

## **4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD PORTUARIA: MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA**

---

EL SISTEMA PORTUARIO ESPAÑOL: REGULACIÓN, ENTORNO COMPETITIVO Y RESULTADOS.  
UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

---

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

<b>4.1. Eficiencia y modelos frontera: concepto, medición y estimación no paramétrica</b>	<b>141</b>
4.1.1. Eficiencia económica, eficiencia técnica y eficiencia de escala	142
4.1.2. La medición de la eficiencia técnica: un concepto relativo	144
4.1.3. Función frontera: una aproximación no paramétrica	148
4.1.4. Estimación del índice de eficiencia: el desarrollo matemático de los métodos no paramétricos	150
4.1.4.1. La referencia tecnológica	151
4.1.4.2. El índice de eficiencia y el concepto de distancia	158
4.1.4.3. El análisis envolvente de datos: su formulación matemática	163
<b>4.2. Los avances en productividad y el índice <i>Malmquist</i> secuencial</b>	<b>168</b>
4.2.1. La productividad total de los factores: eficiencia y cambio técnico	169
4.2.2. El índice <i>Malmquist</i> de productividad secuencial	171
4.2.3. Estimación no-paramétrica del índice <i>Malmquist</i> de productividad secuencial	179
<b>4.3. Eficiencia portuaria: marco teórico y estudios empíricos</b>	<b>185</b>
4.3.1. Función de producción de un puerto: marco teórico	185
4.3.2. Medición de la eficiencia en los puertos: estudios empíricos basados en funciones frontera	188
<b>4.4. Conclusiones</b>	<b>200</b>

EL SISTEMA PORTUARIO ESPAÑOL: REGULACIÓN, ENTORNO COMPETITIVO Y RESULTADOS.  
UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

---

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

En los capítulos que integran la primera parte de este trabajo se contempló la relación que la literatura económica establece entre la existencia de mercados cada vez más competitivos y la necesidad que percibe una empresa de mejorar su eficiencia. En el segundo capítulo se abordó la persecución de este objetivo, relacionado con el logro de un determinado posicionamiento respecto a los competidores, en la dirección que han tomando los procesos de desintervención pública en la economía. Estos procesos tratan de alejar al Estado de actividades que se desarrollan en entornos poco competitivos, e incorporan nuevas fórmulas de participación pública y privada. La actividad portuaria se sitúa dentro de este contexto, al igual que las reformas portuarias que han llevado a cabo diferentes países para incentivar comportamientos más eficientes. En el tercer capítulo se ha expuesto el conjunto de medidas introducidas en la organización del sistema portuario español, que, siguiendo esta tendencia, dotan a los puertos de un marco regulador que incentiva los comportamientos eficientes.

Con el propósito de analizar la evolución de la eficiencia y la productividad en el sistema portuario español, en este capítulo se presenta un modelo que permite reflejar las características de la actividad portuaria. Tanto en el

ámbito nacional como en el internacional han visto la luz una serie de estudios empíricos relacionados con la valoración de las mejoras de eficiencia de la actividad que se desarrolla en los puertos. El objetivo de este capítulo es establecer un marco de análisis que permita valorar tales mejoras.

El capítulo se inicia con la definición del concepto de “eficiencia”, y pone especial énfasis en el tipo de “eficiencia técnica”. La medición del nivel de eficiencia se puede efectuar empleando los denominados “métodos frontera”. Estos métodos construyen una referencia para contrastar el comportamiento de una empresa determinada, y valorar así su eficiencia. En particular, el modelo presentado se basa en la construcción de una frontera no paramétrica a partir de los datos de todas las empresas de la muestra. El primer epígrafe finaliza con la exposición de un conjunto de programas de optimización matemática cuya resolución permite calcular los diferentes niveles de eficiencia dentro de un grupo de empresas.

Posteriormente, se expone la aplicación de la metodología no paramétrica al estudio de los avances en la productividad. Los programas de optimización se utilizan para construir un índice *Malmquist* de productividad, que permite descomponer las mejoras productivas en cambios en la eficiencia y progreso técnico. En el tercer apartado se presentan las aportaciones teóricas relacionadas con la eficiencia de la actividad portuaria, así como los diferentes estudios empíricos que han tratado de evaluar la eficiencia portuaria.

#### **4.1. Eficiencia y modelos frontera: concepto, medición y estimación no paramétrica**

La eficiencia de una empresa en el desarrollo de su actividad se asocia a un uso racional de los recursos disponibles. Así, desde un punto de vista productivo, la eficiencia trata de describir aquel proceso de producción que utiliza de una manera óptima sus factores, según la tecnología existente. Esta eficiencia en producción se denomina eficiencia técnica o productiva. En este epígrafe se aborda la medición de la “eficiencia técnica” mediante métodos frontera. Con esta metodología, la eficiencia se determina por la combinación del nivel de *inputs* y de *outputs* que una empresa emplea a partir de un estado de la tecnología.

Las medidas de eficiencia que se obtienen como resultado del empleo de métodos frontera son medidas relativas. En particular, la metodología no paramétrica permite evaluar la eficiencia de un determinado grupo de empresas a partir de la identificación de una frontera que incluye aquellas cuyo resultado es el más eficiente. La resolución de un conjunto de programas de optimización matemática permite obtener un valor límite para las empresas que se sitúan en la frontera eficiente y cuantifica la ineficiencia de una empresa determinada a partir de la distancia que la separa de la frontera.

#### **4.1.1. Eficiencia económica, eficiencia técnica y eficiencia de escala**

Toda empresa desarrolla una actividad, y de su comportamiento puede resultar un nivel de eficiencia asociado al empleo de determinados elementos en el proceso de producción. En este contexto, Farrell (1957) y Leibenstein (1966) centraron sus aportaciones en el estudio de la eficiencia técnica y de la eficiencia X, respectivamente. Ambos trabajos abordaron el tema de la eficiencia y pusieron especial énfasis en tratar de explicar por qué las empresas minimizan sus costes de producción. No obstante, a pesar de esta coincidencia, en sus análisis se observan orientaciones distintas, asociadas al comportamiento eficiente. Button y Weyman-Jones (1992) inciden en estas diferencias a partir de una serie de puntualizaciones realizadas por el propio Leibenstein, y sugieren que la clave que diferencia ambos enfoques es el objetivo que persiguen.

Farrell centró su preocupación en establecer una medida de la eficiencia útil para los problemas empíricos, mientras que la principal motivación de Leibenstein fue poner de manifiesto la influencia de los aspectos psicológicos y fisiológicos de la naturaleza humana en la toma de decisiones de la empresa. El interés de Farrell por proporcionar un instrumento analítico en la medida de la eficiencia ha originado que su propuesta sea la que más influencia ha tenido en la literatura empírica.<sup>136</sup> Desarrollos posteriores a este trabajo pionero han profundizado en el concepto de eficiencia y han permitido añadir al análisis la eficiencia de escala.

---

<sup>136</sup> Anteriormente, los trabajos de Debreu (1951) y Koopmans (1951) estudiaron la ineficiencia técnica.



4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Tabla 4.1. Tipos de eficiencia**

<i>Eficiencia técnica</i>	Cuando la empresa utiliza el mínimo de <i>inputs</i> para producir un <i>output</i> determinado.
<i>Eficiencia de escala</i>	Cuando la empresa está produciendo en una escala de tamaño óptima.
<i>Eficiencia asignativa</i>	Cuando la empresa combina los <i>inputs</i> en la proporción que minimiza sus costes de producción.

Farrell centró el problema de la eficiencia en su estimación a partir de los datos observados en las unidades productivas, dotando de un marco analítico al concepto neoclásico de “eficiencia paretiana”. En su trabajo diferenció entre eficiencia técnica y eficiencia asignativa. En todo proceso de producción, la eficiencia técnica orientada a los *inputs* viene dada por el consumo de *inputs* mínimo necesario para lograr un determinado volumen de *outputs*.<sup>137</sup> Por otra parte, una empresa es eficiente en precios o asignativamente cuando combina los *inputs* en la proporción que minimiza sus costes. En la primera se comparan los *inputs* y los *outputs* en unidades físicas, y en la segunda se añaden los precios de los factores de producción. La combinación de estos dos indicadores proporciona una medida de la eficiencia denominada “económica” o “global”. Afriat (1972) añade otra vertiente al concepto de eficiencia al considerar la escala en la que está produciendo la empresa (véase tabla 4.1).

Este trabajo se centra en el estudio de la eficiencia técnica y permite analizarla empíricamente a partir de los resultados obtenidos por un determinado grupo de empresas. Se considera que, a partir de la combinación de *inputs* y *outputs*, el nivel de eficiencia técnica de cada empresa viene determinado por el resultado de su proceso productivo y su contraste con el que obtienen el resto de las empresas del grupo. Al establecer esta

comparación, se identifican las empresas menos eficientes cuando es posible reducir el consumo de algún factor para llegar a producir el mismo *output*.<sup>138</sup> En consecuencia, los niveles de eficiencia obtenidos para cada una de las empresas deben ser entendidos como una medida relativa.

#### 4.1.2. La medición de la eficiencia técnica: un concepto relativo

La medición de la eficiencia técnica basada en la comparación de los resultados de una empresa con el comportamiento de su grupo de referencia fue introducida por Farrell (1957). A partir de los datos sobre el proceso de producción de un conjunto de empresas ilustró la medición de esta eficiencia técnica dentro del concepto global de “eficiencia económica”. Partiendo del caso más simple, en el supuesto de rendimientos constantes a escala, representó la tecnología mediante una isocuanta unitaria. Posteriormente, se han ido desarrollando estos supuestos básicos con objeto de incorporar en el análisis la eficiencia de escala.

En un proceso productivo que utiliza dos *inputs* ( $X_1$  y  $X_2$ ) para la obtención de un único *output* ( $Y_1$ ), la valoración de la eficiencia se basa en considerar la isocuanta como una frontera que representa un comportamiento óptimo, de modo que cualquier alejamiento respecto a esta frontera se interpreta como un resultado ineficiente técnicamente.<sup>139</sup> Así, la ineficiencia puede ser medida a través de la distancia de una empresa determinada respecto a la frontera, suponiendo una tecnología lineal (véase figura 4.1).

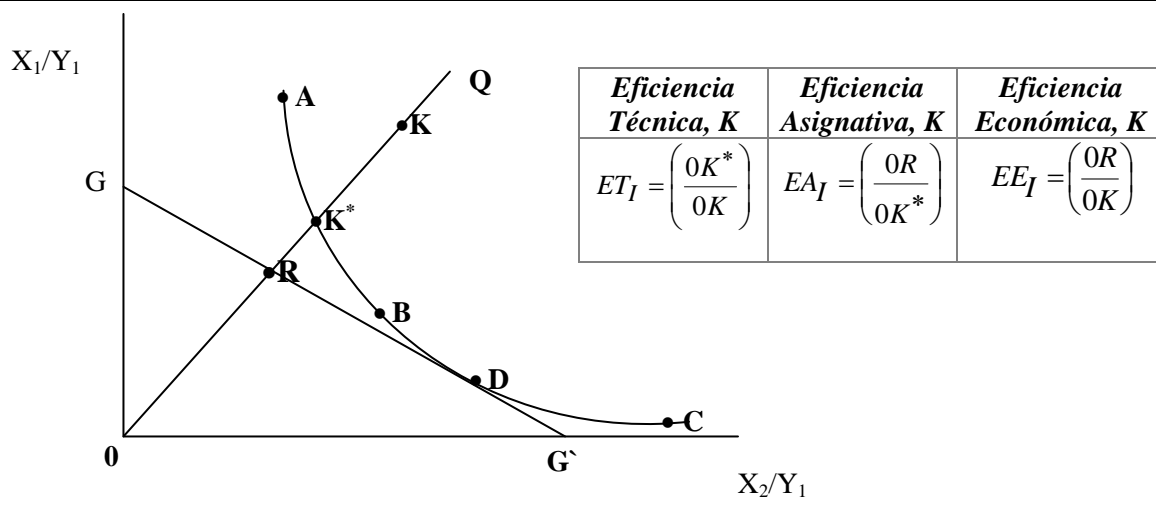
---

<sup>137</sup> Alternativamente, la eficiencia técnica desde el punto de vista de los *outputs* se da cuando la empresa logra el volumen de *outputs* máximo para un nivel de *input* dado. En este trabajo no se aborda el estudio del nivel de eficiencia de los *outputs*, sino que se centra en el de los *inputs*.

<sup>138</sup> La ineficiencia técnica, desde el punto de vista de los *outputs*, se da cuando es posible incrementar la producción sin necesidad de aumentar el consumo de factores productivos utilizados en una proporción determinada.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Figura 4.1. Isocuanta e isocoste: proceso de producción que utiliza dos *inputs* ( $X_1$  y  $X_2$ ) para obtener un único *output* ( $Y_1$ )**

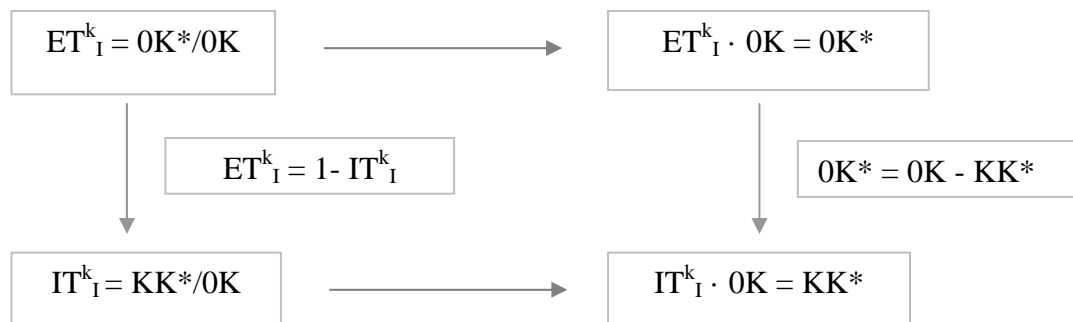


Esta distancia ofrece una medida aproximada del nivel de eficiencia de una empresa por la reducción proporcional de las cantidades de *inputs* que dicha empresa debería utilizar para obtener el mismo nivel de *output*. El alejamiento con respecto a la isocuanta se puede medir suponiendo la existencia de una función de producción lineal. En el gráfico 4.1 esta función ( $OQ$ ) se representa para una empresa ( $k$ ) que utiliza una combinación no eficiente de *inputs* ( $K$ ).<sup>140</sup> Este comportamiento ineficiente técnicamente queda reflejado por la distancia que la empresa mantiene respecto a las más eficientes ( $K^*K$ ). El nivel de eficiencia técnica, desde el punto de vista de los *inputs* ( $I$ ), se puede obtener mediante la ratio  $ET_I^k$  (véase esquema 4.1). Se trata de una medida radial, ya que mide la eficiencia a lo largo de un radio vector que sale del origen.

<sup>139</sup> La isocuanta unitaria representa aquella combinación de factores necesaria para producir una unidad de *output*.

<sup>140</sup> Farrell analiza también el cálculo de la eficiencia asignativa (EA) y de la eficiencia económica (EE) representando una isocoste en el gráfico. La incorporación de la ratio de precios de los *inputs* ( $GG'$ ) origina para la empresa  $k$  la distancia  $RK^*$ . Esta distancia refleja que una reducción de los costes de producción mejoraría su eficiencia asignativa.

**Esquema 4.1. Eficiencia técnica e ineficiencia técnica para la empresa k**



El cálculo de la ratio  $ET^k_I$  para cada una de las empresas que integran el grupo de comparación permite la obtención de un índice de eficiencia. Los resultados de las diferentes ratios de este índice toman valores entre cero y cien, ya que normalmente se expresan en porcentajes. El coeficiente que determina estos resultados relaciona las cantidades de *inputs* que utiliza cada empresa con las que debería utilizar si actuara de forma eficiente. En consecuencia, al aplicar el porcentaje expresado por  $ET$  a la cantidad de *inputs* que utiliza realmente la empresa, se obtienen los niveles de *inputs* que resultarían en un comportamiento eficiente (véase esquema 4.1).

