüencial, cal destacar que s'hauria d'anunciar sempre el preu d'adjudicació del bé quan les valoracions no són independents. Altrament, la política no té efecte. Així, les prediccions sobre el comportament dels preus són diferents quan els valors de reserva dels compradors són independents els uns dels altres i quan no ho són. En el primer cas, la informació generada per la venda no afecta la valoració dels compradors i, per tant, aquests no modifiquen la seva estratègia inicial. En el segon, en canvi, aquestes senyals de l'entorn afecten les valoracions que es reajusten.

Quan el valor depèn de característiques objectives del bé, la quantitat d'informació que els licitadors tenen sobre elles condiona el preu d'adjudicació.

En definitiva, una política d'informació tal que es transmeti tota la informació de la qual es disposa sobre el bé és la que genera un major guany esperat al venedor. Així en una subhasta seqüencial cal anunciar els preus d'adjudicació. En aquest cas, sota supòsit de no independència s'espera que la seqüència de preus al llarg de la sessió sigui a l'alça atès que el preu per ítem venut posteriorment inclou més informació que el preu dels articles adjudicats primer i, per tant, s'espera que pels darrers els compradors licitin més agressivament.

Es pot comentar que en les sales de subhasta d'art i antiguitats s'intenta encobrir el fet que una obra no s'adjudiqui atès que pot repercutir negativament en futures vendes d'obres similars, això fa pensar que els organitzadors no creuen que els valors de reserva dels compradors siguin independents entre ells. Aquesta política contradiu el que s'acaba d'exposar car a llarg termini genera una menor informació en el mercat i pels compradors serà més difícil distingir si la peça oferta és de qualitat. En conseqüència, front a poca informació els compradors seran cautelosos i, en mitjana, els preus seran inferiors que si la política informativa hagués estat més oberta.

En una subhasta seqüencial es va progressivament revelant informació. Weber (1983) considera que, quan els valors de reserva no són independents i, per tant, aquesta informació és rellevant, **la seqüència de preus** que es genera ja no es comporta com una martingala, sinó que **pot presentar un increment** (es tracta d'una submartingala). Això és degut a la informació que es desvela al llarg de les vendes i genera que els compradors liciten més agressivament (al tenir més informació disminueix la incertesa sobre el valor real del bé i, per tant, estant menys subjectes a la maledicció del guanyador). Per aquesta raó, el mateix autor comenta que una subhasta seqüencial de



primer preu genera un major guany esperat al venedor que una subhasta simultània que discrimini en preu.

Altrament dit, quan els preus de reserva són independents entre ells, les estratègies d'equilibri dels jugadors són independents de les percepcions que es tinguin sobre les valoracions de la resta de jugadors; la informació generada per la seqüència de vendes no és rellevant. Això no és cert quan els valors estan afiliats, en aquest cas un primer preu elevat pot condicionar que el segon també ho sigui, i viceversa. Sobre aquest aspecte en un treball de Ortega-Reichert (1968) s'explica que existeix una estratègia pura d'equilibri que consisteix en sotsestimar l'oferta en la primera subhasta en un joc amb dos jugadors en què es ven consecutivament dos béns iguals i en el qual el valor del bé està sotmès a diferents estats de la natura (el seu valor pot ser alt o baix). Quan les valoracions no són independents se li reconeix una importància cabdal a la informació que es genera al llarg de la subhasta.

Una pregunta interessant és què passa en una subhasta en la qual participen dos compradors de tipus diferent: l'un amb informació perfecta i l'altre no. Quan només es ven un bé aquesta situació és favorable al comprador més informat [Milgrom i Weber (1982c)]. Engelbrecht-Wiggans i Weber (1983) expliquen que aquest resultat no es manté quan la subhasta és múltiple (subhasta seqüencial de  $s$  béns homogenis); al contrari, la situació és favorable al comprador més desinformat.

Les conclusions de Engelbrecht-Wiggans i Weber (1983) estan basades en el fet que en una subhasta seqüencial es desvela informació. Si l'objecte és valuós, el comprador informat revela tota la seva informació quan realitza una oferta elevada, per evitar transmetre aquesta informació opta per no sempre oferir una quantitat elevada quan l'objecte és valuós. En conseqüència, l'altre comprador aconsegueix a vegades objectes valuosos a baix preu. Els autors dedueixen que el guany esperat pel comprador

informat és  $q(1-q)^{\frac{1}{s}}$ , mentre que per l'altre és  $(1-q)^{\frac{1}{s}} \frac{q}{1-(1-q)^{\frac{1}{s}}} - s(1-q)$  i el del

venedor és  $s - q(1-q)^{\frac{1}{s}} \frac{2 - (1-q)^{\frac{1}{s}}}{1 - (1-q)^{\frac{1}{s}}}$ ,  $q$  és la probabilitat que l'objecte tingui un valor

elevat i  $s$  el nombre de béns.

Així doncs, segons aquest model quan es ven diversos objectes, pel venedor és aconsellable fer-ho mitjançant una subhasta seqüencial si  $q$  és petit, mentre que quan  $q$  és proper a 1 per ell és més avantatjós escollir una subhasta simultània.

## 8 - Subhastes múltiples: tipologia

Fins aquí s'ha exposat alguns aspectes bàsics de les subhastes, cal notar que la teoria ha estat molt més desenvolupada pel que fa a subhastes úniques que no pas a múltiples. Tanmateix, el raonament d'aquests models per subhastes úniques a vendes seqüencials prediu, com ja s'ha vist, que la seqüència de preus al llarg de la sessió és constant quan les valoracions són independents, i a l'alça altrament. Malauradament, es veurà que la realitat, aparentment, es resisteix a seguir la lògica matemàtica d'aquestes construccions formals; al contrari, sembla que la seqüència és a la baixa. Aquest fenomen es conegut en la literatura anglosaxona com *the price declining anomaly*, o també com *the afternoon effect*. A continuació, s'exposa alguns estudis que corroboren aquesta afirmació, ja sigui a través de l'anàlisi de dades de subhastes reals o d'observacions fruit d'experiments. Posteriorment, es revisa les principals explicacions d'aquest fenomen. Les taules II i III recullen cada una de les parts a manera de síntesi. Abans, es presenta una classificació de les diferents formes de subhasta múltiples.

Entre les subhastes múltiples es distingeix les simultànies, diversos béns són venuts a la vegada, de les seqüencials en les quals els objectes són adjudicats successivament. Entre les primeres Weber (1983) diferencia les dependents i les independents. Per dependents es refereix a aquelles subhastes en les quals els compradors opten a comprar diversos articles en un únic encant fent una sola oferta, llur decisió no és només de preu sinó també de quantitat. Per independents s'engloba aquells casos en els quals es produeix simultàniament diverses subhastes de béns, aquí el comprador s'arrisca a no aconseguir la quantitat de béns desitjada.

Una subhasta simultània dependent pot ser discriminatòria, és a dir que cada comprador paga allò que ha ofert (o una quantitat relacionada amb aquest valor) i, per tant, compradors diferents poden acabar pagant preus diferents pel mateix bé. Alternativament, la subhasta pot ser de preu uniforme si tots els compradors paguen el mateix per cada bé adjudicat.

També es pot esmentar les subhastes en les quals es ven un bé divisible. Els compradors han de prendre una decisió de preu i de quantitat: han de decidir quin preu estan disposats a pagar per cada fracció del bé. Aquesta forma de venda es pot veure com una subhasta múltiple simultània dependent de béns homogenis en la qual cal definir un esquema de preferències de preus i quantitats *a priori*. En aquest tipus de subhasta no s'incorre el risc d'obtenir una quantitat superior a la desitjada.

Entre les subhastes múltiples també pot haver-hi variants específiques: l'opció d'escollir quantitativament o qualitativament. Quan es ven diversos béns homogenis sovint són posats a la venda conjuntament. El comprador amb dret a compra escull pel preu que ha assumit per un bé el nombre de béns que desitja al mateix preu d'entre els disponibles (opció de quantitat). Els béns no venuts, o sigui els no adquirits per

aquest comprador, tornen a ser subhastats amb la mateixa opció d'elecció de quantitat i, així, successivament, fins que s'esgota el lot. En la literatura anglosaxona, aquesta possibilitat es troba sovint referida com *buyer's option*. D'altra banda, quan es ven conjuntament més d'un bé no homogenis, el comprador amb dret a compra, és a dir el que fa la major oferta, escull entre tots els ítems el que prefereix (opció de qualitat).

## **9 - El descens dels preus al llarg de la sessió: evidències**

En aquesta secció es recull els treballs en els quals s'ha posat de manifest un descens dels preus al llarg de la sessió. Els estudis han estat classificats en dues grans subseccions: aquells en els quals s'ha treballat amb dades de subhastes reals, i aquells que analitzen materials procedents d'experiments. Al final, es presenta una taula a mode de síntesi que recull les diferents aportacions.

### *9.1 - Evidències en subhastes reals*

Un article d'Aschenfelter publicat l'any 1989 al *Journal of Economic Perspectives* és el primer treball que va tenir un cert impacte en el qual s'evidencia el fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió. Allí són analitzats els preus d'adjudicació de parells de vendes consecutives de lots idèntics d'ampolles de vi ocorregudes a Londres (sales Christie's i Sotheby's), Chicago (sala Christie's) i San Francisco (sala Butterfield's) entre 1985 i 1987. Les subhastes són a l'alça. Els resultats indiquen que els preus baixen en el doble de casos que no pas augmenten, tot i que la constància entre ambdós preus és el comportament més freqüent. Black i de Meza (1992)

expliquen que en aquestes subhastes hi ha la possibilitat d'adquirir més d'un lot (opció de quantitat) quan s'ha d'adjudicar lots idèntics.

