$$= (1-\beta)\int_0^1 \left[\sum_{t=d}^{w-x-1} {}_tE_x^1(\alpha)\right] d\alpha + \beta\int_0^1 \left[\sum_{t=d}^{w-x-1} {}_tE_x^2(\alpha)\right] d\alpha =$$

$$= (1-\beta)\left[\sum_{t=d}^{w-x-1} {}_tp_x \int_0^1 f_t^1(\alpha)d\alpha\right] + \beta\left[\sum_{t=d}^{w-x-1} {}_tp_x \int_0^1 f_t^2(\alpha)d\alpha\right]$$

4.7.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única

La variable borroso aleatoria pérdida $\tilde{L}_p$ vendrá caracterizada, para un nivel α, por una variable aleatoria inferior y por una variable aleatoria superior las cuales, si ordenamos sus realizaciones en orden creciente, presentan la siguiente forma:

$$L_P^i(\alpha) = \begin{cases} 0 - P_P & \text{con } {}_dp_x \\ \ddot{a}^i_{\overline{t-d+1|}}(\alpha) - P_P & \text{con } {}_{t|}q_x,\ t = d, d+1, \ldots, w-x-1 \end{cases} \qquad i=1,2.$$

Asimismo, para un nivel α, la función de distribución $\tilde{F}[X]$ vendrá dada por la función de distribución inferior, $F^1[X](\alpha)$ y la superior $F^2[X](\alpha)$, de forma que para i=1,2 toman la siguiente forma:

$$F^{3-i}[X](\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } X < -P_P \\ {}_dq_x & \text{si } -P_P \le X < f_d^i(\alpha) - P_P \\ {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x & \text{si } {}_{d|}\ddot{a}^i_{\overline{t-d+1|}}(\alpha) - P_p \le X < {}_{d|}\ddot{a}^i_{\overline{t-d+2|}}(\alpha) - P_p,\ t = d, \ldots, w-x-2 \\ 1 & X \ge {}_{d|}\ddot{a}^i_{\overline{w-x-d|}}(\alpha) - P_p \end{cases}$$

Asimismo, el 1-ε percentil de $\tilde{L}_p$, presentará los siguientes α-cortes, en cada uno de los niveles ε para los que se analice la solvencia:

- Si $0<1-\varepsilon\le {}_dq_x$, $Q_\alpha^\varepsilon = [-P_P, -P_P]$, es decir, es el número crisp P_p.
- Si ${}_dq_x<1-\varepsilon\le {}_dq_x + {}_{d|}q_x$, $Q_\alpha^\varepsilon = [f_d^1(\alpha), f_d^2(\alpha)] - P_P$
- Si ${}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \le {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t+1} {}_{r|}q_x$, $Q_\alpha^\varepsilon = [{}_{d|}\ddot{a}^1_{\overline{(t+1)-d+1|}}(\alpha), {}_{d|}\ddot{a}^2_{\overline{(t+1)-d+1|}}(\alpha)] - P_P$, donde $t\in\{d, d+1, \ldots, w-x-2\}$

De esta forma, el recargo cierto a aplicar, Q^ε, de forma que quede asegurado un nivel de solvencia ε, vendrá dado, para una aversión al riesgo β', si $0<1-\varepsilon\le {}_dq_x$,

$Q^\varepsilon = -P_p$

Si ${}_{d}q_x<1-\varepsilon\leq {}_{d}q_x+{}_{d|}q_x$:

$$Q^{\varepsilon}= (1-\beta')\int_0^1 f_d^1(\alpha)d\alpha+\beta'\int_0^1 f_d^2(\alpha)d\alpha \text{ - } P_P$$

Asimismo, si buscamos Q^{ε} tal que ${}_{d}q_x+\sum_{r=d}^{t}{}_{r|}q_x<1-\varepsilon\leq {}_{d}q_x+\sum_{r=d}^{t+1}{}_{r|}q_x$ para $t\in\{d,\ldots,w-x-2\}$ se obtiene:

$$Q^{\varepsilon}=(1-\beta')\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}^1_{\overline{(t+1)-d+1|}}(\alpha)d\alpha+\beta'\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}^2_{\overline{(t+1)-d+1|}}(\alpha)d\alpha-P_P=(1-\beta')\int_0^1\sum_{r=d}^{t+1}f_r^1(\alpha)d\alpha+$$

$$+\beta'\int_0^1\sum_{r=d}^{t+1}f_r^2(\alpha)d\alpha \text{ -}P_P=(1-\beta')\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 f_r^1(\alpha)d\alpha+\beta'\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 f_r^2(\alpha)d\alpha \text{ - } P_P$$

4.7.3. Determinación de las primas cuando el interés de actualización viene dado a través de un único número borroso triangular para toda la duración del contrato

La prima pura borrosa $\tilde{P}_p$, se obtiene, como siempre, planteando $\tilde{E}[L]=0$, sus α-cortes $P_{p\alpha}$, serán entonces:

$$P_{p_\alpha}=\left[\sum_{t=d}^{w-x-1}\left(1+i^3-(i^3-i^2)\alpha\right)^{-t}{}_{t}p_x,\ \sum_{t=d}^{w-x-1}\left(1+i^1+(i^2-i^1)\alpha\right)^{-t}{}_{t}p_x\right]$$

De esta forma, su valor cierto, P_p, se hallará para un para un valor β dado como:

$$P_p=(1-\beta)\sum_{t=d}^{w-x-1}{}_{t}p_x\int_0^1(1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-t}d\alpha+\beta\sum_{t=d}^{w\text{-}x\text{-}1}{}_{t}p_x\int_0^1(1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-t}d\alpha$$