Alternativamente, se puede obtener la medida de la ineficiencia ( $IT^k_I$ ), reflejo de la reducción proporcional que debería producirse en todos los *inputs* para que la empresa obtuviera la misma cantidad de *outputs*. De este modo, la empresa actuaría como las empresas de la frontera y mejoraría su eficiencia técnica. Al aplicar el porcentaje expresado por  $IT$  a la cantidad de *inputs* que utiliza la empresa, se obtiene la medida en que debería reducir la empresa sus *inputs* para lograr un comportamiento eficiente técnicamente (véase esquema 4.1).

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

En resumen, los valores que toma el índice de eficiencia expresan la distancia de la empresa con respecto a la situación frontera y proporcionan una medida radial que permite corregirla. El resultado es una medida de la eficiencia relativa que relaciona la situación de cada empresa con el comportamiento de las más eficientes. En el índice se pueden encontrar resultados inferiores a cien, reflejo de que la empresa es ineficiente en su proceso productivo, y valores que igualan esa cifra, correspondientes a empresas que utilizan la mejor combinación de *inputs*. En el primer caso, la empresa precisa un ajuste en el empleo de sus factores productivos, mientras que en el segundo la empresa está optimizando su actuación.

El trazado de la frontera se convierte en el primer paso para poder calcular los índices de eficiencia. A partir de los datos observados de un conjunto de unidades productivas se puede estimar una función frontera y deducir los niveles de eficiencia. Existen dos formas de hallar empíricamente esta frontera: la paramétrica y la no paramétrica.

### 4.1.3. Función frontera: una aproximación no paramétrica

El trazado de una frontera de producción para su empleo como referencia en la medición de la eficiencia técnica requiere la elección de uno de los dos principales enfoques existentes. La frontera de producción se entiende como una referencia en el análisis de la eficiencia y, por tanto, se define como aquella función representada por las empresas que, con un nivel de *output* determinado, utilizan el mínimo de *inputs*.<sup>141</sup> Førsund, Lovell y Schmidt (1980) clasificaron los diferentes modelos desarrollados para evaluar las fronteras de producción en modelos paramétricos y no paramétricos.

La diferencia entre ambos enfoques estriba en la especificación de la forma funcional para la frontera. En la aproximación paramétrica se estiman los parámetros de la función de producción mediante técnicas econométricas, mientras que el método no paramétrico parte de unos supuestos sobre la tecnología que permiten definir el conjunto de procesos productivos factibles utilizando un programa de optimización matemática.

Los métodos no paramétricos presentan ventajas asociadas respecto a los paramétricos. Por un lado, se caracterizan por no presuponer que la tecnología de producción se puede expresar por una determinada función de producción; por tanto, no imponen una forma funcional a los datos. Los análisis paramétricos, en cambio, tratan de ajustar una forma funcional concreta del tipo Cobb-Douglas, CES o translogarítmica. Esta forma alternativa define previamente una función de producción y procede a la estimación de los

---

<sup>141</sup> También se pueden considerar otras fronteras representativas de comportamientos eficientes, como las de coste y las de beneficio. Las fronteras de coste vienen determinadas por las empresas que consiguen el nivel mínimo de coste al que es posible producir un cierto nivel de *output* con los precios de los *inputs* dados. Las fronteras de beneficio vienen determinadas por las empresas que obtienen el máximo beneficio posible a partir del precio del *output* y de los *inputs*.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

coeficientes de forma no paramétrica (Aigner y Chu, 1968; Førsund y Hjalmarsson, 1979, y Nishimizu y Page, 1982).

La metodología no paramétrica permite cuantificar una medida de eficiencia individual para cada una de las observaciones de la muestra a partir de su distancia respecto a la frontera. Además, la frontera eficiente refleja una tecnología de referencia que se elabora a partir de los *inputs* y *outputs* de las observaciones de la muestra. El desarrollo de la solución mediante herramientas matemáticas de programación lineal permite operar con tecnologías que producen varios *outputs* con el consumo de varios *inputs*. Sin embargo, entre las limitaciones asociadas a esta frontera destacan su sensibilidad a la presencia de *outliers* que pueden provocar distorsiones en la medida obtenida de eficiencia y la imposibilidad de contrastar estadísticamente los resultados.

Desde el trabajo pionero de Farrell (1957), en el que se define por primera vez una frontera no paramétrica, han surgido propuestas que han depurado y mejorado la metodología.<sup>142</sup> Estos desarrollos posteriores han ido superando las restricciones impuestas a la tecnología de referencia y se han relajado en los programas matemáticos que calculan el índice de eficiencia.

---

<sup>142</sup> Farrell proponía, de forma alternativa, la utilización de una función paramétrica, como una forma Cobb-Douglas, a partir de los datos, en donde no se observan puntos por debajo de ella.

#### **4.1.4. Estimación del índice de eficiencia: el desarrollo matemático de los métodos no paramétricos**

La metodología no paramétrica para la estimación de índices de eficiencia técnica cuenta con dos pilares básicos: la caracterización de la tecnología y su procedimiento de cálculo. En primer lugar, es necesario describir, mediante un conjunto de supuestos, las propiedades de la tecnología de producción que permitirá la estimación de una frontera tecnológica. La eficiencia en el proceso productivo de cada empresa se mide tomando como referencia esa frontera.

La determinación de la referencia tecnológica se convierte en un elemento imprescindible para obtener los diferentes niveles de eficiencia. Al no especificarse una función de producción, en los métodos no paramétricos los supuestos sobre la tecnología son los que determinan el conjunto de procesos productivos factibles. Sin embargo, la evaluación de comportamientos eficientes se extiende también a las eficiencias de escala, al incorporar el tipo de rendimiento que mejor se ajusta a la tecnología estudiada.

El índice de eficiencia técnica, así como las ineficiencias de escala, se estiman utilizando la referencia tecnológica construida. El nivel de eficiencia de una determinada empresa viene determinado por la distancia que la separa de las que se encuentran en la frontera tecnológica.

Una vez caracterizada la tecnología correspondiente a la actividad que desarrolla el grupo de empresas analizado y utilizando el concepto de “distancia”, se resuelven unos programas de optimización matemática. Esta programación es la que permite obtener, en forma de índice, los diferentes niveles de eficiencia a partir de los datos observados sobre el proceso productivo de la muestra de empresas.



#### 4.1.4.1. La referencia tecnológica

La construcción de la referencia tecnológica requiere la asociación de una serie de características que describan el proceso de producción. Los distintos supuestos sobre las propiedades de la tecnología se formulan para ajustar lo mejor posible el proceso productivo que es objeto de análisis.

Todo proceso de producción puede definirse como la transformación de un conjunto de factores productivos en un conjunto de productos. Este proceso productivo se puede describir mediante la enumeración de los *inputs* y *outputs* que intervienen en él y de las características que definen su transformación. Estas características delimitan la tecnología que hace factible un conjunto de combinaciones de *inputs* y *outputs*; a través de los datos observados se puede estimar el conjunto de posibilidades de producción.

La transformación de un vector de *inputs* ( $x_t \in \mathcal{R}_+^N$ ) en otro de *outputs* ( $y_t \in \mathcal{R}_+^M$ ) durante un determinado periodo ( $t$ ) permite reflejar formalmente la tecnología de producción (véase esquema 4.2). La tecnología puede definirse mediante el conjunto de requerimiento de *inputs* ( $L^t(y)$ ), es decir, todas las combinaciones de factores que producen al menos un nivel de *output*, ( $y$ ), o bien, por el conjunto de posibilidades de producción, ( $F^t$ ):

$$L^t(y) = [x_t : x_t \text{ puede producir } y_t] \quad (1)$$

$$F^t = [(x_t, y_t) : x_t \text{ puede producir } y_t] \quad (2)$$

Este conjunto de combinaciones de *inputs* y *outputs* factible, que incluye los procesos productivos observados, no se conoce a priori. Sin embargo, se pueden formular una serie de supuestos acerca de sus características. En Grosskopf (1986), se encuentra una revisión de los axiomas, que pueden resumirse en los

siguientes: posibilidad de inactividad, exclusión de la posibilidad de producción gratuita, correspondencia cerrada y convexa, tipo de eliminación de *inputs* y tipo de rendimientos (véase tabla 4.2). Este trabajo se centra en la elección del tipo de rendimiento que caracteriza la tecnología estudiada, utilizando el supuesto de eliminación fuerte de *inputs*.<sup>143</sup>

**Tabla 4.2. Caracterización de la tecnología de referencia**

Posibilidad de inactividad	$L(0) \in \mathfrak{R}_+^N$
Exclusión de la posibilidad de producción gratuita	$0 \notin L(y) \quad \forall y > 0$
Correspondencia cerrada y convexa	Garantiza la existencia de un mínimo de puntos eficientes.
Eliminación de <i>inputs</i>	Fuerte: permite que se pueda producir el mismo nivel de <i>output</i> utilizando mayores cantidades en cualquier <i>input</i> .
	Débil: permite que se pueda mantener el nivel de producción ante incrementos proporcionales en los <i>inputs</i> .
Tipo de rendimientos	Constantes a escala
	Variables a escala

*Fuente: Elaborado a partir de Grosskopf (1986).*

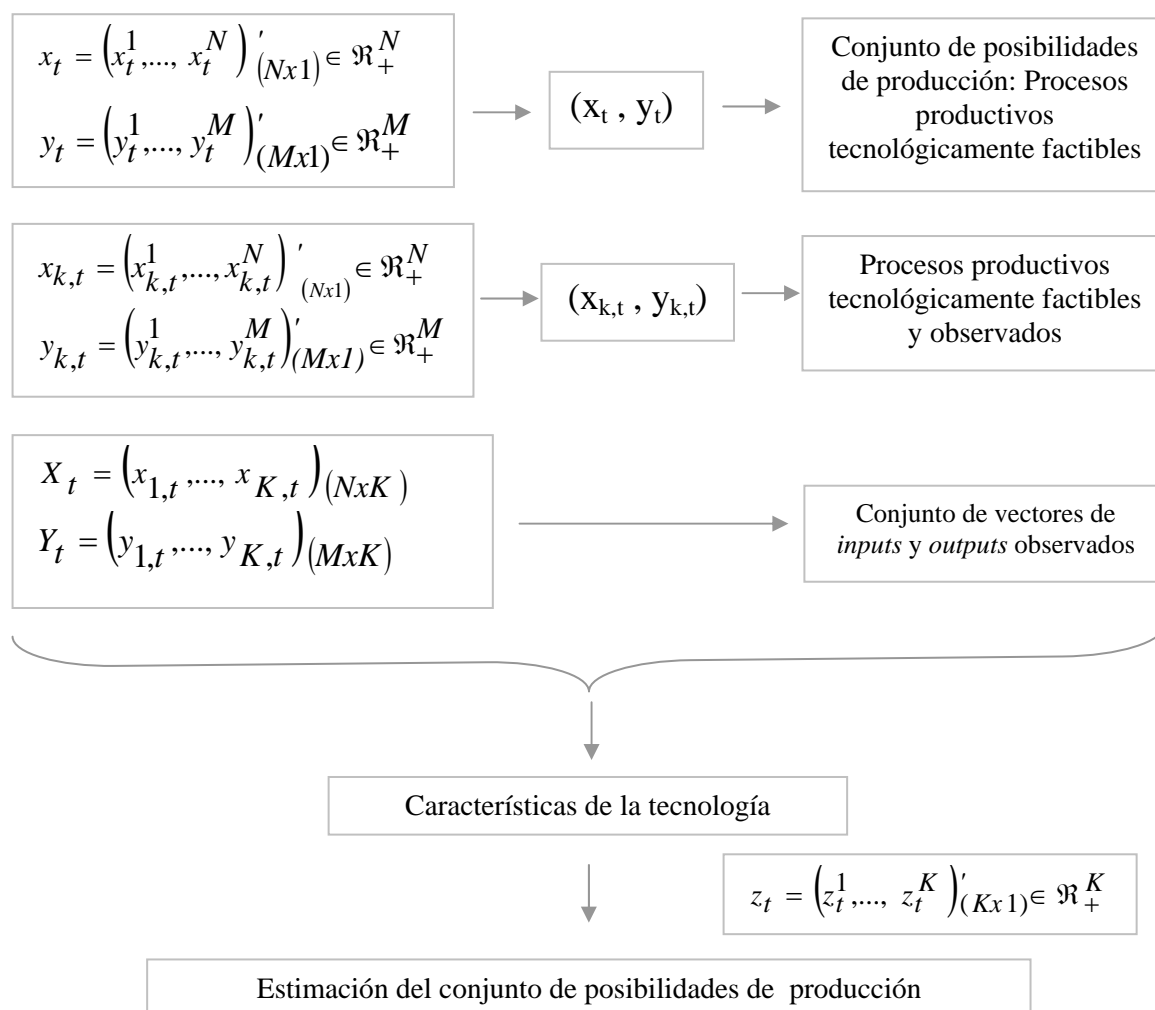
En función del tipo de rendimiento escogido, se puede estimar el conjunto de posibilidades de producción a partir de los datos observados y deducir la referencia que servirá para valorar la eficiencia de cada empresa. La elección de rendimientos constantes o variables a escala vendrá determinada por el mejor ajuste de unos u otros a la tecnología del proceso productivo estudiado. La importancia de caracterizar la tecnología según el tipo de rendimiento radica en que permite añadir al nivel de eficiencia técnica la obtención de ineficiencias de escala.

<sup>143</sup> En este trabajo no se aborda la eliminación débil de *inputs*; se limita a tratar el supuesto menos restrictivo, referido a la eliminación fuerte. El supuesto de eliminación fuerte impide que el *output* decrezca ante el aumento de la cantidad de un *input*.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

La frontera tecnológica de un determinado grupo de empresas se puede obtener a partir de la tecnología empleada en un periodo  $t$ , que permite la transformación de un vector columna de *inputs* observados ( $x_t \in \mathcal{R}_+^N$ ) en un vector columna de *outputs* observados ( $y_t \in \mathcal{R}_+^M$ ). Asumiendo la existencia de un conjunto de empresas ( $k = 1, \dots, K$ ), cada una de ellas, a partir de un vector de *inputs* ( $x_{k,t}$ ), obtiene un vector de *outputs* ( $y_{k,t}$ ). El conjunto de datos observados se puede representar mediante una matriz de *inputs* ( $X_t$ ) y otra de *outputs* ( $Y_t$ ), con objeto de facilitar la construcción de la referencia tecnológica a partir de las características que la definen (véase esquema 4.2).

**Esquema 4.2. Estimación del conjunto de posibilidades de producción**



Asumiendo que la tecnología satisface rendimientos constantes a escala y la eliminación fuerte de *inputs*, Charnes, Cooper y Rhodes (1978) estimaron el conjunto de posibilidades de producción según la siguiente expresión:

$$F^t = \left\{ (x, y) : zY \geq y, \quad zX \leq x, \quad z \in \mathfrak{R}_+^K \right\}, \quad (3)$$

Esta estimación de  $F^t$  considera que forman parte del conjunto de posibilidades de producción las combinaciones de *inputs* y *outputs* observados, las que surgen de reescalar las anteriores y todas aquellas que emplean más *inputs* para producir el mismo nivel de *output*. En la expresión (3)  $z$  es el vector de intensidad, de dimensión  $K$ , cuyos elementos toman valores positivos y que pondera la actividad de los diferentes procesos productivos observados.

La relajación del supuesto relacionado con los rendimientos constantes a escala fue sugerida por Afriat (1972), quien incorporó el supuesto de rendimientos variables a escala. Banker, Charnes y Cooper (1984) estiman el conjunto de posibilidades de producción ajustando el vector de intensidades de forma que sus valores sumen la unidad:

$$F^t = \left\{ (x, y) : zY \geq y, \quad z \cdot X \leq x, \quad \sum_{k=1}^K z_k = 1, \quad z \in \mathfrak{R}_+^k \right\} \quad (4)$$

La restricción que se impone sobre el vector de intensidad permite que la comparación se realice entre empresas de tamaño similar. En opinión de Grosskopf (1986), la restricción de rendimientos constantes a escala es solamente apropiada cuando todas las empresas están operando en una escala

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

óptima.<sup>144</sup> La limitación que incorporan los rendimientos constantes puede influir en la medida de la eficiencia técnica obtenida, ya que, cuando todas las empresas no están operando en una escala óptima, parte de este resultado se puede confundir con eficiencias de escala.