La metodologia utilitzada per aquesta anàlisi és senzilla, però no per això menys conclouent: es calcula la ratio del segon preu d'adjudicació respecte el primer. En mitjana, aquests quocients són inferiors a la unitat en les quatre sales ( $p < 0,01$  en mostres de 2.370, 1.646 i 499 observacions, i  $p = 0,0103$  en una mostra de 100 observacions).

Al 1993, McAfee i Vincent reprenen l'anàlisi feta al 1989 per Ashenfelter; analitzen més dades de subhastes de vi ocorregudes a la sala Christie's de Chicago al 1987. Els seus resultats són totalment equiparables als obtinguts quatre anys abans tant comparant parells de vendes com tripletes (quan els preus disminueixen i després augmenten o viceversa són considerats constants).

Més recentment, Ginsburgh (1998) torna a comprovar com efectivament es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió en subhastes de vi. En aquest cas analitza quatre subhastes d'ampolles de vi d'alta qualitat ocorregudes a la sala de Christie's a Londres entre el desembre de 1995 i el febrer de 1996. D'altra banda, l'autor referencia una altra constatació del descens dels preus en subhastes de vi; es tracta del treball de Di Vittorio i Ginsburgh (1994)<sup>12</sup>.

Ashenfelter i Genesove (1992) presenten una nova evidència d'aquest fenomen en subhastes angleses: estudien vendes de condominis. Aquests béns no són exactament substituïbles entre ells i, de fet, són subhastats en grups d'objectes similars de manera

---

<sup>12</sup> DI VITTORIO A., GINSBURGH V. (1994): "Pricing red wines of Médoc vintages from 1949 to 1989 at Christie's auctions". Mimeo.

que la persona que paga la quantitat més elevada té dret a escollir (opció de qualitat). Aquesta opció pot implicar un descens dels preus atribuïble a una disminució de la qualitat conforme els compradors escullen; l'anàlisi exclusiva dels preus d'adjudicació no és conclouent.

Per aquest motiu, els autors comparen els preus d'adjudicació d'ítems que per alguna raó no van ser venuts, amb els preus assolits pocs dies després per aquests mateixos béns en una negociació. En tot moment prenen cura de l'ordre d'adjudicació com a possible indicador de qualitat. L'anàlisi els permet concloure que els primers compradors en la subhasta paguen un extra que va més enllà de les diferències en qualitat; és a dir que observen un descens dels preus. De fet, suggereixen que aquest encant es pot veure com una subhasta de valor comú en la qual els compradors cauen en la maledicció del guanyador. D'altra banda, pels interessos d'aquest treball, és un cas de descens dels preus quan els béns són heterogenis. La metodologia utilitzada és pròpia de l'anàlisi de béns diferents. Es recorre a una altra sèrie de preus indicativa del valor del bé per comparar l'evolució dels preus d'ambdues sèries ordenant els béns segons l'ordre d'adjudicació en la subhasta. El descens dels preus al llarg de la sessió en vendes de condominis també ha estat estudiat per Vanderporten (1992) segons expliquen Gale i Hausch (1994)<sup>13</sup>.

Lusht (1994) estudia la subhasta de cinquanta propietats similars entre elles d'un banc comercial a Melbourne en la qual detecta un descens dels preus al llarg de la sessió. Val a dir que aquest podria ser fruit d'una disminució de la qualitat dels béns venuts. Però, en aquesta subhasta els ítems no semblen estar ordenats de més a menys valuosos. Un altre resultat interessant d'aquest estudi és que la proporció de béns no

---

<sup>13</sup> VANDERPORTEN B. (1992): "Timing of bids at pooled real state auctions". *Journal of Real State Finance Economy*, vol. 5, p. 255-267.

venuts és més elevada cap al final de la sessió; , tot i que cal valorar-lo amb cautela car la quantitat d'observacions és limitada (hi va haver 6 propietats no venudes).

Un altre sector en el qual es detecta una disminució dels preus és el de l'art. Pesando i Shum (1996) van contrastar el fenomen en subhastes angleses de litografies de Picasso ocorregudes entre 1977 i 1993 en les principals sales de subhasta del Món. Els seus resultats confirmen la presència d'un descens dels preus: el nombre de descensos doble el d'augments i, globalment, el preu de la primera venda és un 9% superior al preu de la segona. Però, dues litografies de la mateixa sèrie poden presentar diferències d'estat de conservació o de qualitat d'impressió. Els mateixos autors expliquen que el personal de Christie's i de Sotheby's de Nova York va confirmar que quan coincidien dues litografies "iguals" en una mateixa sessió, la millor era oferta primer. Així doncs, la disminució dels preus pot reflectir una disminució de la qualitat de les obres.

Per evitar aquest problema els autors contrasten les diferències de preus d'adjudicació de litografies "iguals" venudes amb un o dos dies de diferència a Sotheby's i Christie's de Nova York. En conjunt Sotheby's ven sempre més car, aquesta diferència és més gran quan la subhasta a Sotheby's és anterior a la de Christie's. Això confirmaria un descens dels preus. Malauradament, la mostra de la qual disposen és massa petita per generar resultats estadísticament significatius (només en 5 casos va vendre Sotheby's primer, les diferències de preu són del 28%, contra el 9% de la situació inversa).

Un estudi molt interessant és el realitzat per Beggs i Graddy (1997) [veure també Beggs i Graddy (1996)] que treballen amb béns heterogenis subhastats a l'alça. Els autors analitzen preus d'adjudicació de peces d'art contemporani assolits a la sala Christie's de Londres (1980-1994); en total unes 5.000 peces venudes en 38 subhastes. També estudien les vendes d'objectes d'art impressionista i modern, a les sales Christie's i Sotheby's de Londres i Nova York (1980-1990), que comprenen més de

15.000 observacions repartides en més de 150 subhastes. Els autors comparen la sèrie de preus d'adjudicació amb una sèrie de preus estimats establerts abans de la subhasta. Concretament, utilitzen la mitjana entre els valors estimats màxims i mínims que apareixen en el catàleg previ a la subhasta que confecciona la pròpia sala. Les seves conclusions corroboren el descens dels preus. Tanmateix, estan subjectes, com els autors indiquen, a les característiques de la sèrie de preus estimats.

En un treball de Bauwens i Ginsburgh (1994) es valora precisament aquest punt. L'anàlisi de més de 1.600 observacions de plata anglesa recollides a les sales Sotheby's i Christie's entre 1976 i 1990 permet als autors estudiar les estimacions màxims i mínims dels preus que apareixen en els catàlegs previs a les subhastes. Detecten que, en general, Sotheby's sobreestima els mínims i infraestima els màxims, mentre que Christie's té una tendència a menysvalorar-ho tot. Quan els béns són més cars la tendència a menysvalorar s'accentua en ambdues sales. Si la política de les sales pel tipus de peces estudiades per Beggs i Graddy (1997) és la mateixa, aleshores, les conclusions del treball d'aquests autors poden no ser certes.

Les subhastes de joies també ofereixen una certa evidència d'aquest fenomen, tot i que molt pobre. Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996) presenten un estudi en el qual s'analitza els preus d'adjudicació de peces de joieria. Es tracta de subhastes a l'alça ocorregudes entre el juny de 1993 i el maig de 1994 al Mont de Pietat de Paris. Els seus resultats confirmen un descens dels preus per una de les cinc categories de béns que els autors han considerat homogènies.

Efectivament, sembla que només es produeix un descens dels preus pels objectes d'or. La manca d'evidència en les altres quatre categories cal valorar-la tenint present les característiques pròpies d'aquest mercat. Per un costat, conviuen compradors



professionals i amateurs, és a dir que els jugadors no són simètrics. Per l'altre, el veritable propietari de l'objecte és, en paraules dels autors del treball, un venedor captiu atès que no té influència sobre el preu de reserva.

El descens dels preus al llarg de la sessió també s'observa en sectors més quotidians. Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) comproven el fenomen en subhastes de bestiar; en aquestes subhastes el descens s'accentua al final de la sessió. Els autors també comenten que a l'hora de ser subhastats els animals són ordenats de més a menys valuosos. Sembla ser que existeix un altre treball previ que comprova el descens dels preus en subhastes diàries de bestiar dels mateixos autors de l'any 1992 segons referencien Burguet i Sakovics (1994)<sup>14</sup>.

Deltas (1999) també estudia subhastes diàries de bestiar. Així, analitza 16 subhastes públiques ocorregudes entre l'octubre de 1987 i l'abril de 1988. Al igual que Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) detecta un descens dels preus al llarg de les sessions. Aquest autor s'interessa específicament per l'efecte del nombre total de béns subhastats sobre el comportament dels preus i detecta que els preus baixen més ràpid quan hi ha menys béns per vendre. D'altra banda, constata que en subhastes més reduïdes, els preus dels primers béns venuts són superiors als dels primers animals venuts en subhastes més grans. Tanmateix, els preus mitjos són més elevats en les subhastes extenses. Val a dir que Deltas (1999) no considera que el descens dels preus estigui localitzat cap al final de la sessió. Pel que respecta l'ordre en el qual es disposa els ítems, coincideix amb Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) al trobar que els preus estimats disminueixen al llarg de la sessió, és a dir que els animals són ordenats de més a menys valuosos.