Para hallar la expresión analítica de P_p deberemos tener en cuenta tres supuestos:

a) Si d=0, la renta es vitalicia, inmediata y anticipada:

$$P_p=1+(1-\beta)\left[\frac{\ln\frac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2}{}_{1}p_x+\sum_{t=2}^{w-x-1}\frac{\left(1+i^2\right)^{-t+1}-\left(1+i^3\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^3-i^2\right)}{}_{t}p_x\right]+$$

$$+\beta\left[\frac{\ln\frac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1}{}_{1}p_x+\sum_{t=2}^{w-x-1}\frac{\left(1+i^1\right)^{-t+1}-\left(1+i^2\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^2-i^1\right)}{}_{t}p_x\right]$$

b) Si d=1, siendo en este caso una renta inmediata y vencida:

$$P_p = (1-\beta)\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2}\,{}_1p_x + \sum_{t=2}^{w-x-1}\frac{(1+i^2)^{-t+1}-(1+i^3)^{-t+1}}{(t-1)(i^3-i^2)}\,{}_tp_x\right]+$$

$$+\beta\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1}\,{}_1p_x + \sum_{t=2}^{w-x-1}\frac{(1+i^1)^{-t+1}-(1+i^2)^{-t+1}}{(t-1)(i^2-i^1)}\,{}_tp_x\right]$$

c) Y si d≥2, se obtiene entonces:

$$P_p = \left[(1-\beta)\sum_{t=d}^{w-x-1}\frac{(1+i^2)^{-t+1}-(1+i^3)^{-t+1}}{(t-1)(i^3-i^2)} + \beta\sum_{t=d}^{w-x-1}\frac{(1+i^1)^{-t+1}-(1+i^2)^{-t+1}}{(t-1)(i^2-i^1)}\right]{}_tp_x$$

Respecto a la función de distribución de $\tilde{L}_p$, si las realizaciones han sido ordenadas en forma creciente, la función de distribución inferior y superior son, para un α dado:

$$F^1[X](\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } X < -P_P \\ {}_dq_x & \text{si } -P_P \le X < (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-d} - P_p \\ {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x & \text{si } {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+1|}\,i^1+(i^2-i^1)\acute{a}} - P_P \le X < {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}\,i^1+(i^2-i^1)\acute{a}} - P_p,\ t=d,\dots,w-x-2 \\ 1 & \text{si } X \ge {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{w-x-d|}\,i^1+(i^2-i^1)\alpha} - P_p \end{cases}$$

$$F^2[X](\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } X < -P_P \\ {}_dq_x & \text{si } -P_P \le X < (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-d} - P_p \\ {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x & \text{si } {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+1|}\,i^3-(i^3-i^2)\alpha} - P_P \le X < {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}\,i^3-(i^3-i^2)\alpha} - P_p,\ t=d,\dots,w-x-2 \\ 1 & \text{si } X \ge {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{w-x-d|}\,i^3-(i^3-i^2)\alpha} - P_p \end{cases}$$

Obteniéndose entonces los cuantiles de $\tilde{L}_p$, $\tilde{Q}^\varepsilon$, a través de sus α-cortes como:

- Si $0<1-\varepsilon\le {}_dq_x$, $Q_\alpha^\varepsilon = \left[-P_p, -P_p\right]$, es decir, $-P_p$.
- Si ${}_dq_x<1-\varepsilon\le {}_dq_x + {}_{d|}q_x$,

  $$Q_\alpha^\varepsilon = \left[(1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-d}, (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-d}\right] - P_p$$

- Si ${}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \le {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t+1} {}_{r|}q_x$, donde $t\in\{d, d+1, \dots, w-x-2\}$

$$Q_\alpha^\varepsilon = \left\lfloor {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{(t+1)-d+1}|i^3-(i^3-i^2)\alpha}, {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{(t+1)-d+1}|i^1+(i^2-i^1)\alpha} \right\rfloor - P_p$$

Siendo por tanto, el recargo de seguridad cierto a repercutir, Q^ε, de forma que se obtenga un nivel ε de estabilidad, se halla, para un parámetro β' prefijado como:

- Si $0<1-\varepsilon\leq {}_dq_x$: $-P_p$
- Si ${}_dq_x<1-\varepsilon\leq {}_dq_x+{}_{d|}q_x$,

$$Q^\varepsilon = (1-\beta')\int_0^1 (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-d} d\alpha + \beta' \int_0^1 (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-d} d\alpha - P_p$$

Debiéndose contemplar en esta circunstancia tres casos posibles:

a) Si d=0, $Q^\varepsilon = 1-P_p$

b) Si d=1:

$$Q^\varepsilon = (1-\beta')\frac{\ln\frac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2} + \beta'\frac{\ln\frac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1} - P_p$$

c) Si d≥2:

$$Q^\varepsilon = (1-\beta')\frac{(1+i^2)^{-d+1}-(1+i^3)^{-d+1}}{(d-1)(i^3-i^2)} + \beta'\frac{(1+i^1)^{-d+1}-(1+i^2)^{-d+1}}{(d-1)(i^2-i^1)} - P_p$$

- Si ${}_dq_x+\sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \leq {}_dq_x+\sum_{r=d}^{t+1} {}_{r|}q_x$, para $t\in\{d,d+1,\ldots,w-x-2\}$, se obtiene:

$$Q^\varepsilon = (1-\beta')\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-r} d\alpha + \beta'\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-r} d\alpha - P_p$$