El conjunto de posibilidades de producción estimado a partir de los datos de procesos productivos observados se puede ilustrar gráficamente para los dos tipos de rendimientos. En primer lugar, se representa, en el supuesto de rendimientos constantes, la estimación de una isocuanta unitaria para un proceso de producción que utiliza dos *inputs* para producir un único *output* (véase figura 4.2). Posteriormente, con objeto de incorporar el caso de rendimientos variables, se ilustra la tecnología de una actividad que utiliza un solo *input* para producir un único *output* (véase figura 4.3).

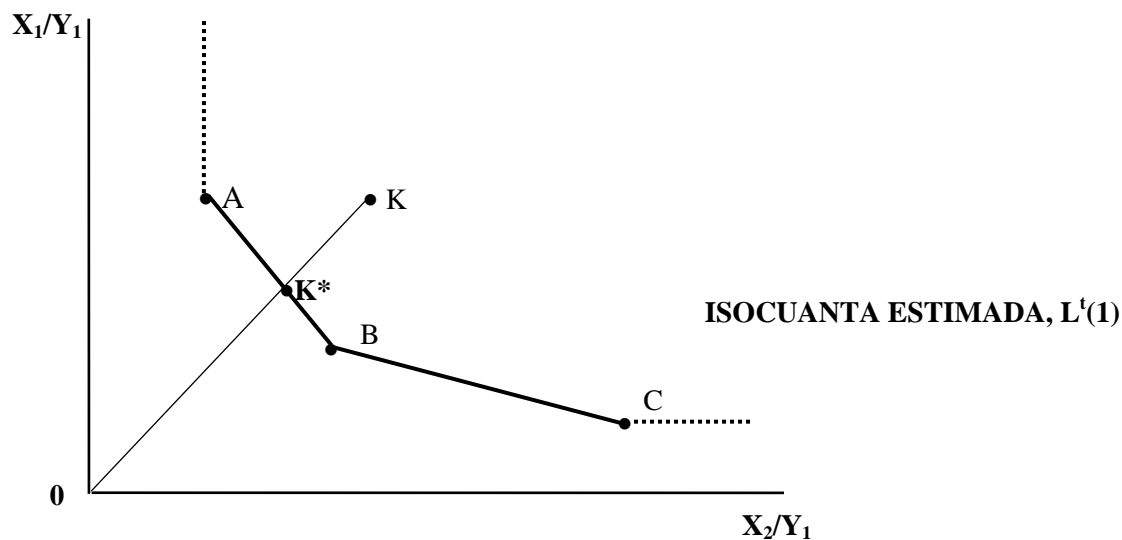
La isocuanta unitaria estimada se representa mediante el trazo de tramos lineales en los que asume el supuesto de rendimientos constantes a escala. La línea quebrada *ABC*, así como su prolongación vertical y horizontal, determinan dicha isocuanta. Las líneas discontinuas extendidas a partir de *A* y *C* forman parte de ella, debido a que también se considera factible cualquier proceso que utilice más *inputs* para producir un determinado nivel de *output*. Esta isocuanta surgida del trazo de unos tramos lineales permite diferenciar un conjunto de unidades eficientes de otras ineficientes. Los procesos productivos eficientes son aquellos en los que se logra producir un determinado nivel de *output* utilizando la menor cantidad de *inputs*. De este modo, la isocuanta se interpreta como el límite del conjunto de *inputs*  $L^t$  ( $y$ ) que, uniendo las unidades eficientes, envuelve al resto de las unidades. Las unidades ineficientes pueden alcanzar la frontera reduciendo la utilización de *inputs* (véase la unidad que utiliza la combinación *K* en la figura 4.2).

---

<sup>144</sup> La competencia imperfecta, las restricciones financieras, etc. pueden ser causa de que una empresa no opere en una escala óptima.

**Figura 4.2. Isocuanta unitaria estimada de forma no-paramétrica: proceso de producción que utiliza dos *inputs* ( $X_1$  y  $X_2$ ) para obtener un único *output* ( $Y_1$ )**

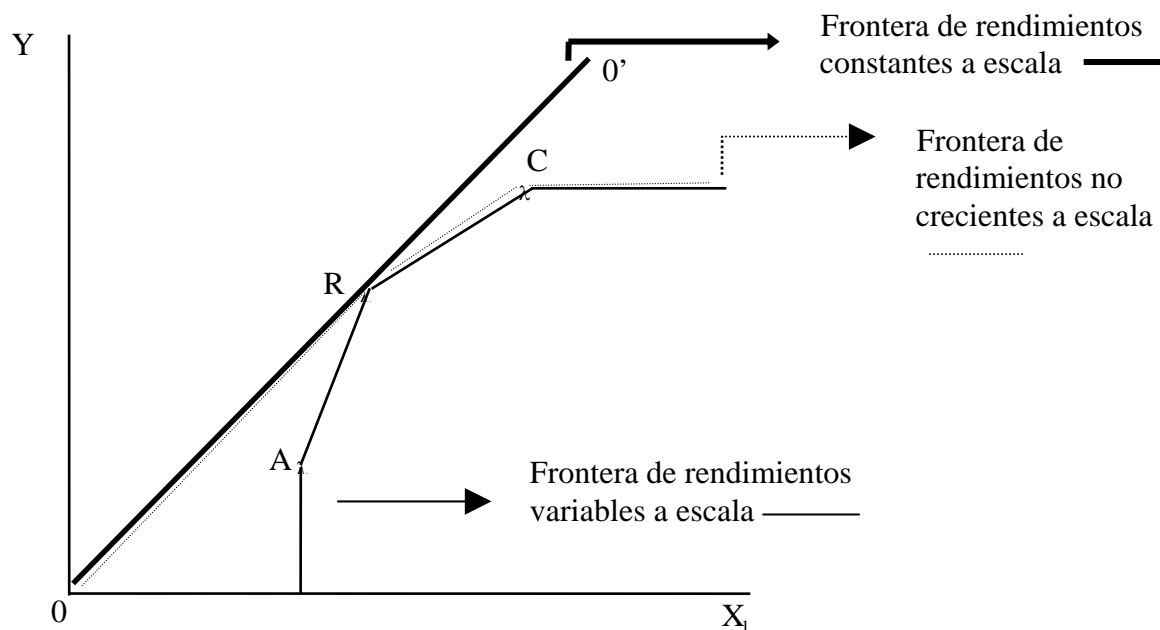
---



La figura 4.3 permite comparar el conjunto de posibilidades de producción estimado en el supuesto de rendimientos constantes con el conjunto que satisface rendimientos variables. Considerando el caso sencillo de un proceso productivo que utiliza un solo *input* para producir un único *output*, la tecnología que satisface rendimientos constantes engloba los procesos productivos que quedan a la derecha de la línea  $00'$ . Esta línea está integrada por los procesos productivos que resultan de reescalar el proceso B o C; en consecuencia, pertenece al conjunto de posibilidades de producción. Sin embargo, al considerar rendimientos variables, la combinación lineal de los procesos observados pertenecientes al conjunto de posibilidades de producción se reduce a los que quedan por debajo de la frontera que satisface estos rendimientos.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Figura 4.3. Representación gráfica de la tecnología: proceso de producción que utiliza un *output* ( $Y_1$ ) y un *input* ( $X_1$ )**



No obstante, se puede avanzar en el estudio de los rendimientos variables identificando la existencia de rendimientos crecientes o decrecientes. En esta dirección, Grosskopf (1986: 505) define formalmente una tecnología con rendimientos no crecientes a escala mediante la siguiente expresión:

$$F^t = \left\{ x \in \mathfrak{R}_+^N : z \cdot Y \geq y, z \cdot X \leq x; \sum_{k=1}^K z_k \leq 1, z \in \mathfrak{R}_+^k \right\} \quad (5)$$

La incorporación de los rendimientos no crecientes se consigue modificando la restricción relacionada con el vector intensidad. En la figura 4.3 se puede observar que, para niveles de *output* inferiores a los de la combinación *R*, los rendimientos a escala son crecientes, mientras que, por debajo de este nivel, son de tipo decreciente.

La caracterización de la tecnología de acuerdo con el tipo de rendimientos se convierte en un elemento clave para estudiar la eficiencia de las unidades productivas de una muestra determinada. Se puede observar que el proceso productivo *A* sería considerado eficiente, si se estableciera una tecnología ajustada a rendimientos variables, mientras que, con rendimientos constantes, resultaría ineficiente. En consecuencia, el nivel de eficiencia de una unidad productiva viene determinado por la comparación entre ésta y otro proceso productivo factible y eficiente.

#### **4.1.4.2. El índice de eficiencia y el concepto de distancia**

Una vez especificada y estimada la tecnología de referencia, se puede calcular un índice de eficiencia que refleje comparativamente la situación de cada empresa. En función del tipo de rendimiento supuesto en la tecnología que es objeto de estudio, se obtendrán diferentes tipos de ineficiencias para las unidades observadas (véase tabla 4.3).

**Tabla 4.3. Combinación de supuestos sobre la tecnología y tipos de eficiencia**

<i>Rendimientos constantes a escala</i>	Eficiencia técnica	Eficiencia de escala
<i>Rendimientos variables a escala</i>	Eficiencia técnica pura	



4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

La medida de la eficiencia de cada una de las empresas observadas se puede obtener acudiendo al concepto de “distancia”. En este sentido, la comparación de la empresa con el referente construido ( $F^t$ ) se puede llevar a cabo midiendo la distancia que separa la empresa observada de la referencia tecnológica.

Shephard (1970) expresó formalmente la tecnología de referencia a partir de la función distancia en *inputs*. Sin embargo, también puede verse como la recíproca de la medida de eficiencia técnica orientada a los *inputs* de Farrell (Färe y Lovell, 1978). Bajo el supuesto de rendimientos constantes la relación entre la medida de eficiencia técnica y la función distancia,  $D_I^t$ , se puede expresar como sigue:<sup>145</sup>

$$\left[ D_I^t(x^t, y^t) \right]^{-1} = \min_{\theta} \left[ \theta^t : (x^t \cdot \theta^t, y^t) \in F^t \right] \quad (6)$$

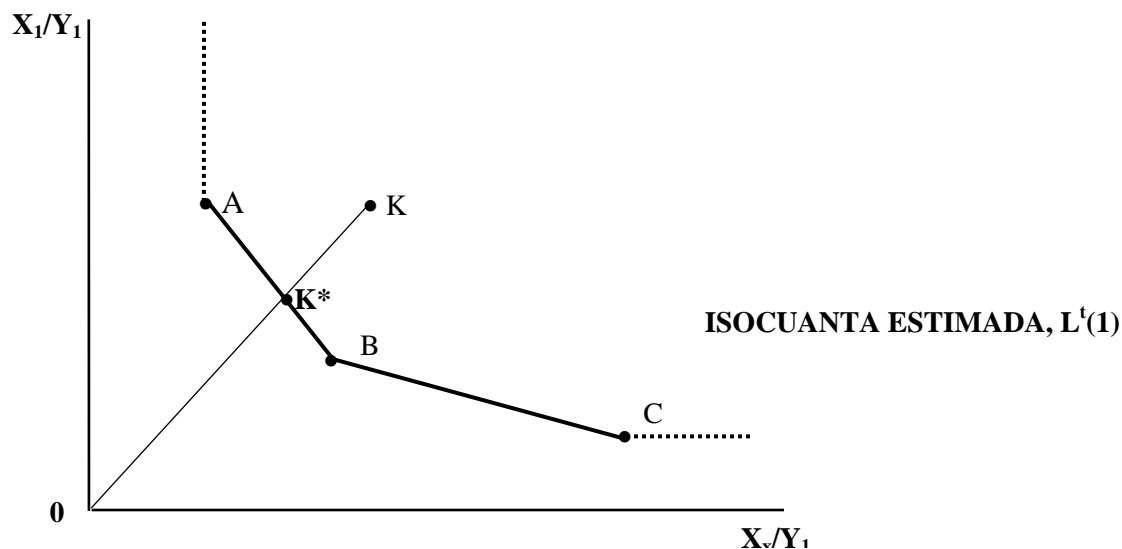
$$\theta^k = ET_I^k = \left( \frac{OK^*}{OK} \right) \quad (7)$$

---

<sup>145</sup> Coelli et al (1998: 64) precisa que de forma más rigurosa podríamos reemplazar la notación de “max” (máximo) por “sup” (supremo), lo cual permitiría que el máximo no existiera (es decir, la posibilidad de que  $\theta = +\infty$ ).

**Figura 4.4. Isocuanta estimada de forma no-paramétrica: proceso de producción que utiliza dos *inputs* ( $X_1$  y  $X_2$ ) para obtener un único *output* ( $Y_1$ )**

---



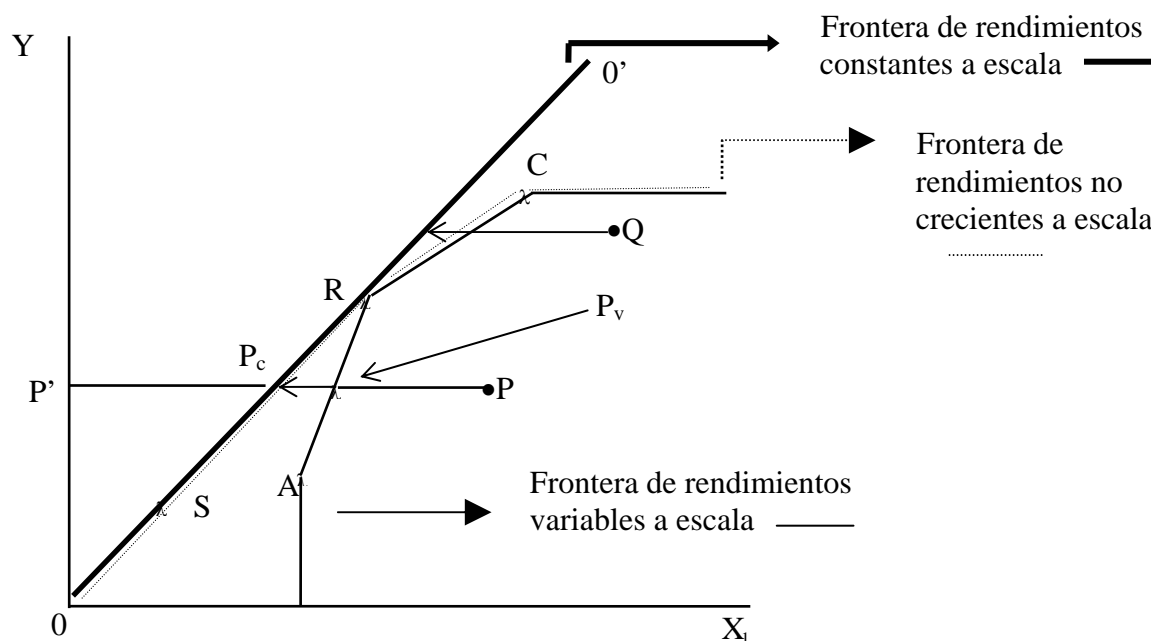
Esta función distancia en *inputs* de una unidad productiva respecto a la frontera se determina por la ratio entre el consumo observado del *input* y el mínimo necesario para obtener el nivel de producción de esa unidad. Por tanto mide la máxima contracción del vector de los *inputs* hasta el límite de  $F^t$ , que manteniendo constante el vector de los *outputs*, situaría a la unidad productiva en la frontera tecnológica<sup>146</sup>. En la figura 4.4. se puede observar que, para la unidad ( $k$ ), se obtiene ese consumo mínimo proyectando K sobre la frontera tecnológica, en un periodo determinado ( $t$ ), ya que de las observaciones de otras empresas se deduce que es posible producir con un menor consumo de factores.

---

<sup>146</sup> Bajo rendimientos constantes a escala se puede observar la siguiente relación entre la distancia orientada a los *inputs* y la orientada a los *outputs*:  $D_I(x,y) = (D_O(x,y))^{-1}$ . Färe, Grosskopf y Lovell, 1994.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

Figura 4.5. Cálculo de economías de escala: proceso de producción que utiliza un *output* ( $Y_1$ ) y un *input* ( $X_1$ )



Si se considera que la tecnología presenta rendimientos variables a escala, la medida de la eficiencia técnica puede descomponerse en eficiencia pura y eficiencia de escala (Färe, Grosskopf y Lovell, 1983). Esta diferenciación se consigue comparando la medida de eficiencia obtenida con rendimientos constantes a escala con esta otra calculada a partir de rendimientos variables a escala. Si los valores son diferentes para una empresa en particular, ello indica que presenta ineficiencias de escala.