---

<sup>14</sup> ENGELBRECHT-WIGGANS R., KAHN C.M. (1992): "An empirical analysis of dairy cattle auctions". Working paper. University of Illinois at Urbana-Champaign.

Una evidència més antiga i gairebé anecdòtica, atès que el resultat es basa en set vendes, és la de Milgrom i Weber (1982b). Els autors comproven que en la subhasta seqüencial anglesa de llicències en el sector de les telecomunicacions realitzada per Sotheby's (Nova York) al novembre de 1981 en mitjana els preus van baixar. Es pot fer notar que els set béns eren idèntics i que es raonable pensar que cap licitador desitjava un bé com a màxim. Per un altre costat, cal destacar que aquest tipus de béns poden ser considerats de valor comú.

Altres estudiosos han contrastat aquest fenomen. Gale i Hausch (1994) esmenten els treballs de Thiel i Petry (1990) i Taylor (1991), que treballen amb subhastes de segells<sup>15</sup>. Ginsburgh (1998), per la seva banda, cita un treball de Buccola (1982)<sup>16</sup> sobre subhastes de bestiar.

### 9.2 - Evidències en treballs experimentals

Un segon bloc de treballs on s'evidencia el fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió són els estudis experimentals.

Burns (1985) comprova l'evolució dels preus en subhastes angleses de laboratori en les quals els compradors són un grup d'estudiants; també valora l'evolució dels preus quan els compradors són professionals del sector de la llana. En ambdós casos detecta un descens dels preus. Però, mentre que els estudiants majoritàriament perceben el

---

<sup>15</sup> THIEL S., PETRY G. (1990): "Bidding behavior in second-price auctions: Rare stamps sales 1923-1937". Mimeo. TAYLOR W. (1991): "Declining prices in sequential auctions: An empirical investigation". Working Paper 90, Rice University.

<sup>16</sup> BUCCOLA S. (1982): "Price trends at livestock auctions". *American Journal of Agricultural Economy*, vol. 64, p. 63-69.

fenomen, el prevenen i, consegüentment, aquest tendeix a desaparèixer, els professionals no s'adonen del descens.

L'autor considera que les condicions de laboratori són diferents de les d'una subhasta real. Allí hi ha una pressió de temps molt important i, a més a més, hi ha petites diferències de qualitat i de pes dels lots de llana que cobreixen el fenomen. D'altra banda, molts professionals actuen per compte d'altri, així pot ser més important obtenir el bé que no pas aconseguir un bon preu. Més concretament, sembla ser que els professionals maximitzen el nombre d'unitats que adquireixen subjectes a la seva restricció pressupostària, mentre que els estudiants maximitzen els guanys. I són els segons els que conforme es repeteix l'experiment detecten el fenomen i, en conseqüència, eviten patir-lo. En canvi, en les subhastes a professionals el descens es manté tot i que es repeteixi l'encant, tal i com succeeix en la realitat.

Keser i Olson (1996) simulen subhastes seqüencials de béns homogenis en les quals cada comprador només desitja un bé. Són subhastes de primer preu. Les valoracions dels compradors provenen d'una distribució uniforme. Els autors opten per un entorn en el qual no apareix cap de les circumstàncies a les que s'ha recorregut per justificar els descens dels preus. L'únic factor que no poden controlar totalment és l'aversion al risc dels compradors, que per sí sola sembla insuficient per explicar el fenomen [McAfee i Vincent (1993)]. Keser i Olson (1996) detecten un descens dels preus al llarg de la sessió quan els licitadors actuen per compte propi i quan ho fan per compte d'altri (agents).

Els resultats presenten matisos interessants que és convenient comentar. Es detecta que el descens dels preus sembla atenuar-se en les darreres unitats venudes, és a dir que la magnitud del fenomen depèn de la posició en la qual es ven el bé. A més a més,

aparentment l'aversion al risc no és constant per a totes les unitats. En algunes posicions sistemàticament els compradors liciten per sobre del que seria esperable en cas de neutralitat en front al risc.

Finalment, es pot assenyalar que estudien l'eficiència de les subhastes. Tot i que en alguns casos els resultats són ineficients, consideren que les subhastes seqüencials no són més ineficients que altres formes de subhastes múltiples (simultànies).

Aquests autors fan referència a una altra evidència experimental sobre el descens dels preus al llarg de la sessió. Es tracta d'un treball no publicat de Dorsey (1989)<sup>17</sup> en el qual es comprova el fenomen del descens dels preus en subhastes angleses i de primer i segon preu.

Pitchik i Schotter (1988) realitzen un experiment amb parells d'estudiants voluntaris per valorar l'efecte d'una restricció pressupostària en subhastes seqüencials de primer i segon preu en les quals es ven dos béns de valor diferent. Els autors detecten que una restricció pressupostària afecta la forma de licitar dels compradors: ofereixen pel primer bé una quantitat que, o bé els assegura l'adquisició del primer bé, o bé la del segon. És a dir que l'oferta pel primer bé és prou elevada com per reduir la capacitat de licitació de l'altre comprador en la segona subhasta suposant que adquireix el bé en la primera. Aquest resultat és cert sempre que l'oferta a fer pel primer bé no superi llur valoració per aquest bé. Els autors assenyalen que caldria estudiar el possible efecte de l'aversion al risc. Una altra observació molt interessant és que conforme es repeteix l'experiment els preus tendeixen a convergir cap un l'equilibri.

---

<sup>17</sup> DORSEY R.E. (1989): "Sequential sealed bid auctions". Ph. D. Dissertation. University of Arizona.

Altres resultats d'interès d'aquest estudi experimental són que el preu del primer bé és superior en una subhasta de segon preu en comparació a una de primer preu; a més a més, el preu obtingut per un bé venut primer en una subhasta de Vickrey és superior al preu obtingut pel mateix bé venut en segon lloc. Com abans es venguí el bé major és el seu preu, detecten doncs un descens dels preus (subhasta de Vickrey).

El darrer element dels seus resultats que aquí s'exposa és que el preu del primer bé venut és major com major sigui la restricció pressupostària del jugador que no adquireix el bé. En canvi, la relació o la no-relació que pugui tenir amb la valoració del bé d'aquest comprador no queda clara.

### 9.3 - Taula-síntesi

Estudi	Mecanisme de subhasta	Tipus de bé
Buccola (1982)	?	Bestiar
Milgrom i Weber (1982b)	Anglesa	Llicències (béns homogenis)
Burns (1985)	Anglesa	Dades experimentals (béns homogenis)
Pitchik i Schotter (1988)	Segon preu	Dades experimentals (béns heterogenis)
Ashenfelter (1989)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Dorsey (1989)	Anglesa, primer i segon preu	Dades experimentals (béns homogenis)
Thiel i Petry (1990)	?	Segells
Taylor (1991)	?	Segells
Ashenfelter i Genesove (1992)	Anglesa (opció qualitat)	Condominis (béns heterogenis)
Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1992)	?	Bestiar (béns heterogenis)
Vanderporten (1992)	Anglesa (opció qualitat)	Condominis (béns heterogenis)
McAfee i Vincent (1993)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Lusht (1994)	Anglesa	Propietats (béns homogenis)
Vittorio i Ginsburgh (1994)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996)	Anglesa	Objectes d'or (béns homogenis)

Keser i Olson (1996)	Primer preu	Dades experimentals (béns homogenis)
Pesando i Shum (1996)	Anglesa	Litografies Picasso (béns homogenis)
Beggs i Graddy (1997)	Anglesa	Art (béns heterogenis)
Ginsburgh (1998)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Deltas (1999)	?	Bestiar (béns heterogenis)
Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999)	?	Bestiar (béns heterogenis)

**Taula II: Taula-síntesi de treballs que evidencien el fenomen del descens dels preus**

#### 9.4 - *Altres evidències del descens dels preus*

Finalment, cal esmentar una evidència de caire qualitativa: la negació del fenomen per part dels organitzadors d'una subhasta. Si quan se subhasta repetidament béns homogenis els preus tendeixen a disminuir, és lògic per part dels compradors no precipitar-se en l'adquisició del bé. Els compradors liciten menys agressivament pels primers ítems i els preus d'aquests baixen. De fet, això succeeix en la simulació de Burns (1985) quan els estudiants detecten el descens dels preus. Per tant, el subhastador no té cap incentiu en desvelar aquest fenomen a qui no el conegui; car si els compradors liciten menys agressivament pels primers béns disminueixen els guanys globals del venedor.

Alguns autors han comentat precisament aquest fet: les estratègies dels venedors per evitar que els assistents a la subhasta percebin el descens dels preus. Ashenfelter (1989) esmenta algunes de les tàctiques emprades pels subhastadors com ara oferir primer els lots més petits o oferir l'opció de quantitat. Ja s'ha dit que Burns (1985) comenta que no oferir productes o lots exactament idèntics junt amb la velocitat en la qual es desenvolupa una subhasta real genera que els compradors no detectin el descens dels preus. Per la seva banda, Pesando i Shum (1996) expliquen que els

organitzadors de la subhasta eviten vendre dues litografies idèntiques en la mateixa sessió. Així, sembla que s'intenta tapar el fenomen, la qual cosa és, per si sola, una evidència de la seva existència.

