

## CAPÍTULO 3:

### ESTIMACIÓN DE LA ETTI MEDIANTE EL EMPLEO DE UNA REGRESIÓN POSIBILÍSTICA

#### 3.1. ESTIMACIÓN DE LA ETTI A TRAVÉS DE LA CURVA DE RENTABILIDADES

##### 3.1.1. Planteamiento general e hipótesis

Los diversos modelos que a continuación proponemos para la estimación de la curva de rentabilidades de la deuda pública, corresponden a los analizados en el epígrafe 2.1. y adaptados al hecho de que partimos de observaciones sobre la variable dependiente –rentabilidad de las referencias- cuya cuantificación se realiza a través de números borrosos, dada la incertidumbre de los datos. Como método de regresión para el ajuste de la curva de rentabilidades proponemos el modelo de regresión posibilística de Tanaka ya analizado en el apartado 2 de la primera parte de la tesis. Asimismo, realizamos a continuación una serie de hipótesis previas para poder posteriormente ajustar la curva de rentabilidades a partir de los modelos propuestos en el apartado 2.1. de esta parte.

*Hipótesis 1:* La TIR o la tasa instantánea de rentabilidad del r-ésimo título durante una sesión concreta puede ser expresada a través de un número borroso L-R de Dubois y Prade, en concreto, a partir de un número borroso L-L simétrico de Dubois y Prade. Así, representamos la rentabilidad de los títulos negociados en una sesión como:

$$\tilde{y}_r = (y_C^r, y_R^r)_L \quad y_C^r, y_R^r \geq 0, r = 1, 2, \dots, k$$

La aceptación de esta hipótesis implica considerar que la rentabilidad de una referencia en un día concreto es "aproximadamente  $y_C$ ", en lugar de aceptar que es exactamente  $y_C$ ; lo cual consideramos que tras lo expuesto en el apartado 1.5 es más adecuado.

*Hipótesis 2:* La rentabilidad observada para cada título es un  $\alpha$ -corte del número borroso que la cuantifica para un nivel  $\alpha^*$  arbitrario prefijado por el observador. Dicho intervalo queda expresado a través de su centro y su radio como  $\langle y_C^r, y_R^r \rangle$ .

Como el  $\alpha$ -corte de  $\tilde{y}_r$ ,  $y_{r_{\alpha^*}}$ , vienen dados por  $y_{r_{\alpha^*}} = [y_C^r - y_R^r L^{-1}(\alpha^*), y_C^r + y_R^r L^{-1}(\alpha^*)]$ , la relación entre el centro y el radio del intervalo de confianza considerado y el centro, el radio y la función forma del número borroso del que provienen vendrá dado por las siguientes relaciones:

$$y_C^r = y_C^r \text{ y } y_R^r = L^{-1}(\alpha^*)y_R^r, 0 \leq \alpha^* \leq 1, r = 1, 2, \dots, k$$

De alguna forma, el parámetro  $\alpha^*$ , que es el nivel arbitrario al que el decisor observa el  $\alpha$ -corte del número borroso  $\tilde{y}_r$ , podemos interpretarlo como el nivel de incertidumbre que dicho decisor percibe en el mercado. Si este elige un  $\alpha^*$  poco elevado, la rentabilidad observada para el bono  $r$   $\tilde{y}_r$  tiene un menor radio –es menos incierta-, y por tanto, el decisor otorga mayor fiabilidad a la horquilla de rentabilidades –o precios- observada. Asimismo, creemos que  $\alpha^*$  puede ser interpretado como aversión al riesgo del decisor, ya que al aumentar el valor de dicho parámetro se incrementa la incertidumbre de las observaciones, y por tanto dicho decisor percibe un mayor riesgo.

Para hallar  $y_C^r$ , nuestra propuesta es, tanto si se trata de la rentabilidad de la referencia número  $r$  medida como tanto efectivo anual, como si se mide como tasa instantánea, tomar el centro del intervalo delimitado por la rentabilidad mínima y la máxima negociada durante la sesión expresada como tanto efectivo anual o tasa instantánea, según el caso; y para  $y_R^r$ , el radio correspondiente a dicho intervalo.