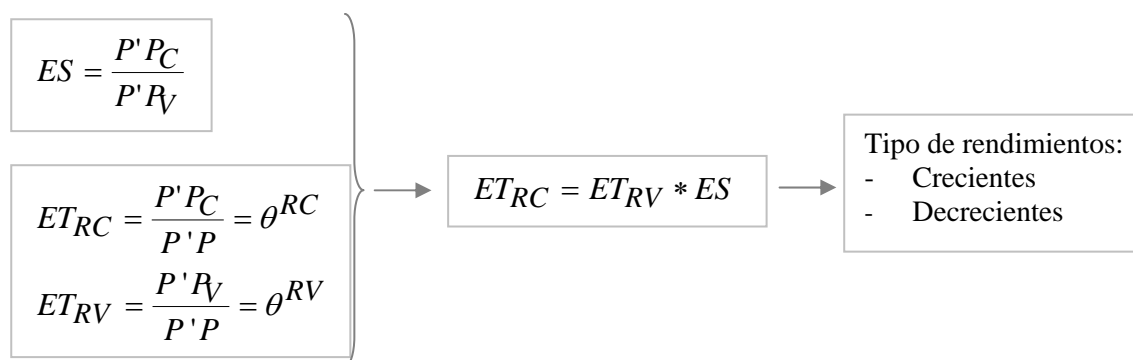
Tomando en consideración la distancia, se pueden reflejar gráficamente las ineficiencias debidas a la escala en un proceso de producción que utiliza un *input* ( $X_1$ ) para obtener un *output* ( $Y_1$ ). En la figura 4.5, la ineficiencia técnica orientada al *input* de la empresa  $P$ , con rendimientos constantes a escala, viene dada por la distancia  $PP_c$ . Ahora bien, se puede observar que parte de esta ineficiencia se debe a un exceso de *inputs*, resultado de no operar en una escala de producción óptima ( $P_cP_v$ ). Este exceso se puede estimar

comparando la eficiencia obtenida con una frontera que presenta rendimientos constantes ( $\theta^{RC}$ ), que situaría a la empresa en  $P_c$ , con el resultado obtenido con rendimientos variables ( $\theta^{RV}$ ), que la situaría en  $P_v$ . Esta diferencia de escala se refleja en la distancia  $P_c P_v$ , y se puede estimar a partir de las expresiones que muestra el esquema 4.3.

Las diferentes formas de caracterizar la tecnología permiten estudiar la eficiencia desde distintas perspectivas. El resultado es la descomposición de la ineficiencia técnica en ineficiencia técnica pura ( $ET_{RV}$ ), con rendimientos constantes a escala ( $ET_{RC}$ ), e ineficiencia de escala (ES), en el supuesto de rendimientos variables (véase esquema 4.3).

**Esquema 4.3. Eficiencia técnica, eficiencia técnica pura y eficiencia de escala**

---



Ahora bien, es posible profundizar en el tipo de rendimientos variables que generan las ineficiencias de escala. Considerando la distancia en la figura 4.5, este análisis se puede realizar, si se compara la medida de la eficiencia técnica obtenida bajo el supuesto de rendimientos no crecientes con la que resulta de rendimientos variables. Tal comparación permite determinar si las ineficiencias de escala se deben a rendimientos crecientes o a rendimientos decrecientes. Si el resultado es diferente, indica que existen rendimientos crecientes a escala para esa empresa (véase la combinación P). En este caso,

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

la proyección de la empresa sobre la frontera con rendimientos variables no coincide con su proyección sobre la frontera obtenida con rendimientos no crecientes; en consecuencia, los rendimientos crecientes son los que generan la ineficiencia de escala. Sin embargo, una igualdad en el resultado sugiere la aplicación de rendimientos decrecientes (véase la combinación Q).

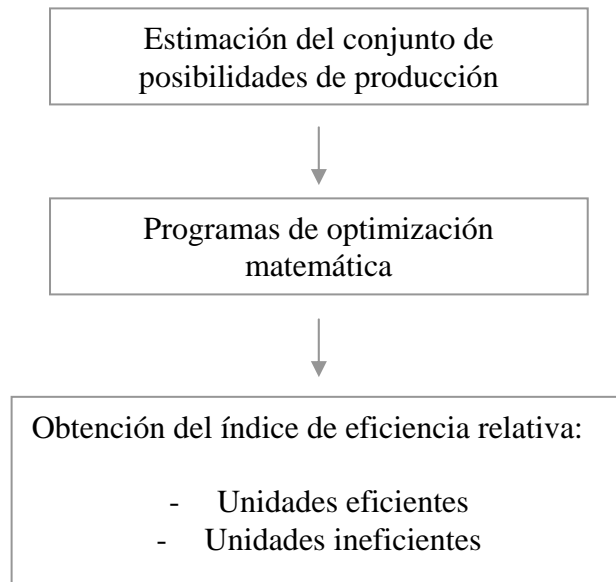
Para calcular la escala que indica el nivel de eficiencia de cada empresa se resuelven unos programas de optimización matemática. La programación matemática y, particularmente, los modelos de programación lineal permiten construir una función tecnológica a partir de los datos observados, y calcular la distancia desde esa frontera para cualquier observación individual.

#### **4.1.4.3. El análisis envolvente de datos: su formulación matemática**

Las medidas de eficiencia obtenidas a partir de la distancia de una empresa respecto a una frontera se pueden calcular mediante la resolución de unos problemas de programación matemática. Los modelos de programación lineal permiten construir una función tecnológica a partir de los datos observados y posibilitan el cálculo de la distancia desde esa frontera para cualquier observación individual. La metodología basada en la técnica de programación lineal recibe el nombre de *Data Envelopment Analysis* (DEA), debido a que toma como referencia las unidades más eficientes que ajusta una envolvente a los datos.

#### Esquema 4.4. Eficiencia y formulación matemática

---



---

La formulación DEA se adapta a los diferentes supuestos de la tecnología y permite considerar múltiples *inputs* y *outputs*. Los primeros programas diseñados por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) calculaban el índice de eficiencia en el supuesto de rendimientos constantes; posteriormente, Banker, Charnes y Cooper (1984) relajaron esta restricción al incluir una tecnología que presentara rendimientos variables a escala. Färe, Grosskopf y Lovell (1985) muestran cómo se pueden estimar las fuentes de las ineficiencias de escala.

El desarrollo de los programas ha permitido depurar y mejorar el cálculo de los índices de eficiencia, al incorporar paulatinamente los diferentes supuestos que caracterizan la tecnología. En la tabla 4.4 se puede observar el modelo de programación matemática, así como su relación con la medición de los diferentes tipos de eficiencia.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Tabla 4.4. Optimización matemática y tipos de eficiencia**

Programación matemática	Tipo de eficiencia	
$\left[ D_I(x_k, y_k) \right]^{-1} = \text{Min} \theta^k$ <p>sa.</p> $Y z \geq y_k \quad \text{o} \quad \sum_{k=1}^K y_k z \geq y_k$ $X z \leq \theta^k x_k \quad \text{o} \quad \sum_{k=1}^K x_k z \leq \theta^k x_k$ $z \in \mathfrak{R}_+^K \quad z \geq 0$	<b>Eficiencia técnica,</b> $\theta^{RC}$ Rendimientos constantes	
	$\sum_{k=1}^K z_k = 1$ <b>Eficiencia técnica pura,</b> $\theta^{RV}$ Rendimientos variables	$\sum_{k=1}^K z_k \leq 1$ Eficiencia técnica rendimientos decrecientes, $\theta^{RD}$
	Rendimientos crecientes o rendimientos decrecientes	

El programa que calcula el índice de eficiencia en el supuesto de rendimientos constantes a escala ( $\theta^{RC}$ ) se resuelve para cada una de las unidades productivas. El objetivo es hallar la mínima proporción de *inputs* ( $\theta^{RC}$ ) necesaria para obtener un determinado nivel en los diferentes *outputs*. Esta medida equivale a la máxima reducción equiproporcional posible en el vector de *inputs*, manteniendo el nivel de *outputs*. Ello se consigue ideando un programa que incorpore una serie de restricciones relacionadas con el conjunto de *outputs* y el de *inputs*.

Estas restricciones, al considerar los *outputs* dados, encuentran una combinación lineal formada por las unidades observadas, que produce, al menos, tanto *output* como la unidad evaluada ( $y_k$ ), al tiempo que consume la fracción ( $\theta^{RC}$ ) más pequeña posible del vector de *inputs* utilizado por dicha unidad ( $x_k$ ).

El programa se resuelve para cada una de las unidades productivas de la muestra, lo que permite generar un índice ( $\theta^{RC}$ ) que diferencia entre unidades eficientes e ineficientes. Las primeras determinan, en términos relativos, un desarrollo óptimo y obtienen en el índice un valor igual a la unidad. Frente a ellas, las menos eficientes en términos comparativos presentan un valor inferior a la unidad. Para estas unidades productivas se halla un menor nivel de *inputs* a partir de combinaciones lineales de algunas de las eficientes; los valores del vector  $z$  ponderan esa combinación. En definitiva, el resultado final equivale a niveles de eficiencia relativos ( $\theta^{RC}$ ), calculados a partir de las mejores prácticas posibles (unidades eficientes).<sup>147</sup>

Cuando el programa de optimización se resuelve añadiendo la restricción sobre el vector intensidad, se obtiene una medida de eficiencia ( $\theta^{RV}$ ) que resulta de comparar cada empresa con otras unidades productivas de tamaño similar. El índice de eficiencia técnica pura obtenido permite deducir la estimación de las ineficiencias de escala (véase tabla 4.4).

Las ineficiencias de escala pueden utilizarse para determinar la cercanía de una empresa a la escala más productiva (Banker, 1984), ya que se trata de un tipo de ineficiencia relacionado con la dimensión de la empresa. Este tipo de ineficiencias se asocia bien a excesos en relación con el tamaño de la escala productiva óptima (experimentando rendimientos decrecientes a escala), bien a deficiencias respecto a esa escala (caso de rendimientos crecientes a escala).<sup>148</sup> Färe, Grosskopf y Lovell (1985) identifican el tipo de rendimientos que generan las ineficiencias de escala comparando el índice calculado en el supuesto de rendimientos variables ( $\theta^{RV}$ ) con el que obtenido suponiendo rendimientos no crecientes a escala ( $\theta^{RD}$ ). Con este objetivo se

---

<sup>147</sup> En Charnes, Cooper, Lewin y Seiford (1994: 8).

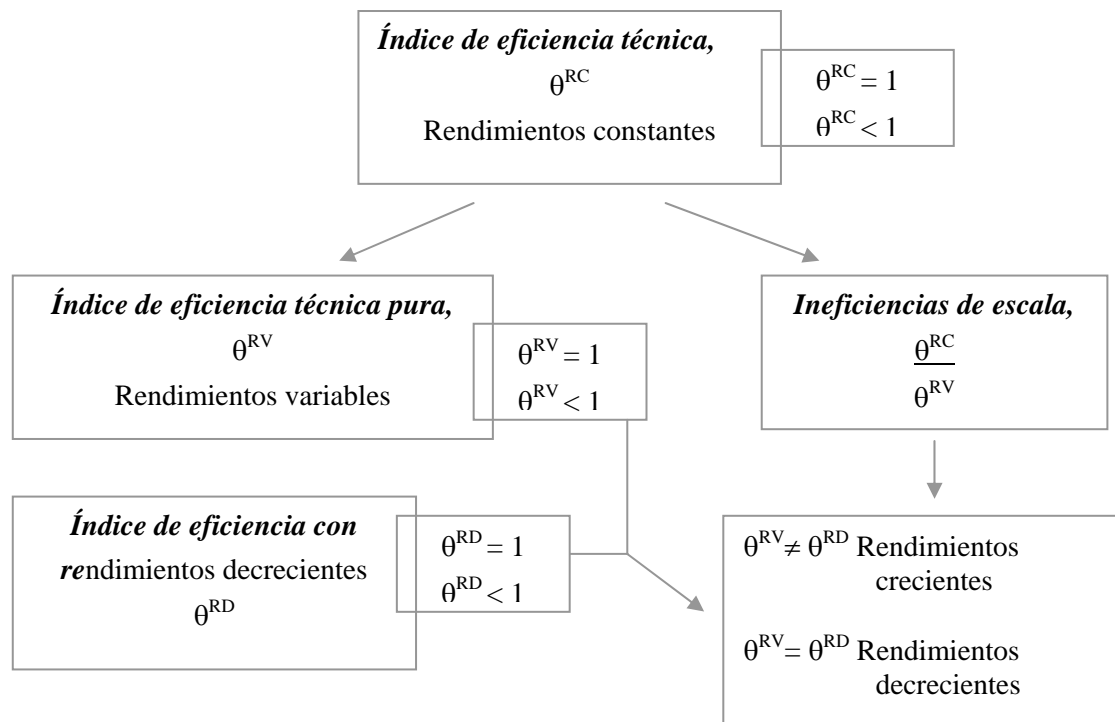
<sup>148</sup> En Ferrier (1994: 277).



4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

modifica la restricción del vector intensidad ( $z$ ) por una que impone rendimientos no crecientes a escala (véase tabla 4.4).<sup>149</sup>

**Esquema 4.5. Eficiencia y formulación matemática**



Banker y Morey (1986a y 1986b) consideraron la posibilidad de que ciertas cantidades de *inputs* no puedan ajustarse a corto plazo. Siguiendo a Färe, Grosskopf y Lovell (1994: 246) y Coelli et al. (1998: 172), la diferenciación entre *inputs* fijos y variables se incorpora en el programa permitiendo el ajuste de los *inputs* variables ( $XV$ ) al tiempo que se mantiene el nivel de los *inputs* fijos ( $XF$ ) (véase tabla 4.5). Esta modificación se puede extender a los

<sup>149</sup> Otra forma de identificar si las ineficiencias de escala están provocadas por rendimientos crecientes o decrecientes es a partir de la suma de los elementos del vector intensidad (Banker, 1984). Si el valor del sumatorio obtenido al resolver el programa con rendimientos constantes es inferior a uno, está indicando rendimientos crecientes, mientras que un valor igual o mayor a la unidad apunta rendimientos decrecientes.

diferentes rendimientos a escala incorporando las restricciones sobre el vector intensidad.<sup>150</sup>

**Tabla 4.5. Diferenciación entre *inputs* fijos y variables en la medición de la eficiencia**

$$\left[ D_I(x_k, y_k) \right]^{-1} = \text{Min } \theta^k$$

s.a.

$$Y z \geq y_k \quad o \quad \sum_{k=1}^K y_k z_k \geq y_k$$

$$XV z \leq \theta^k xv_k \quad o \quad \sum_{k=1}^K xv_k z_k \leq \theta^k xv_k$$

$$XF z \leq xf_k \quad o \quad \sum_{k=1}^K xf_k z_k \leq xf_k$$

$$z \in \mathbb{R}_+^K \quad z_k \geq 0$$

La consideración de unos *inputs* fijos permite obtener un índice de eficiencia en un contexto de corto plazo. Esta especificación resulta especialmente relevante en actividades que presentan importantes costes hundidos. En estos casos, la posibilidad de incluir factores productivos que no traten de reducirse en las restricciones mejora el ajuste en el cálculo del nivel de eficiencia de cada empresa.

## 4.2. Los avances en productividad y el índice *Malmquist* secuencial

Los estudios tradicionales de productividad se han basado en el supuesto de que las empresas eran eficientes. La elaboración de determinados índices de productividad permite descomponer el cambio productivo en mejoras de eficiencia técnica y en cambios en la tecnología. El primer elemento se

<sup>150</sup> Färe, Grosskopf y Lovell (1994: 242) formulan el caso de rendimientos constantes a escala; sin embargo, plantean la posibilidad de extenderlo a tecnologías menos restrictivas.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

relaciona con el cambio en la posición relativa respecto a la frontera tecnológica que resulta de la gestión del propio proceso productivo y, concretamente, de la capacidad para incorporar el progreso tecnológico en su función de producción. Por su parte, la segunda fuente de productividad considera la existencia de progreso técnico y hace referencia a un conjunto de innovaciones y cambios en las técnicas que desplazan la frontera de producción obteniéndose, así, un *output* mayor sin variar la cantidad de *inputs* utilizados o el mismo nivel de producción con un consumo más reducido de factores.