## **10 - Perquè es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió?**

L'evidència indica que es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió. Cal doncs preguntar-se per les característiques específiques del fenomen: afecta a totes les subhastes, o només a algunes? En el primer cas és raonable buscar explicacions genèriques d'aquesta disminució que puguin ser aplicades a un encant qualsevol; tot i que una mateixa circumstància pot afectar diferentment a diversos mecanismes. Alguns autors donen arguments menys generals en tant que fan referència a variants específiques de les regles. En aquest context, només s'hauria de detectar el descens dels preus en algunes subhastes; en aquelles que contemplen les regles específiques que el generen. Val a dir que el fenomen pot ser fruit de diversos factors que poden complementar-se o potenciar-se.

A continuació s'exposa les propostes que alguns autors han desenvolupat per explicar el fenomen començant pels més generals. Al final, es recull a manera de síntesi, les principals característiques dels models formals que prediuen un descens dels preus (taula III).

### *10.1 - Arguments generals*

Entre les explicacions globals cal comentar l'**aversió al risc**. Un dels primers en fer-ne esment és Ashenfelter (1989). Segons aquest autor l'aversió al risc dels compradors ha de tenir una importància cabdal a l'hora d'explicar la disminució dels preus.

Quan McAfee i Vincent (1993) reprenen l'estudi d'Ashenfelter (1989) estudien formalment la rellevància de l'aversió al risc. Les seves conclusions són contundents: l'aversió al risc no és suficient per explicar el descens dels preus atès que només sota supòsit d'aversió absoluta al risc no decreixent amb la riquesa, supòsit que els mateixos autors critiquen per poc realista, es pot entendre la disminució. McAfee i Vincent (1993) treballen amb un model simètric de valor privats i l'adapten per analitzar la venda seqüencial de dos béns homogenis, tant mitjançant una subhasta de primer preu com una de segon preu, sota supòsit que cada comprador desitja adquirir un bé com a màxim.

En el segon període només resta un bé per vendre, és una subhasta única, tema que ja ha estat àmpliament estudiat; altrament dit, la pregunta d'interès és què oferir en el primer període. Siguin  $\{v_1, \dots, v_b, \dots, v_n\}$  els valors de reserva d'un conjunt de  $n > 2$  compradors. Per  $v_i$  es denota el valor de reserva d'un comprador qualsevol diferent de  $i$ . Els valors de reserva han estat extrets independentment d'una distribució  $f(v)$  amb funció de distribució acumulada  $F(v)$ , aquesta informació és de domini públic. Els valors de reserva dels compradors estan ordenats:  $v_1 > v_2 > \dots > v_n$ . Sigui  $B_i(v_i)$  la licitació més elevada d'entre tots els compradors diferents de  $i$ , i sigui  $u(v_i - P)$ , on  $P$  és el preu que paga  $i$  per l'adquisició del bé, la utilitat de  $i$  quan adquireix el bé, altrament és nul·la. Sigui  $G_i(B_i, v_i)$  el guany esperat del comprador  $i$  amb valor de reserva  $v_i$  quan ofereix  $B_i$ .

En una subhasta de segon preu el guany esperat d'un comprador  $i$  és



$$G_i(B_i, v_i) = E\{u(v_i - B_1(v_i)) / B_i > B_1(v_i)\} Prob(B_i > B_1(v_i)) + \\ E\{u(v_i - v_3) / B_i < B_1(v_i) \text{ i } v_i > v_3\} Prob(B_i < B_1(v_i) \text{ i } v_i > v_3)$$

és a dir, la utilitat esperada d'adquirir el bé en el primer període més la d'adquirir-lo en el segon si no l'ha adquirit en el primer.

A partir d'aquesta formulació els autors dedueixen una estratègia simètrica d'equilibri. Aquesta estratègia pura només existeix si la funció d'utilitat descriu una aversió absoluta al risc no decreixent amb la riquesa.

En una subhasta de segon preu, la licitació del comprador  $i$  en el període 1 compleix la condició següent:  $u(v_i - B_1(v_i)) = \int_0^{v_i} u(v_i - B_1(v_{-i})) \frac{(n-2)F(v_{-i})^{n-3} f(v_{-i})}{F(v)^{n-2}} dv_{-i}$ .

L'anàlisi d'una subhasta de primera licitació és més complexa atès que en el segon període els compradors manquen d'una estratègia pura dominant. Com ja s'ha vist la seva licitació (quan només es ven un bé) és fruit d'una estimació i, per tant, els compradors són sensibles a les senyals que perceben de l'entorn. El fet que s'anuncïi o no el preu assolit en la primera subhasta és rellevant. Els autors en el seu anàlisi suposen que aquesta informació es fa pública.

Sota aquestes hipòtesis dedueixen que la licitació en el segon període és

$$B_i^2(v) = \frac{(n-2)f(v)}{F(v)} \frac{u(v_i - B_i^2(v))}{u'(v_i - B_i^2(v))}, \text{ mentre que la del primer període és}$$

$$B_i^1(v) = \frac{(n-1)f(v)}{F(v)} \frac{u(v_i - B_i^1(v)) - u(v_i - B_i^2(v))}{u'(v_i - B_i^1(v))}$$

En ambdues subhastes es produeix un descens dels preus. A més a més, quan l'aversion al risc és decreixent amb la riquesa no existeix una estratègia pura d'equilibri, s'obre així la porta a una assignació a vegades ineficient. Un últim resultat és que en el cas descrit la subhasta de primer preu genera un preu esperat superior a la de segon preu que al seu torn és superior a una assignació simultània pel tercer valor més alt.

La idea continguda en aquest model és que un comprador es basa en el valor esperat de l'adquisició del bé en el segon període per determinar el cost de no aconseguir el bé en el primer període. El valor esperat de l'adquisició del bé en el període 2 depèn del valor que té el bé pel comprador i de la probabilitat que li sigui adjudicat. Per un comprador neutral al risc, el fet que aquest valor esperat sigui una variable aleatòria és irrellevant. En canvi, si la funció d'utilitat dels compradors denota aversion al risc, la incertesa genera que el valor d'adquirir el bé en el segon període sigui inferior al valor que per ells té aconseguir-lo en el primer. Així, el valor esperat del bé que es ven primer inclou el preu esperat del bé venut en segon lloc més una prima de risc associada a la incertesa del futur quan les utilitats dels compradors descriuen una aversion al risc absoluta no decreixent amb la riquesa.

Burguet i Sakovics (1994), seguint la proposta de McAfee i Vincent (1993), també elaboren un model en el qual el preu del primer bé té en compte el cost d'oportunitat de la no adquisició, o sigui el valor esperat del bé en la segona subhasta suposant que s'adquireix. Si les subhastes es produeixen en moments de temps diferents, aleshores, un comprador pot preferir assegurar-se l'adquisició del bé avui i, per tant, està disposat a pagar més pel bé avui que pel mateix objecte demà. Els autors assenyalen que qualsevol argument que implica que el valor del bé futur és inferior a l'actual justifica aquesta forma de descens dels preus; per exemple la incertesa en l'oferta (la quantitat de béns que apareixen en la subhasta és incert) o en la demanda (desconeixença referida a la quantitat de licitadors: en subhastes en les quals els compradors no són

professionals, el seu nombre varia força al llarg de la sessió; d'altra banda una restricció pressupostària pot produir aquest efecte).

La **disminució de la competència**, entesa com una reducció del nombre de licitadors, pot explicar un decrement dels preus atès que un major nombre de compradors implica un preu esperat més elevat, i viceversa. Així, si conforme avança la sessió es pot argumentar que baixa el nombre de licitants, aleshores el descens dels preus és una conseqüència esperable. Fehr (1994) proposa un model en el qual dos béns idèntics són venuts seqüencialment mitjançant una subhasta anglesa; opta per una variant en la qual el preu va augmentant de forma contínua fins que només resta un sol comprador. Aquest fet permet que en la primera subhasta de la seqüència cada jugador percebi les licitacions màximes dels altres, sempre i quan participi en la subhasta. Les valoracions dels compradors són independents i considera que alguns d'ells poden tenir costos de participar en cada una de les subhastes.

Atès que en la primera venda es genera informació sobre les valoracions de la resta de compradors, un licitant pot estimar l'oportunitat que té d'obtenir el bé en la segona subhasta. Per no guanyar-la no entra en la segona venda si té costos de participació. En la mesura que alguns compradors tinguin uns costos de participació positius, la competència en la segona subhasta disminueix i, conseqüentment, el preu. Això és cert tant si els compradors desitgen adquirir un bé com varis (tots valorats per igual), quan només es posa a la venda un sol bé a la vegada. El descens dels preus és doncs generat per l'abandó dels compradors de l'opció de participar en subhastes futures.

Sigui  $\rho \geq 0$  el cost global al qual està sotmès un comprador per participar en cada una de les vendes. La probabilitat que  $\rho > 0$  és  $\alpha$ . Quan  $\alpha = 0$ , és a dir que per a qualsevol

comprador  $\rho=0$ , aleshores el preu esperat en ambdues vendes és el mateix (resultat congruent amb el que havia deduït Vickrey (1961)). En l'altre extrem, quan  $\rho>0$  per a tots els compradors, el preu esperat en la segona venda és nul atès que només participa un comprador, es produeix doncs un descens dels preus. En una situació mixta, en la segona subhasta només es perd alguns compradors, en aquest cas el preu en la segona venda és inferior o igual al de la primera.