Debiéndose contemplar asimismo, tres casos:

a) Si d=0:

$$Q^\varepsilon = 1 + (1-\beta')\left[\frac{\ln\frac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2} + \sum_{r=2}^{t+1}\frac{(1+i^2)^{-r+1}-(1+i^3)^{-r+1}}{(r-1)(i^3-i^2)}\right] +$$

$$+\beta'\left[\frac{\ln\frac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1} + \sum_{r=2}^{t+1}\frac{(1+i^1)^{-r+1}-(1+i^2)^{-r+1}}{(r-1)(i^2-i^1)}\right] - P_p$$

b) Si d=1:

$$Q^{\varepsilon} = (1-\beta')\left[\frac{\ln\frac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3 - i^2} + \sum_{r=2}^{t+1}\frac{(1+i^2)^{-r+1} - (1+i^3)^{-r+1}}{(r-1)(i^3 - i^2)}\right] +$$

$$+\beta'\left[\frac{\ln\frac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2 - i^1} + \sum_{r=2}^{t+1}\frac{(1+i^1)^{-r+1} - (1+i^2)^{-r+1}}{(r-1)(i^2 - i^1)}\right] - P_p$$

c) Y si d≥2, se obtiene entonces:

$$Q^{\varepsilon} = (1-\beta')\sum_{r=d}^{t+1}\frac{(1+i^2)^{-r+1} - (1+i^3)^{-r+1}}{(r-1)(i^3 - i^2)} + \beta'\sum_{t=d}^{t+1}\frac{(1+i^1)^{-r+1} - (1+i^2)^{-r+1}}{(r-1)(i^2 - i^1)} - P_p$$

4.7.4. Aplicación numérica

En este epígrafe ejemplificamos las cuestiones analizadas en los apartados anteriores si el asegurado tiene 45 años y suscribe una renta inmediata (d=0), vitalicia y anticipada de 100 unidades monetarias y usándose las bases técnicas de siempre. Es inmediato comprobar que la prima pura borrosa es $\tilde{P}_p = \tilde{\ddot{a}}_{45}$, por lo que los α-cortes $P_{p\alpha}$ son:

$$P_{P\alpha} = \left[100 \cdot \sum_{t=0}^{69}(1'05 - 0'02\alpha)^{-t}\,{}_t p_{45},\, 100 \cdot \sum_{t=0}^{69}(1'02 + 0'01\alpha)^{-t}\,{}_t p_{45}\right]$$

y, entonces, P_P se hallará para una β determinada como:

$$P_P = (1\text{-}\beta)1838{,}36 + \beta 2251{,}30$$

Y si tomamos como en anteriores aplicaciones β = 0'75, se obtiene P_P = 2148,06.

La función pérdida $\tilde{L}_p$, vendrá dada para un nivel α dado, por la función de pérdida inferior $L_p^1(\alpha)$ y superior $L_p^2(\alpha)$. Si las realizaciones han sido ordenadas en orden creciente, éstos toman la siguiente forma:

$$L_p^1(\alpha) = 100 \cdot \ddot{a}_{\overline{t+1}|0'05-0'02\alpha} - 2148'06 \text{ con } {}_{t|}q_{45},\ t = 0,1,\ldots,69$$

y,

$$L_p^2(\alpha) = 100 \cdot \ddot{a}_{\overline{t+1}|0'02+0'01\alpha} - 2148'06 \text{ con } {}_{t|}q_{45},\ t = 0,1,\ldots,69$$

De esta forma, $F^1[X](\alpha)$ y $F^2[X](\alpha)$ se hallan a partir de $L^1_P(\alpha)$ y $L^2_P(\alpha)$ respectivamente, siendo el rendimiento que se obtiene:

$$F^1[X](\alpha)=\begin{cases} 0 & \text{si } X<100-2148'06 \\ \sum_{r=0}^{t} {}_{r|}q_{45} & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'02+0'01\alpha}-2148'06\leq X<100\ddot{a}_{\overline{t+2}|0'02+0'01\alpha}-2148'06,\ t=0,...,68 \\ 1 & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{70}|0'02+0'01\alpha}-2148'06\leq X \end{cases}$$

y,

$$F^2[X](\alpha)=\begin{cases} 0 & \text{si } X<100-2148'06 \\ \sum_{r=0}^{t} {}_{r|}q_{45} & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'05-0'02\alpha}-2148'06\leq X<100\ddot{a}_{\overline{t+2}|0'05-0'02\alpha}-2148'06,\ t=0,...,68 \\ 1 & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{70}|0'05-0'02\alpha}-2148'06\leq X \end{cases}$$

Obtenemos a continuación los α-cortes de $\widetilde{F}[0]$ en una escala endecadaria, de forma que hallar su función de pertenencia, al menos de forma aproximada, sería inmediato a través de éstos:

α	$F^1[0](\alpha)$	$F^2[0](\alpha)$
0	0,2892	1
0,1	0,3134	1
0,2	0,3134	1
0,3	0,3392	0,9900
0,4	0,3392	0,9291
0,5	0,3666	0,8348
0,6	0,3666	0,7388
0,7	0,3955	0,6320
0,8	0,3955	0,5600
0,9	0,4258	0,4907
1	0,4576	0,4576

Respecto a la expresión de los α-cortes de $\widetilde{Q}^{\varepsilon}$, Q^{ε}_{α} dependiendo de la probabilidad de pérdida ε que fijemos, se obtiene:

- Si $0<1-\varepsilon\leq {}_{1}q_{45}$, $Q^{\varepsilon}_{\alpha}=[100,100]-2148'06=-2.048'06$.
- Si $\sum_{r=0}^{t} {}_{r|}q_{45}<1-\varepsilon\leq\sum_{r=0}^{t+1} {}_{r|}q_{45}$, $Q^{\varepsilon}_{\alpha}=\left[100\cdot\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'05-0'02\alpha},100\cdot\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'02+0'01\alpha}\right]-2148'06$, donde $t\in\{1,\ldots,69\}$