En este apartado se desarrolla un índice *Malmquist* de productividad que, partiendo de la aproximación iniciada por Caves, Christensen y Diewert (1982), incorpora en su elaboración el proceso de acumulación de tecnología en el tiempo (Tulkens y Vanden Eeckaut, 1995). El índice que se presenta permite descomponer los cambios de productividad a lo largo del tiempo como el resultado de la variación en los niveles de eficiencia y el progreso técnico, y especifica la tecnología de forma secuencial.

En este enfoque sobre el crecimiento de la productividad se puede calcular mediante el uso de funciones distancia, que se estiman empleando técnicas de programación matemática y se combinan para construir el índice *Malmquist* de productividad.

#### **4.2.1. La productividad total de los factores: eficiencia y cambio técnico**

La productividad en su análisis más sencillo, se asocia al cociente entre el producto obtenido y la cantidad empleada de uno de los factores productivos. El índice parcial que surge de esta relación es fácil de interpretar, pero se encuentra sesgado, pues considera solamente uno de los factores implicados

en el proceso productivo. Por otra parte, la utilización de estos índices puede indicar mejoras de productividad, cuando simplemente se ha producido una sustitución de factores productivos.

Con el objetivo de adaptar a la medición de la productividad, el efecto combinado de todos los factores de producción se define el concepto de productividad total de los factores. Este enfoque global permite incluir en el análisis el cambio que experimenta el *output* que no puede ser explicado por variaciones en el nivel de los *inputs*. Solow (1957) fue el primero en proponer un método para obtener una medida de la productividad total de los factores, no obstante, el uso del índice *Törnqvist* se ha generalizado para cuantificar el cambio productivo. La principal ventaja que se le asocia a este índice es su sencillez de cálculo; sin embargo, los requerimientos de información que precisa son importantes. La facilidad de cálculo se relaciona con unos supuestos que pueden ser demasiado restrictivos; por cuanto a la información se refiere, se precisa disponer de datos sobre precios y cantidades de *inputs* y *outputs*. En relación a las restricciones que facilitan la construcción del índice, cabe destacar el supuesto de que las unidades productivas se encuentran en la frontera de producción, de manera que los avances de productividad total de los factores se atribuyen a desplazamientos de dicha frontera.

Considerando que tanto las mejoras de eficiencia en la producción como el progreso tecnológico constituyen fuentes de crecimiento de la productividad, puede emplearse el índice de *Malmquist*. El cálculo de este indicador permite descomponer las causas del cambio productivo entre variaciones en los niveles de eficiencia y progreso técnico. Este índice se elabora a partir de funciones distancia, que pueden estimarse de forma no paramétrica, y solo requiere disponer de información sobre las cantidades de *inputs* y *outputs* que intervienen en el proceso productivo.

#### 4.2.2. El índice *Malmquist* de productividad secuencial

La aproximación del cambio productivo mediante la elaboración del índice de *Malmquist* fue aplicada por Caves, Christensen, y Diewert, (1982).<sup>151</sup> Estos autores desarrollaron el índice aplicándolo desde la óptica de los *inputs* y de los *outputs*. En esta investigación se aborda el enfoque de los *inputs* para valorar los cambios en la productividad entre dos periodos de tiempo, esto es, se consideran aquellos cambios asociados a las variaciones en la capacidad que tiene una empresa para disminuir la utilización de *inputs* para un determinado nivel de *output*.<sup>152</sup>

En el índice que elaboran Caves, Christensen, y Diewert,  $IM_{CCD}$ , se excluía la posibilidad de que las empresas pudieran mostrar comportamientos ineficientes. Sin embargo, el desarrollo posterior de Färe, Grosskopf, Lindgren y Roos (1989, 1994), popularizado por Färe, Grosskopf, Norris y Zhang (1994), plantea la posibilidad de descomponer los avances en productividad a través del índice de *Malmquist* relacionándolo con las medidas de eficiencia de Farrell.<sup>153</sup>

Este índice de productividad se puede elaborar a partir del cálculo de funciones distancia, en concreto, midiendo la distancia de una unidad productiva en dos periodos determinados de tiempo ( $K^t$  y  $K^{t+1}$ ) respecto a la frontera tecnológica del periodo ( $t$ ), o bien respecto a la existente en el

---

<sup>151</sup> Malmquist (1953) introdujo este concepto en relación con el nivel de utilidad del consumidor entre dos periodos de tiempo y Moorsteen (1961) fue el primero en utilizarlo en la teoría de la producción.

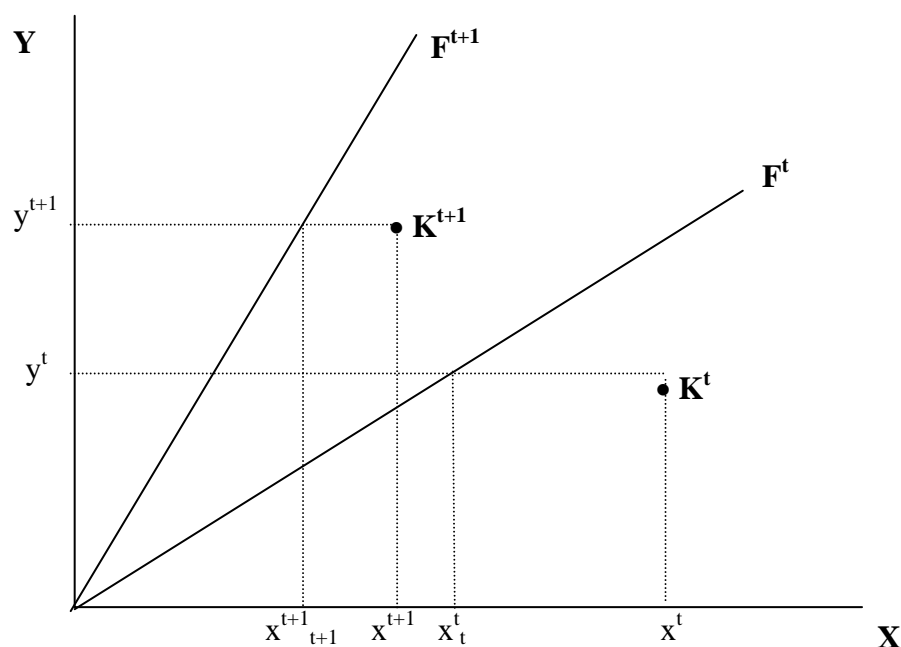
<sup>152</sup> También consideran la presencia de ineficiencias desde el punto de vista del *output*, interpretando las diferencias en productividad (entre empresas o de una misma empresa en momentos diferentes del tiempo) como aquellas capacidades distintas para, dadas unas restricciones impuestas en la tecnología, incrementar el *output* sin consumo adicional de recursos.

<sup>153</sup> Esta descomposición ya la había sido propuesta, aunque con otro enfoque metodológico, por Nishimizu, M. y Page, J.M. (1982), que estimaron una frontera de producción paramétrica, y por Bauer (1990) que estudia las ineficiencias en costes. Sin embargo, Färe, Grosskopf, Norris y Zhang utilizan una aproximación no paramétrica.

siguiente momento del tiempo,  $(t+1)$ . Basándose en la tecnología del periodo inicial,  $t$ , el índice *Malmquist* de productividad lo recoge la siguiente expresión:<sup>154</sup>

$$IM_{CCD}^t = \frac{D_I^t(x^t, y^t)}{D_I^t(x^{t+1}, y^{t+1})} \quad (8)$$

**Figura 4.6. Cambio productivo**



Un valor superior a la unidad indicará que ha existido un incremento de productividad entre dos periodos ( $t$  y  $t+1$ ), ya que es necesario una reducción inferior en los *inputs* del último periodo ( $x^{t+1}$ ) para colocar a la empresa  $K^{t+1}$  ( $x^{t+1}, y^{t+1}$ ), en la frontera tecnológica inicial ( $t$ ) a la que necesitaban los *inputs* del periodo inicial ( $x^t$ ) para situar a  $K^t$  ( $x^t, y^t$ ) en esa misma frontera  $t$ . Si la expresión (8) alcanzase un valor inferior a la unidad estaría ocurriendo el

<sup>154</sup> Diferente del índice *Malmquist* de productividad total de los factores, que se calcula a partir de la ratio entre el índice de *Malmquist* en términos de *output* y el mismo índice en términos de *inputs* (Bjurek et al., 1998: 224)

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

caso contrario, esto es, una disminución de la productividad. La figura 4.6. ilustra un incremento en el cambio productivo bajo rendimientos constantes a escala, sin embargo, posteriormente cuando se aborde la descomposición del índice, se relajará este supuesto.

Alternativamente, el índice *Malmquist* de productividad puede obtenerse de forma basándose en la tecnología existente en el periodo posterior,  $t+1$ , como se recoge en la siguiente expresión:

$$IM_{CCD}^{t+1} = \frac{D_I^{t+1}(x^t, y^t)}{D_I^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \quad (9)$$

Sin embargo, debido a que la elección de una u otra tecnología de referencia puede convertirse en una cuestión relevante, Färe, Grosskopf, Norris y Zhang (1994) proponen el cálculo de la media geométrica de las expresiones (8) y (9). El índice que se obtiene resulta más adecuado para estudiar largos periodos de tiempo y permite abordar el cambio tecnológico. En consecuencia, con su propuesta consiguen que la tecnología de referencia cambie con el tiempo. Alternativamente, el problema relacionado con la elección de la tecnología de referencia se puede solventar especificando una tecnología de tipo secuencial (Tulkens y Vanden Eeckaut, 1995).

En este trabajo se aborda la segunda opción y, de este modo, el estudio de la evolución de la productividad tiene en cuenta la acumulación de conocimiento tecnológico en el tiempo. Por tanto, la tecnología de un momento determinado ( $t$ ) se halla delimitada por todas estas combinaciones factibles a lo largo del periodo objeto de análisis:

$$F^s = \left[ \left( x^s, y^s \right) : x^s \text{ puede producir } y^s \right] \quad \text{donde } s = 1, \dots, t \text{ y } t = 1, \dots, T \quad (10)$$

Así, el índice *Malmquist* de productividad orientado al *input*, que utiliza como referencia una tecnología de tipo secuencial, construye la frontera de los mejores comportamientos en un periodo determinado a partir de todas las combinaciones de *inputs* y *outputs* de ese mismo periodo, junto con las de todos los anteriores:<sup>155</sup>

$$IM_{TV}^s = \frac{D_I^s(x^t, y^t)}{D_I^s(x^{t+1}, y^{t+1})} \quad (11)$$

Es importante destacar que en el estudio del cambio productivo por medio de este índice secuencial no puede tener lugar regreso tecnológico, pues impide desplazamiento hacia atrás de la frontera. En su elaboración se compara  $K$  y  $K^{t+1}$  con la tecnología acumulada desde  $s=1$  hasta  $t$ . Un resultado superior a la unidad indica que se ha producido un incremento de productividad entre dos periodos ( $t$  y  $t+1$ ) ya que es necesaria una reducción inferior en los *inputs* del último periodo ( $x^{t+1}$ ) para situar a la empresa  $K^{t+1} (x^{t+1}, y^{t+1})$  en la frontera tecnológica inicial ( $s$ ) a la necesitaban los *inputs* del periodo inicial ( $x^t$ ) para situar a  $K^t (x^t, y^t)$ , en esa misma frontera,  $s$  (véase figura 4.7).

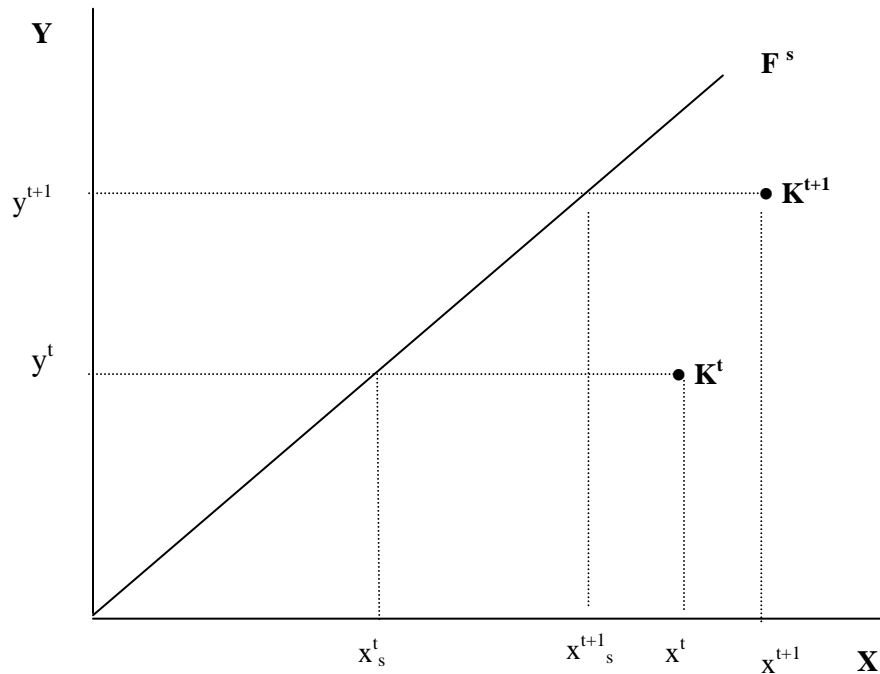
---

<sup>155</sup> Arocena y Rodríguez (1998) aplican el índice *Malmquist* de productividad secuencial en términos de *output* al sector eléctrico de España y apuntan que su utilización puede solucionar problemas asociados a muestras de reducido tamaño.



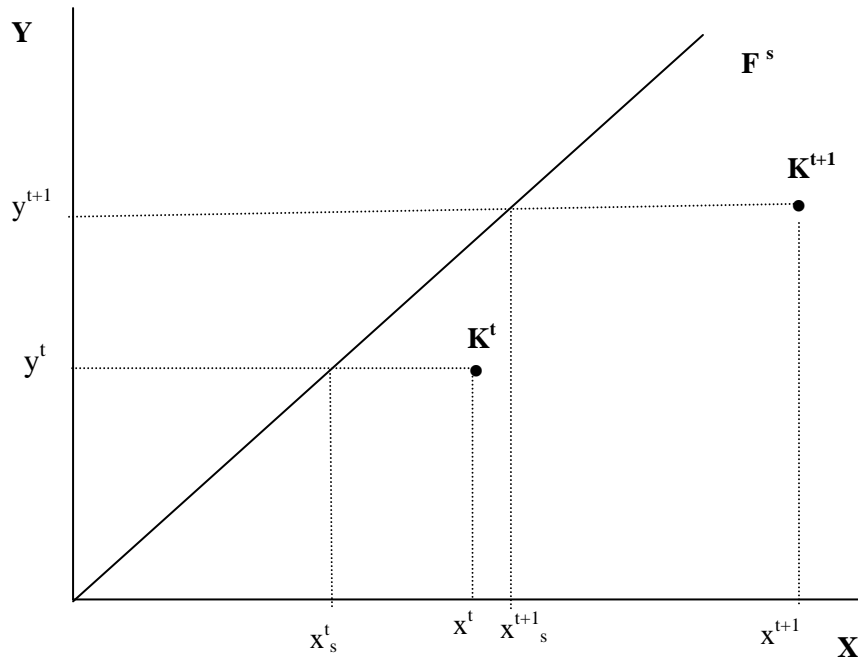
4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

Figura 4.7. Cambio productivo: mejora de productividad

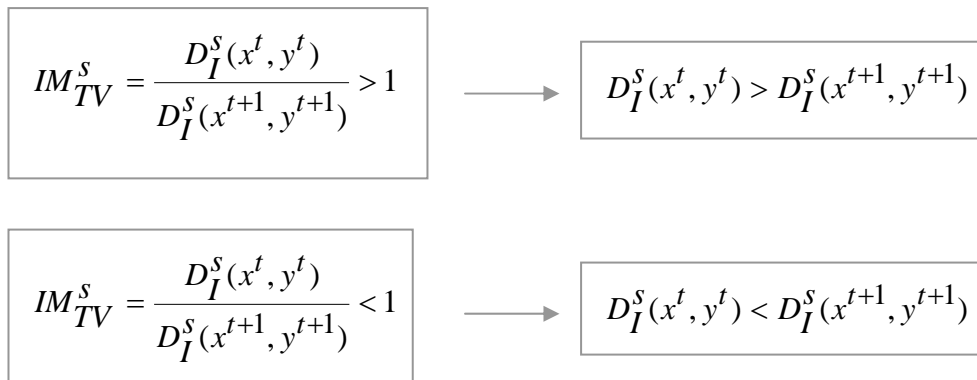


Por el contrario, si la expresión (11) alcanzase un valor inferior a la unidad se estaría dando el caso de reducción de la productividad. Este resultado estaría indicando que se ha producido una reducción de productividad entre dos periodos ( $t$  y  $t+1$ ) ya que sería necesaria una reducción inferior en los *inputs* del último periodo ( $x^{t+1}$ ) para situar a la empresa  $K^{t+1}$  ( $x^{t+1}, y^{t+1}$ ) en la frontera tecnológica inicial ( $s$ ) a la que necesitaban los *inputs* del periodo inicial ( $x^t$ ) para situar a  $K^t$  ( $x^t, y^t$ ), en esa misma frontera  $s$  (véase figura 4.8.).