La importància del nombre de compradors és un factor plenament acceptat. Shubik (1983) explica de les subhastes a l'*Hotel Drouot* de París al segle XIX que algunes persones treien beneficis d'adquirir peces a les dues de la tarda, quan hi havia pocs assistents, i revendre-les a les quatre, hora de major concurrència. Els organitzadors de les sales de subhasta locals d'art i antiguitats, en les quals el grau de professionalització dels assistents és limitat, i el nombre de compradors fluctua al llarg de la sessió, sovint situen els objectes més valuosos en termes monetaris en el moment on preveuen una major assistència. Més recentment, Nelson (1995) ha comprovat la importància del nombre de participants empíricament. Així doncs, l'argument de Fehr (1994) és consistent amb el que succeeix en subhastes reals.

Tanmateix, el seu model és insuficient per explicar el descens dels preus anteriorment descrit. Costa imaginar una sessió de subhastes on hi hagi costos de participació per cada una de les vendes i, a més a més, només s'obtingui informació d'aquelles vendes en les quals es participi; la qual cosa implica un moviment de compradors que van entrant i sortint de la sala. Un procediment amb aquestes característiques potser seria imaginable en les vendes en subhasta per internet; un sector que, sens dubte, està en expansió.

D'altra banda, l'autor explica que una licitació agressiva en la primera subhasta a fi de desincentivar la participació d'altres compradors en la segona subhasta és una bona

estratègia quan un comprador desitja més d'un bé. Però, en la mesura que els jugadors estableixen estratègies capcioses per desorientar els seus contrincants, la informació recollida mitjançant l'observació de les licitacions en la primera venda és menor i la possible participació en vendes posteriors més incerta. Precisament, un article de Bikhchandani (1988) tracta de l'efecte de la reputació dels compradors en sèries de subhastes similars. Així, analitza subhastes de valor comú en les quals participen dos compradors. Cal remarcar una de les seves conclusions: depenent del mecanisme de subhasta pot convenir o no licitar agressivament. Concretament, aquest autor analitza subhastes de primer preu i sèries de segon preu; per les segones aquesta estratègia agressiva és raonable.

Finalment, convé comentar que els resultats descrits per Fehr (1994) no són directament transposables a altres mecanismes com ara una subhasta holandesa en la qual no es genera tanta informació en la primera venda. Nogensmenys, qualsevol argument que impliqui una disminució de la competència (per exemple, en una subhasta de peix la pressió per acabar aviat i poder anar a vendre al capvespre el peix de platja en una peixateria, límits en la capacitat adquisitiva, cansament...) explica un descens dels preus per tot mecanisme de subhasta.

La **restricció pressupostària** ha estat específicament estudiada com a causa del descens dels preus per Pitchik i Schotter (1986). Aquests autors analitzen un model en el qual dos béns diferents són venuts seqüencialment mitjançant una subhasta de segon preu i una de primer preu a dos compradors. Les valoracions són independents i els compradors estan sotmesos a una restricció pressupostària. No es limita però el nombre de béns que cada licitador adquireix, poden comprar un o dos béns.

La idea intuïtiva és que si en la primera venda s'erosiona el poder adquisitiu del comprador que adquireix l'objecte, en la segona venda licita menys fort i, per tant, l'altre participant aconsegueix el segon bé per un preu inferior. De fet, com en el model anterior, el descens dels preus és generat per la disminució de la competència, tot i que aquesta, en comptes de ser fruit de l'abandó definitiu dels compradors, és explicada per la transformació dels jugadors en compradors de menor poder adquisitiu. Aquesta explicació no és fàcilment extensible a béns homogenis. La problemàtica de subhastes seqüencials de béns heterogenis és més complexa i ha estat menys estudiada. Si béns diferents són posats a la venda seqüencialment i el preu relatiu al valor de l'objecte no és constant (aquests autors prediuen un descens), aleshores, l'ordre en el qual es ven els béns pot ser una variable d'interès. Efectivament, detecten diferències en els resultats quan es varia l'ordre en el qual se subhasta els articles, el preu és major com abans es vengui. Per tant, el venedor hauria de disposar-los de major a menor valor a fi d'obtenir un guany més elevat.

Val a dir, però, que els seus resultats són diferents per ambdós mecanismes de subhasta tractats. Els resultats d'una subhasta de Vickrey no són mai inferiors als d'una de primera licitació, mentre que poden ser superiors. Aquesta conclusió també és vàlida pel preu del primer bé; mentre que és a l'inrevés pel preu del segon.

En un altre treball més recent de Pitchick (1995) la recerca se centra en l'anàlisi dels guanys esperats del venedor. L'autora detecta que aquests poden dependre de l'ordre en el qual són venuts els béns. Per arribar a aquesta conclusió analitza un model en el qual es ven seqüencialment dos béns a dos compradors amb valoracions i rendes independents. Els compradors estan sotmesos a una restricció pressupostària (llur renda). Analitza una subhasta de primer preu i una de segon preu i busca un equilibri simètric.

L'estudi li permet concloure: 1) Quan els compradors no poden licitar per sobre de la seva renda, el guany esperat depèn només de l'ordre en el qual es ven els béns. Quan els béns són diferents, l'ordre condiciona l'assignació i aquesta afecta el guany esperat. El preu en canvi sí que depèn del mecanisme de subhasta escollit; el preu d'adjudicació del primer bé és superior en una subhasta de segon preu. 2) El preu esperat és creixent en funció de la renda  $i$ , per tant, en el cas de produir-se increments en les rendes la seqüència de preus seria a l'alça. 3) Quan no hi ha canvis en la renda aquest resultat no es manté: la seqüència és a l'alça per a una subhasta de primer preu i a la baixa per a una de segon preu.

La capacitat limitada de compra també ha estat estudiada per Engelbreght-Wiggans i Kahn (1999). Aquests autors estudien un model en el qual  $s$  béns són venuts a  $n > s$  compradors neutrals al risc que només desitgen un bé. Les preferències dels compradors no són independents entre elles; no obstant això, tenen una component personal. D'altra banda, els béns són heterogenis. Finalment, el model descriu un descens dels preus al llarg de la sessió que és conseqüència d'una disminució de la competència; aquesta al seu torn és fruit de la capacitat limitada de compra. Tot i el descens dels preus els compradors no tenen incentius en esperar el final de la sessió per adquirir un bé atès que aquests no són iguals entre ells i al final podria no quedar-ne cap de la qualitat desitjada.

Una altra explicació interessant és la proposada per Bernhardt i Scoones (1994) que es basa en les **diferències en les valoracions**. Els autors consideren una seqüència de dues subhastes de segon preu en les quals es ven un bé en cada una a  $n > 2$  licitadors.

Els béns són estocàsticament equivalents. Els participants tenen valoracions independents i preferències unitàries. Així, es busca formalitzar situacions en les quals els compradors tenen limitat el nombre d'objectes que desitgen, situació que podria donar-se fruit d'una restricció pressupostària, per les característiques del bé...

Ambdues subhastes estan relacionades atès que globalment els compradors potencials busquen com a resultat de les dues vendes aconseguir un bé, són subhastes interdependents. Per aquest motiu, els autors introdueixen en el còmput del preu esperat en la primera venda el valor de l'opció de no adquirir l'objecte en aquesta venda, o sigui el benefici esperat de la segona venda, com a factor de descompte.

La segona venda és la darrera: es pot veure com una subhasta única. El preu que s'espera és doncs igual al segon valor de reserva més elevat dels  $n-1$  compradors que resten. Es defineix per  $O_1(n) = v_1$  el valor de reserva més elevat quan hi ha  $n$  licitadors i per  $O_2(n)$  el segon valor de reserva més elevat. De manera anàloga,  $O_1(n-1)$  i  $O_2(n-1)$  són respectivament el valor de reserva més elevat i el segon més elevat quan hi ha  $n-1$  compradors, o sigui en la segona venda. El segon bé s'adjudica al comprador que tingui com a valor de reserva  $O_1(n-1)$  per un preu igual a  $O_2(n-1)$ . La seva funció de pagament és  $O_1(n-1) - O_2(n-1)$ . Atès que els licitadors són simètrics tots tenen la mateixa probabilitat de ser el comprador amb major valor de reserva en la segona subhasta, és a dir que el guany esperat d'un participant en la segona subhasta,  $G_{i2}$ , és igual a  $\frac{1}{n-1} [O_1(n-1) - O_2(n-1)]$ .

Lògicament, el guany esperat d'un comprador  $i$  en la primera subhasta no pot ser inferior a  $G_{i2}$ , altrament s'esperaria a la segona venda. Si estableix com a licitació màxima en la primera subhasta  $B_{i1} = v_i - G_{i2}$  s'assegura que si s'adjudica el bé en la



primera venda la seva funció de pagament serà igual o superior al guany esperat en la segona venda. Aquesta és l'estratègia proposada per aquests autors. El preu de la primera venda depèn de la diferència entre les dues valoracions més elevades quan ja només queden  $n-1$  compradors.

Els preus esperats en la primera i en la segona venda són respectivament  $E(P_1) = O_2(n) - G_{12} = O_2(n) - \left\{ \frac{1}{n-1} [O_1(n-1) - O_2(n-1)] \right\}$  i  $E(P_2) = O_2(n-1)$ .

La diferència entre aquests dos preus esperats,  $E(P_1) - E(P_2)$ , és igual a  $O_2(n) - \left\{ \frac{1}{n-1} [O_1(n-1) + (n-2)O_2(n-1)] \right\}$ . En la primera venda el bé s'adjudica al comprador amb valor de reserva  $v_i = O_1(n)$ ; així en la segona venda  $O_2(n)$  passa a ser  $O_1(n-1)$ ; clarament  $E(P_1) - E(P_2) = \frac{n-2}{n-1} [O_1(n-1) - O_2(n-1)] \geq 0$ . El preu en la primera venda és superior al preu en la segona.