Analizamos a continuación la metodología que seguiremos, que será común, cuando adaptemos los modelos analizados en 2.1.1.2, 2.1.1.3 y 2.1.1.4 al hecho de que las observaciones realizadas vienen dadas por números borrosos. Partiremos en todos los casos de que la variable dependiente y los parámetros vienen expresados a través de su  $\alpha^*$ -corte, siendo  $\alpha^*$  el nivel al que el decisor ha obtenido el  $\alpha$ -corte de  $\tilde{y}^r$ . Dado que la expresión del  $\alpha^*$ -corte que obtendremos al estimar  $\tilde{y}^r$  mediante la regresión posibilística de Tanaka,  $\hat{y}^r$ , es:

$$\langle \hat{y}_C^r, \hat{y}_R^r \rangle = \sum_{j=0}^m \langle a'_{jC}, a'_{jR} \rangle X_j^r = \left\langle \sum_{j=0}^m a'_{jC} X_j^r, \sum_{j=0}^m a'_{jR} X_j^r \right\rangle$$

Evidentemente, el objetivo es estimar el centro y el radio del  $\alpha^*$ -corte de los parámetros  $a'_{jC}$  y  $a'_{jR}$  respectivamente. Notamos como  $X_j^r$  la observación de la variable  $j$ -ésima para la referencia  $r$ , que corresponde a una variable relacionada con el vencimiento del título, siendo por tanto una variable cierta. Asimismo,  $\hat{y}_C^r$ ,  $\hat{y}_R^r$  son las estimaciones que sobre el centro y el radio del  $\alpha^*$ -

corte correspondiente a la rentabilidad del título  $r$  que realizamos tras estimar los parámetros  $a'_{jC}$  y  $a'_{jR}$ .

Una vez obtenidos  $a'_{jC}$  y  $a'_{jR}$ , obtendremos el centro y el radio de los números borrosos del que provienen sin más que identificar  $a_{jC} = a'_{jC}$ , y  $a_{jR} = \frac{a'_{jR}}{L^{-1}(\alpha^*)}$ . Igualmente, la estimación realizada sobre la rentabilidad del  $r$ -ésimo título es también inmediata. Ésta será un número borroso que hallaremos como:

$$\hat{y}^r = (\hat{y}_C^r, \hat{y}_R^r)_L = \sum_{j=0}^m (a_{jC}, a_{jR})_L X_j^r = \left( \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^r, \sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^r| \right)_L$$

Para determinar los parámetros  $a_{jC}$  y  $a_{jR}$ , deberemos hallar previamente  $a'_{jC}$  y  $a'_{jR}$  planteando el programa lineal:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{r=1}^k \sum_{j=0}^m a'_{jR} |X_j^r| = \sum_{j=0}^m a'_{jR} \sum_{r=1}^k |X_j^r| \quad [4a]$$

sujeto a:

$$\hat{y}_C^r - \hat{y}_R^r = \sum_{j=0}^m a'_{jC} X_j^r - \sum_{j=0}^m a'_{jR} |X_j^r| \leq y_C^r - y_R^r \quad r=1,2,\dots,k \quad [4b]$$

$$\hat{y}_C^r + \hat{y}_R^r = \sum_{j=0}^m a'_{jC} X_j^r + \sum_{j=0}^m a'_{jR} |X_j^r| \geq y_C^r + y_R^r \quad r=1,2,\dots,k \quad [4c]$$

$$\hat{y}_C^r - \hat{y}_R^r = \sum_{j=0}^m a'_{jC} X_j^r - \frac{1}{L^{-1}(\alpha^*)} \sum_{j=0}^m a'_{jR} |X_j^r| \geq 0 \quad r=1,2,\dots,k \quad [4d]$$

$$a_{jR} \geq 0 \quad j=0,1,\dots,m \quad [4e]$$

Respecto a la función objetivo [4a] y las restricciones [4b], [4c], y [4e], son las expuestas en el epígrafe dedicado a la regresión borrosa de la primera parte de la tesis. El bloque de restricciones [4d] es asegura la no negatividad de la TIR correspondiente a cualquier bono de los  $k$  que componen la muestra analizada.