**Figura 4.8. Cambio productivo: reducción de productividad**



**Esquema 4.6. Cambio productivo y funciones distancia**



Además, el índice *Malmquist* de productividad permite descomponer los avances de la productividad en mejoras en la eficiencia y en el cambio tecnológico. Para ello, es necesario incorporar una combinación de funciones distancia en la construcción de índice, de manera que permita considerar que los avances de productividad pueden estar ocasionados por mejoras en la

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

eficiencia y/o por mejoras en la tecnología. El cambio productivo ocurrido entre dos periodos ( $t$  y  $t+1$ ) resulta pues, de la siguiente combinación:

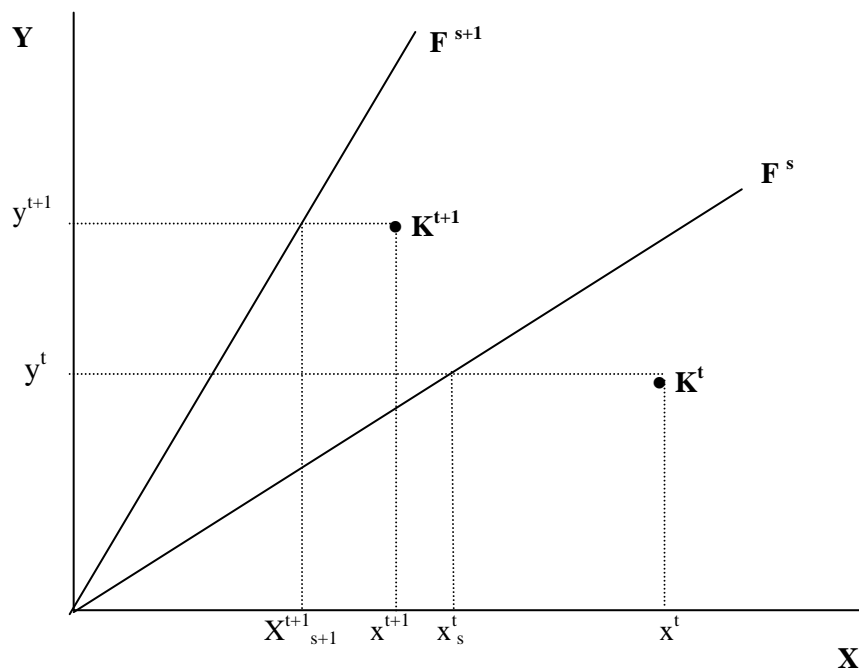
$$IM_{TV}^s = IM_I^s(x^{t+1}, y^{t+1}; x^t, y^t) = \left[ \frac{D_I^s(x^t, y^t)}{D_I^{s+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right] \cdot \left[ \frac{D_I^{s+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_I^s(x^{t+1}, y^{t+1})} \right] \quad (12)$$

*Cambio de eficiencia,*
*Cambio técnico,*  
*C°EF*
*C°TEC*

La variación en los niveles de eficiencia (C°EF) representa el cambio en la posición relativa respecto a la frontera tecnológica contemporánea considerando dos periodos diferentes de tiempo. Esto quedaría reflejado por el primer término a la derecha de (12), donde un valor superior a uno indica que la distancia en *inputs* de una observación  $K$  en  $t$ , respecto a la frontera secuencial  $s$ , es superior a la distancia de esa misma observación  $K$  en un periodo posterior ( $t+1$ ) respecto a la frontera secuencial  $s+1$ . Es decir, la observación ha conseguido un acercamiento a la frontera y, en consecuencia, una mejora en la eficiencia técnica. Un valor inferior a la unidad estaría reflejando un alejamiento a la frontera. La figura 4.9. ilustra una mejora en el nivel de eficiencia incremento bajo rendimientos constantes a escala, sin embargo, posteriormente se abordará la descomposición del índice y se relajará este supuesto.

**Figura 4.9. Cambio técnico y cambio de eficiencia: mejora de eficiencia**

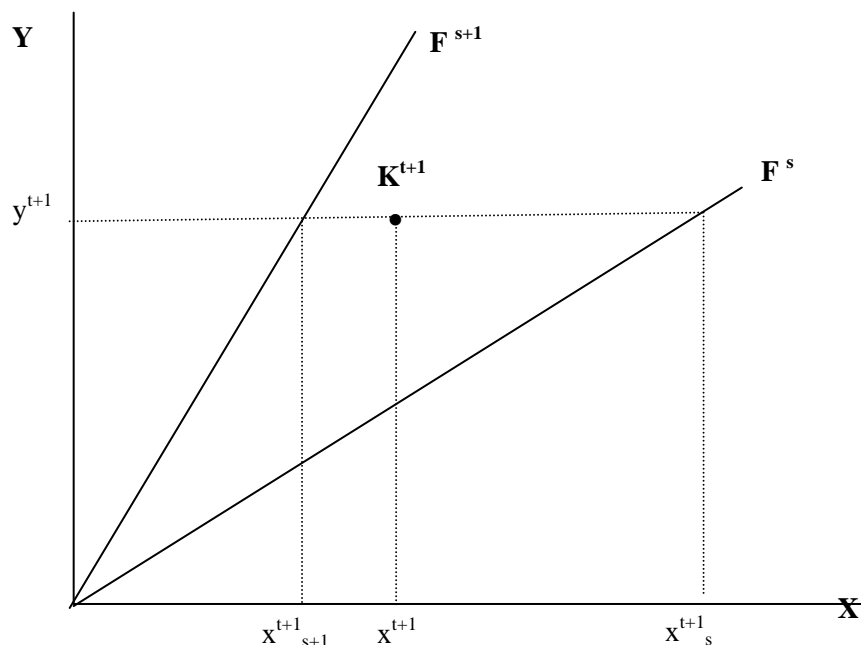
---



El cambio técnico ( $C^{\circ}TEC$ ) muestra el efecto sobre la productividad de un desplazamiento de la frontera. El segundo término a la derecha de la expresión (12) recoge este efecto, al medir la posición de la observación  $K^{t+1}$  con respecto a las dos fronteras tecnológicas ( $s$  y  $s+1$ ). Su valor indica en qué medida la existencia un progreso técnico repercute positivamente en el crecimiento de la productividad; mide el desplazamiento de la frontera de producción entre los dos periodos de tiempo, es decir, el cambio técnico. El resultado de este indicador es la relación entre el mínimo de *input* utilizado en  $t+1$  y el que era utilizado en  $t$  para obtener el nivel de *output* del periodo  $t+1$ . La figura 4.10. ilustra el cambio técnico representando una tecnología que presenta rendimientos constantes a escala.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Figura 4.10. Cambio técnico y cambio de eficiencia: progreso técnico**



La construcción de un índice de *Malmquist* que calcule el cambio productivo, así como su descomposición en mejoras de eficiencia y progreso técnico, requiere una combinación determinada de funciones distancia. En consecuencia, la construcción de este índice se puede realizar mediante la resolución de los programas de optimización que se han introducido en el epígrafe anterior.

#### 4.2.3. Estimación no-paramétrica del índice *Malmquist* de productividad secuencial

El cálculo de las funciones distancia que precisa el índice *Malmquist* secuencial se puede realizar de forma no paramétrica utilizando técnicas de programación matemática. En su trabajo, Färe, Grosskopf, Norris y Zhang (1994) utilizan la propiedad de reciprocidad entre las medidas de eficiencia

técnica de Farrell y las funciones distancia para descomponer el índice *Malmquist* de productividad.

En la tabla 4.6. se pueden observar los programas a resolver para el cálculo del índice de *Malmquist*. La estimación empírica del índice de productividad considera un conjunto de empresas  $k = 1, \dots, K$ , en cuyo proceso productivo precisan un vector de *inputs*,  $x$ , para obtener otro de *outputs*,  $y$ . La incorporación del supuesto relacionado con la acumulación tecnológica se recoge en las combinaciones de *inputs* y *outputs* que intervienen en la estimación de la frontera de producción.

En de un espacio temporal determinado,  $t=1, \dots, T$ , el índice de productividad se calcula para valorar el cambio productivo entre cada par de periodos,  $t$  y  $t+1$ . Para su cálculo, se incorpora la consideración de una tecnología que se acumula en el tiempo en los sumatorios de las restricciones. Para ello, tratan de encontrar una combinación de *inputs* y *outputs* a partir de los datos acumulados desde el periodo inicial hasta el periodo que se esté analizando,  $(s=1, \dots, t)$ . El primer programa calcula la distancia de una observación en el periodo  $t$  respecto a la frontera tecnológica acumulada hasta ese periodo,  $s$ .<sup>156</sup> El segundo estima la distancia de la observación en  $t+1$  respecto a la frontera tecnológica existente en  $s$ .<sup>157</sup>

---

<sup>156</sup> La distancia en  $t+1$  respecto a la tecnología acumulada hasta ese período,  $s+1$ , la obtendremos sustituyendo en el primer programa,  $t$  por  $t+1$  y  $s$  por  $s+1$ .

<sup>157</sup> Obsérvese que  $D_1^s(x_k^{t+1}, y_k^{t+1})$  puede ser menor que la unidad, ya que la combinación  $K^{t+1}$  no tiene porqué pertenecer a  $F^s$ . Por tanto el índice de eficiencia puede tomar valores mayores que la unidad.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Tabla 4.6. Programas de optimización matemática del índice de *Malmquist***

1.	$\left[ D_I^s(x_k^t, y_k^t) \right]^{-1}$	2.	$\left[ D_I^s(x_k^{t+1}, y_k^{t+1}) \right]^{-1}$
$\left[ D_I^s(x_k^t, y_k^t) \right]^{-1} = \text{Min} \theta_t^{k,s}$ <i>s.a.</i> $\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^t y_{k,s} z_{k,s} \geq y_{k,t}$ $\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^t x_{k,s} z_{k,s} \leq \theta_t^{k,s} x_{k,t}$  $z_{k,s} \geq 0$		$\left[ D_I^s(x_k^{t+1}, y_k^{t+1}) \right]^{-1} = \text{Min} \theta_{t+1}^{k,s}$ <i>s.a.</i> $\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^t y_{k,s} z_{k,s} \geq y_{k,t+1}$ $\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^t x_{k,s} z_{k,s} \leq \theta_{t+1}^{k,s} x_{k,t+1}$  $z_{k,s} \geq 0$	
$IM_{TV}^s = IM_I^s(x^{t+1}, y^{t+1}; x^t, y^t) = \underbrace{\left[ \frac{D_I^s(x^t, y^t)}{D_I^{s+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right]}_{\text{Cambio de eficiencia, } C^\circ EF} \cdot \underbrace{\left[ \frac{D_I^{s+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_I^s(x^{t+1}, y^{t+1})} \right]}_{\text{Cambio técnico, } C^\circ TEC}$			

Las expresiones recogidas en la tabla 4.6 imponen la restricción de que la tecnología presenta rendimientos constantes a escala. Sin embargo, siguiendo la propuesta de Färe, Grosskopf, Norris y Zhang (1994), en el cálculo del índice *Malmquist* de productividad, el cambio en la eficiencia técnica (C°EF) se puede descomponer en:

- el resultado del cambio la eficiencia técnica pura (ETP), que se correspondería con la gestión exclusivamente técnica de la empresa independientemente de su tamaño,
- el resultado del cambio la eficiencia de escala (EE), derivada del tamaño de la unidad productiva en relación a la escala óptima.

**Tabla 4.7. Índice de *Malmquist* secuencial incorporando ineficiencias de escala**

$$IM_{TV}^S = IM_I^S(x^{t+1}, y^{t+1}; x^t, y^t) = \left[ \frac{D_I^S(x^t, y^t)}{D_I^{S+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right] \cdot \left[ \frac{D_I^{S+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_I^S(x^{t+1}, y^{t+1})} \right]$$

Cambio de eficiencia,  $C^\circ EF$                       Cambio técnico,  $C^\circ TEC$

---


$$C^\circ EF = \frac{D_I^S(x^t, y^t)/C}{D_I^{S+1}(x^{t+1}, y^{t+1})/C} = \left[ \frac{D_I^S(x^t, y^t)/V}{D_I^{S+1}(x^{t+1}, y^{t+1})/V} \right] \cdot \left[ \frac{S_I^S(x^t, y^t)}{S_I^{S+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right]$$

$C^\circ$  Eficiencia pura                       $C^\circ$  Eficiencia de escala

---


$$S_I^S(x^t, y^t) = \left[ D_I^S(x^t, y^t)/C \right] / \left[ D_I^S(x^t, y^t)/V \right]$$

Esta descomposición se obtiene incorporando el supuesto de una tecnología con rendimientos variables en el modelo formal de las funciones distancia implicadas en el cálculo del cambio de eficiencia ( $C^\circ EF$ ). Ello se consigue añadiendo en el cálculo la restricción asociada a rendimientos variables (suma de los elementos del vector  $z$  de intensidades igual a la unidad, Banker, Charnes y Cooper, 1984).

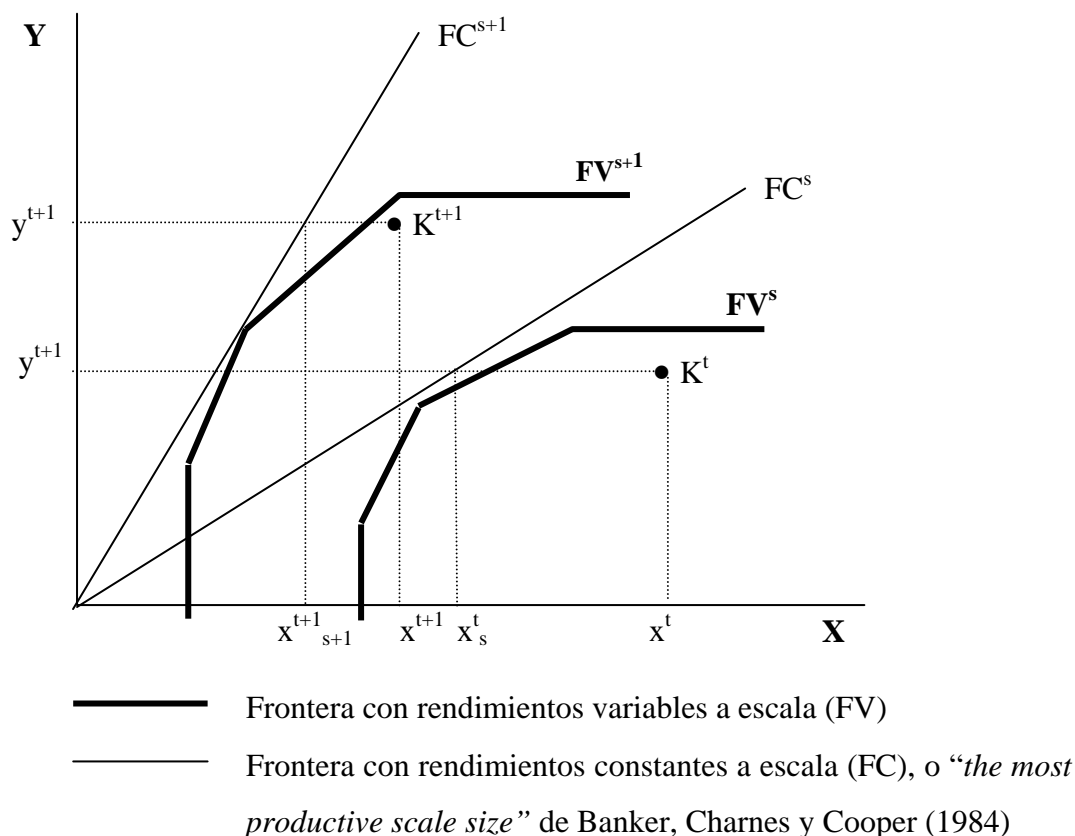
En la tabla 4.7. se retoma la expresión del índice de *Malmquist* incorporando el cálculo de ineficiencias de escala. El cálculo del cambio en la eficiencia ( $C^\circ EF$ ) se especifica considerando el supuesto de rendimientos constantes en la tecnología (C) así como el de rendimientos variables en la tecnología.<sup>158</sup> De forma residual, tal y como formulan Färe, Grosskopf y Lovell (1994) y Färe, Grosskopf y Norris (1997), se puede obtener el cambio de eficiencia de escala (S) en el periodo  $s$  (véase figura 4.11).