Els autors desenvolupen aquests resultats pel cas en el qual els valors de reserva estan extrets independentment d'una distribució uniforme [1, 2]. En aquest cas la diferència entre el preu esperat en la primera i la segona venda és igual a  $\frac{n-3}{n^3-n}$ .

Ginsburgh (1998) ofereix un tipus d'explicació diferent basada en el mal funcionament de les subhastes. Segons aquest autor la **no assistència** d'alguns compradors (realització d'ofertes prèvies per correu...) genera que aquests, amb menor informació, no apliquin la seva millor estratègia i paguin un sobrepreu. El fet de no seguir una estratègia òptima també pot ser fruit de la presència d'agents. Quan s'actua per encàrrec pot ser més important aconseguir el bé que no pas fer-ho a bon preu. De fet, la idea que els agents poden introduir distorsions en el resultat d'una subhasta no és

nova. Milgrom i Weber (1982b) ja havien suggerit aquesta possibilitat per explicar el descens dels preus al llarg de la sessió.

Una altra línia argumentativa és la presentada per de Frutos i Rosenthal (1998). Aquests autors presenten un exemple amb quatre compradors amb preferències unitàries que es disputen dos béns idèntics mitjançant una seqüència de subhastes de segon preu. En el seu plantejament no es manté el supòsit d'independència, al contrari treballen amb béns de valor comú que poden valer 0 o 1; tampoc no es manté el supòsit de simetria, dos compradors estan informats i els altres dos desinformats. Els seus resultats numèrics descriuen un preu superior en la primera de les dues vendes. La asimetria dels compradors ha estat específicament emprada per justificar el descens dels preus al llarg de la sessió per Katzman (1999).

### *10.2 - Arguments puntuals*

Entre les regles específiques cal esmentar la **incertesa en la quantitat**. Burguet i Sakovics (1994) analitzen aquest aspecte reprenent el plantejament de McAfee i Vincent (1993). Quan no es pot assegurar que hi ha una segona subhasta aleshores el cost d'oportunitat de no aconseguir el bé en la primera subhasta augmenta i, per tant, el preu del bé en la primera venda és superior al preu del bé en la segona.

Aquests autors distingeixen la incertesa en la quantitat exògena que anomenen incertesa en l'oferta, de l'endògena o incertesa en la demanda. La primera pot donar-se, per exemple, en una confraria de pescadors: allí la subhasta sol començar abans de que hagin arribat totes les barques, és a dir que hi ha una certa incertesa sobre el que

ha d'arribar, tot i que se'n té una idea aproximada. La segona la pot produir l'opció de quantitat sobre la qual se n'explica un altre model.

Si la incertesa és en l'oferta, els autors estudien el cas en el qual es ven  $1$  bé en una primera subhasta de segon preu i com a màxim  $s-1$  béns en un segon encant. És una anàlisi en la qual els valors de reserva dels compradors són independents, i cada un d'ells com a màxim desitja un bé. El nombre de béns que es posa a la venda en el segon encant no és conegut amb certesa fins a l'hora de la subhasta. Sigui  $k$  el nombre de béns que apareixen en la segona subhasta, aquestes unitats són adjudicades per un preu uniforme igual al  $k+1$ -èssim valor de reserva; es tracta d'una variant d'una subhasta de segon preu per  $s$  béns sota supòsit de preferències unitàries dels compradors [Vickrey (1961)]; en aquest mecanisme oferir una quantitat igual al valor de reserva és una estratègia dominant.

Sigui  $\alpha_m$  la probabilitat que en la segona subhasta es posi a la venda  $m$  béns  $m \leq s-1$  i  $\sum_{m=0}^{s-1} \alpha_m = 1$ , aquest fet és de domini públic. Siguin  $B_{i1}$  i  $B_{i2}$  les licitacions realitzades pel jugador  $i$  en la primera i en la segona venda respectivament, l'oferta en cada període és funció dels valors de reserva. Per  $B_{\bullet 1}$  i  $B_{\bullet 2}$  es denota la licitació d'un jugador qualsevol en cada un dels períodes. Sigui  $O_m(n)$  l'estadístic d'ordre situat en la posició  $m$  quan hi ha  $n$  valors de reserva.

El guany esperat d'un comprador  $i$  en la sessió és:

$$G_i = \text{Prob}(O_1(n-1) \leq B_{i1})E(v_i - B_{\bullet 1}(O_1(n-1)) / O_1(n-1) \leq B_{i1}) + \sum \alpha_m \text{Prob}(O_1(n-1) > B_{i1} \text{ i } B_{i1} \geq O_2(n-1))E(v_i - B_{\bullet 2}(O_2(n-1)) / O_1(n-1) > B_{i1} \text{ i } B_{i1} \geq O_2(n-1))$$

o sigui el que es guanya en el primer període suposant que s'adquireix el bé per la probabilitat d'adquirir l'ítem més el guany en el segon període suposant que no s'ha aconseguit el bé en el primer període i que efectivament s'adquireix en el segon per la probabilitat d'aquest esdeveniment.

A partir d'aquesta expressió, els autors dedueixen que l'estratègia simètrica d'equilibri  $B_{it}$  és igual a  $\alpha_0 v_i + \sum_{m=1}^{s-1} \alpha_m E(O_m(n-1) / O_1(n-1)) \leq v_i$ . Quan  $\alpha_0=0$ , és a dir si hi ha una segona subhasta amb certesa, la seqüència de preus és constant, altrament la seqüència és a la baixa.

Quan la incertesa és en la demanda també es produeix un descens dels preus. El model analitzat és el mateix, però  $s=2$  i  $\alpha$  és un paràmetre endogen (depèn dels compradors) en comptes de ser exogen. A efectes pràctics i en un context més general, això vol dir que els jugadors potencialment poden idear estratègies a fi de modificar aquest paràmetre en benefici seu (licitar agressivament...).

En el model concret de Burguet i Sakoviks (1994), les característiques dels licitadors són prou restrictives com per què siguin aliens a estratègies capcioses. Hi ha dos tipus de compradors: els que només desitgen un bé i els que en desitgen dos que valoren per igual. En aquesta situació  $\alpha$  depèn de que en la primera subhasta l'ítem s'adjudiqui a un comprador que desitja ambdós béns i faci ús de l'opció de quantitat; atès que valora els dos béns per igual en farà ús. És a dir  $\alpha$  denota la probabilitat que un comprador que desitja ambdós béns tingui opció de compra en el primer període.

Finalment, cal destacar que segons aquest model, independentment de la causa de la incertesa, aquesta genera un descens dels preus. De la mateixa manera, qualsevol circumstància que generi que el valor d'adquirir el bé en el segon període sigui menor

(despeses pel retard en l'adquisició, cost d'oportunitat del temps, altres costos de participació...) pot explicar un descens dels preus.

La incertesa en l'oferta, que és freqüent en subhastes de productes de la mar, ha estat represa com a argument per explicar el descens dels preus al llarg de la sessió per Jeitschko (1999). Aquest autor treballa en un context en el qual un nombre indeterminat de béns idèntics són venuts a  $n > 2$  compradors neutrals al risc. Cada licitador com a molt desitja una unitat del bé i les seves preferències són independents entre elles. Els béns són venuts seqüencialment en subhastes de segon preu. La seqüència de preus esperada està relacionada amb la probabilitat que hi hagi noves vendes. Si la probabilitat d'una futura venda és baixa, però tanmateix aquesta es produeix, aleshores el preu disminueix. D'altra banda, els preus també poden augmentar quan de cop es redueix una oferta amb la qual es contava.

En la línia de la incertesa en la demanda es pot emmarcar la proposta de Black i De Meza (1992). Si dos objectes idèntics anessin a ser subhastats, com a propietari en quin lloc preferiria que es vengués el seu, primer o segon? La resposta que donen Black i de Meza (1992) a aquesta pregunta és segon (suposant que els valors de reserva dels compradors són independents, que són neutrals al risc i que estan disposats a adquirir ambdós béns, però que la utilitat d'un segon bé no és superior a la d'un sol).

Aquests autors descriuen la situació en dos casos: 1) quan el valor del segon bé pel licitador  $i$ ,  $v_{i2}$ , és constant en funció del valor d'un sol bé,  $v_{i1}$ , i 2) quan el valor del segon bé és estocàstic. En ambdós casos el valor del segon ítem és inferior o igual al d'un sol bé [ $v_{i2} \leq v_{i1} \forall i$ ]. La subhasta analitzada és de segon preu, tot i que expliquen que els resultats són aplicables a una subhasta anglesa.

Per a cada una de les situacions proposen una estratègia de licitació simètrica d'equilibri per a la primera subhasta. La segona subhasta funciona com si n'hi hagués una de sola, essent la millor estratègia pels jugadors oferir  $v_{i2}$  si s'han endut el bé en la primera subhasta, i oferir  $v_{i1}$  altrament.

Els resultats són els següents:

1) Si  $v_{i2} = k v_{i1}$  on  $k$  és una constant tal que  $k \in [0,1]$ , aleshores l'estratègia simètrica d'equilibri en la primera subhasta és oferir  $B_{i1} = E[\max(v_{i2}, O_3(n))]$  on  $O_3(n)$  és la tercera valoració més elevada per un sol bé quan hi ha  $n$  compradors, suposant que la valoració de  $i$  per un bé és la segona més elevada.