Así, los α-cortes de $\widetilde{Q}^{0'1}$, $\widetilde{Q}^{0'05}$ y $\widetilde{Q}^{0'01}$, que son los valores del recargo a aplicar para fijar la probabilidad de insolvencia del asegurador al 10%, 5% y 1% son respectivamente:

$$Q_{\alpha}^{0'1} = \left[100 \cdot \ddot{a}_{\overline{48}|0'05-0'02\alpha}, 100 \cdot \ddot{a}_{\overline{48}|0'02+0'01\alpha}\right] - 2148'06$$

$$Q_{\alpha}^{0'05} = \left[100 \cdot \ddot{a}_{\overline{51}|0'05-0'02\alpha}, 100 \cdot \ddot{a}_{\overline{51}|0'02+0'01\alpha}\right] - 2148'06$$

$$Q_{\alpha}^{0'01} = \left[100 \cdot \ddot{a}_{\overline{55}|0'05-0'02\alpha}, 100 \cdot \ddot{a}_{\overline{55}|0'02+0'01\alpha}\right] - 2148'06$$

Asimismo, el valor de $Q^{0'1}$, $Q^{0'05}$ y $Q^{0'01}$, con β' = 0'75, la prima recargada asociada y el porcentaje que ésta representa sobre la prima pura, la desviación estándar y la varianza vienen dados en el siguiente cuadro:

ε	Q^{ε}	P_R	P_P	$V^*[L_P]$	$D^*[L_P]$
0'1	546,59	2694,65	22,45%	0,20%	103,33%
0'05	625,76	2773,82	25,70%	0,22%	118,30%
0'01	722,09	2870,15	29,66%	0,26%	136,51%

A continuación damos el valor de las funciones de distribución inferiores y superiores en una escala endecadaria para los recargos que en cada caso se han establecido, es decir, $F[722'09]_{\alpha}$, $F[675'76]_{\alpha}$, $F[546,59]_{\alpha}$:

α	$F^1[546,59](\alpha)$	$F^2[546,59](\alpha)$	$F^1[675'76](\alpha)$	$F^2[675'76](\alpha)$	$F^1[722'09](\alpha)$	$F^2[722'09](\alpha)$
0	0,5958	1	0,6681	1	0,7388	1
0,1	0,6320	1	0,7039	1	0,7726	1
0,2	0,6681	1	0,7388	1	0,8348	1
0,3	0,7039	1	0,7726	1	0,8625	1
0,4	0,7726	1	0,8348	1	0,9098	1
0,5	0,8047	1	0,8625	1	0,9291	1
0,6	0,8348	1	0,9098	1	0,9591	1
0,7	0,8876	1	0,9455	1	0,9786	1
0,8	0,9098	1	0,9700	1	0,9935	1
0,9	0,9455	0,9975	0,9852	0,9999	0,9975	1
1	0,9700	0,9700	0,9935	0,9935	0,9997	0,9997

4.8. ANÁLISIS DE LAS RENTAS TEMPORALES ANTICIPADAS

4.8.1. Determinación de la prima pura única

Para una prima borrosa dada, el valor actual de la pérdida para el asegurador correspondiente a una renta temporal viene dada por:

$$\widetilde{L} = \begin{cases} 0 - \widetilde{P} & \text{con } {}_{d}q_{x} \\ {}_{d|}\widetilde{\ddot{a}}_{\overline{t-d+1}|} - \widetilde{P} & \text{con } {}_{t|}q_{x} \qquad t = d, d+1, \ldots, d+n-1 \\ {}_{d|}\widetilde{\ddot{a}}_{\overline{n}|} - \widetilde{P} & \text{con } {}_{d+n}p_{x} \end{cases}$$

Y planteando $\tilde{E}[L]=0$, obtenemos la prima pura única borrosa, que será $\tilde{P}_P = {}_{d|n}\tilde{\ddot{a}}_x$. Así, obtenemos $P_{P\alpha}$ como:

$$P_{P\alpha} = {}_{d|n}\ddot{a}_{x\alpha} = \left[{}_{d|n}\ddot{a}_x^1(\alpha), {}_{d|n}\ddot{a}_x^2(\alpha)\right]$$

De forma que las cuestiones analizadas en el apartado 3.8. para ${}_{d|n}\tilde{\ddot{a}}_x$ son aplicables, por supuesto, a $\tilde{P}_P$.

Para un β dado, la prima pura P_p se calculará de la siguiente forma:

$$EV\left[\tilde{P}_P, \beta\right] = P_P = (1-\beta)\int_0^1 {}_{d|n}\ddot{a}_x^1(\alpha)d\alpha + \beta\int_0^1 {}_{d|n}\ddot{a}_x^2(\alpha)d\alpha =$$

$$= (1-\beta)\int_0^1\left[\sum_{t=d}^{d+n-1} {}_tE_x^1(\alpha)\right]d\alpha + \beta\int_0^1\left[\sum_{t=d}^{d+n-1} {}_tE_x^2(\alpha)\right]d\alpha =$$

$$= (1-\beta)\left[\sum_{t=d}^{d+n-1} {}_tp_x\int_0^1 f_t^1(\alpha)d\alpha\right] + \beta\left[\sum_{t=d}^{d+n-1} {}_tp_x\int_0^1 f_t^2(\alpha)d\alpha\right]$$

4.8.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única

En este caso, la variable borroso aleatoria pérdida $\tilde{L}_p$ vendrá caracterizada, tomándose un nivel de verdad α, por una variable aleatoria inferior y por una variable aleatoria superior las cuales, si ordenamos sus realizaciones de la forma acostumbrada, toman la siguiente forma:

$$L_P^i(\alpha) = \begin{cases} 0 - P_P & \text{con } {}_dq_x \\ \ddot{a}^i_{\overline{t-d+1|}}(\alpha) - P_P & \text{con } {}_{t|}q_x,\ t = d, d+1, \ldots, d+n-2 \quad i=1,2. \\ \ddot{a}^i_{\overline{n|}}(\alpha) - P_P & \text{con } {}_{d+n-1}p_x \end{cases}$$