### 3.1.2. Implementación de los diversos modelos de estimación de la curva de rentabilidades considerando los datos de partida como números borrosos triangulares

A continuación presentamos los resultados obtenidos para el 22-1-1999 al aplicar el método de regresión posibilística propuesto en los diversos modelos de la curva de rentabilidades. En todos los casos se ha tomado una función forma  $L(x) = \text{Max} \{0, 1-|x|\}$ , es decir, la correspondiente a un número borroso triangular. Por tanto,  $L^{-1}(\alpha) = 1-\alpha \forall \alpha \in [0,1]$ . Así, cada parámetro estimado será un NBT simétrico que notaremos como  $\tilde{a}_j = (a_{jC}, a_{jR}) \forall j$ . De esta forma, la estimación realizada sobre la rentabilidad de un bono americano con vencimiento en  $t$  predefinido por el decisor,  $\tilde{y}_t$  vendrá dada por un número borroso triangular cuya función de pertenencia será:

$$\mu_{\tilde{y}_t}(x) = \begin{cases} \frac{x - \left( \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^t - \sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^t| \right)}{\sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^t|} & \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^t - \sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^t| \leq x \leq \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^t \\ \frac{\left( \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^t + \sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^t| \right) - x}{\sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^t|} & \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^t \leq x \leq \sum_{j=0}^m a_{jC} X_j^t + \sum_{j=0}^m a_{jR} |X_j^t| \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Siendo  $X_j^t$  la  $j$ -ésima variable a considerar para el hipotético bono que vence en  $t$ , y que estará relacionada con el vencimiento de dicho bono.

### 3.1.2.1. Ajuste de la curva de rentabilidades mediante la interpolación lineal

Debemos señalar que de los métodos que se proponen para la curva de rentabilidades será el único que no precisa de la utilización de la regresión borrosa, si bien, si que es necesario partir de las hipótesis realizadas en 3.1.1. Asimismo, como en el caso de certeza, se parte de que la rentabilidad de las  $k$  referencias que componen la muestra vienen expresadas como tanto efectivo anual. El número borroso que cuantificará esta rentabilidad según la primera hipótesis, será un número borroso simétrico  $\tilde{I}_r = (I_C^r, I_R^r)_L$ , cuyo centro será el centro del intervalo que delimitan la TIR mínima y máxima a las que se negoció el  $r$ -ésimo título. El radio se halla una vez el decisor ha elegido el nivel de confianza  $\alpha^*$  correspondiente al conjunto de TIRs negociadas. Para estimar la rentabilidad de un bono con vencimiento en un diferimiento  $t$  (normalmente supondremos que  $t$

es entero), tomaremos la rentabilidad del bono con el vencimiento anterior más cercano,  $\tilde{I}_r = (I_C^r, I_R^r)_L$  en  $t_r$ , y el del posterior más cercano,  $\tilde{I}_{r+1} = (I_C^{r+1}, I_R^{r+1})_L$  que vence en  $t_{r+1}$ . La rentabilidad para un título que vence en  $t$  será un NB simétrico  $\tilde{I}_t = (I_C^t, I_R^t)_L$  que se calculará como:

$$\tilde{I}_t = \frac{t_{r+1} - t}{t_{r+1} - t_r} \tilde{I}_r + \frac{t - t_r}{t_{r+1} - t_r} \tilde{I}_{r+1}$$

obteniéndose entonces:

$$\begin{aligned} (I_C^t, I_R^t)_L &= \frac{t_{r+1} - t}{t_{r+1} - t_r} (I_C^r, I_R^r)_L + \frac{t - t_r}{t_{r+1} - t_r} (I_C^{r+1}, I_R^{r+1})_L = \\ &= \left( \frac{t_{r+1} - t}{t_{r+1} - t_r} I_C^r + \frac{t - t_r}{t_{r+1} - t_r} I_C^{r+1}, \frac{t_{r+1} - t}{t_{r+1} - t_r} I_R^r + \frac{t - t_r}{t_{r+1} - t_r} I_R^{r+1} \right)_L \end{aligned}$$

Así, las rentabilidades estimadas el 22/1/99 siguiendo este método para bonos de hasta 10 años de vencimiento tomando  $\alpha^* = 0$  ó 0,5, son:

t	$\alpha^* = 0$	$\alpha^* = 0,5$
1	(0,02955, 0)	(0,02955, 0)
2	(0,02872, 0)	(0,02872, 0)
3	(0,03071, 0,00024)	(0,03071, 0,00047)
4	(0,03113, 0,00003)	(0,03113, 0,00005)
5	(0,03294, 0,00013)	(0,03294, 0,00025)
6	(0,03471, 0,00020)	(0,03471, 0,00040)
7	(0,03597, 0)	(0,03597, 0)
8	(0,03693, 0,00014)	(0,03693, 0,00027)
9	(0,03826, 0,00012)	(0,03826, 0,00023)
10	(0,03855, 0,00005)	(0,03855, 0,00010)

Las estimaciones realizadas son triangulares y simétricas, ya que se ha considerado que los números borrosos de partida tienen dicha naturaleza. Se puede observar, al igual que en todos los demás casos que estudiaremos, que a medida que se toma un  $\alpha^*$  mayor (en nuestro caso  $\alpha^* = 0,5$ ), la incertidumbre aumenta. Es decir, el centro es el mismo para  $\alpha^* = 0$  y 0,5, pero los radios para  $\alpha^* = 0,5$  son mayores.