2) Si  $v_{i2}$  és estocàstic,  $v_{i2} \leq v_{i1}$  i  $n > 2$ , aleshores novament, l'estratègia simètrica d'equilibri en la primera subhasta és oferir  $B_{i1} = E[\max(v_{i2}, O_3(n))]$  suposant que la valoració de  $i$  per un bé és la segona més elevada; mentre que si  $n=2$  la licitació adequada és:  $B_{i1} = v_{i2}$ .

L'estratègia consisteix doncs en oferir el que es paga en la segona subhasta suposant que les dues valoracions més elevades són iguals i l'altre comprador adquireix el bé. Aquesta estratègia genera un equilibri de Nash. La seqüència de preus resultant és a l'alça.

L'increment de preus que ells postulen és fruit del fet que l'equilibri és simètric, o sigui que tothom actua així i, per tant, que en una subhasta de segon preu el que es paga és el màxim d'aquesta funció corresponent a la segona persona amb la valoració més elevada. Tot i que buscar equilibris simètrics és des d'una òptica formal molt raonable, no sempre és fàcil posteriorment justificar que el model descriu la realitat.

Sovint els compradors no són simètrics (professionals i amateurs...). A més, els licitadors poden ser assidus i haver-se identificat entre ells (qui busca gangues, qui és d'idees fixes...). Si en una subhasta múltiple hom creu que no és el comprador amb la valoració més elevada no té sentit que actuï com si ho fos. Això no forçosament exclou que hi participi (pot creure que és el comprador amb la segona valoració més elevada).

En una segona aproximació del seu estudi, Black i de Meza (1992) introdueixen l'opció de quantitat. Aquesta regla capgira els resultats: no només els preus esperats en la segona venda no són més elevats, sinó que són inferiors. La base és que en la primera venda cal prevenir l'opció de quantitat licitant per sobre de qualsevol  $v_{12}$ . L'opció de quantitat provoca que les ofertes en la primera subhasta siguin més elevades en relació al cas en el qual no existeix aquesta opció. Aquest fet queda demostrat quan hi ha dos compradors, però consideren que també es pot donar quan n'hi ha més.

El resultat de la segona subhasta és més baix quan s'ofereix aquesta opció. Tanmateix, el global de la sessió sembla que és més avantatjós pel venedor. Els autors comproven aquesta afirmació numèricament per dos i tres compradors.

En resum, el canvi en les estratègies dels compradors quan poden escollir el nombre d'unitats que desitgen genera que es liciti més agressivament en la primera subhasta, la qual cosa permet justificar el descens dels preus al llarg de la sessió. Caldria veure si aquest fenomen és més acusat quan es relaxa el supòsit de neutralitat al risc. És important destacar que aquest model explica la disminució dels preus exclusivament en base a l'opció de quantitat i, per tant, en absència d'aquesta opció res no permet explicar-lo. En aquest sentit seria raonable que no es produís. De fet, aquests autors prediuen un increment dels preus; discrepen doncs de les conclusions de Vickrey

(1961) i Weber (1983) que consideren que sota supòsit d'independència la seqüència de preus en mitjana hauria de ser constant. Però, els autors clàssics fan un supòsit de preferències unitàries que Black i de Meza (1992) no mantenen.

Fernando Branco (1997) presenta un altre model en el qual els compradors poden adquirir més d'un bé, exactament dos com a màxim. A diferència dels treballs anteriorment comentats, en el seu estudi els **béns** són **complementaris** per alguns dels jugadors. El seu plantejament també prediu un descens dels preus al llarg de la sessió.

L'explicació és la següent:

Es ven  $s=2$  béns a 4 compradors que poden classificar-se en tres grups, un de tipus  $U_1$  que només desitja el bé 1, un de tipus  $U_2$  que només desitja el bé 2 i dos de tipus  $C$  que valoren ambdós béns i pels quals el valor del conjunt dels dos béns és superior a la suma del valor de cada bé per separat.

Sigui  $v_{U_1}$  el valor del bé 1 pel comprador de tipus  $U_1$ , sigui  $v_{U_2}$  el valor del bé 2 pel comprador de tipus  $U_2$  i sigui  $v_{C_i}$  el valor d'obtenir un sol bé per a cada comprador  $i$  de tipus  $C$ , mentre que  $2v_{C_i} + \alpha$  on  $\alpha > 0$  és el valor d'obtenir ambdós béns. Les valoracions són independents entre elles i els compradors són neutrals al risc. Els béns són venuts mitjançant dues subhastes angleses consecutives.

En el primer bé estan interessats tres compradors (els dos de tipus  $C$  i el de tipus  $U_1$ ). En l'expectativa de poder obtenir ambdós béns els dos compradors de tipus  $C$  estan disposats a pagar més enllà de la seva valoració individual pel bé. La quantitat que



estan disposats a abonar pel primer bé,  $B_{iC}$ , compleix la desigualtat següent:

$$v_{Ci} < B_{iC} \leq v_{Ci} + \alpha \quad \forall i.$$

En canvi, quan es posa a la venda el segon bé com a mínim un dels dos compradors de tipus  $C$  no està disposat a oferir cap quantitat superior a  $v_{Ci}$  i, per tant, la competència és inferior, en el sentit que disminueix el valor de reserva d'alguns compradors. En conseqüència, el preu esperat és menor. Altrament dit, la certesa per alguns compradors de no poder adquirir ambdós béns genera que estiguin menys interessats per l'objecte que s'està venent en aquell període. En la primera venda tots els compradors de tipus  $C$  opten a obtenir el lot sencer, en la segona com a màxim un. Aquesta idea és extensible a més béns.

Una altra regla que permet explicar el descens dels preus és l'**elecció de qualitat**. Gale i Hausch (1994) exposen un model en el qual hi ha dos objectes i dos licitadors amb preferències unitàries i valoracions independents. Es ven seqüencialment els dos béns mitjançant subhastes de Vickrey.

Els autors estudien dues situacions: en una és el venedor qui decideix l'ordre de venda dels béns, en l'altra ho fan els compradors mitjançant l'opció de qualitat. En ambdós casos hi ha un descens dels preus sempre que es vengui un bé en la primera subhasta atès que en la segona només resta un comprador i, per tant, en la mesura que el preu de reserva fixat pel venedor sigui nul, el preu de la segona venda és zero.

Quan es permet que els compradors escullin l'article que desitgen en la primera venda, l'estratègia dominant és participar sotmetent una oferta que depèn de la diferència de les valoracions individuals entre els dos béns per a cada participant. Lògicament es produeix un descens dels preus i, més interessant, l'assignació és eficient (o bé cada

comprador adquireix l'objecte que prefereix, o bé quan tots dos prefereixen el mateix ítem, el bé més cobejat se l'enduu qui està disposat a pagar-lo més car).

Amb l'opció de qualitat com més gran sigui la diferència entre les valoracions dels béns, més gran és el preu esperat en la primera subhasta. És a dir, el guany esperat del venedor depèn positivament de la dispersió de les valoracions. En aquest sentit el model de Gale i Hausch (1994) s'assembla al proposat per Bernhardt i Scoones (1994).

Quan no es permet aquesta opció, l'assignació resultant pot ser ineficient. D'altra banda, si el primer bé en venda no és el més desitjat, una bona estratègia pels compradors és oferir un preu baix car altrament s'arrisquen a que ningú no adquireixi el primer objecte, i pagar molt més per l'altre en la segona subhasta. Amb aquesta estratègia, en cas que el primer bé no sigui el preferit, un d'ell se'l queda per un preu molt baix (allò que els autors anomenen *bottom-fishing*). El preu en la segona subhasta segueix sent nul degut a les particularitats del seu model i, per tant, es produeix un descens dels preus.

Un aspecte recentment tractat és l'**ordre en el qual es ven els béns**. El descens dels preus relatiu al valor estimat en el cas de béns heterogenis venuts en ordre decreixent en funció del seu "valor real" és explicat pel model proposat per Beggs i Graddy (1997) per les diferències entre les valoracions dels compradors. Se subhasta dos béns diferents seqüencialment i es posa primer a la venda el més valuós (analitzen un model en el qual les preferències dels compradors tot i ser independents són molt similars, tothom ordena els béns de la mateixa manera). El preu d'aquest primer bé depèn en part del valor de reserva del segon licitador, mentre que el del segon bé depèn exclusivament del del tercer. Atès que el valor de reserva del tercer jugador és inferior

al del segon comprador, el preu del primer bé, corregit per les diferències de valor entre els dos objectes, és superior.

Concretament, els autors plantegen el problema següent: s'ha de vendre seqüencialment mitjançant subhastes angleses dos béns de diferent valor a  $n$  compradors neutrals al risc que individualment, com a màxim, desitgen un bé. Siguin  $v_1$  i  $v_2$  on  $v_2 = k v_1$  ( $0 < k \leq 1$ ) els valors del bé 1 i del bé 2 respectivament. El valor de reserva per cada comprador  $i$  pel primer bé és  $v_{i1}$ , mentre que pel segon bé és  $v_{i2}$ . Per a tot comprador  $i$  es compleix que  $v_{i2} = k v_{i1}$  on  $0 < k \leq 1$ . Els valors de reserva de compradors diferents són independents.

L'ordre de venda és decreixent en funció del valor. En el primer període es ven l'objecte més valuós, i en el segon el de menor valor.