A dicho nivel α, la función de distribución inferior, $F^1[X](\alpha)$ y la superior $F^2[X](\alpha)$ que definen a $F[X]_\alpha$ vienen dadas por la siguiente expresión, donde $i\in\{1,2\}$:

$$F^{3-i}[X](\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } X < -P_P \\ {}_dq_x & \text{si } -P_P \le X < f_d^i(\alpha) - P_P \\ {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x & \text{si } {}_{d|}\ddot{a}^i_{\overline{t-d+1|}}(\alpha) - P_p \le X < {}_{d|}\ddot{a}^i_{\overline{t-d+2|}}(\alpha) - P_p,\ t = d, \ldots, d+n-2 \\ 1 & X \ge {}_{d|}\ddot{a}^i_{\overline{n|}}(\alpha) - P_p \end{cases}$$

Asimismo, los α-cortes del 1-ε percentil, dependiendo del cuantil de $\widetilde{L}_P$ en que nos encontremos, vendrán dados por:

- Si $0<1-\varepsilon\leq {}_dq_x$, $Q_\alpha^{\varepsilon} = \left[-P_P, -P_P\right]$, es decir, es el número crisp - P_p
- Si ${}_dq_x < 1-\varepsilon \leq {}_dq_x + {}_{d|}q_x$, $Q_\alpha^{\varepsilon} = \left[f_d^1(\alpha), f_d^2(\alpha)\right] - P_P$
- Si ${}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \leq {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t+1} {}_{r|}q_x$, $Q_\alpha^{\varepsilon} = \left[{}_{d|}\ddot{a}^1_{\overline{t-d+2|}}(\alpha), {}_{d|}\ddot{a}^2_{\overline{t-d+2|}}(\alpha)\right] - P_P$, donde $t\in\{d,d+1,\ldots,d+n-3\}$. Si d+n-3<d, entonces $\{d,d+1,\ldots,d+n-3\}$ es conjunto vacío.
- Si ${}_dq_x + \sum_{r=d}^{d+n-2} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \leq 1$, $Q_\alpha^{\varepsilon} = \left[{}_{d|}\ddot{a}^1_{\overline{n|}}(\alpha), {}_{d|}\ddot{a}^2_{\overline{n|}}(\alpha)\right] - P_P$

De esta forma, Q^{ε}, vendrá dado para una aversión al riesgo de interés β', como:

- Para $0<1-\varepsilon\leq {}_dq_x$,

$$Q^{\varepsilon} = -P_p$$

- Si ${}_dq_x<1-\varepsilon\leq {}_dq_x + {}_{d|}q_x$

$$Q^{\varepsilon} = (1-\beta')\int_0^1 f_d^1(\alpha)\,d\alpha + \beta'\int_0^1 f_d^2(\alpha)\,d\alpha - P_P$$

- Si ${}_dq_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \leq {}_dq_x + \sum_{r=d}^{t+1} {}_{r|}q_x$ para $t\in\{d,\ldots,d+n-3\}$, se obtiene:

$$Q^{\varepsilon} = (1-\beta')\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}^1_{\overline{t-d+2|}}(\alpha)\,d\alpha + \beta'\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}^2_{\overline{t-d+2|}}(\alpha)\,d\alpha - P_P = (1-\beta')\int_0^1 \sum_{r=d}^{t+1} f_r^1(\alpha)\,d\alpha +$$

$$+\beta'\int_0^1 \sum_{r=d}^{t+1} f_r^2(\alpha)\,d\alpha \;\; -P_P = (1-\beta')\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 f_r^1(\alpha)\,d\alpha + \beta'\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 f_r^2(\alpha)\,d\alpha \;\; -P_P$$

- Para ${}_dq_x + \sum_{r=d}^{d+n-2} {}_{r|}q_x < 1-\varepsilon \leq 1$:

$$Q^{\varepsilon} = (1-\beta')\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}^1_{\overline{n|}}(\alpha)\,d\alpha + \beta'\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}^2_{\overline{n|}}(\alpha)\,d\alpha - P_P = (1-\beta')\int_0^1 \sum_{r=d}^{d+n-1} f_r^1(\alpha)\,d\alpha +$$

$$+\beta'\int_0^1 \sum_{r=d}^{d+n-1} f_r^2(\alpha)\,d\alpha \;\; -P_P = (1-\beta')\sum_{r=d}^{d+n-1}\int_0^1 f_r^1(\alpha)\,d\alpha + \beta'\sum_{r=d}^{d+n-1}\int_0^1 f_r^2(\alpha)\,d\alpha \;\; -P_P$$

4.8.3. Determinación de las primas cuando el interés de actualización viene dado a través de un único número borroso triangular para toda la duración del contrato

Respecto a los α-cortes de la prima borrosa, $\tilde{P}_p$, se hallan sin más que sustituir el extremo superior del α-corte del interés en el extremo inferior del factor de los factores de actualización y viceversa, de forma que se obtiene:

$$P_{p_\alpha} = \left[\sum_{t=d}^{d+n-1}\left(1+i^3-(i^3-i^2)\alpha\right)^{-t}{}_t p_x \,,\ \sum_{t=d}^{d+n-1}\left(1+i^1+(i^2-i^1)\alpha\right)^{-t}{}_t p_x\right]$$

De esta forma, la prima única y ya desfuzzyficada es, para un valor β dado:

$$P_p = (1-\beta)\sum_{t=d}^{d+n-1}{}_t p_x \int_0^1 (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-t}d\alpha + \beta\sum_{t=0}^{d+n-1}{}_t p_x \int_0^1 (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-t}d\alpha$$