### 3.1.2.2 Estimación polinómica

En este caso hemos tomado un polinomio de 4º grado para el modelo del apartado 2.1.1.2. De esta forma, deberemos tener en cuenta que la variable dependiente  $\tilde{y}_r \equiv \tilde{I}_r$ , siendo  $\tilde{I}_r$  el número borroso que cuantifica la rentabilidad interna de la r-ésima referencia es un tanto efectivo anual. Asimismo, las variables independientes son  $X_j^r \equiv (t_r)^j, j \in \{0,1,2,3,4\}$ . Así, la rentabilidad estimada para un bono con vencimiento en t será:

$$\tilde{I}_t = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 t + \tilde{a}_2 t^2 + \tilde{a}_3 t^3 + \tilde{a}_4 t^4$$

y  $\tilde{I}_t$  es:

$$\tilde{I}_t = (I_C^t, I_R^t)_L = (a_{0C}, a_{0R}) + (a_{1C}, a_{1R})t + (a_{2C}, a_{2R})t^2 + (a_{3C}, a_{3R})t^3 + (a_{4C}, a_{4R})t^4$$

Los resultados de la regresión posibilística referentes al 22-1-1999, tomando  $\alpha^*=0$  y 0,5 son los siguientes:

	$\alpha^*=0$	$\alpha^*=0,5$
$\tilde{a}_0$	(0,02919376, 0,00072589)	(0,02919376, 0,00145178)
$\tilde{a}_1$	(-0,00086305, 0)	(-0,00086305, 0)
$\tilde{a}_2$	(0,00052164, 0)	(0,00052164, 0)
$\tilde{a}_3$	(-4,7465E-05, 0)	(-4,7465E-05, 0)
$\tilde{a}_4$	(1,3608E-06, 0)	(1,3608E-06, 0)

Siendo el valor de la función objetivo  $z = 0,01524$ .

A continuación obtenemos el nivel de pertenencia de las rentabilidades estimadas para bonos con vencimientos enteros (1,2,...,10 años) a través de MCO, en la función característica de su estimación utilizando la regresión posibilística. Estos valores nos indican hasta que punto la estimación mediante MCO discrepa de la obtenida a través de números borrosos. En la última fila, indicamos cual el grado de pertenencia que por término medio presenta la estimación MCO dentro de la estimación posibilística.

Vencimiento (años)	$\alpha^*=0$	$\alpha^*=0,5$
1	0,77	0,89
2	0,67	0,83
3	0,68	0,84
4	0,77	0,89
5	0,89	0,94
6	0,99	1,00
7	0,93	0,96
8	0,90	0,95
9	0,91	0,96
10	0,96	0,98
<b>Media</b>	<b>0,85</b>	<b>0,92</b>

Podemos comprobar que en todos los casos la estimación MCO nos conduce a resultados casi idénticos a los que se obtienen mediante la regresión posibilística, ya que toman un nivel de verdad medio del 0'85 si el modelo posibilístico fue estimado para  $\alpha^*=0$  y de 0'92 para  $\alpha^*=0'5$ . Estos resultados indican que las estimaciones obtenidas mediante MCO toman unos niveles muy cercanos a la verdad absoluta en los números borrosos obtenidos al realizar la regresión posibilística.

### 3.1.2.3. El modelo de Cohen, Kramer y Waugh

En este caso, partimos del modelo del apartado 2.1.1.3. tomando como variable dependiente  $\tilde{y}_r \equiv \tilde{I}_r$ . Por otra parte, para las variables independientes observamos que  $X_1^r \equiv t_r$  y  $X_2^r \equiv (\ln t_r)^2$ . De esta forma, la rentabilidad estimada para un hipotético bono americano que venza en  $t$  será:

$$\tilde{I}_t = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 t + \tilde{a}_2 (\ln t)^2$$

y por tanto:

$$\tilde{I}_t = (I_C^t, I_R^t)_L = (a_{0C}, a_{0R}) + (a_{1C}, a_{1R})t + (a_{2C}, a_{2R})(\ln t)^2$$