La segona subhasta funciona com si fos única, l'estratègia dominant és continuar oferint una quantitat cada cop més elevada mentre aquesta no sigui superior al valor de reserva, el bé s'adjudica per un preu  $P_2$  igual al segon valor de reserva més elevat dels  $n-1$  licitadors que participen en la subhasta. Si la primera subhasta ha sigut eficient, en el sentit que el bé s'ha adjudicat a un dels dos compradors amb major valor de reserva, aleshores,  $P_2 = v_{32}$  on  $v_{32}$  és el tercer valor de reserva més elevat pel segon bé d'entre els  $n$  participants inicials. El guany esperat del comprador que adquireix el segon bé és  $G_{i2} = v_{i2} - v_{32}$ . D'altra banda, el guany esperat d'adquirir el primer bé és  $G_{i1} = v_{i1} - P_1$ , on  $P_1$  és el preu del primer bé.

Mentre  $G_{i1} > G_{i2}$  el comprador  $i$  prefereix adquirir el primer bé  $i$ , per tant, segueix licitant per ell. Això és cert fins que  $P_1 = v_{i1} - v_{i2} + v_{32} = v_{i1}(1 - k) + v_{32}$ . Atès que  $P_2 = v_{32}$  el primer bé es ven per un preu superior al segon. Aquesta diferència pot ser atribuïble a la diferència en qualitat (el primer bé és més valuós). Cal normalitzar aquests preus a fi que no estiguin afectats per les diferències entre els "valors reals" dels béns; la constància de preus es pot acceptar si es compleix que  $\frac{P_1}{v_1} = \frac{P_2}{v_2}$ .

Aquesta igualtat no es compleix. Fàcilment es pot veure que  $\frac{P_1}{v_1} > \frac{P_2}{v_2}$ . El model

mostra doncs que quan l'ordre de venda de béns diferents és decreixent en funció del valor s'espera que la seqüència dels preus relatius al valor de l'objecte al llarg de la sessió sigui a la baixa. Aquests autors a més demostren que l'ordenació de major a menor valor dels béns és la que permet al venedor extreure major profit global de la sessió.

La importància de l'ordre en el qual es ven els béns també s'ha posat de manifest en el model proposat per Pitchik (1995).

Efectivament, les regles de la subhasta que imposa el venedor condicionen el resultat de la venda; valgui d'exemple el model de Branco (1996). L'autor descriu una seqüència de subhastes angleses per adjudicar  $s$  béns homogenis a  $n$  licitadors que com a màxim desitgen un bé. En aquest model els jugadors coneixen els preus d'adjudicació dels béns venuts, i el venedor fixa preus de reserva diferents al llarg de la sessió a fi de maximitzar el seu guany discriminant així entre compradors. Com a

conseqüència la seqüència dels preus esperats és a la baixa. El propi autor considera que aquesta explicació no és satisfactòria per entendre el descens dels preus que s'observa en la realitat. No obstant això, una regla d'un mecanisme de subhasta que permeti discriminar entre compradors pot condicionar la seqüència de preus.

10.3 - Taula-síntesi

Treball	Mòbil de l'explicació	n	s	Independència valoracions	max <sub>c</sub> (s)
Pitchik i Schotter (1986)	restricció pressupostària	2	2	Sí	2
Black i de Meza (1992)	opció de quantitat	n	2	Sí	2
McAfee i Vincent (1993)	Aversió absoluta al risc no decreixent amb la riquesa	n	2	Sí	1
Bernhardt i Scoones (1994)	diferència valoracions	n	2	Sí	1
Burguet i Sakovics (1994)*	incertesa quantitat	n	2	Sí	2
Fehr (1994)	despesa participació	n	2	Sí	1
Pitchik (1995)	restricció pressupostària i ordre dels béns	2	2	Sí	2
Gale i Hausch (1994)	opció de qualitat	2	2	Sí	1
Branco (1996)	diversos preus de reserva	n	s	No	1
Beggs i Graddy (1997)	ordre dels béns	n	2	Sí	1
Branco (1997)	Complementarietat béns	4	2	Sí	2
De Frutos i Rosenthal (1998)	asimetria compradors (resultats numèrics)	4	2	No	1
Engelbreght-Wiggans i Kahn (1999)	capacitat limitada compra	n	s	No	1
Jeitschko (1999)	incertesa oferta	n	s	Sí	1
Katzman (1999)	asimetria compradors	n	2	Sí	2

**Taula III: Taula-síntesi de models que expliquen el descens dels preus al llarg de la sessió**

n: nombre de compradors, s: nombre de béns en venda, max<sub>c</sub>(s): nombre màxim d'objectes adquiribles per un comprador.

\* Aquests autors també descriuen una altra situació amb s objectes, però en períodes de temps diferents; no explica doncs el descens dels preus al llarg d'una sessió.

## 11 - Comentaris finals

En aquest capítol s'ha posat de manifest que els models teòrics clàssics postulen quelcom que no passa en la realitat. Concretament, prediuen que quan es ven successivament diversos béns mitjançant subhastes, la seqüència de preus esperada és en mitjana constant quan les valoracions dels compradors són independents, i augmenta altrament.

Hi ha evidència empírica d'un descens dels preus al llarg de la sessió. Aquest fenomen ha estat àmpliament descrit en subhastes a l'alça i, en menor mesura, en subhastes de primer i segon preu, pels dos darrers mecanismes les dades analitzades són experimentals. No s'ha trobat cap estudi que hagi valorat el comportament dels preus al llarg de la sessió en subhastes a la baixa. Tanmateix, la revisió de la literatura prèvia realitzada s'ha decantat majoritàriament cap a estudis publicats. Cal dir que basar-se en treballs publicats pot esbiaixar la selecció cap aquells que presenten resultats positius. No obstant això, el fenomen del descens dels preus és prou conegut com per a que també sigui d'interès presentar un treball amb resultats negatius, fet que sens dubte redueix el risc de basar-se majoritàriament en treballs publicats.

Cal assenyalar que l'evidència del fenomen no és encara prou extensa per saber amb precisió en quins casos es produeix. Aquest punt representa un límit en la cerca de la seva explicació en tant que no queda acotat el camp d'estudi. És doncs interessant estudiar els comportament dels preus en subhastes a la baixa a fi de delimitar millor el marc d'estudi teòric d'aquest fenomen. Precisament, un dels tres treballs que es presenta busca cobrir en part aquest buit. Es tracta, com ja s'ha dit, d'un estudi sobre la tendència dels preus en una subhasta holandesa amb dades de la llotja de peix de Tarragona.

Tanmateix, han sorgit un seguit de propostes per explicar l'existència d'aquest fenomen. Algunes són específiques i, per tant, només justifiquen la presència del descens dels preus en subhastes molt concretes. D'altres en canvi són més genèriques i expliquen que el fenomen sigui més generalitzat. En algun cas, fins i tot, el descens dels preus depèn del mecanisme de subhasta. És possible que la tendència dels preus al llarg de la sessió sigui fruit de diferents circumstàncies que puguin o no potenciar-se entre elles.

Es pot fer notar que gairebé totes les explicacions contemplen el supòsit d'independència de les valoracions, en aquest sentit només es qüestiona la constància dels preus. A més a més, la majoria suposa que com a màxim cada comprador només desitja un bé. Aquest supòsit, per un cantó és molt poc realista i, per l'altre, malauradament, sembla ser que els resultats que assoleixen els models sota supòsit de preferències unitàries no són aplicables allí on es viola aquest supòsit.

Pel que respecte a les explicacions que no contemplen el supòsit de preferències unitàries, cal dir que limiten el nombre de subhastes com a màxim a dos. No s'ha trobat cap model que no restringeixi la quantitat de béns que desitja cada comprador o no limiti el nombre de períodes de venda. Es pot comentar que quan els licitadors desitgen varies unitats del bé, aleshores, pot donar-se el cas que hagin d'escollir entre sacrificar unitats en pro d'un millor preu o garantir-se l'adquisició d'un major nombre d'unitats en detriment del preu. En general, els autors descriuen uns participants en les subhastes que maximitzen els seus guanys monetaris. No obstant això, en la realitat sembla ser que hi ha licitadors que poden tenir altres motivacions. Així, per exemple, agents a qui se'ls ha encomanat una determinada quantitat de béns poden preferir unitats a guanys, sobretot quan aquests guanys són els dels seus clients. De fet, aquesta



és precisament la situació que contempla el l'explicació proposada en aquest treball per explicar el descens dels preus (capítol IV).

Per altre costat, cal destacar que no s'ha explicat satisfactòriament el descens dels preus en una subhasta de primer preu, quan hi ha evidències de que també es produeix. En el capítol IV es proposa una explicació del fenomen per aquest mecanisme de subhasta.

L'últim punt que cal destacar és que donada l'existència d'aquest fenomen, quan els béns són diferents algunes estratègies d'ordenació generen majors guanys esperats pel venedor. Aquestes estratègies són: 1) ordenar de major a menor valor i 2) ordenar de major a menor dispersió de les valoracions. Hi ha evidència que en algunes subhastes la disposició dels objectes a vendre és congruent amb el primer criteri. Aquest seria el cas majoritari dels compradors a la llotja de peix de Tarragona que són objecte d'estudi (capítol III). D'altra banda, és possible que aquesta mateixa ordenació en el cas d'obres d'art també compleixi el criteri de dispersió segons els resultats del tercer estudi que es presenta (capítol V).

*II – ASPECTES GENERALS I DESCENS DELS PREUS*