Como con las rentas vitalicias, deberemos considerar varios casos, dependiendo del diferimiento de la renta actuarial:

a) Si d=0, entonces:

$$P_p = 1 + (1-\beta)\left[\frac{\ln\frac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2}\,{}_1 p_x + \sum_{t=2}^{n-1}\frac{\left(1+i^2\right)^{-t+1}-\left(1+i^3\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^3-i^2\right)}\,{}_t p_x\right] +$$

$$+\beta\left[\frac{\ln\frac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1}\,{}_1 p_x + \sum_{t=2}^{n-1}\frac{\left(1+i^1\right)^{-t+1}-\left(1+i^2\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^2-i^1\right)}\,{}_t p_x\right]$$

b) Para d=1 se obtendrá, por otra parte:

$$P_p = (1-\beta)\left[\frac{\ln\frac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2}\,{}_1 p_x + \sum_{t=2}^{n}\frac{\left(1+i^2\right)^{-t+1}-\left(1+i^3\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^3-i^2\right)}\,{}_t p_x\right] +$$

$$+\beta\left[\frac{\ln\frac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1}\,{}_1 p_x + \sum_{t=2}^{n}\frac{\left(1+i^1\right)^{-t+1}-\left(1+i^2\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^2-i^1\right)}\,{}_t p_x\right]$$

c) Y finalmente, si d≥2 el resultado que se obtiene es:

$$P_p = (1-\beta)\sum_{t=d}^{d+n-1} \frac{\left(1+i^2\right)^{-t+1} - \left(1+i^3\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^3-i^2\right)} {}_t p_x + \beta \sum_{t=d}^{d+n-1} \frac{\left(1+i^1\right)^{-t+1} - \left(1+i^2\right)^{-t+1}}{(t-1)\left(i^2-i^1\right)} {}_t p_x$$

Tras construirse la variable borroso aleatoria $\widetilde{L}_p$ para los niveles α que fueran precisos, y habiéndose ordenado de forma creciente sus realizaciones, la obtención de la función de distribución a través de sus α-cortes es inmediata. Las funciones de distribución inferior y superior vendrán dadas para un α prefijado por $F^1[X](\alpha)$ y $F^2[X](\alpha)$ que son:

$$F^1[X](\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } X < -P_P \\ {}_d q_x & \text{si } -P_P \le X < (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-d} - P_p \\ {}_d q_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|} q_x & \text{si } {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+1|}\, i^1+(i^2-i^1)\alpha} - P_P \le X \\ & < {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}\, i^1+(i^2-i^1)\alpha} - P_p,\ t = d,\ldots,d+n-2 \\ 1 & \text{si } X \ge {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{n|}\, i^1+(i^2-i^1)\alpha} - P_p \end{cases}$$

$$F^2[X](\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } X < -P_P \\ {}_d q_x & \text{si } -P_P \le X < (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-d} - P_p \\ {}_d q_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|} q_x & \text{si } {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+1|}\, i^3-(i^3-i^2)\alpha} - P_P \le X \\ & < {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}\, i^3-(i^3-i^2)\alpha} - P_p,\ t = d,\ldots,d+n-2 \\ 1 & \text{si } X \ge {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{n|}\, i^3-(i^3-i^2)\alpha} - P_p \end{cases}$$

A través de las funciones de distribución podemos hallar los cuantiles borrosos. Los α-cortes de los mismos, Q^{ε}_{α} en función del nivel de solvencia ε elegido, vendrán dados por:

- Si $0<1-\varepsilon\le {}_d q_x$, $Q_{\alpha}^{\varepsilon} = \left[-P_p, -P_p\right]$, es decir, el número cierto $-P_p$.
- Si ${}_d q_x < 1-\varepsilon \le {}_d q_x + {}_{d|} q_x$,

  $$Q^{\varepsilon}_{\alpha} = \left[(1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-d}, (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-d}\right] - P_p$$

- Si ${}_d q_x + \sum_{r=d}^{t} {}_{r|} q_x < 1-\varepsilon \le {}_d q_x + \sum_{r=d}^{t+1} {}_{r|} q_x$, donde $t \in \{d,d+1,\ldots,d+n-3\}$, y si $d+n-3<d$, entonces $\{d,d+1,\ldots,d+n-3\}$ es vacío:

  $$Q^{\varepsilon}_{\alpha} = \left[{}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}\, i^3-(i^3-i^2)\alpha}, {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}\, i^1+(i^2-i^1)\alpha}\right] - P_p$$

- Para ${}_d q_x + \sum_{r=d}^{d+n-2} {}_{r|} q_x < 1-\varepsilon \le 1$: $Q^{\varepsilon}_{\alpha} = \left[{}_{d|}\ddot{a}_{\overline{n|}\, i^3-(i^3-i^2)\alpha}, {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{n|}\, i^1+(i^2-i^1)\alpha}\right] - P_p$

Siendo por tanto, el recargo de seguridad cierto a repercutir, Q^{ε}, para llegar a un nivel ε de estabilidad, para un parámetro β' prefijado se halla como:

- Si $0<1-\varepsilon\leq {}_{d}q_x$: $-P_p$

- Si ${}_{d}q_x<1-\varepsilon\leq {}_{d}q_x+{}_{d|}q_x$,

$$Q^{\varepsilon}=(1-\beta')\int_0^1 (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-d}d\alpha+\beta'\int_0^1 (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-d}d\alpha - P_p$$

Debiéndose contemplar en este caso, como siempre, tres posibilidades:

a) Si d=0, $Q^{\varepsilon}=1-P_p$

b) Si d=1:

$$Q^{\varepsilon}=(1-\beta')\frac{\ln\dfrac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2}+\beta'\frac{\ln\dfrac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1}-P_p$$

c) Si d≥2:

$$Q^{\varepsilon}=(1-\beta')\frac{(1+i^2)^{-d+1}-(1+i^3)^{-d+1}}{(d-1)(i^3-i^2)}+\beta'\frac{(1+i^1)^{-d+1}-(1+i^2)^{-d+1}}{(d-1)(i^2-i^1)}-P_p$$