Así, los resultados de la regresión posibilística referentes al 22-1-1999, tomando  $\alpha^*=0$  y 0,5, son los siguientes:

	$\alpha^*=0$	$\alpha^*=0'5$
$\tilde{a}_0$	(0,02814259, 0,00099685)	(0,028142594, 0,0019937)
$\tilde{a}_1$	(0,00032441, 0)	(0,00032441, 0)
$\tilde{a}_2$	(0,00133701, 4,6839E-05)	(0,00133701, 9,3679E-05)

con  $z = 0,02093$ . El nivel de presunción de la estimación MCO de las rentabilidades en las estimaciones realizadas mediante NB de las rentabilidades de los bonos y obligaciones del Estado para bonos con vencimientos de hasta 10 años son:

Vencimiento (años)	$\alpha^*=0$	$\alpha^*=0,5$
1	0,85	0,92
2	0,81	0,90
3	0,89	0,94
4	0,96	0,98
5	1,00	1,00
6	0,97	0,99
7	0,97	0,98
8	0,98	0,99
9	0,99	1,00

10	0,95	0,98
<b>Media</b>	<b>0,94</b>	<b>0,97</b>

Puede observarse, igual que en el caso anterior, que los valores obtenidos en certeza son prácticamente los centros de los números borrosos que se obtienen mediante regresión posibilística. Incluso, para  $\alpha^*=0,5$  el nivel medio de verdad para las rentabilidades estimadas para estos vencimientos en el apartado 2.1.1.3 son prácticamente ciertos en las rentabilidades borrosas que se deducen de los parámetros  $\tilde{a}_0$ ,  $\tilde{a}_1$  y  $\tilde{a}_2$  estimados en éste epígrafe.

### 3.1.2.4. El modelo de Bradley y Crame.

En este modelo la variable dependiente es la rentabilidad del título medida como tanto instantáneo de interés, es decir,  $\tilde{y}_t \equiv \ln(1 + \tilde{I}_t)$ , y suponemos que  $\ln(1 + \tilde{I}_t)$  es un número borroso triangular, por lo que  $\tilde{I}_t$  no lo será. Asimismo, identificamos como variables independientes:

$$X_1^t \equiv t_r \text{ y } X_2^t \equiv \ln t_r$$

Así, la estimación de los parámetros  $\tilde{a}_0$ ,  $\tilde{a}_1$  y  $\tilde{a}_2$  permitirá inferir el tanto interno que debe ofrecer una referencia con vencimiento en un determinado t a través de un tanto instantáneo de interés  $\ln(1 + \tilde{I}_t)$  como:

$$\ln(1 + \tilde{I}_t) = (\ln(1 + I_t)_C, \ln(1 + I_t)_R)_L = (a_{0C} + a_{1C}t + a_{2C} \ln t, a_{0R} + a_{1R}t + a_{2R} |\ln t|)_L$$

En este caso, si podremos obtener la función de pertenencia de la rentabilidad expresada como tanto efectivo anual,  $\tilde{I}_t$ , ya que a través del principio de extensión de Zadeh  $\mu_{\tilde{I}_t}(y) = \bigvee_{y=e^x-1} \mu_{\ln(1+\tilde{I}_t)}(x) = \mu_{\ln(1+\tilde{I}_t)}[\ln(1+y)]$ , obtendremos para una función forma L(x) cualquiera la función de pertenencia de  $\tilde{I}_t$  a través de  $\ln(1 + \tilde{I}_t)$  como:

$$\mu_{\tilde{I}_t}(y) = \begin{cases} L\left(\frac{|\ln(1+y) - \ln(1+I_t)_C|}{\ln(1+I_t)_R}\right) & e^{\ln(1+I_t)_C - \ln(1+I_t)_R} - 1 \leq y \leq e^{\ln(1+I_t)_C + \ln(1+I_t)_R} - 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Por supuesto, si en el análisis estamos analizando números borrosos triangulares, deberemos tener en cuenta que  $L(x) = \text{Max}\{0, 1-|x|\}$ .