<sup>158</sup> Grifell-Tatjé y Lovell (1999) elaboran un índice *Malmquist* de productividad generalizado por considerar que el índice de *Malmquist* no recoge el efecto de la eficiencia de escala en la evolución de la productividad.



4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Figura 4.11. Cambio de eficiencia: eficiencia técnica pura y eficiencia de escala**



A pesar de que esta es la descomposición del índice de *Malmquist* que más se ha extendido en los trabajos empíricos, no ha estado exenta de discusión. Por su parte, Färe, Grosskopf y Norris (1997), justifican la utilización de rendimientos constantes, en el cálculo de las funciones distancia implicadas en el cambio técnico por tratarse de un problema a largo plazo.<sup>159</sup> Sin embargo, en el cálculo del cambio de eficiencia utilizan rendimientos variables a escala, pues consideran que las ineficiencias de escala son un problema de ajuste a corto plazo.<sup>160</sup>

<sup>159</sup> También en Färe, Grosskopf y Russell (1998)

<sup>160</sup> Ray y Desli (1997) proponen otra descomposición y calculan el índice *Malmquist* de productividad bajo el supuesto de una tecnología con rendimientos variables a escala, aplicándolo en las funciones distancias tanto para medir el progreso técnico como para el cambio de eficiencia.

No obstante, una vez detectadas estas ineficiencias de escala, si se compara el nuevo índice, calculado bajo el supuesto de rendimientos variables, con otro, calculado bajo rendimientos no crecientes a escala, se pueden identificar el tipo de rendimientos que las generan. Este nuevo índice, se puede formular cambiando la restricción adicional sobre el vector intensidad por una que imponga rendimientos no-crecientes a escala, de manera que la suma de sus elementos sea menor que la unidad.

Tal y como se vio en el epígrafe anterior, la naturaleza de ineficiencias de escala (por ejemplo debidas a rendimientos crecientes o decrecientes) de una empresa en particular, puede ser determinada comparando el grado de eficiencia técnica de rendimientos no crecientes con el grado de eficiencia técnica con rendimientos variables. Si estos valores son diferentes, la empresa presenta rendimientos crecientes a escala; por el contrario, si son iguales, se aplican rendimientos decrecientes, es decir, la empresa incurre en ineficiencia de escala, debido a la existencia de estos rendimientos.

### **4.3. Eficiencia portuaria: marco teórico y estudios empíricos**

Una vez expuesto el concepto de “eficiencia” y la metodología no paramétrica que se empleará en el próximo capítulo, se expone su utilidad para realizar estudios empíricos sobre la eficiencia de la actividad portuaria.

Las características de la actividad portuaria expuestas en el segundo capítulo de este trabajo han puesto de manifiesto ciertas peculiaridades que han de ser consideradas en el marco metodológico de la estimación empírica. En este apartado se identifican los *inputs* y *outputs* que caracterizan la tecnología de un puerto con objeto de determinar los supuestos sobre los que se basará el modelo.

El análisis de la literatura económica relacionada con la eficiencia portuaria va a proporcionar las bases de la estimación empírica del siguiente capítulo. En este sentido, las características de la tecnología portuaria reflejadas en las funciones de producción portuarias, tanto teóricas como empíricas, más relevantes de la literatura económica van a ser el soporte para analizar la eficiencia de la actividad de los puertos.

#### **4.3.1. Función de producción de un puerto: marco teórico**

La descripción de la actividad portuaria realizada en el segundo capítulo ha permitido identificar un conjunto de *inputs* y *outputs* que caracterizan la tecnología. Como toda actividad productiva, el resultado de la actividad portuaria depende de la intervención de varios factores productivos que se conjugan para obtener un *output* determinado. En este caso, el tráfico del puerto suele considerarse el *output*, mientras que los factores productivos se relacionan con el capital y el trabajo.

Jansson y Shneerson (1982) exponen la función de producción de un puerto desde un punto de vista teórico y, a partir de ella, desarrollan la función de costes totales a largo plazo. En la primera relacionan el *output* y las cantidades de varios *inputs*; en la segunda incluyen una función de tiempos totales de colas, de modo que, finalmente, su aproximación se basaba en dos etapas de los modelos de tiempos de colas.

En la presentación de la función de producción asumen que el *output* es una función de los *inputs*:

$$Q = f(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (13)$$

donde el *output* ( $Q$ ) de un puerto se denomina *throughput*, considerando que se trata de la mercancía que pasa por el puerto. Estos autores interpretan el proceso de producción como una cadena de eslabones que combina diversos factores productivos para producir el *output* final. Los principales *inputs* ( $X$ ) que aparecen en este proceso son las grúas, la mano de obra en estiba, el personal de administración y la superficie de almacenamiento.

La teoría de colas sirve a estos autores para expresar la dificultad de conciliar la capacidad de las instalaciones portuarias con las fluctuaciones de la demanda. En este sentido, desarrollan una función de costes que incorpora una función de los tiempos de cola y la convierte en costes esperados:

$$LRTC = A + c_1 n_1 + c_2 n_2 + v[Z(X, Y, n_1, n_2) + X] + \sum f_i(Q) \quad (14)$$

Estos costes totales a largo plazo dependen de unos costes fijos de aproximación al canal ( $A$ ); del coste de la capacidad total ( $c_1 n_1 + c_2 n_2$ ), que incluye los costes de las grúas y del almacenamiento; de los costes totales de cola,

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

dados unos precios relevantes de los factores ( $v[Z(X, Y, n_1, n_2) + X]$ ), donde  $v$  es el coste por unidad de tiempo por barco,  $Z$  es un tiempo total de cola que incorpora el tiempo total del servicio de los buques ( $X$ ) y el tiempo total de almacenamiento de la carga ( $Y$ ); y de los requerimientos complementarios de factores de diferentes eslabones del proceso de transferencia de la mercancía ( $\sum f_i(Q)$ ).

En cualquier caso, la función de producción portuaria debe recoger la importancia del capital fijo, debido a su indivisibilidad y a la dificultad de gestión del espacio que genera. Esta imposibilidad de ajustes infinitesimales a escala y la presencia de un coste hundido importante son las razones fundamentales para asumir que la tecnología presenta rendimientos crecientes a escala. En esta dirección, Bennathan y Walters (1979: 52) comparan desde un punto de vista teórico dos capacidades distintas de un puerto con estructuras de costes similares. Suponiendo un incremento del tráfico hasta el nivel del mínimo coste de la terminal con menor dimensión, los autores muestran la necesidad de expandir la terminal hacia otra con mayor capacidad con objeto de mejorar la eficiencia. La indivisibilidad del capital portuario, así como su elevado coste, implican que la expansión de la capacidad portuaria se realice en función de unos niveles de tráfico previstos y sostenibles en el futuro, para que no se produzca un exceso de capacidad.

La naturaleza multiproducto de los puertos, entendida como una combinación de varios tipos de mercancías, ha sido puesta de manifiesto por Jara-Díaz *et al.* (1997). Estos autores consideran relevante para la estimación de la eficiencia económica incorporar las diferentes variedades de carga en las funciones de costes.

Los desarrollos empíricos se han basado en funciones de producción y de costes que recogen, en gran medida, las características expuestas sobre la

actividad portuaria. Sin embargo, los problemas asociados a la insuficiencia de datos disponibles han limitado la extensión de estas funciones teóricas en los estudios aplicados.

#### **4.3.2. Medición de la eficiencia en los puertos: estudios empíricos basados en funciones frontera**

En la literatura económica hallamos diferentes estudios sobre funciones de producción y de costes aplicadas a los puertos. Estos estudios se sirven tanto de aproximaciones paramétricas como no paramétricas, a excepción de dos trabajos, que las analizan desde la óptica de la ingeniería.<sup>161</sup> Todos ellos tienen en común la adaptación de una función de producción o de costes a partir de los datos disponibles. De Monie (1988) manifiesta la dificultad de analizar la eficiencia portuaria a partir de estudios empíricos, debido a la falta de datos adecuados.

En la tabla 4.8 se resumen los trabajos empíricos que utilizan estimaciones paramétricas tanto desde la perspectiva de la producción como de los costes.<sup>162</sup> Chang (1978) y Tongzon (1993) estudian la actividad portuaria a través de una función de producción Cobb-Douglas, mientras que Tongzon (1995) analiza los factores determinantes del resultado y de la eficiencia portuaria y Liu (1995) construye una frontera de producción estocástica. Desde la óptica de los costes, Kim y Sachish (1986) y Martínez (1993) modelizan una función de costes. Chang (1978) estudia la actividad del puerto de Mobile (Alabama State Docks) durante el periodo 1953-1973, y construye una función de producción Cobb-

---

<sup>161</sup> Los análisis de De Neufville y Tonskawa (1981) y Sachisch (1996) se centran en este aspecto.

<sup>162</sup> Tongzon (1995) estudia también la eficiencia especificando y contrastando empíricamente los factores que influyen en ella y en el resultado de un puerto. El análisis, realizado a partir de una muestra de veintitrés terminales de contenedores para el año 1991, presenta un modelo en el que

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

Douglas para modelizar la tecnología existente en un puerto. Como variable representativa del *output* utiliza los beneficios monetarios, y como variables relacionadas con los *inputs*, los trabajadores y el valor de los activos netos.<sup>163</sup> Respecto al tipo de rendimientos que caracterizan la actividad portuaria, Chang sugiere, a tenor de los resultados, que los más relevantes son los rendimientos crecientes a escala. Adicionalmente, a partir de los coeficientes de los *inputs* de la función de producción estimada, calcula las productividades marginales del trabajo y del capital.<sup>164</sup> De este primer análisis concluye que el puerto de Mobile, vistos los resultados de las productividades marginales, disfrutó de unas operaciones rentables en el periodo analizado: los salarios se sitúan por debajo de la productividad del trabajo todos los años y la tasa de retorno del capital mantiene valores similares a los de la productividad del capital. El autor sugiere que las diferencias entre los salarios y la productividad marginal del trabajo condujeron a tasas de retorno del capital relativamente altas y, en consecuencia, a una situación rentable de la actividad portuaria.

No obstante, el objetivo último del trabajo de Chang era determinar si el puerto de Mobile necesitaba expandirse o no, es decir, incrementar su escala productiva. Los resultados previos, que reflejaban una situación rentable del puerto, no implicaban necesariamente –según el autor– la necesidad de incrementar la capacidad portuaria. Con el propósito de analizar la capacidad de utilización, realizó un estudio complementario especificando una función de la capacidad del puerto.<sup>165</sup> Los resultados de esta estimación mostraban una elevada ratio entre la utilización real del puerto y la deseable.

---

diferencia dos estimaciones: una para la eficiencia y otra para el resultado del puerto. En la segunda estimación, la eficiencia se convierte en un factor más del resultado portuario.

<sup>163</sup> Los estibadores no se incluyen en su definición de trabajo, del mismo modo que sus percepciones salariales no se contemplan en los beneficios brutos (p. 298). Los cifras relacionadas con esta componente del factor trabajo no figuran en los datos proporcionados por los puertos.

<sup>164</sup> Para calcular estas productividades marginales multiplica los coeficientes de los *inputs* obtenidos en la función Cobb-Douglas, estimada por sus productividades medias.

<sup>165</sup> Esta función no lineal de la capacidad se especificaba en función del tiempo y de unas *dummies* que, teniendo en cuenta las toneladas movidas en el puerto, representaban su nivel de utilización.

Finalmente, Chang responde afirmativamente a la pregunta sobre si el puerto de Mobile debería expandirse. El autor justifica su respuesta basándose en los resultados obtenidos en sus estimaciones empíricas, que reflejan una situación rentable de naturaleza sostenible y unas elevadas ratios de utilización de la capacidad portuaria.

El trabajo de Tongzon (1993) sigue la propuesta de Chang y utiliza una función Cobb-Douglas para modelizar la función de producción del puerto de Melbourne. El objetivo último del estudio era analizar la influencia de la política tarifaria sobre las mejoras de eficiencia del puerto. Para ello construyó una función de producción en la que separa la productividad total en tres componentes principales. En su modelo concreto, la productividad total de la terminal de contenedores (número de TEUs por punto de atraque por hora) está en función de la productividad del capital, del trabajo y de otros factores.<sup>166</sup> El factor capital queda representado por el número de grúas y el trabajo por el número de enganches, mientras que los otros factores que pueden afectar a la productividad total son una *proxy* de la calidad de las conexiones con el transporte terrestre y otros requerimientos de infraestructura.<sup>167</sup> El autor concluyó que los resultados indicaban que la productividad de las grúas y las conexiones terrestres eran los principales factores que influían en la eficiencia total del puerto.

**Tabla 4.8: Modelizaciones de la actividad portuaria con aplicaciones empíricas. Métodos paramétricos**

Estudio	Objetivo	Metodología	Output	Input (Trabajo y capital)	Prec i
---------	----------	-------------	--------	------------------------------	-----------

<sup>166</sup> Finalmente, opta por estimar la productividad de la terminal de contenedores y no la del conjunto del puerto, debido a la falta de datos.

<sup>167</sup> El número de enganches por punto de atraque por hora representa una *proxy* del factor trabajo, debido a la dificultad de disponer de información sobre los trabajadores de la terminal. El autor considera que el número de trabajadores en un enganche y el horario de trabajo no varían significativamente en el período temporal considerado.