- Si ${}_{d}q_x+\sum_{r=d}^{t}{}_{r|}q_x<1-\varepsilon\leq {}_{d}q_x+\sum_{r=d}^{t+1}{}_{r|}q_x$, para $t\in\{d,d+1,\ldots,d+n-3\}$, donde si $n<3$, $\{d,d+1,\ldots,d+n-3\}$ es conjunto vacío, se obtiene:

$$Q^{\varepsilon}=(1-\beta')\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}i^3-(i^3-i^2)\alpha}d\alpha+\beta'\int_0^1 {}_{d|}\ddot{a}_{\overline{t-d+2|}i^1+(i^2-i^1)\alpha}d\alpha-P_p=$$

$$=(1-\beta')\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 (1+i^3-(i^3-i^2)\alpha)^{-r}d\alpha+\beta'\sum_{r=d}^{t+1}\int_0^1 (1+i^1+(i^2-i^1)\alpha)^{-r}d\alpha-P_p$$

a) Si d=0:

$$Q^{\varepsilon}=1+(1-\beta')\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^3}{1+i^2}}{i^3-i^2}+\sum_{r=2}^{t+1}\frac{(1+i^2)^{-r+1}-(1+i^3)^{-r+1}}{(r-1)(i^3-i^2)}\right]+$$

$$+\beta'\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^2}{1+i^1}}{i^2-i^1}+\sum_{r=2}^{t+1}\frac{(1+i^1)^{-r+1}-(1+i^2)^{-r+1}}{(r-1)(i^2-i^1)}\right]-P_p$$

b) Si d=1:

$$Q^{\varepsilon}=\left(1-\beta'\right)\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^{3}}{1+i^{2}}}{i^{3}-i^{2}}+\sum_{r=2}^{t+1}\frac{\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{3}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{3}-i^{2}\right)}\right]+$$

$$+\beta'\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^{2}}{1+i^{1}}}{i^{2}-i^{1}}+\sum_{r=2}^{t+1}\frac{\left(1+i^{1}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{2}-i^{1}\right)}\right]-P_{p}$$

c) Y si d≥2, se obtiene entonces:

$$Q^{\varepsilon}=\left(1-\beta'\right)\sum_{r=d}^{t+1}\frac{\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{3}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{3}-i^{2}\right)}+\beta'\sum_{r=d}^{t+1}\frac{\left(1+i^{1}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{2}-i^{1}\right)}-P_{p}$$

- Para ${}_{d}q_{x}+\sum_{r=d}^{d+n-2}{}_{r|}q_{x}<1-\varepsilon\leq 1$:

$$Q^{\varepsilon}=\left(1-\beta'\right)\int_{0}^{1}{}_{d|}\ddot{a}_{\overline{n|}\,i^{3}-(i^{3}-i^{2})\alpha}\,d\alpha+\beta'\int_{0}^{1}{}_{d|}\ddot{a}_{\overline{n|}\,i^{1}+(i^{2}-i^{1})\alpha}\,d\alpha-P_{p}=$$

$$=\left(1-\beta'\right)\sum_{r=d}^{d+n-1}\int_{0}^{1}\left(1+i^{3}-(i^{3}-i^{2})\alpha\right)^{-r}d\alpha+\beta'\sum_{r=d}^{d+n-1}\int_{0}^{1}\left(1+i^{1}+(i^{2}-i^{1})\alpha\right)^{-r}d\alpha-P_{p}$$

a) Si d=0:

$$Q^{\varepsilon}=1+\left(1-\beta'\right)\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^{3}}{1+i^{2}}}{i^{3}-i^{2}}+\sum_{r=2}^{n-1}\frac{\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{3}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{3}-i^{2}\right)}\right]+$$

$$+\beta'\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^{2}}{1+i^{1}}}{i^{2}-i^{1}}+\sum_{r=2}^{n-1}\frac{\left(1+i^{1}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{2}-i^{1}\right)}\right]-P_{p}$$

b) Si d=1:

$$Q^{\varepsilon}=\left(1-\beta'\right)\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^{3}}{1+i^{2}}}{i^{3}-i^{2}}+\sum_{r=2}^{n}\frac{\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{3}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{3}-i^{2}\right)}\right]+$$

$$+\beta'\left[\frac{\ln\dfrac{1+i^{2}}{1+i^{1}}}{i^{2}-i^{1}}+\sum_{r=2}^{n}\frac{\left(1+i^{1}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{2}-i^{1}\right)}\right]-P_{p}$$

c) Y si d≥2, se obtiene entonces:

$$Q^{\varepsilon}=(1-\beta')\sum_{r=d}^{d+n-1}\frac{\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{3}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{3}-i^{2}\right)}+\beta'\sum_{r=d}^{d+n-1}\frac{\left(1+i^{1}\right)^{-r+1}-\left(1+i^{2}\right)^{-r+1}}{(r-1)\left(i^{2}-i^{1}\right)}-P_{p}$$

4.8.4. Aplicación numérica

En la aplicación numérica con que concluiremos el análisis de este tipo de seguro, supondremos que un asegurado de 65 años suscribe una renta temporal de 30 años inmediata de 100 unidades monetarias anuales pagables por anticipado, utilizándose las bases técnicas de siempre.

Para este seguro, la prima pura borrosa es $\widetilde{P}_p = {}_{30}\tilde{\ddot{a}}_{65}$, por lo que los α-cortes $P_{P\alpha}$ son:

$$P_{p\alpha}=\left[100\cdot\sum_{t=0}^{29}(1'05-0'02\alpha)^{-t}\,{}_{t}p_{65},100\cdot\sum_{t=0}^{29}(1'02+0'01\alpha)^{-t}\,{}_{t}p_{65}\right]$$

y, entonces, P_p se hallará para una determinada aversión al riesgo β como:

$$P_p=(1\text{-}\beta)1316{,}77+\beta 1502{,}96$$

Donde si β = 0’75, P_P = 1456,41.