Los resultados de la regresión obtenidos el 22/1/1999 para los mismos valores de  $\alpha^*$  que en los casos anteriores son:



	$\alpha^*=0$	$\alpha^*=0,5$
$\tilde{a}_0$	(0,02718054, 0,00120611)	(0,02718054, 0,00241222)
$\tilde{a}_1$	(0,00084448, 0)	(0,00084448, 0)
$\tilde{a}_2$	(0,0011501, 0)	(0,0011501, 0)

En este caso podemos observar que en este ejemplo los parámetros  $\tilde{a}_1$  y  $\tilde{a}_2$  son números ciertos ya que su radio es cero. Evidentemente, este resultado no puede generalizarse, pues únicamente realizamos la estimación de la curva de rentabilidades para una sesión determinada.

Obteniéndose un grado de incertidumbre de la función objetivo  $z=0,02533$ . Para finalizar, el nivel de presunción de la estimación MCO realizada en el apartado 2.1.1.4 para la misma sesión dentro de las estimaciones realizadas mediante números borrosos triangulares simétricos para cada uno de los posibles vencimientos considerados es:

Vencimiento (años)	$\alpha^*=0$	$\alpha^*=0,5$
1	0,75	0,88
2	0,59	0,80
3	0,50	0,75
4	0,44	0,72
5	0,40	0,70
6	0,37	0,69
7	0,35	0,67
8	0,33	0,66
9	0,31	0,65
10	0,30	0,65
<b>Media</b>	<b>0,43</b>	<b>0,72</b>

Observamos que, aunque la similitud de la estimación que se obtiene en certeza respecto a la que se obtiene mediante números borrosos es elevada para  $\alpha^*=0,5$ , no lo es, para  $\alpha^*=0$ - el nivel de verdad de la estimación MCO al ser inferior al 0,5 se situaría en una posición más cercana a la no pertenencia que a la pertenencia-. En ambos casos, los niveles de pertenencia asociados son inferiores a los de los modelos anteriores.

### 3.1.2.5. Comentarios a los resultados obtenidos

Respecto a los resultados obtenidos mediante interpolación lineal, no ha sido expuesta la adecuación del método en certeza respecto a su adaptación en borrosidad, ya que por propia construcción, el nivel de presunción de la estimación realizada en certeza debe ser 1.

Respecto a los métodos en los cuales se utiliza métodos de regresión, podemos realizar las siguientes observaciones:

- a) Cuanto mejor ajuste proporciona el método en condiciones de “certeza”, medida a través del coeficiente de determinación, menos incierta es la estimación que obtenemos mediante la regresión posibilística medida a través del valor de la función objetivo de la regresión,  $z$ , y por tanto, mejor es el ajuste que proporciona este método.
- b) Los modelos que utilizan como variable explicada el rendimiento medido como tanto efectivo anual –todos a excepción del de Bradley y Crame- proporcionan un mejor ajuste tanto en la estimación MCO –medida a través del coeficiente de determinación- como en la regresión posibilística –el valor de la función objetivo es menor-. Asimismo, en este caso los resultados obtenidos con MCO y la regresión posibilística están más próximos, es decir, las estimaciones MCO toman un mayor nivel de verdad en la correspondientes a la regresión de Tanaka. Así en la estimación polinómica y la realizada a través del modelo de Cohen *et al.* observamos que las estimaciones realizadas para la rentabilidad en certeza toman un nivel de verdad de casi absolutamente cierto en el NB que cuantifica las rentabilidades de bonos con el mismo vencimiento.
- c) Las estimaciones realizadas mediante MCO se adecuan mejor a sus correspondientes posibilísticas a medida que aumenta el nivel  $\alpha^*$  para el cual es implementado el modelo de regresión posibilístico. Por tanto, dicha adecuación se incrementa a medida que consideramos la rentabilidad observada en las referencias que componen la muestra como más inciertas. En este caso sólo hemos tomado  $\alpha^*=0$  y  $\alpha^*=0,5$ , pero ello se seguiría cumpliendo si utilizamos más niveles de presunción, ya que aumentando el valor de  $\alpha^*$ , los datos de la variable independiente son más inciertos, y por tanto, las estimaciones realizadas sobre la curva de rentabilidades también lo son.

### 3.1.3. Estimación de la ETTI a través de la curva de rentabilidades

Los modelos anteriores permiten inferir la rentabilidad que debe ofrecer un bono que paga cupones periódicos cuyo vencimiento es  $t$  años, pero no permiten estimar directamente el interés que rige en el mercado para dicho vencimiento. A continuación analizaremos el procedimiento a seguir, basado en el método del bono par que ya ha sido expuesto en el apartado 2.1.2.1. en un ambiente de certeza, y que deberá ser adaptado al hecho de que la rentabilidad de los “bonos par” vendrá dada a través de números borrosos.