4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**FUNCIONES DE PRODUCCIÓN**

<b>Chang (1978)</b> Port of Mobile, USA (1953-1973)	1. Modelizar la tecnología 2. Estudiar la rentabilidad 3. Necesidad de expansión del puerto	Función de producción Cobb-Douglas (L/P)	1. Beneficios anuales brutos (endógena)	1. Trabajo: media de trabajadores mensual por año 2. Capital: valor activos netos	1. Trab por trab 2. Capi retorno (Q-wL)
<b>Tongzon (1993)</b> Port of Melbourne Authority, Australia. Terminal de contenedores (1984-1990)	1. Investigar en que medida la reforma tarifaria ha incidido en la eficiencia y averiguar las contribuciones de los factores subyacentes a la eficiencia 2. Examinar sus implicaciones distributivas para los mayores usuarios y para las AP	Función de producción Cobb-Douglas (L/P)	1. N° de TEUs por punto de atraque por hora (endógena)	1. Capital: n° de grúas por punto de atraque por hora 2. Trabajo: n° de enganches por punto de atraque hora	
<b>Liu (1995)</b> 28 puertos británicos, (1983-1990)	1. Medir la eficiencia relativa de los puertos británicos públicos y privados para determinar si la propiedad ayuda a explicar las diferencias en eficiencia	Frontera de producción translog y estocástica (L/P)	1. Facturación (montante a cobrar en relación a los servicios portuarios prestados a terceros excluyendo la venta de propiedades). V. Endógena	1. Trabajo: salarios 2. Capital: valor contable neto de los activos de capital fijo V. Exógenas	

**Tabla 4.8. (continuación): Modelizaciones de la actividad portuaria con aplicaciones empíricas. Métodos para**

<b>Estudio</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Metodología</b>	<b>Output</b>	<b>Inputs (Trabajo y capital)</b>	<b>Preco i</b>
----------------	-----------------	--------------------	---------------	---------------------------------------	--------------------

**FUNCIONES DE PRODUCCIÓN**

EL SISTEMA PORTUARIO ESPAÑOL: REGULACIÓN, ENTORNO COMPETITIVO Y RESULTADOS.  
 UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

<b>Notteboom et al. (2000)</b> 36 mayores terminales de contenedores europeas (1994)	<b>1.</b> Determinar la eficiencia técnica	Frontera de producción translog y estocástica (L/P)	<b>1.</b> N° de TEUs por punto de atraque por hora (endógena)	<b>1.</b> metros muelles <b>2.</b> m <sup>2</sup> superficie <b>3.</b> n° grúas <b>4.</b> media trabajadores por grúa	
<b>FUNCIONES DE COSTES</b>					
<b>Kim and Sachish (1986)</b> Puerto de Ashod, Israel, (1966-1990)	<b>1.</b> Modelizar la tecnología <b>2.</b> Medir los efectos del cambio técnico exógeno en los costes y la productividad total de los factores	Función translog de coste total (L/P)	<b>1.</b> Toneladas anuales totales cargadas y descargadas (exógena)	<b>1.</b> Índice de trabajo: agregar horas trabajadas en 14 actividades <b>2.</b> Índice de Capital: agregar tres categorías	<b>1.</b> Trab por trab (Divisi trabajac <b>2.</b> Capi
<b>Martínez, E. (1993)</b> Autoridades portuarias del sistema portuario español, (1985-1989)	<b>1.</b> Estimar una función de costes para un agregado de la actividad: coste contable y coste económico <b>2.</b> Ordenación de los puertos según su grado de eficiencia	Función translog de coste total (L/P)	<b>1.</b> Actividad-demanda: toneladas totales (mercancías, pasajeros y vehículos) <b>2.</b> Actividad-oferta: metros lineales de muelles	<b>1.</b> Gastos de personal <b>2.</b> Consumos intermedios (CI) <b>3.</b> Inmovilizado material neto (IMN)	<b>1.</b> Trab medio <b>2.</b> CI: C <b>3.</b> IMN/ IMN/m lineales

Fuente: Elaboración propia

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

Liu (1995), por su parte, estudia la eficiencia relativa de distintas formas de propiedad en los puertos. Para ello construye una función de producción para modelizar la actividad portuaria y estima una frontera de producción *translog* estocástica. Esta especificación le permite evaluar la eficiencia un grupo de puertos públicos y privados británicos. La actividad portuaria que modeliza trata de ajustarse a la actividad de un *comprehensive port* y no se concreta en una parcela del proceso productivo.<sup>168</sup> Para el *output* utiliza los ingresos corrientes y para los *inputs* capital y trabajo, el valor de los activos netos fijos y los salarios, respectivamente. El autor concluye, de acuerdo con los resultados de sus estimaciones estática y dinámica acerca de la frontera de producción a largo plazo del puerto, que el conjunto de puerto presenta un equilibrio no sujeto a ajustes dinámicos importantes durante el periodo.

Adicionalmente, Liu incorpora en el análisis unos atributos específicos del puerto que considera factores determinantes de la eficiencia portuaria. Estos factores son: el tipo de propiedad (pública o privada), el tamaño, la intensidad de capital y la localización. A partir de los resultados de esta segunda estimación, sugiere que la localización tiene mayor incidencia en la eficiencia que la propiedad y la intensidad del capital. Respecto a la influencia del tamaño, sus resultados no apoyan las esperadas economías de escala de la producción de un puerto.

Desde la óptica de los costes, Kim y Sachish (1986) modelizan y estiman en su análisis la estructura de la producción y el crecimiento de la productividad total de los factores en un puerto, sirviéndose de los datos anuales del puerto de Ashod (Israel). Con el propósito de estudiar el crecimiento de la productividad total de los factores modelizan una función de costes a largo plazo y

---

<sup>168</sup> La falta de datos lleva al autor a considerar una actividad global que incluiría los servicios de atraque, manipulación de la carga y almacenamiento.

estiman una forma funcional flexible del coste portuario (*translog*).<sup>169</sup> En primer lugar, analizan empíricamente la estructura de producción del puerto, centrando su atención en el patrón de sustitución de *inputs* y el grado en el que la producción se caracteriza por economías de escala. En segundo lugar, examinan la naturaleza y el impacto del cambio técnico en la estructura productiva del puerto. Por último, estudian la interrelación entre las economías de escala internas del puerto y el cambio tecnológico externo para determinar la ratio de crecimiento de la productividad total de los factores.

Para llevar a cabo su estudio ajustan una función de producción –que determina una función de costes– que corresponde al mínimo coste de producción de un *output* dado, con unos precios de los factores también dados,<sup>170</sup> dentro de unos límites de factibilidad técnica. La construcción de la función de costes parte de una variable dependiente que corresponde al total de costes y de un conjunto de variables independientes representadas por el *output* portuario, la participación del coste laboral y del capital en el total de costes, y el nivel tecnológico. El coste total de los factores resulta de la suma de los costes del capital y del trabajo. El *output* se mide por toneladas de mercancía movidas<sup>171</sup> (cargadas y descargadas). Para estimar la participación de los factores productivos en el coste total se basan en el coste del equipamiento, para el capital, y en el coste de personal, para el trabajo.<sup>172</sup> El nivel de tecnología se representa mediante la incorporación de un índice tecnológico definido como el porcentaje de carga en contenedores.

---

<sup>169</sup> *Transcendental logarithmic (translog) cost function.*

<sup>170</sup> El argumento que explica esta elección es que se trata de variables exógenas a la empresa.

<sup>171</sup> La falta de series disponibles sobre los diferentes tipos de mercancías limitó la utilización de un vector de múltiples *outputs*.

<sup>172</sup> Para estimar el número de trabajadores elaboran un índice basado en el número de horas trabajadas en catorce actividades distintas, ponderadas de acuerdo con la participación de cada una de esas actividades en el total de los costes laborales. El precio del trabajo lo estiman dividiendo el coste de personal entre el número de trabajadores. Para el factor capital, distinguen tres categorías (equipamiento, capital depreciable y capital no depreciable) y estiman su precio mediante la fórmula

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

Una vez estimados los parámetros de la función de costes *translog*, estiman la productividad total de los factores expresando la relación entre el conjunto de *inputs* utilizados en el proceso de producción y su productividad; para ello, descomponen el crecimiento de la productividad total de los factores en un componente relacionado con los efectos de escala y otro relacionado con el cambio técnico. El índice que refleja la contenerización (porcentaje de carga en contenedores) les permite captar el cambio técnico y el crecimiento de la productividad total de los factores. Sus resultados indican que el cambio técnico tiene lugar en forma de ahorros de trabajo e incrementos de uso de capital, y que la principal contribución a la productividad total de los factores es el cambio técnico, es decir, la contenerización.

Siguiendo la perspectiva de los costes, Martínez (1993) desarrolla un estudio econométrico de costes para el sistema portuario español. Para su análisis, estima una función de costes totales translogarítmica en la que la variable dependiente es el total de costes y las variables independientes son el nivel de actividad y los precios de los factores de producción (capital, trabajo y consumos intermedios).<sup>173</sup> Sirviéndose de los datos de panel del conjunto de Autoridades Portuarias para el periodo 1985-1989, lleva a cabo una estimación de la forma funcional Cobb-Douglas para una única actividad en la que incorpora unas variables *dummies* que recogen los efectos individuales de cada puerto. De los resultados obtenidos destaca la elaboración de un

---

de Christensen-Jorgeson; posteriormente, mediante un índice de precios Divisia, combinan las tres categorías.

<sup>173</sup> Estima dos funciones de costes: el coste total contable (personal, amortizaciones y resto de los gastos corrientes) y el coste total económico (el contable más un 6% del inmovilizado neto, que es un tipo de rentabilidad objetivo del sistema portuario). El precio del capital en la estimación del coste total económico se calcula dividiendo el inmovilizado material neto (INM) entre los metros lineales de muelles, a lo que hay que sumar un 6% del INM dividido entre el número de metros lineales de muelles. Cada una estas estimaciones las realiza para dos medidas de la actividad: la actividad-demanda, representada por el total de toneladas movidas (mercancías, pasajeros y vehículos), y la actividad-oferta, representada por el total de metros lineales de muelles.

indicador directo de eficiencia relativa para los puertos del sistema y la existencia de rendimientos crecientes a escala.

Seguidamente, se presentan los trabajos empíricos en los que se estudia la eficiencia mediante aproximaciones no paramétricas (véase tabla 4.9). Partiendo de la propuesta de Roll y Hayuth (1993) sobre la aplicación de la metodología DEA (*Data Envelopment Analysis*) para la evaluación de la actividad portuaria, varios autores han realizado estudios empíricos en esta línea. En opinión de estos autores, esta metodología es muy útil para el estudio de la actividad portuaria, pues son muchos y variados los factores productivos que determinan su resultado, lo que complica considerablemente la determinación de la eficiencia de un puerto en su conjunto.<sup>174</sup>

---

<sup>174</sup> Los autores presentan un ejemplo de esta aplicación en un conjunto de puertos hipotéticos con la finalidad de obtener una ratio de eficiencia.

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

**Tabla 4.9.: Modelizaciones de la actividad portuaria con aplicaciones empíricas. Métodos no paramétricos**

<b>Estudio</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Metodología</b>	<b>Output</b>	<b>Inp (Trabajo )</b>
<b>FUNCIONES DE PRODUCCIÓN</b>				
<b>Martínez, E. (1999)</b> Autoridades Portuarias (3 grupos), 1993-1997	Medir la eficiencia relativa de los puertos españoles	Eficiencia técnica, rendimientos variables, largo plazo	1. Toneladas totales 2. Canon	1. Gastos de pers 2. Amortizaciones 3. Otros gastos
<b>Tongzon, J.L. (2001)</b> 4 puertos australianos y 12 puertos internacionales, 1996	Comparar la eficiencia portuaria	Eficiencia técnica, rendimientos constantes y variables, largo plazo	1. N° de TEUs 2. N° de TEUs por hora trabajada por barco	1. N° de trabajado 2. N° de puntos d 3. N° de grúas 4. N° de remolca 5. m <sup>2</sup> de terminal 6. Tiempo de den

Fuente: Elaboración propia

Esta aproximación no paramétrica para medir la eficiencia portuaria es seguida por Martínez (1999), quien desarrolla en su trabajo un estudio de eficiencia del sistema portuario español a partir de los datos del periodo 1993-1997. La actividad portuaria se caracteriza por dos *outputs*: el total de toneladas movidas y el importe de los cánones. En el modelo, los puertos se clasifican previamente a las estimaciones en tres grupos en función de su tamaño y de la composición del vector de *output*. Posteriormente, se calcula un *ranking* de eficiencia portuaria dentro de cada grupo y para cada año del periodo estudiado. El modelo escogido para el análisis se caracteriza por evaluar la eficiencia técnica en términos de *inputs* en el supuesto de rendimientos crecientes a escala; con los resultados obtenidos se lleva a cabo un análisis de estática comparativa. Estos resultados reflejan que los puertos con mayor complejidad presentan mayores niveles de eficiencia, pues se encuentran más próximos a las fronteras durante el periodo considerado. En el caso de los puertos de complejidad media, el crecimiento de los niveles de eficiencia es menor, mientras que los puertos de menor complejidad presentan una evolución negativa en los niveles globales de eficiencia. Tongzon (2001) lleva a cabo una estimación similar para puertos internacionales, concretamente en terminales de contenedores.

Del análisis global de estos estudios empíricos se puede observar que todos ellos presentan un modelo de largo plazo. Este rasgo común implica la consideración de todos los *inputs* del proceso productivo como factores variables. Sin embargo, para la comparación de un conjunto de puertos resulta imprescindible incorporar los factores fijos. De la naturaleza de la actividad portuaria y de la carencia de un análisis a corto plazo en los principales estudios empíricos surge el modelo que se propone para el estudio empírico del sistema portuario español.



4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
 MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

La metodología no paramétrica que se propone en esta investigación ofrece un punto de referencia para confrontar el comportamiento de los distintos puertos. Las funciones frontera de producción orientadas a los *inputs* resultan más apropiadas, debido a que incorporan el *output* como una variable exógena. Por otra parte, este método proporciona un marco para comparar el avance en la productividad entre puertos.

**Tabla 4.10. Resumen de las características de la actividad portuaria para su modelización y estimación empírica**

<b>Actividad económica de los puertos</b>	
<i>Output</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Naturaleza multiproducto</li> <li>- <i>Output</i> exógeno</li> </ul>
<i>Inputs</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elevados <i>inputs</i> fijos (costes hundidos)</li> <li>- Costes indivisibles</li> <li>- Minimización de <i>inputs</i> variables a corto plazo</li> </ul>
<i>Rendimientos (tecnología)</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rendimientos crecientes a escala</li> </ul>

En este sentido, es importante subrayar la adaptación de este método a las características de la actividad portuaria (véase tabla 4.10). Por cuanto respecta a los *outputs*, la actividad portuaria se caracteriza por su naturaleza multiproducto y una demanda de tráfico no controlada por las instalaciones portuarias. En cuanto a los *inputs*, cabe destacar la importancia de los *inputs* fijos y de la indivisibilidad de las instalaciones, que conducen a una tecnología caracterizada por la presencia de rendimientos crecientes a escala. El conjunto de estos elementos relacionados con la actividad portuaria sugiere la utilización de un modelo que sea capaz de reflejar estas características; los modelos no paramétricos presentados en los epígrafes anteriores satisfacen este requerimiento.

#### 4.4. Conclusiones

Una situación de eficiencia técnica se da cuando, en un determinado proceso de producción, el consumo de *inputs* es el mínimo posible para lograr un cierto volumen de *output*. Las empresas con una combinación óptima de factores se sitúan en la frontera y su comportamiento se emplea como referencia para evaluar la eficiencia del resto de las empresas. Cuando una unidad productiva utiliza un mínimo de *inputs* para producir un determinado *output*, se sitúa en la llamada “frontera de producción”, mientras que los productores que actúan de forma ineficiente se sitúan fuera de dicha frontera.

La elaboración de medidas de eficiencia en relación con una tecnología de referencia requiere la construcción de una función frontera. El análisis frontera estudia la ineficiencia de una unidad respecto al mejor comportamiento mostrado por algunas de las unidades de la muestra, que se sitúan en la frontera. Esta frontera se elabora a partir de los datos observados sobre la producción del grupo de unidades analizado; cualquier alejamiento de la frontera se interpreta como una situación de ineficiencia productiva. La frontera representa la tecnología de producción que describe el proceso de transformación de los *inputs* en *outputs*, y a partir de ella se valora el comportamiento eficiente de un grupo de empresas.

El análisis de la eficiencia de la actividad portuaria precisa de una metodología que se adapte a sus características y facilite la comparación entre puertos. En este sentido, la estimación de fronteras no paramétricas permite la construcción de una referencia tecnológica a partir de la cual se puede contrastar el comportamiento de cada puerto.

La metodología no paramétrica posibilita la obtención de unas ratios de eficiencia relativa que permiten comparar el resultado de varias unidades productivas a corto plazo. En consecuencia, permite reflejar la presencia de

4. ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y PRODUCTIVIDAD:  
MARCO DE ANÁLISIS Y MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA

---

unos *inputs* fijos importantes en un puerto en el estudio de la eficiencia. La incorporación de la dificultad de ajustar a corto plazo estos *inputs* se puede introducir en el cálculo de la eficiencia técnica y su descomposición para reflejar determinadas ineficiencias de escala.

Además, esta metodología permite estimar niveles de eficiencia global de un puerto, pues ofrece la posibilidad de incorporar múltiples *outputs*. Adicionalmente, el método no paramétrico se puede aplicar al análisis del crecimiento de la productividad. Los avances en la productividad en un puerto se pueden descomponer en cambios debidos a variaciones en la eficiencia técnica y cambios originados por el progreso técnico.

Éste es el marco metodológico que sustenta el análisis empírico del siguiente capítulo. El estudio de la evolución de la eficiencia en el sistema portuario español se abordará utilizando la metodología no paramétrica, con objeto de analizar los resultados de la reforma portuaria. Mediante técnicas no paramétricas de envolvente de datos basadas en la utilización de una programación matemática se construye una frontera compatible con los datos existentes en la muestra de puertos. La programación lineal posibilita el estudio de procesos de producción como el de la actividad portuaria, que se caracterizan por la utilización de varios *inputs* para obtener múltiples *outputs*.