Para un nivel α dado, la variable aleatoria pérdida inferior $L^1_P(\alpha)$ y superior $L^2_P(\alpha)$ vienen dadas por:

$$L^1_p(\alpha)=\begin{cases}100\cdot\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'05-0'02\alpha}-1456'41 & \text{con } {}_{t|}q_{65},\ t=0,1,...,28\\ 100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'05-0'02\alpha}-1456'41 & \text{con } {}_{29}p_{65}\end{cases}$$

y,

$$L^2_p(\alpha)=\begin{cases}100\cdot\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'02+0'01\alpha}-1456'41 & \text{con } {}_{t|}q_{65},\ t=0,1,...,28\\ 100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'02+0'01\alpha}-1456'41 & \text{con } {}_{29}p_{65}\end{cases}$$

De esta forma, $F^1[X](\alpha)$ y $F^2[X](\alpha)$ se hallan respectivamente a partir de $L^1_p(\alpha)$ y $L^2_P(\alpha)$ como:

$$F^1[X](\alpha)=\begin{cases}0 & \text{si } X<100-1456'41\\ \sum_{r=0}^{t}{}_{r|}q_{65} & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'02+0'01\alpha}\text{-}1456'41\leq X<100\ddot{a}_{\overline{t+2}|0'02+0'01\alpha}\text{-}1456'41,\ t=0,...,28\\ 1 & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{30}|0'02+0'01\alpha}\text{-}1456'41\leq X\end{cases}$$

y,

$$F^2[X](\alpha)=\begin{cases} 0 & \text{si } X<100-1456'41 \\ \sum_{r=0}^{t} {}_{r|}q_{65} & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{t+1}|0'05-0'02\alpha}-1456'41\le X<100\ddot{a}_{\overline{t+2}|0'05-0'02\alpha}-1456'41,\ t=0,...,28 \\ 1 & \text{si } 100\ddot{a}_{\overline{30}|0'05-0'02\alpha}-1456'41\le X \end{cases}$$

De esta forma, podemos obtener los α-cortes de $\widetilde{F}[0]$, en una escala endecadaria como:

α	$F^1[0](\alpha)$	$F^2[0](\alpha)$
0	0,4857	0,8069
0,1	0,5275	0,7717
0,2	0,5275	0,7342
0,3	0,5275	0,7342
0,4	0,5275	0,6947
0,5	0,5275	0,6538
0,6	0,5275	0,6538
0,7	0,5698	0,6120
0,8	0,5698	0,6120
0,9	0,5698	0,6120
1	0,5698	0,5698

Siendo posible por tanto, a partir de éstos, analizar la estabilidad del asegurador en el caso en que únicamente repercuta al asegurado la prima pura fijada anteriormente. Respecto a la expresión de los α-cortes de $\widetilde{Q}^{\varepsilon}$, Q^{ε}_{α}, dependiendo de la probabilidad de pérdida ε que fijemos se obtiene:

- Si $0<1-\varepsilon\le {}_{0|}q_{65}$, $Q^{\varepsilon}_{\alpha}=[100,100]-1456'41=-1356'41$
- Si $\sum_{r=0}^{t} {}_{r|}q_{65} <1-\varepsilon\le \sum_{r=0}^{t+1} {}_{r|}q_{65}$, $Q^{\varepsilon}_{\alpha}=\left[100\cdot\ddot{a}_{\overline{t+2}|0'05-0'02\alpha},100\cdot\ddot{a}_{\overline{t+2}|0'02+0'01\alpha}\right]-1456'41$, donde $t\in\{0,1,\ldots,27\}$
- Si $\sum_{r=0}^{28} {}_{r|}q_{65} <1-\varepsilon\le 1$, $Q^{\varepsilon}_{\alpha}=\left[100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'05-0'02\alpha},100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'02+0'01\alpha}\right]-1456'41$, donde

Así, los α-cortes de $\widetilde{Q}^{0'1}$, $\widetilde{Q}^{0'05}$ y $\widetilde{Q}^{0'01}$, son:

$$Q_{\alpha}^{0'1}=\left[100\cdot\ddot{a}_{\overline{29}|0'05-0'02\alpha},100\cdot\ddot{a}_{\overline{29}|0'02+0'01\alpha}\right]-1456'41$$

$$Q_{\alpha}^{0'05}=\left[100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'05-0'02\alpha},100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'02+0'01\alpha}\right]-1456'41$$

$$Q_{\alpha}^{0'01}=\left[100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'05-0'02\alpha},100\cdot\ddot{a}_{\overline{30}|0'02+0'01\alpha}\right]-1456'41$$

Es decir, $\widetilde{Q}^{0'05}=\widetilde{Q}^{0'01}$

Asimismo, el valor de $Q^{0'1}$, $Q^{0'05} = Q^{0'01}$, con $\beta' = 0'75$, la prima recargada y el porcentaje que dichos recargos representan sobre las prima pura, la desviación estándar y la varianza vienen dados en la siguiente tabla:

ε	Q^{ε}	P_R	P_P	$V^*[L_P]$	$D^*[L_P]$
0’1	560,37	2016,79	27,18%	0,21%	109,65%
0’05/0’01	605,27	2061,69	29,36%	0,23%	118,43%

Damos a continuación las expresiones de los α-cortes en una escala endecadaria para $\widetilde{F}[605'27]$, $\widetilde{F}[560'37]$, lo cual nos orientará sobre el nivel de estabilidad efectivamente ha conseguido el asegurador si aplicara cada uno de los dos recargos propuestos:

α	$F^1[560'37](\alpha)$	$F^2[560'37](\alpha)$	$F^1[605'27](\alpha)$	$F^2[605'27](\alpha)$
0	0,8393	1	0,8686	1
0,1	0,8393	1	0,8686	1
0,2	0,8686	1	0,8686	1
0,3	0,8686	1	0,8946	1
0,4	0,8686	1	0,8946	1
0,5	0,8946	1	0,9172	1
0,6	0,8946	1	0,9172	1
0,7	0,9172	1	0,9363	1
0,8	0,9172	1	0,9363	1
0,9	0,9363	1	1	1
1	0,9363	0,9363	1	1